

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



SIMULACION NUMERICA DEL FLUJO BIFASICO
UNIDIMENSIONAL DE FLUIDOS GEOTERMICOS
EN UN MEDIO POROSO

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
FISICO
PRESENTA
GERARDO HECTOR GARCIA ESTRADA

MEXICO, D. F., FEBRERO DE 1985.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PROLOGO

La simulación numérica es una de las herramientas más poderosas de que se dispone hoy día para el estudio de los fenómenos naturales. Junto con el desarrollo de las computadoras digitales ha permitido el modelado de fenómenos complejos, descritos por ecuaciones cuya resolución analítica es imposible.

Con la simulación no solo se pretende describir el estado actual de un sistema, sino también mejorar el conocimiento de los fenómenos que lo rigen. Sin embargo, más importante aún es su capacidad predictiva, que permite conocer de antemano la posible evolución del fenómeno, posibilitando de este modo el control humano del mismo.

El trabajo de tesis que aquí se presenta, busca aumentar nuestra comprensión de los sistemas hidrotermales, fuente energética natural que da origen a la generación geotermoelectrónica; es fruto de los avances técnicos logrados en México para el aprovechamiento de este recurso, por parte de los trabajadores dedicados a ella.

INDICE

NOMENCLATURA	i
RESUMEN	vi
1. INTRODUCCION	1
1.1 SISTEMAS HIDROTERMALES	2
1.2 DISTRIBUCION GEOGRAFICA DE LOS SISTEMAS HIDROTERMALES	2
1.3 MOVIMIENTO DE FLUIDOS HIDROTERMALES	6
1.4 GENERALIDADES SOBRE MODELADO	6
1.5 MODELADO DE YACIMIENTOS GEOTERMICOS EN MEDIO POROSO	7
1.6 ANTECEDENTES DEL MODELADO DE YACIMIENTOS HIDROTERMALES EN MEXICO	7
2. PLANTEAMIENTO DEL MODELO	9
2.1 MODELO CONCEPTUAL	9
2.2 MODELO MATEMATICO	9
2.3 SIMPLIFICACION DE LAS ECUACIONES DE PRESION Y ENTALPIA PARA EL CASO DE FLUJO UNIDIMENSIONAL	12
2.4 FORMULACION DE LAS ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS	13
2.5 CONDICIONES INICIALES	15
2.6 CONDICIONES DE FRONTERA	15
2.7 VARIABLES CALCULADAS POR EL MODELO	17
3. DESCRIPCION DEL PROGRAMA	19
3.1 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA PARAML	19
3.2 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA MODMAT	22
3.3 NOMENCLATURA DE LOS PROGRAMAS	26

3.4 LISTADO DEL PROGRAMA PARAML	27
3.5 LISTADO DEL PROGRAMA MODMAT	33
4. APLICACION DEL MODELO	42
4.1 SIMULACION DE UN YACIMIENTO HIPOTETICO	42
4.2 FORMACION DEL ARCHIVO DE DATOS INICIALES Y CONDICIONES DE FRONTERA	45
4.3 OBTENCION DE LAS TABLAS DE DATOS CALCULADOS CON EL SIMULADOR	48
4.4 RESULTADOS E INTERPRETACION DEL PRIMER EJEMPLO DE MODELADO	52
4.5 ESTUDIO DE UNA PRUEBA TRANSITORIA DE PRESION	56
4.6 FORMACION DEL ARCHIVO DE DATOS INICIALES	59
4.7 RESULTADOS E INTERPRETACION DEL SEGUNDO EJEMPLO DE MODELADO	61
4.8 COMENTARIOS SOBRE LOS EJEMPLOS DE MODELADO	65
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	68
APENDICE A DESARROLLO DEL MODELO TEORICO GENERAL DE LA CIRCULACION DE FLUIDOS GEOTERMICOS EN UN MEDIO POROSO	71
APENDICE B CONDICIONES DE FRONTERA PARA FLUJO UNIDIMENSIONAL	91
APENDICE C UTILIDAD GEOTERMICA DEL MODELO	96
BIBLIOGRAFIA	104

NOMENCLATURA

MAYUSCULAS LATINAS

Letra	Significado
A	Area de la sección transversal de un yacimiento geotérmico unidimensional
A_j $j=1, \dots, 8$	Coefficientes funcionales en la ecuación diferencial de la presión
B_j $j=1, \dots, 8$	Coefficientes funcionales en la ecuación diferencial de la entalpía
B_r	Compresibilidad de la roca
C_g	Componente de la aceleración gravitacional en la dirección de flujo
C_j $j=1, \dots, 44$	Coefficientes constantes en las ecuaciones constitutivas
D_H	Coefficiente funcional en la ecuación de la entalpía
E_p	Coefficiente funcional en la ecuación de la presión
D_S	Variable auxiliar para el cálculo de la derivada de la saturación
D_j $j=1, 2$	Coefficientes funcionales auxiliares
Dt	Incremento temporal
Dx	Incremento espacial
E_j $j=1, \dots, 5$	Coefficientes funcionales auxiliares
E_y	Ancho del yacimiento unidimensional
E_z	Espesor del yacimiento unidimensional
E	Energía interna
F	Porosidad
G	Gasto másico
G_v	Gasto volumétrico

Letra	Significado
G_H	Gasto entálpico
H	Entalpía
I	Matríz unitaria
K	Permeabilidad intrínseca
K_i $i=1,2$	Permeabilidad relativa de la fase i
K_M	Coeficiente de transferencia de calor del sistema
K	Energía cinética
L	Longitud del yacimiento
M	Masa
N_j $j=1, \dots, 8$	Coeficientes mudos en las ecuaciones de diferencias finitas para la presión o la entalpía
P	Presión de la fase i
P_c	Presión capilar
Q	Flujo de calor
Re	Número de Reynolds
R_i	Densidad de la fase i
S_i	Saturación de la fase i
T	Temperatura
S _{iR}	Saturación residual de la fase i
V	Volumen total
V_i	Volumen de la fase i
V_p	Volumen de los poros
W	Trabajo

MINUSCULAS LATINAS

Letra	Significado
\bar{a}	Aceleración de una porción de fluido
c_r	Calor específico de la roca
e_i	Densidad de energía interna del fluido en fase i
\bar{f}	Vector fuerza que actúa sobre una porción de fluido
\bar{g}	Aceleración gravitacional
$k_i \quad i=1,2$	Coefficiente de dispersión térmica de la fase i
n	Número de celdas en que se divide el yacimiento para la simulación numérica
\bar{n}	Vector normal a la frontera
o	Subíndice con que se denota a los valores en la frontera cero (0)
q_i	Flujo de calor instantáneo por unidad de volumen de fluido en fase i
t	Tiempo
\bar{t}	Vector de esfuerzos superficiales
\bar{u}	Velocidad real de una partícula de fluido
\bar{v}	Velocidad de flujo, volumétrica o de Darcy
\bar{x}	Vector cartesiano de posición
z	Denota a variables auxiliares definidas con el fin de simplificar la escritura de las ecuaciones diferenciales

LETRAS GRIEGAS

Símbolo	Significado
δ	Variable auxiliar en la ecuación de diferencias finitas = $\Delta t / (\Delta x)^2$
ϵ_i	Masa en fase i que cruza la frontera ∂_{12} por unidad de tiempo a causa de fenómenos de evaporación o condensación
θ	Angulo formado entre el vector \bar{g} y la dirección del flujo en el yacimiento unidimensional
ν_i	Viscosidad de la fase i
$\bar{\pi}_i$	Vector flujo de masa instantáneo que cruza la frontera ∂_{12} sin cambiar de fase
π_{ii}	Divergencia de $\bar{\pi}_i$
σ	Tensor de esfuerzos intrínsecos

OTROS SIMBOLOS

Símbolo	Significado
∂_{12}	Frontera entre las fases líquido y vapor
$\frac{\partial}{\partial}$	Derivación parcial
∇	Operador gradiente
Δ	Operador laplaciano
X_i	Calidad de la mezcla (porcentaje de su peso ocupado por la fase i)

SUBINDICES

Letra	Significado
i	Fase líquida (i=1) o vapor (i=2)
r	Roca
p	Propiedades de los poros
I	Denota condiciones iniciales
(j)	Los subíndices entre paréntesis denotan número de celda

RESUMEN.

El objetivo del presente trabajo es la implementación numérica de un modelo unidimensional del movimiento de fluidos geotérmicos bifásicos a través de un medio poroso. Mediante su aplicación se busca incrementar el conocimiento de los fenómenos que dan origen en la naturaleza a los sistemas hidrotermales y ésto a su vez, redundará en un mejor aprovechamiento de la geotermia como fuente alternativa de energía.

El modelo consiste en la simulación matemática temporal y espacial de la presión y la entalpía de un yacimiento, a partir de las ecuaciones de balance de masa, momento y energía que gobiernan el flujo de fluidos en medios porosos. Este procedimiento conduce a un modelo teórico general que consiste en seis ecuaciones diferenciales parciales pseudoparabólicas, acopladas de manera fuertemente no lineal, dos para cada una de las fases constituyentes del sistema incluida la roca ("fase sólida").

La resolución numérica del sistema es posible desde el punto de vista formal, pero debido a su complejidad, ésto involucraría un enorme volumen de cálculo y el uso de algoritmos muy sofisticados a fin de garantizar la convergencia.

Para evitar estos inconvenientes, se procede a reducir el sistema original a uno de dos ecuaciones y dos incógnitas, cuya resolución numérica es mucho más simple.

Para la reducción del número de ecuaciones se recurre al uso de relaciones constitutivas, consistentes en funciones que expresan cada uno de los parámetros involucrados en el fenómeno, en términos de solo dos variables, la presión y la entalpía.

Como resultado de este proceso se obtienen finalmente, dos ecuaciones diferenciales parciales con coeficientes funcionales cuya resolución solo es posible con métodos numéricos, dada la complejidad que reviste cada una de las expresiones.

Desde el punto de vista práctico, el presente trabajo permitirá disponer de una herramienta matemática adecuada para el estudio de las localidades de un campo geotérmico en donde exista un flujo unidimensional de fluidos. Esto normalmente ocurre en yacimientos en medios fracturados, en los que existen direcciones preferenciales de flujo en virtud de los factores geológicos que determinan su comportamiento hidráulico.

Si se toma en cuenta que los planos de falla, a través de los cuales fluyen el agua y el vapor, son ocupados por material poroso, brechas y arcillas producto de la trituración

de la roca fracturada, es fácilmente comprensible la razón por la que se ha utilizado un modelo de flujo unidimensional a través de un medio poroso, para el estudio local de los yacimientos fracturados.

El algoritmo fue concebido para su aplicación en las pruebas transitorias de presión utilizadas para evaluar la potencialidad de un yacimiento. Por tal motivo, y por limitaciones en el equipo de cómputo disponible, se optó por utilizar un método de diferencias finitas explícitas para resolver el sistema diferencial. Este método numérico impone serias limitaciones sobre la magnitud de los incrementos temporales y espaciales, a fin de asegurar la convergencia del algoritmo. No obstante, es adecuado para el modelado de pruebas transitorias de presión.

El uso de este algoritmo en la ejecución de simulaciones de mayor duración es formalmente posible, pero por las dimensiones de las zonas de flujo unidimensional de los yacimientos conocidos, el incremento temporal, necesario para que haya convergencia, puede resultar demasiado pequeño para efectuar análisis sobre la duración de la vida activa de un campo.

El enfoque seguido, dada la simplicidad de su geometría, resulta más útil para el estudio de las condiciones físicas locales de un conjunto de pozos geotérmicos, que para el modelado global de un campo, salvo cuando por peculiaridades geológicas, éste se comporte efectivamente como un yacimiento unidimensional.

1. INTRODUCCION.

Durante los últimos diez años se ha puesto de manifiesto la necesidad de dar un uso óptimo a los combustibles fósiles, dado su carácter no renovable. Esta situación ha estimulado la investigación y el interés público en las llamadas fuentes alternativas de energía entre las cuales la geotermia es una de las más prometedoras.

La fuente original de la energía geotérmica está constituida por el calor terrestre almacenado y generado en el interior del planeta. Por limitaciones tecnológicas, esta energía solo puede aprovecharse cuando se encuentra concentrada en áreas relativamente pequeñas (10 km²) y a profundidades de 500 a 2000 m de la superficie terrestre.

Además de la existencia de altas temperaturas (superiores a 180 ° C), es necesario que el sistema en estado natural disponga de fluidos que actúen como vehículo de transporte de calor. Esto requiere a su vez que el medio que lo contenga sea poroso y permeable.*

Los primeros usos de la energía geotérmica datan de tiempos antiguos, consistieron en el aprovechamiento directo del calor terrestre para cocinar o en baños de supueste valor terapéutico. Posteriormente el hombre aprendió a utilizar algunos productos químicos disueltos en las aguas termales.

La transformación de la geotermia en una fuente importante de energía se produjo a principios del presente siglo. En 1913 se estableció en Larderello, Italia, la primera planta generadora de electricidad utilizando turbinas impulsadas por el vapor geotérmico.

Más de veinte años después, en 1958, se estableció en Nueva Zelanda la segunda planta geotermoeléctrica y primera en aprovechar un campo productor de mezcla agua-vapor. A partir de entonces se han desarrollado estudios de factibilidad e instalación de plantas en diversos países: Italia, Nueva Zelanda, Japón, U.R.S.S., México, Nicaragua, El Salvador, Kenya, Etiopía, Filipinas, Indonesia, Chile, Turquía, E.E.U.U., etc.

En México, la primera planta geotermoeléctrica se estableció en Pathé, Hgo., pero fue de carácter experimental y en la actualidad se encuentra fuera de uso. Posteriormente se estableció otra en Cerro Prieto, Mexicali, B.C.N., un yacimiento productor de mezcla, que en la actualidad tiene una capacidad instalada de 180 Mw².

En el Eje Neovolcánico existen tres importantes yacimientos en medios fracturados, estos son: los Azufres, Mich., con una capacidad instalada de 25 Mw, los Humeros, Pue. y la Primavera, Jal., estos últimos en etapa de evaluación.

* Referencias al final del texto

En el territorio nacional existen alrededor de 350 localidades con potencial geotérmico que están siendo estudiadas por la Comisión Federal de Electricidad (CFE). Mediante el aprovechamiento de algunas de ellas se espera que para el año 2000, el país cuente con un potencial geotérmico instalado próximo a los 2000 Mw.

1.1 SISTEMAS HIDROTERMALES.

Se conoce con el nombre de zonas geotérmicas a algunas localidades de la corteza terrestre en las que existen flujos conductivos de calor de 4 a 15 veces superiores al promedio terrestre ($1.4 \text{ kcal}/(\text{cm}^2 \text{ seg } ^\circ\text{C})$). Estas pueden presentarse como zonas geopresurizadas, zonas de roca seca caliente y sistemas hidrotermales. Estos últimos son hasta la fecha los únicos aprovechables; se caracterizan por tener fluidos en movimiento, los que al escapar hacia la superficie terrestre provocan la aparición de manifestaciones termales, cuya intensidad va de cientos, a miles de $\text{kcal}/(\text{cm}^2 \text{ seg } ^\circ\text{C})$.

Los sistemas hidrotermales se clasifican en: yacimientos de vapor dominante y yacimientos de líquido, dependiendo de la fase que controla el gradiente hidrostático de presión. Aparte de esta clasificación existen otras, en función de las condiciones geológicas o la composición química de los fluidos.

En la mayoría de los yacimientos, los fluidos geotérmicos contienen sólidos disueltos, en proporciones que varían de 10 a 40 p.p.m. Cuando la salinidad es baja, el comportamiento termodinámico del sistema es representado adecuadamente por el diagrama de presión-entalpía del agua pura (Fig. 1).

Según resultados experimentales, todos los yacimientos conocidos presentan temperaturas inferiores a la del punto crítico. Los sistemas de líquido dominante se ubican en la región de líquido comprimido, mientras que los de vapor dominante pertenecen a la zona bifásica. Estas, que son las condiciones iniciales del yacimiento, pueden modificarse por efecto de la explotación, que se manifiesta como un despresionamiento del sistema.

1.2 DISTRIBUCION GEOGRAFICA DE LOS SISTEMAS HIDROTERMALES.

Los yacimientos hidrotermales de alta entalpía se localizan en zonas de vulcanismo reciente y en áreas de apertura de la corteza terrestre, coincidiendo con los bordes de algunas placas tectónicas. Usualmente la fuente de calor está constituida por un depósito magmático emplazado a profundidades someras de la corteza terrestre, desde donde transmite calor al agua meteórica que circula a través de fallas profundas (Fig. 2 y 3).

Los yacimientos hidrotermales de baja entalpía son

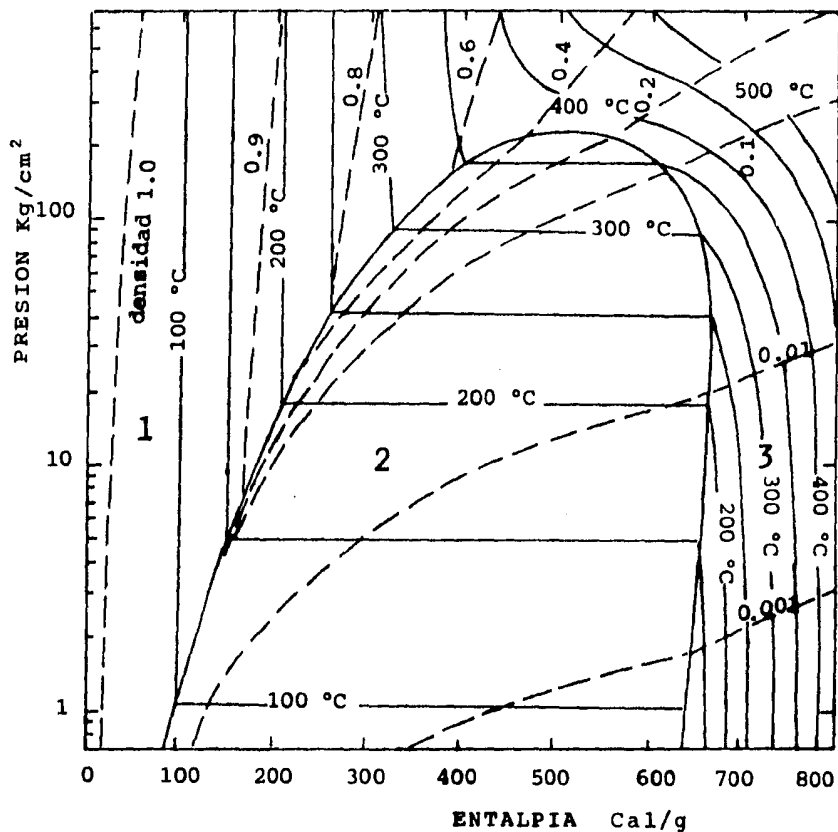


Figura 1.- Diagrama de presión-entalpía para agua pura y vapor, mostrando tres regiones termodinámicas debajo del punto crítico: 1 agua comprimida; 2 dos fases, vapor y agua; 3 vapor sobrecalentado (modificado de White, Muffler y Truesdell, 1971).

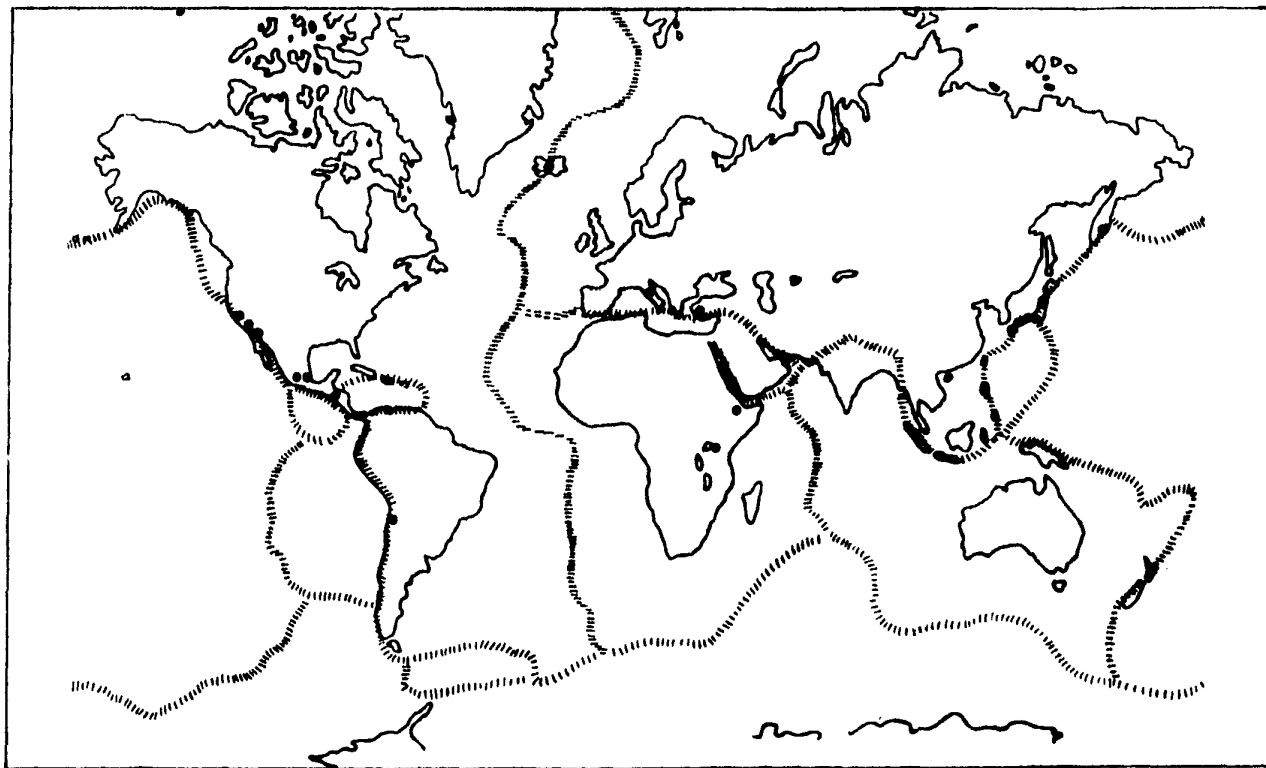
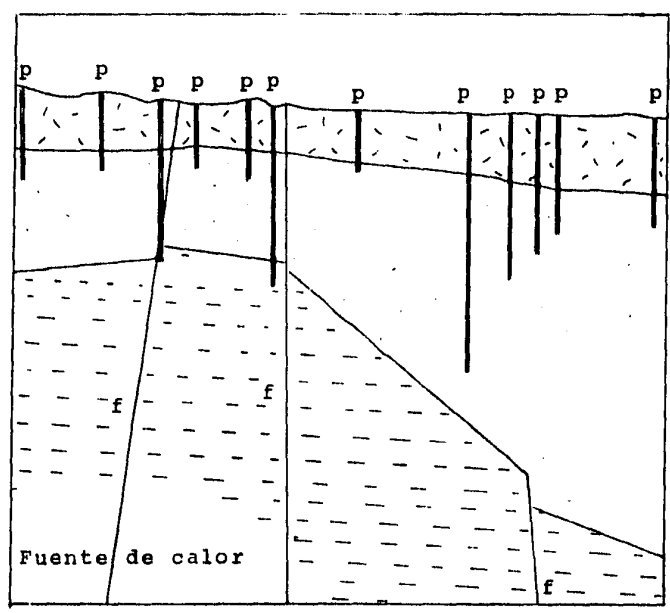


Figura 2.- Principales zonas de potencial geotérmico • ; límite de placas tectónicas
(tomado de Rybach y Muffler, 1981).






- f Fallas geológicas
- p Pozos geotérmicos
- Circulación de fluidos
-  Roca impermeable
-  Roca semi-permeable fracturada
-  Roca fracturada

Figura 3 .- Diagrama esquemático de un yacimiento geotérmico en un medio fracturado (modificado de Armstead, 1978).

mucho más abundantes, se encuentran en zonas de vulcanismo y tectónica antiguas. Por su baja temperatura normalmente no se utilizan en la generación eléctrica, sino para calefacción o en algunos procesos industriales.

En México, las zonas de mayor interés potencial se localizan en el Eje Neovolcánico, faja geológica que atraviesa el país en dirección este-oeste y en la que existe gran cantidad de manifestaciones termales asociadas con edificios volcánicos recientes (con edad menor a 10^4 años). Esta provincia fisiográfica se caracteriza por ser la zona más densamente poblada de la república, lo que hace de gran interés la generación geotermoeléctrica, ya que podría satisfacer las necesidades energéticas de poblaciones cercanas a las zonas de producción, con el consecuente ahorro que significaría el hacer innecesario el envío de la energía a comunidades distantes.

Otra zona de gran potencial es el noroeste de México, en particular la península de Baja California y la costa de Sonora. La carencia de ríos importantes en esta región impide la generación hidroeléctrica, por lo que la geotermia se torna en una alternativa viable para disminuir el consumo de hidrocarburos.

1.3 MOVIMIENTO DE FLUIDOS HIDROTERMALES.

En la mayoría de los yacimientos geotérmicos, los fluidos circulan a través de las fallas y fracturas de una matriz rocosa poco permeable; solo en casos excepcionales el transporte se efectúa a través de una matriz porosa. Sin embargo, los modelos matemáticos de yacimientos que parten de las ecuaciones de transporte de fluidos en un medio poroso, homogéneo e isotrópico tienen muchas aplicaciones en el estudio local de yacimientos geotérmicos en medios fracturados e inclusive se han utilizado para su modelado global. Desde luego que éstos también han sido empleados profusamente en el estudio de yacimientos en verdaderos medios porosos.

1.4 GENERALIDADES SOBRE MODELADO.

La confiabilidad de los resultados alcanzados con modelos determinísticos, dependen en gran medida de la fidelidad con la que las leyes de comportamiento de que se parte, sean una adecuada representación del sistema físico analizado.

El modelado se inicia con la conceptualización del fenómeno, de acuerdo con las leyes físicas y la experiencia. Posteriormente estos conocimientos se trasladan a su representación matemática, que suele ser muy compleja y requiere de hipótesis simplificadoras para ser resuelto. Si el nivel de complejidad impide la obtención de resultados analíticos, se recurre al uso de métodos numéricos.

La capacidad predictiva de los modelos permite calcular la magnitud de las reservas probadas, probables y potenciales de un yacimiento geotérmico, utilizando para ello las condiciones iniciales y de frontera determinadas por diversas ramas de la ingeniería.

A partir de simulaciones preliminares puede evaluarse la conveniencia de proseguir o suspender la explotación de un campo. Cuando se opta por la primera alternativa, los nuevos datos adquiridos se usan para mejorar el modelo y lograr predicciones más confiables, así como para comprobar las hechas con anterioridad.

1.5 MODELADO DE YACIMIENTOS GEOTERMICOS EN MEDIO POROSO.

Las publicaciones referentes al tema son abundantes, aunque en mucho menor grado que las enfocadas a yacimientos petroleros. Los modelos desarrollados pueden ser de dos tipos: de dimensión cero si sus parámetros dependen del tiempo pero no de la posición, o distribuidos, cuando son función de ambos.

El primer modelo de un sistema geotérmico monofásico, con parámetros distribuidos fue desarrollado en el año de 1973²² y posteriormente se utilizó para el estudio del campo geotérmico de Wairakei, N.Z.²⁴ Este comprendía el flujo de fluidos en un medio poroso bidimensional.

A partir de entonces se han desarrollado numerosos modelos de distintas características: flujo monofásico en dos dimensiones (una de ellas vertical)²⁷, flujo bifásico en dos dimensiones²⁸, flujo mono o bifásico bidimensional^{29,30,31,32,33,34,35}, etc., Al gunos de ellos ya han sido validados, proceso que consiste en comparar sus resultados con datos de campo reales y modelos analíticos³⁶.

No obstante su relativa simplicidad matemática, el modelado del flujo unidimensional de fluidos bifásicos en un medio poroso no había sido realizado con un enfoque específico para el estudio local de yacimientos fracturados. Esta labor fue emprendida por Suárez (1982 B) utilizando ecuaciones más generales que las de los modelos precedentes. La simplificación de éstas a partir de la técnica de Faust (1976) y la limitación del flujo a una sola dimensión, dan por resultado el modelo cuya implementación numérica se trata en este trabajo.

1.6 ANTECEDENTES DEL MODELADO DE YACIMIENTOS HIDROTERMALES EN MEXICO.

El campo geotérmico de Cerro Prieto, B.C.N. es uno de los pocos ejemplos de sistema hidrotermal en medio poroso que existen en el mundo. Su explotación se inició en 1968 y en la actualidad cuenta con 180 pozos distribuidos en tres secciones,

por lo que la cantidad de datos de producción y desarrollo es enorme. Esto, unido al considerable desarrollo alcanzado por los modelos de yacimiento en medio poroso, han facilitado la realización de diversos intentos de simulación matemática del sistema. El más reciente estuvo a cargo del Departamento de Evaluación de Yacimientos de la CFE, institución encargada de la generación geotermoeléctrica en México. El modelo utilizado se denomina SHAFT 79¹² y en la actualidad sus resultados se están analizando.

El campo geotérmico de los Azufres, Mich. es actualmente el más importante de los yacimientos ubicados en el Eje Neovolcánico y el único en explotación. Se trata de un campo de líquido dominante en el que el flujo de fluidos se produce a través de un sistema de fracturas intersectadas¹⁰. También es posible la circulación de fluidos a través del contacto geológico entre distintas unidades litológicas y en mucho menor medida mediante la porosidad primaria de la roca.

El modelado de este campo siguiendo el método de medio poroso equivalente se ha realizado en dos ocasiones, a través de contratos entre la CFE y las compañías Electroconsult (E LC) de Milán, Italia¹¹ y Hidrotec de México¹².

Adicionalmente existe un tercer modelo, desarrollado mediante un convenio con el Instituto de Ingeniería de la UNAM, en el que acertadamente se trata al yacimiento como un medio fracturado.

La gran cantidad de información geológica, geofísica y de yacimientos, obtenida después de estos primeros intentos, justifica la realización de un nuevo estudio. Este incluye un nuevo modelado en el que se aplicará el modelo SHAFT 79 y el método geométrico MINC¹³ para el tratamiento de medios fracturados. Los primeros resultados de éste, que será el mayor esfuerzo en su tipo efectuado en México, se esperan a principios de 1985.

Dentro de este contexto, la utilidad a corto plazo de esta tesis, consistirá en servir como medio de comparación local entre los resultados de cada uno de los modelos, en particular el último, y los datos de campo. También se plantea su uso para la determinación de parámetros necesarios para la aplicación de modelos más complejos. Esto último se logrará mediante su aplicación en pruebas de presión, interferencia, permeabilidad y reinyección descritas en el apéndice C.

Adicionalmente, el modelo debe ajustarse a la capacidad de cómputo del Departamento de Evaluación de la CFE en Morelia, Mich., para que su accesibilidad sea inmediata. Esta se limita a una microcomputadora Apple II Plus, con capacidad de memoria de 64 kbytes.

2. PLANTEAMIENTO DEL MODELO.

En esta sección se describe brevemente el modelo matemático cuya implementación numérica y aplicación se presentan en capítulos subsecuentes. Una deducción detallada se incluye en los apéndices A y B, por lo que aquí, solo se trata el tema de modo muy general; de esta manera se ha pretendido facilitar la comprensión de la técnica seguida, enfatizando las aplicaciones prácticas de la misma.

2.1 MODELO CONCEPTUAL.

El sistema físico estudiado consiste en un fluido bifásico circulando a través del material poroso que ocupa un espacio interfractura. Este último delimitado por dos placas paralelas constituidas por roca poco permeable y depósitos de material sellado por depositaciones de los fluidos hidrotermales. Adicionalmente, el flujo se considera paralelo a las caras rocosas, pero no necesariamente horizontal. La existencia de los pequeños aportes de fluidos que entran al sistema a través de la matriz rocosa se toman en cuenta por medio de términos de extracción e inyección de fluido.

Esquemáticamente, este sistema puede representarse como un paralelepípedo regular en cuyo interior existe material poroso por el que circula un fluido bifásico en dirección paralela a sus caras (Fig. 4).

2.2 MODELO MATEMATICO.

Su deducción se realiza a partir de las leyes de conservación de masa, momento y energía. Estas, aplicadas al estudio del flujo de fluidos en un medio poroso permiten deducir las siguientes ecuaciones de gobierno (apéndice A):

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_i S_i F) + \text{div} (R_i S_i F \bar{u}_i) = \epsilon_i + \pi_{ii} \quad 1$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [R_r (1 - F)] + \text{div} (R_r (1 - F) \bar{u}_r) = 0 \quad 2$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_i S_i \epsilon_i F) + \text{div} (R_i \epsilon_i S_i F \bar{u}_i) + \frac{\bar{u}_i - \bar{u}_i}{2} (\pi_{ii} + \epsilon_i) = \sigma_i \text{div} \bar{v} \bar{u}_i S_i F + q_i \quad 3$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_r (1-F) \epsilon_r) + \text{div} (R_r (1-F) \epsilon_r \bar{u}_r) = \sigma_r \text{div} \bar{v} \bar{u}_r (1-F) + q_r \quad 4$$

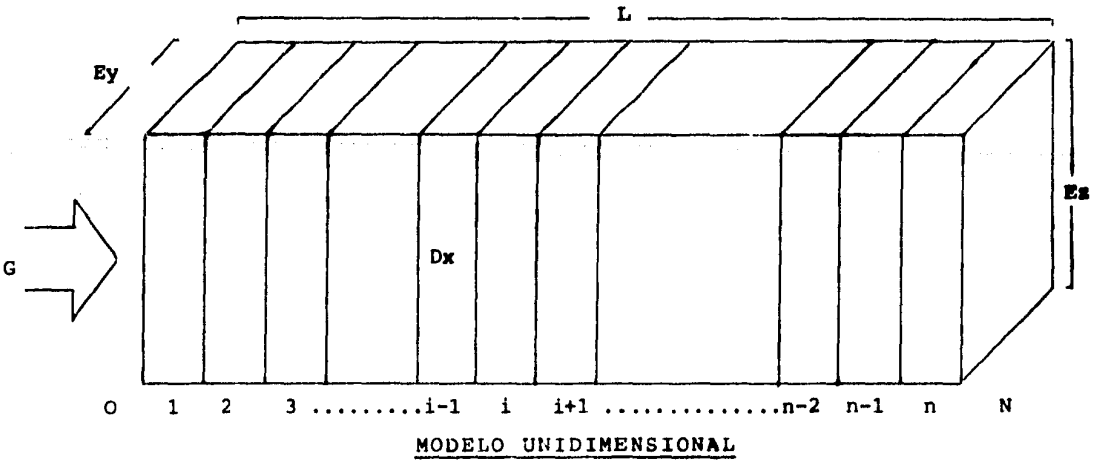
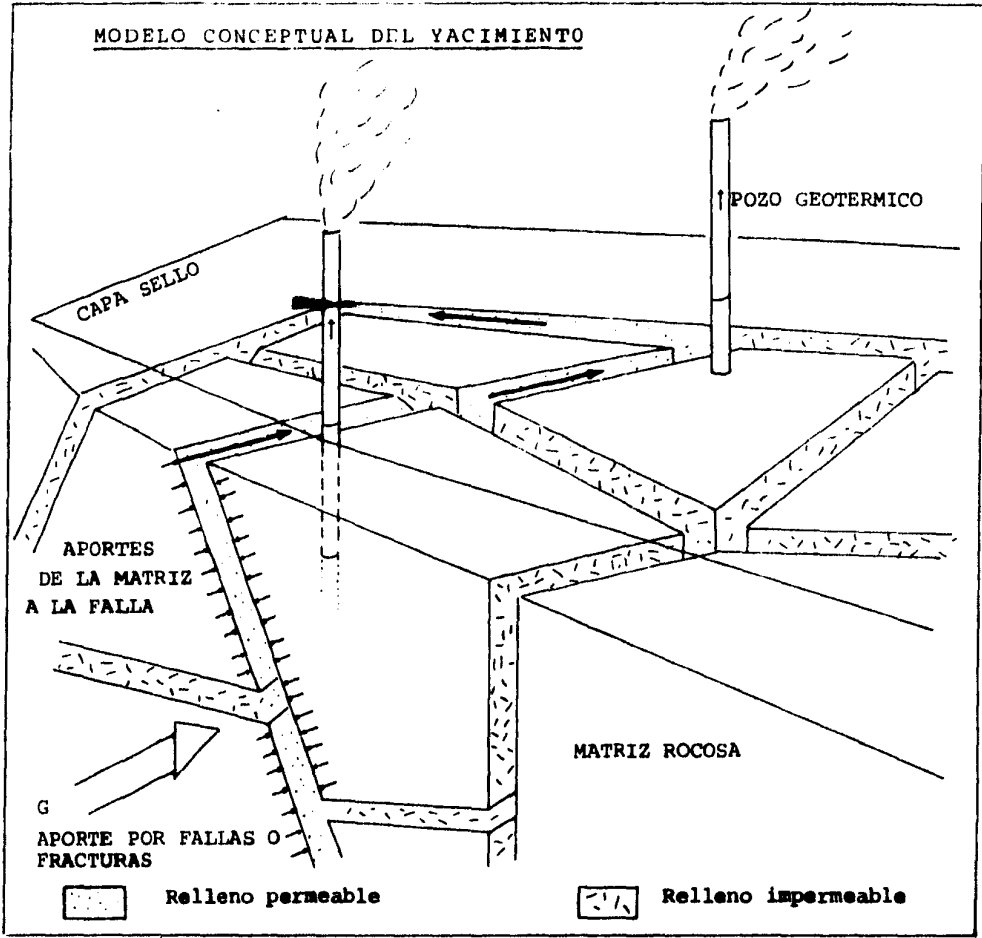


Figura 4.- Modelo conceptual y representación esquemática del flujo bifásico unidimensional de fluidos geotérmicos a través de un medio poroso.

El significado de cada uno de los términos se indica en la sección de nomenclatura del presente trabajo, en tanto que una deducción de las ecuaciones puede consultarse en el apéndice A, en el que aparecen con los números A23, A24, A25 y A26.

Combinando las ecuaciones anteriores con las leyes de la termodinámica y las de comportamiento del fluido viscoso, el sistema se reduce a solo dos ecuaciones diferenciales, las cuales mediante adecuados cambios de variable pueden reescribirse como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (R F) - K \bar{v} \left[\left(\frac{R_1 - K_1}{v_1} + \frac{R_2 - K_2}{v_2} \right) \bar{v} P - \left(\frac{R_1^* - K_1}{v_1} + \frac{R_2^* - K_2}{v_2} \right) \bar{g} \right] = G \quad 5$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R F H + (1-F) R_r H_r) - K \bar{v} \left[\left(\frac{R_1 K_1 H_1}{v_1} + \frac{R_2 K_2 H_2}{v_2} \right) \bar{v} P - \left(\frac{R_1^* K_1 H_1}{v_1} + \frac{R_2^* K_2 H_2}{v_2} \right) \bar{g} \right] = H_1 \pi_1 + H_2 \pi_2 - K_M \bar{v} \bar{v} T \quad 6$$

(ecuaciones A42 y A43)

Utilizando la técnica de regresión por mínimos cuadrados y las tablas de vapor, Faust (1976), sugiere el uso de la presión y la entalpía como variables independientes para el cálculo de las siguientes dependencias funcionales:

$F(P)$, $R_1(P,H)$, $T_1(P,H)$, $v_1(T_1)$, $H_r(T)$, $S_1(P,H)$, $K_1(S_1)$ y $H_1(P)$

7

La forma explícita de cada una de estas funciones, calculadas por Suárez, 1982, siguiendo esta técnica, se incluyen en la tabla A1 del apéndice A.

Combinando las ecuaciones 5, 6 y 7, y aplicando la regla de la cadena, se obtiene un sistema equivalente dado por:

$$D_1 \frac{\partial P}{\partial t} + D_2 \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial P} |\bar{v} P| + \frac{\partial Z}{\partial H} \bar{v} H \bar{v} P + z \Delta P - \frac{\partial Z_r}{\partial P} \bar{g} \bar{v} P - \frac{\partial Z_r}{\partial H} \bar{g} \bar{v} H + \frac{G}{K} \quad 8$$

$$\begin{aligned}
 E_1 \frac{\partial P}{\partial t} + E_2 \frac{\partial H}{\partial t} &= E_3 |\bar{v}P|^2 + E_4 \bar{v}H \bar{v}P + E_5 \Delta P + \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} |\bar{v}H|^2 + \\
 + \frac{\partial T}{\partial H} \Delta H - \frac{K}{K_M} \frac{\partial z_{rH}}{\partial P} \bar{v}P - \frac{K}{K_M} \frac{\partial z_{rH}}{\partial H} \bar{g} \bar{v}H + \frac{G}{K_M} & \quad 9
 \end{aligned}$$

(ecuaciones A55 y A56)

en las que el significado de cada término se especifica en el apéndice A (ecuaciones A57 a A63).

Mediante manipulaciones algebraicas, las ecuaciones 8 y 9 permiten encontrar dos formulaciones diferenciales separadas, una para la presión y otra para la entalpía. Estas son:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P}{\partial t} &= A_1 |\bar{v}P|^2 + A_2 \bar{v}H \bar{v}P + A_3 \Delta P - A_4 |\bar{v}H|^2 - \\
 - A_5 H + A_6 - A_7 \bar{g} \bar{v}P - A_8 \bar{g} \bar{v}H & \quad 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial t} &= B_1 |\bar{v}P|^2 + B_2 \bar{v}H \bar{v}P + B_3 \Delta P - B_4 |\bar{v}H|^2 - \\
 - B_5 H + B_6 - B_7 \bar{g} \bar{v}P - B_8 \bar{g} \bar{v}H & \quad 11
 \end{aligned}$$

(ecuaciones A66 y A67)

en donde los coeficientes son no lineales de la forma funcional

$$\begin{aligned}
 A_j &= A_j(P, H) \\
 B_j &= B_j(P, H) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, 8.
 \end{aligned}$$

y su fórmula explícita se muestra en las ecuaciones A68 a A85.

Nótese que los coeficientes funcionales de las ecuaciones 10 y 11 comprenden no solo las ecuaciones constitutivas mostradas en la tabla A1, sino también sus derivadas. Estas se calculan directamente de las funciones construidas mediante la regresión por mínimos cuadrados, sin que hasta la fecha exista una justificación rigurosa de la corrección de este procedimiento, salvo por los satisfactorios resultados obtenidos con la aplicación de modelos construidos de este modo¹⁰.

2.3 SIMPLIFICACION DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRESION Y ENTALPIA PARA EL CASO DE FLUJO UNIDIMENSIONAL.

Debido a que el interés del modelo se centra en el estudio de un yacimiento o en parte del mismo, en el que el flujo

de fluidos es unidimensional (no necesariamente horizontal), puede pensarse en un sistema coordenado tal que el eje de las abscisas coincide con la dirección de flujo. Bajo estas condiciones, las ecuaciones 10 y 11 se transforman en:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} = & A_1 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + A_2 \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} + A_3 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - A_4 \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 - A_5 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + A_6 - \\ & - A_7 C_g \frac{\partial P}{\partial x} - A_8 C_g \frac{\partial H}{\partial x} \end{aligned} \quad 13$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} = & B_1 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + B_2 \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} + B_3 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - B_4 \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 - B_5 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + B_6 - \\ & - B_7 C_g \frac{\partial P}{\partial x} - B_8 C_g \frac{\partial H}{\partial x} \end{aligned} \quad 14$$

donde el término C_g corresponde a la componente de la aceleración gravitacional en la dirección de flujo,

$$C_g = |\bar{g}| \cos \theta$$

θ = Angulo formado entre el eje x y el vector de aceleración gravitacional

2.4 FORMULACION DE LAS ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS.

De los múltiples esquemas numéricos existentes para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales¹⁰, el de diferencias finitas explícitas se consideró el más conveniente, tanto por su simplicidad, como por limitaciones en el equipo de cómputo disponible.

La eficacia del método seleccionado, solo podrá analizarse a partir de los resultados que se obtengan de la aplicación del modelo a datos reales.

Arbitrariamente se decidió utilizar una diferencia finita central para la dimensión espacial y una hacia adelante para la temporal.

Observando que las ecuaciones 13 y 14 son similares salvo por el miembro izquierdo y los coeficientes, ambas pueden escribirse simplificadamente como:

$$\begin{aligned} \frac{Y(i) - Y(i-1)}{\Delta t} = & N_1 \left(\frac{P(i) - P(i-1)}{2 \Delta x} \right)^2 + N_2 \frac{H(i) - H(i-1)}{2 \Delta x} - \frac{P(i) - P(i-1)}{2 \Delta x} + \\ & + N_3 \frac{P(i) - 2P(i-1) + P(i-1)}{(\Delta x)^2} - N_4 \left(\frac{H(i) - H(i-1)}{2 \Delta x} \right)^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - N_8 \frac{H_{(i+1)} - 2 H_{(i)} + H_{(i-1)}}{(Dx)^2} + N_8 - \\
 & - N_7 C_g \frac{P_{(i+1)} - P_{(i-1)}}{2 Dx} + N_8 C_g \frac{H_{(i+1)} - H_{(i-1)}}{2 Dx} \quad 16
 \end{aligned}$$

en donde:

Dt = Incremento temporal

Dx = Incremento espacial

N_j , $j = 1, 2, \dots, 8$. = Coeficiente que representa a A_j o B_j según se trate de la ecuación de la entalpía o de la presión

$Y_{(i)}^t$ = Variable muda que puede representar a la presión (o la entalpía) en la celda i al tiempo t

Haciendo los cambios de variable siguientes:

$$Y_{(i)}^{t+1} = Y_{(i)}^t$$

$$Y_{(i)}^t = X_{(i)}$$

$$\frac{Dt}{(Dx)^2} = \delta$$

el algoritmo unidimensional explícito que constituye el núcleo del modelo numérico desarrollado puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
 Y_{(i)} = X_{(i)} + \frac{\delta}{4} & \left[N_1 (P_{(i+1)} - P_{(i-1)}) + N_2 (H_{(i+1)} - H_{(i-1)}) (P_{(i+1)} - P_{(i-1)}) + \right. \\
 & + 4 N_3 (P_{(i+1)} - 2 P_{(i)} + P_{(i-1)}) - N_4 (H_{(i+1)} - H_{(i-1)})^2 - \\
 & \left. - 4 N_5 (H_{(i+1)} - 2 H_{(i)} + H_{(i-1)}) \right] + Dt N_6 - \\
 & - N_7 \frac{Dt}{2 Dx} C_g (P_{(i+1)} - P_{(i-1)}) - N_8 C_g \frac{Dt}{2 Dx} (H_{(i+1)} - H_{(i-1)}) \quad 17
 \end{aligned}$$

2.5 CONDICIONES INICIALES.

Las condiciones iniciales están constituidas por los valores supuestos, medidos o calculados para cada uno de los parámetros al comienzo del modelado (simulación).

En el algoritmo que aquí se presenta, estos son los siguientes: presión, entalpía y gasto másico iniciales del fluido, cuyos valores se pueden considerar variables espaciales con distinto valor en cada una de las celdas en las que se divide el yacimiento.

También se consideran como variables espaciales las siguientes propiedades iniciales del sistema: porosidad y permeabilidad intrínseca.

Por otra parte, las características de la roca; compresibilidad, densidad, calor específico y coeficiente de dispersión térmica, se consideran constantes tanto temporal como espacialmente.

Las características geométricas del yacimiento; ancho (E_y), espesor (E_z) y longitud (L), así como los incrementos temporales (Dt) y espaciales (Dx), también se consideran constantes. Estos últimos deben cumplir la desigualdad

$$\frac{Dt}{(Dx)^2} < 0.6,$$

lo que según corridas de prueba del programa, asegura la convergencia del algoritmo para condiciones cuasi-estacionarias (para tiempos largos después de iniciada la explotación).

2.6 CONDICIONES DE FRONTERA.

Son valores auxiliares de presión y entalpía asignados a los extremos del yacimiento con el fin de poder calcular numéricamente las propiedades del sistema y su evolución en las fronteras (celdas o y n respectivamente).

Se determinan a partir de las condiciones físicas y geológicas de los cuerpos que delimitan al yacimiento, aunque con frecuencia éstas son desconocidas y deben deducirse mediante simulaciones numéricas de prueba, lo que constituye otra utilidad de las técnicas de modelado.

Las condiciones de frontera de mayor interés son las siguientes:

Frontera impermeable: Corresponde geotérmicamente a una recarga de fluidos nula.

Frontera permeable: Se produce cuando la recarga de fluidos en el yacimiento es limitada.

Frontera infinita : Corresponde a una recarga ilimitada (muy grande para fines prácticos), caso que se produce aproximadamente al modelar pozos aislados dentro de un yacimiento de muy alta permeabilidad.

En cada caso, las expresiones para la presión y la entalpía adoptan una forma particular, en función de otros parámetros del sistema y del número de fases del fluido.

El algoritmo desarrollado permite asignar de forma independiente, las condiciones de frontera en cada uno de los extremos del yacimiento. La forma explícita de éstas se muestra enseguida (deducidas en el apéndice B).

FRONTERA PERMEABLE.

Presión para flujo monofásico (ecuaciones B3 y B4).

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} - \frac{v G D x}{R A K} + R C_g D x \quad 18$$

$$P_{(0)} = P_{(1)} + \frac{v G D x}{R A K} - R C_g D x \quad 19$$

Presión para flujo bifásico (ecuaciones B7 y B8).

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + (K A C_g (z_1 R_1 + z_2 R_2) - G) \frac{D x}{z A K} \quad 20$$

$$P_{(0)} = P_{(2)} - (K A C_g (z_1 R_1 + z_2 R_2) - G) \frac{2 D x}{z A K} \quad 21$$

FRONTERA IMPERMEABLE.

Presión para flujo monofásico (ecuaciones B17 y B18).

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + R C_g D x \quad 24$$

$$P_{(0)} = P_{(1)} - R C_g D x \quad 25$$

Presión para flujo bifásico (ecuaciones B19 y B20).

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + \frac{C_g D x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad 26$$

$$P_{(0)} = P_{(1)} - \frac{C_g D x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad 27$$

FRONTERA INFINITA (P_n y P_o constantes).

Presión para flujo monofásico (ecuaciones B25 y B 26).

$$P_{(n+1)} = P_n + R C_g D_x \quad 28$$

$$P_{(o)} = P_o - R C_g D_x \quad 29$$

Presión para flujo bifásico (ecuaciones B27 y B28).

$$P_{(n+1)} = P_n + \frac{C_g D_x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad 30$$

$$P_{(o)} = P_o - \frac{C_g D_x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad 31$$

ENTALPIA.

ENTALPIA PARA FLUJO MONOFASICO (ecuaciones B11 y B12).

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + \left[(T_{(n)} - T_{(n-1)}) - \frac{\partial T}{\partial P} (P_{(n+1)} - P_{(n)}) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad 32$$

$$H_{(o)} = H_{(1)} - \left[(T_{(2)} - T_{(1)}) - \frac{\partial T}{\partial P} (P_{(1)} - P_{(o)}) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad 33$$

ENTALPIA PARA FLUJO BIFASICO (ecuaciones B14 y B15).

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + \left[(S_{(n)} - S_{(n-1)}) - \frac{\partial S}{\partial P} (P_{(n+1)} - P_{(n)}) \right] \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad 34$$

$$H_{(o)} = H_{(1)} - \left[(S_{(2)} - S_{(1)}) - \frac{\partial S}{\partial P} (P_{(1)} - P_{(o)}) \right] \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad 35$$

La forma particular que adoptan estas ecuaciones para fronteras permeables, impermeables o infinitas, se obtiene substituyendo los valores de presión $P_{(n+1)}$ y $P_{(o)}$ correspondientes a cada caso.

2.7 VARIABLES CALCULADAS POR EL MODELO.

A partir de las condiciones iniciales y de frontera, el algoritmo desarrollado permite calcular la presión y la entalpía del sistema en cada celda, con incrementos temporales de magnitud Δt . Con estos valores y las ecuaciones constitutivas se calculan además las variables siguientes:

Para cada
fase i

Entalpía (H_i)
Viscosidad (ν_i)
Densidad (R_i)
Saturación (S_i)
Permeabilidad relativa (K_i)
Temperatura (T)
Porosidad (F)
Calidad de la mezcla (X)

en cada una de las celdas en que se divide el yacimiento.

3. DESCRIPCION DEL PROGRAMA.

El algoritmo utilizado para la resolución de las ecuaciones 10 y 11 está escrito en el lenguaje de programación FORTRAN IV tal como se maneja en el microprocesador Apple II Plus' .

El método numérico consta de dos programas distintos, uno de ellos denominado PARAML (lectura de parámetros), tiene como finalidad la formación de un archivo de datos iniciales y condiciones de frontera, en tanto que el otro, de nombre MODMAT, corresponde propiamente al modelo matemático del yacimiento unidimensional.

3.1 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA PARAML.

Consta de un programa principal (PARAML) y las subrutinas PUNTOS, PUNTO6, TITL Y FRONT.

La introducción de datos para la formación del archivo se realiza en forma interactiva, a través de un teclado con pantalla, utilizando la subrutina PUNTOS con el fin de indicar el comienzo de la lectura de cada grupo de datos. Asimismo es posible obtener una impresión en teletipo del archivo generado, para lo que se utilizan las subrutinas PUNTO6 y TITL (título).

La subrutina FRONT (Frontera) contiene una serie de claves numéricas correspondientes a distintas condiciones de frontera. Estas se asignan por separado a cada uno de los extremos del yacimiento siguiendo también un método interactivo.

DIAGRAMA DE FLUJO Y DESCRIPCION DEL PROGRAMA PARAML.

El programa PARAML se ejecuta de acuerdo al diagrama de flujo simplificado que se muestra en la figura 5.

El funcionamiento de cada uno de los bloques que lo constituyen es el siguiente:

Bloque	Función
A	Proposiciones no ejecutables, nombre del programa y declaraciones de tipo
B	Decisión para determinar si se desea leer datos de un archivo ya existente en un dispositivo periférico de memoria (disco # 9), o se creará uno nuevo

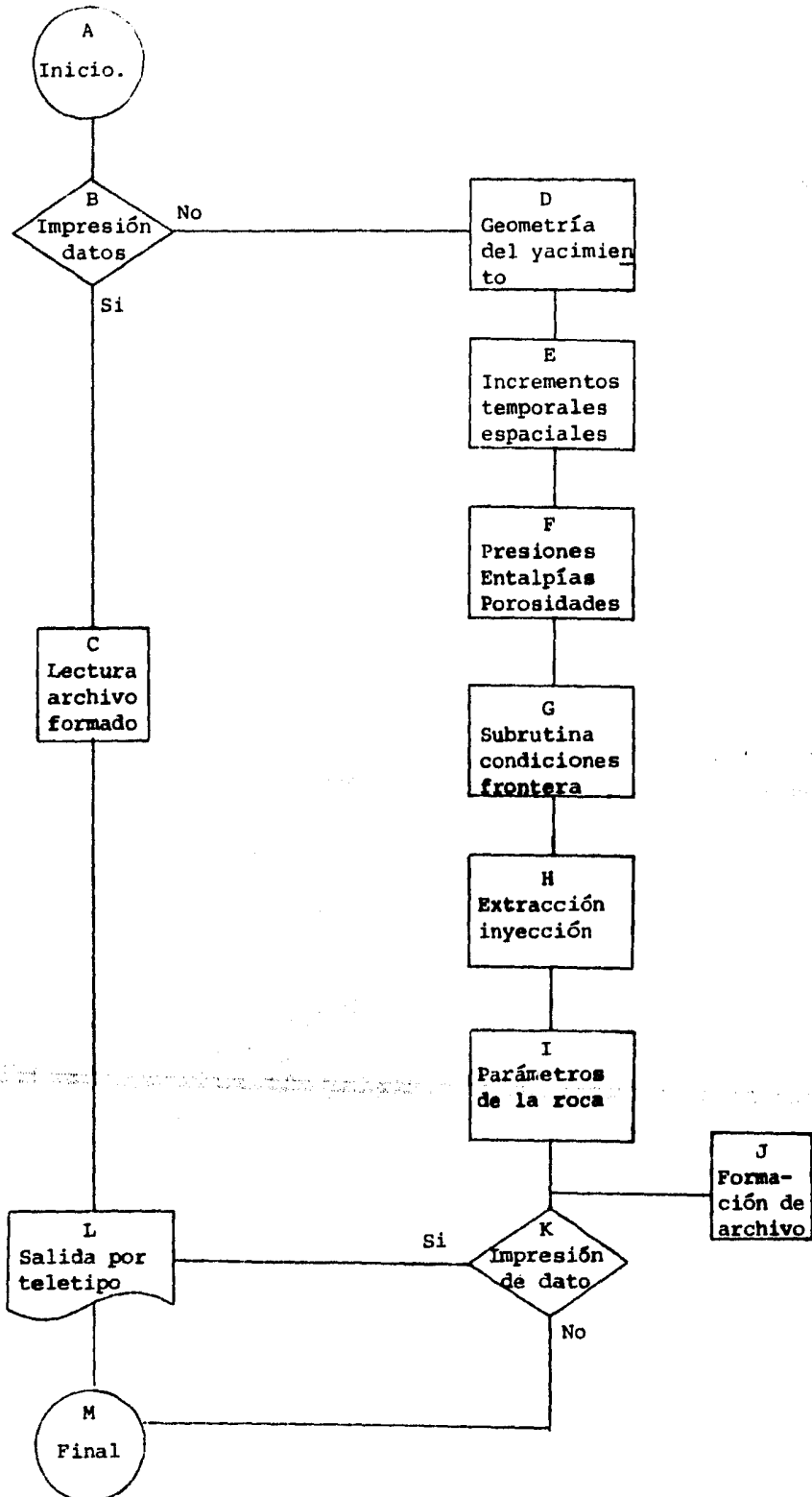


Figura 5.- Diagrama de flujo del programa PARAML para la formación del archivo de datos iniciales.

- C Si el archivo ya existe, se ejecuta la lectura desde el dispositivo periférico de memoria
- D Si el archivo no existe, se debe efectuar la introducción manual de datos, comenzando por las características geométricas del yacimiento, L, E_y, E_z, 6
- E Se introduce el incremento temporal y a partir de él se determina el incremento espacial (número de celdas en que se divide el yacimiento), cuidando que el cociente $Dt/(Dx)^2$ sea menor que 0.6
- F Se introducen los valores iniciales de presión P, entalpía H, porosidad F y permeabilidad intrínseca K, para cada celda
- G Llamada a la subrutina de condiciones de frontera. Se consideran dos extremos (o y n) por separado. La subrutina realiza la asignación interna de las siguientes claves: impermeable = 0, permeable = 1, infinita = 2
- H Se introducen los valores de gasto másico de fluido extraído o reinyectado en cada celda, siguiendo la convención: inyección = valor positivo, extracción = valor negativo
- I Se introducen los parámetros físicos de la roca, todos ellos considerados uniformes en el yacimiento. Compresibilidad B, densidad de la roca R, calor específico C, y coeficiente de dispersión térmica K_m
- J Se genera el archivo de datos iniciales y condiciones de frontera en el disco # 9
- K Se pregunta si se desea una impresión del archivo a través del teletipo

- L Se efectúa la impresión utilizando las subrutinas TITL y PUNTO6
- M Si no se desea la impresión por teletipo, el programa termina

3.2 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA MODMAT.

Se ejecuta en forma interactiva; el programa comienza con la lectura automática del archivo de datos iniciales y condiciones de frontera, y la introducción manual de los requisitos para impresión de las salidas de datos y límite máximo de incrementos temporales. Posteriormente continúa su funcionamiento automático, proporcionando datos periódicos de las variables simuladas. Estas son registradas en disco e impresas por teletipo.

DIAGRAMA DE FLUJO Y DESCRIPCION DEL PROGRAMA MODMAT.

Su ejecución se realiza de acuerdo con el diagrama de flujo que se muestra en la figura 6; se compone de un programa principal (MODMAT) y las siguientes subrutinas:

Nombre	Función
TERMON	Calcula las condiciones termodinámicas y los parámetros: temperatura, densidad, viscosidad y saturación de cada fase a partir de la presión y la entalpía
SCRIBA	Auxiliar en la impresión de textos y resultados a través del teletipo. También genera el archivo de resultados en el disco # 9
ECDIFE	Calcula la presión y la entalpía para un tiempo $t + Dt$, a partir de las condiciones termodinámicas, sus derivadas en el tiempo t y las condiciones de frontera
DERIVA	Calcula las derivadas de los parámetros: temperatura, densidad, viscosidad y saturación, que forman parte de los coeficientes funcionales A_j y B_j ($j = 1, 2, \dots, 8$) de las ecuaciones de la presión y la entalpía

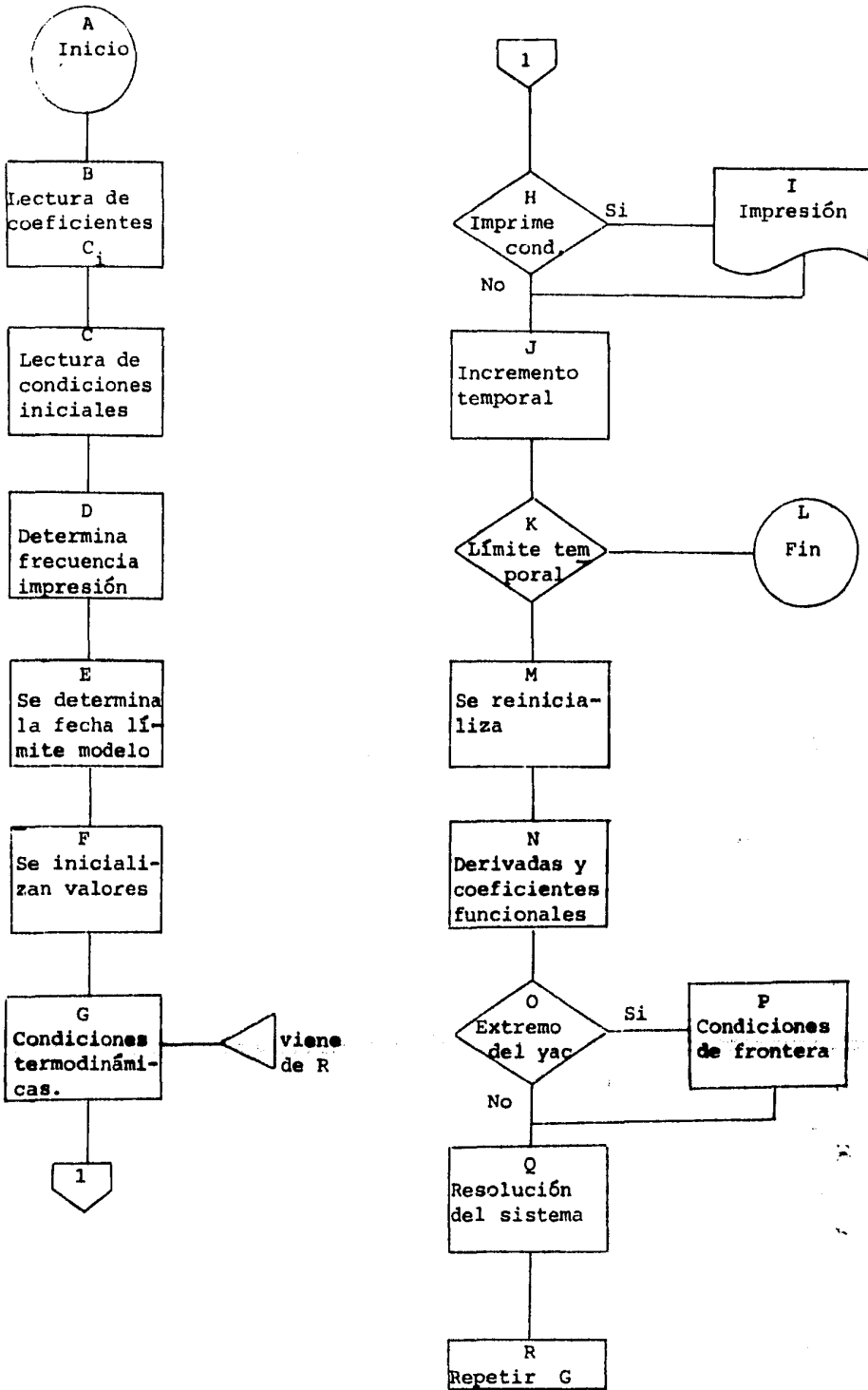


Figura 6.- Diagrama simplificado de flujo del programa MODMAT.

- FRONTO Calcula la presión y la entalpía del yacimiento en el extremo o, de acuerdo con la condición de frontera correspondiente
- FRONTN Calcula la presión y la entalpía del yacimiento en el extremo n, de acuerdo con la condición de frontera correspondiente.

La descripción de cada uno de los bloques que forman el programa es la siguiente:

Bloque	Función
A	Proposiciones no ejecutables, declaraciones de tipo y de variables comunes
B	Lectura de los coeficientes C_i de las ecuaciones constitutivas, auxiliares en el cálculo de condiciones termodinámicas y variables dependientes
C	Lectura del archivo de condiciones iniciales y de frontera
D	Determinación de la frecuencia de impresión de resultados, dependiendo del valor del incremento temporal
E	Determinación de la fecha límite de la simulación a través del número máximo de iteraciones temporales
F	Se fijan los valores de saturación residual para cada fase y las presiones en cada frontera, previendo el caso de que se tenga un yacimiento infinito.
G	Se calculan las condiciones termodinámicas y las variables dependientes usando las ecuaciones constitutivas, los coeficientes C_i (bloque B) y las condiciones iniciales (bloque C)

- H Se decide si de acuerdo con los datos del bloque D, corresponde imprimir las condiciones termodinámicas y las variables dependientes
- I Ejecución de la subrutina de impresión (SCRIBA)
- J Se realiza el incremento temporal
- K Se analiza si ya se ha llegado al número máximo de iteraciones, de acuerdo con los datos del bloque E
- L En caso de que se haya alcanzado el máximo número de iteraciones el programa se da por terminado
- M Si todavía no se alcanza el máximo número de iteraciones, se vuelven a inicializar los datos para poder continuar el cálculo de presiones y entalpías
- N Se calculan las derivadas de las funciones constitutivas y los coeficientes funcionales A_j y B_j
- O Se analiza se se requieren o no las condiciones de frontera para el cálculo de la presión y la entalpía en el tiempo $t+Dt$, dependiendo de si se está o no en un extremo del campo
- P Si se está en un extremo del campo se llama a la subrutina adecuada para el cálculo de las condiciones de frontera (presión y entalpía)
- Q Con los datos de presión y entalpía y los coeficientes funcionales ya calculados para el tiempo t , se procede a calcular estas variables para el tiempo $t+Dt$

R El programa se repite a partir del bloque
G

3.3 NOMENCLATURA DE LOS PROGRAMAS.

En la escritura de los programas PARAML y MODMAT, se trató de preservar la nomenclatura empleada para la deducción del modelo matemático. Solo algunas letras minúsculas fueron substituidas por la mayúscula correspondiente o se cambiaron los caracteres griegos por latinos (por ejemplo el caso de la viscosidad, que en el algoritmo se denota por ν en lugar de ν). Los operadores diferenciales fueron escritos bajo las siguientes convenciones:

Notación en el texto	Notación en el programa
$\frac{\partial z}{\partial P}$	DZP
$\frac{\partial^2 T}{\partial P^2}$	D2TP
$\frac{\partial^2 T}{\partial H \partial P}$	D2TPH

Siguiendo estas reglas de equivalencia puede observarse que cada una de las subrutinas del programa MODMAT consta de las siguientes ecuaciones:

Subrutina	Ecuaciones
TERMON	A87' y Tabla A1
ECDIFE	A88 a A155
DERIVA	17
FRONTO	B4, B8, B12, B15, B17, B20, B22 y B24.
FRONTN	B3, B7, E11, B14, B16, B19, B21 y B23

3.4 LISTADO DEL PROGRAMA PARAML.

```
PROGRAM PARAML
VERSION DEL 25-SEP-84
```

```
CHARACTER*1 R
CHARACTER*5 TI
REAL K,K1,KM,L,L1
COMMON/PARA/P(22),H(22),G(22),K(22),F0(22),
B,RO,CO,KM,L,EY,EZ,N,DT,DX,IFN,IF0,CG
```

```
CALL PUNTOS ()
```

```
WRITE(*, '(A$)') 'LECTURA INICIAL POR DISCO #9 ? <S/N>:'
READ(*, '(A1)') R
```

```
IF(R.EQ.'S') THEN
  OPEN(9, FILE=' #9:DATOS, INICIALS', STATUS='OLD')
  READ(9, 34) L, EY, EZ, N, DT, DX, B, RO, CO, KM, IFN, IF0, CG
  READ(9, 35) (P(I), H(I), F0(I), K(I), G(I), I=1, N)
  CLOSE(9, STATUS='KEEP')
  GOTO 111
ENDIF
```

```
WRITE(*, '(A$)') 'YACIMIENTO HORIZONTAL?'
READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') THEN
  HAO=0.0
  HAN=0.0
ELSE
  WRITE(*, '(A$)') 'ALTURA SNM DEL EXTREMO IZQUIERDO (F6.1)'
  READ(*, '(F6.1)') HAO
  WRITE(*, '(A$)') 'ALTURA SNM DEL EXTREMO DERECHO (F6.1)'
  READ(*, '(F6.1)') HAN
ENDIF
```

```
WRITE(*, '(A)') 'DIMENSIONES DEL CAMPO (EN M.--> F7.1)'
WRITE(*, '(A)') ' '
WRITE(*, '(A$)') 'LONGITUD HORIZONTAL : '
READ(*, 19) L1
WRITE(*, '(A$)') 'ANCHO : '
READ(*, 19) EY
WRITE(*, '(A$)') 'ESPESOR : '
READ(*, 19) EZ
L=SQRT((HAN-HAO)**2+L1**2)
CG=9.8*(HAN-HAO)/L
```

```
WRITE(*, '(A$)') 'INCREMENTO TEMPORAL (EN HORAS--> F5.1)'
READ(*, '(F5.1)') ALFA
DT=3600.0 * ALFA
```

```
ODP=L*L*B*DT
CON= SQRT ODP
```

```

WRITE(*,101) INT(CON)
WRITE(*,'(A*)') 'NUMERO DE ELEMENTOS A SIMULAR (I3) : '
READ(*,'(I3)') N
DX=L/REAL(N)

CALL PUNTOS ()

WRITE(*,'(A*)') 'PRESION INICIAL UNIFORME ? --> '
READ(*,'(A1)') R
WRITE(*,'(A)') ' '
WRITE(*,'(A)') 'PRESION INICIAL (PA.F10.1) : '
IF (R.EQ.'N') GOTO 3
READ(*,21) PI
DO 2 I=1,N
2 P(I)=PI
GOTO 5

3 DO 4 I=1,N
WRITE(*,22) I
4 READ(*,21) P(I)

5 CALL PUNTOS ()

WRITE(*,'(A*)') 'ENTALPIA INICIAL UNIFORME ? --> '
READ(*,'(A1)') R
WRITE(*,'(A)') ' '
WRITE(*,'(A)') 'ENTALPIA INICIAL (J/KG.F10.1) : '
IF (R.EQ.'N') GOTO 7
READ(*,21) HI
DO 6 I=1,N
6 H(I)=HI
GOTO 9

7 DO 8 I=1,N
WRITE(*,23) I
8 READ(*,21) H(I)

9 CALL PUNTOS ()

WRITE(*,'(A*)') 'POROSIDAD INICIAL UNIFORME ? --> '
READ(*,'(A1)') R
WRITE(*,'(A)') ' '
WRITE(*,'(A)') 'POROSIDAD INICIAL (%.F6.2) : '
IF (R.EQ.'N') GOTO 11
READ(*,24) FOI
DO 10 I=1,N
10 FO(I)=FOI/100.
GOTO 13

11 DO 12 I=1,N
WRITE(*,25) I
READ(*,24) FO(I)
12 FO(I)=FO(I)/100.

```



```

13 CALL PUNTOS ( )

WRITE(*, '(A*)') 'PERMEABILIDAD UNIFORME ? *-> '
READ(*, '(A1)') R
WRITE(*, '(A)') ' '
WRITE(*, '(A)') 'PERMEABILIDAD (M2.E8.2) : '
IF (R.EQ.'N') GOTO 15
READ(*,27) KI
DO 14 I=1,N
14 K(I)=KI
GOTO 17

15 DO 16 I=1,N
WRITE(*,26) I
16 READ(*,27) K(I)

17 CALL PUNTOS ( )

WRITE(*, '(A)') '>>> CONDICIONES EN LAS FRONTERAS >>> '
CALL COND (IFN,IF0) .

CALL PUNTOS ( )

WRITE(*, '(A)') 'EXTRACCION/INYECCION NO-NULAS EN LOS '
WRITE(*, '(A)') 'ELEMENTOS SIGUIENTES (KG/S.F7.1) : '
WRITE(*, '(A)') ' '
WRITE(*, '(A)') '(+) --> INYECCION : (-) --> EXTRACCION.'
WRITE(*, '(A)') ' '
DO 18 I=1,N
WRITE(*,28) I
18 READ(*,19) G(I)

CALL PUNTOS ( )

WRITE(*, '(A)') 'CARACTERISTICAS DE LA ROCA.'
WRITE(*, '(A)') ' '
WRITE(*, '(A*)') 'COMPRESIBILIDAD (1/PA.E10.4) : '
READ(*,29) B

WRITE(*, '(A*)') 'DENSIDAD DE ROCA (KG/M3.F6.1) : '
READ(*,30) R0

WRITE(*, '(A*)') 'CALOR ESPECIFICO ROCA (J/KG/C.F6.1) : '
READ(*,30) C0

WRITE(*, '(A*)') 'DISPERSION TERMICA (J/S/M/C.F4.2) : '
READ(*,31) KM

OPEN(9, FILE='*9:DATOS.INICIALS', STATUS='NEW')

WRITE(9,34) L,EY,EZ,N,DT,DX,B,R0,C0,KM,IFN,IF0,CG
WRITE(9,35) (P(I),H(I),F0(I),K(I),G(I),I=1,N)

```

CALL PUNTOS

```
WRITE(*, '(A$)') ' IMPRIMO PARAMETROS INICIALES ? '
READ(*, '(A1)') F
IF (R.EQ. N) GOTO 35
```

OPEN(6, FILE= PRINTER:)

CALL TITL ()

```
WRITE(6, '(A$)') '          LONGITUD DEL YACIMIENTO = '
WRITE(6, 19) L
WRITE(6, '(A$)') '          ANCHO DEL CAMPO = '
WRITE(6, 19) EY
WRITE(6, '(A$)') '          ESPESOR = '
WRITE(6, 19) EZ
WRITE(6, '(A$)') ' NUMERO DE ELEMENTOS A SIMULAR = '
WRITE(6, '(I2)') N
WRITE(6, '(A$)') '          INCREMENTO TEMPORAL = '
WRITE(6, 20) DT
DX=L/REAL(N)
WRITE(6, '(A$)') '          INCREMENTO ESPACIAL = '
WRITE(6, 20) DX
```

CALL PUNTOS ()

```
WRITE(6, '(A)') ' CARACTERISTICAS DE LA ROCA : '
WRITE(6, '(A)') '
WRITE(6, '(A$)') '          COMPRESIBILIDAD = '
WRITE(6, 29) B
WRITE(6, '(A$)') '          DENSIDAD DE LA ROCA = '
WRITE(6, 30) RO
WRITE(6, '(A$)') '          CALOR ESPECIFICO DE ROCA = '
WRITE(6, 30) CO
WRITE(6, '(A$)') '          DISPERSION TERMICA = '
WRITE(6, 31) KM
```

CALL PUNTOS ()

WRITE(6, 32)

```
WRITE(6, 33) (I, P(I)*1.E-5, H(I)*1.E-3, F0(I)*100., K(I), G(I), I=1, N)
```

CALL PUNTOS ()

```
19 FORMAT(F7.1)
20 FORMAT(F3.1)
21 FORMAT(F10.1)
22 FORMAT('P(', I2, ') : ')
23 FORMAT('H(', I2, ') : ')
24 FORMAT(F6.2)
25 FORMAT('F0(', I2, ') : ')
26 FORMAT('K(', I2, ') : ')
```

```

27 FORMAT(E8.2)
28 FORMAT( G( ,12. ) : )
29 FORMAT(E10.4)
30 FORMAT(F6.1)
31 FORMAT(F4.2)
32 FORMAT(1X, X ,3X, 'PRESION', 4X, 'ENTALPIA ,3X, 'POROSIDAD', 3X,
, 'PERMEABILIDAD', 3X, 'GASTOS', /, ' ', 3X, '(BAR)', 5X, '(KJ/KG)', 7X,
, '(%)', 10X, '(M2)', 8X, '(KG/S)', /)
33 FORMAT(I2, 1X, F9.4, 3X, F8.2, 5X, F6.2, 6X, E8.1, 6X, F7.1)
34 FORMAT(3F7.1, I2, 2F8.1, E10.4, 2F6.1, F4.2, 2I2, E15.5)
35 FORMAT(2F10.1, F6.4, E8.1, F7.1)

36 CLOSE(9, STATUS='KEEP')
101 FORMAT ('EL NUMERO DE ELEMENTOS DEBE SER MENOR DE:', I3)
END

```

```

SUBROUTINE PUNTOS ()
WRITE(*, '(A)')',.....'
WRITE(*, '(A)')' '
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PUNTO6 ()
WRITE(6, '(A)')',.....'
WRITE(6, '(A)')' '
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE COND(IFN, IF0)

```

```

CHARACTER*1 R

```

```

IFN=22

```

```

IF0=11

```

```

WRITE(*, '(A)')',.....'
WRITE(*, '(A)')' '
WRITE(*, '(A)')'--> EL YACIMIENTO LINEAL'
WRITE(*, '(A)')' IMPLICA DOS FRONTERAS : F0 Y FN.'
WRITE(*, '(A)')' '

```

```

WRITE(*, '(A)')'LA FRONTERA FN ES : '
WRITE(*, '(A$)')' IMPERMEABLE ? --> '
READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') IFN=0
IF(IFN.EQ.0) GOTO 1

```

```

WRITE(*, '(A$)')' PERMEABLE ? --> '
READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') IFN=1
IF(IFN.EQ.1) GOTO 1

```

```

WRITE(*, '(A$)')' INFINITA ? --> '

```

```

READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') IFN=2
1 WRITE(*, '(A)') 'LA FRONTERA F0 ES : '
WRITE(*, '(A$)') ' IMPERMEABLE ? --> '
READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') IF0=0
IF(IF0.EQ.0) RETURN

WRITE(*, '(A$)') ' PERMEABLE ? --> '
READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') IF0=1
IF(IF0.EQ.1) RETURN

WRITE(*, '(A$)') ' INFINITA ? --> '
READ(*, '(A1)') R
IF(R.EQ.'S') IF0=2

RETURN
END

```

SUBROUTINE TITL ()

```

WRITE(6, '(A)') ' '
WRITE(6, '(A)') '*****'
WRITE(6, '(A)') '* '
WRITE(6, '(A)') '* PARAMETROS DE SIMULACION Y CONDICIONES * '
WRITE(6, '(A)') '* INICIALES DE UN YACIMIENTO GEOTERMICO * '
WRITE(6, '(A)') '* DE GEOMETRIA LINEAL. * '
WRITE(6, '(A)') '* '
WRITE(6, '(A)') '*****'
WRITE(6, '(A)') ' '

WRITE(6, '(A)') 'DIMENSIONES DEL CAMPO LINEAL (EN M.), '
WRITE(6, '(A)') ' '
RETURN
END

```

3.5 LISTADO DEL PROGRAMA MODMAT.

C SIMULACION LINEAL DE UN YACIMIENTO GEOTERMICO OBLICUO.
C VERSION DEL 20.AGO.84

```
PROGRAM MODMAT
CHARACTER*5 TI
REAL K, KM, L
```

```
DIMENSION X(22), RL(22), RV(22), PA(22), FA(22), HA(22),
, HE(22), PE(22), HL(22), HV(22), HR0(22), IND(22)
```

```
COMMON/FRONT/P(22), H(22), S(22), T(22), V1(22), V2(22), R(22),
, PN, PO
```

```
COMMON/TERMO/PO, HO, HI, H2, RO, R1, R2, T0, V01, V02, S0, X0,
, F01, P01, IN, B, HR, C(45)
```

```
COMMON/CODER/F(22), K(22), G(22), DT, DX, EY, EZ, KM, R0, CO, SI, SM
```

```
COMMON/COEF/A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8
```

```
COMMON/SOL/D, XI, YI, CG
```

```
WRITE(*, '(A)') '...LECTURA DE TABLAS TERMODINAMICAS...'
```

```
OPEN(1, FILE='*9:CONSTANTES')
READ(1, '(I2)') NC
READ(1, '(E11,5)') (C(I), I=1, NC)
CLOSE(1, STATUS='KEEP')
```

```
OPEN(4, FILE='*9:DATOS, INICIALES', STATUS='OLD')
READ(4, 34) L, EY, EZ, N, DT, DX, B, RO, CO, KM, IFN, IF0, CG
READ(4, 35) (PA(I), HA(I), FA(I), K(I), G(I), I=1, N)
CLOSE(4, STATUS='KEEP')
```

```
IAUX=INT(DT/3600.0)
```

```
IF (MOD(IAUX, 24), EQ, 0) THEN
```

```
ITER=INT(DT/86400.)
```

```
TI='DIAS'
```

```
WRITE(*, '(A)') 'IMPRESION CADA CUANTOS DIAS -->15 ?'
```

```
ELSE
```

```
ITER=INT(DT/3600.)
```

```
TI='HORAS'
```

```
WRITE(*, '(A)') 'IMPRESION CADA CUANTAS HORAS -->15 ?'
ENDIF
```

```
WRITE(*, 50) ITER, TI
READ(*, '(I5)') NUM
WRITE(*, 45) TI
READ(*, '(I5)') MAX
OPEN(6, FILE='PRINTER:')
```

* I N I C I A L I Z A .

```
D=DT/DX/DX
SI=0.05
```

```

SM=0,95
PO=PA(1)
PN=PA(N)

```

```
*  TERMODINAMICA - I N I C I A L
```

```
  WRITE(*, '(A)') '--> CALCULA CONDICIONES INICIALES ...'
```

```
    J = 0
```

```
3  DO 2 I=1,N
```

```
  IF (J.NE.0) THEN
```

```
    PO=PE(I)
```

```
    HO=HE(I)
```

```
  ELSE
```

```
    PO=PA(I)
```

```
    HO=HA(I)
```

```
  ENDIF
```

```
  POI=PA(I)
```

```
  FOI=FA(I)
```

```
    CALL TERMON(FOI)
```

```
  P(I)=PO
```

```
  H(I)=HO
```

```
  T(I)=T0
```

```
  R(I)=R0
```

```
  F(I)=F0
```

```
  S(I)=S0
```

```
  X(I)=X0
```

```
  RL(I)=R1
```

```
  RV(I)=R2
```

```
  V1(I)=V01
```

```
  V2(I)=V02
```

```
  HL(I)=H1
```

```
  HV(I)=H2
```

```
  IND(I)=IN
```

```
  HRO(I)=HR
```

```
2  CONTINUE
```

```
  IF (MOD(J,NUM).EQ.0) THEN
```

```
  CALL SCRIBA (J,N,DX,P,H,T,R,S,X,F,RL,RV,V1,V2,TI)
```

```
  ENDIF
```

```
*  ITERACION TEMPORAL ...
```

```
  J=J+ITER
```

```
    IF (J.GT.MAX) GOTO 110
```

```
  DO 100 I=1,N
```

```
    FOI=FA(I)
```

```
    PO=P(I)
```

```
    HO=H(I)
```

```
    H1=HL(I)
```

```
    H2=HV(I)
```

```

      RO=R(I)
      R1=RL(I)
      R2=RV(I)
      T0=T(I)
      V01=V1(I)
      V02=V2(I)
      S0=S(I)
      IN=IND(I)
      HR=HR0(I)

      CALL DERIVA (I)
      IF (I.EQ.1.) THEN
        CALL FRONTO(IF0, IN, PF0, HF0)
      ELSEIF (I.EQ.N) THEN
        CALL FRONTN (IFN, IN, P(N+1), H(N+1), N)
      ENDIF
      IF (I.GT.1) THEN
        HANT= H(I-1)
        PANT= P(I-1)
      ELSE
        HANT= HF0
        PANT= PF0
      ENDIF
      XI=P(I)
      CALL ECDIFE (DT, DX, PANT, P(I), P(I+1), HANT, H(I), H(I+1),
        .A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8)
      PE(I)=YI
      XI=H(I)
      CALL ECDIFE (DT, DX, PANT, P(I), P(I+1), HANT, H(I), H(I+1),
        .B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8)
      HE(I)=YI
100 CONTINUE
      WRITE(*, '(A)') 'COND. TERMODINAMICAS...'
      GOTO 3

34 FORMAT(3F7.1, I2, 2F9.1, E10.4, 2F6.1, F4.2, 2I2, E15.5)
35 FORMAT(2F10.1, F6.4, E8.1, F7.1)
40 FORMAT(2F7.2, I3)
45 FORMAT('NUMERO MAXIMO DE ', A5, ' --> I5?')
50 FORMAT('SOLO VALEN MULTIPLOS DE ', I4, 'X', A5)
110 STOP
      END

```

SUERROUTINE TERMON(F0)

```

COMMON/TERMO/P, H, H1, H2, R, P1, R2, T, V1, V2, S1, X2,
.F01, P01, IN, B, HR, C(45)

```

- * CALCULO DE CONDICIONES TERMODINAMICAS
- * DEL AGUA A PARTIR DE H T P ,

IN=3

```

H1=C(1)+C(2)*P-C(3)*P**2+C(4)*P**3-C(5)/P+C(6)/P/P-C(7)/P**3
IF(H.L1.H) THEN
      IN=1
      H1=H
ENDIF
      IF(IN.EQ.1) GOTO 1

H2=C(8)-C(9)/P+C(10)/P/P-C(11)*P**2
IF(H.GT.H2) THEN
      IN=2
      H2=H
ENDIF
      IF(IN.EQ.2) GOTO 2

1 R1=C(12)+C(13)*P-C(14)*H1+C(15)/H1+C(16)*P*H1-C(17)*H1**2
  T=-C(23)-C(24)*P+C(25)*H1+C(26)/H1-C(27)*H1**2
  V1=C(38)*10**(C(39)/(T+C(40)))
  IF(IN.EQ.3) GOTO 2
      S1=1.0
      R=R1
      R2=0.0
      V2=0.0
      X2=0.0
      H2=0.0

      GOTO 3

2 R2=-C(18)+C(19)*P-C(20)*P*H2+C(21)*P**4+C(22)*H2**3*P
  IF(IN.EQ.2) T=-C(28)+C(29)*P-C(30)*P**2+C(31)*H2**2-
  C(32)/H2/H2/P/P+C(33)/P**3-C(34)*H2**3*P-C(35)/H2**4
  V2=C(36)*T+C(37)
  IF(IN.EQ.3) GOTO 3
      S1=0.0
      R=R2
      R1=0.0
      V1=0.0
      X2=1.0
      H1=0.0

3 IF(IN.EQ.3) THEN
      S1=R2*(H2-H)/(H*(R1-R2)-R1*H1+R2*H2)
      R=R1*S1+(1.-S1)*R2
      X2=R2*(1.0-S1)/P
      ENDIF

HR=C(41)+C(42)*T+C(43)*T**2
F0=F01*(1.0+B*(P-P0I))

RETURN
END

SUBROUTINE SCRIBA J,N,DX,P,T,R,S,X,F,RL,RV,V1,V2,T1)
CHARACTER*5 T1
DIMENSION P(N),H(N),T(N),R(N),S(N),X(N),F(N),

```



```

, RL(N), PV(N), V1(N), V2(N)

IF(J, EQ, 0) THEN
OPEN(9, FILE='*9: DATOS, FINALES', STATUS='NEW')
WRITE(9, 1) J, TI
WRITE(9, 2)
WRITE(9, 3) (I*INT(DX), P(I)*1.E-5, H(I)*1.E-3, T(I), RL(I), RV(I),
, R(I), S(I)*100., X(I)*100., F(I)*100., V1(I), V2(I), I=1, N)

CLOSE(9, STATUS='KEEP')
ENDIF

WRITE(6, 1) J, TI
WRITE(6, 2)
WRITE(6, 3) (I*INT(DX), P(I)*1.E-5, H(I)*1.E-3, T(I), RL(I), RV(I),
, R(I), S(I)*100., X(I)*100., F(I)*100., V1(I), V2(I), I=1, N)
WRITE(6, 4(A))

1 FORMAT('ESTADO DEL CAMPO A LOS ', I5, 'X, A5, /)
2 FORMAT(3X, ' X ', 3X, 'PRESION', 3X, 'ENTALPIA', 2X, 'TEMP.', 2X,
, 'DENS. LIQ', 2X, 'DENS. VAP', 2X, 'DENSIDAD', 3X, 'SATURACION', 3X,
, 'CALIDAD', 3X, 'POROSIDAD', 3X, 'VISC. LIQ.', 3X, 'VISC. VAP.', /, 3X,
, '(M)', 4X, '(BAR)', 4X, '(KJ/KG)', 3X, '(G.C)', 2X, '(KG/M3)', 3X,
, '(KG/M3)', 3X, '(KG/M3)', 7X, '(%)', 9X, '(%)', 8X, '(%)', 6X, '(KG/M/S)',
, 4X, '(KG/M/S)', /)
3 FORMAT(2X, I4, 2X, F7, 2, 3X, F8, 2, 2X, F6, 1, 2X, F7, 1, 3X, F7, 1, 3X, F7, 1, 5X,
, F7, 1, 4X, F7, 1, 5X, F6, 2, 3X, 2E12, 5)

RETURN
END

SUBROUTINE ECDIFE(DT, DX, P0, P1, P2, H0, H1, H2, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8)
COMMON/SOL/D, X, Y, CG

Y=X+D/4, 0*(A1*(P2-P0)**2+A2*(H2-H0)*(P2-P0)+4, *A3*(P2-2, *P1+P0)-
, A4*(H2-H0)**2-4, *A5*(H2-2, *H1+H0))+DT*A6-DT/2, 0/DX*A7*CG*(P2-P0)-
, DT/2, 0/DX*A8*CG*(H2-H0)

RETURN
END

SUBROUTINE DERIVA(I)
REAL K, KM, K1, K2
COMMON/TERMO/F, H, H1, H2, P, R1, R2, T, V1, V2, S1, X2,
, F01, P01, IN, B, HR, C(45)
COMMON/CODER/F(22), K(22), C(22), DT, DX, EY, EZ, KM, R0, C0, S1, SM
COMMON/COEF/A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8
COMMON/FRON/DSH, DTH, DSP, DTP, Z, Z1, Z2

CALCULO DE COEFICIENTES NO LINEALES Y
DERIVADAS TERMODINAMICAS, MET. DIRECTO.

IF(IN, EQ, 2) GOTO 2
IF(IN, EQ, 3) GOTO 2

```

```

1 Z=R/V1
ZR=Z*R
ZPH=ZR*H
ZH=Z*H
DRP=C(13)+C(16)*H
DRH=-C(14)-C(15)/H/H+C(16)*P-2.*C(17)*H
DTP=-C(24)
DTH=C(25)-C(26)/H/H-2.*C(27)*H
D2TP=0.0
D2TPH=0.0
D2TH=2.*C(26)/H**3-2.*C(27)
DVT=-C(39)*2.3026*V1/(T+C(40))**2
DZP=DRP/V1-R/V1/V1*DVT*DTP
DZH=DRH/V1-R/V1/V1*DVT*DTH
DZHP=DZP*H
DZHH=DZH*H+Z
GH=C(1)*H
DZRP=R*DZP+Z*DRP
DZRH=R*DZH+Z*DRH
DZRHP=H*DZRP
DZRHH=H*DZRH+Z*R

```

GOTO 4

```

2 K1=((S1-SI)/(1.-SI))**4
K2=(1.-((S1-SI)/(SM-SI))**2*(1.-((S1-SI)/(SI-1.))**2)
Z1=R1*H1/V1
Z2=R2*K2/V2
Z=Z1+Z2
ZR=Z1*R1+Z2*R2
ZH=Z1*H1+Z2*H2
ZRH=Z1*P1*H1+Z2*R2*H2
DH1P=C(2)-2.*C(3)*P+3.*C(4)*P*P+C(5)/P/P-2.*C(6)/P**3+
.3.*C(7)/P**4
DH2P=C(9)/P/P-2.*C(10)/P**3-2.*C(11)*P
DR1P=C(13)+(-C(14)-C(15)/H1**2+C(16)*(H1/DH1P+P)-2.*C(17)*H1)
.*DH1P
DR2P=C(19)-C(20)*(H2+P*DH2P)+4.*C(21)*P**3+C(22)*(H2**3+
.3.*P*H2**2*DH2P)

```

```

DS=H*(R1-R2)-H1*R1+H2*R2
S1=R2*(H2-H)/DS
R=R2+(R1-R2)*S1

```

```

DDSP=H*(DR1P-DR2P)-DH1P*R1-DR1P*H1+DH2P*R2+DR2P*H2
DSP=(DR2P*(H2-H)+DH2P*R2)/DS-R2*(H2-H)/DS**2*DDSP
DSH=-R2/DS-R2*(H2-H)/DS**2*(R1-R2)
DRP=(DR1P-DR2P)*S1+DR2P+(R1-R2)*DSP
DRH=(R1-R2)*DSH
D2H1P=-2.*C(3)+6.*C(4)*P-2.*C(5)/P**3+6.*C(6)/P**4-12.*C(7)/P**5
DTP=-C(24)+(C(25)-C(26)/H1**2-2.*C(27)*H1)*DH1P
DTH=0.0
D2TH=0.0
D2TPH=0.0

```

D2TP=(C(35)-C(36)/H1**3-2.*C(27)*H1)*D2H1P+(2.*C(26)/H1**3-
 3.*C(27)/H1)*DH1P**2

DV1T=-C(39)*2.3026*V1/(T+C(40))**2
 DF1P=4.*(S1-S1)/(1-S1)**3*DSP/(1-S1)
 DK1H=DK1P/DSP*DSH
 DK2P=-C(1)-(S1-S1)/(S1-1)**2)/(SM-S1)-
 (1-(S1-S1)/(SM-S1))*(S1-S1)/(S1-1)**2)*2.*(1-(S1-S1)/(SM-S1))
 DK2H=DK2P*DSH
 IK2P=DK2P*DSP

DZ1P=(K1*DR1P+R1*DK1P-R1*K1*DV1T*DTP/V1)/V1
 DZ2P=(K2*DR2P+R2*DK2P-R2*K2*C(36)*DTP/V2)/V2
 DZP=DZ1P+DZ2P
 DZ1H=R1*DK1H/V1
 DZ2H=R2*DK2H/V2
 DZH=DZ1H+DZ2H
 DZHP=DZ1P*H1+Z1*DH1P+DZ2P*H2+Z2*DH2P
 DZHH=DZ1H*H1+DZ2H*H2
 DZR1P=R1*DZ1P+Z1*DR1P
 DZR2P=R2*DZ2P+Z2*DR2P
 DZRP=DZR1P+DZR2P
 DZR1H=R1*DZ1H
 DZR2H=R2*DZ2H
 DZRH=DZR1H+DZR2H
 DZRH*P=H1*DZR1P+Z1*R1*DH1P+H2*DZR2P+Z2*R2*DH2P
 DZPHH=H1*DZR1H+H2*DZR2H

G2=Z2*C(1)/Z
 G1=C(1)-G2
 GH=G1*H1+G2*H2

GOTO 4

3 Z=R/V2

ZR=Z*R

ZH=Z*H

ZRH=Z*R*H

DRP=C(19)-C(20)*H+4.*C(21)*P**3+C(22)*H**3

DRH=-C(20)*P+3.*C(22)*H*H*P

DTP=C(29)-2.*C(30)*P+2.*C(32)/H/H/P**3-3.*C(33)/P**4-C(34)*H**3

DTH=2.*C(31)*H+2.*C(32)/P/P/H**3-2.*C(34)*H*H*P+4.*C(35)/H/H/H**3

D2TP=-2.*C(30)-6.*C(32)/H/H/P**4+12.*C(33)/P/P/P/P/P

D2TH=2.*C(31)-6.*C(32)/P/P/H**4-6.*C(34)*H*P-20.*C(35)/H/H/H/H**3

D2TPH=-4.*C(32)/H**3/P**3-3.*C(34)*H*H

DZP=(DRP-R*C(36)*DTP/V2)/V2

DZH=(DRH-R*C(36)*DTH/V2)/V2

DZP=ZP*H

DZHH=DZP*H+Z

GH=C(1)*H

DZRP=R*DZP+Z*DPP

DZRH=R*DZH+Z*DPH

DZRH*P=H*DZRP

DZRRH=H*DZRH+Z

4 D1=(R*B*F01+F(I)*DRP)/K(I)
 D2=F(I)*DRH/K(I)
 E1=((R*H-P0*HR)*B*F01+F(I)*H*DRP+(1-F(I))*R0*CO*DTP)/KM
 E2=(F(I)*H*DRH+(1-F(I))*R0*CO*DTH+F(I)*R)/KM
 E3=K(I)*DZHP/KM+D2TP
 E4=K(I)*DZHH/KM+2.*D2TPH
 E5=K(I)*ZH/KM+DTP

DP=D1/D2-E1/E2
 DH=D2/D1-E2/E1

A1=(DZP/D2-E3/E2)/DP
 A2=(DZH/D2-E4/E2)/DP
 A3=(Z/D2-E5/E2)/DP
 A4=D2TH/E2/DP
 A5=DTH/E2/DP
 A6=(G(I)/K(I)/D2-GH/KM/E2)/DP/EY/EZ/DX
 A7=(DZRP/D2-K(I)*DZRHP/KM/E2)/DP
 A8=(DZRH/D2-K(I)*DZRRH/KM/E2)/DP

B1=(DZP/D1-E3/E1)/DH
 B2=(DZH/D1-E4/E1)/DH
 B3=(Z/D1-E5/E1)/DH
 B4=D2TH/E1/DH
 B5=DTH/E1/DH
 B6=(G(I)/K(I)/D1-GH/KM/E1)/DH/EY/EZ/DX
 B7=(DZRP/D1-K(I)*DZRHP/KM/E1)/DH
 B8=(DZRH/D1-K(I)*DZRRH/KM/E1)/DH

RETURN
 END

SUBROUTINE FRONT0 (IF0,INO,PFO,HFO)

REAL K,KM

COMMON/CODER/F(22),K(22),G(22),DT,DX,EY,EZ,KM,R0,CO,S1,SM

COMMON/TERMO/P0,H0,H1,H2,R0,R1,R2,T0,V01,V02,S0,X0,

F01,P01,IN,B,HR,C(45)

COMMON/FRONT/P(22),H(22),S(22),T(22),V1(22),V2(22),R(22),

PN,P0

COMMON/FRON/DSH1,DTH1,DSP1,DTP1,Z0,Z10,Z20

COMMON/SOL/D,X1,Y1,CG

IF (IF0.EQ.0) THEN

IF (INO.EQ.3) THEN

PF0= P(1)-CG*(Z10*R1+Z20*R2) *DX/Z0

HFO= H(1)-(S(2)-S(1)-(P(1)-PF0)*DSP1)/DSH1

ELSE

PF0= P(1)-DX*R(1)*CG

HFO=H(1)-(T(2)-T(1)-(P(1)-PF0)*DTP1)/DTH1

ENDIF

ELSEIF (IF0.EQ.2) THEN

PF0=P0

IF (INO.EQ.3) THEN

```

      HF0=H(1)+(S(2)-S(1))-(P(1)-PO)*DSP1)/DSH1
    ELSE
      HF0=H(1)-(T(2)-T(1))-(P(1)-PO)*DTP1)/DTH1
    ENDIF
  ELSEIF (IF0.EQ.1) THEN
    IF (INN.EQ.3) THEN
      PF0=P(1)+DX*(Z1+Z2)/Z0+(EY+EZ)/Z0
      -CG*(Z10*R1+Z20*R2)*DX/Z0
      HF0=H(1)+(S(2)-S(1))-(P(1)-PF0)*DSP1)/DSH1
    ELSE
      PF0=P(1)+(V1(1)+V2(1))*G(1)*DX/R(1)/(EY+EZ)/K(1)
      -DX*R(1)*CG
      HF0=H(1)-(T(2)-T(1))-(P(1)-PF0)*DTP1)/DTH1
    ENDIF
  ENDIF
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE FRONTN (IFN, INN, PFN, HFN, N)
  REAL K, KM
  COMMON /CODER/ F(22), K(22), G(22), DT, DX, EY, EZ, KM, R0, C0, S1, SM
  COMMON /TERMO/ P0, H0, H1, H2, R0, R1, R2, T0, V01, V02, S0, X0,
  FOI, POI, IN, B, HR, C(45)
  COMMON /FRONT/ P(22), H(22), S(22), T(22), V1(22), V2(22), R(22),
  PN, PO
  COMMON /FRON/ DSHN, DTHN, DSPN, DTPN, ZN, Z1N, Z2N
  COMMON /SOL/ D, X1, Y1, CG
  IF (IFN.EQ.0) THEN
    IF (INN.EQ.3) THEN
      PFN=P(N)+DX*CG*(Z1N*R1+Z2N*R2)/ZN
      HFN=H(N)+(S(N)-S(N-1))-(PFN-P(N))*DSPN)/DSHN
    ELSE
      PFN=P(N)+DX*R(N)*CG
      HFN=H(N)+(T(N)-T(N-1))-(PFN-P(N))*DTPN)/DTHN
    ENDIF
  ELSEIF (IFN.EQ.2) THEN
    PFN=PN
    IF (INN.EQ.3) THEN
      HFN=H(N)+(S(N)-S(N-1))-(PN-P(N))*DSPN)/DSHN
    ELSE
      HFN=H(N)+(T(N)-T(N-1))-(PN-P(N))*DTPN)/DTHN
    ENDIF
  ELSEIF (IFN.EQ.1) THEN
    IF (INN.NE.3) THEN
      PFN=P(N)-(V1(N)+V2(N))*G(N)*DX/R(N)/(EY+EZ)/K(N)
      +R(N)*CG*DX
      HFN=H(N)+(T(N)-T(N-1))-(PFN-P(N))*DTPN)/DTHN
    ELSE
      PFN=P(N)-G(N)*DX/K(N)/(EY+EZ)/ZN
      +CG*(Z1N*R1+Z2N*R2)*DX/ZN
      HFN=H(N)+(S(N)-S(N-1))-(PFN-P(N))*DSPN)/DSHN
    ENDIF
  ENDIF
  RETURN
  END

```

4. APLICACION DEL MODELO.

El programa desarrollado simula numéricamente el comportamiento en el tiempo y el espacio, de un yacimiento geotérmico unidimensional, dividido para este fin, en una serie de celdas de tamaño constante.

Con objeto de ilustrar el uso del algoritmo, así como para demostrar la corrección del modelo en el que se basa, se presentan enseguida dos aplicaciones de éste. La primera consiste en la simulación de un yacimiento hipotético en un medio poroso, en el que, por peculiaridades geológicas y de explotación, el flujo de fluidos es unidimensional. La segunda corresponde al estudio de una prueba transitoria de presión, efectuada entre los pozos 18, 26 y 31 del campo geotérmico de los Azufres, Mich., en este caso, la existencia de un flujo unidimensional es solo una hipótesis de trabajo, sugerida por las condiciones geológicas de la localidad.

El primer ejemplo permite comprobar que los resultados de la simulación siguen un comportamiento temporal cualitativamente correcto, e ilustra el cambio de fase que se produce como consecuencia de la explotación de un yacimiento en condiciones iniciales próximas a las de saturación del vapor. El segundo, muestra el uso del modelo en una situación real, incluyendo los problemas numéricos que se producen durante la simulación; permite además comprender el significado y la influencia de algunas variables importantes en el comportamiento del sistema hidrotermal, haciendo resaltar las ventajas y las limitaciones propias del algoritmo.

4.1 SIMULACION DE UN YACIMIENTO HIPOTETICO.

La validación rigurosa de un modelo de simulación consiste en comparar sus resultados numéricos, con soluciones analíticas de problemas simples y datos experimentales de yacimientos conocidos. En el presente caso esto solo es posible de manera parcial, dado que no existen soluciones analíticas para problemas de flujo bifásico unidimensional de fluidos geotérmicos en un medio poroso. Esto se debe en gran medida, a que los yacimientos en medios fracturados, en los que el fenómeno puede presentarse, apenas empiezan a ser estudiados como tales.

Por otra parte, cabe citar que existen modelos analíticos del flujo monofásico unidimensional de agua a través de un medio poroso, sin embargo, desafortunadamente no son adecuados para la validación de este algoritmo, dado que las ecuaciones constitutivas utilizadas en el mismo para el cálculo de las variables dependientes, son válidas solamente a temperaturas superiores a 80 °C y presiones de más de 10 bar.

Con el fin de resolver cuando menos parcialmente el problema de la validación del algoritmo, se optó por comparar los resultados del programa MODMAT, con los correspondientes al modelo numérico ya validado de Faust y Mercer (1975), aplicados ambos en un yacimiento hipotético de alta entalpía.

Se trata de un problema cuya geometría y condiciones de frontera se muestran en la figura 7; el sistema hidrotermal está formado por un fluido originalmente monofásico, circulando en un medio poroso y permeable en el que la explotación se realiza a través de un conjunto de pozos idénticos alineados. Estos cruzan y reciben el aporte de todo el estrato productor, dando lugar a un flujo unidimensional de fluidos.

Para la simulación se supone al yacimiento como un conjunto de diez celdas de dimensiones constantes, cerrado en todas sus fronteras, pero con un sumidero de fluido (pozo extractor) en su extremo izquierdo.

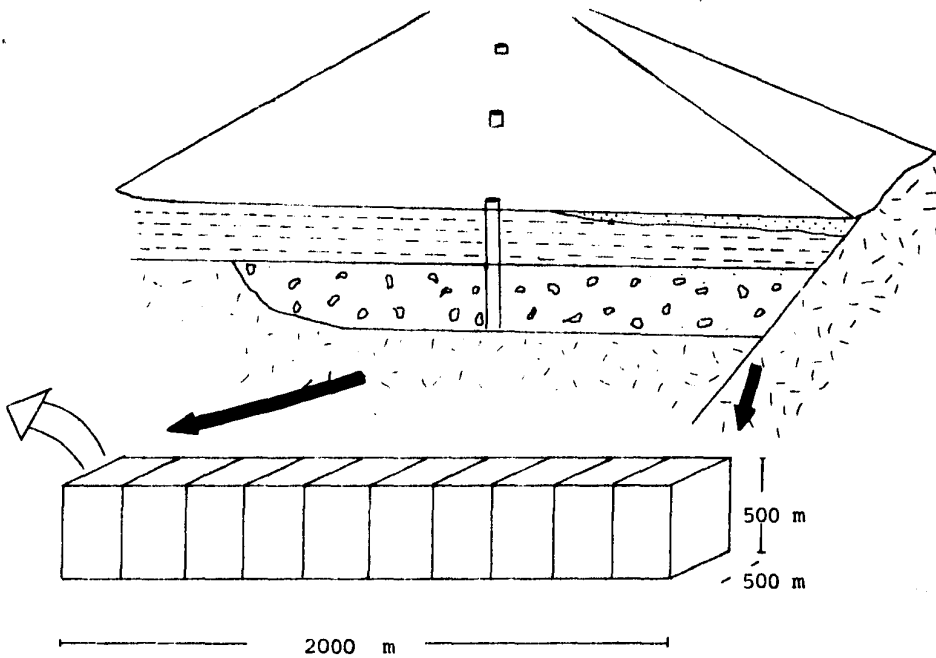
En la simulación efectuada por Faust y Mercer (1975), no se indica el valor de compresibilidad de la roca que contiene al yacimiento, por lo que se asignó, con base en otras fuentes⁶, uno de $0.725 \times 10^9 \text{ Pa}^{-1}$, razonable para una roca compacta con 10 % de porosidad.

Con base en estos datos se efectuaron gran cantidad de corridas de prueba del programa MODMAT, con objeto de definir el incremento temporal óptimo para efectuar la simulación del yacimiento hipotético descrito. Como consecuencia de éstas, se concluyó que durante las primeras etapas de la explotación, cuando las propiedades del yacimiento evolucionan rápidamente, apenas el mínimo incremento temporal simulable con el programa en su forma actual (3600 seg), fue capaz de asegurar la convergencia del algoritmo. Sin embargo, a medida que el yacimiento alcanza un nuevo estado de equilibrio, este incremento puede ser mayor, haciendo más rápida la simulación.

En el presente caso se analizó la evolución del yacimiento durante tres años, dividiendo este lapso en varios periodos. El primero, con duración de un mes, fue simulado con un incremento temporal de 3600 seg; el siguiente, de la misma duración, con uno de 86400 seg (4 horas), y finalmente, el tercero en el que la evolución del sistema se hace mucho más lenta, con uno de 86400 seg (24 horas).

En el último lapso, el uso de un incremento temporal de esa magnitud fue posible, en parte, gracias a que el número de celdas del yacimiento se redujo a cinco solamente, haciendo posible que el cociente $Dt/(Dx)^2$ resultara más favorable (pequeño).

A continuación se presentan las corridas finales de los programas PARAML y MODMAT correspondientes al primer período.



Presión inicial uniforme = 43.8×10^5 Pa
 Entalpía inicial uniforme = 10.2×10^5 Joules/Kg
 Porosidad inicial uniforme = 10 %
 Permeabilidad inicial uniforme = 1×10^{13} m²
 Extracción en el extremo izquierdo = 20 Kg/seg

Densidad de la roca = 2500 Kg/m²
 Calor específico = 1010.0 Joule/Kg/°C
 Coeficiente de dispersión térmica = 3.2 Joule/seg/m/°C

Figura 7 .- Yacimiento unidimensional, cerrado al flujo de calor y masa en todas sus fronteras y con un pozo extractor en el extremo izquierdo.

odo de un mes, con el fin de ejemplificar su manejo y la presentación de resultados numéricos que ello origina.

4.2 FORMACION DEL ARCHIVO DE DATOS INICIALES Y CONDICIONES DE FRONTERA.

La ejecución del programa para la formación del archivo de datos (PARAML) origina el siguiente proceso interactivo, en el que los textos introducidos manualmente se presentan subrayados.

X #9: PARAML

LECTURA INICIAL POR DISCO # 9 ? (S/N): S

YACIMIENTO HORIZONTAL? S

DIMENSIONES DEL CAMPO (EN M. --> F7.1).

LONGITUD HORIZONTAL: 2000.0

ANCHO: 500.0

ESPESOR: 500.0

INCREMENTO TEMPORAL (EN HORAS --> F5.1) 1.0

EL NUMERO DE ELEMENTOS DEBE SER MENOR DE 26

NUMERO DE ELEMENTOS A SIMULAR (I3): 10

PRESION INICIAL UNIFORME? --> S

PRESION INICIAL (PA. F10.1):

4380000.0

ENTALPIA INICIAL UNIFORME? --> S

ENTALPIA INICIAL (J/KG. F10.1):

1020000.0

POROSIDAD INICIAL UNIFORME? --> S

POROSIDAD INICIAL (%. F.6.2):

10.00

PERMEABILIDAD UNIFORME? --> S

PERMEABILIDAD (M2. E8.2): .10E-12

>>>CONDICIONES EN LAS FRONTERAS>>> .

EL YACIMIENTO LINEAL

IMPLICA DOS FRONTERAS: FO y FN.

LA FRONTERA FN ES:

IMPERMEABLE? --> S

LA FRONTERA FO ES:

IMPERMEABLE? --> S

EXTRACCION/INYECCION NO-NULAS EN LOS ELEMENTOS

SIGUIENTES (KG/S. F7.1) :

(+) --> INYECCION: (-) --> EXTRACCION.

G(1):

- 20.0

G(2):

0.0

G(3):

0.0

G(4):

0.0

G(5):

0.0

G(6):

0.0

G(7):

0.0

G(8):

0.0

G(9):

0.0

G(10):

0.0

CARACTERISTICAS DE LA ROCA.

COMPRESIBILIDAD (1/PA. E10.4): .725E-09

DENSIDAD DE ROCA (KG/M3. F6.1): 2500.0

CALOR ESPECIFICO ROCA (J/KG/C. F4.2): 3.20

IMPRIMO PARAMETROS INICIALES? S

(Los textos doblemente subrayados son desplegados automáticamente por el programa de acuerdo con los datos introducidos)

Como resultado del diálogo anterior, se obtiene una impresión por teletipo del archivo de datos generado, tal como se muestra en la tabla 1.

```

*****
*
* PARAMETROS DE SIMULACION Y CONDICIONES
* INICIALES DE UN YACIMIENTO GEOTERMICO
* DE GEOMETRIA LINEAL.
*
*****

```

DIMENSIONES DEL CAMPO LINEAL (EN M.),

```

LONGITUD DEL YACIMIENTO = 2000.0
ANCHO DEL CAMPO = 500.0
ESPESOR = 500.0
NUMERO DE ELEMENTOS A SIMULAR = 10
INCREMENTO TEMPORAL = 3600.0
INCREMENTO ESPACIAL = 200.0
.....

```

CARACTERISTICAS DE LA ROCA :

```

COMPRESIBILIDAD = .7250E-09
DENSIDAD DE LA ROCA = 2500.0
CALOR ESPECIFICO DE ROCA = 1010.0
DISPERSION TERMICA = 3.20
.....

```

X	PRESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	POROSIDAD (%)	PERMEABILIDAD (M2)	GASTOS (KG/S)
1	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	-20.0
2	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
3	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
4	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
5	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
6	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
7	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
8	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
9	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0
10	43.8000	1020.00	10.00	.1E-12	.0

Tabla 1.- Datos iniciales y condiciones de frontera para la simulación del yacimiento hipotético.

4.3 OBTENCION DE LAS TABLAS DE DATOS CALCULADOS CON EL SIMULADOR

Una vez que se ha generado el archivo de datos iniciales y condiciones de frontera, la simulación se inicia con el siguiente diálogo:

```
X # 10: MODMAT
...LECTURA DE TABLAS TERMODINAMICAS...
IMPRESION CADA CUANTAS HORAS --> IS?
SOLO VALEN MULTIPLOS DE 1 HORAS
  24
NUMERO MAXIMO DE HORAS
  1080
--> CALCULA CONDICIONES INICIALES ...
COND. TERMODINAMICAS...
COND. TERMODINAMICAS...
.
. (Una impresión por cada incremento temporal)
.
COND. TERMODINAMICAS...
```

Antes de realizar la primera iteración, el programa se interrumpe automáticamente para imprimir una tabla con las condiciones termodinámicas del yacimiento, calculadas con las ecuaciones constitutivas a partir de los datos iniciales (tabla 2). Posteriormente el programa continúa la simulación numérica, realizando las iteraciones temporales necesarias para alcanzar una fecha en la que se satisfaga nuevamente el requisito de impresión, introducido como dato al principio del programa.

Este proceso se repite hasta alcanzar el número máximo de horas (días) predeterminado, en cuyo caso el modelado concluye con el texto PROGRAM TERMINATED.

Como resultado de la simulación se obtiene una serie de tablas en las que se consigna la evolución temporal de los parámetros más importantes del yacimiento (tablas 3 y 4).

ESTADO DEL CAMPO A LOS J HORAS

X (M)	PREISION (PAP)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ. (PC/M/S)	VISC.VAP (PC/M/S)
200	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
400	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
600	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
800	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1000	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1200	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1400	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1600	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1800	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
2000	43.80	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00

Tabla 2.- Condiciones termodinámicas iniciales del yacimiento hipotético calculadas a partir de las ecuaciones constitutivas de la tabla A1.

ESTADO DEL CAMPO A LOS 24 HORAS

X (M)	PRESSION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POPOSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	43.05	1019.95	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
400	43.24	1019.56	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
600	43.39	1019.87	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
800	43.50	1019.98	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1000	43.60	1019.99	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1200	43.66	1019.99	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1400	43.71	1019.99	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1600	43.74	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1800	43.76	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
2000	43.77	1020.00	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00

ESTADO DEL CAMPO A LOS 48 HORAS

X (M)	PRESSION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POPOSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	42.70	1019.92	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
400	42.89	1019.94	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
600	43.06	1019.95	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
800	43.20	1019.56	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1000	43.32	1019.97	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1200	43.42	1019.57	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1400	43.50	1019.98	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1600	43.55	1019.98	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1800	43.59	1019.99	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
2000	43.61	1019.99	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00

ESTADO DEL CAMPO A LOS 72 HORAS

X (M)	PRESSION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POPOSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	42.41	1019.90	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
400	42.61	1019.92	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
600	42.78	1019.93	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
800	42.93	1019.54	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1000	43.06	1019.95	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1200	43.17	1019.56	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1400	43.25	1019.96	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1600	43.31	1019.97	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1800	43.36	1019.97	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
2000	43.38	1019.97	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00

ESTADO DEL CAMPO A LOS 96 HORAS

X (M)	PRESSION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POPOSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	42.15	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
400	42.34	1019.90	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
600	42.52	1019.91	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
800	42.67	1019.92	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1000	42.80	1019.93	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1200	42.91	1019.94	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1400	43.00	1019.94	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1600	43.06	1019.95	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
1800	43.11	1019.95	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00
2000	43.13	1019.95	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-03	.00000E+00

Tabla 3.- Resultados parciales de la simulación del yacimiento hipotético.

ESTADO DEL CAMPO A LOS 120 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	41.88	1019.87	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
400	42.08	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
600	42.26	1019.89	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
800	42.41	1019.90	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1000	42.54	1019.91	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1200	42.65	1019.92	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1400	42.74	1019.93	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1600	42.81	1019.93	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1800	42.85	1019.93	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
2000	42.87	1019.93	236.9	820.6	.0	820.6	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00

ESTADO DEL CAMPO A LOS 144 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	41.69	1019.85	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
400	41.82	1019.86	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
600	42.00	1019.87	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
800	42.15	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1000	42.29	1019.89	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1200	42.40	1019.90	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1400	42.48	1019.91	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1600	42.55	1019.91	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1800	42.59	1019.92	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
2000	42.61	1019.92	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00

ESTADO DEL CAMPO A LOS 168 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	41.37	1019.83	236.9	820.4	.0	820.4	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
400	41.57	1019.84	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
600	41.74	1019.86	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
800	41.90	1019.87	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1000	42.03	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1200	42.14	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1400	42.23	1019.89	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1600	42.29	1019.89	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1800	42.34	1019.90	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
2000	42.36	1019.90	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00

ESTADO DEL CAMPO A LOS 192 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ. (KG/M/S)	VISC.VAP. (KG/M/S)
200	41.11	1019.81	236.9	820.4	.0	820.4	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
400	41.31	1019.83	236.9	820.4	.0	820.4	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
600	41.48	1019.84	236.9	820.4	.0	820.4	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
800	41.64	1019.85	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1000	41.77	1019.86	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1200	41.88	1019.87	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1400	41.97	1019.87	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1600	42.03	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
1800	42.08	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00
2000	42.10	1019.88	236.9	820.5	.0	820.5	100.0	.0	10.00	.11281E-09	.00000E+00

Tabla 4.- Resultados parciales de la simulación del yacimiento hipotético.

4.4 RESULTADOS E INTERPRETACION DEL PRIMER EJEMPLO DE MODELADO.

Después de simular la evolución del yacimiento durante un lapso de tres años, siguiendo la técnica descrita antes, pudo comprobarse que la presión es la variable más importante en el proceso, además de que presenta las variaciones más grandes de todas ellas (de 43.80 a 31.54 bar en la primera celda y de 43.80 a 31.67 bar en la última). Por tal motivo, sus valores en función del tiempo y la posición para un lapso de 3 años, se presentan en las gráficas 1 y 2.

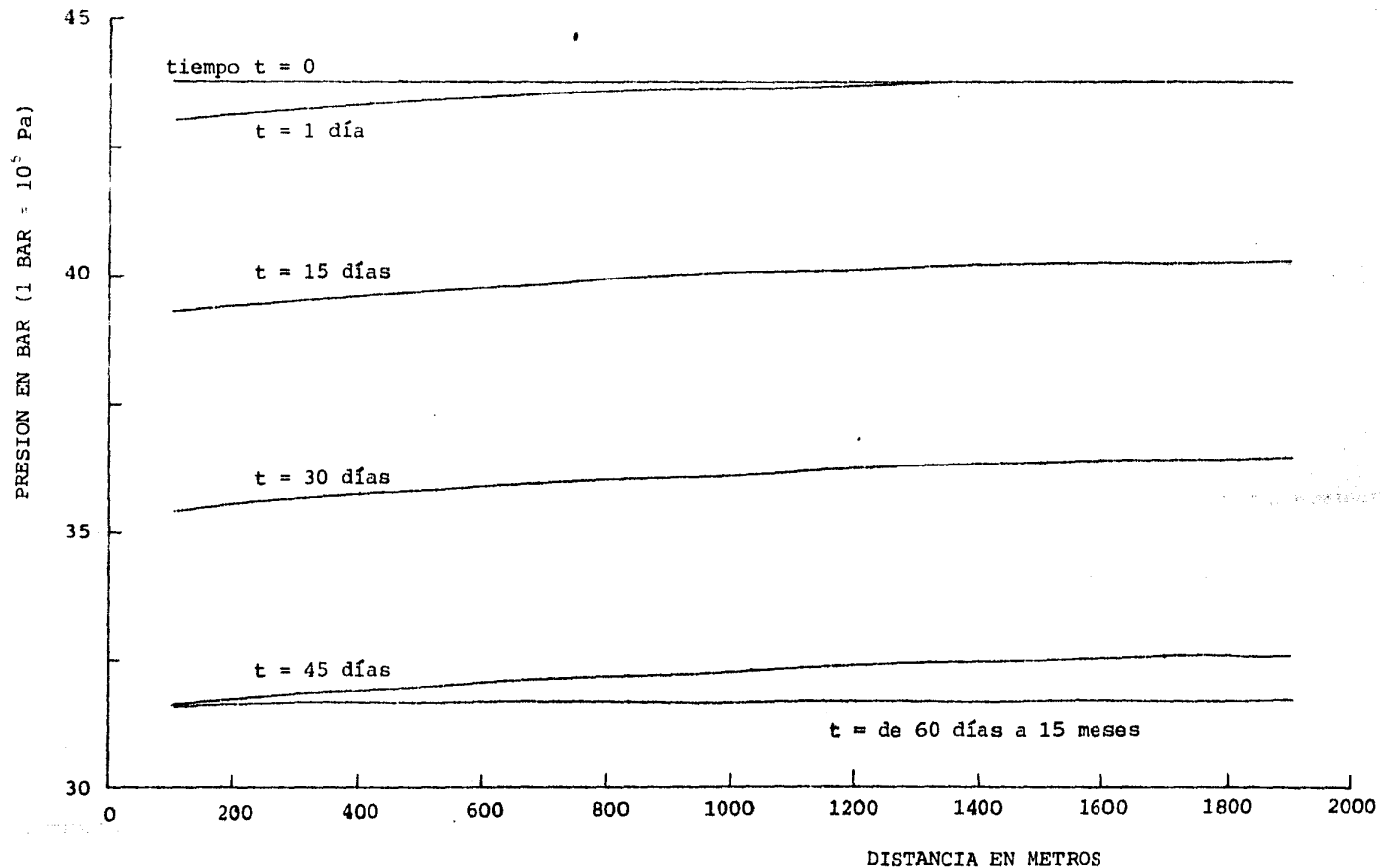
Como puede observarse, la explotación de un yacimiento geotérmico en las condiciones hipotéticas descritas, da lugar a una caída brusca de presión, que se propaga a todas las celdas desde el primer día, siendo mayor su efecto en las más cercanas al pozo extractor. La pérdida de presión persiste con las mismas características durante los primeros 45 días de simulación, fecha en la que el fluido contenido en la primera celda cambia de líquido dominante a mezcla líquido - vapor.

A partir de entonces, la presencia del pozo extractor tiene como principal consecuencia, el cambio de fase en el fluido de la primera celda, de suerte que la presión muestra un decremento sumamente lento, mucho menor que en las celdas restantes, en las que el fluido sigue siendo monofásico.

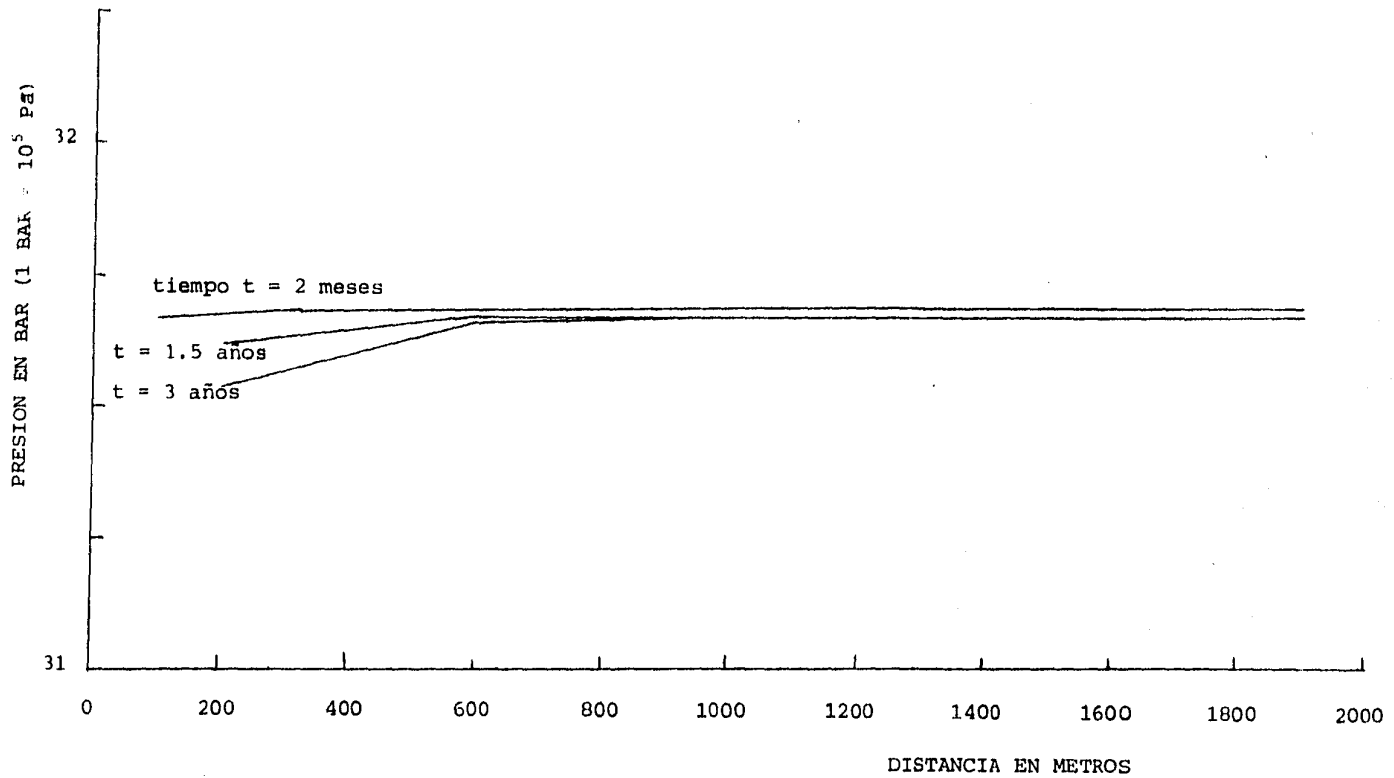
Después de los 54 días se produce vapor también en la segunda celda, y a los 60 días en la tercera. A partir de entonces los cambios de presión son pequeños en todo el yacimiento, que presenta nuevamente un valor casi constante de este parámetro (de 31.67 a 31.69 bar).

En la gráfica 2 se muestra la evolución temporal del sistema a partir de los dos meses de explotación. La pérdida de presión continúa aunque con mucha mayor lentitud, de cualquier manera, este efecto se hace cada vez más notorio en la primera celda, ya que su intensidad disminuye rápidamente al alejarse de ella. Este comportamiento debe persistir hasta que la presión del pozo cae por debajo de 25 bar, mínimo valor aceptable para la generación geotermoeléctrica, lo que debe ocurrir a los 7.5 años de explotación si se extrapola el decremento de 0.01 bar por cada tres días que se produce al término de los 3 años de simulación.

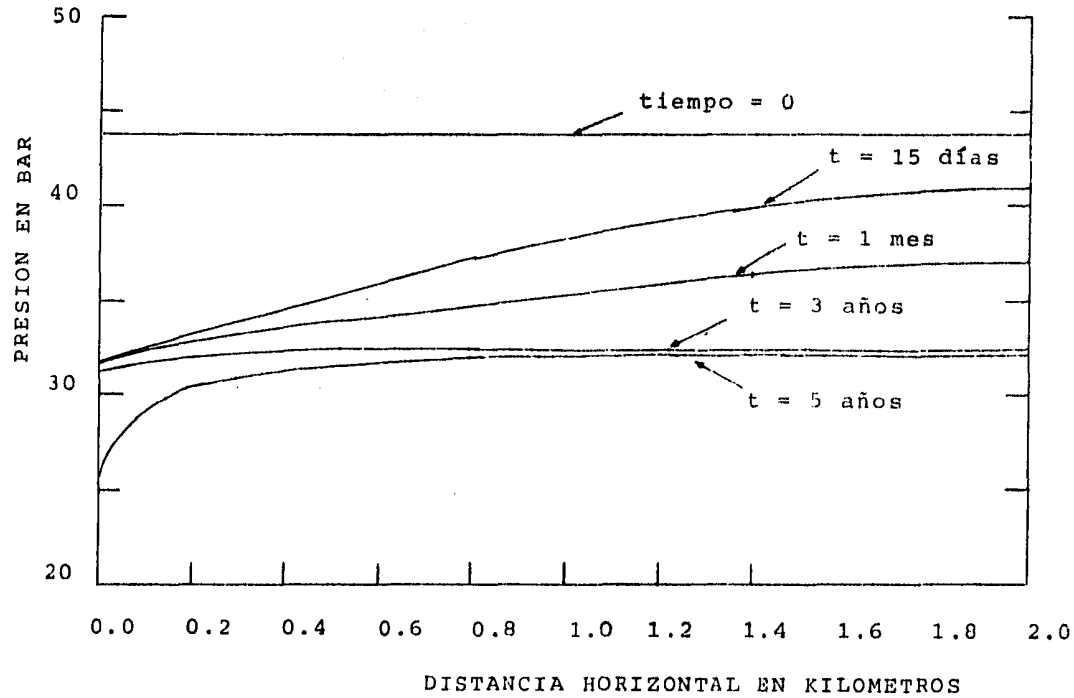
El comportamiento descrito es cualitativamente similar al reportado por Faust y Mercer (1975), (gráfica 3), sin embargo, como puede observarse no existe una coincidencia cuantitativa precisa, lo que se hace notorio por el hecho de que el cambio de fase en su simulación se produce a partir de los 15 días de explotación en la celda 1 y a los 30 en la número 2, es decir, que existe una discrepancia de 30 días, debida seguramente a que en ambas simulaciones se utilizaron valores distintos de compresibilidad de la roca.



Gráfica 1.- Variación temporal del yacimiento hipotético durante los primeros 15 meses de explotación. Se muestra la pérdida de presión en cada una de las celdas en que se divide éste.



Gráfica 2 .- Variación temporal de la presión en el yacimiento hipotético a partir de los dos meses de explotación. La caída es lenta en todas las celdas aunque es ligeramente mayor en la primera de ellas.



Gráfica 3 .- Cálculo de la distribución de presión en varias fechas; distancia medida desde el centro del pozo de explotación (modificado de Faust y Mercer, 1975).

Para comprobar esta hipótesis se efectuaron numerosas simulaciones de prueba, corriendo el programa MODMAT con valores decrecientes de compresibilidad. Según pudo observarse, el cambio de fase del fluido contenido en la primera celda del yacimiento, se produce en tiempos cada vez más cortos, conforme disminuye el valor de esta propiedad de la roca.

Durante este proceso se encontraron caídas de presión cada vez más bruscas durante los primeros días de modelado, lo que finalmente provocó que el incremento temporal de 1 hora fuera insuficiente para asegurar la convergencia del algoritmo (con incrementos espaciales de 200 m). Para resolver el problema, fue necesario disminuir el número de celdas a la mitad, criterio que permitió además aumentar la rapidez de los ensayos.

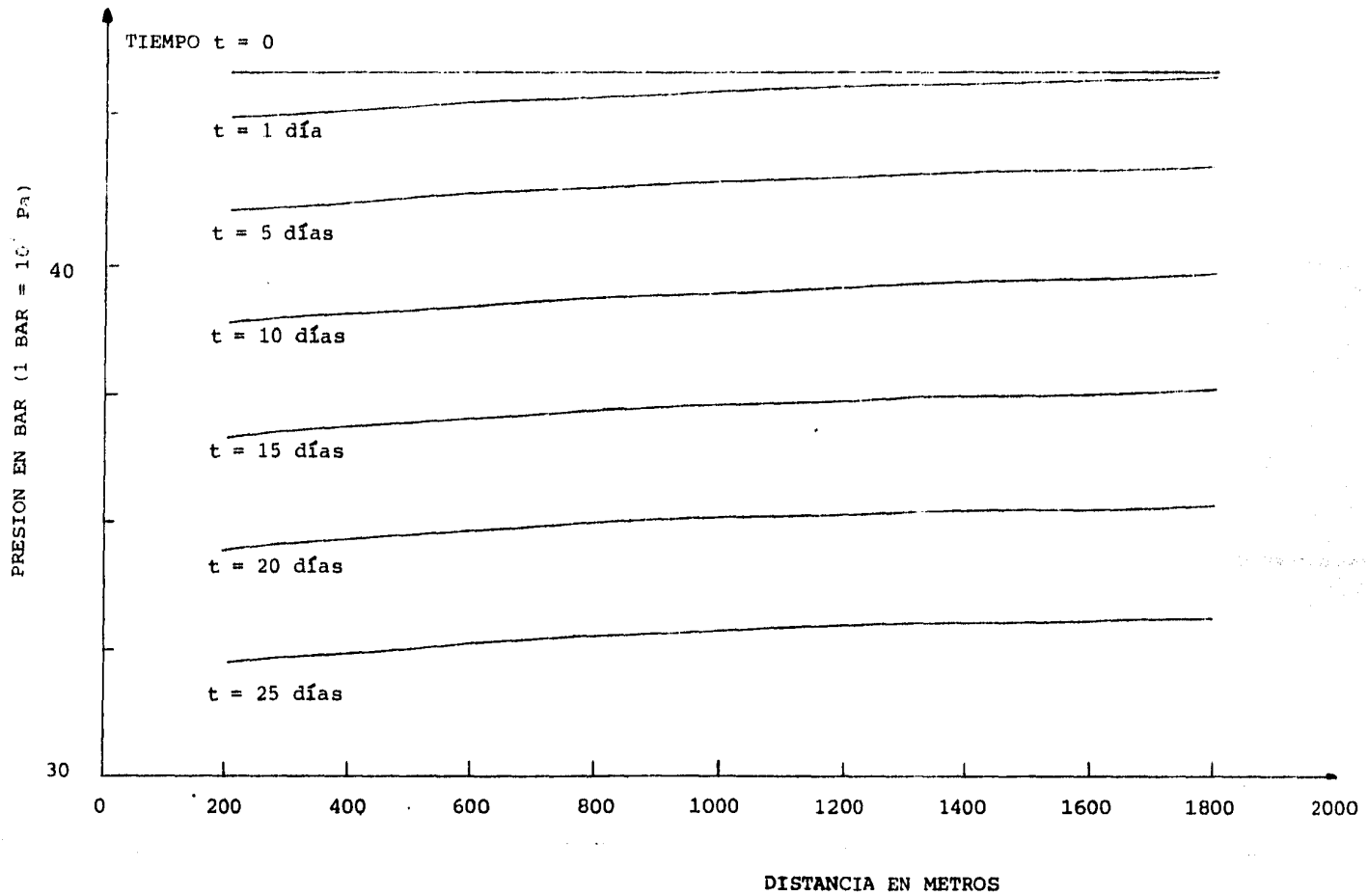
Finalmente, se llegó a la conclusión de que solo un valor de compresibilidad igual a cero, es capaz de provocar pérdidas de presión suficientemente intensas como para producir el cambio de fase del fluido de la primera celda en un tiempo tan corto (cuando la presión alcanza un valor de 31.67 bar). En la última simulación realizada utilizando este valor de compresibilidad y celdas de 400 m, se encontró que el cambio de fase en la primera de ellas se produce a los 25 días de iniciada la explotación, lo que demuestra una notable concordancia entre los resultados numéricos del programa MODMAT y los reportados por Faust y Mercer (1975) (gráfica 4).

Debe observarse, sin embargo, que este valor de compresibilidad es poco realista, en especial tratándose de medios porosos no consolidados. Por otra parte, la coincidencia no es tan sorprendente, debido a que ambos modelos parten de las mismas ecuaciones de gobierno y emplean idénticas relaciones constitutivas, aun cuando su deducción y el algoritmo son distintos.

4.5 ESTUDIO DE UNA PRUEBA TRANSITORIA DE PRESION.

Después de comprobar la corrección del programa MODMAT, se eligió como segunda aplicación el estudio de una prueba de interferencia (descrita en el apéndice C) entre los pozos 18, 31 y 26 del campo geotérmico de los Azufres, Mich., cuya ubicación se muestra en la figura 8. Los dos primeros se mantuvieron durante 75 días con un gasto másico constante de 17.6 y 10.4 Kg/seg respectivamente, en tanto que el pozo 26 cerrado, se utilizó como pozo observador, registrándose en él la caída de presión como función del tiempo.

Según los estudios geológicos efectuados en esta zona geotérmica, las fallas con dirección E-W actúan como conductos para los fluidos hidrotermales, cuyo origen se atribuye a una recarga en sentido E-W proveniente de un acuífero regional.



Gráfica 4.- Pérdida de presión del yacimiento hipotético, simulado con un valor de compresibilidad de la roca = 0.

LOCALIZACION DE LA ZONA GEOTERMICA

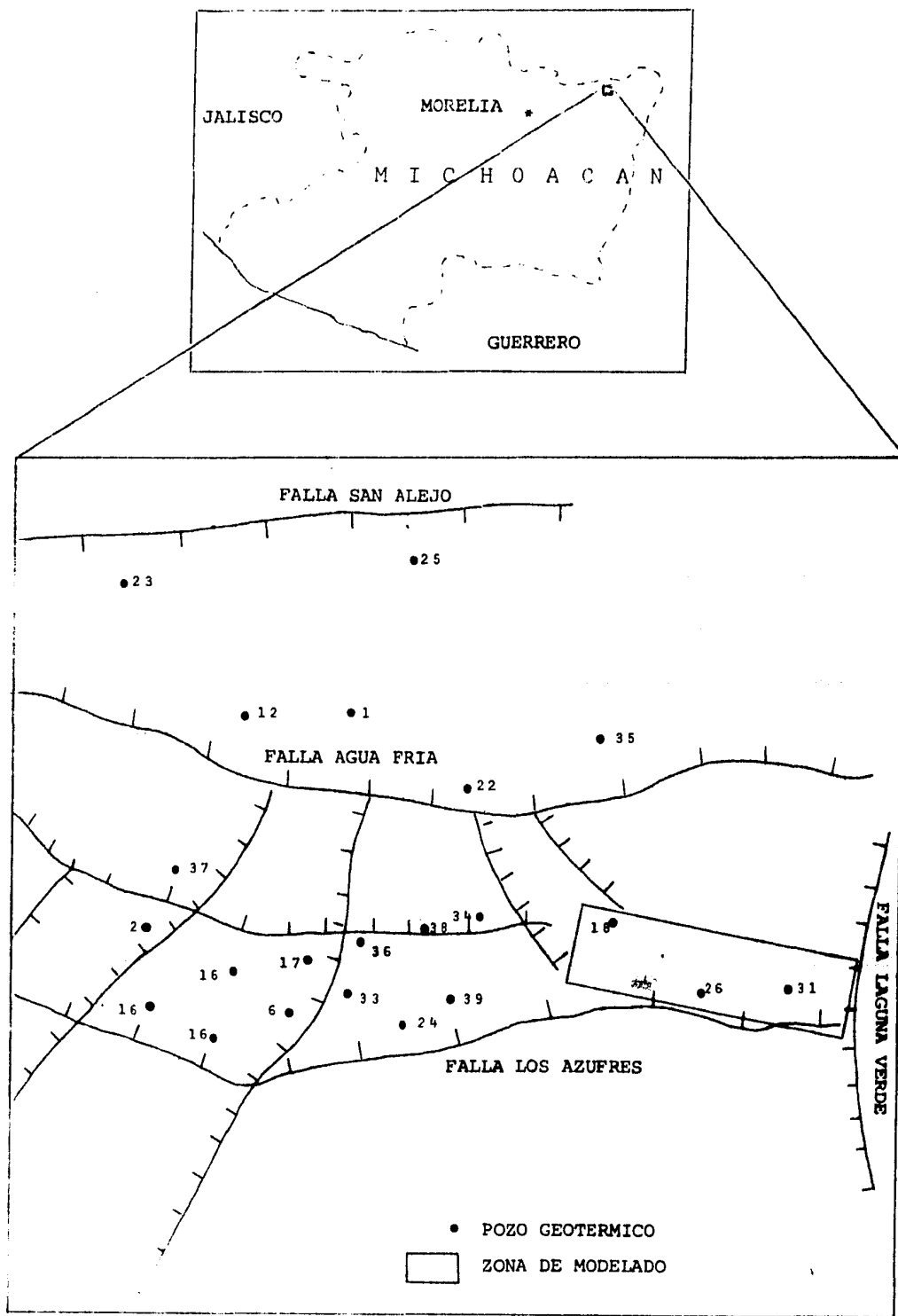


Figura 8.- Ubicación del campo de los Azufres, Mich. y la zona de modelado, pozos 18, 26 y 31.

Al analizar la ubicación de los pozos estudiados, puede notarse que es factible la existencia de un flujo de fluidos localmente unidimensional, a causa del control geológico que existe sobre las condiciones hidráulicas del área. En la figura 9 se presenta el modelo conceptual del sistema tal como se concibió para esta simulación, cuya finalidad fue la de encontrar por medio de ensayos, las características del yacimiento unidimensional necesarias para reproducir la gráfica experimental de la prueba de interferencia.

La geometría simplificada del yacimiento se basa en datos geológicos; consiste en un paralelepípedo de 1600 m de longitud, dividido en 8 celdas de 200 m cada una. Debido a que se trata de una pequeña porción de un yacimiento geotérmico importante, se supuso que en las fronteras el efecto de la explotación es nulo, por lo que la presión se mantiene constante.

Los pozos extractores 18 y 31 se simulan con las celdas 2 y 7 respectivamente, por lo que el problema se reduce a encontrar la combinación de parámetros del yacimiento que junto con los datos iniciales permitan hacer que la presión de la celda 5 reproduzca la curva experimental de la prueba de interferencia.

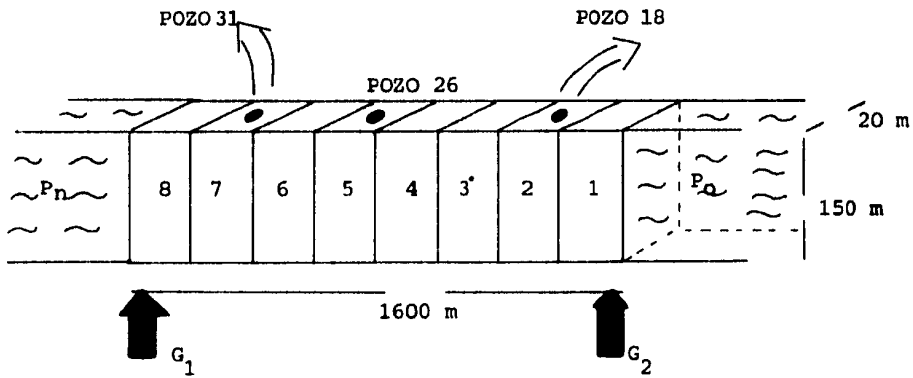
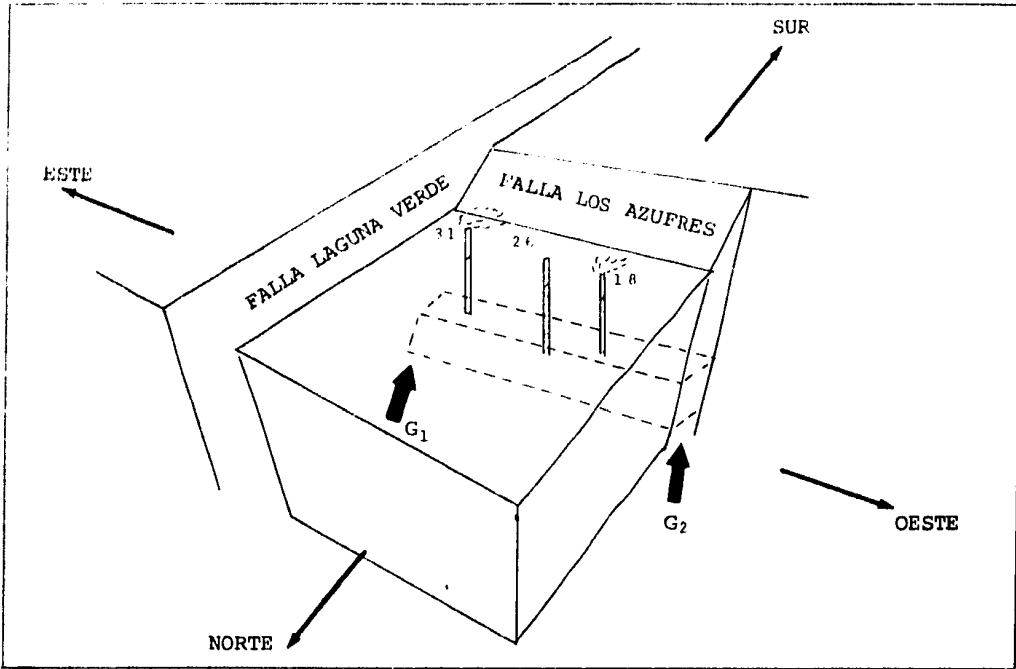
Los únicos datos de campo con los que se contó fueron los concernientes a gasto másico, presión y entalpía de los pozos mencionados, además de información cualitativa sobre los tipos de roca y materiales en los que se encuentra el yacimiento. Los restantes datos iniciales que alimentan al programa de simulación, tuvieron que seleccionarse con base en referencias bibliográficas y corridas de prueba, con el fin de comprobar que el valor elegido era consistente con los valores experimentales.

Este procedimiento hizo necesaria la ejecución de gran número de simulaciones preliminares, que permitieron definir además, el mínimo intervalo temporal necesario para asegurar la convergencia del algoritmo, en este caso, 21600 seg (6 horas). Según pudo comprobarse, el valor de este incremento para celdas de 200 m, fue posible gracias a que las condiciones de frontera de presión constante impiden la aparición de cambios bruscos de los parámetros físicos en los extremos del yacimiento.

A continuación se presentan los datos iniciales y las tablas de datos termodinámicos producidos por los programas PARAML y MODMAT correspondientes a la última simulación, con la que se logró reproducir la gráfica experimental de la pérdida de presión en el pozo 26 (celda 5) en función del tiempo.

4.6 FORMACION DEL ARCHIVO DE DATOS INICIALES .

La creación del archivo de datos iniciales y condiciones de frontera es similar a la mostrada en el primer ejemplo, excepto que los valores de las variables no uniformes (pre



Extracción en el pozo 18 = 17.6 Kg/seg

Extracción en el pozo 31 = 10.4 Kg/seg

Los únicos datos conocidos son la presión y la entalpía de las celdas 2, 5 y 7

Figura 9.- Yacimiento unidimensional con fronteras de presión constante, dos pozos productores y uno observador en el que se monitorea la caída de presión.

ción y entalpía), se asignaron individualmente en cada una de las celdas del yacimiento.

Con el fin de facilitar la modificación del archivo de datos iniciales, se creó un programa especial (no se incluye) con el que se evitó la necesidad de formar uno nuevo para cada simulación, bastando con modificar los datos de otro ya existente.

En la tabla 5 se presentan los datos iniciales y condiciones de frontera correspondientes a la última simulación; las condiciones termodinámicas resultantes al alimentar con estos datos al programa MODMAT son mostrados en las tablas 6 y 7.

4.7 RESULTADOS E INTERPRETACION DEL SEGUNDO EJEMPLO DE MODELADO.

Ante la carencia de mayor información, los datos de presión y entalpía de los pozos se supusieron constantes en las celdas contiguas a ellos, en tanto que los valores de densidad, calor específico y coeficiente de dispersión térmica de la roca se tomaron de la simulación anterior, suponiendolos uniformes para todo el yacimiento.

Las variables desconocidas de mayor importancia fueron ajustadas después de gran cantidad de corridas de prueba; primero se fijó el valor de la porosidad en 35% para las 8 celdas del yacimiento. Este valor es razonable tomando en cuenta que se trata de material no consolidado que rellena un espacio interfractura, por lo que su capacidad de almacenaje de fluidos debe ser considerable, de modo que el yacimiento no se agote rápidamente.

Posteriormente se fijó el valor de la compresibilidad en $0.4300 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$, con base en tablas de porosidad-compresibilidad de rocas sedimentarias comunes⁶.

La permeabilidad se determinó a partir de simulaciones de prueba y consideraciones empíricas. Este término determina, junto con las condiciones de frontera, la capacidad de recarga del yacimiento, así como la rapidez con la que una perturbación física se transmite a través del mismo.

Tomando en cuenta que las fallas y fracturas son zonas de muy alta permeabilidad, se consideró razonable utilizar un valor de $.1 \times 10^{-11} \text{ m}^2$ para esta propiedad (100 veces mayor que en una roca permeable). Experimentalmente se encontró que valores menores a éste, provocarían que la presión del yacimiento se colapsara en solo unos días, aun cuando el material fuese muy poroso y con fronteras de presión constante, por otra parte, valores mayores provocarían una caída inicial de presión excesivamente rápida en el pozo observador, y posteriormente una es-

```

*****
*
*   PARAMETROS DE SIMULACION Y CONDICIONES
*   INICIALES DE UN YACIMIENTO GEOTERMICO
*   DE GEOMETRIA LINEAL.
*
*****

```

DIMENSIONES DEL CAMPO LINEAL (EN M.).

```

LONGITUD DEL YACIMIENTO = 1600.0
ANCHO DEL CAMPO = 20.0
ESPESOR = 150.0
NUMERO DE ELEMENTOS A SIMULAR = 8
INCREMENTO TEMPORAL = 21600.0
INCREMENTO ESPACIAL = 200.0
.....

```

CARACTERISTICAS DE LA ROCA :

```

COMPRESIBILIDAD = .4300E-09
DENSIDAD DE LA ROCA = 2500.0
CALOR ESPECIFICO DE ROCA = 1010.0
DISPERSION TERMICA = 3.50
.....

```

X	PRESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	POROSIDAD (%)	PERMEABILIDAD (M2)	GASTOS (KG/S)
1	49.3700	1684.00	35.00	.7E-12	5.0
2	49.3700	1684.00	35.00	.7E-12	-17.6
3	49.3700	1684.00	35.00	.7E-12	.0
4	49.3000	1529.00	35.00	.7E-12	.0
5	49.3000	1529.00	35.00	.7E-12	.0
6	49.3000	1529.00	35.00	.7E-12	.0
7	48.6100	2301.00	35.00	.7E-12	-10.4
8	48.6100	2301.00	35.00	.7E-12	40.0

.....

Tabla 5.- Datos iniciales de la última simulación de la prueba de interferencia.

ESTADO DEL CAMPO A LOS 0 HORAS											
X (M)	PPESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS. LIQ (G/M3)	DENS. VAP (G/M3)	DENSIDAD (G/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC. LIQ. (CG/M/S)	VISC. VAP. (CG/M/S)
200	49.37	1684.00	265.2	779.7	25.2	72.6	6.9	92.6	35.00	.10184E+09	.16758E+04
400	49.37	1684.00	265.2	779.7	25.2	72.6	6.9	92.6	35.00	.10184E+09	.16758E+04
600	49.37	1684.00	265.2	779.7	25.2	72.6	6.9	92.6	35.00	.10184E+09	.16758E+04
800	49.36	1529.00	265.1	779.8	25.2	66.3	9.7	29.1	35.00	.10187E+09	.16758E+04
1000	49.36	1529.00	265.1	779.8	25.2	66.3	9.7	29.1	35.00	.10187E+09	.16758E+04
1200	49.35	1529.00	265.1	775.8	25.2	59.3	9.7	29.1	35.00	.10187E+09	.16758E+04
1400	48.61	1301.00	262.2	781.3	24.8	34.9	1.3	70.2	35.00	.16220E+09	.16758E+04
1600	48.61	1301.00	262.2	781.3	24.8	34.9	1.3	70.2	35.00	.16220E+09	.16758E+04
ESTADO DEL CAMPO A LOS 120 HORAS											
X (M)	PPESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS. LIQ (G/M3)	DENS. VAP (G/M3)	DENSIDAD (G/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC. LIQ. (CG/M/S)	VISC. VAP. (CG/M/S)
200	49.10	1683.84	262.5	780.2	25.1	71.5	6.1	92.6	35.00	.10197E+09	.16758E+04
400	49.11	1794.09	277.6	785.7	25.0	74.7	4.1	45.0	35.00	.10393E+09	.16758E+04
600	47.91	1713.73	261.9	782.7	24.4	66.0	5.3	24.7	35.00	.10295E+09	.16758E+04
800	46.94	1531.16	262.7	780.8	25.0	58.7	9.5	29.3	35.00	.10204E+09	.16758E+04
1000	49.11	1530.10	262.9	780.2	25.1	57.5	9.6	29.3	35.00	.10196E+09	.16758E+04
1200	49.06	1530.40	262.6	780.3	25.1	57.5	9.6	29.3	35.00	.10195E+09	.16758E+04
1400	49.71	2136.96	263.6	779.0	25.4	39.3	1.9	69.1	35.00	.10188E+09	.16758E+04
1600	49.91	1529.54	272.4	784.3	25.3	69.0	5.5	35.3	35.00	.12554E+09	.16758E+04
ESTADO DEL CAMPO A LOS 240 HORAS											
X (M)	PPESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS. LIQ (G/M3)	DENS. VAP (G/M3)	DENSIDAD (G/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC. LIQ. (CG/M/S)	VISC. VAP. (CG/M/S)
200	48.08	1709.31	261.5	782.4	24.5	67.2	5.6	94.5	35.00	.10246E+09	.16665E+04
400	48.35	1872.95	252.1	782.8	22.0	47.0	3.2	45.3	34.99	.10455E+09	.16479E+04
600	46.41	1702.52	239.9	785.9	23.6	60.2	4.8	37.4	35.00	.10320E+09	.16507E+04
800	48.13	1536.55	261.6	782.3	24.6	68.2	9.1	24.0	35.00	.10244E+09	.16665E+04
1000	49.02	1530.66	262.8	780.4	25.0	67.1	9.5	29.3	35.00	.10200E+09	.16758E+04
1200	49.90	1525.64	263.9	778.6	25.3	100.8	10.0	22.8	35.00	.10155E+09	.16758E+04
1400	51.46	2056.71	285.9	775.3	26.3	46.6	2.7	54.9	35.00	.10088E+09	.16360E+04
1600	56.47	1796.19	274.1	761.2	30.2	75.6	6.2	37.4	35.01	.97960E+04	.16156E+04
ESTADO DEL CAMPO A LOS 360 HORAS											
X (M)	PPESION (BAR)	ENTALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS. LIQ (G/M3)	DENS. VAP (G/M3)	DENSIDAD (G/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (%)	POROSIDAD (%)	VISC. LIQ. (CG/M/S)	VISC. VAP. (CG/M/S)
200	47.56	1726.67	260.6	783.9	24.1	64.2	5.3	95.6	35.00	.10262E+09	.16646E+04
400	42.14	1945.27	253.4	785.3	21.4	41.6	2.6	45.8	34.99	.10562E+09	.16374E+04
600	45.31	1786.50	257.8	788.3	23.1	53.4	4.2	39.8	34.99	.10387E+09	.16534E+04
800	47.45	1541.62	263.7	783.7	24.2	50.3	8.7	24.5	35.00	.10277E+09	.16665E+04
1000	49.02	1530.63	262.6	780.4	25.0	67.1	9.5	29.3	35.00	.10200E+09	.16758E+04
1200	50.55	1522.22	264.8	777.1	25.9	103.7	10.4	22.4	35.00	.10127E+09	.16816E+04
1400	52.40	2003.59	267.0	773.4	26.8	50.5	3.2	51.5	35.01	.10046E+09	.16507E+04
1600	55.13	1784.19	274.9	760.0	30.5	78.1	6.5	36.5	35.02	.97733E+04	.16226E+04

Tabla 6.- Resultados iniciales de la simulación de la prueba de interferencia.

ESTADO DEL CAMPO A LOS 360 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTHALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (X)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ (CG/M/SE)	VISC.VAP. (CG/M/SE)
200	45.36	1767.31	258.6	787.4	23.4	57.3	4.5	38.5	34.99	1.0355E-03	1.8555E-04
400	39.59	2196.30	243.7	801.0	20.1	55.0	1.9	65.0	34.99	1.0716E-03	1.8700E-04
600	42.83	1902.33	254.4	793.7	21.8	44.7	3.0	47.2	34.99	1.0329E-03	1.8394E-04
800	45.75	1556.93	253.5	787.4	23.9	53.0	7.3	29.9	34.99	1.0364E-03	1.8509E-04
1000	48.60	1533.07	262.2	781.3	24.8	55.3	9.3	23.6	35.00	1.0221E-03	1.8715E-04
1200	51.27	1519.10	265.6	775.7	26.2	106.6	10.7	22.0	35.00	1.0095E-03	1.8951E-04
1400	53.40	1933.72	268.2	771.4	27.4	54.7	3.7	48.9	35.01	1.0002E-03	1.8951E-04
1600	55.82	1772.11	275.7	758.6	30.9	80.8	6.9	35.6	35.02	9.7477E-04	1.9275E-04

ESTADO DEL CAMPO A LOS 1080 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTHALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (X)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ (CG/M/SE)	VISC.VAP. (CG/M/SE)
200	45.74	1771.36	258.4	787.4	23.3	57.3	4.5	38.7	34.99	1.0365E-03	1.8558E-04
400	39.58	2227.61	249.4	801.5	20.0	29.0	1.2	68.8	34.98	1.0729E-03	1.8109E-04
600	42.60	1916.62	254.1	794.2	21.6	43.3	2.9	48.0	34.99	1.0336E-03	1.8381E-04
800	45.56	1555.91	253.2	787.8	23.2	52.2	7.7	28.1	34.99	1.0374E-03	1.8548E-04
1000	48.48	1533.33	262.1	781.5	24.7	54.8	9.3	23.7	35.00	1.0227E-03	1.8706E-04
1200	51.21	1519.34	265.5	775.8	26.2	106.6	10.7	22.0	35.00	1.0098E-03	1.8943E-04
1400	53.33	1923.33	268.2	771.4	27.4	54.6	3.7	48.9	35.01	1.0003E-03	1.8956E-04
1600	55.81	1772.06	275.6	758.6	30.9	80.8	6.9	35.6	35.02	9.7479E-04	1.9255E-04

ESTADO DEL CAMPO A LOS 1200 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTHALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (X)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ (CG/M/SE)	VISC.VAP. (CG/M/SE)
200	45.64	1774.16	258.3	787.6	23.2	57.1	4.4	38.9	34.99	1.0370E-03	1.8535E-04
400	39.21	2254.03	243.1	801.9	19.9	28.7	1.1	68.4	34.98	1.0740E-03	1.8178E-04
600	42.42	1928.53	253.8	794.7	21.5	42.9	2.8	48.8	34.99	1.0346E-03	1.8370E-04
800	45.39	1560.32	253.0	788.1	23.1	51.4	7.6	28.2	34.99	1.0383E-03	1.8535E-04
1000	48.35	1534.62	261.9	781.8	24.7	54.3	9.2	23.8	35.00	1.0233E-03	1.8700E-04
1200	51.14	1519.61	265.5	776.0	26.2	106.1	10.7	22.0	35.00	1.0102E-03	1.8844E-04
1400	53.34	1934.92	268.2	771.3	27.4	54.5	3.6	48.4	35.01	1.0005E-03	1.8954E-04
1600	55.80	1772.17	275.6	758.7	30.9	80.8	6.9	35.6	35.02	9.7485E-04	1.9253E-04

ESTADO DEL CAMPO A LOS 1320 HORAS

X (M)	PRESION (BAR)	ENTHALPIA (KJ/KG)	TEMP. (C.C)	DENS.LIQ (KG/M3)	DENS.VAP (KG/M3)	DENSIDAD (KG/M3)	SATURACION (%)	CALIDAD (X)	POROSIDAD (%)	VISC.LIQ (CG/M/SE)	VISC.VAP. (CG/M/SE)
200	45.56	1776.40	258.2	787.8	23.2	56.8	4.4	39.1	34.99	1.0374E-03	1.8548E-04
400	39.06	2277.47	248.9	802.2	19.8	25.1	1.1	69.7	34.98	1.0749E-03	1.8170E-04
600	42.25	1939.05	253.6	795.0	21.5	42.2	2.7	49.4	34.99	1.0356E-03	1.8361E-04
800	45.24	1562.46	253.8	788.5	23.0	50.8	7.5	28.4	34.99	1.0391E-03	1.8531E-04
1000	48.24	1535.36	261.8	782.1	24.6	53.8	9.1	23.8	35.00	1.0238E-03	1.8693E-04
1200	51.06	1519.91	265.4	778.2	26.1	105.8	10.6	22.1	35.00	1.0106E-03	1.8840E-04
1400	53.30	1956.21	268.1	771.6	27.3	54.4	3.6	48.4	35.01	1.0007E-03	1.8952E-04
1600	55.78	1772.38	275.6	758.7	30.9	80.7	6.8	35.6	35.02	9.7483E-04	1.9257E-04

Tabla 7.- Resultados finales de la simulación de la prueba de interferencia.

tabilización que no correspondería con los datos experimentales.

Después de fijar los valores de todas estas variables, se comprobó la imposibilidad de reproducir la caída de presión del pozo 26 si no se incluían fuentes internas de recarga del yacimiento. Nuevamente procediendo por ensayo y error se concluyó que los valores más adecuados para reproducir la curva experimental eran: un gasto de 5 Kg/seg en el extremo NW y uno de 40 Kg/seg en el SE (gráfica 5).

El análisis de las condiciones geológicas del campo muestra que los gastos máxicos inyectados en los extremos del yacimiento estarían asociados con las fallas Laguna Verde y Agua Fría; en completa concordancia con los estudios hidrológicos realizados.

4.8 COMENTARIOS SOBRE LOS EJEMPLOS DE MODELADO.

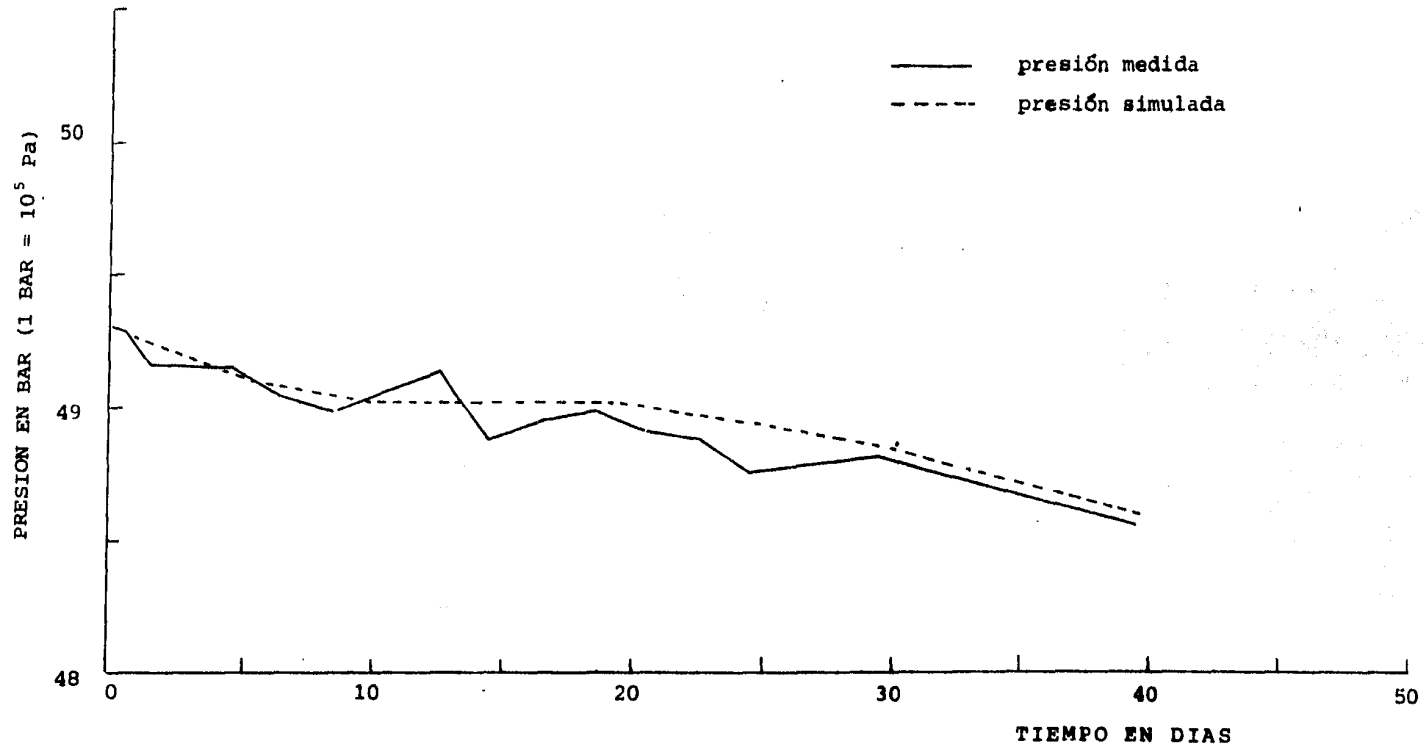
En los textos clásicos sobre métodos numéricos²⁹, se demuestra que la resolución de ecuaciones diferenciales parabólicas, utilizando un algoritmo de diferencias finitas explícitas, solo es posible cuando el cociente $Dt/(Dx)^2$ es menor de 0.5. Sin embargo, en este caso el resultado no es aplicable, ya que en las ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno, aparecen operadores laplacianos y derivadas no lineales que se acoplan simultáneamente con los términos $\delta P/\delta t$ y $\delta H/\delta t$, y hasta la fecha no existen análisis teóricos sobre las condiciones de convergencia de este sistema diferencial.

Como consecuencia, la determinación del cociente $Dt/(Dx)^2$ óptimo para la simulación, debe realizarse con base en corridas de prueba, notando que las condiciones de frontera y los datos iniciales tienen un efecto que debe juzgarse a partir del efecto que producen sobre las condiciones termodinámicas del yacimiento, de modo que cambios más bruscos deben simularse con cocientes $Dt/(Dx)^2$ menores.

Para el modelado del yacimiento hipotético fue necesario utilizar incrementos temporales tales que $Dt/(Dx)^2 < 0.1$ durante las primeras etapas de la simulación y $Dt/(Dx)^2 < 0.7$ al cabo de 15 meses de explotación. Para el segundo ejemplo, se comprobó la validez de la condición $Dt/(Dx)^2 < 0.6$ durante todo el lapso simulado.

Con el fin de mejorar las condiciones de convergencia del algoritmo, se probaron esquemas de diferencias finitas hacia adelante, hacia atrás y centrales, sin lograr resultados positivos.

Para el estudio de la prueba de interferencia se partió de datos numéricos cuyo error experimental es desconocido, así como su propagación numérica. Un análisis detallado de es -



Gráfica 5 .- Comparación entre la caída de presión experimental medida en el pozo 26 como resultado de la prueba de interferencia, y la simulación de este mismo parámetro hecha con el programa MODMAT.

tos aspectos solo será posible cuando se disponga de más y mejores datos de campo. por el momento basta haber confirmado que la simulación de la prueba de interferencia usando un modelo unidimensional, aporta resultados útiles, consistentes con las evidencias de campo disponibles hasta la fecha.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Las gráficas 1,4 y 5 demuestran la utilidad del modelo matemático y el algoritmo mostrados en esta tesis, para la simulación numérica de las condiciones termodinámicas de yacimientos geotérmicos unidimensionales, tanto de líquido dominante, como de mezcla o vapor seco. En los dos ejemplos de aplicación realizados, fue posible reproducir la evolución teórica o experimental de la presión, en el segundo de ellos, con una precisión superior a .1 bar, basándose en condiciones apegadas a la información física y geológica de campo y más aun, impidiendo su violación so pena de obtener resultados inconsistentes con los datos experimentales.

El programa de simulación MODMAT , permite estudiar problemas específicos de importancia práctica, mejorando en mucho a las técnicas petroleras de simulación que normalmente se usan en los campos geotérmicos. Esto es debido fundamentalmente, a que se trata de un modelo que aborda el fenómeno de la circulación de fluidos de alta entalpía, con un considerable nivel de complejidad termodinámica, aunque manteniendo su simplicidad numérica, gracias a que la geometría del problema se limita a una sola dimensión.

Estas características hacen que el programa sea de gran interés didáctico, ya que permite obtener una mayor comprensión de los fenómenos físicos del problema, además de ilustrar los matemáticos, pero sin distraer la atención con las dificultades numéricas que provocaría una simulación de más dimensiones.

A pesar de su relativa simplicidad, el programa permite incluso la simulación de flujo vertical, situación que se produce en diversas localidades del mismo campo de los Azufres y de muchas otras zonas geotérmicas, incluyendo las de roca seca caliente.

Adicionalmente, el programa es de fácil manejo y de gran accesibilidad, pues está diseñado para su programación en un microprocesador con capacidad de memoria de 64 kbytes.

Es importante señalar además, que hasta la fecha, los yacimientos en medios fracturados no se conocen con la amplitud suficiente para modelar con todo rigor algunas de sus partes, en donde exista un flujo unidimensional de fluidos, sin embargo, su estudio es ineludible y ya se ha iniciado. Por esta razón, el modelo presentado será muy importante a corto plazo, pues al permitir comprender el papel que desempeña cada una de las características del yacimiento en su comportamiento global, hará posible estimar el valor de algunos parámetros desconocidos o difíciles de medir, pero de gran importancia para la aplicación de modelos más complejos.

El incremento temporal necesario para asegurar la convergencia del algoritmo de diferencias finitas explícitas, utilizado para resolver las ecuaciones diferenciales, resulta demasiado pequeño para emprender simulaciones de largo plazo, tal como se había previsto antes de su creación. Sin embargo es adecuado para el estudio de pruebas cortas de presión; en particular cuando se conocen los tres parámetros más importantes del problema: la porosidad, la permeabilidad y las condiciones de frontera.

No obstante, es común tener que enfrentarse con la dificultad de estudiar pruebas cortas, en las que mucho de las características del yacimiento son desconocidas, teniendo que procederse por ensayo y error a encontrar la simulación que reproduzca el comportamiento de las variables del sistema monitoreadas en el campo. Esto provoca que una prueba inicialmente breve, tenga que repetirse gran cantidad de veces, con la consecuente lentitud que el proceso origina a causa de la pequeñez del incremento temporal.

Ya que se ha comprobado la corrección del algoritmo desarrollado, se considera muy conveniente su implementación en una computadora de mayor capacidad, con el fin de hacer posible la simulación de procesos de corta y larga duración con una mayor rapidez, aun cuando el incremento temporal sea pequeño.

También es recomendable el uso de alguna técnica implícita para la resolución del sistema diferencial, ya que aun disponiendo de un equipo de cómputo más rápido, el algoritmo explícito presenta muchas limitaciones al simular porciones de un campo geotérmico, ya que en tal caso, los incrementos espaciales son necesariamente pequeños.

Asimismo, se considera necesario mejorar el método de derivación de las ecuaciones constitutivas, así como analizar leyes de flujo no darciano. Esta última, podría ser una limitante para la validez del modelo al aplicarlo en fracturas, ya que se ha partido de la suposición de que las velocidades de flujo son pequeñas, hipótesis que podría violarse en un momento dado.

A P P E N D I C E S

APENDICE A

DESARROLLO DEL MODELO TEORICO GENERAL DE LA CIRCULACION DE FLUIDOS GEOTERMICOS EN UN MEDIO POROSO.

DEDUCCION DE LAS ECUACIONES GENERALES.

En este apéndice se presenta una síntesis del modo en que se desarrollan las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía para un fluido bifásico formado por un solo componente químico. La deducción se basa en el establecimiento de una correspondencia entre el medio material constituido por la roca y el fluido, y un espacio matemático continuo, definiendo los parámetros del sistema en forma diferencial.

Esta técnica, basada en el trabajo de Suárez (1982b), permite lograr una mejor comprensión intuitiva del fenómeno físico estudiado, aunque existen otros enfoques a partir de métodos de promediado que muestran con mayor claridad las limitaciones que significan algunas de las suposiciones hechas durante el proceso de deducción.

Uno de los fundamentos más importantes del método empleado, consiste en considerar a las magnitudes diferenciales, como propiedades de la mínima muestra volumétrica del sistema capaz de conservar todas sus características fisicoquímicas macroscópicas (δV).

DEFINICION DEL SISTEMA FISICO.

El sistema hidrotermal está formado por una región del espacio de volumen V , compuesta por roca porosa que contiene un fluido bifásico que ocupa todos los huecos dejados por la matriz sólida (Fig.10).

De acuerdo con la notación propuesta al principio de este trabajo pueden definirse las siguientes variables:

$$\text{Porosidad: } F(\bar{x}, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow \delta V} \frac{\Delta V_p}{\Delta V} = \frac{dV_p}{dV} \quad A1$$

Se trata de una medida del contenido relativo de poros en una muestra volumétrica V del yacimiento en función de la posición (\bar{x}) y el tiempo (t), tomando en cuenta solo los poros interconectados.

Densidad de la fase i , ($i = r, 1, 2$, roca, líquido o vapor respectivamente):

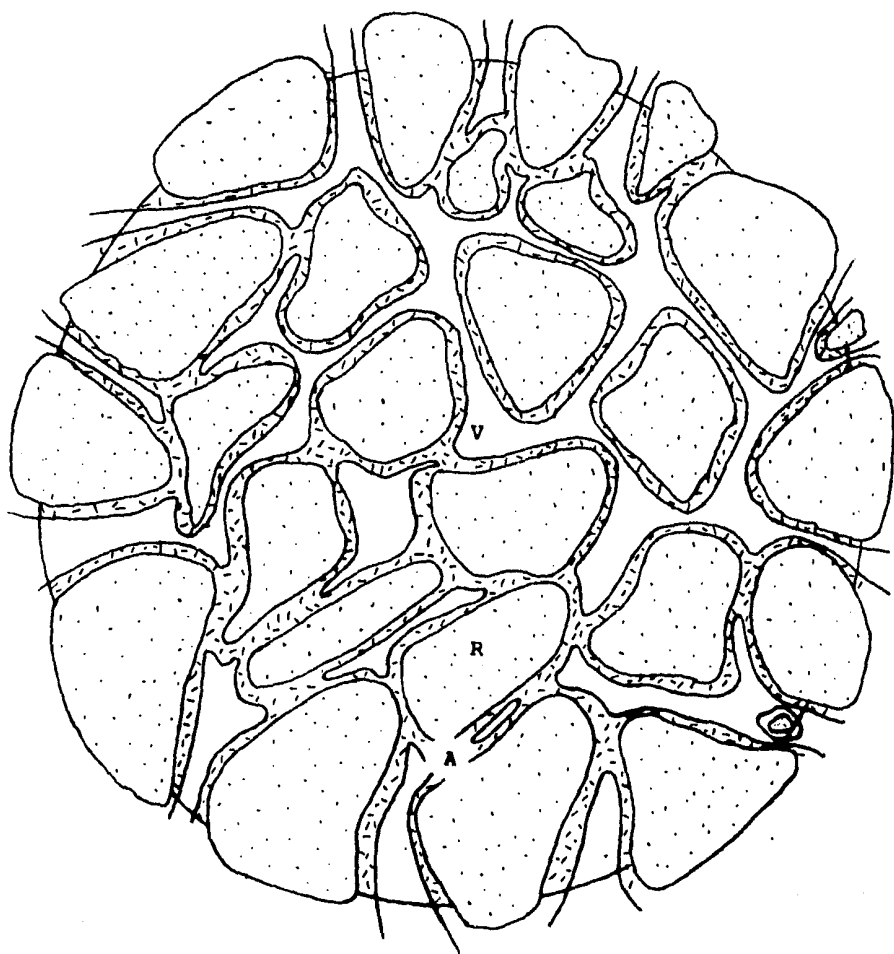


Figura 10.- Fluido bifásico en un medio poroso: roca, R; agua, A; vapor, V. (Modificado de Faust, 1976).

$$R_i(\bar{x}, t) = \lim_{\Delta V_i \rightarrow \delta V_i} \frac{-\Delta M_i}{\Delta V_i} = \frac{dM_i}{dV_i} \quad A2$$

Saturación de la fase i:

$$S_i(\bar{x}, t) = \lim_{\Delta V_i \rightarrow \delta V_i} \frac{\Delta V_i}{\Delta V_p} = \frac{dV_i}{dV_p} \quad A3$$

Es una medida relativa del porcentaje de poros ocupados por cada una de las fases fluidas (i=1,2).

Las tres derivadas como se han definido constituyen el punto de partida para el planteamiento matemático del problema.

ECUACIONES INTEGRALES DE CONSERVACION DE MASA.

La masa total del fluido en fase i contenida en el volumen V_i es (omitiendo la escritura explícita de la dependencia de \bar{x} y t):

$$M_i = \int_{V_i} R_i dV_i \quad A4$$

que con auxilio de A1, A2 y A3 puede expresarse como

$$M_i = \int_V R_i S_i F dV \quad A5$$

El flujo de masa en fase i que cruza la frontera ∂V en cada instante es:

$$\int_{\partial V} \bar{\pi}_i \bar{n} dA \quad A6$$

$\bar{\pi}_i$ = Vector flujo de masa instantáneo a través de ∂V

\bar{n} = Vector normal a la frontera ∂V

dA = Diferencial de superficie

En la interfase líquido-vapor ∂_{12} , existe además un intercambio de masa por evaporación o por condensación que puede expresarse como

$$\epsilon_i = \frac{1}{V} \int_{\partial_{12}} P_i \bar{u}_i \bar{n} dA \quad A7$$

\bar{u}_i = Velocidad real de una partícula de fluido en fase i

De acuerdo con las ecuaciones A5 a A7, el cambio instantáneo de masa de la fase i en el volumen V es:

$$M_i = \frac{d}{dt} \int_V R_i S_i F dV = \int_{\partial V} \bar{\pi}_i \bar{n} ds - (-1)^i \int_V \epsilon dV \quad A8$$

en donde se incluye el hecho de que por la conservación de la masa $\epsilon_1 = -\epsilon_2 = \epsilon$

La ecuación A8 puede reescribirse haciendo uso de teoremas del análisis matemático, como:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (R_i S_i F) + \text{div} (R_i S_i F \bar{u}_i) \right] dV = \int_V (\bar{\epsilon}_i + \bar{\pi}_{ii}) dV \quad A9$$

en donde $\pi_{ii} = \text{div} \bar{\pi}_i$.

ECUACION DE CONSERVACION DE LA MASA PARA LA ROCA.

$$\text{Tomando en cuenta que } V_p = V_i + V_2 \quad A10$$

$$V = V_p + V_r \quad A10'$$

$$\text{entonces: } \frac{dV_r}{dV} = 1 - F \quad A11$$

$$y \quad M_r = \int_{V_r} R_r dV_r = \int_V R_r (1 - F) dV \quad A12$$

de donde finalmente se llega a que

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (R_r (1-F)) + \text{div} (R_r (1-F) \bar{u}_r) \right] dV = 0 \quad A13$$

ECUACION INTEGRAL DEL MOMENTUM.

Según la ley fundamental de la dinámica del medio continuo:

$$\int_{V_i} \bar{f} dV + \int_{\partial V_i} \bar{t} ds = \int_{V_i} R \bar{a} dV \quad A14$$

\bar{f} = Vector de esfuerzos volumétricos
 \bar{t} = Vector de esfuerzos superficiales
 \bar{a} = Vector aceleración

Por otra parte, la relación de Cauchy establece que

$$\bar{t} = \bar{\sigma} \bar{n} \quad A14'$$

$\bar{\sigma}$ = Tensor de esfuerzos intrínsecos

Utilizando la ecuación A14' y el teorema de la divergencia, se llega finalmente a la expresión

$$\int_{V_i} \bar{f}_i dV + \int_{V_i} \text{div } \bar{\sigma}_i dV_i = \int_{V_i} R_i \bar{a}_i dV_i \quad A15$$

ecuación válida para cada una de las fases incluida la roca.

ECUACIONES INTEGRALES DE LA ENERGIA.

Según la primera ley de la termodinámica del medio continuo:

$$E_i + K_i = W_i + Q_i \quad A16$$

en donde

$$E_i = \int_{V_i} R_i e_i dV_i \quad A17$$

E_i = Energía interna de la fase i
 e_i = densidad de energía interna

$$K_i = \int_{V_i} R_i \frac{\bar{u}_i - \bar{u}_i}{2} dV_i \quad A18$$

K_i = Energía cinética

$$W_i = \int_{V_i} \bar{f}_i \bar{x}_i dV_i + \int_{\partial V_i} \bar{x}_i \bar{\sigma}_i \bar{n} dA_i \quad A19$$

W_i = Trabajo

$$Q_i = \text{Cantidad de calor} = \int_V q_i dV$$

De acuerdo con la ecuación A16, la potencia del sistema cumple la ecuación:

$$\frac{dE_i}{dt} + \frac{dK_i}{dt} = \frac{dW_i}{dt} + \frac{dQ_i}{dt} \quad A20$$

Calculando cada término por separado y substituyendo

en A20 se llega finalmente a que:

$$\int_V \left[\frac{d}{dt} (R_i S_i F e_i) + \text{div} (R_i S_i F e_i \bar{u}_i) + \frac{\bar{u}_i L_i - \bar{u}_i}{2} (\epsilon_i + \pi_{ii}) \right] dV =$$

$$= \int_V \left[(\sigma_i \text{div} \bar{v} \bar{u}_i) S_i F + q_i \right] dV \quad \text{A21}$$

en donde se han hecho algunas simplificaciones mediante la aplicación de los principios de conservación de la masa y el momento.

Mediante un razonamiento similar se encuentra que para la roca

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} (R_r e_r (1-F)) + \text{div} (R_r (1-F) e_r \bar{u}_r) \right] dV =$$

$$= \int_V (\sigma_r \text{div} \bar{v} \bar{u}_r) (1-F) + q_r \quad \text{A22}$$

En cualquier texto de análisis matemático se demuestra que si la integral de una función continua sobre un volumen es nula, entonces la función misma es nula. Esto permite escribir en forma diferencial las ecuaciones A9, A13, A21 y A22 respectivamente como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_i S_i F) + \text{div} (R_i S_i F \bar{u}_i) = \epsilon_i + \pi_{ii} \quad \text{A23}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_r (1-F)) + \text{div} (R_r (1-F) \bar{u}_r) = 0 \quad \text{A24}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_i S_i F e_i) + \text{div} (R_i e_i S_i F \bar{u}_i) + \frac{\bar{u}_i L_i - \bar{u}_i}{2} (\pi_{ii} + \epsilon_i) =$$

$$= \sigma_i \text{div} \bar{v} \bar{u}_i S_i F + q_i \quad \text{A25}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R_r (1-F) e_r) + \text{div} (R_r (1-F) e_r \bar{u}_r) = \sigma_r \text{div} \bar{v} \bar{u}_r (1-F) + q_r \quad \text{A26}$$

Las ecuaciones A23 y A25 representan de hecho dos ecuaciones cada una, ya sea que i corresponda a la fase líquida ($i=1$) o a la fase vapor ($i=2$).

Este sistema diferencial es válido para cualquier medio, sea poroso o fracturado, sin importar el fluido ni si el régimen es o no darciano.

PARTICULARIZACION DE LAS ECUACIONES PARA UN MEDIO POROSO Y FLUJO DARCIANO.

La siguiente etapa dentro de la deducción del modelo consiste en introducir en las ecuaciones A23 a A25, las leyes de comportamiento para flujo de fluidos darcianos en medios porosos, además de las condiciones termodinámicas. Para lograrlo, se sigue el método propuesto por Mercer y Faust (1975), que consiste en utilizar la entalpía específica como potencial termodinámico, aprovechando que es un parámetro que se determina de manera habitual en todos los campos geotérmicos.

Se comienza por suponer válida la hipótesis de Dupuit, que relaciona la velocidad real de una partícula de fluido (\bar{u}_i), con la velocidad volumétrica (\bar{v}_i), de acuerdo con la relación

$$\bar{v}_i = \bar{u}_i S_i F \quad A27$$

Como ley de comportamiento del fluido se supone válida la ecuación

$$\bar{v}_i = - \frac{P_i}{R_i} \mathbf{I} \quad A28$$

$$P_i = \text{Presión}$$

Si adicionalmente se supone que el trabajo de compresibilidad para cada fase es nulo y además se efectúan los cambios de variable siguientes:

$$e_i = H_i - \frac{P_i}{R_i} \quad A29$$

$$H = \text{Entalpía}$$

$$R = R_1 S_1 + R_2 S_2 \quad A30$$

$$R_H = R_1 S_1 H_1 + R_2 S_2 H_2 \quad A31$$

entonces la suma de las ecuaciones A23 correspondientes a las fases líquido y vapor puede escribirse como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (R F) + \bar{v} (R_1 \bar{v}_1 + R_2 \bar{v}_2) = \pi_{11} + \pi_{22} = G \quad A32$$

(nuevamente se utiliza el hecho de que $-\epsilon_1 = \epsilon_2$)

mientras que la suma de las ecuaciones A25 correspondientes a las dos fases fluidas más la relativa a la roca (A26) puede expresarse como

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[R F H + (1-F) R_r H_r \right] + \bar{v} (R_1 H_1 \bar{v}_1 + R_2 H_2 \bar{v}_2) + \frac{\bar{u}_1 - \bar{u}_L}{2} (\pi_1 + \epsilon_1) + \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_L}{2} (\pi_2 + \epsilon_2) = q_1 + q_2 + q_r \quad A33$$

de modo que el sistema diferencial que representa el fenómeno se redujo de seis a solo dos ecuaciones.

Aprovechando la continuidad del flujo másico en la in

terfase líquido vapor (∂_1) puede deducirse que

$$R_1 \bar{u}_1 = - R_2 \bar{u}_2 \quad A34$$

y por conservación de la energía en la frontera

$$\frac{\bar{u}_1}{2} - \frac{\bar{u}_2}{2} (\pi_1 + \epsilon_1) = - H_1 \pi_1 + \frac{P_1}{R_1} \pi_1 \quad A35$$

donde $\frac{P_1}{R_1} \pi_1 = 0$ ya que se supone nulo el trabajo de compresión.

La ecuación A33 puede reescribirse como

$$\frac{\partial}{\partial t} (R F H + (1-F) R_r H_r) + \bar{v} (R_1 H_1 \bar{v}_1 + R_2 H_2 \bar{v}_2) - H_1 \pi_1 - H_2 \pi_2 = q_1 + q_2 + q_r \quad A36$$

Si se supone válida la ley de Darcy para el flujo de fluidos en medio poroso (lo que ocurre si el número de Reynolds (Re) es menor de 10), entonces:

$$\bar{v}_i = - \frac{K_i}{v_i} K (\bar{v} P_i - R_i \bar{g}) \quad A37$$

K_i = Permeabilidad relativa
 v_i = Viscosidad de la fase i
 K = Permeabilidad intrínseca
 \bar{g} = Aceleración gravitacional

Con el fin de simplificar más aun las ecuaciones A32 y A33 se despeja la presión capilar (P_c) definida como:

$$P_c = P_2 - P_1 \quad A32'$$

Si ésta es igual a cero, entonces la presión de ambas fases es la misma $P_1 = P_2 = P$ A38

Para simplificar los términos q se utiliza la ley de Fourier sobre la transferencia conductiva de calor.

$$q_i = k_i \bar{v} T \quad A39$$

y se define un coeficiente global de transferencia de calor tal que

$$K_M = k_1 + k_2 + k_r \quad A40$$

si se supone que las fases están en equilibrio térmico ($T_1 = T_2 = T_r = T$) entonces:

$$q_1 + q_2 + q_r = - K_M \bar{v} T \quad A41$$

Con auxilio de las ecuaciones A37 a A41, las expresiones A32 y A36 se transforman finalmente en

$$\frac{\partial}{\partial t} (P F) - K \bar{v} \left[\left(\frac{R_1 K_1}{v_1} + \frac{R_2 K_2}{v_2} \right) \bar{v} P - \left(\frac{R_1^2 K_1}{v_1} + \frac{R_2^2 K_2}{v_2} \right) \bar{g} \right] = G \quad A42$$

$$v \frac{\partial}{\partial t} (R F H + (1-F) R, H,) - K \bar{v} \left[\left(\frac{R_1 K_1 H_1}{v_1} + \frac{R_2 K_2 H_2}{v_2} \right) \bar{v} P - \left(\frac{R_1^2 K_1 H_1}{v_1} + \frac{R_2^2 K_2 H_2}{v_2} \right) \bar{g} \right] = H_1 \pi_1 + H_2 \pi_2 - K_M \bar{v} (\bar{v} T) \quad A43$$

Se tiene entonces un sistema de dos ecuaciones diferenciales parciales, por lo que para su resolución, las variables que involucran deben expresarse en términos de dos de ellas solamente. De este modo se obtendría un sistema resoluble.

ECUACIONES EN TERMINOS DE PRESION Y ENTALPIA.

Con el fin de simplificar las ecuaciones A42 y A43 se hacen los cambios de variable siguientes:

$$z_1 = \frac{R_1 K_1}{v_1} \quad A44$$

$$z = z_1 + z_2 \quad A45$$

$$z_H = z_1 H_1 + z_2 H_2 \quad A46$$

$$z_R = z_1 R_1 + z_2 R_2 \quad A47$$

$$z_{RH} = z_1 R_1 H_1 + z_2 R_2 H_2 \quad A48$$

Haciendo las substituciones, A42 y A43 se transforman en:

$$\frac{\partial}{\partial t} (R F) - K \bar{v} (z \bar{v} P - z_R \bar{g}) = G \quad A49$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (R F H + (1-F) R, H,) - K \bar{v} (z_H \bar{v} P - z_{RH} \bar{g}) + K_M \bar{v} (\bar{v} T) = G_H \quad A50$$

donde $G_H = \pi_1 H_1 + \pi_2 H_2$

Si se suponen válidas las siguientes dependencias funcionales:

$$\begin{aligned} F &= F(P) & R_i &= R_i(P, H) \\ v_i &= v_i(T) & H_i &= H_i(T) \\ K_i &= K_i(S) & H_i &= H_i(P) \\ T &= T(P, H) & S_i &= S_i(P, H) \end{aligned} \quad A51$$

entonces utilizando la ecuación $c_p = \frac{dH}{dT}$

c_p = Calor específico de la roca

aplicando las siguientes reglas de derivación:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(P, H) = \frac{\partial f}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial x} \quad A52$$

$$\bar{\nabla} (z \bar{\nabla} P) = \bar{\nabla} z \bar{\nabla} P + z \Delta P \quad A53$$

$$\bar{\nabla} z = \frac{\partial z}{\partial P} \bar{\nabla} P + \frac{\partial z}{\partial H} \bar{\nabla} H \quad A54$$

las ecuaciones A42 y A43 se transforman en:

$$D_1 \frac{\partial P}{\partial t} + D_2 \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial P} |\bar{\nabla} P|^2 + \frac{\partial z}{\partial H} \bar{\nabla} H \bar{\nabla} P + z \Delta P - \frac{\partial z_R}{\partial P} \bar{g} \bar{\nabla} P - \frac{\partial z_R}{\partial H} \bar{g} \bar{\nabla} H + \frac{G}{K} \quad A55$$

$$y \quad E_1 \frac{\partial P}{\partial t} + E_2 \frac{\partial H}{\partial t} = E_3 |\bar{\nabla} P|^2 + E_4 \bar{\nabla} H \bar{\nabla} P + E_5 \Delta P + \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} |\bar{\nabla} H|^2 + \frac{\partial T}{\partial H} \Delta H - \frac{K}{K_M} \frac{\partial z_{RH}}{\partial P} \bar{g} \bar{\nabla} P - \frac{K}{K_M} \frac{\partial z_{RH}}{\partial H} \bar{g} \bar{\nabla} H + \frac{G_M}{K_M} \quad A56$$

En donde el significado de cada término es el siguiente:

$$D_1 = \left[F \frac{\partial R}{\partial P} + R \frac{\partial F}{\partial P} \right] \frac{1}{K} \quad A57$$

$$D_2 = \frac{F}{K} \frac{\partial R}{\partial H} \quad A58$$

$$E_1 = \left[F H \frac{\partial R}{\partial P} + (RH - R, H) \frac{\partial F}{\partial P} + (1-F) R, c, \frac{\partial T}{\partial P} \right] \frac{1}{K_M} \quad A59$$

$$E_2 = \left[F H \frac{\partial R}{\partial H} + (1-F) R, c, \frac{\partial T}{\partial H} + F R \right] \frac{1}{K_M} \quad A60$$

$$E_3 = \frac{K}{K_M} \frac{\partial z_H}{\partial P} + \frac{\partial^2 T}{\partial P^2} \quad A61$$

$$E_4 = \frac{K}{K_M} \frac{\partial z_H}{\partial H} + 2 \frac{\partial^2 T}{\partial H \partial P} \quad A62$$

$$E_5 = \frac{K}{K_M} z_H + \frac{\partial T}{\partial P} \quad A63$$

El siguiente paso necesario para resolver el sistema formado por las ecuaciones A55 y A56, consiste en desacoplar - las, a fin de tener una ecuación diferencial para la presión y otra para la entalpía.

DESACOPLAMIENTO DE LAS ECUACIONES.

$$\text{Calculando } \frac{-C_{12}}{D_2} - \frac{-C_{13}}{E_2} \quad A64$$

$$\text{y } \frac{-C_{12}}{D_1} - \frac{-C_{13}}{E_1} \quad A65$$

se obtienen las ecuaciones:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = A_1 |\bar{v} P|^2 + A_2 \bar{v} H \bar{v} P + A_3 \Delta P - A_4 |\bar{v} H|^2 - A_5 \Delta H + A_6 - A_7 \bar{g} \bar{v} P - A_8 \bar{g} \bar{v} H \quad A66$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = B_1 |\bar{v} P|^2 + B_2 \bar{v} H \bar{v} P + B_3 \Delta P - B_4 |\bar{v} H|^2 - B_5 \Delta H + B_6 - B_7 \bar{g} \bar{v} P - B_8 \bar{g} \bar{v} H \quad A67$$

en donde todos los coeficientes son de la forma

$$A_j = A_j(P, H) \quad ; \quad B_j = B_j(P, H) \quad ; \quad j = 1 \dots 8$$

y explícitamente son los siguientes:

$$A_1 = \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{D_2} & \frac{\partial z}{\partial P} \\ & - \frac{E_3}{E_2} \end{array} \right] \frac{1}{D_P} \quad A68$$

$$A_2 = \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{D_2} & \frac{\partial z}{\partial H} \\ & - \frac{E_4}{E_2} \end{array} \right] \frac{1}{D_P} \quad A69$$

$$A_3 = \left[\begin{array}{cc} z & - \frac{E_5}{E_2} \end{array} \right] \frac{1}{D_P} \quad A70$$

$$A_4 = \frac{1}{E_2} \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} \frac{1}{D_P} \quad A71$$

$$A_5 = \frac{1}{E_2} \frac{\partial T}{\partial H} \frac{1}{D_P} \quad A72$$

$$A_6 = \left[\begin{array}{cc} -\frac{G}{D_2 K} & - \frac{G_H}{E_2 K_M} \end{array} \right] \frac{1}{D_P} \quad A73$$

$$A_7 = \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{D_2} \frac{\partial z_R}{\partial P} & - \frac{K}{E_2 K_M} \frac{\partial z_{RH}}{\partial P} \end{array} \right] \frac{1}{D_P} \quad A74$$

$$A_0 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{D_2} \frac{\partial Z_R}{\partial H} & - & \frac{K}{E_1 K_M} \frac{\partial Z_{RH}}{\partial H} \end{array} \right] \frac{1}{D_P} \quad A75$$

$$B_1 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{D_1} \frac{\partial Z}{\partial P} & - & \frac{E_4}{E_1} \end{array} \right] \frac{1}{D_H} \quad A76$$

$$B_2 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{D_1} \frac{\partial Z}{\partial H} & - & \frac{E_4}{E_1} \end{array} \right] \frac{1}{D_H} \quad A77$$

$$B_3 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{Z}{D_1} & - & \frac{E_5}{E_1} \end{array} \right] \frac{1}{D_H} \quad A78$$

$$B_4 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{E_1} \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} & & \frac{1}{D_H} \end{array} \right] \quad A79$$

$$B_5 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{E_1} \frac{\partial T}{\partial H} & & \frac{1}{D_H} \end{array} \right] \quad A80$$

$$B_6 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{G}{D_1 K} & - & \frac{G_H}{E_1 K_M} \end{array} \right] \frac{1}{D_H} \quad A81$$

$$B_7 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{D_1} \frac{\partial Z_R}{\partial P} & - & \frac{K}{E_1 K_M} \frac{\partial Z_{RH}}{\partial P} \end{array} \right] \frac{1}{D_H} \quad A82$$

$$B_8 = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{D_1} \frac{\partial Z_R}{\partial H} & - & \frac{K}{E_1 K_M} \frac{\partial Z_{RH}}{\partial H} \end{array} \right] \frac{1}{D_H} \quad A83$$

$$D_P = \left[\begin{array}{cc} \frac{D_1}{D_2} & - \frac{E_1}{E_2} \end{array} \right] \quad A84$$

$$D_H = \left[\begin{array}{cc} \frac{D_2}{D_1} & - \frac{E_2}{E_1} \end{array} \right] \quad A85$$

ECUACIONES CONSTITUTIVAS.

En este modelo, la dependencia funcional explícita que permite calcular los parámetros entalpía, temperatura, densidad, viscosidad y saturación de cada fase en términos de la presión y la entalpía del yacimiento, se calculan utilizando algunos resultados experimentales y los datos de las tablas de vapor.

La permeabilidad relativa de cada fase se calcula con las expresiones desarrolladas para un proceso en el que la vaporización predomina sobre la condensación. Estas son:

$$K_1 = \left[\frac{S_1 - S_{1R} - S_{2R}}{1 - S_{1R} - S_{2R}} \right]^4 \quad A86$$

$$y \quad K_R = \begin{bmatrix} 1 - \frac{S_1 - S_{1R} - S_{2R}}{S_M - S_{1R} - S_{2R}} \\ \frac{S_1 - S_{1R} - S_{2R}}{S_M - S_{1R} - S_{2R}} \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 1 - \frac{(S_1 - S_{1R} - S_{2R})^2}{(S_M - S_{1R} - S_{2R})^2} \\ \frac{(S_1 - S_{1R} - S_{2R})^2}{(S_M - S_{1R} - S_{2R})^2} \end{bmatrix} \quad A87$$

S_M = Saturación máxima

S_{1R} = Saturación residual del agua

S_{2R} = Saturación residual del vapor

La porosidad de la roca se expresa como función lineal de la presión según la siguiente fórmula:

$$F_I = F_I [1 + B_r (P - P_I)] \quad A87'$$

I = Subíndice que denota valores iniciales

Las variables entalpía, temperatura, densidad, viscosidad y saturación, se calculan a partir de la presión y la entalpía utilizando polinomios cuyos coeficientes C_j , $j = 1 \dots 43$, se calculan con el método de mínimos cuadrados a partir de datos de las tablas de vapor.

Siguiendo este método, se obtienen las ecuaciones que se presentan en la tabla A1 (Suárez, 1981a), válidas para los siguientes intervalos de presión y entalpía:

$$P \in (0.1, 22) \text{ [MPa]}$$

$$T \in (80, 370) \text{ [°C]}$$

$$H \in (335, 3175) \text{ [KJoule/Kg]}$$

En la parte superior de la tabla A1 se incluyen las expresiones polinomiales y en la inferior se indica el valor numérico de cada uno de los coeficientes, identificados con una notación matricial.

DERIVADAS DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS.

Como puede verse, las ecuaciones A68 a A85 que definen los coeficientes funcionales A_j y B_j ($j = 1 \dots 8$), incluyen las derivadas de las variables porosidad, permeabilidad, entalpía, temperatura, densidad, viscosidad y saturación, con respecto a la presión y la entalpía del sistema. Estas se calculan directamente a partir de las ecuaciones constitutivas, aunque hasta la fecha no existe una demostración formal de la validez de este procedimiento, excepto por los buenos resultados que ha dado¹³.

Por experiencia se sabe que dentro de un mismo yacimiento pueden existir zonas tanto monofásicas como bifásicas y la explotación favorece este fenómeno. Por tal motivo es indis-

A 1

	E N T A L P I A	T E M P E R A T U R A	D E N S I D A D	V I S C O S I D A D	S A T U R A C I O N
LIQUIDO	$C_1 + C_2 P - C_3 P^2 + C_4 P^3$ $-C_5/P + C_6/P^2 - C_7/P^3$	$-C_{23} - C_{24} P + C_{25} H_1$ $+ C_{26}/H_1 - C_{27} H_1^2$	$C_{12} + C_{13} P - C_{14} H_1 +$ $C_{15}/H_1 + C_{16} P H_1 - C_{17} H_1^2$	$C_{38} \text{ EXP } \frac{C_{39}}{T_1 + C_{40}}$	$R_2 (H_2 - H)$ $\frac{H(R_1 - R_2) - R_1 H_1 + R_2 H_2}{1}$
VAPOR	$C_8 - C_9/P + C_{10}/P^2 - C_{11} P^2$	$-C_{28} + C_{29} P - C_{30} P^2 + C_{31} H_2^2 -$ $-C_{32}/H_2^2/P^2 + C_{33}/P^3 - C_{34} H_2^3 P - C_{35}/H_2^4 + C_{21} P^4 + C_{22} H_2^3 P$	$-C_{18} + C_{19} P - C_{20} P H_2$	$C_{36} T_2 + C_{37}$	$1 - S_1$
MEZCLA	$(S_1 R_1 H_1 + S_2 R_2 H_2) / R$	$(T_1 + T_2) / 2$	$R_1 S_1 + R_2 S_2$	V_1	1
ROCA	$C_{41} + C_{42} T + C_{43} T^2$	T_1	R	∞	$1 - F$

M A T R I Z D E C O N S T A N T E S (REGRESIONES POR MINIMOS CUADRADOS)

C	J	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0			$8.09674 \cdot 10^5$	$9.44665 \cdot 10^{-2}$	$4.50247 \cdot 10^{-9}$	$1.20265 \cdot 10^{-16}$	$1.627 \cdot 10^{11}$	$2.98163 \cdot 10^{16}$	$1.75623 \cdot 10^{21}$	$2.82282 \cdot 10^6$	$3.9952 \cdot 10^{11}$
1		$2.54342 \cdot 10^{15}$	$9.38879 \cdot 10^{10}$	$9.89875 \cdot 10^2$	$4.00894 \cdot 10^{77}$	$4.00489 \cdot 10^{-5}$	$2.66608 \cdot 10^6$	$5.46283 \cdot 10^{13}$	$1.29958 \cdot 10^{10}$	$2.26162 \cdot 10^2$	$4.38441 \cdot 10^{-5}$
2		$1.79088 \cdot 10^{11}$	$3.69276 \cdot 10^{49}$	$5.17644 \cdot 10^{29}$	28.1515	$1.37458 \cdot 10^{-7}$	$3.01117 \cdot 10^4$	$3.53637 \cdot 10^6$	$4.31919 \cdot 10^{11}$	374.669	$4.79921 \cdot 10^5$
3		$6.33606 \cdot 10^{13}$	$7.39386 \cdot 10^{41}$	$3.3372 \cdot 10^{24}$	$3.57154 \cdot 10^{16}$	$1.1725 \cdot 10^{26}$	$2.26861 \cdot 10^{27}$	$4.07 \cdot 10^9$	$8.04 \cdot 10^8$	$241.4 \cdot 10^7$	247.8
4		133.15	$2.040615 \cdot 10^9$	$8.498886 \cdot 10^2$	$3.76427 \cdot 10^1$						

RELACIONES VALIDAS PARA : P (0.1,22) MPa ; T (80,370) °C ; H (335,3175) KJ/Kg

pensable que el modelo pueda manejar ambas situaciones, así como los cambios de fase líquida a vapor.

El cálculo de las derivadas se realiza bajo las siguientes hipótesis:

- En fluidos geotérmicos monofásicos la presión y la entalpía son variables independientes.
- En fluidos bifásicos la presión y la entalpía de la mezcla son variables independientes, mas no así la presión y la entalpía de cada una de las fases.
- Las tres fases tienen la misma temperatura en cada momento (existe equilibrio térmico instantáneo).
- La presión de capilaridad = 0 (la fase líquida y la fase vapor tienen la misma presión).

Estas suposiciones conducen a los siguientes resultados para cada tipo de fluido:

DERIVADAS EN LA ZONA MONOFASICA LIQUIDA.

Las propiedades del fluido corresponden a las del agua, y son funciones de la presión y la entalpía.

Entonces:

$$\begin{array}{lll}
 R = R_1 & v = v_1 & S_1 = 1 \\
 S_2 = 0 & X_1 = 1 & X_2 = 0 \quad A88 \\
 K_1 = 1 & K_2 = 0 & T = T_1
 \end{array}$$

donde el término X_i = Calidad de la mezcla (porcentaje del peso de la mezcla que tiene fase i)

Por lo que toca a las derivadas:

$$\frac{dF}{dP} = B F_I = \frac{1}{V_I} \frac{\partial V_p}{\partial P} \frac{V_p}{V} \quad A89$$

mientras que derivando las ecuaciones de la tabla A1 se obtiene:

$$\frac{\partial R}{\partial P} = C_{13} + C_{16} H \quad A90$$

$$\frac{\partial R}{\partial H} = - C_{14} - \frac{C_{15}}{H^2} + C_{16} P - 2 C_{17} H \quad A91$$

$$\frac{\partial T}{\partial P} = - C_{24} \quad A92$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial P^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial P \partial H} = 0 \quad \text{A93}$$

$$\frac{\partial T}{\partial H} = C_{25} - \frac{C_{26}}{H^2} - 2 C_{27} H \quad \text{A94}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial H^2} = \frac{2 C_{26}}{H^3} - 2 C_{27} \quad \text{A95}$$

$$\frac{\partial v}{\partial T} = - C_{39} \frac{\ln 10}{(T + C_{40})^2} v(T) \quad \text{A96}$$

$$z = z_1 = \frac{R}{v} \quad ; \quad z_H = z_1 H_1 = \frac{R_H}{v} \quad \text{A97}$$

$$\frac{\partial z}{\partial P} = \frac{1}{v} \frac{\partial R}{\partial P} - \frac{R}{v^2} \frac{\partial v}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial P} \quad \text{A98}$$

$$\frac{\partial z}{\partial H} = \frac{1}{v} \frac{\partial R}{\partial H} - \frac{R}{v^2} \frac{\partial v}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial H} \quad \text{A99}$$

$$\frac{\partial z_H}{\partial P} = \frac{\partial z}{\partial P} H \quad \text{A100}$$

$$\frac{\partial z_H}{\partial H} = \frac{\partial z}{\partial H} H + z \quad \text{A101}$$

$$\frac{\partial z_R}{\partial P} = R_1 \frac{\partial z_1}{\partial P} + z_1 \frac{\partial R_1}{\partial P} \quad \text{A102}$$

$$\frac{\partial z_R}{\partial H} = R_1 \frac{\partial z_1}{\partial H} + z_2 \frac{\partial R_1}{\partial H} \quad \text{A103}$$

$$\frac{\partial z_{RH}}{\partial P} = H_1 \frac{\partial (z_1 R_1)}{\partial P} = H_1 \frac{\partial z_R}{\partial P} \quad \text{A104}$$

$$\frac{\partial z_{RH}}{\partial H} = H_1 \frac{\partial (z_1 R_1)}{\partial H} + z_1 R_1 = H_1 \frac{\partial z_R}{\partial H} + z_R \quad \text{A105}$$

ZONA MONOFASICA DE VAPOR

La dependencia funcional también es de la presión y la entalpía.

$$\begin{array}{lll} R = R_2 & v = v_2 & S_1 = 0 \\ S_2 = 1 & X = 0 & X_2 = 1 \quad \text{A106} \\ \rho = 0 & \kappa_2 = 1 & T = T_2 \end{array}$$

y las derivadas son las siguientes:

$$\frac{\partial R}{\partial P} = C_{19} - C_{20} H + 4 C_{21} P^3 + C_{22} H^3 \quad A107$$

$$\frac{\partial R}{\partial H} = - C_{20} P + 3 C_{22} H^2 P \quad A108$$

$$\frac{\partial T}{\partial P} = C_{29} - 2 C_{30} P + \frac{2 C_{32}}{H^2 P^3} - \frac{3 C_{33}}{P^4} - C_{34} H^3 \quad A109$$

$$\frac{\partial T}{\partial H} = 2 C_{31} H + \frac{2 C_{32}}{H^3 P^2} - 3 C_{34} H^2 P + \frac{4 C_{35}}{H^5} \quad A110$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial P^2} = - 2 C_{30} - \frac{6 C_{32}}{H^2 P^4} + \frac{12 C_{33}}{P^5} \quad A111$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial P \partial H} = - \frac{4 C_{32}}{H^3 P^3} - 3 C_{34} H^2 \quad A112$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial H^2} = 2 C_{31} - \frac{6 C_{32}}{H^4 P^2} - 6 C_{34} H P - \frac{20 C_{35}}{H^6} \quad A113$$

$$\frac{\partial v}{\partial T} = C_{36} \quad A114$$

$$z = z_2 = \frac{R}{v} \quad ; \quad z_H = z_2 H_2 = \frac{R}{v} H = z H \quad A115$$

$$\frac{\partial z}{\partial P} = \frac{1}{v} \frac{\partial R}{\partial P} - \frac{R}{v^2} \frac{\partial v}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial P} \quad A116$$

$$\frac{\partial z}{\partial H} = \frac{1}{v} \frac{\partial R}{\partial H} - \frac{R}{v^2} \frac{\partial v}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial H} \quad A117$$

$$\frac{\partial z_H}{\partial P} = \frac{\partial z}{\partial P} H \quad A118$$

$$\frac{\partial z_H}{\partial H} = \frac{\partial z}{\partial H} H + z \quad A119$$

$$\frac{\partial z_R}{\partial P} = R_2 \frac{\partial z_2}{\partial P} + z_2 \frac{\partial R_2}{\partial P} \quad A120$$

$$\frac{\partial z_R}{\partial H} = R_2 \frac{\partial z_2}{\partial H} + z_2 \frac{\partial R_2}{\partial P} \quad A121$$

$$\frac{\partial z_{RH}}{\partial P} = H_2 \frac{\partial (z_2 R_2)}{\partial P} \quad A122$$

$$\frac{\partial z_{RH}}{\partial H} = H_2 \frac{\partial (z_2 R_2)}{\partial H} + z_2 R_2 \quad A123$$

Los parámetros S_1 y z_1 dependen de la presión y la entalpía, en tanto que para las variables restantes la dependencia es solo de la presión por lo que

$$\frac{\partial}{\partial H} = 0 .$$

Las derivadas tienen los valores siguientes:

$$\frac{\partial H_1}{\partial P} = C_2 - 2 C_3 P + 3 C_4 P^2 + \frac{C_5}{P^2} - \frac{2 C_6}{P^3} + \frac{3 C_7}{P^4} \quad A124$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial P} = \frac{C_9}{P^2} - \frac{2 C_{10}}{P^3} - 2 C_{11} P \quad A125$$

$$\frac{\partial^2 H_1}{\partial P^2} = -2 C_3 + 6 C_4 P - 2 \frac{C_5}{P^3} + 6 \frac{C_6}{P^4} - 12 \frac{C_7}{P^5} \quad A126$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_1}{\partial P} = & C_{13} - C_{14} \frac{\partial H_1}{\partial P} - \frac{C_{15}}{\partial H_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial P} + \\ & + 4 C_{21} P^3 + C_{22} H_2^3 + 3 C_{22} P H_2^2 \frac{\partial H_2}{\partial P} \end{aligned} \quad A127$$

Si en la ecuación de la saturación se llama D_s a la expresión

$$D_s = H (R_1 - R_2) - H_1 R_1 + H_2 R_2 \quad A128$$

entonces:

$$\frac{\partial S_1}{\partial P} = \frac{1}{D_s} \left[\frac{\partial R_2}{\partial P} (H_2 - H) + R_2 \frac{\partial H_2}{\partial P} \right] - \frac{R (H_2 - H)}{D_s^2} \frac{\partial D_s}{\partial P} \quad A129$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial H} = - \frac{R_2}{D_s} - R_2 \frac{(H_2 - H)}{D_s^2} \frac{\partial D_s}{\partial H} \quad A130$$

en donde

$$\frac{\partial D_s}{\partial P} = H \left[\frac{\partial R_1}{\partial P} - \frac{\partial R_2}{\partial P} \right] - \frac{\partial H_1}{\partial P} R_1 - H_1 \frac{\partial R_1}{\partial P} + \frac{\partial H_2}{\partial P} R_2 + H_2 \frac{\partial R_2}{\partial P} \quad A131$$

$$y \quad \frac{\partial D_s}{\partial H} = R_1 - R_2 \quad A132$$

$$\frac{\partial R}{\partial P} = \left[\frac{\partial R_1}{\partial P} - \frac{\partial R_2}{\partial P} \right] S_1 + \frac{\partial R_2}{\partial P} + (R_1 - R_2) \frac{\partial S_1}{\partial P} \quad A133$$

$$\frac{\partial R}{\partial H} = (R_1 - R_2) \frac{\partial S_1}{\partial H} \quad A134$$

$$\frac{\partial T}{\partial H} = 0 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial P \partial H} = 0 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} = 0 \quad \text{A135}$$

$$\frac{\partial T}{\partial P} = -C_{24} + C_{25} \frac{\partial H_1}{\partial P} - \frac{C_{26}}{H_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial P} = 2 C_{27} H_1 \frac{\partial H_1}{\partial P} \quad \text{A136}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial P^2} = C_{35} \frac{\partial^2 H_1}{\partial P^2} + 2 \frac{C_{26}}{H_1^3} \left(\frac{\partial H_1}{\partial P} \right)^2 - \frac{C_{26}}{H_1^2} \frac{\partial^2 H_1}{\partial P^2} - 2 C_{27} \left(\frac{\partial H_1}{\partial P} \right)^2 - 2 C_{27} H_1 \frac{\partial^2 H_1}{\partial P^2} \quad \text{A137}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial T} = -C_{39} \frac{\ln \frac{10}{(T + C_{40})^2}}{v_1(T)} \quad \text{A138}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial T} = C_{36} \quad \text{A139}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial P} = \frac{4}{1 - S_{12}} \left[\frac{S_1 - S_{12}}{1 - S_{12}} \right]^3 \frac{\partial S_1}{\partial P} \quad \text{A140}$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial H} = \frac{4}{1 - S_{12}} \left[\frac{S_1 - S_{12}}{1 - S_{12}} \right]^2 \frac{\partial S_1}{\partial H} \quad \text{A141}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial P} = -2 \frac{\partial S_1}{\partial P} \left[1 - \frac{S_1 - S_{12}}{S_M - S_{12}} \right] \left[\frac{1 - \left(\frac{S_1 - S_{12}}{S_{12} - 1} \right)}{S_M - S_{12}} + \frac{S_1 - S_{12}}{(S_{12} - 1)^2} \right]$$

$$\cdot \left(1 - \frac{S_1 - S_{12}}{S_M - S_{12}} \right) \quad \text{A142}$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial H} = -2 \frac{\partial S_1}{\partial H} \left(1 - \frac{S_1 - S_{12}}{S_M - S_{12}} \right) \left[\frac{1 - \left(\frac{S_1 - S_{12}}{S_{12} - 1} \right)}{S_M - S_{12}} + \frac{S_1 - S_{12}}{(S_{12} - 1)^2} \left(1 - \frac{S_1 - S_{12}}{S_M - S_{12}} \right) \right] \quad \text{A143}$$

en donde $S_{12} = S_{1R} - S_{2R}$

$$z = \frac{R_1 K_1}{v_1} + \frac{R_2 K_2}{v_2} = z_1 + z_2 \quad \text{A144}$$

$$z_H = z_1 H_1 + z_2 H_2 \quad \text{A145}$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial P} = \frac{K_i}{v_i} \frac{\partial R_i}{\partial P} + \frac{R_i}{v_i} \frac{\partial K_i}{\partial P} - \frac{R_i K_i}{v_i^2} \frac{\partial v_i}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial P} \quad \text{A146}$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial H} = \frac{R_i}{v_i} \frac{\partial K_i}{\partial H} \quad \text{A147}$$

$$\frac{\partial z}{\partial P} = \frac{\partial z_1}{\partial P} + \frac{\partial z_2}{\partial P} \quad \text{A148}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial P} = \frac{\partial Z_1}{\partial H} + \frac{\partial Z_2}{\partial H} \quad \text{A149}$$

$$\frac{\partial Z_H}{\partial P} = \frac{\partial Z_1}{\partial P} H_1 + z_1 \frac{\partial H_1}{\partial P} + \frac{\partial Z_2}{\partial P} H_2 + z_2 \frac{\partial H_2}{\partial P} \quad \text{A150}$$

$$\frac{\partial Z_H}{\partial H} = \frac{\partial Z_1}{\partial H} H_1 + \frac{\partial Z_2}{\partial H} H_2 \quad \text{A151}$$

$$\frac{\partial Z_R}{\partial P} = R_1 \frac{\partial Z_1}{\partial P} + z_1 \frac{\partial R_1}{\partial P} + R_2 \frac{\partial Z_2}{\partial P} + z_2 \frac{\partial R_2}{\partial P} \quad \text{A152}$$

$$\frac{\partial Z_R}{\partial H} = R_1 \frac{\partial Z_1}{\partial H} + R_2 \frac{\partial Z_2}{\partial H} \quad \text{A153}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_{RH}}{\partial P} = & H_1 \frac{\partial (z_1 R_1)}{\partial P} + (z_1 R_1) \frac{\partial H_1}{\partial P} + H_2 \frac{\partial (z_2 R_2)}{\partial P} + \\ & + (z_2 R_2) \frac{\partial H_2}{\partial P} \end{aligned} \quad \text{A154}$$

$$\frac{\partial Z_{RH}}{\partial H} = H_1 \frac{\partial (z_1 R_1)}{\partial H} + H_2 \frac{\partial (z_2 R_2)}{\partial H} \quad \text{A155}$$

APENDICE B

CONDICIONES DE FRONTERA PARA FLUJO UNIDIMENSIONAL

Las condiciones de frontera están constituidas por valores de presión y entalpía en los extremos del yacimiento. La evolución temporal de cada uno de los parámetros es determinada por ellas y éstas a su vez dependen de las características geológicas del sistema hidrotermal y las propiedades del fluido que lo constituye. Los casos más importantes se analizan en seguida:

PRESION EN UNA FRONTERA PERMEABLE PARA FLUJO MONOFASICO (VAPOR O LIQUIDO).

En una frontera permeable existe un gasto másico de fluido (G) y un gasto volumétrico (G_v) relacionados por las ecuaciones:

$$G = G_v R \quad B1$$

$$G_v = v A$$

donde v = Velocidad de flujo (macroscópica)

A = Area de la sección transversal del yacimiento
= $E_y E_z$ (ancho y espesor respectivamente)

Suponiendo que se cumple la ley de Darcy (Ec. A37), ésta puede reescribirse para flujo unidimensional como:

$$v = - \frac{K}{\nu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} - R C_g \right) \quad B2$$

C = Componente de la aceleración gravitacional en la dirección del flujo

en donde los subíndices se han suprimido ya que la fase es única.

Combinando B1 y B2 se llega a que:

$$\frac{G}{R A} = - \frac{K}{\nu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} - R C_g \right) \quad B2'$$

de donde despejando el término $\frac{\partial P}{\partial x}$ y aplicando el método de diferencias finitas en la frontera n se obtiene la ecuación

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} - \frac{v G Dx}{R A k} + R C_g Dx \quad B3$$

Dx = Incremento espacial

en la que los subíndices entre paréntesis indican la celda espacial correspondiente, en tanto que su omisión denota que el valor de la variable corresponde al enésimo intervalo espacial.

Siguiendo una convención equivalente para la frontera cero (o) (Fig. 4) se tiene

$$P_{(0)} = P_{(1)} + \frac{v G Dx}{R A K} - R C_g Dx \quad B4$$

Los subíndices nuevamente indican el número de celda y su ausencia en algunos parámetros denota su valor en la celda 1.

PRESION EN UNA FRONTERA PERMEABLE PARA FLUJO BIFASICO.

En este caso se tiene la ecuación de Darcy unidimensional para cada una de las fases fluidas

$$\frac{G_i}{R_i A} = - \frac{K K_i}{v_i} \frac{\partial P}{\partial x} - R C_g ; i = 1, 2. \quad B5$$

Tomando en cuenta que en este caso el gasto másico total de la mezcla corresponde a la suma de los gastos másicos de cada fase, entonces:

$$G = G_1 + G_2 \quad B5'$$

Utilizando las ecuaciones A37, A44, B1 y B5 se llega a que:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{K A C_g (z_1 R_1 + z_2 R_2) - G}{z A K} \quad B6$$

que expresada en diferencias finitas permite obtener las expresiones para cada una de las fronteras del yacimiento lineal:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + (K A C_g (z_1 R_1 + z_2 R_2) - G) \frac{Dx}{z A K} \quad B7$$

$$P_{(0)} = P_{(1)} - (K A C_g (z_1 R_1 + z_2 R_2) - G) \frac{Dx}{z A K} \quad B8$$

ENTALPIA EN FRONTERAS PERMEABLES PARA FLUJO MONOFASICO.

Considérese la dependencia funcional

$$T = T(P, H)$$

Aplicando la regla de la cadena se obtiene:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial x} \quad B9$$

de donde puede despejarse el término $\frac{\partial H}{\partial x}$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B10$$

ecuación que expresada en términos de diferencias finitas para cada frontera conduce a que:

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + \left[T_{(n)} - T_{(n-1)} - \frac{\partial T}{\partial P} (P_{(n+1)} - P_{(n)}) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B11$$

$$H_{(0)} = H_{(1)} - \left[T_{(2)} - T_{(1)} - \frac{\partial T}{\partial P} (P_{(1)} - P_{(0)}) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B12$$

ENTALPIA EN FRONTERAS PERMEABLES PARA FLUJO BIFASICO.

En este caso considerese la función

$$S = S(P, H)$$

para S correspondiente a alguna de las dos fases.

Derivando con respecto a la variable x y despejando el término $\frac{\partial H}{\partial x}$ se obtiene la expresión:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad B13$$

Expresando estas ecuaciones en diferencias finitas se llega a que

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + \left[S_{(n)} - S_{(n-1)} - \frac{\partial S}{\partial P} (P_{(n+1)} - P_{(n)}) \right] \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad B14$$

$$H_{(0)} = H_{(1)} - \left[S_{(2)} - S_{(1)} - \frac{\partial S}{\partial P} (P_{(1)} - P_{(0)}) \right] \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad B15$$

PRESION EN FRONTERAS IMPERMEABLES PARA FLUJO BIFASICO.

En este caso la ley de Darcy se reduce a la expresión:

$$\partial = \frac{\partial P}{\partial x} - C_g R \quad B16$$

que permite expresar las condiciones de frontera como:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + Dx R C_g \quad B17$$

$$P_{(0)} = P_{(1)} - Dx R C_g \quad B18$$

PRESION EN FRONTERAS IMPERMEABLES PARA FLUJO BIFASICO.

Puede seguirse un razonamiento similar al que conduce a la ecuación B6, con la diferencia de que en este caso el gasto másico (G) es nulo. Bajo esta observación se obtienen las ecuaciones siguientes para cada frontera:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + \frac{C_g Dx}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad B19$$

$$y \quad P_{(0)} = P_{(1)} - \frac{C_g Dx}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad B20$$

ENTALPIA EN FRONTERAS IMPERMEABLES PARA FLUJO MONOFASICO.

Se obtienen ecuaciones similares a B11 y B12 excepto por los términos de presión que en este caso deben reescribirse de acuerdo con B17 y B18.

De este modo se obtienen las ecuaciones

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + (T_{(n)} - T_{(n-1)} - \frac{\partial T}{\partial P} R C_g Dx) \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B21$$

$$y \quad H_{(0)} = H_{(1)} - (T_{(2)} - T_{(1)} - \frac{\partial T}{\partial P} R C_g Dx) \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B22$$

ENTALPIA EN FRONTERAS IMPERMEABLES PARA FLUJO BIFASICO.

Mediante argumentos similares se obtienen las ecuaciones:

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + (S_{(n)} - S_{(n-1)} - \frac{\partial S}{\partial P} R C_g Dx) \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad B23$$

$$H_{(0)} = H_{(1)} - (S_{(2)} - S_{(1)} - \frac{\partial S}{\partial P} R C_g Dx) \left[\frac{\partial S}{\partial H} \right]^{-1} \quad B24$$

PRESION Y ENTALPIA PARA FRONTERAS INFINITAS.

En este caso la presión en cada extremo del yacimiento es constante, lo que conduce a las siguientes ecuaciones para flujo monofásico:

$$P_{(n+1)} = P_n + R C_g D_x \quad B25$$

$$P_{(0)} = P_o + R C_g D_x \quad B26$$

en tanto que para flujo bifásico se obtiene:

$$P_{(n+1)} = P_n + \frac{C_g D_x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad B27$$

$$P_{(0)} = P_o - \frac{C_g D_x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2) \quad B28$$

Obsérvese que estas ecuaciones son similares a B17, B18, B19 y B20 respectivamente, excepto que en este caso se efectúa la substitución de $P_{(n)}$ por P_n y $P_{(0)}$ por P_o , valores constantes de presión que corresponden a los extremos del yacimiento en su estado inicial.

Del mismo modo, las ecuaciones para la entalpía se obtienen substituyendo B27 y B28 en las ecuaciones B11 y B12 para flujo monofásico y en B14 y B15 para flujo bifásico. Con estas substituciones se llega finalmente a que:

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + \left[T_{(n)} - T_{(n-1)} - \frac{\partial T}{\partial P} (P_n - P_{(n)} + R C_g D_x) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B29$$

$$H_{(0)} = H_{(1)} - \left[T_{(2)} - T_{(1)} - \frac{\partial T}{\partial P} (P_{(1)} - P_o + R C_g D_x) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B30$$

para flujo monofásico ; y

$$H_{(n+1)} = H_{(n)} + \left[S_{(n)} - S_{(n-1)} - \frac{\partial S}{\partial P} (P_n - P_{(n)} + \frac{C_g D_x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2)) \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B31$$

$$H_{(0)} = H_{(1)} - \left[S_{(2)} - S_{(1)} - \frac{\partial S}{\partial P} [P_{(1)} - P_o + \frac{C_g D_x}{z} (z_1 R_1 + z_2 R_2)] \right] \left[\frac{\partial T}{\partial H} \right]^{-1} \quad B32$$

para flujo bifásico.

APENDICE C

UTILIDAD GEOTERMICA DEL MODELO

El objetivo de este apéndice es el de explicar la utilidad práctica que tiene el modelo matemático presentado. Su inclusión como parte integral del mismo se debe a que para la correcta aplicación del algoritmo desarrollado es necesario conocer no solo los fundamentos físicos en los que se apoya, sino también algunos aspectos geológicos y geofísicos de la geotermia.

DEFINICION DE GEOTERMIA.

La geotermia, considerada en sentido amplio, es una disciplina avocada al estudio del calor terrestre en cuanto a su intensidad, distribución y origen. Conservando el mismo nombre se han desarrollado dos enfoques de ésta; el primero corresponde al uso del calor terrestre para la deducción de resultados a escala planetaria, edad de la tierra, distribución de los elementos radiogénicos y recientemente para estudios de tectónica global, entre otros.

El segundo enfoque, iniciado en Italia en 1913, consiste en el aprovechamiento del calor terrestre como fuente alternativa de energía. Esto circunscribe su campo de estudio a anomalías térmicas de alta temperatura (180 a 360 °C), generalmente asociadas con la circulación profunda de aguas meteóricas en zonas volcánicas plio-cuaternarias.

La producción de energía eléctrica se realiza mediante turbogeneradores, impulsados por el vapor endógeno de la tierra, que se extrae con pozos de 500 a 2000 m de profundidad.

ESTADO ACTUAL DE DESARROLLO.

A pesar de los grandes avances tecnológicos logrados hasta la fecha, la generación eléctrica a partir de fluidos geotérmicos representa solo el 0.2 % de la producción total que hay en el mundo. Esta limitación se debe en parte, a que en la actualidad solo se explotan los yacimientos geotérmicos identificados por la presencia de manifestaciones superficiales, tales como manantiales calientes, geysers, fumarolas o suelos vaporizantes. Como prueba de esta aseveración, cabe mencionar que hoy día, la distancia media entre pozos productores y manifestaciones termales es de solo 400 m.

En la actualidad se considera que para un país industrializado, solo son de interés económico las plantas geotermoeléctricas con capacidad instalada superior a 100 Mw. No obstante, para países como México, este límite es de 5 o 10 Mw solamente. La producción media de los pozos geotérmicos perforados en el mundo es de 30 ton/h de vapor seco, con valores que fluctúan entre 5 ton/h, mínimo aceptable, hasta un máximo reportado de 300 ton/h.

La eficiencia de la generación geotermoeléctrica depende de la presión y la entalpía de los fluidos, su composición química y el tipo de turbogenerador empleado, pero comúnmente se acepta que 14 ton/h de vapor seco equivalen a 1 Mw. Tomando en cuenta que el factor de planta (porcentaje anual de días hábiles) para la generación geotérmica es aproximadamente de 85 % (mientras que su valor típico en plantas convencionales es de 45 a 50 %), es posible la producción de hasta 750×10^6 Kwh por año en una planta con 100 Mw instalados. En cuanto al costo de generación, puede decirse que este depende más de la calidad del vapor extraído del subsuelo, que del tamaño de la planta. En promedio, 1 Kw geotérmico permite el ahorro de 2 toneladas de combustóleo por año.

LIMITANTES Y PERSPECTIVAS.

Aun las estimaciones más optimistas sobre la producción geotermoeléctrica, prevén que a fines del siglo su contribución relativa a la demanda energética mundial seguirá siendo reducida. A pesar de ello, ocupará una posición importante dentro de las fuentes alternativas de energía, después de la generación nucleoelectrica y la carboeléctrica. Esto, gracias a que el potencial confirmado es mucho mayor que el que actualmente se explota.

Durante los últimos años la generación geotermoeléctrica ha tenido un crecimiento anual del 7 % al 15 %, y se espera que estos porcentajes sean sostenidos, ya que las estimaciones acerca de su crecimiento no presuponen avances inesperados en aspectos tecnológicos. Si estos se produjesen, las perspectivas a largo plazo mejorarían notablemente, en especial si se producen en las técnicas de prospección geológica y geofísica, permitiendo la identificación de yacimientos sin manifestaciones superficiales. Otros avances deseables serían: la optimización de las técnicas de explotación de campos como los utilizados actualmente y sobre todo, el desarrollo de métodos para el aprovechamiento de campos que hoy día se consideran inexplotables, como los yacimientos geopresurizados, los de roca seca caliente y los de baja entalpía.

En todo caso, el modelado matemático de yacimientos jugará un papel muy importante para el estudio de estos fenómenos, además del que ya desempeña en la estimación del potencial

de un campo y el diseño óptimo de criterios de producción.

Adicionalmente, es importante señalar que el impacto ambiental de la explotación de recursos geotérmicos, suele ser muy intenso pero de extensión reducida, lo que le permite tener una posición global ventajosa con respecto al uso de combustibles fósiles.

CARACTERÍSTICAS GEOLOGICAS DE LOS YACIMIENTOS GEOTERMICOS.

Las condiciones necesarias para la existencia de un yacimiento geotérmico son las siguientes:

- a) Existencia de una fuente de calor, constituida, posiblemente, por un cuerpo magmático en proceso de enfriamiento emplazado a profundidades someras de la corteza terrestre.
- b) Existencia de fluidos que actúen como vehículo de transporte de calor, así como de un sistema de conductos que permitan su circulación profunda, ya sea a través de la porosidad natural de la roca (porosidad primaria), o mediante fallas y fracturas (porosidad secundaria).
- c) Presencia de una capa semi-impermeable que impida la disipación de la energía acumulada, en tiempos breves, desde el punto de vista geológico. Puede estar constituida por un estrato litológico distinto al que contiene al yacimiento, o al mismo material, pero autosellado con silicatos y arcillas; producto de depósitos que se forman por la pérdida de presión y temperatura de los fluidos geotérmicos durante su ascenso hacia la superficie.

EXPLORACION DE RECURSOS GEOTERMICOS.

La localización de zonas geotérmicas es un proceso que se realiza en tres etapas no siempre bien diferenciadas entre sí, cada una de ellas tendiente a delimitar zonas de menor tamaño que las estudiadas en las etapas precedentes, pero con una mayor probabilidad de ser útiles para la generación eléctrica. Durante este proceso se utilizan tres tipos de técnicas fundamentales:

Geología.- Pretende la localización de áreas con termalismo superficial, la localización de volcanes jóvenes (con edad menor a un millón de años), con alto contenido de sílice, y la existencia de fallas geológicas que actúen como conductos para el magma y los fluidos.

Geoquímica.- Busca identificar las zonas de interés mediante el análisis de los componentes químicos disueltos en aguas y gases, y cuya concentración y tipo dependen de la temperatura a la que éstos se ponen en equilibrio térmico con la roca circundante.

Geofísica.- Trata de identificar las bajas resistividades eléctricas producidas por los fluidos geotérmicos en el subsuelo, los cambios en la densidad del terreno debidas al emplazamiento de un cuerpo magnético o a la formación de una capa sello, el retraso en el arribo de señales sísmicas al atravesar el yacimiento, las alteraciones del gradiente térmico terrestre, la ausencia de magnetismo provocado por las altas temperaturas, etc., para ello se recurre a los métodos de resistividad, potencial natural, gravimetría, sísmica, termometría y magnetometría, entre otros.

Todos los métodos citados son útiles además para el estudio e identificación de las estructuras geológicas que definen la geometría del yacimiento.

DESARROLLO Y EVALUACION DE YACIMIENTOS GEOTERMICOS.

Si las prospecciones geológicas, geoquímicas y geofísicas arrojan resultados positivos, se procede a realizar perforaciones de prueba en las localidades seleccionadas. Para que éstas se consideren exitosas, no basta con encontrar una zona de alta temperatura, sino también con abundante contenido de fluidos y una importante recarga hidráulica. La determinación de todas estas características se efectúa mediante pruebas transitorias de presión, que consisten en analizar el tiempo que tarda en recuperarse el valor de presión inicial de un pozo, cuando se cierran las válvulas de control después de haberse mantenido fluyendo durante un tiempo más o menos largo (algunos meses). Un pozo ubicado en estratos permeables se recupera en poco tiempo, en tanto que los malos productores lo hacen lentamente, pues se hallan en estratos poco permeables o secos.

Este mismo tipo de pruebas permite determinar la presión de cabezal (válvulas superficiales) óptima para la operación de un pozo, lo que es de gran importancia ya que si ésta es demasiado baja, la extracción de fluido aumenta, disminuyendo la vida del yacimiento por una abrupta pérdida de presión; contrariamente, si la presión de cabezal es excesiva, es necesario el uso de turbinas poco eficientes y con mayor susceptibilidad a sufrir la incrustación química de los compuestos disueltos en los fluidos. Típicamente la presión óptima es de 6 atm, con variaciones de 5 a 11 atm de acuerdo con las particularidades de cada pozo.

A medida que avanza la evaluación de un campo y el número de pozos perforados aumenta, debe definirse la mínima distancia de separación permisible entre ellos, tal que no se produzcan interferencias en su funcionamiento. Esta determinación se realiza con las pruebas que consisten en el análisis de los cambios de presión y gasto de un pozo, cuando en sus inmediaciones existe otro mantenido a un flujo variable. Con la información aportada por estas pruebas denominadas "de interferencia", puede estimarse el máximo número de pozos que pueden perforarse en un campo, así como su potencial geotérmico total.

Algunas de las medidas que suelen realizarse en los pozos durante la etapa de evaluación de yacimientos son:

- a) Presión en la boca del pozo (de cabezal)
- b) Temperatura de cabezal
- c) Flujo de vapor (gasto másico)
- d) Gasto másico de agua
- e) Entalpía del fluido
- f) Calidad del fluido (porcentaje de vapor en la masa total de mezcla)

Aun en los yacimientos de alta entalpía los fluidos geotérmicos tienen temperaturas inferiores a la de ebullición en la profundidad a la que se encuentran. Sin embargo, cuando se realiza la perforación de un pozo se elimina la presión litostática, lo que trae como consecuencia la evaporación de parte del fluido durante su ascenso a la superficie. Es por este motivo que en la boca del pozo se producen mezclas de agua y vapor, o hasta vapor seco, dependiendo de si el yacimiento en estado natural presenta condiciones de líquido comprimido o mezcla res pectivamente.

Es importante señalar que en general la presión del cabezal es distinta a la presión de fondo (o de yacimiento) pero que la entalpía es prácticamente la misma en ambos puntos, ya que durante el ascenso del fluido solo ocurre una redistribución de ésta entre las fases presentes.

Tratándose de pozos de mezcla, las variables presión de cabezal - temperatura del cabezal y entalpía del fluido - calidad de la mezcla son interdependientes, pudiendo relacionarse con auxilio de las tablas de vapor. Las variables flujo de vapor y gasto másico de agua varían de pozo a pozo y de campo a campo, por lo que deben determinarse experimentalmente en función de la presión, la temperatura y la permeabilidad.

En los yacimientos de vapor dominante, con frecuencia se producen descargas de vapor ligeramente sobrecalentado, en cuyo caso no existe una relación directa entre la presión y la temperatura de cabezal, pero entre ambas determinan la entalpía del fluido.

Durante la etapa de explotación de un yacimiento geotérmico el vapor procedente de los pozos se conduce mediante vapor ductos hasta las plantas turbogeneradoras. El agua sobrante puede desecharse, utilizarse en la extracción de compuestos químicos o reinyectarse, esto último con el fin de minimizar la pérdida de presión en el yacimiento.

La reinyección consiste en introducir el agua de desecho en pozos ubicados en la periferia del campo geotérmico; con esta técnica disminuyen los problemas de contaminación aunque puede dar lugar a algunas consecuencias negativas, como son: el sellamiento de la formación por la incrustación de minerales, y la pérdida de entalpía en el yacimiento. La evaluación de estos efectos se realiza con pruebas de reinyección, que consisten en el monitoreo de la presión y la entalpía en los pozos cercanos al pozo inyector.

Todas las pruebas transitorias de presión están relacionadas con el potencial de un campo y pueden ser interpretadas con el auxilio de modelos matemáticos del flujo de fluidos geotérmicos. Adicionalmente, permiten estimar las reservas potenciales, ya que al predecir la evolución temporal de la presión y la entalpía, permiten prever el tiempo para el cual la pérdida de presión en el yacimiento habrá alcanzado el umbral mínimo para la producción (aproximadamente 25 bar) y haga necesario abandonar el campo.

Actualmente se considera que la vida activa de un campo geotérmico útil para la generación eléctrica es de treinta años aproximadamente, aunque esta depende mucho de las condiciones hidrológicas en la frontera, las que pueden ser: permeables, impermeables o infinitas. En el primer caso existe una limitada recarga natural de fluidos; en el segundo, ésta es nula y en el tercero la recarga natural es muy alta por lo que la presión externa se mantiene constante.

MODELADO DE YACIMIENTOS FRACTURADOS.

En la mayoría de los campos geotérmicos el flujo de fluidos se produce en una matriz rocosa con permeabilidad secundaria, fenómeno distinto al que se produce en un medio poroso en varios aspectos importantes:

La permeabilidad en las fracturas es usualmente mayor que la de la matriz rocosa, excepto cuando éstas se hallan selladas

son minerales producidos por la alteración hidrotermal, o son discontinuas o muy pequeñas (con apertura próxima a 10 μ m). Adicionalmente, la permeabilidad es marcadamente anisotrópica y es más sensitiva a la presión del fluido y a los esfuerzos a los que se ve sometida la roca.

El espaciamiento de las discontinuidades de la matriz es un parámetro importante para el modelado, ya que si éste es comparable con las dimensiones de los bloques de roca, es necesario tomar en cuenta la geometría detallada de las fracturas.

El modelado del flujo a través de las fracturas puede hacerse de diversas maneras²⁸, ya sea que se suponga que el espacio interfractura (plano de falla) está relleno de material poroso, o se encuentra libre de él. En el primer caso las fracturas aisladas pueden modelarse como un medio poroso en el que la ley de Darcy puede o no ser válida, en tanto que en el segundo suele aprovecharse un resultado geométrico según el cual, el gasto másico se supone asociado con un flujo darciano, lo que conduce a la conclusión de que éste depende de la apertura de la fractura elevada al cubo⁶, lo que significa que es muy sensible a los esfuerzos que modifican esta separación, aun cuando la ley cúbica parece seguir siendo válida¹⁹. En un porcentaje elevado de casos, sin embargo, el espaciamiento entre fracturas es pequeño y homogéneo, por lo que el medio puede considerarse como un medio continuo con permeabilidad anisotrópica.

Algunos modelos consideran una descarga por fracturas sujeta a otra por medio de poros, pero dado que la mayoría de las veces se desconoce la geometría de las fracturas, los yacimientos se modelan como un medio poroso con permeabilidad equivalente. Este enfoque es factible sobre todo cuando existe una cantidad importante de fallas o fracturas y estas no muestran una dirección preferencial²⁸.

A pesar de los avances logrados, el paso de un sistema fracturado a uno poroso homogéneo sigue siendo complejo, pues aun suponiendo conocida la geometría de las fallas y fracturas, se carece de criterios confiables para determinar la permeabilidad a partir de estos datos. En todo caso, los tratamientos estadísticos son los que han dado mejores resultados.

El enfoque más reciente para el tratamiento de un medio fracturado es el concepto de doble porosidad²⁸. Se trata de un artificio que permite calcular el flujo en un medio fracturado a partir de soluciones separadas para dos medios continuos, uno representativo de la matriz rocosa y otro al que se le asignan algunas de las características del medio fracturado. El acoplamiento entre ambos medios continuos se efectúa a partir de los términos de generación de masa y energía. Su principal inconveniente es la dificultad para interpretar físicamente algunos coeficientes en el término de acoplamiento.

En resumen, las fronteras del conocimiento por lo que

respecta al modelado de yacimientos geotérmicos en medios fracturados son: la determinación de la porosidad equivalente, la representación geométrica de las fracturas y la verificación de la validez de la ley dearcy .

Tomando en cuenta el estado que guarda el modelado de yacimientos geotérmicos en medios fracturados, el modelo unidimensional del flujo bifásico de fluidos a través de un medio poroso resultará útil para la comparación de los resultados locales de modelos complejos y para mejorar nuestra comprensión de los fenómenos que gobiernan el proceso.

BIBLIOGRAFIA

1. Apple II Plus, 1980. Operating System Reference Manual , Apple Computer Inc., California 297 pp.
2. Armstead, C. H., 1978. Geothermal Energy - Its Past, Present and Future Contributions to the Energy Needs of Man, John Wiley & Sons, N. Y. 357 pp.
3. Bear, J., 1972. Dynamics of Fluids in Porous Media, Elsevier, Amsterdam.
4. Corey, A. T., 1954. The Interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilities, Producers Monthly, 19, pp. 38 - 41.
5. Courant, R., 1936. Differential and Integral Calculus, John Wiley & Sons, New York.
6. Craft, B. C. y M. F. Hawkins, 1977. Ingeniería Aplicada de Yacimientos Petroleros, Tecnos, Madrid, p. 177.
7. Cruickshank, V.C., 1976. Flow in Fractured Rock Masses, XII Congreso de Grandes Presas, México.
8. Cruickshank, V.C., 1982. Modelado Matemático del Acuífero Geotérmico de los Azufres, Instituto de Ingeniería, UNAM, Contrato 811895.
9. Comisión Federal de Electricidad, 1982. Cuarto Simposium Sobre el Campo Geotérmico de Cerro Prieto, B. C., Coordinadora Ejecutiva de Cerro Prieto, B. C. Actas, vol. I.
10. Elder, J.W., 1965. Physical Processes in Geothermal Areas, en Terrestrial Heat Flow, WHK Lee (Ed.), American Geophysical Union.
11. Electroconsult, 1981. Desarrollo del Campo Geotérmico de los Azufres - Evaluación Potencial del Campo, ELC - Electroconsult, reporte AZU-D-5280, Milán, Italia.
12. Faust, C.R. y J.W. Mercer, 1975. Mathematical Modeling of Geothermal Systems. Segundo Simposium de las Naciones Unidas Sobre el Uso y Desarrollo de los Recursos Geotérmicos, San Francisco, Cal.

13. Faust, J.R., 1976. Numerical Simulation of Fluid Flow and Energy Transport in Liquid and Vapor Dominated Hydrothermal Systems, Tesis Doctoral, Pennsylvania State University.
14. Garg, S.K., J.W. Prichett y D.H. Brownell, 1975. Transport of Mass and Energy in Porous Media. Segundo Simposium de las Naciones Unidas Sobre el Uso y Desarrollo de los Recursos Geotérmicos, San Francisco, Cal.
15. GIDROTEC, S.C. 1982. Evaluación Preliminar de las Reservas de los Azufres Michoacán, Contrato 811195.
16. Jaimes, M.G. 1984. Resumen de Pruebas de Presión en la Zona Sur del Campo Geotérmico de los Azufres, Mich., Departamento de Evaluación y Yacimientos, CFE, Reporte Interno.
17. Kappelmeyer, O. y R. Haenel, 1974. Geothermics With Special Reference to Application, Geopublication Associates, Geoexploration Monographs, Series 1-No. 4 Berlín.
18. Lasseter, T., P.A. Witherspoon y M.J. Lippman, 1975. The Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer in Multidimensional Two-Phase Geothermal Reservoirs, Segundo Simposium de las Naciones Unidas Sobre el Uso y Desarrollo de los Recursos Geotérmicos, San Francisco, Cal.
19. Lawrence Berkeley Laboratory, 1980. Workshop on Numerical Modeling of Thermohydrological Flow in Fractured Rock Masses, L.B.L. Cal.
20. Martiñon, G.H., Información oral sobre los avances del Modelo Geológico del Campo los Azufres, Mich.
21. McNitt, J.R., 1965. Review of Geothermal Resources, en Terrestrial Heat Flow, WHK Lee (Ed.), American Geophysical Union.
22. Mercer, J.W., 1973. Finite Element Approach to Modeling of Hydrothermal Systems, Tesis Doctoral, University of Illinois.
23. Mercer, J.W., C. Faust y G.F. Pinder, 1974. Geothermal Reservoir Simulation- Proc. Nat. Sci. Foundation, Conference on Research for the Development of Geothermal Energy Resources, Pasadena, Cal. pp. 256-267.

24. Mercer, J.W., G.F. Pinder e I.G. Donaldson, 1975. A Galerkin Finite Element Analysis of the Hydrothermal System at Wairakei, New Zealand Journal of Geophysics Research, 80, No 17 pp. 2600 - 2621.
25. Mercer, J.W. y C.R. Faust, 1975. Simulation of Water and Vapor - Dominated Hydrothermal Reservoirs, 50 º Encuentro Anual de Otoño, Sociedad de Ingenieros Petroleros (AIME).
26. Miller, F.G. 1967. Theory of Unsteady State Influx of Water in Linear Reservoirs, Journal of the Institute of Petroleum, Vol. 45, No. 467, pp. 365 - 379.
27. Nabor, G.W. y R.H. Barham, 1964. Linear Aquifer Behavior, Society of Petroleum Engineers pp. 561-563.
28. Narasimhan, T.N., 1980. Multidimensional Numerical Simulation of Fluid Flow in Fractured Porous Media, Workshop on Numerical Modeling of thermohydrological Flow in Fractured Rock Masses, L.B.L. Cal.
29. Peaceman, D.W., 1977. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation, Elsevier, Amsterdam.
30. Pruess, K. 1980. Advances in Numerical Modeling of Fractured Geothermal Reservoirs, en Workshop on Numerical Modeling of Thermohydrological Flow in Fractured Rock Masses, L.B.L. Cal.
31. Pruess, K. y T.N. Narasimhan, 1981. On Fluid Reserves and the Production of Superheated Steam From Fractured Vapor - Dominated Geothermal Reservoirs, Lawrence Berkeley Laboratory, Cal.
32. Pruess, K. y R. Schroeder, 1980. SHAFT 79, Users Manual, Lawrence Berkeley Laboratory, Cal.
33. Rybach, L. y L.J.P. Muffler, 1981. Geothermal Systems - Principles and Case Histories, John Wiley & Sons, N.Y.
34. Suárez, A.C., 1982a . Ecuaciones Constitutivas de Mercer - Faust, Reporte interno de la Oficina de Evaluación y Yacimientos - CFE.
35. Suárez, A.C., 1982b . Análisis Teórico del Movimiento de Fluidos Hidrotermales en Medio Poroso, VI Convención Nacional de la Sociedad Geológica Mexicana.