UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Aplicación de Dos Tipos de Control al Modelo Matemático de un Colector Solar Tipo Canal Parabólica

Tesis que para obtener el título de

F I S I C O

presenta:

Víctor Enrique Delgado Cervantes

México, 1985

INDICE

CAPITULO 1

INTRODUCCION.

CAPITULO 2

SISTEMA DEL GENERADOR SOLAR.

CAPITULO 3

DEDUCCION DE UNA FORMULA DE CONTROL PARA LA TEMPERATURA DE SALIDA DEL COLECTOR SOLAR.

CAPITULO 4

APLICACION DE LA FORMULA DE CONTROL PARA ESTADO ESTACIONARIO AL MODELO DEL COLECTOR SOLAR.

CAPITULO 5

CONTROLADORES AUTOAJUSTABLES.

CAPITULO 6

APLICACION DE UN CONTROLADOR AUTOAJUSTABLE AL MODELO DEL COLECTOR SOLAR.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 Comentarios sobre la utilización de la energía solar.

Una solución alternativa a la crisis de energéticos (principalmente de petróleo, gas natural, carbón y madera) que se ha venido acelerando en los últimos años, es la utilización de la energía solar para su conversión en energía mecánica y/o eléctrica.

En países industrializados como Estados Unidos, Francia, Alemania Occidental, Japón, etc. la investigación en el campo del aprovechamiento de la energía solar ha tenido gran importancia y apoyo desde hace varias décadas.

En el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (IIUNAM) a partir de los primeros años de la década de los setentas se iniciaron proyectos a largo plazo en el campo del aprovechamiento de la energía solar con el fin de prepar personal y crear las bases necesarias para tener la capacidad técnica suficiente que permitiera la construcción de dispositivos fototermomecánicos capaces de transformar energía solar en energía eléctrica y/o mecánica.

1.2 Ubicación de este trabajo dentro del contexto general del proyecto colector solar.

Uno de los resultados de los estudios realizados en el IIUNAM (1,2) fuê el de diseñar y construir un generador solar para la conversión de energía solar en energía mecánica y ésta a su vez en energía eléctrica. Ese generador está basado en captadores solares de concentración, por ser los dispositivos con mayor eficiencia y la solución más adecuada técnica y economicamente para el país.

Para elaborar el programa de trabajo se consideró al sistema total (generador) dividido en cinco subsistemas:

1. Subsistema solar.
2. Subsistema termodinámico.
3. Subsistema mecánico.
4. Subsistema eléctrico.
5. Subsistema de control.

1. Subsistema solar.

Incluye la parte relativa a elementos físicos del sistema: tubos, tanques, colectores, absorvedores, seguidores, superficies reflejantes y selectivas, medición de radiación y adquisición de datos.

2. Subsistema termodinámico.

Incluye la parte relativa al estudio de las diferentes alternativas de ciclos de trabajo y fluídos de trabajo, haciendo estudios teóricos y experimentales de detalle de las diversas partes que componen al generador, tales como: el generador de vapor, sistema de almacenamiento térmico e intercambiadores de calor llegando hasta el arreglo final de este subsistema.

3. Subsistema mecánico.

Incluye la parte relativa a comparar los diversos expansores disponibles en el mercado y seleccionar el óptimo para el generador, construir un motor rotatorio de 35 KW, seleccionar otras componentes mecánicas tales como la bomba de expansión y un volante de inercia.

4. Subsistema eléctrico.

Incluye la parte relativa al estudio de las características eléctricas del generador, análisis de interruptores, controles, reguladores, almacenamiento eléctrico, arrancadores y cargadores de baterías llegando hasta el arreglo final de este subsistema.

5. Subsistema de control.

Incluye el diseño del sistema de adquisición de datos y control en tiempo real que comprende la determinación de los puntos de adquisición de datos y control, selección de los elementos sensores y actuadores, desarrollo de los algoritmos de control, integración, implantación y prueba del sistema generador solar.

Como, el nombre del trabajo lo indica, este estudio se encuentra ubicado dentro del subsistema de control , en particular dentro del punto de desarrollo de algoritmos de control.

1.3 Objetivos de este trabajo.

De una manera simple, se puede decir que el funcionamiento de un generador solar de captadores de concentración está basado en el balance energético entre la energía solar "capturada" por los captadores y la energía (térmica) cedida tanto al fluido de trabajo que circula por los mismos como al medio ambiente. Cabe mencionar aquí que en realidad, dentro del sistema completo del generador solar la energía total cedida al medio ambiente no se debe exclusivamente a los captadores, en todos los elementos del sistema se tiene una pérdida de energía en mayor o menor grado hacia el medio ambiente (por ejemplo, en los tubos de comunicación entre las diferentes partes del sistema por las que circula el fluido de trabajo, en el tanque de almacenamiento, etc.). En ese balance energético está basado el diseño el generador solar del IIUNAM.

Para simplificar su estudio el modelo del generador (capítulo 2) se dividió en varias partes, una de las cuales es una red de colectores solares tipo canal parabólica (captador de concentración). El estudio del control del flujo en uno de estos colectores es la parte central de este trabajo.

Como se verá en la descripción del sistema generador y su funcionamiento (capítulo 2), un punto importante dentro de la operación de todo el sistema es el control de la velocidad con la que el fluido de trabajo del sistema pasa a través de los colectores, por lo que se marcaron como objetivos de este estudio los siguientes puntos:

1. Conocer y manejar las técnicas de los controladores autoajustables.

2. Aplicar un controlador autoajustable al modelo matemático de un colector solar tipo canal parabólica.

3. Aplicar un controlador de estado estacionario al colector solar en su evolución dinámica en un día promedio.

4. Comparar los resultados de los puntos 2 y 3 para conocer

las ventajas y las desventajas de cada uno de ellos.

1.4 Estructura de este trabajo.

El primer paso para alcanzar los objetivos fijados es conocer el funcionamiento del generador solar (sistema completo), el funcionamiento de un colector solar tipo canal parabólica y la deducción del modelo matemático del funcionamiento de dicho colector. Esto se hace en el capítulo 2 de este trabajo. En dicho capítulo, también se presentan las hipótesis de operación del modelo matemático del colector solar.

En el capítulo 3 se presenta la deducción de una fórmula de control del colector deducida en base a simplificaciones hechas a su modelo matemático de estado estacionario. Esta fórmula es bastante simple y contempla los detalles más importantes en el funcionamiento del colector, por lo que es una primera ley de control para aplicar al colector. En el capítulo 4 se aplica dicha fórmula al modelo dinámico del colector dentro de su evolución en un día con características ambientales promedio y se analizan los resultados de la prueba.

En el capítulo 5 se presenta la teoría de los controladores autoajustables y se deduce el tipo de controlador que se aplicará, en el capítulo 6, al modelo matemático del colector solar.

Finalmente en el capítulo 7 se dan las conclusiones de este trabajo así como los alcances del mismo y los pasos sugeridos para su continuación.

Como apéndices se incluyen:

1. Diagrama de flujo del programa utilizado para la simulación del colector solar (implementación del modelo matemático en computadora) y la aplicación de un controlador autosintonizable a ésta simulación de funcionamiento.

2. Identificación por mínimos cuadrados. Método de identificación usado comunmente en controladores autoajustables.

CAPITULO 2

SISTEMA DEL GENERADOR SOLAR.

2.1 Introducción.

En este capítulo se presenta el modelo matemático del colector solar que se utilizará como planta para comparar los resultados de la aplicación de dos técnicas de control:

- un control fijo preestablecido
- un control autosintonizable

Se describe primero el sistema completo del generador solar, su funcionamiento en general y despues se toma una parte de este: un colector, como un subsistema del sistema completo para su estudio en particular.

En los siguientes puntos se resume el modelo matemático desarrollado en (5) para el generador solar y se presentan todas las condiciones que se tendrán para la simulación de su funcionamiento a través de una computadora PDP 11/40.

2.2 Generador Solar.

2.2.1 Descripción y funcionamiento del generador.

El Instituto de Ingeniería de la UNAM está a cargo de la construcción de un sistema prototipo para la transformación de energía solar en energía térmica, ésta en mecánica y ésta, a su vez, en energía eléctrica.

Este sistema recibe el nombre de generador solar y consiste de (fig.1):

1. Un tanque de almacenamiento de fluido.

2. Una red de colectores solares tipo canal parabólica.

3. Un tanque intercambiador de calor.

4. Bombas para impulsar el flujo a través del sistema.

5. Válvulas de control de flujo de fluido.

6. Un motor de vapor.

7. Un condensador.

La planta funciona a base de fluido, aceite THERM GL450. Su selección, así como las características físicas de las demás partes del generador, se determinaron en el diseno del sistema (17).

El fluido se encuentra en el tanque de almacenamiento (1), en los tubos colectores (2) y en la espiral del intercambiador de calor (3).

En el funcionamiento del sistema se presentan dos etapas diarias, la de arranque y la de operación normal.

En la etapa de arranque, el fluido que se encuentra en los colectores debe alcanzar la temperatura de funcionamiento determinada en el diseno del sistema. El fluido que se encuentra en los colectores se hace circular por estos sin pasar por el tanque de almacenamiento hasta que alcanza la temperatura mencionada. Para ello se cierran las válvulas de entrada y salida del tanque de almacenamiento (5). Al alcanzar la temperatura deseada se abren las válvulas de entrada y salida del tanque de almacenamiento y empieza la operación normal del sistema.

En la etapa de operación normal, el fluido se hace circular por los tubos colectores donde se calienta debido a la concentración de la radiación solar incidente y regresa al tanque de almacenamiento (1) de donde se manda, ya caliente, a circular por el intercambiador de calor (3). El paso del fluido por un colector se detallará más adelante con el fín de establecer su modelo matemático.

El aceite se manda primero al tanque de almacenamiento y no directamente al intercambiador de calor ya que el tanque funciona como un almacén térmico que permite el funcionamiento de la planta durante un periodo aproximado de 6 hrs. sin importar las posibles variaciones en la radiación incidente a lo largo del día. El modelo del tanque de almacenamiento se puede consultar en (3).

El tanque de almacenamiento se considera perfectamente aislado de tal manera que el aceite que contiene no se enfría. Para

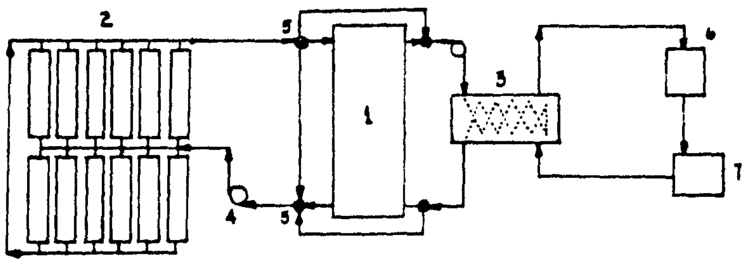


FIG. 1.

GENERADOR SOLAR

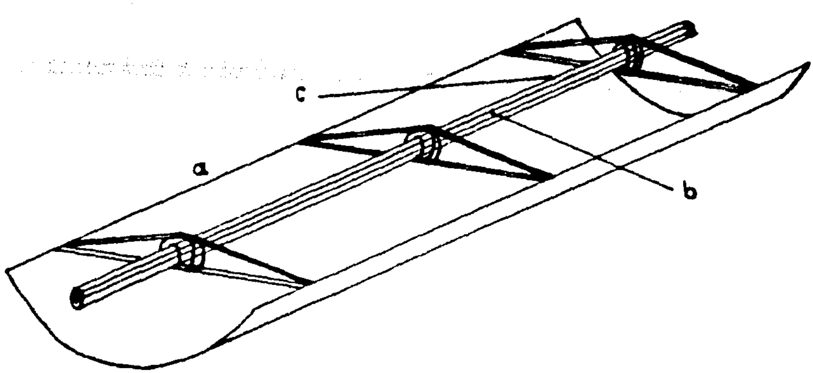


FIG. 2.

COLECTOR SOLAR

alcanzar rápidamente la temperatura de operación del sistema se ha pensado en calentar directamente el aceite dentro del tanque de almacenamiento para reducir el tiempo de la etapa de arranque.

El intercambiador de calor (3) es un tanque que contiene agua, la cual es evaporada por el paso del fluido caliente a través de la espiral interior. El vapor obtenido pasa por el ducto de salida hacia la máquina de vapor en donde la energía térmica se transforma en energía mecánica y ésta a su vez en eléctrica.

Después de pasar por la máquina de vapor, éste pasa a un condensador (7) para regresar en forma de agua al tanque intercambiador de calor.

El aceite pierde calor al circular por la espiral del intercambiador y regresa frío a la parte inferior del tanque de almacenamiento, de donde se manda nuevamente a circular por la red de colectores con lo que se cierra el ciclo de funcionamiento del generador.

Para su modelado y estudio el generador solar se subdividió en varias partes:

a. tubos de conducción del fluido.

b. red de colectores solares.

c. tanque de almacenamiento.

d. tanque intercambiador de calor.

e. máquina térmica y condensador.

En este trabajo sólo se considera una de estas partes, la de los colectores solares.

2.3 Colector Solar.

2.3.1 Descripción y funcionamiento de un tubo colector.

Se considera un sólo colector solar. El objetivo de este estudio es controlar, mediante las dos técnicas de control mencionadas la temperatura de salida del fluido manteniéndola en el valor óptimo determinado por el diseno de la planta completa (17), teniendo como única variable de control la velocidad con que circula el aceite a través del colector.

El colector solar consta de (fig.2):

a) espejo cilíndrico-parabólico

b) tubo absorvedor

c) tubo envolvente

a) Espejo cilíndrico-parabólico.

Es un espejo con la geometría que indica su nombre y en este estudio se considera siempre orientado hacia el sol de tal manera que los rayos incidentes sobre él se concentran en su eje focal. En realidad la orientación se realiza automáticamente con un motor de pasos comandado por un heliotropo electrónico (18).

b) Tubo absorvedor.

Es un tubo fijo al espejo, su eje longitudinal coincide con el eje focal del espejo y por el circula el fluido a calentar. Este tubo, de material de alta capacidad calorífica, esta recubierto en su exterior por una película de alta absortancia y baja emitancia con el fin de aumentar la absorción de la energía radiante que se concentra en el tubo y calienta al fluido y de reducir la pérdida de calor por radiación al medio ambiente. Además, para aumentar la eficiencia en absorción entre el tubo y el fluido, este se mantiene circulando en régimen turbulento.

c) Tubo envolvente.

Es un tubo de vidrio también concéntrico con el eje focal del espejo y de diámetro mayor que el tubo absorvedor, de tal manera que deja un espacio anular entre ambos. Este se coloca con el fin de reducir las pérdidas de calor por convección entre el tubo absorvedor y el medio ambiente. El espacio anular entre ambos tubos puede estar al vacío o con algún gas a presiones determinadas en el diseno del sistema. La selección de una u otra opción determina distintos valores en los parámetros de funcionamiento del sistema.

La etapa de funcionamiento del generador con un solo colector puede verse así:

El fluido entra por uno de los extremos del tubo absorvedor (fig.2) a razón de

$$\dot{m} \quad kg/seg \qquad \left(\dot{m} = \frac{dm}{dt} \right)$$

y a una temperatura de entrada

$$T_i \ {}^{o}C$$

El fluido circula a través del tubo calentándose debido a su transferencia de calor con el tubo. Finalmente el fluido sale por el extremo opuesto del absorvedor a una temperatura de salida

$$T_o \ {}^{o}C$$

Es esta temperatura la que se quiere controlar para alcanzar el valor determinado en el diseno del sistema para que el segundo ciclo del generador solar opere adecuadamente. En el segundo ciclo el fluido pasa al tanque de almacenamiento y de ahí al intercambiador de calor para evaporar el agua y poder operar la máquina de vapor que transforma finalmente la energía solar en energía eléctrica.

2.3.2 Modelo matemático de un tubo colector.

Se llama tubo colector al conjunto de tubo envolvente, tubo absorvedor y fluido. El modelo matemático usado en este trabajo para simular el funcionamiento del colector se basa esencialmente en el balance energético de cada elemento diferencial del tubo colector.

Este balance energético se analiza por separado para cada elemento de tubo envolvente, tubo absorvedor y fluido considerando las ganancias de energía de cada uno de ellos debido a la difusión en cada elemento, a sus interacciones con el medio ambiente y/o con los elementos adyacentes y, en el caso del fluido, la transferencia de calor por transporte de masa.

Este análisis arroja un modelo constituído por tres tipos de ecuaciones diferenciales parciales no lineales. Un tipo de ecuación para cada elemento del tubo colector.

A continuación se presentan las ecuaciones y los términos de cada una de ellas deducidas para un elemento diferencial en cada uno de los tubos y del fluido bajo las siguientes suposiciones:

i) La radiación incidente sobre el tubo envolvente y absorvedor está uniformemente distribuida sobre su superficie exterior. Esto se considera válido principalmente por dos razones: Primera, el tubo absorvedor sobre el que tiene más efecto la no uniformidad de radiación incidente es de cobre, un material de alta conductividad térmica. Segunda, el aceite circula en régimen turbulento, lo que impide que en cualquier sección transversal del tubo colector se forme alguna distribución de temperaturas.

ii) La eficiencia del espejo no se incluye salvo para fijar el valor total de radiación incidente a partir de su área efectiva de captación.

iii) Se considera que el espacio anular existente entre el tubo envolvente y el absorvedor se encuentra al vacío, de tal manera que no hay intercambio de energía por convección entre los tubos. Solo se considera el intercambio de energía por radiación infrarroja.

iv) De las suposiciones anteriores y de la turbulencia en el flujo del fluido se puede suponer que las variables de interés para cada elemento del tubo colector varían solo longitudinalmente a pesar de que en la realidad estos valores tienen también dependencia radial.

Considérese un corte transversal de tubo colector (fig 3)

d_{ve} diámetro exterior del tubo envolvente

d_{vi} diámetro interior del tubo envolvente

d_{ce} diámetro exterior del tubo absorvedor

d_{ci} diámetro interior del tubo absorvedor

Área neta de la cara del tubo envolvente

$$A_v = PI * \left[\left(\frac{d_{ve}}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_{vi}}{2} \right)^2 \right]$$

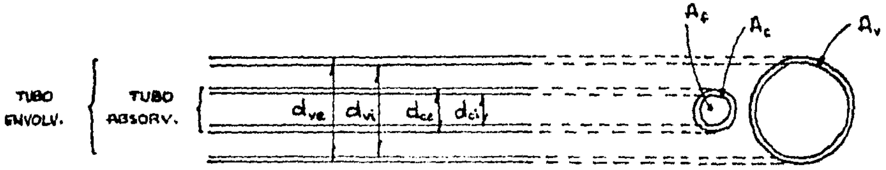


FIG. 3

CORTE TRANSVERSAL DEL TUBO COLECTOR.

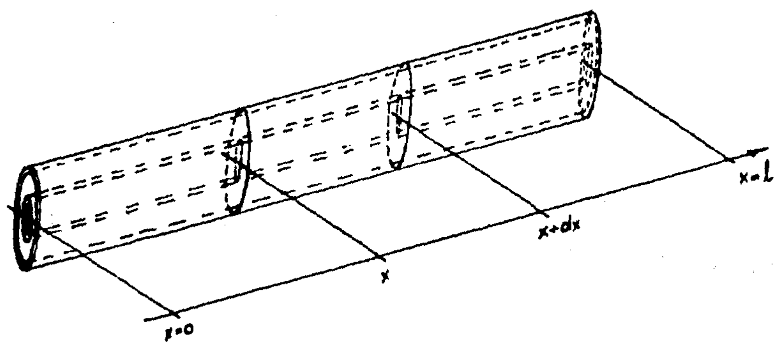


FIG. 4

ELEMENTO DIFERENCIAL.

Área neta de la cara del tubo absorvedor

$$A_c = PI * \left[\left(\frac{d_{ce}}{2} \right)^2 - \left(\frac{d_{ci}}{2} \right)^2 \right]$$

Área neta de la cara del fluido

$$A_f = PI * \left[\left(\frac{d_{ci}}{2} \right)^2 \right]$$

De todo lo anterior se puede definir un elemento diferencial del tubo colector como el volumen de tubo comprendido entre dos cortes transversales al eje longitudinal separados una distancia dx (fig. 4).

En seguida se presentan los balances energéticos para elementos diferenciales de cada una de las partes del tubo colector.

2.3.2.1. Balance energético para el tubo envolvente.

La energía interna del tubo puede expresarse como:

$$U_v(x,t) = ro_v(x,t) \cdot C_v(t) \cdot T_v(x,t)$$

donde:

$U_v(x,t)$ densidad de energía interna para el envolvente

$ro_v(x)$ densidad del tubo envolvente

$C_v(x)$ calor específico del tubo envolvente

$T_v(x,t)$ temperatura del tubo envolvente

Si se suponen constantes

$$ro_v\,(x,t) \quad y \quad C_v\,(t)$$

entonces el incremento de energía interna de un elemento diferencial de tubo envolvente en un intervalo de tiempo dt está relacionado con el incremento en su temperatura a través de:

$$\frac{\partial U_v\,(x,t)}{\partial t}\, A_v\, dt\, dx = ro_v\,(x)\; C_v\,(x)\, \frac{\partial T_v\,(x,t)}{\partial t}\, A_v\, dt\, dx \qquad (2.1)$$

El incremento de energía interna del elemento diferencial de tubo envolvente puede calcularse con el balance energético donde intervienen los siguientes términos:

a) difusión térmica

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[K_v\,(x,t)\, \frac{\partial T_v\,(x,t)}{\partial x} \right] A_v\; dt\, dx \qquad (2.2)$$

donde:

$K_v\,(x,t)$ coeficiente de difusión térmica del tubo envolvente

A_v área neta transversal del tubo envolvente

b) radiación solar recibida por el tubo

No se consideran las contribuciones correspondientes a las imperfecciones geométricas del espejo, a la reflectancia de este ni a los errores de seguimiento del sol.

$$alf_v\;\; Q(t)\; a\; dx\; dt \qquad (2.3)$$

donde:

alf_v absortancia del tubo envolvente

$Q(t)$ radiación solar

a apertura del espejo cilindrico-parabólico del colector

c) perdidas de calor al medio ambiente

i) por radiación

$$sig\ eps_v\ S_{ve} \left[(T_v + 273)^4 - T_s^4 \right] dx\ dt \qquad (2.4)$$

donde:

sig constante de Steffan-Boltzman

eps_v emitancia del tubo envolvente

S_{ve} perímetro exterior del tubo envolvente

T_s temperatura de cielo $T_s = (T_a + 273) - 4$ (16)

ii) por convección

$$h_v\ S_{ve}\ (T_v - T_a)\ dx\ dt \qquad (2.5)$$

donde:

h_v coeficiente de convección del tubo envolvente

$h_v = 4.9 + 3.67\ V$ con V la vel. de viento

T_v temperatura del tubo envolvente

T_a temperatura ambiente

d) intercambio de calor por radiación infrarroja entre el tubo absorvedor y el tubo envolvente

$$eps_o \; sig \left[(T_c + 273)^4 - (T_v + 273)^4 \right] dt \qquad (2.6)$$

donde:

T_c temperatura del tubo absorvedor

eps_o emitancia equivalente para ambos tubos

$$eps_o = \frac{S_{ec} \; dx}{1/eps_c + (d_{ec} / d_{iv})(1/eps_v - 1)}$$

con:

S_{ec} perímetro exterior del tubo colector

con lo que eps_o resulta ser multiplo de dx, es decir,

$$eps_o = (\text{constante}) * dx$$

Por conservación de la energía la suma algebráica de los términos (2.2) a (2.6) da el incremento de energía interna del elemento diferencial de tubo envolvente y utilizando la ecuación (2.1) puede escribirse la siguiente ecuación diferencial que describe la evolución de la temperatura de dicho tubo:

$$ro_v(x) \, C_v(x) \frac{\partial T_v(x,t)}{\partial t} A_v \, dt \, dx = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_v(x,t) \frac{\partial T_v(x,t)}{\partial x} \right] A_v \, dt \, dx +$$

$$alf_v \; a \; Q(t) \, dx \, dt - sig \; eps_v \; S_{ev} \left[(T_v + 273)^4 - T_s^4 \right] dx \, dt -$$

$$h_v S_{ev} (T_v - T_a) dx\, dt + eps_o\, sig \left[(T_c + 273)^4 - (T_v + 273)^4 \right] dt$$

(2.7)

2.3.2.2. Balance energético para el tubo absorvedor.

La energía interna del tubo puede expresarse como:

$$U_c(x,t) = ro_c(x,t) \cdot C_c(x) \cdot T_c(x)$$

donde:

$U_c(x,t)$ densidad de energía interna para el absorvedor

$ro_c(x)$ densidad del tubo absorvedor

$C_c(x)$ calor específico del tubo absorvedor

$T_c(x,t)$ temperatura del tubo absorvedor

Si se suponen constantes

$$ro_c(x,t) \quad y \quad C_c(x)$$

entonces el incremento de energía interna de un elemento diferencial de tubo absorvedor en un intervalo de tiempo dt está dado por:

$$\frac{\partial U_c(x,t)}{\partial t} A_c\, dx\, dt = ro_c(x)\, C_c(x) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial t} A_c\, dx\, dt \qquad (2.8)$$

El incremento de energía interna del elemento diferencial de tubo absorvedor puede calcularse con el balance energético donde intervienen los siguientes términos:

a) difusión térmica

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[K_c(x,t) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial x} \right] A_c \, dt \, dx \qquad (2.9)$$

donde:

$K_c(x,t)$ coeficiente de difusión térmica del tubo absorvedor

A_c área neta transversal del tubo absorvedor

b) radiación solar recibida por el tubo

Aquí hay que considerar que de la radiación solar incidente en el tubo absorvedor una parte es absorvida y otra reflejada. De la radiación reflejada una parte se refleja a su vez en la cara interior del tubo envolvente volviendo a incidir sobre el tubo absorvedor, teniendo así una serie de reflexiones múltiples. Esto está considerado en el coeficiente de absortancia-transmitancia calculado en (5).

$$(\text{tau alf}_c)$$

lo que nos da:

$$(\text{tau alf}_c)\ Q(t)\ a\ dx\ dt \qquad (2.10)$$

donde:

alf_c absortancia del tubo absorvedor

$Q(t)$ radiación solar

a apertura del espejo cilindrico-parabólico del colector

c) intercambio de calor por radiación infrarroja entre el tubo absorvedor y el tubo envolvente

$$\varepsilon_o \, \sigma \left[(T_c + 273)^4 - (T_v + 273)^4 \right] dt \qquad (2.11)$$

donde:

T_c temperatura del tubo absorvedor

ε_o emitancia equivalente para ambos tubos

d) pérdida de energía por convección del tubo al fluido

$$S_{ic} \, h_f \, (T_c - T_f) \, dx \, dt \qquad (2.12)$$

donde:

S_{ic} perímetro interior del tubo absorvedor

h_f coeficiente de convección del fluido

Por conservación de la energía la suma algebráica de los términos (2.9) a (2.12) da el incremento de energía interna del elemento diferencial de tubo absorvedor y utilizando la ecuación (2.8) puede escribirse la siguiente ecuación diferencial que describe la evolución de la temperatura de dicho tubo:

$$\rho_c(x) \, C_c(x) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial t} A_c \, dt \, dx = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_c(x,t) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial x} \right] A_c \, dt \, dx \, +$$

$$(\tau \alpha)_c \, a \, Q(t) \, dx \, dt \; - \; S_{ic} \, h_f \, (T_c - T_f) \, dx \, dt \, +$$

$$eps_o \; sig \left[(T_c + 273)^4 - (T_v + 273)^4 \right] dt \qquad (2.13)$$

2.3.2.3. Balance energético para el fluido.

La energía interna del fluido puede expresarse como:

$$U_f(x,t) = ro_f(x,t) \,.\, C_f(x) \,.\, T_f(x)$$

donde:

$U_f(x,t)$ densidad de energía interna para el fluido

$ro_f(x)$ densidad del fluido

$C_f(x)$ calor específico del fluido

$T_f(x,t)$ temperatura del fluido

Si se suponen

$$ro_f(x,t) \;\; y \;\; C_f(x)$$

entonces el incremento de energía interna de un elemento diferencial de fluido en un intervalo de tiempo dt está dado por:

$$\frac{\partial U_f(x,t)}{\partial t} A_f \, dx \, dt = ro_f(x) \, C_f(x) \, \frac{\partial T_f(x,t)}{\partial t} A_f \, dx \, dt \qquad (2.14)$$

con

A_f área interior del tubo absorvedor, i.e., área que presenta el flujo del fluido

El incremento de energía interna del elemento diferencial de fluido puede calcularse con el balance energético donde intervienen los siguientes términos:

a) calor recibido por convección desde el tubo absorvedor

$$S_{ic}\, h_f\, (T_c - T_f)\, dx\, dt \qquad (2.15)$$

donde:

S_{ic} perímetro interior del tubo absorvedor

h_f coeficiente de convección del fluido

b) difusión térmica

$$K_f(x,t)\, \frac{\partial^2 T_f(x,t)}{\partial x^2}\, A_f\, dx\, dt \qquad (2.16)$$

donde:

$K_f(x,t)$ coeficiente de difusión térmica del fluido

A_f área transversal del fluido (área interna del tubo absorvedor)

c) transporte de masa

$$- \frac{\partial\, h(x,t)}{\partial x}\, A_f\, dx\, dt$$

donde:

$h_f(x,t)$ = flujo de entalpía del fluido

Este flujo de entalpía se puede expresar como:

$$h(x,t) = G(x,t)\ H(x,t) = G(x,t) \left[e(x,t) + b\ p(x,t)\ v(x,t) \right]$$

con:

$G(x,t)$	flujo de masa por unidad de área
$H(x,t)$	entalpía específica
$e(x,t)$	energía interna del fluido por unidad de masa
b	constante de conversión de unidades
$p(x,t)$	presión absoluta
$v(x,t)$	volumen específico

suponiendo al fluido incompresible, la presión a lo largo del tubo constante y tomando:

$$e(x,t) = C_f(x,t)\ T_f(x,t)$$

se tiene que:

$$- \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} A_f\ dx\ dt = -G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[C_f(x)\ T_f(x,t) \right] A_f\ dx\ dt \quad (2.17)$$

Otra vez por conservación de energía se tiene que de (2.14) a (2.17) resulta la ecuación que se empleará para describir la dinámica del fluido dentro del colector:

$$ro_f\ C_f(x) \frac{\partial T_f(x,t)}{\partial t} A_f\ dx\ dt = K_f(x,t) \frac{\partial^2 T_f(x,t)}{\partial x^2} A_f\ dx\ dt +$$

$$S_{ic}\ h_f\ (T_c - T_f)\ dx\ dt - G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[C_f(x)\ T_f(x,t) \right] A_f\ dx\ dt$$

(2.18)

Finalmente se tiene que el modelo dinámico del colector está dado por las tres ecuaciones (2.7), (2.13) y (2.18) que se reescriben a continuación:

$$
\begin{aligned}
ro_v(x)\, C_v(x) \frac{\partial T_v(x,t)}{\partial t} A_v\, dt\, dx ={}& \frac{\partial}{\partial x}\left[K_v(x,t) \frac{\partial T_v(x,t)}{\partial x} \right] A_v\, dt\, dx \; + \\
& alf_v\, a\, Q(t)\, dx\, dt \; - \; sig\, eps_v\, S_{ev} \left[(T_v + 273)^4 - T_s^4 \right] dx\, dt \; - \\
& h_v\, S_{ev}\, (T_v - T_a)\, dx\, dt + eps_o\, sig \left[(T_c + 273)^4 - (T_v + 273)^4 \right] dt
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

$$
\begin{aligned}
ro_c(x)\, C_c(x) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial t} A_c\, dt\, dx ={}& \frac{\partial}{\partial x}\left[K_c(x,t) \frac{\partial T_c(x,t)}{\partial x} \right] A_c\, dt\, dx \; + \\
& (tau\, alf_c)\, a\, Q(t)\, dx\, dt \; - \; S_{ic}\, h_f\, (T_c - T_f)\, dx\, dt \; + \\
& eps_o\, sig \left[(T_c + 273)^4 - (T_v + 273)^4 \right] dt
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

$$
ro_f\, C_f(x) \frac{\partial T_f(x,t)}{\partial t} A_f\, dx\, dt = K_f(x,t) \frac{\partial^2 T_f(x,t)}{\partial x^2} A_f\, dx\, dt \; +
$$

$$S_{ic}\, h\, (T_c - T_f)\, dx\, dt \;-\; G(t) \frac{\partial}{\partial x} \left[C_f(x)\, T_f(x,t) \right] A_f\, dx\, dt \qquad (2.18)$$

2.3.3 Modelo de parámetros concentrados.

El modelo presentado en el punto anterior es un modelo de ecuaciones no-lineales que permiten considerar variaciones continuas en la dirección axial (x) del colector y en el tiempo.

Para propósitos de control se discretizará el modelo matemático en la dirección axial (x), para producir un modelo que permita conocer sólo la temperatura del fluido a la salida del tubo absorvedor como función del tiempo, suponiendo conocidos los valores (funciones del tiempo) de:

- flujo másico del fluido $\dot{m}(t)$
- temperatura de entrada del fluido al colector $T_i(t)$
- radiación solar incidente $Q(t)$

más los valores de los parámetros físicos del colector, i.e., coeficientes de los distintos materiales de los tubos envolvente y absorvedor, longitud del colector, coeficientes del fluido, etc.

Esta discretización se logra considerando al colector dividido en N tramos de longitud Dx y suponiendo que el valor de cada una de las variables de interés, aunque sigue siendo función del tiempo, no cambia dentro de cada tramo (fig. 5).

Para cada uno de los tramos se plantea un modelo dinámico que, obviamente resulta de las ecuaciones (2.7), (2.13) y (2.18).

Para deducir el modelo dinámico para un tramo a partir del modelo matemático, se hace primero una aproximación de la primera y segunda derivadas de una función con respecto a x en términos de la longitud de los tramos Dx y de los valores de la función en cada tramo.

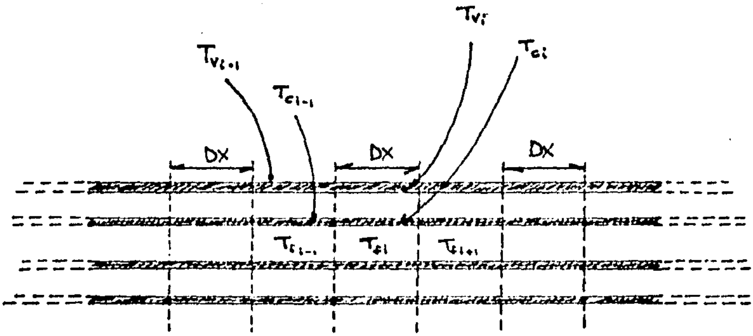


FIG. 5

DIVISION DEL COLECTOR EN TRAMOS DE LONG. DX

Esta aproximación se hace en base a la serie de Taylor para la función y su primera derivada.

Sea

$$T_{fi}$$

el valor de la temperatura del fluido en el i-ésimo tramo del colector. La expansión en serie de Taylor de esta función alrededor del tramo i, tomando como incremento -Dx es

$$T_{fi-1} = T_{fi} - Dx \frac{dT_{fi}}{dx} + \frac{Dx^2}{2!} \frac{d^2T_{fi}}{dx} + \ldots \qquad (2.19)$$

despreciando los términos de orden mayor o igual a 2, tenemos que la aproximación que se usará para la primera derivada es

$$\frac{dT_{fi}}{dx} = \frac{T_{fi} - T_{fi-1}}{Dx} \qquad (2.20)$$

La aproximación para la segunda derivada se obtiene de la expansión en serie para el tramo i, tomando como incremento Dx y -Dx

$$T_{fi-1} = T_{fi} - Dx \frac{dT_{fi}}{dx} + \frac{Dx^2}{2!} \frac{d^2T_{fi}}{dx} + \ldots \qquad (2.21)$$

$$T_{fi+1} = T_{fi} + Dx \frac{dT_{fi}}{dx} + \frac{Dx^2}{2!} \frac{d^2T_{fi}}{dx} + \ldots \qquad (2.22)$$

sin tomar en cuenta los términos de orden mayor o igual a 3 y sumando miembro a miembro (2.21) y (2.22) resulta

$$T_{fi+1} + T_{fi-1} = 2\,T_{fi} + Dx^2 \frac{d^2 T_{fi}}{dx^2}$$

de donde se tiene finalmente la aproximación que se usará para la segunda derivada

$$\frac{d^2 T_{fi}}{dx^2} = \frac{T_{fi+1} - 2\,T_{fi} + T_{fi-1}}{Dx^2} \qquad (2.23)$$

Si estas últimas aproximaciones se sustituyen en las ecuaciones (2.7), (2.13) y (2.14), considerando además que los calores específicos tanto de los tubos como del fluido son constantes a lo largo del colector, que

$m_f = ro_f\ A_f\ Dx$ masa de un tramo de fluido

$m_c = ro_c\ A_c\ Dx$ masa de un tramo de tubo absorvedor

$m_v = ro_v\ A_v\ Dx$ masa de un tramo de tubo envolvente

$\dot{m}_f = G\ A_f$ gasto másico del fluido

multiplicando ambos miembros de cada ecuación por

$$\frac{Dx}{dt\ \ dx}$$

(para considerar el calor transferido por unidad de volumen) y tomando como última simplificación la suposición de que los términos de difusión en los tubos así como el intercambio de energía por transporte de masa en el fluido no contribuyen significativamente y que se pueden despreciar junto a los demás términos, se tiene que el modelo de parámetros concentrados para el colector está dado por las tres siguientes ecuaciones:

- para cada Dx del tubo envolvente:

$$m_v C_v \frac{dT_{vi}}{dt} = alfa_v\, Q(t)\, a\, Dx + eps_o\, sig \left[(T_{ci} + 273)^4 - (T_{vi} + 273)^4 \right]$$

$$- \, sig\, eps_v\, S_{ve} \left[(T_{vi} + 273)^4 - T_s^4 \right] Dx - h_v\, S_{ve}\, (T_{vi} - T_a)\, Dx \qquad (2.24)$$

- para cada Dx del tubo absorvedor:

$$m_c C_c \frac{dT_{ci}}{dt} = (tau\ alfa) Q(t)\, a\, Dx +$$

$$+ \, eps_o\, sig \left[(T_{ci} + 273)^4 - (T_{vi} + 273)^4 \right]$$

$$- \, h_f\, S_{ci}\, (T_{ci} - T_{fi})\, Dx \qquad (2.25)$$

- para cada Dx del fluido:

$$m_f C_f \frac{dT_{fi}}{dt} = S_{ci}\, h_f\, (T_{ci} - T_{fi})\, Dx - \dot{m}_f\, C_f\, (T_{fi} - T_{fi-1}) \qquad (2.26)$$

Estas ecuaciones se usarán en lo sucesivo como modelo del colector solar.

2.3.4 Parámetros físicos del colector.

Se presentan los valores de los parámetros físicos del colector determinados en (5) y que se usarán en todo lo que sigue de este trabajo.

Se muestran primero los valores de los parámetros físicos del colector y a continuación los valores de los parámetros del tubo absorvedor, tubo envolvente y fluido.

Se considera el colector de longitud:

$$L = 12 \text{ m}$$

y el espejo cilíndrico-parabólico con una apertura de captación de:

$$a = 2.5 \text{ m}$$

lo que da un área efectiva de captación de 30 m^2.

En la utilizacion del modelo de parametros concentrados se considera al colector dividido en 4 tramos. Esto da una longitud de tramo

$$Dx = 3 \text{ m}$$

Se escogió este número de tramos ya que las pruebas hechas en (5) tanto con 3 y 6 tramos no arrojaron diferencias significativas.

Parámetros para el tubo envolvente (vidrio):

absortancia	alf_v	0.0473
emitancia	eps_v	0.94
diam. interior	d_{iv}	0.0614 m

diam. exterior	d_{ev}	0.0655 m
densidad	ro_v	2723.04 Kg/m^3
calor específico	C_v	836 $J/Kg\ ^oC$
emitancia equiv.	eps_o	0.008036 Dx

coef. de convecc. $h_v = 4.9 + 3.67*V(t)$

V(t) vel. de viento que se considera constante e igual a 5 m/s por lo que resulta

$$h_v = 23.25$$

Parámetros para el tubo absorvedor (cobre):

absortancia	alf_c	0.87
emitancia	eps_c	0.09
diam. interior	d_{ic}	0.0253 m
diam. exterior	d_{ec}	0.0286 m
densidad	ro_c	8795.00 Kg/m^3
calor específico	C_c	418 $J/Kg\ ^oC$
producto absort-emitancia	alf_tau	0.8008

Parámetros para el fluido (aceite THERM GL450):

densidad

ro_f 783 Kg/m^3

calor específico

$$C_f \qquad 2386.78 \ \ J/Kg \ ^{o}C$$

coef. de convección

$$h_f = 70 + 0.018 * (\dot{m}^{0.8})T_f$$

este coef. se determinó considerando un flujo del fluido en régimen turbulento (5).

2.3.5 Condiciones de operación.

El conjunto de ecuaciones que dan el modelo de parámetros concentrados del colector y que representan la planta, se implementaron en una computadora PDP 11/40 y se resolvieron de la manera que en seguida se indica.

El conjunto de ecuaciones se integró numericamente utilizando un método de Adams-Multon de orden y paso variable. Esta integración se realizó por medio de una subrutina de propósito general llamada AMGEAR desarrollada en el IIMAS de la UNAM incluída en el programa desarrollado en este trabajo.

La descripción del programa principal, llamado COLECT, así como de la subrutina AMGEAR se presenta en el apéndice 1 de este trabajo.

Mediante este programa de simulación se hicieron todas las pruebas sobre la planta.

En seguida se presentan las condiciones de operación que no cambiaron durante las pruebas realizadas con el modelo. Las condiciones que se variaron en las distintas pruebas se mencionan en el momento oportuno. Los valores de los parámetros presentados en el punto anterior no cambiaron.

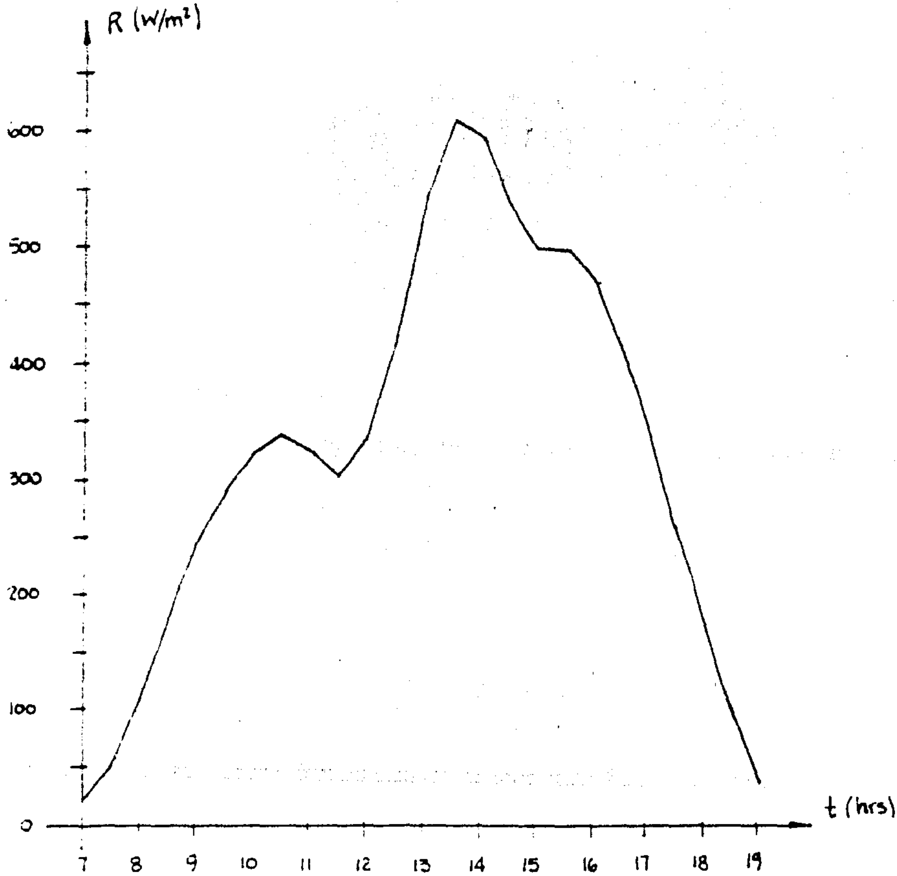
La función de radiación solar Q(t) y temperatura ambiente Ta(t) utilizadas son aquellas determinadas por los puntos tomados de los valores experimentales en un día arbitrario de medición (15). Las funciones se construyeron mediante la interpolación lineal entre los puntos experimentales. En las gráficas 1 y 2 se tienen los perfiles de radiación y temperatura ambiente que se utilizaron durante las pruebas.

La temperatura deseada de salida del fluido que pasa a través del colector fué siempre de 250 grados centígrados y corresponde a la determinada en el diseno de la planta (17).

La temperatura de entrada al colector se considera constante e igual a la temperatura de entrada calculada en el diseno de la planta que es de 180 grados centígrados. Esto puede pensarse cercano a la situación real solo en el periodo de operación del generador. En el arranque el fluido circulará con el mayor gasto posible para conseguir la máxima transferencia de calor.

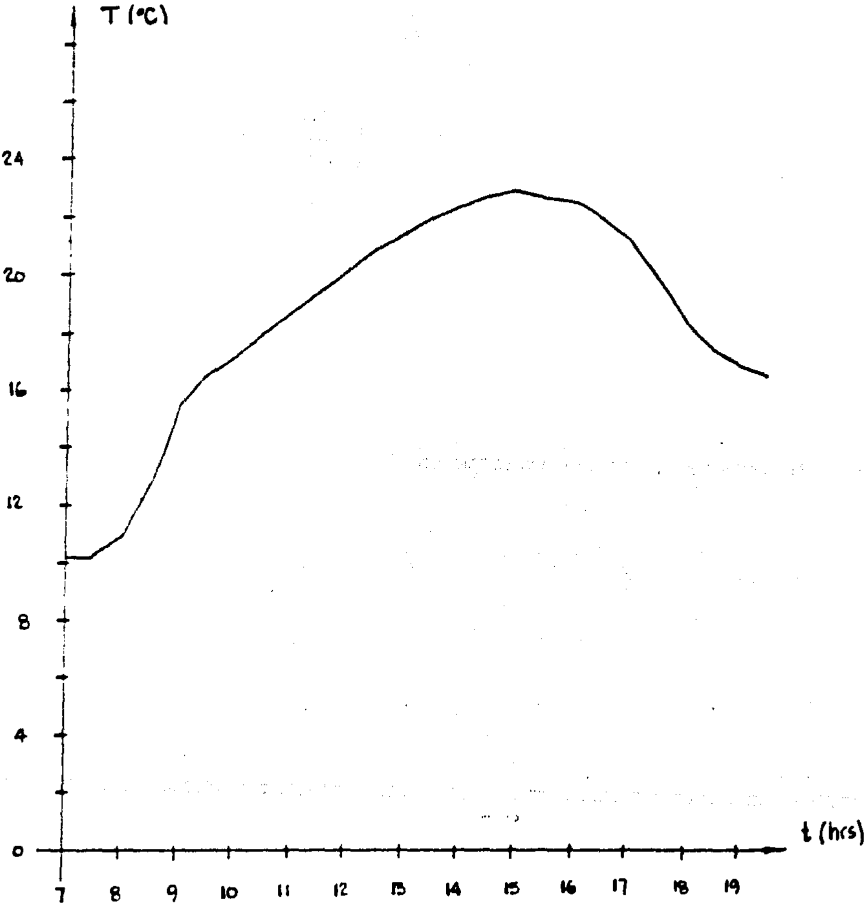
Para asegurar la convergencia de la solución del sistema de ecuaciones que representan el modelo de la planta es necesario arrancar con un perfil de temperatura del colector que no esté muy alejado del perfil a alcanzar. Debido a esto y a que, como ya se mencionó anteriormente, solo importa el periodo de operación normal del colector, se tomó un perfil de temperaturas determinado arbitrariamente. Este perfil se construyó considerando que en el punto inicial del colector la temperatura del aceite es igual a la temperatura de entrada en operación, 180 grados centígrados, y que en el punto final la temperatura del aceite es igual a la temperatura de salida deseada, 250 grados centígrados. En base a esto se determinó la siguiente función lineal de la temperatura como función de la posición longitudinal de los tramos del colector (graf.3), y asignándole a cada tramo la temperatura correspondiente al valor de la función en su punto medio, o sea que el perfil de temperaturas de arranque será el dado en la tabla 1, tanto para los tubos envolvente y absorvedor como para el fluido.

Durante todas las pruebas hechas con el modelo se observó que este perfil de temperaturas no causó problemas en cuanto a la convergencia de la solución y variando un poco los valores de esta tabla no se observó diferencia significativa en la convergencia.



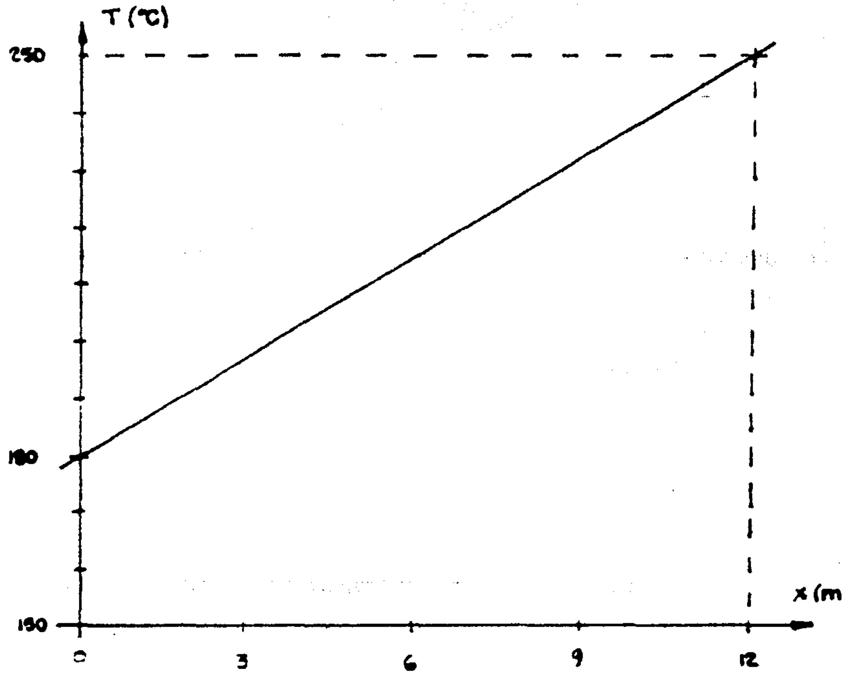
GRAFICA 1

RADIACION SOLAR (3-JUNIO-1980)



GRAFICA 2

TEMPERATURA AMBIENTE (25-NOVIEMBRE-1979)



GRAFICA 3

PERFIL INICIAL DE TEMPERATURA

TABLA 1

TEMPERATURAS INICIALES

Tramo	Temp. Envolvente	Temp. Absorvedor	Temp. Fluido
1	188.75	188.75	188.75
2	206.25	206.25	206.25
3	223.75	223.75	223.75
4	241.25	241.25	241.25

CAPITULO 3

DEDUCCION DE UNA FORMULA DE CONTROL PARA LA TEMPERATURA DE SALIDA DEL COLECTOR SOLAR

3.1 Introducción.

En muchos casos el modelo matemático del comportamiento dinámico de la planta a controlar es muy complicado para el diseno de sus sistemas de control. Una de las simplificaciones más comunes a este problema es simular la dinámica de la planta, desde un punto de funcionamiento establecido hasta otro, como una sucesión de estados estacionarios.

En el capítulo anterior se desarrollaron las ecuaciones diferenciales que modelan el colector solar. Por simplicidad y para seguir el desarrollo elegido en (6) si se consideran sin tubo envolvente y con una radiación solar incidente $R_a(t) = Q(t)$ son:

$$ro_c A_c C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = alf_c R_a(t)\, a - eps_c\, sig\, S_{ce} \left[(T_{ci} + 273)^4 - T_s^4 \right]$$

$$- h_c S_{ce} (T_c - T_a) - h_f S_{ci} (T_c - T_f)$$

$$ro_f A_f C_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = S_{ci} h_f (T_c - T_f) - \dot{m}_f C_f \frac{\partial T_f}{\partial x}$$

de donde, de manera directa, se tienen las siguientes ecuaciones en estado estacionario:

$$a \; alf \; R_a = sig \; eps_c \; S_{ce} \left[(T_c + 273)^4 - T_s^4 \right] + S_{ce} \; h_c \, (T_c - T_a) +$$

$$S_{ci} \; h_f \, (T_c - T_f) \qquad (3.1)$$

$$\dot{m} \, C_f \frac{dT_f}{dx} = S_{ci} \; h_f \, (T_c - T_f) \qquad (3.2)$$

De estas ecuaciones debe obtenerse la temperatura del fluido

$$T_f$$

por lo que es necesario resolver una ecuación diferencial no lineal. En (6) se analizan estas ecuaciones y se propone una solución aproximada que relaciona la temperatura del fluido en cada punto del tubo con las demás variables de interés como son radiación, temperatura ambiente, velocidad de viento, flujo másico, etc. Esta expresión es simple y concuerda con la solución de la ecuación diferencial por un método de integración numérica. Además de la aproximación propuesta se tienen dos niveles más de simplificación que finalmente permiten obtener una expresión para control bastante simple de la cual se calcula el flujo másico necesario para obtener una temperatura de salida deseada.

En este capítulo se presenta el camino seguido en la referencia citada para obtener la fórmula de control fijo mencionada.

3.2 Propiedades de las soluciones en estado estacionario.

En (6) se demuestra que las únicas soluciones de las ecuaciones en estado estable donde la temperatura del fluido a la salida es igual a la de entrada cumplen las siguientes condiciones:

1) La temperatura del fluido dentro del tubo es constante e igual al valor en sus extremos.

2) La tempertatura del fluido es igual en todo punto a la temperatura del tubo y constante a lo largo de éste.

3) Estas soluciones no dependen del flujo másico ni del coeficiente de transmisión de calor h_f.

Es decir, estas únicas soluciones son las soluciones constantes y estas constituyen la transición entre las soluciones monótonamente crecientes (el fluido se calienta dentro del tubo) y las monótonamente decrecientes (el fluido se enfría).

La demostración se basa en que para la radiación (Ra(t)), la temperatura ambiente (Ta) y la velocidad de viento (V(t)) constantes, si en algun punto del colector

$$xo$$

se tiene que

$$T_f(xo)$$

es igual a

$$T_c(xo)$$

es decir, que la temperatura del fluido en x_o satisface

$$a\ alf\ R_a - sig\ eps_c\ S_{ce} \left[(T_f(x_o)+273)^4 - T_s^4 \right] - S_{ce}\ h_c\ (T_f(x_o) - T_a) = 0 \qquad (3.2a)$$

entonces

$$T_f(x) = T_c(x) \quad \text{para toda} \quad 0 <= x <= L$$

Esta última igualdad se obtiene de la siguiente manera. Ya que

$$T_f(x) = T_c(x) = T_{fo} \tag{3.2b}$$

es solución del sistema de ecuaciones 3.1 y 3.2 (basta sustituir 3.2a y 3.2b en 3.1 y 3.2 para comprobarlo) entonces por unicidad de la solución de una ecuación diferencial de primer orden fijada una condición de borde se tiene que 3.2b es la única solución posible.

Ahora, para demostrar que se cumplen las condiciones 1), 2) y 3), basta ver que si

$$T_f(L) = T_f(0)$$

por continuidad de la solución y su primera derivada, debe existir al menos un punto

$$0 <= xo <= L$$

tal que

$$\left[\frac{dT_f}{dx} \right]_{x = xo} = 0$$

y de acuerdo con la ecuación 3.2 se tiene

$$T_c(xo) = T_f(xo)$$

Reemplazando esta última igualdad en 3.1 es claro que en el punto

$$x = xo$$

se tiene que

$$T_f(xo) = T_{fo}$$

satisface la ecuación 3.2a. Entonces resulta por 3.2b que la solución

$$T_f(x)$$

es constante e igual a

$$T_{fo}$$

de tal manera que

$$T_f(x) = T_f(xo) = T_f(L) \quad \text{para toda} \quad 0 <= x <= L$$

y que

$$T_f(x) = T_c(x) \quad \text{para toda} \quad 0 <= x <= L$$

Ahora, debido a que en todo punto

$$\left| \frac{dT_f}{dx} \right| = 0$$

y

$$T_f(x) = T_c(x)$$

la solución no depende de $\dot{m}$ ni de h_f.

Físicamente esto queda claro ya que si se considera un elemento diferencial de tubo en el cual el gradiente de temperatura del fluido se anula (independientemente de su velocidad) entonces el aporte energético del fluido a la diferencial de tubo es nulo. Además como se supone que el sistema se encuentra en equilibrio esto implica que no puede haber intercambio de energía del aceite con las paredes del tubo absorvedor lo cual solo es posible si se tiene que:

$$T_f = T_c$$

Por otra parte, los perfiles de temperatura del tubo colector no pueden tener máximos o mínimos, salvo en los extremos, si las condiciones de transferencia de energía al medio ambiente y la radiación son uniformes a lo largo del tubo. De esto resulta que no puede haber puntos aislados en los que el gradiente de temperatura se anule y por lo tanto las únicas soluciones para las cuales las temperaturas de los extremos son iguales son las soluciones constantes. Estas soluciones constituyen la transición entre las soluciones monótonamente crecientes (el fluido se calienta en su paso a través del tubo) y las monótonamente decrecientes (el fluido se enfría), como se mencionó anteriormente.

La pregunta que surge naturalmente es:

¿ Bajo que condiciones se podrá obtener una temperatura de fluido deseada a la salida con una temperatura de fluido a la entrada que sea inferior ?

En seguida se demuestra que si se quiere que el colector funcione a una cierta temperatura de salida

$$T_d$$

es decir,

$$T_f(L) = T_d \qquad (\text{ L longitud del tubo})$$

con

$$\dot{m} > 0$$

y sin que el fluido se enfríe dentro del tubo, la radiación incidente, que se llamará Ra, deberá ser tal que:

$$Ra >= (\text{alfa a})^{-1} [\text{ sig eps } S_c\ _{ce} ((T_d + 273)^4 - T_s^4) + S_{ce}\ h_c (T_d - T_a)] \quad (3.3)$$

Físicamente esto quiere decir que la energía captada por radición incidente debe ser mayor o igual que la energía cedida al medio ambiente tanto por radiación como por convección.

Nombrando Ra^c al lado derecho de 3.3 e introduciendo los siguientes cambios de variables:

$$r_a = Ra - Ra^c$$

$$t_f(x) = T_f(x) - T_d \qquad (3.4)$$

$$t_c(x) = T_c(x) - T_d$$

y sustituyendo 3.4 en 3.1 y 3.2 se tiene:

$$a \text{ alfa } r_a = S_{ce} h_c t_c + S_{ci} h_f (t_c - t_f) + \text{sig eps } S_c [(t_{ce} + T_c + 273)^4 - (T_d + 273)^4] \tag{3.5}$$

$$\dot{m} C_f \frac{d t_f(x)}{dx} = S_{ci} h_f (t_c - t_f) \tag{3.6}$$

$$T_f(L) = T_d \implies t_f(L) = 0 \implies \text{signo}\left[\frac{d t_f}{dx}\right]_{x=L} = \text{signo}(t_c)_{x=L}$$

o sea que para

$$t_f(L) = 0$$

los tres miembros del lado derecho de 3.5 tienen el mismo signo que t_c

de donde si

$$r_a < 0$$

entonces

$$t_c(L) < 0$$

y si

$$\dot{m} > 0$$

entonces por 3.6 se tiene que

$$\left[\frac{d\,t_f}{dx} \right]_{x=L} < 0$$

Como los perfiles de temperatura en estado estacionario son funciones monótonas de x entonces:

$$t_f(x) >= 0$$

implica que

$$T_f(x) >= T_d = T_f(L) \quad \text{para toda } x$$

lo cual implica que el fluido se enfría.

Con lo anterior queda demostrado que para que esto no suceda es necesario que la radiación incidente

$$Ra$$

sea mayor que la radiación

$$Ra^c$$

que se llamará en adelante radiación mínima.

A la variable

$$r_a = Ra - Ra^c$$

se llamará radiación disponible para la temperatura deseada T_d

Es conveniente observar que:

i) Ra^c se define solamente en función de la temperatura

$$T_d$$

que se desea obtener a la salida del colector y de las variables externas

$$T_a \quad y \quad V(t)$$

Su importancia consiste en que para radiaciones inferiores a

$$Ra^c(T_d)$$

la única manera de obtener a la salida una temperatura

$$T_d$$

con un flujo másico

$$\dot{m} > 0$$

será introduciendo el fluido a una temperatura mayor que

$$T_d$$

y dejándolo enfriar a lo largo del tubo.

ii) Si la temperatura de entrada del fluido

$$T_i$$

y la radiación

$$Ra$$

satisfacen la ecuación 3.2a con

$$T_{fo} = T_i$$

el perfil de temperaturas dentro del tubo será constante sin importar el valor del flujo másico

$$\dot{m} \quad (\dot{m} > 0)$$

iii) De la ecuación 3.3 tenemos que la radiación mínima

$$Ra^c$$

es proporcional a las perdidas cedidas al medio ambiente para la condición límite en que el fluido no altera su energía después de pasar por el colector.

Desde el punto de vista del diseno convendría tener el valor de la radiación mínima

$$Ra^c$$

lo más pequeno posible para así aumentar el número de horas diarias en que la radiación

$$r_a > 0 \quad (\Longrightarrow h_c \ \text{y} \ t_d \ \text{pequenos})$$

y por lo tanto el fluido se calienta.

Sin embargo, en el desarrollo presentado se consideró un modelo sin envolvente por lo que el término mas pesado en 3.3 es el correspondiente a pérdidas por convección de calor al medio ambiente lo que hace los resultados obtenidos en tal estudio muy sensibles a la velocidad del viento.

En el caso de un colector con envolvente esto no se presenta y las restricciones sobre

$$T_d \text{ y } h_c$$

son menores.

3.3 Primera solución aproximada en estado estacionario.

En el capítulo 3 de (6) se presenta la primera aproximación de las ecuaciones 3.5 y 3.6 y se obtiene una expresión algebráica que relaciona las variables

$$\dot{m} \; ; \; Ra \; ; \; T_i$$

cuando se pide una temperatura de salida deseada

$$T_f(L) = T_d$$

La aproximación consiste en considerar el último término en la ecuación 3.5

$$(t_c + T_d + 273)^4 - (T_d + 273)^4$$

como

$$(t_c + T_d + 273)^4 - (T_d + 273)^4 \doteq 4 (T_d + 273)^3 t_c \qquad (3.7)$$

Sustituyendo 3.7 en 3.5 , despejando

$$t_c = t_c (t_f)$$

y sustituyendo este último valor en 3.6 se llega a la ecuación diferencial para $t_f(x)$:

$$\dot{m}\, C_f \frac{dt_f(x)}{dx} = \frac{a\ alfa\ r_a - h'_c\, S_{ce}\, t_f}{1 + \dfrac{S_{ce}}{S_{ci}} \cdot \dfrac{h'_c}{h_f}} \qquad (3.8)$$

con la condición de frontera

$$t_f(L) = 0$$

donde

$$h'_c = h_c + 4\ sig\ eps\ (\,T_{cd} + 273\,)^3$$

Haciendo algunos pasos algebráicos y recordando que (cap.2):

$$h_f = K_1 + K_2\, \dot{m}^{0.8}\, (\,T_d + t_f\,)$$

se llega a:

$$\frac{1}{C} \int dx = \int \frac{c + t_f}{(a + t_f)(b - t_f)}\, dt_f \qquad (3.9)$$

con

$$C = \frac{\dot{m}\, C_f}{h'_c\, S_{ce}} \quad ; \quad a = \frac{k_1}{k_2}\, \dot{m}^{-0.8} + T_d$$

$$b = \frac{alfa\ a\ r_a}{h'_c\ S_{ce}} \quad ; \quad c = a + \frac{S_{ce}\ h'_c}{S_{ci}\ k_2}\ m^{.-0.8}$$

k_1 , k_2 dependen de la geometría del tubo y de las propiedades del aceite, en este caso

$$k_1 = 81 \quad y \quad k_2 = 9$$

Finalmente integrando 3.9 por fracciones simples entre los límites x y L

$$\frac{1}{C} \int_x^L dx = \int_{t_f(x)}^{0} \left(\frac{A}{(a + t_f)} - \frac{B}{(t_f - b)} \right) dt_f$$

$$A = \frac{c - a}{b + a} \quad ; \quad B = 1 + A = \frac{b + c}{b + a}$$

con la condición de frontera

$$t_f(L) = 0$$

resulta

$$E\hat{\ }\left(\frac{L - x}{c} \right) = \left[\frac{a}{b} \right]^A \left[\frac{b - t_f(x)}{a + t_f(x)} \right]^A \left[\frac{b - t_f(x)}{b} \right] \qquad (3.10)$$

o también se puede expresar como:

$$t_f(x) = b \left[1 - \left[\frac{1 + \dfrac{t_f(x)}{a}}{1 - \dfrac{t_{f(x)}}{b}} \right]^{A} E\hat{}\left(\frac{L - x}{c} \right) \right] \quad (3.11)$$

de manera que se puede utilizar un algoritmo recursivo para resolverla.

De esta última ecuación se obtiene la relación entre

T_a , v , Ra y la variable de control $\dot{m}$

o sea, por medio de 3.11 fijando las variables externas podemos ver que valores de

$$T_i \quad y \quad \dot{m}$$

son necesarios para obtener a la salida la temperatura deseada

$$T_d$$

Si se integra 3.9 con la condición de frontera

$$t_f(0) = 0$$

se llega a una ecuación recursiva análoga a la ecuación 3.11

$$t_f(x) = b\left[1 - \left(\frac{1 + \dfrac{t_f(x)}{a}}{1 - \dfrac{t_f(x)}{b}}\right)^{A} E^{\left(-\frac{x}{c}\right)}\right] \qquad (3.11.A)$$

donde a, b, c y A se definen igual que para 3.11 pero reemplazando

$$T_i \text{ por } T_d$$

Con esta solución se comparan los resultados obtenidos con los que se obtienen integrando 3.1 y 3.2 con un método de Runge-Kutta. Como se muestra en la gráfica 1 la diferencia entre ambos no es muy grande.

También se comparan los resultados obtenidos al discretizar el tubo en n tramos de temperatura constante y luego resolviendo un sistema de 2n ecuaciones algebráicas no lineales por el método de Newton (gráfica 2).

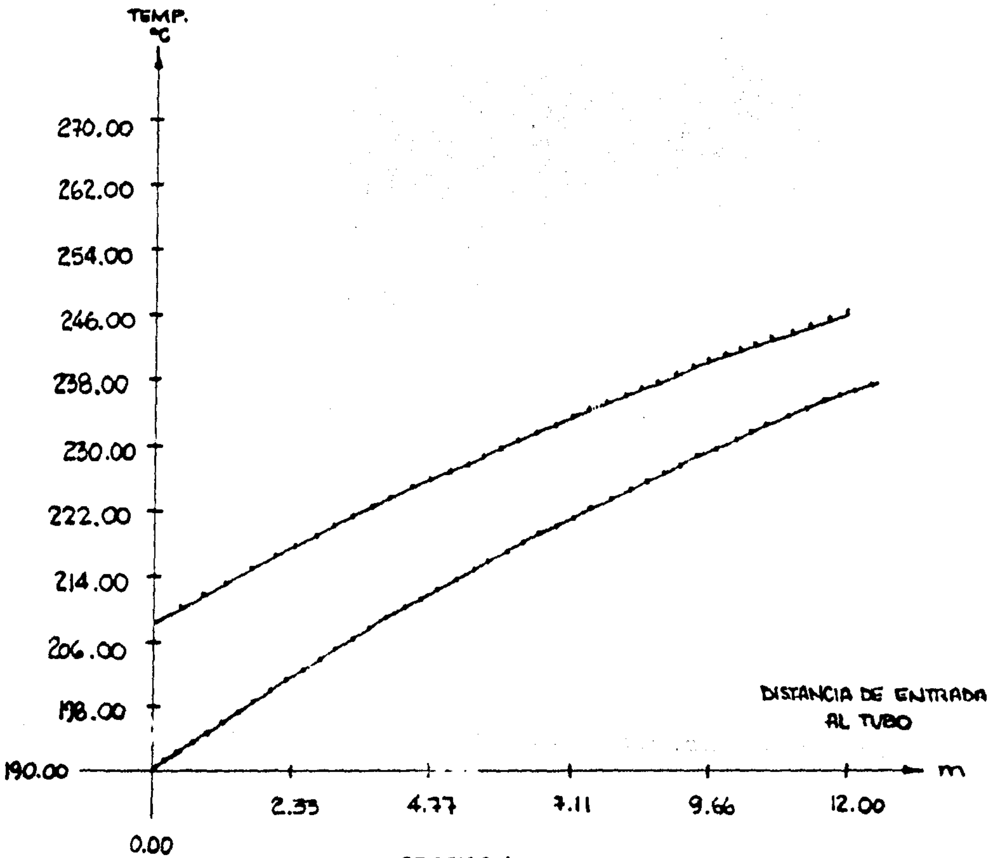
Reescribiendo la ecuación 3.10 como:

$$\dot{m} = \frac{h_c\, S_{ce}\, L}{C_f \ln\left[\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b + t_f(x)}{a - t_f(x)}\right) \frac{A\, b + t_f(x)}{b}\right]} \qquad (3.12)$$

y fijando los valores:

$$v = 5 \text{ m/s} \qquad T_a = 20\ ^{o}C$$

$$T_i = 190\ ^{o}C$$



GRAFICA 1

SOLUCION EXACTA (RUNGE-KUTTA): CURVA LLENA

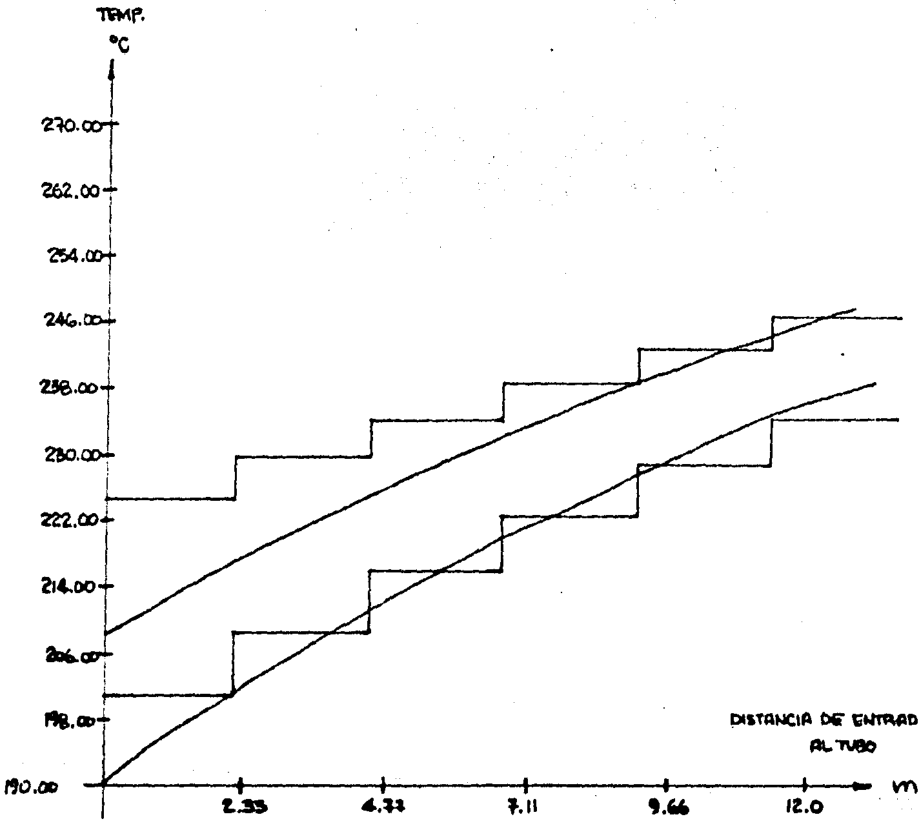
SOLUCION APROXIMADA : CURVA PUNTEADA

T_i = 190 °C

T_a = 240 °C

q_a = 300 w/m²

$\dot{m}$ = 60.68 Kg/hr



GRAFICA 2.

SOLUCION EXACTA (RUNGE-KUTTA): CURVA SUAVE

SOLUCION APROXIMADA: CURVA ESCALONADA (DISCRETIZACION DEL TUBO)

$T_i = 190\ °C$

$T_d = 240\ °C$

$R_a = 300\ w/m^2$

$\dot{m} = 60.68\ Kg/hr$

se obtiene la siguiente tabla (tabla 1) de valores en la que se muestran los valores de flujo en Kg/hr necesarios para obtener diferentes incrementos en la temperatura del aceite para distintos valores de radiación solar. Se muestra también el valor de la radiación disponible

$$r_a = Ra - Ra^c$$

calculada usando 3.2.a y 3.4 en función de la temperatura de salida

$$T_d = T_i + \text{Delta } T$$

Los lugares marcados con guión corresponden a valores negativos de la radiación

$$r_a$$

o sea, radiación incidente menor que la radiación mínima.

3.4 Otras simplificaciones a la solución de estado estable.

A partir de la primera simplificación se tiene la siguiente ecuación diferencial a resolver

$$\dot{m}\, C_f \frac{dt_f(x)}{dx} = \frac{a \text{ alfa } r_a - h'_c\, S_{ce}\, t_f}{1 + \dfrac{S_{ce}}{S_{ci}} \cdot \dfrac{h'_c}{h_f(t_f, \dot{m})}} \qquad (3.8)$$

$$t_f(L) = 0$$

El siguiente nivel de simplificación consiste en considerar

Ti gr. C.	Td gr. C.	Radiac. W/m2	$Ra^r - Ra^c$	$\dot{m}$ kg/hr	DT gr. C.
	200		12.03	55.106	10
	210		0.88	9.910	20
190	220	200	-	-	30
	230		-	-	40
	240		-	-	50
	200		112.03	429.673	10
	210		100.88	196.423	20
190	220	300	89.68	120.129	30
	230		78.41	82.907	40
	240		67.07	60.680	50
	200		212.03	815.420	10
	210		200.88	385.660	20
190	220	400	189.68	244.980	30
	230		178.41	175.427	40
	240		167.07	133.676	50
	200		312.03	1203.935	10
	210		300.88	577.967	20
190	220	500	289.68	371.530	30
	230		278.41	269.542	40
	240		267.07	208.618	50
	200		412.03	1593.690	10
	210		400.88	771.263	20
190	220	600	389.68	499.910	30
	230		378.41	364.874	40
	240		367.07	284.424	50

TABLA 1

VALORES DEL FLUJO NECESARIO PARA OBTENER DISTINTOS INCREMENTOS DE TEMPERATURA DEL ACEITE. SE CONSIDERA: VEL. VIENTO = 5 m/s Y TEMP. AMBIENTE = 20 gr. C.

$$\frac{h'_c}{h_f} << 1 \qquad (3.13)$$

$$h'_c = h_c + 4 \text{ sig eps } (T_d + 273)^3$$

$$h_f = K_1 + K_2 \dot{m}^{0.8} (T_d + t_f)$$

que significa suponer que la energía transferida de la pared del tubo colector al fluido es mucho mayor que la transferida del tubo al medio ambiente por convección.

Esta suposición se ve favorecida cuando se tiene un colector con tubo envolvente, como en el prototipo, o cuando el colector funciona con valores altos de flujo másico debido a la turbulencia de éste.

Utilizando 3.13 en 3.8 y considerando

S_{ce} aproximadamente igual a S_{ci}

se puede escribir 3.8 de manera simplificada como:

$$\dot{m} C_f \frac{dt_f(x)}{dx} = a \text{ alfa } r_a - h'_c S_{ce} t_f(x) \; ; \; t_f(L)=0 \qquad (3.14)$$

cuya solución es

$$t_f(x) = \frac{a \text{ alfa}}{h'_c S_{ce}} \left[1 - \exp\left[\frac{h'_c S_{ce}}{C_f} \left(\frac{1-x}{\dot{m}} \right) \right] \right] r_a(T_d) \qquad (3.15)$$

que viene a ser una aproximación de la solución 3.11 bajo la suposición 3.13.

Utilizando la condición de frontera

$$t_f(0) = 0$$

en vez de

$$t_f(L) = 0$$

se llega a

$$t_f(x) = \frac{a\ alfa}{h'_c\, S_{ce}} \left[1 - \exp\left[- \frac{h'_c\, S_{ce}}{C_f\, \dot{m}}\, x \right] \right] r_a(T_i) \qquad (3.15.A)$$

que igualmente viene a ser una aproximación a la solución 3.11.A bajo la suposición 3.13.

Una nueva simplificación resulta de observar que para valores altos del flujo másico

$$\dot{m}$$

las exponenciales en 3.15 y 3.15.A se pueden aproximar por los primeros términos de su serie de Taylor alrededor del 0:

$$\exp\left[\frac{h'_c\, S_{ce}}{C_f} \cdot \frac{L - x}{\dot{m}} \right] \doteq 1 + \frac{h'_c\, S_{ce}}{C_f} \cdot \frac{L - x}{\dot{m}} + \ldots \qquad (3.16)$$

En (6) se ve que la aproximación 3.16 da lugar a un error menor del 10% para

$$\dot{m} > 0.0244 \text{ kg/s} = 88 \text{ kg/hr} .$$

Usando la aproximación 3.16 se tiene la siguiente expresión lineal para el perfil de temperaturas del fluido correspondiente a la ecuación 3.15

$$t_f(x) = T_f(x) - T_d \doteq - \frac{a\ alfa}{C_f} \cdot \frac{L - x}{\dot{m}} \, r_a(T_d) \qquad (3.17)$$

y para la ecuación 3.15.A

$$t_f(x) = T_f(x) - T_i \doteq - \frac{a\ alfa}{C_f} \cdot \frac{r_a(T_d)}{\dot{m}} \qquad (3.17.A)$$

En las siguientes gráficas (3,4,5) se muestran los perfiles obtenidos de la temperatura del fluido con las aproximaciones 3.11.A, 3.15.A y 3.17.A, marcadas con 1,2,3 respectivamente para distintas condiciones de funcionamiento (estado estacionario).

La curva punteada, que se superpone practicamente a la curva 1, es el perfil obtenido integrando 3.1 y 3.2 mediante el método de Runge-Kutta.

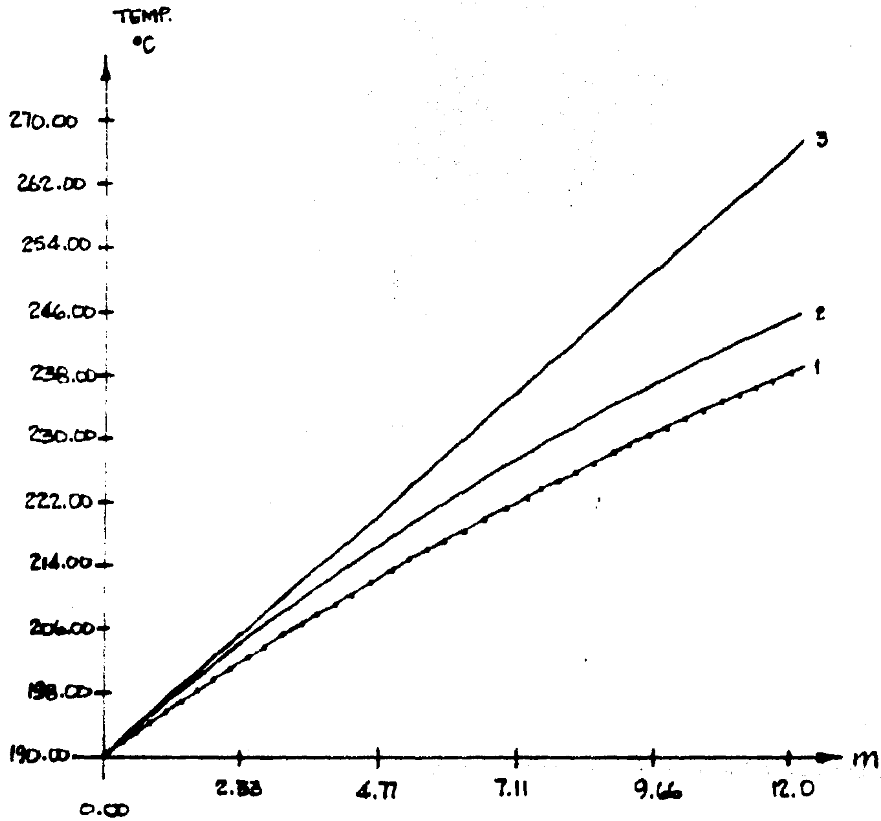
El hecho de que la aproximación 3.17.A (curva 3) de siempre perfiles más altos que el real (curva punteada) era de esperarse debido a las sucesivas simplificaciones introducidas al considerar cada vez más que el coeficiente de perdidas sobre el perfil es menor que en la aproximación anterior.

Finalmente a partir de 3.17 se puede obtener una relación simple entre las variables atmosféricas, los parámetros del sistema y el flujo másico que permite determinar este último en función de la temperatura de salida deseada del fluido.

Se tiene

$$T_f(x) - T_d = - \frac{a\ alfa}{C_f} \cdot \frac{L - x}{\dot{m}} \cdot r_a(T_d) \qquad (3.17)$$

tomando

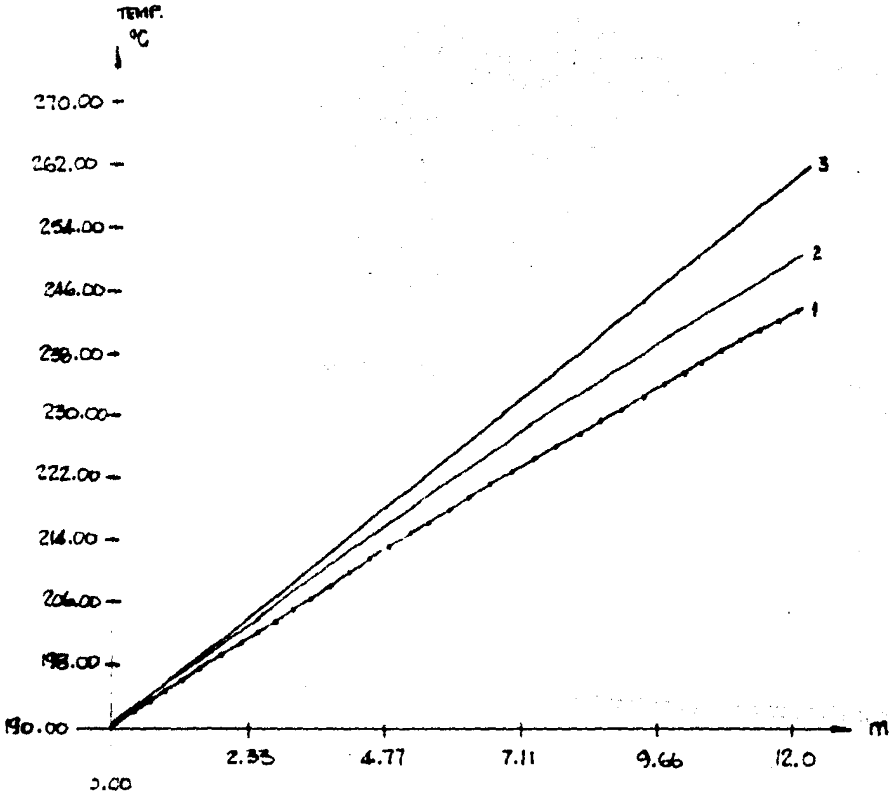


GRAFICA 3

PERFILES DE TEMPERATURA DEL FLUIDO DENTRO DEL TUBO ABSORVEDOR PARA LAS 3 DIFERENTES APROXIMACIONES.

$R_a = 300\ w/m^2$

$\dot{m} = 60\ Kg/seg$

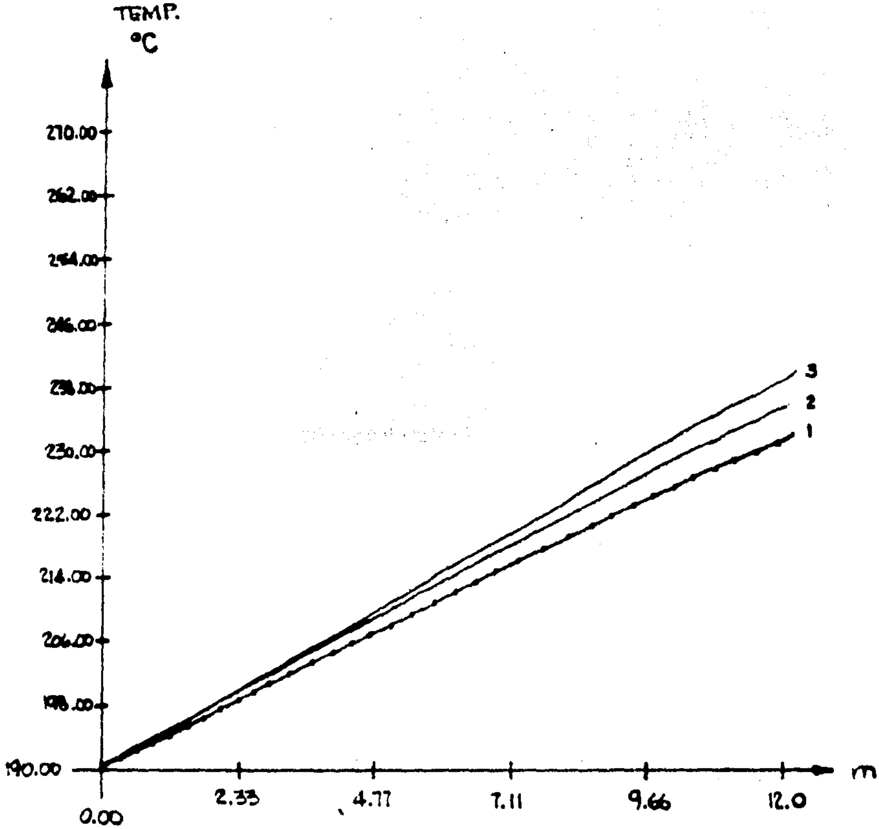


GRAFICA 4

PERFILES DE TEMPERATURA DEL FLUIDO DENTRO DEL TUBO ABSORVEDOR PARA LAS 3 DIFERENTES APROXIMACIONES.

$R_a = 400 \ W/m^2$

$\dot{m} = 120 \ Kg/seg$



GRAFICA 5

PERFILES DE TEMPERATURA DEL FLUIDO DENTRO DEL TUBO ABSORVEDOR PARA LAS 3 DIFERENTES APROXIMACIONES.

$R_a = 500\ W/m^2$

$\dot{m} = 250\ Kg/seg$

$$x = 0 \implies T_f(0) = T_i$$

queda

$$T_i - T_d = - \frac{a \; alfa}{C_f} \cdot \frac{1}{\dot{m}} \cdot r_a(T_d)$$

de donde

$$\dot{m} = \frac{a \; alfa \; L}{C_f} \cdot \frac{r_a(T_d)}{T_d - T_i}$$

y finalmente

$$\dot{m} = \frac{a \; alfa \; L}{C_f} \cdot \frac{Ra - Ra^c}{T_d - T_i} \qquad (3.18)$$

que es la ecuación de control deducida en (6) para el funcionamiento del colector en estado estacionario.

En (6) se concluye que esta ecuación da una estructura de controlador en estado estable que puede tener interés práctico cuando se trata de compensar perturbaciones medibles de baja frecuencia, en la radiación Ra y en la temperatura de entrada Ti.

La dificultad en su uso radica en la necesidad de conocer la radiación mínima

$$Ra^c$$

que depende, a través de constantes no siempre bien conocidas, de la temperatura de operación y de las variables atmosféricas (ecuación 3.3).

Se sugiere el uso de 3.18 en una planta real identificando el valor de

$$Ra^c$$

y esto sin afectar el hecho de que se pueda superponer una senal de control proviniente de un regulador lineal que tienda a compensar las perturbaciones atmosféricas alrededor del valor promedio utilizado para calcular

c

Ra

CAPITULO 4

APLICACION DE LA FORMULA DE CONTROL PARA ESTADO ESTACIONARIO AL MODELO DEL COLECTOR SOLAR

4.1 Introducciòn

En este capìtulo se presentan las pruebas hechas con la fòrmula de control deducida en el capìtulo anterior

$$\dot{m} = \frac{a \; alfa \; L}{C_f} * \frac{Ra - Ra^c}{T_d - T_i} \qquad (4.1)$$

sobre el modelo del colector solar.

Primero se reescribe 4.1 de tal manera que solo dependa de dos parâmetros, A y B. Despuès, mediante una serie de pruebas, se obtienen varias parejas de valores A,B que probàndose en la fòrmula de control arrojan distintos perfiles de temperatura de salida del fluido a lo largo del dìa. Finalmente se escogen como valores definitivos para la fòrmula de control aquellos que controlan mejor el sistema en su evoluciòn dinàmica durante el dìa. Con esos valores se haràn todas las pruebas del controlador.

4.2 Obtenciòn de los parâmetros de la fòrmula de control.

En el capìtulo anterior se viò que la radiaciòn mìnima Ra con la que puede operar el colector es funciòn tanto de las variables atmosfèricas como de la temperatura de salida deseada

$$R_a^c = (\text{alfa a})^{-1} \left[\text{sig eps } S_c \left((T_{ce} + 273)^4 - T_d^4 \right) + S_s h_{ce} (T_c - T_a) \right] \quad (4.2)$$

También se mencionó que el principal problema para la obtención del valor de la radiación mínima es que se desconocen los valores reales de las variables atmosféricas. Por esto se supondrá que la radiación mínima

$$R_a^c$$

depende linealmente de la temperatura deseada de salida del fluido

$$T_d$$

a través de una constante B en la que van incluidas implícitamente todas las variables atmosféricas involucradas. Es decir, se considerará

$$R_a^c = B * T_d \quad (4.3)$$

En realidad esta suposición no se aleja mucho de la verdadera dependencia de la radiación disponible

$$R_a^c \quad \text{con} \quad T_d$$

y se puede ver enseguida.

En primer lugar, para la obtención de la radiación mínima 4.2 se supuso un colector sin envolvente. En relidad el tubo envolvente favorece la suposición 4.3 ya que disminuye considerablemente las perdidas por convección al medio ambiente.

Además, considerando los siguientes valores para las variables y parámetros*:

$\text{sigma} = 5.669 \times 10^{-8}$ constante de Steffan-Boltzman

$\text{eps}_c = 0.09$ emitancia del absorvedor (cobre)

$S_{ce} = 0.0286 \times 3.1416$ m perimetro exterior del absorvedor (cobre)

$T_a = 20\ ^{o}C$ temperatura ambiente

$T_s = T_a + 273 - 4$ temperatura de cielo

$h_c = 5.7 + 3.8\ v(t)$ coeficiente de convecciòn

con $v(t) = 5$ m/s

$T_d = 250\ ^{o}C$ temperatura de salida deseada

$\text{alfa} = 0.87$ absortancia del tubo absorvedor (cobre)

$a = 2.5$ m apertura de captaciòn del espejo

* en este punto asi como en todos los que involucren valores de las variables fisicas del colector se consideraràn los obtenidos en (5).

se tiene

$$Ra^{c} = (\text{alfa}\ a)^{-1} [\ \text{sig}\ \text{eps}_c\ S_{ce}\ ((T_d + 273)^4 - T_s^4) + S_{ce}\ h_c\ (T_d - T_a)\ ]$$

$$Ra^{c} = 0.46\ (\ 31.05 + 510.44\ )$$

$$Ra^{c} = 14.28 + 234.80$$

Es claro que la contribución del primer tèrmino, que depende de

$$T_d^4$$

es menor del 10% de la contribución del segundo tèrmino, que depende linealmente de

$$T_d$$

lo cual justifica la validez de la suposición sugerida.

El primer factor del lado derecho de 4.1 es constante de donde se puede reescribir 4.1 como:

$$\dot{m} = A * \frac{Q(t) - B*Td}{T_d - T_i} \tag{4.3}$$

con

$$Q(t) = Ra$$

$$A = \frac{a \text{ alfa } L}{C}$$

Para obtener valores representativos de A y B se procedió a tomar distintos grupos de valores constantes para

$$\dot{m} \; ; \; Q(t) \; ; \; T_i$$

dejando evolucionar el modelo (planteado en el capitulo 2) hasta que se estabilizara la temperatura de salida del fluido

$$T_d$$

Los valores constantes dados a las variables antes mencionadas fueron tales que el valor de la temperatura final de salida estable que se obtuviera fuera siempre cercano a 250 grados centigrados, que es el valor requerido como temperatura de operaciòn en el diseno de la planta.

En la tabla 1 se presentan algunos de los diferentes grupos de valores utilizados para estas variables asì como la temperatura de salida obtenida en cada caso. Solo se presentan las gràficas de estabilizaciòn de temperatura para los grupos 2, 6 y 7 (gràficas 1,2,3). Los demàs casos tienen un comportamiento anàlogo.

Habiendo hecho esto se tomaron parejas de grupos

$$\dot{m}_1,\ Q_1,\ T_{i1},\ T_{d1} \qquad \text{y} \qquad \dot{m}_2,\ Q_2,\ T_{i2},\ T_{d2}$$

para formar el par de ecuaciones

$$\dot{m}_1 = A * \frac{Q_1 - B*T_{d1}}{T_{d1} - T_{i1}} \tag{4.4}$$

$$\dot{m}_2 = A * \frac{Q_2 - B*T_{d2}}{T_{d2} - T_{i2}} \tag{4.5}$$

En 4.4 y 4.5 se tienen las dos ecuaciones necesarias para obtener valores de A y B que cumplan con producir una temperatura de salida adecuada. De 4.4 y 4.5 resulta

$$A = \frac{\dot{m}_1 * (T_{d1} - T_{i1})}{Q_1 - B*T_{d1}} \tag{4.6}$$

$$B = \frac{\dot{m}_1 Q_2 (T_{d1} - T_{i1}) - \dot{m}_2 Q_1 (T_{d2} - T_{i2})}{\dot{m}_1 T_{d2} (T_{d1} - T_{i1}) - \dot{m}_2 T_{d1} (T_{d2} - T_{d1})} \qquad (4.7)$$

En la tabla 2 se muestran algunos de los valores de A y B obtenidos al combinar los diferentes grupos de valores de la tabla 1 en 4.6 y 4.7. Las combinaciones de los diferentes grupos se tomaron al azar procurando solamente que la temperatura promedio de salida del fluido fuera cercana a los 250 grados centigrados.

4.3 Aplicaciòn de la fòrmula de control al modelo del colector.

4.3.1 Introducciòn

Teniendo varias parejas de valores A , B el objetivo entonces es probar cuales de esos valores producen el mejor control de la temperatura de salida del fluido en el colector.

4.3.2 Tiempos de respuesta del sistema. Intervalo de muestreo.

Para poder ver el efecto que tiene la fòrmula de control en el modelo de la planta es necesario definir el intervalo de muestreo a usar. Para definirlo debe obtenerse el tiempo de respuesta del sistema en varias condiciones.

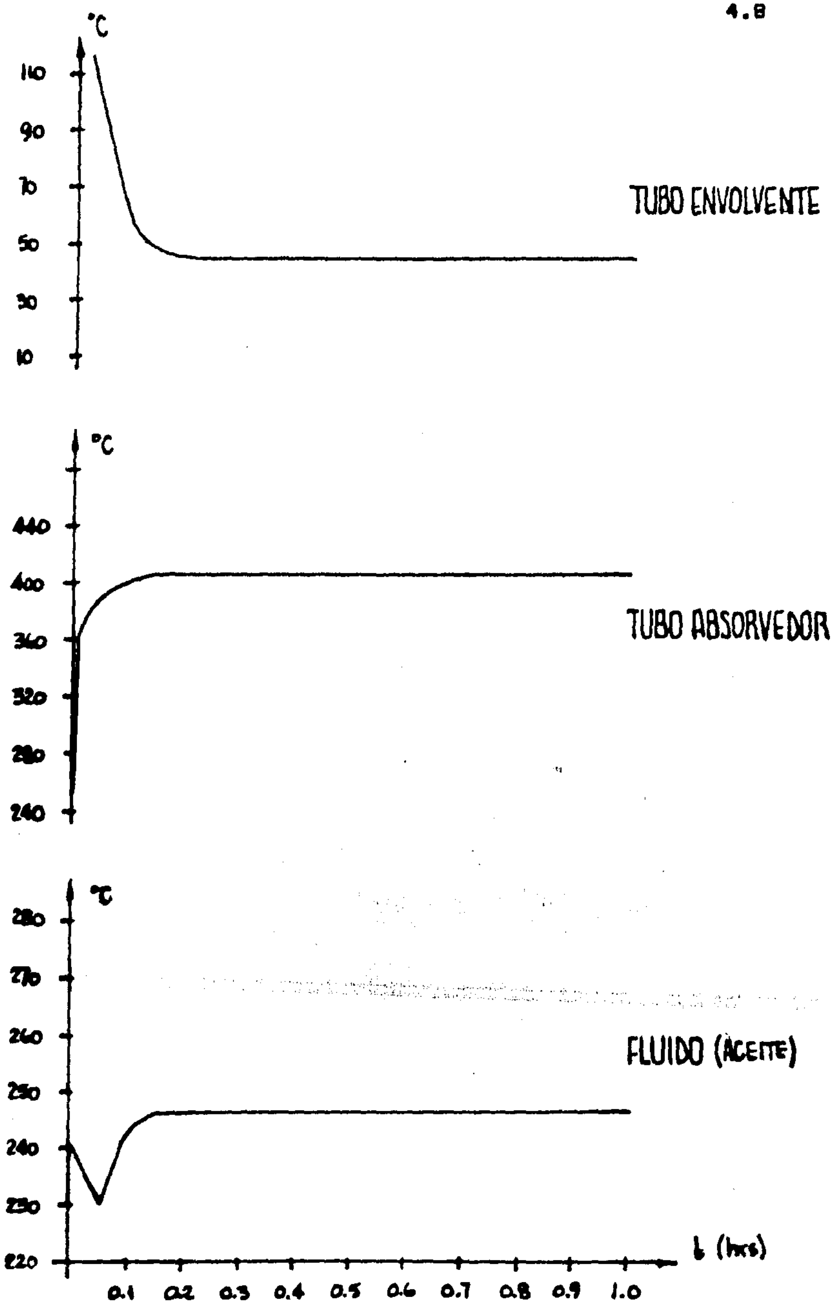
Cualitativamente es claro que la dinàmica del sistema està determinada principalmente por el flujo màsico, es decir, se espera que la respuesta del sistema a cambios en la señal de control

$$\dot{m}$$

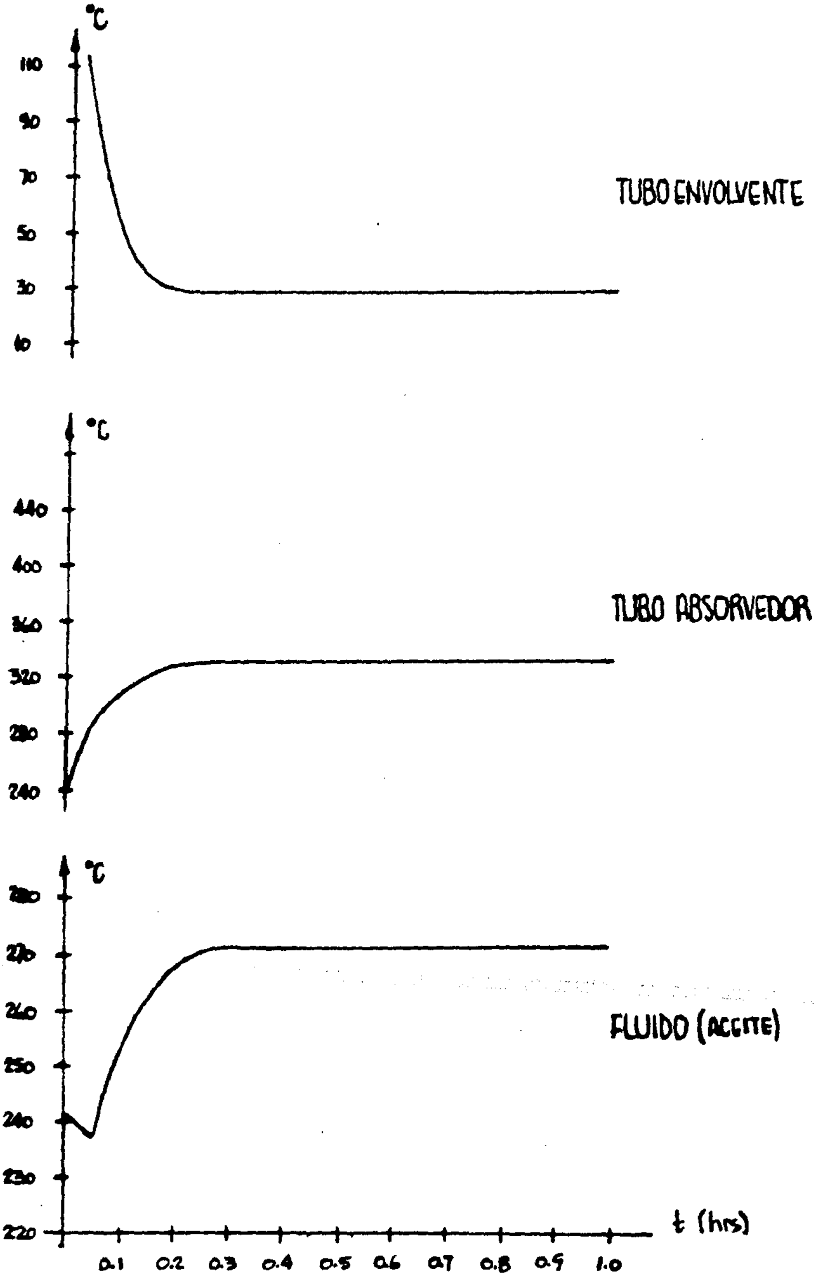
sea màs ràpida cuanto mayor sea la señal de control. Teniendo esto en mente se puede obtener el tiempo de respuesta del sistema para distintos valores de la señal de control.

TABLA 1

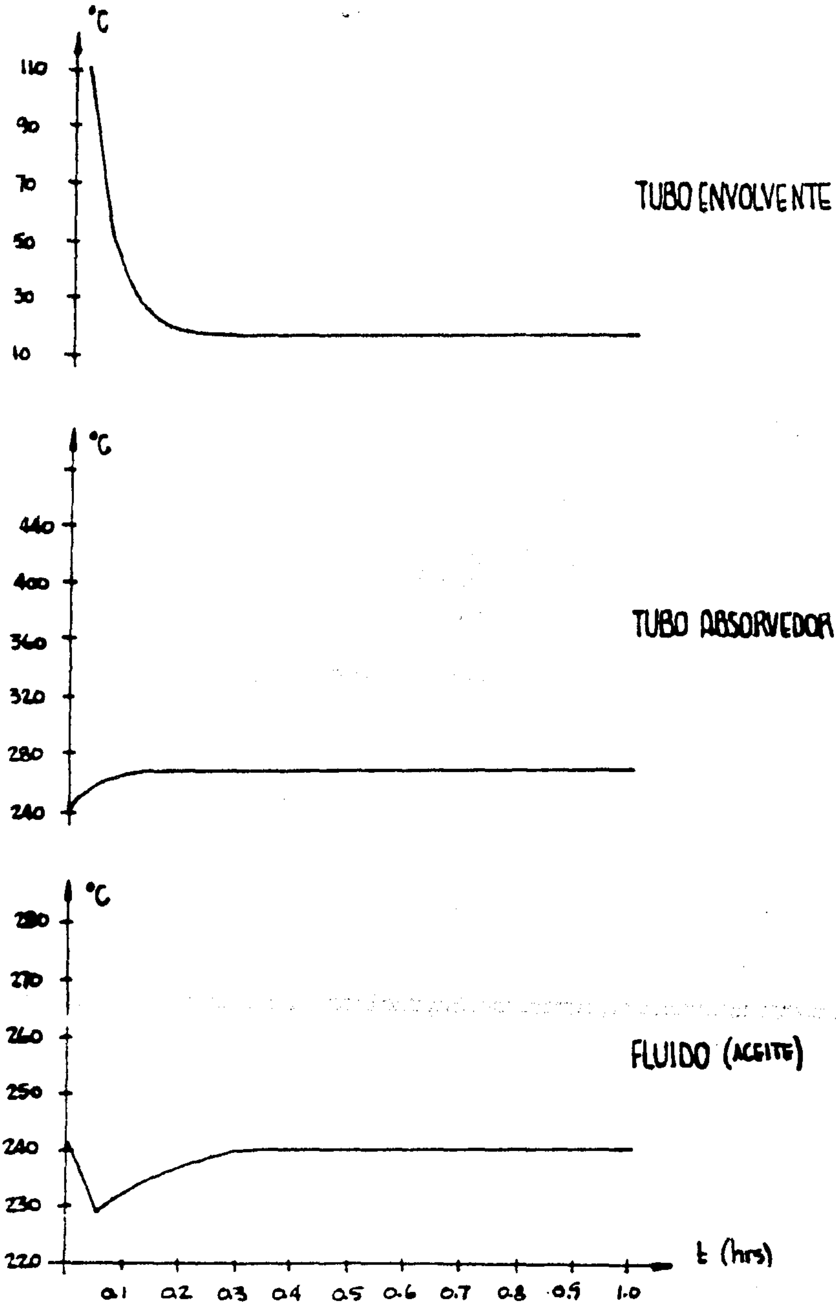
GRUPO	$\dot{m}$ (kg/s)	Q (J/m^2)	T_i (gr.C)	T_d (gr.C)
1	250 / 3600	600	180	259.42
2	250 / 3600	500	180	246.56
3	200 / 3600	500	180	262.73
4	200 / 3600	400	180	246.50
5	150 / 3600	300	180	246.14
6	70 / 3600	200	180	271.53
7	50 / 3600	100	180	241.30


°C
110
90
70
50
30
10
TUBO ENVOLVENTE
°C
440
400
360
320
280
240
TUBO ABSORVEDOR
°C
280
270
260
250
240
230
220
FLUIDO (ACEITE)
t (hrs)
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0

GRAFICA 1


°C
110
90
70
50
30
10
TUBO ENVOLVENTE
°C
440
400
360
320
280
240
TUBO ABSORVEDOR
°C
280
270
260
250
240
230
220
FLUIDO (ACEITE)
t (hrs)
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0

GRAFICA 2


°C
110
90
70
50
30
10
TUBO ENVOLVENTE
°C
440
400
360
320
280
240
TUBO ABSORVEDOR
°C
280
270
260
250
240
230
220
FLUIDO (ACEITE)
t (hrs)
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0

GRAFICA 3

TABLA 2

GRUPOS	A	B
2 y 5	0.0093	0.019
2 y 4	0.0092	0.007
2 y 6	0.0090	0.042
2 y 7	0.0098	0.126
2 y 3	0.0100	0.160
3 y 5	0.0092	0.002
1 y 6	0.0093	0.030
1 y 5	0.0091	0.001

El anàlisis del tiempo de respuesta se hace dejando evolucionar el sistema con un valor fijo de la señal de control y valores constantes en las variables

$$\dot{Q},\ T_d,\ T_i,\ v$$

hasta que se estabilice la temperatura de salida del sistema y luego aplicando un escalòn en el control de aproximadamente un 5% del valor inicial. Los escalones no deben ser demasiado grandes ya que se alejarìa al sistema de su punto de operaciòn. El tiempo de respuesta se maneja como aquel en que la temperatura del fluido llega al 90% de su valor estable final.

En la tabla 3 se resumen los resultados obtenidos.

Las gràficas 4, 5 y 6 son una muestra del comportamiento del sistema durante la estabilizaciòn de la temperatura. Estas gràficas corresponden a los renglones 5, 9 y 11 de la tabla 3 respectivamente.

La relaciòn entre el cambio de temperatura de salida del aceite y el flujo màsico (dT vs. flujo màsico) se presenta en la gràfica 7. La relaciòn entre el tiempo de respuesta del sistema y el flujo màsico (tr vs. flujo màsico) se presenta en la gràfica 8.

De los resultados presentados en la tabla 3 es claro que el valor del flujo màsico para mantener la temperatura de salida del aceite en 250 grados centigrados con

$$\dot{Q} = 400 \ W/m^2$$

$$\dot{T}_a = 20 \ ^oC$$

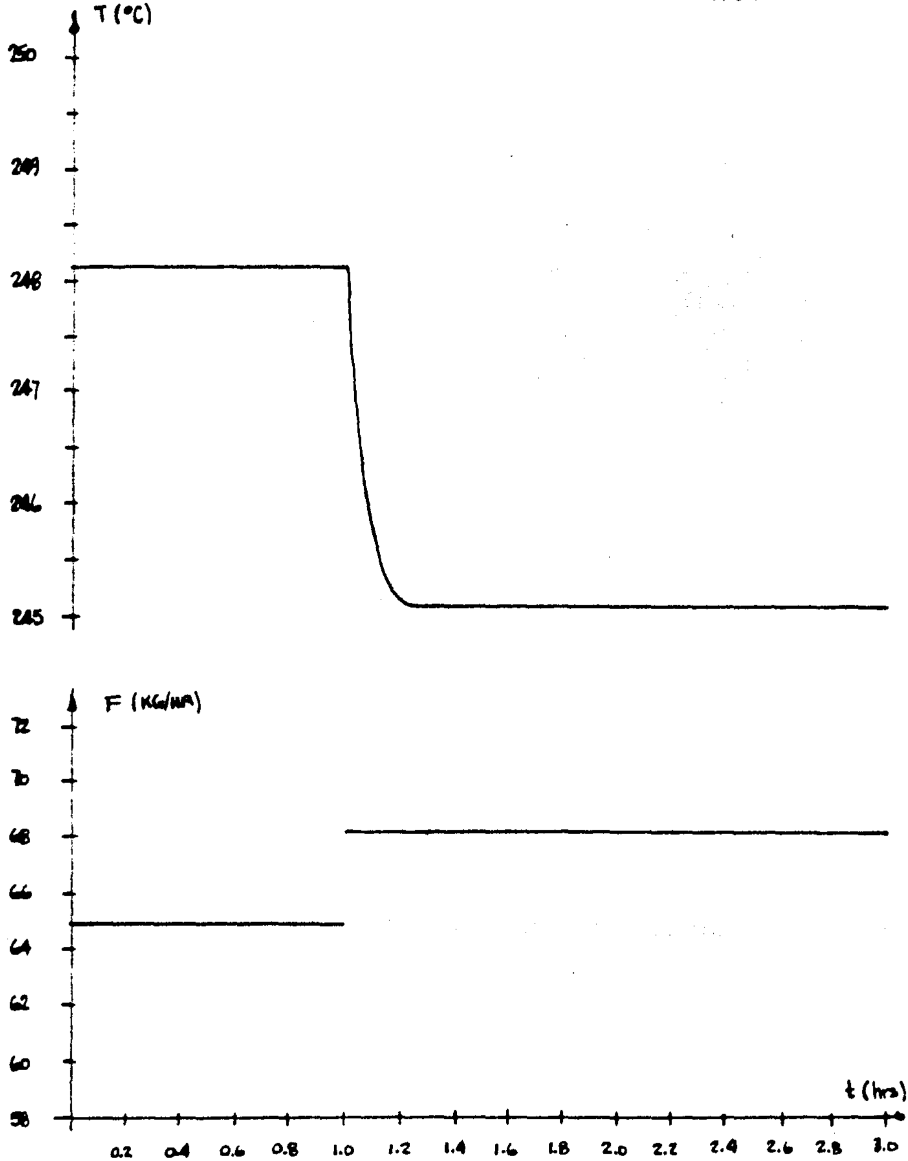
$$v = 5 \ m/s$$

debe estar cercano a los 250 kg/hr. Considerando este como valor de la señal de control (flujo màsico) y del anàlisis de la gràfica tr vs. flujo màsico se puede pensar que el tiempo de resupuesta del sistema en operaciòn es cercano a los 9 min. y ya que

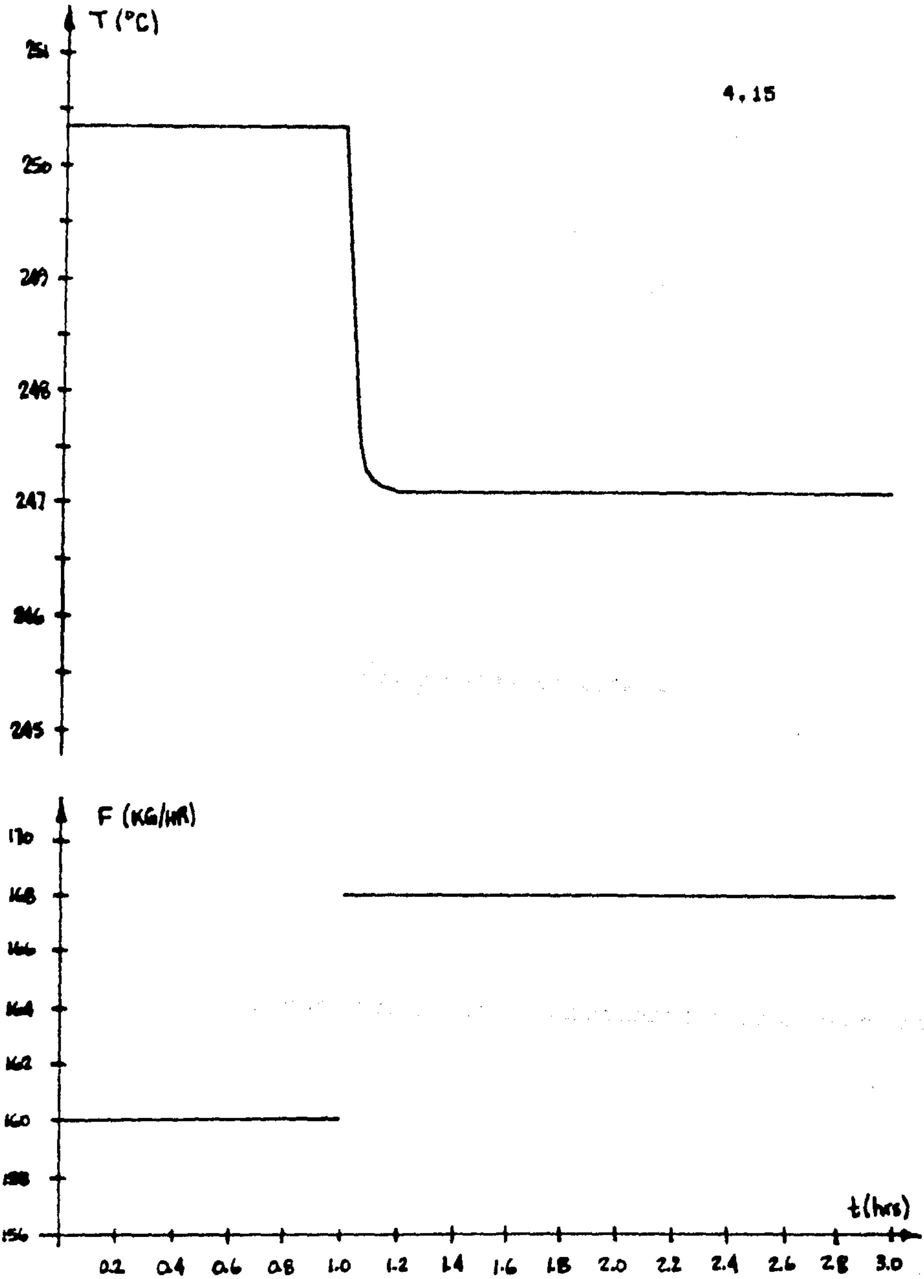
$$t_m >= t_r / 5 \qquad \text{(Teorema de Shannon [22])}$$

TABLA 3

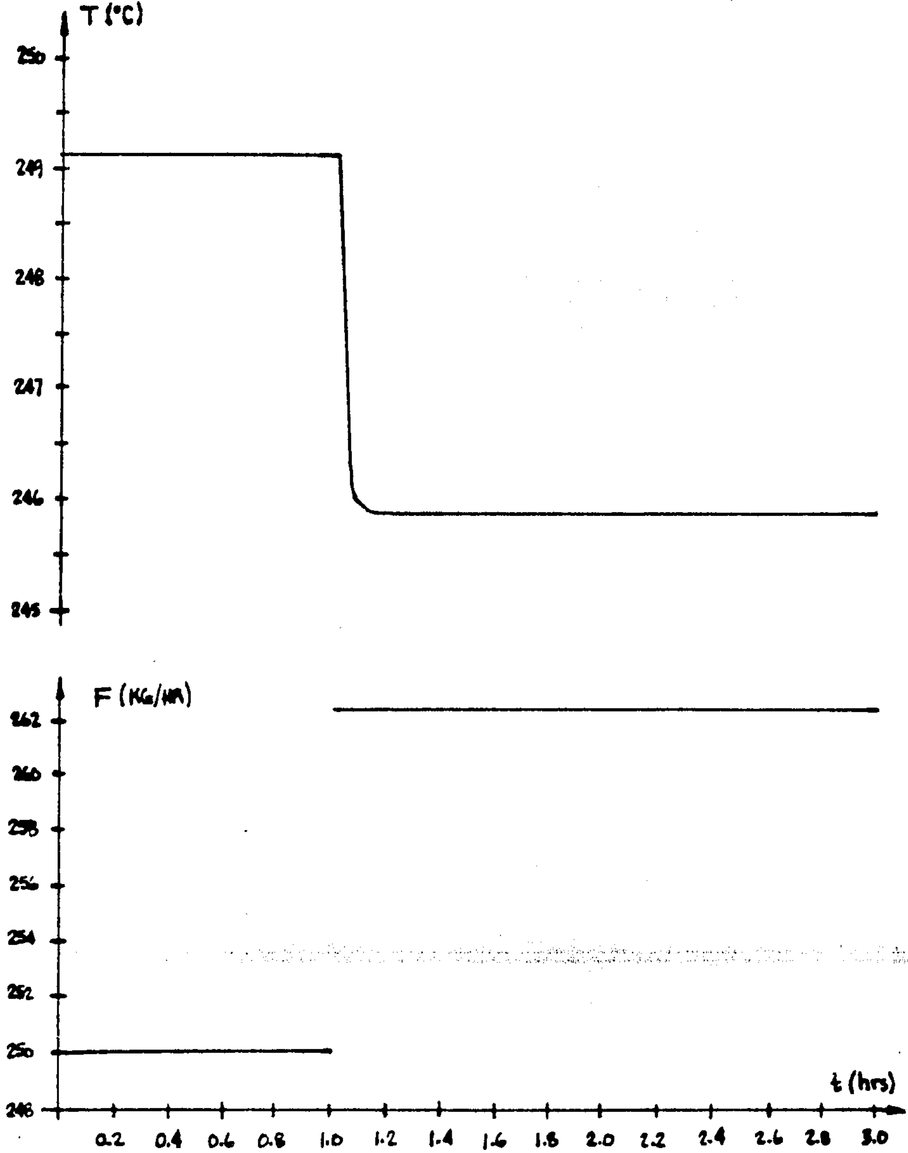
Q (W/m2)	T_a (°C)	v (m/s)	$\dot{m}_1$ (kg/hr)	$\dot{m}_2$ (kg/hr)	T_1 (°C)	T_2 (°C)	t_r (min)
20	10	5	10.0	10.5	214.551	213.213	75.75
40	10	5	20.0	21.0	230.382	228.246	50.25
80	10	5	40.0	42.0	239.419	236.768	27.00
100	10	5	48.0	50.4	243.712	240.848	24.50
140	12	5	65.0	68.2	248.138	245.041	20.75
160	12	5	80.0	84.0	244.147	241.208	15.50
210	14	5	100.0	105.0	248.369	245.222	13.62
250	15	5	120.0	126.0	248.381	245.223	12.00
340	20	5	160.0	168.0	250.367	247.105	9.25
400	20	5	200.0	210.0	246.496	243.402	10.37
520	20	5	250.0	262.5	249.151	245.929	8.62
600	25	5	300.0	315.0	246.483	243.381	8.87


T (°C)
250
249
248
247
246
245
F (KG/HR)
72
70
68
66
64
62
60
58
t (hrs)
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2.6
2.8
3.0

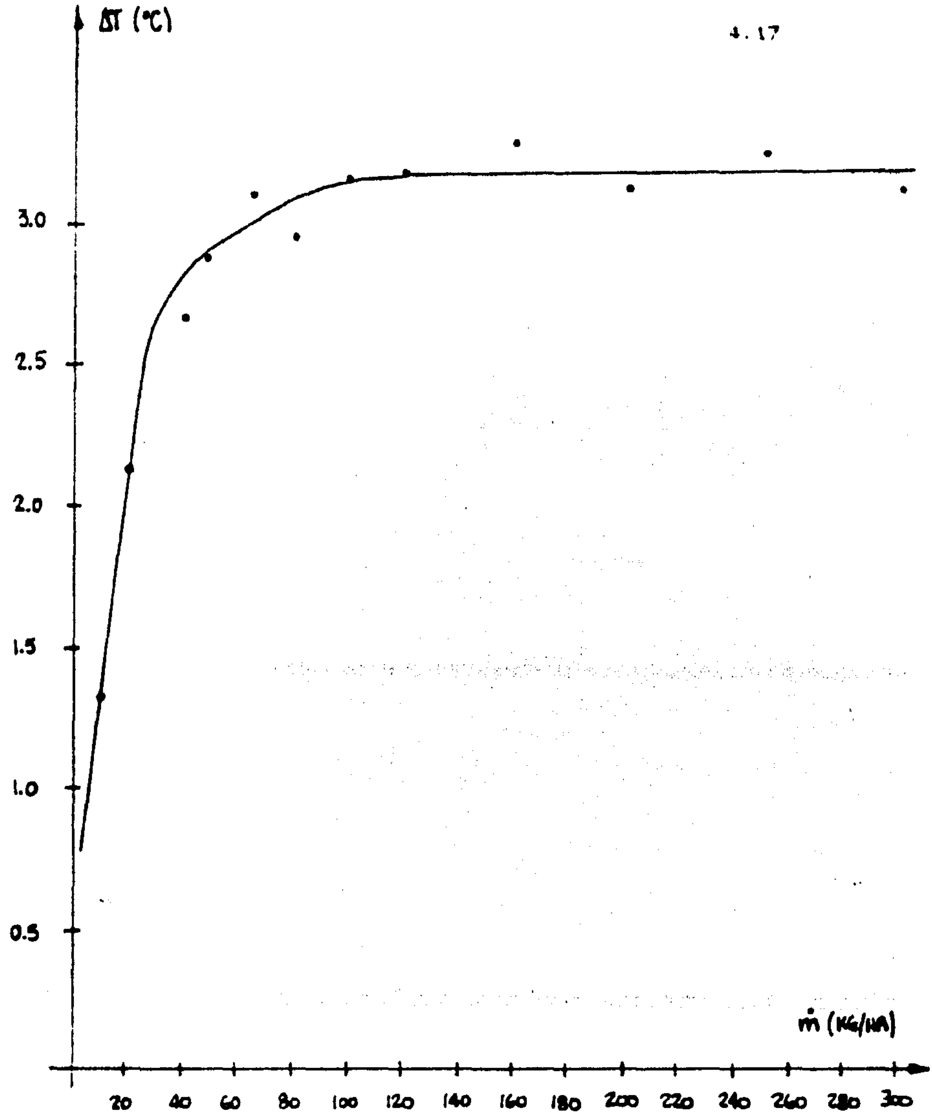
GRAFICA 4


T (°C)
251
250
249
248
247
246
245
F (KG/HR)
170
168
166
164
162
160
158
156
t(hrs)
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2.6
2.8
3.0

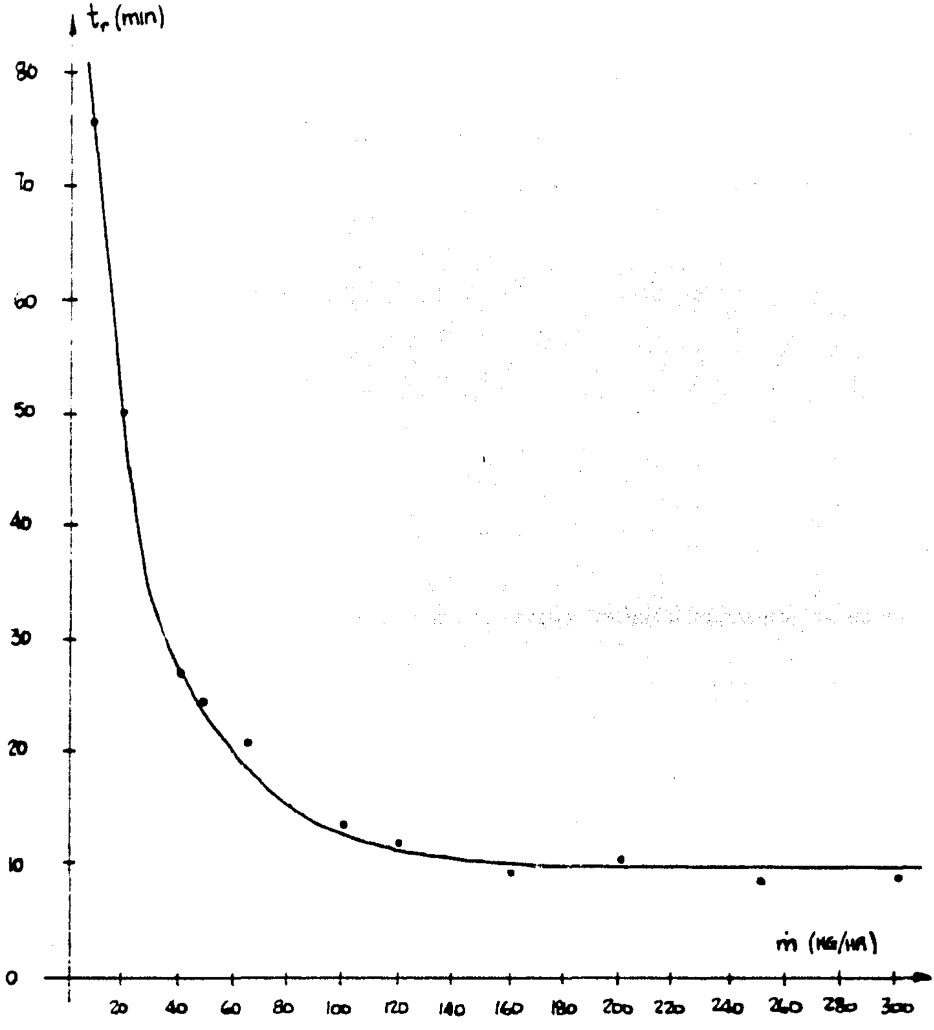
GRAFICA 5


T (°C)
250
249
248
247
246
245
F (KG/HR)
262
260
258
256
254
252
250
248
t (hrs)
0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 2.2 2.4 2.6 2.8 3.0

GRAFICA 6


ΔT (°C)
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
ṁ (KG/HA)
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
260
280
300

GRAFICA 7



t_r (min)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
$\dot{m}$ (KG/HA)
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
260
280
300

GRAFICA 8

para todas las pruebas en que se utilice la fòrmula de control 4.3 se tomarà un tiempo de muestreo de 3 min., valor que podrà cambiar dependiendio de los resultados obtenidos.

4.3.3 Pruebas con los paràmetros A y B.

Tomando el intervalo de muestreo de 3 min se probò la fòrmula de control 4.3 para diferentes valores de los paràmetros A y B.

Para simular la evoluciòn dinàmica del sistema en el transcurso del dia es necesario tener la evoluciòn durante el dia de la radiaciòn solar, la temperatura ambiente, la velocidad de viento y la temperatura de entrada del aceite al colector. Por considerar un modelo con envolvente, la velocidad de viento no tendrà efecto significativo (en relaciòn con las otras variables) sobre el sistema por lo que se mantendrà constante e igual a 5 m/s a menos que se especifique lo contrario. Debido a que se considera que el sistema completo del generador solar funciona en su punto de operaciòn, es decir, que el tanque de almacenamiento siempre provee aceite a temperatura constante e igual a la determinada en el diseño de la planta se tomarà la temperatura de entrada constante

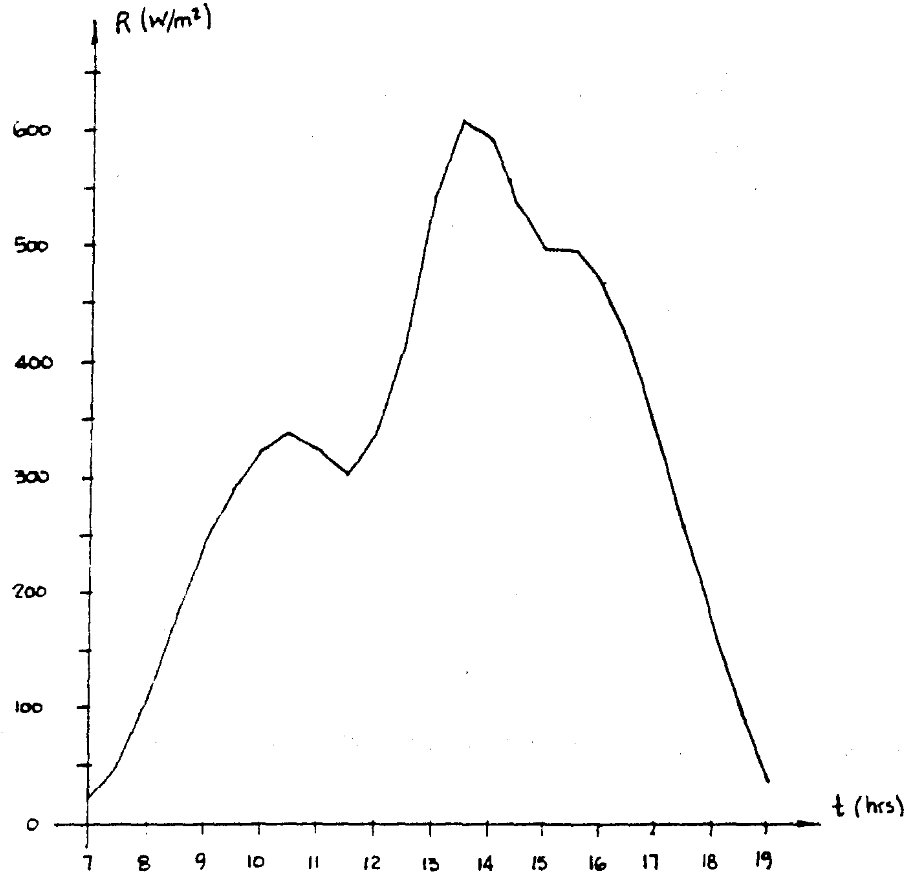
$$T_i = 180\ ^{o}C$$

Para la radiaciòn solar y la temperatura ambiente se tomaràn los valores dados por su perfil en un dia promedio (15), gràficas 9 y 10.

Los resultados de tomar diferentes parejas de valores A , B durante la evoluciòn del sistema durante el dia se pueden observar en las gràficas 11, 12, 13 de la temperatura de salida del aceite.

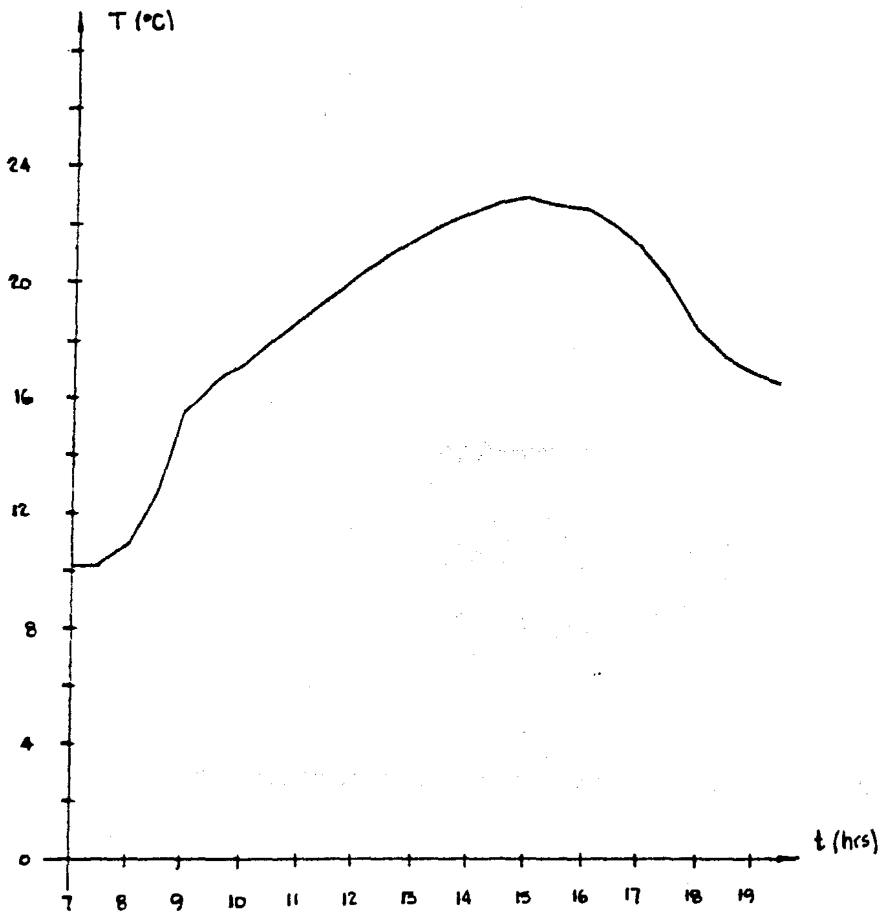
Habiendo deducido la fòrmula de control 4.3 para estado estacionario, los resultados obtenidos al aplicar la misma fòrmula al sistema ya no en estado estacionario, sino durante su evoluciòn a lo largo de un dia promedio, son verdaderamente aceptables y mucho màs cuando se toma la pareja de valores

$$A = 0.0093 \qquad B = 0.03$$



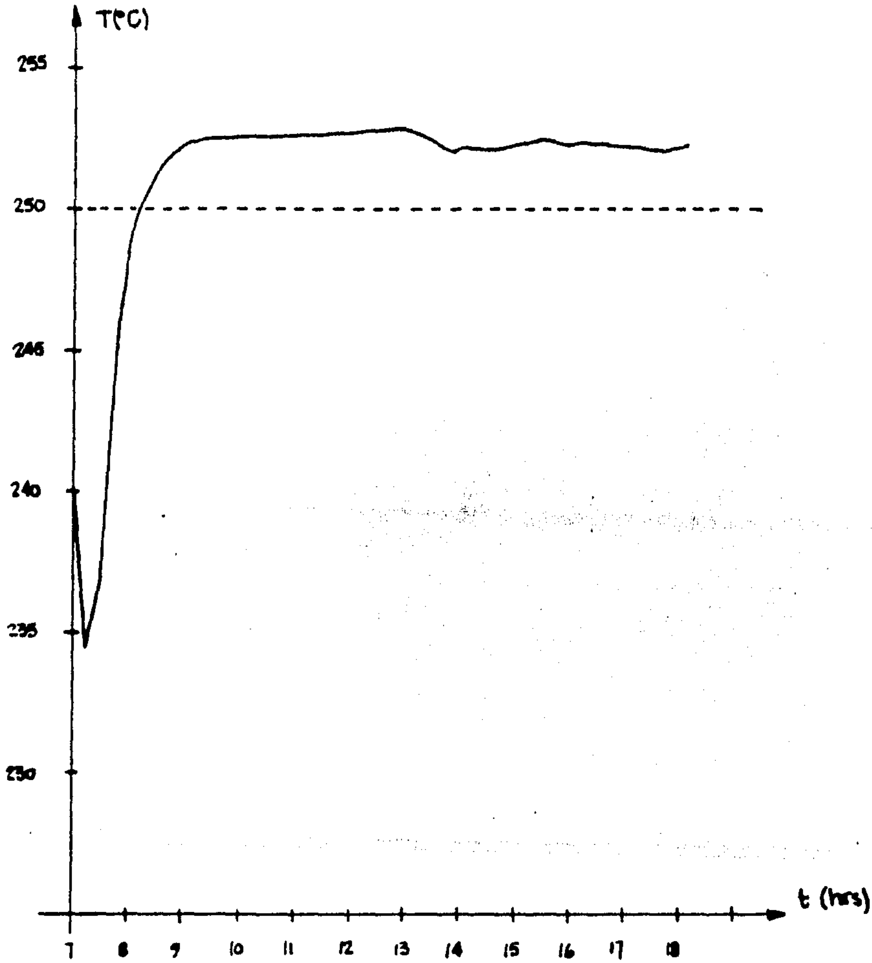
GRAFICA 9

RADIACION SOLAR (3-JUNIO-1980)



GRAFICA 10

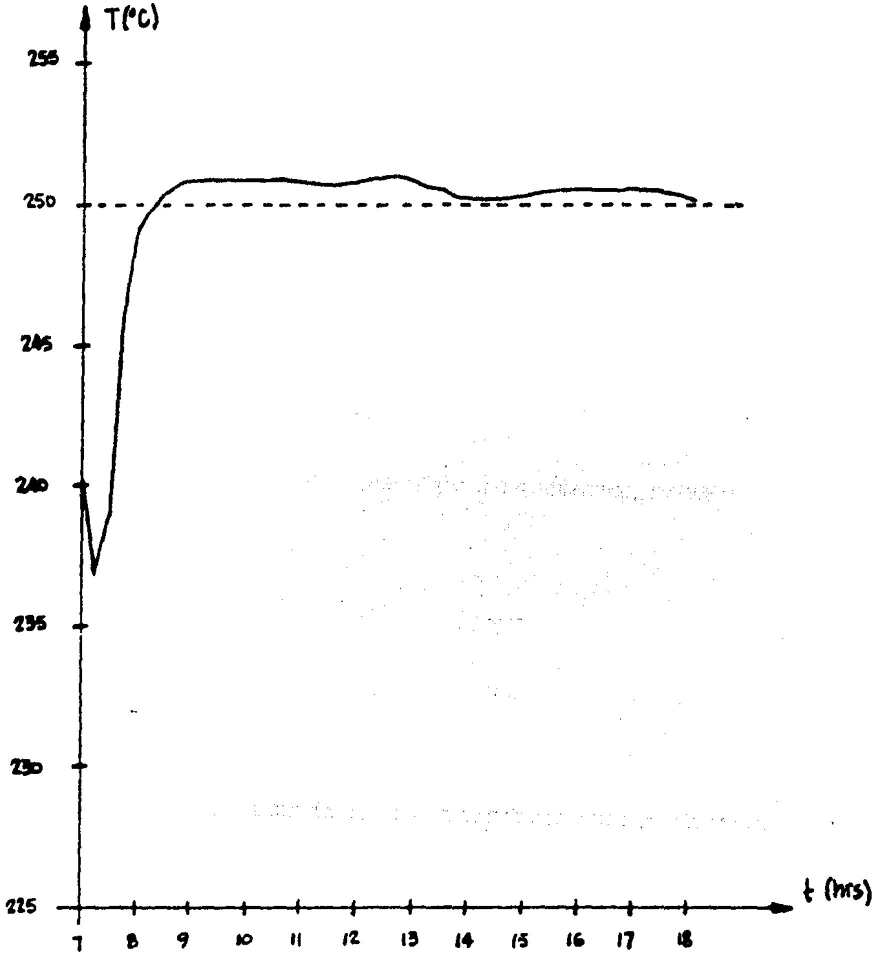
TEMPERATURA AMBIENTE (25-NOVIEMBRE-1979)



GRAFICA 11

A = 0.0093

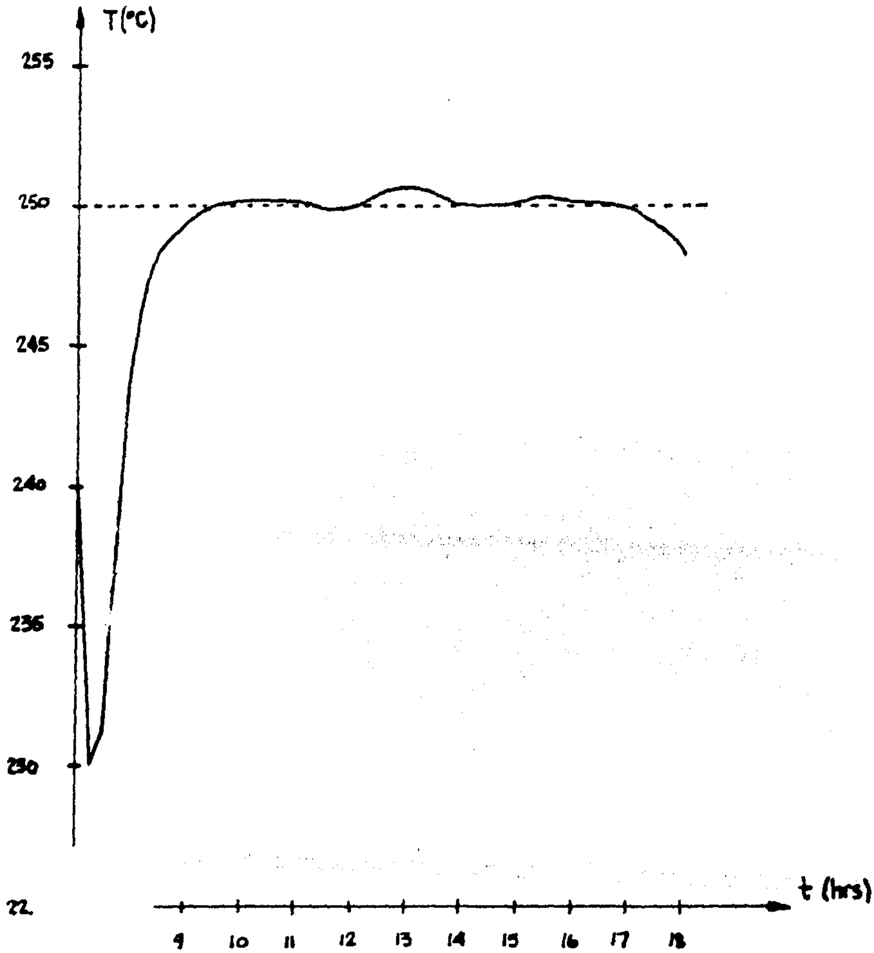
B = 0.019



GRAFICA 12

A = 0.0093

B = 0.002



GRAFICA 13

A = 0.0093

B = 0.03

que son los valores que se usaràn en todas las pruebas que se hagan màs adelante en que se utilice la fòrmula de control 4.3.

Debido al buen resultado obtenido se probò la fòrmula de control 4.3 con A = 0.0093 y B = 0.03 pero ahora con un intervalo de muestreo mayor. Es claro que en la pràctica es mucho mejor tener un intervalo de muestreo grande y no uno pequeño debido a las limitantes fìsicas de actuaciòn de las vàlvulas que controlan el flujo màsico del aceite a travès del colector.

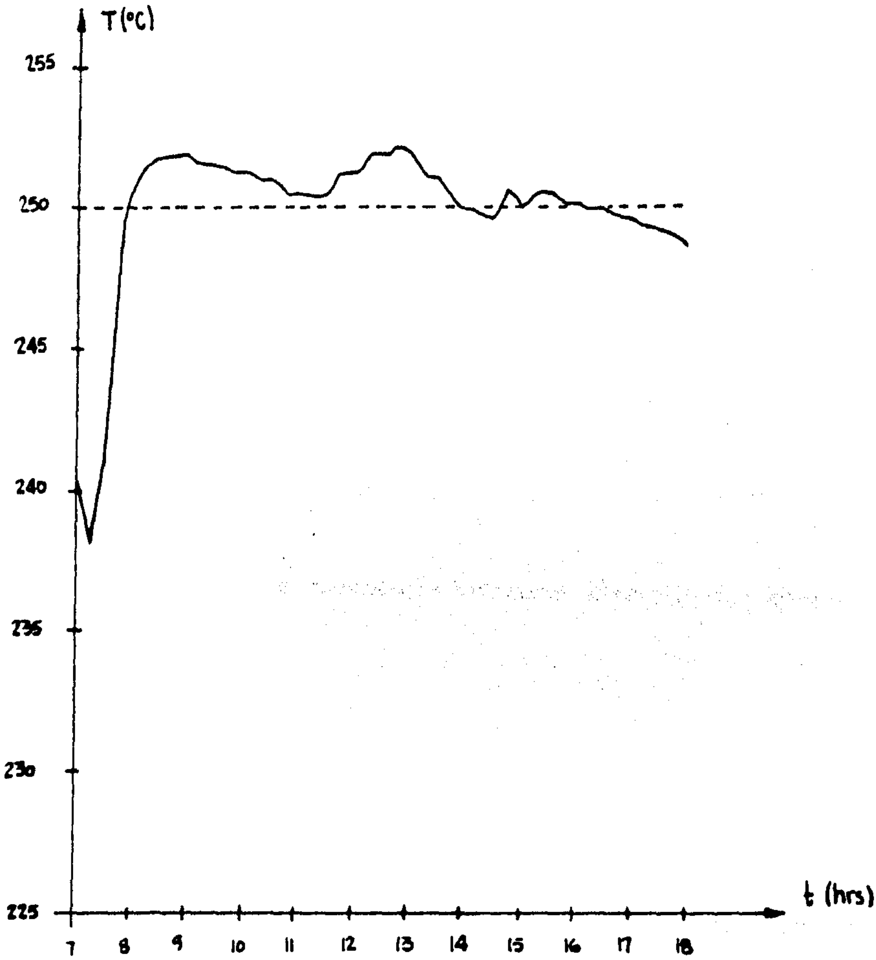
Los resultados de aplicar la fòrmula con un intervalo de muestreo de 5, 10 y 15 minutos se pueden observar en las gràficas 14, 15 y 16.

Finalmente se probò la fòrmula de control superponiendo ruido aleatorio a las variables atmosfèricas

- radiacion solar Q
- temp. de entrada T_i
- temp. ambiente T_a
- vel. de viento v

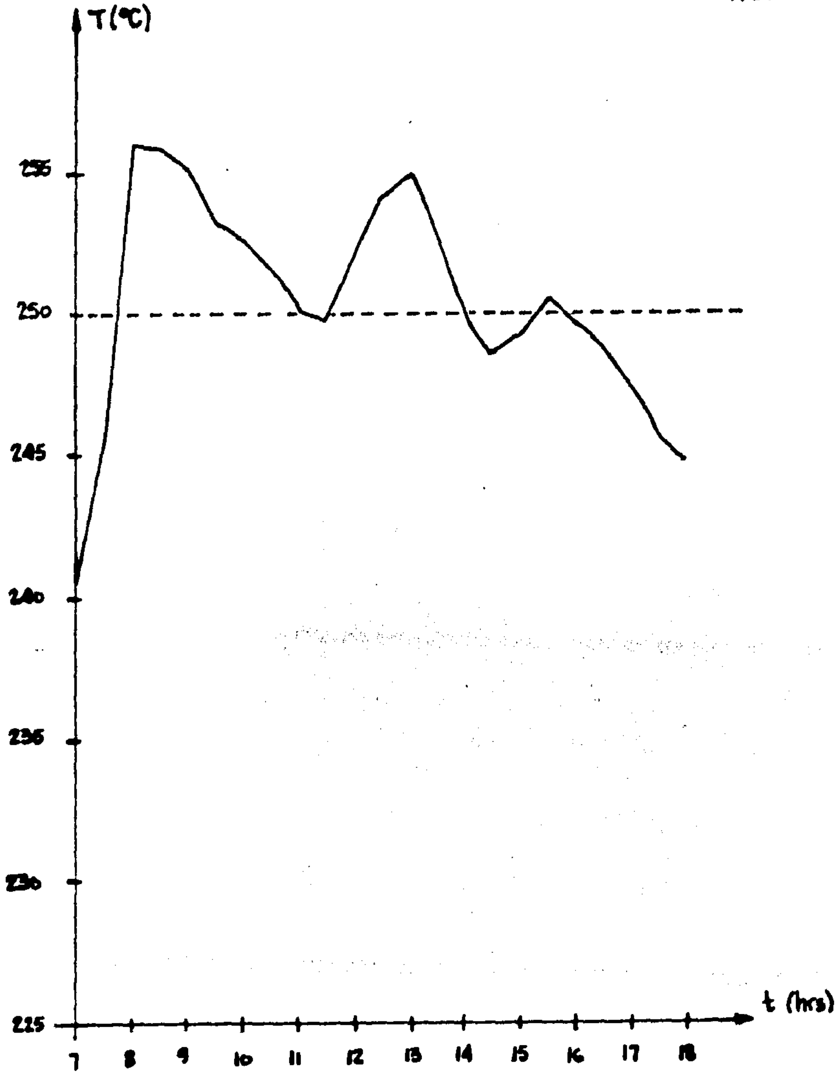
Como valores iniciales de estas variables se consideran

- $Q(t) = 500 \operatorname{sen}(t + k)$
- $v = 5$ m/s
- $T_a = 25\ ^oC$
- $T_i = 180\ ^oC$



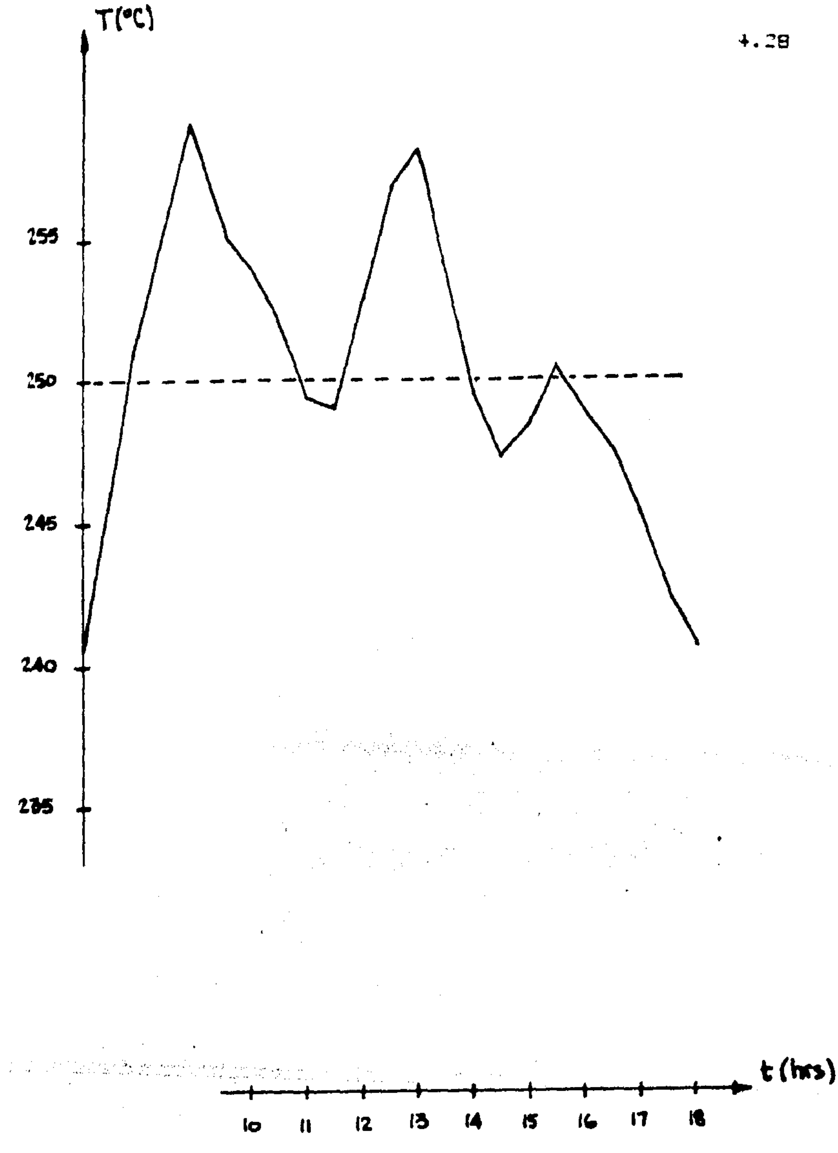
GRAFICA 14

$t_m = 5$ min.



GRAFICA 15

$t_m = 10$ min.



GRAFICA 16

$t_m = 15$ min.

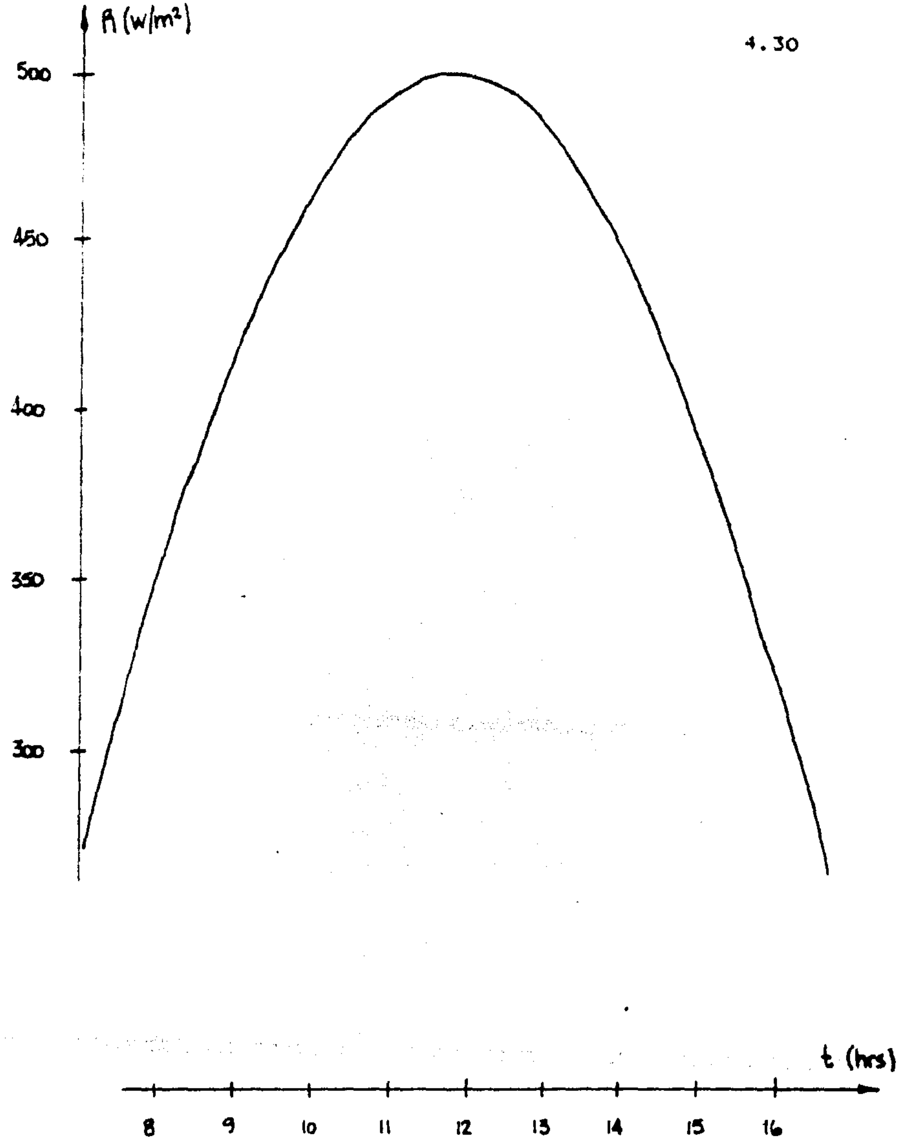
En los grupos de gràficas 17 a 21 se muestran los resultados obtenidos. Solo se presentan los perfiles de temperatura del fluido (aceite) y los valores de las variables que cambian, es decir, que difieren del valor inicial mencionado anteriormente. En el grupo de gràficas 22 se muestra nuevamente el control operando en un dia promedio para poder compararlo contra los casos en que hay presente ruido aleatorio.

4.4 Conclusiones.

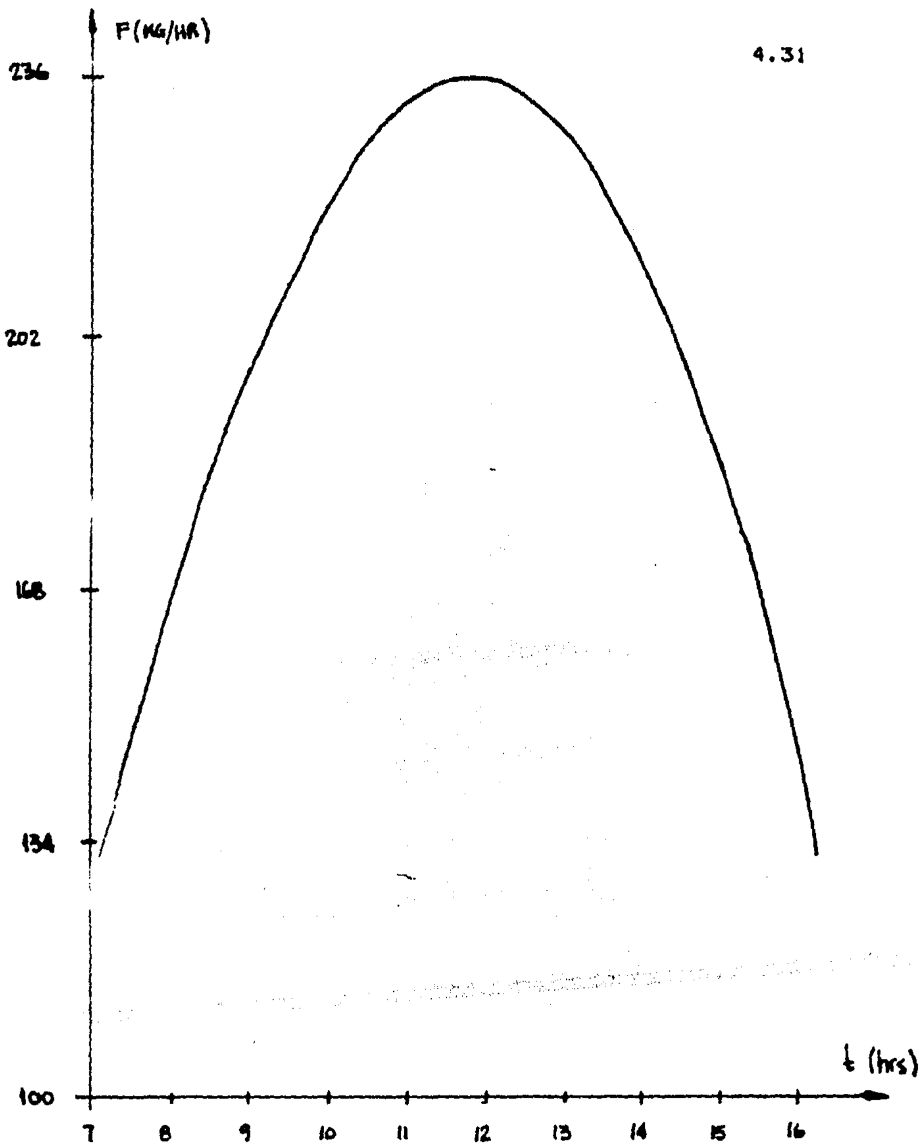
De los resultados anteriores es claro que un intervalo de muestreo de 3 min. en la aplicaciôn del control fijo 4.3 da resultados muy buenos por lo que este serà el caso que se compararà mas adelante con el resultado de aplicar al sistema un controlador autosintonizable.

El resultado principal y màs interesante es que la fòrmula de control para estado estacionario tiene un funcionamiento excelente en un dia promedio. Esto permite pensar en usar la fòrmula 4.3 como control directamente sobre la planta sin necesidad de superponerle otro tipo de control para absorver las variaciones aleatorias de las variables atmosfèricas durante la evoluciôn dinàmica del sistema en un dia promedio.

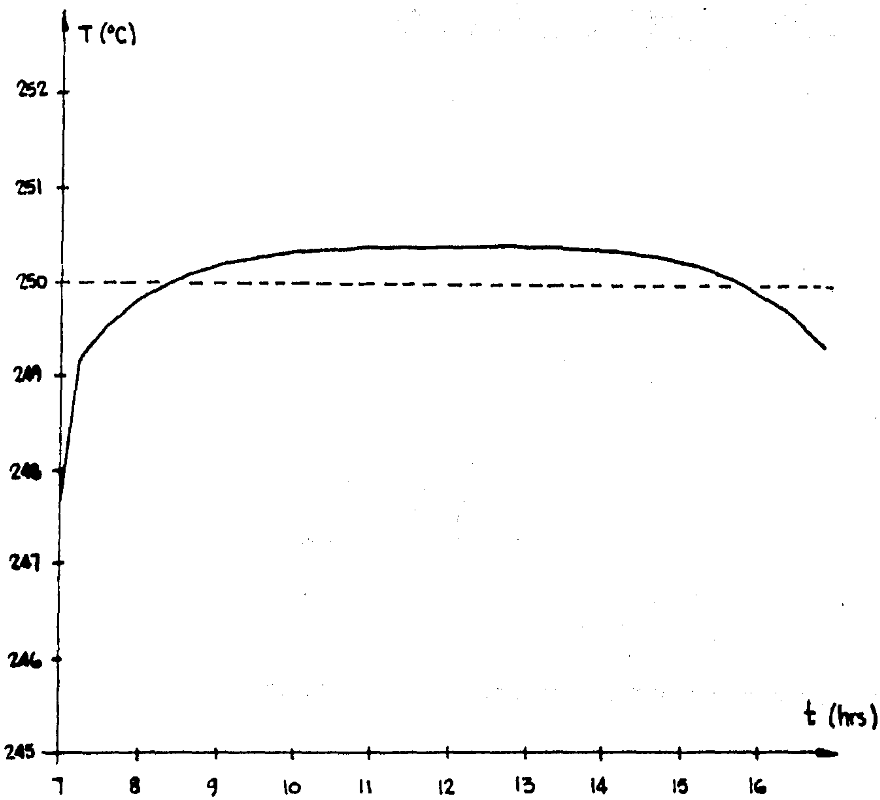
En el capitulo 6 se aplicarà a la planta un control autosintonizable y en el capitulo 7 se podràn comparar los resultados de aplicar ambos tipos de controladores para decidir cual es el màs aconsejable de usar en la pràctica.



GRAFICA 17.A
RADIACION SOLAR

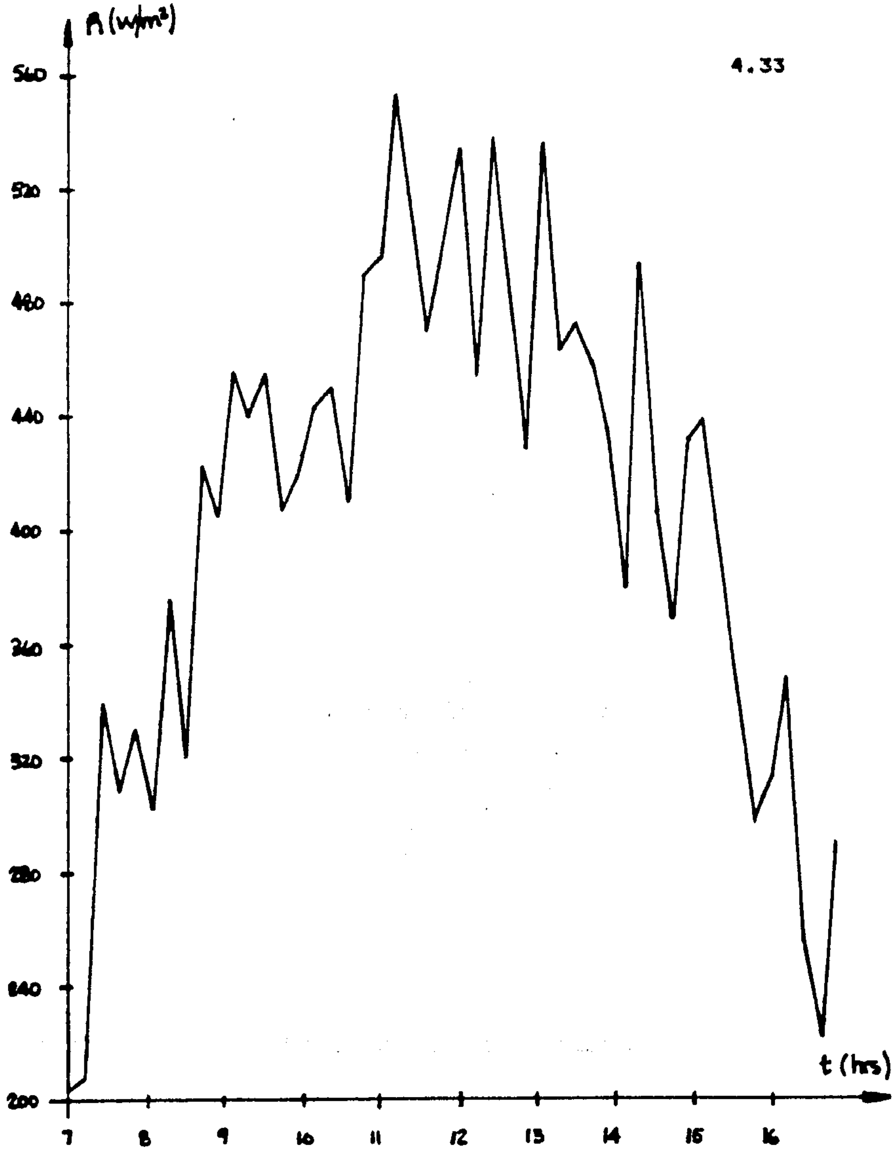


GRAFICA 17.8
FLUJO MASICO

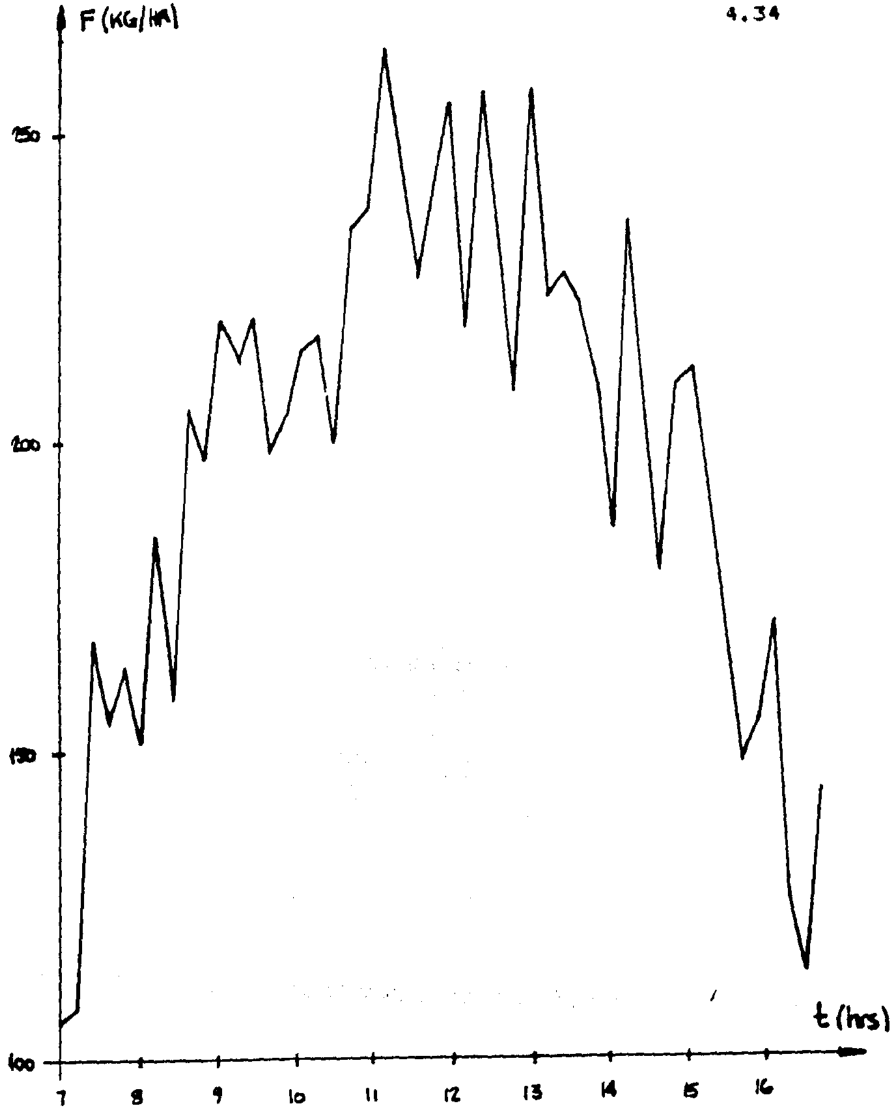


GRAFICA 17.C

TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE

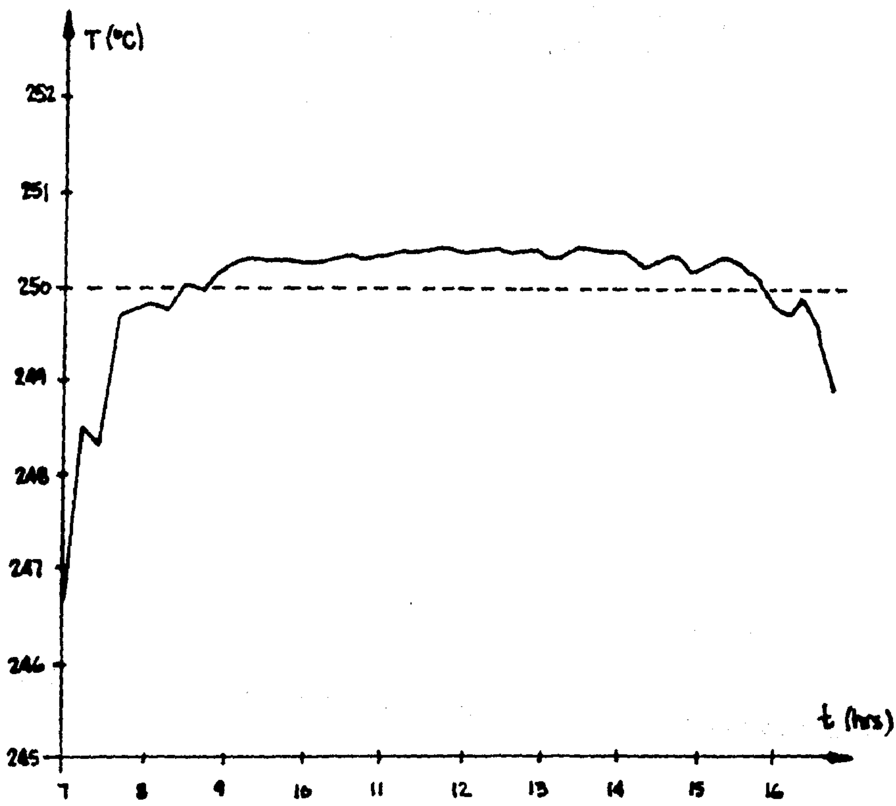


GRAFICA 18.A
RADIACION SOLAR



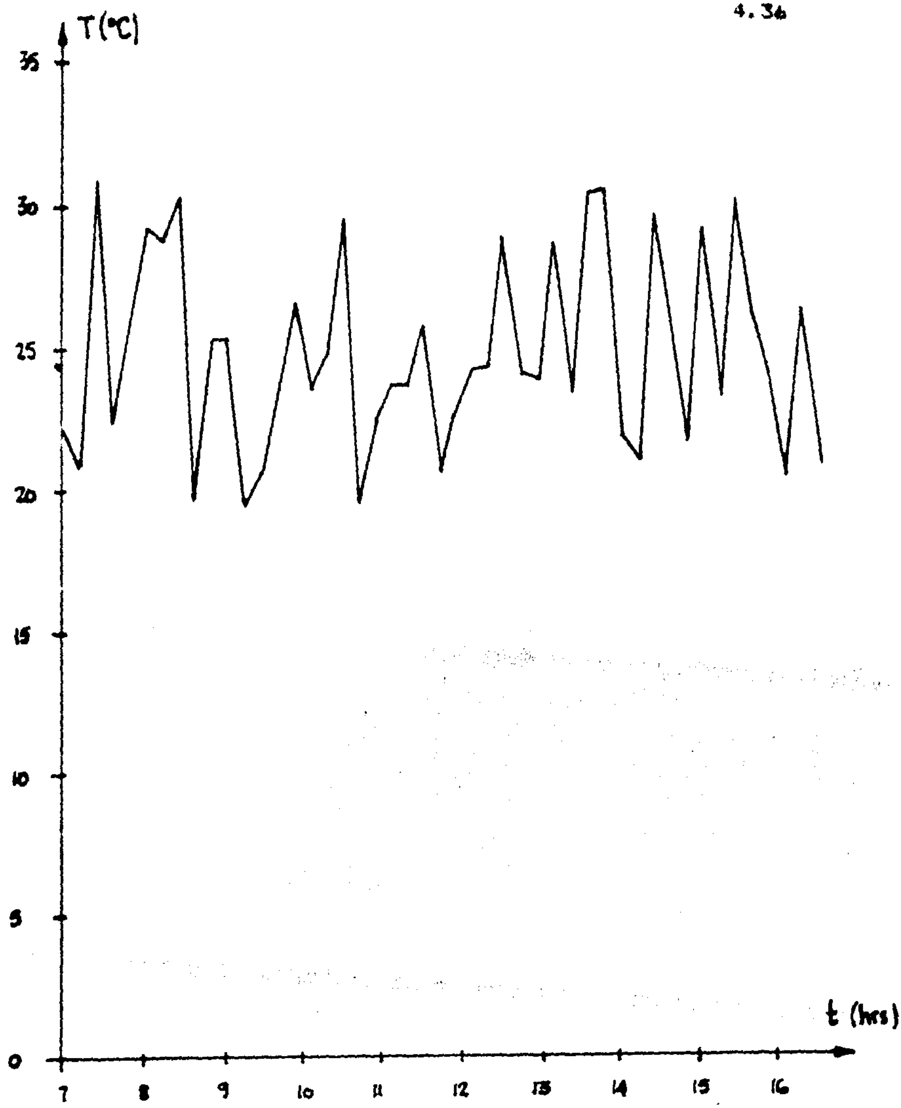
GRAFICA 18.B

FLUJO MASICO



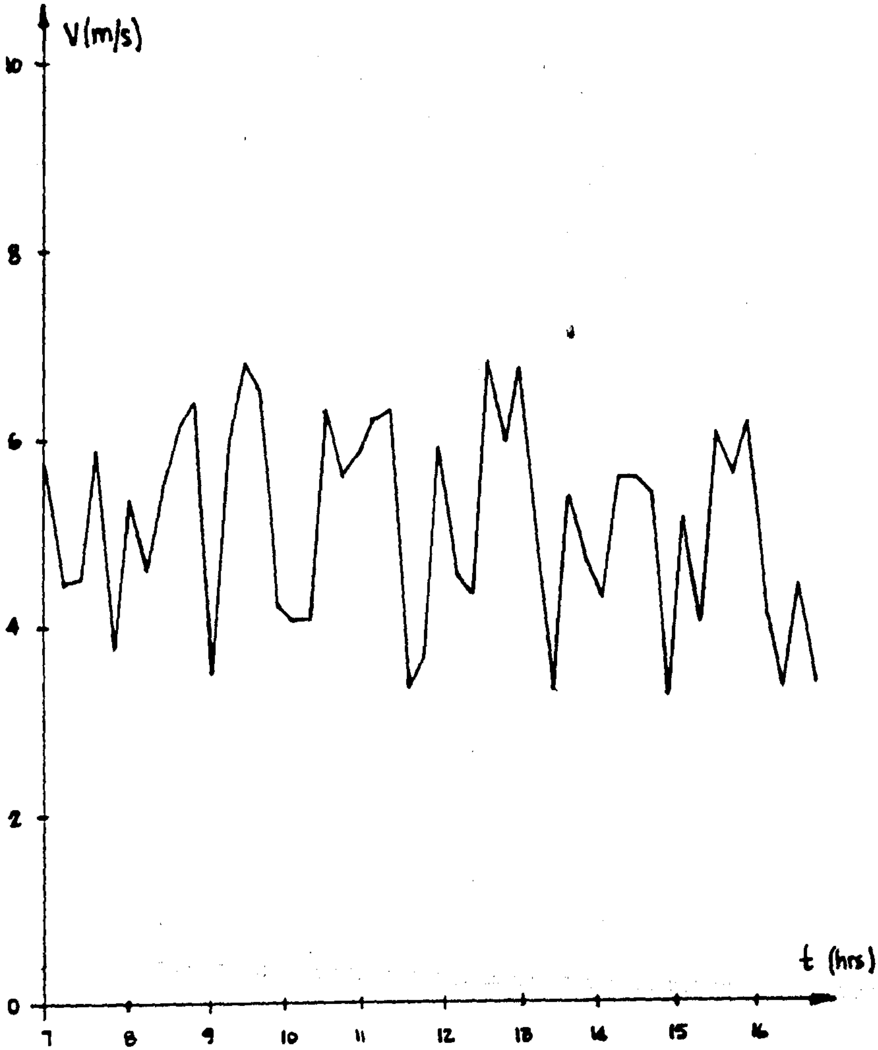
GRAFICA 18.C

TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE



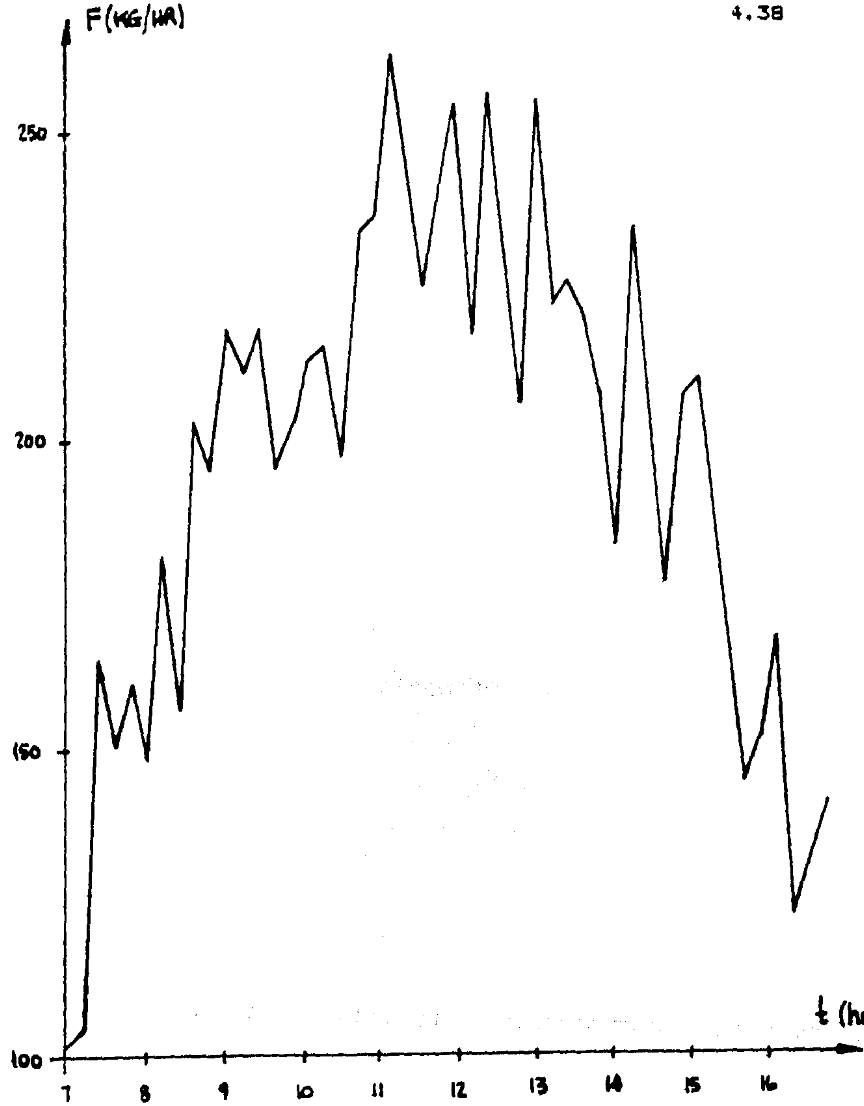
GRAFICA 19.A

TEMP. AMBIENTE



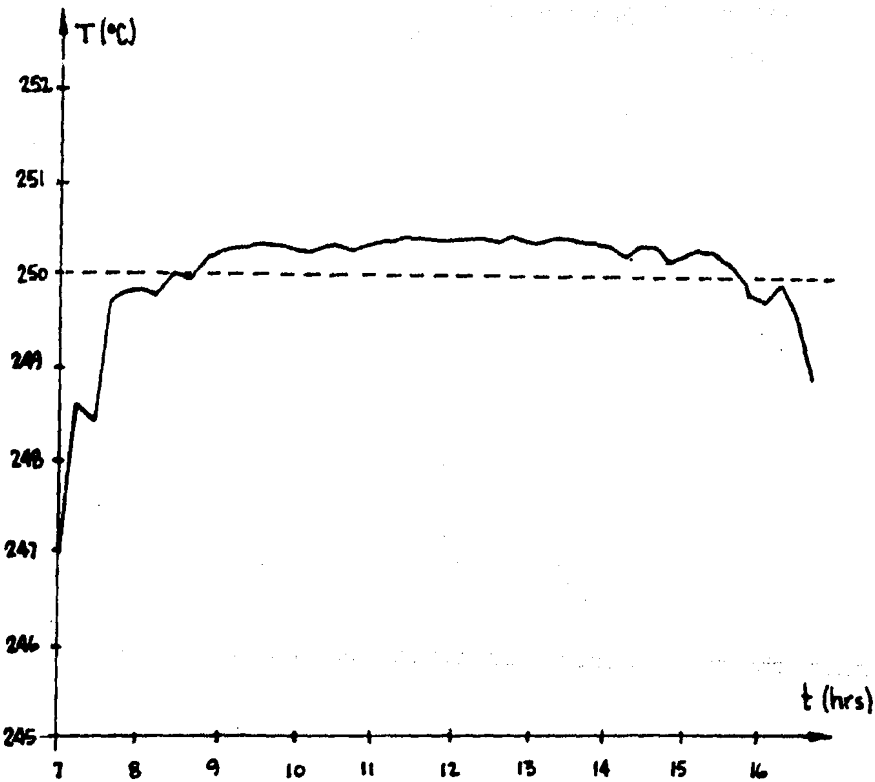
GRAFICA 19.8

VELOCIDAD DE VIENTO



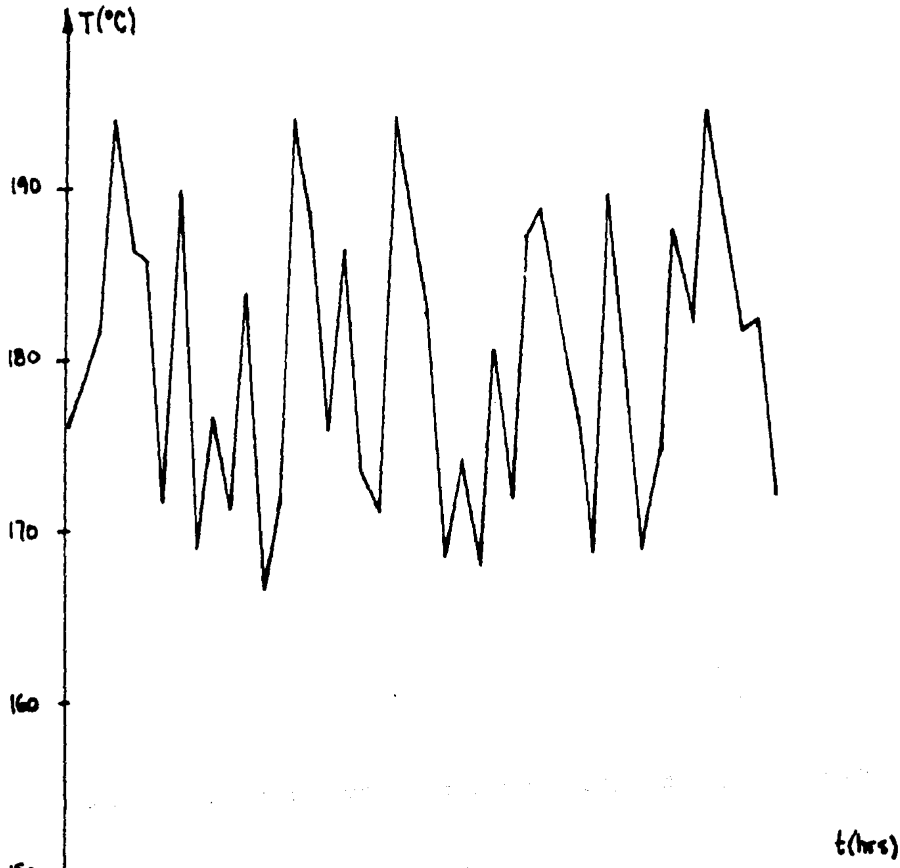
GRAFICA 19.C

FLUJO MASICO



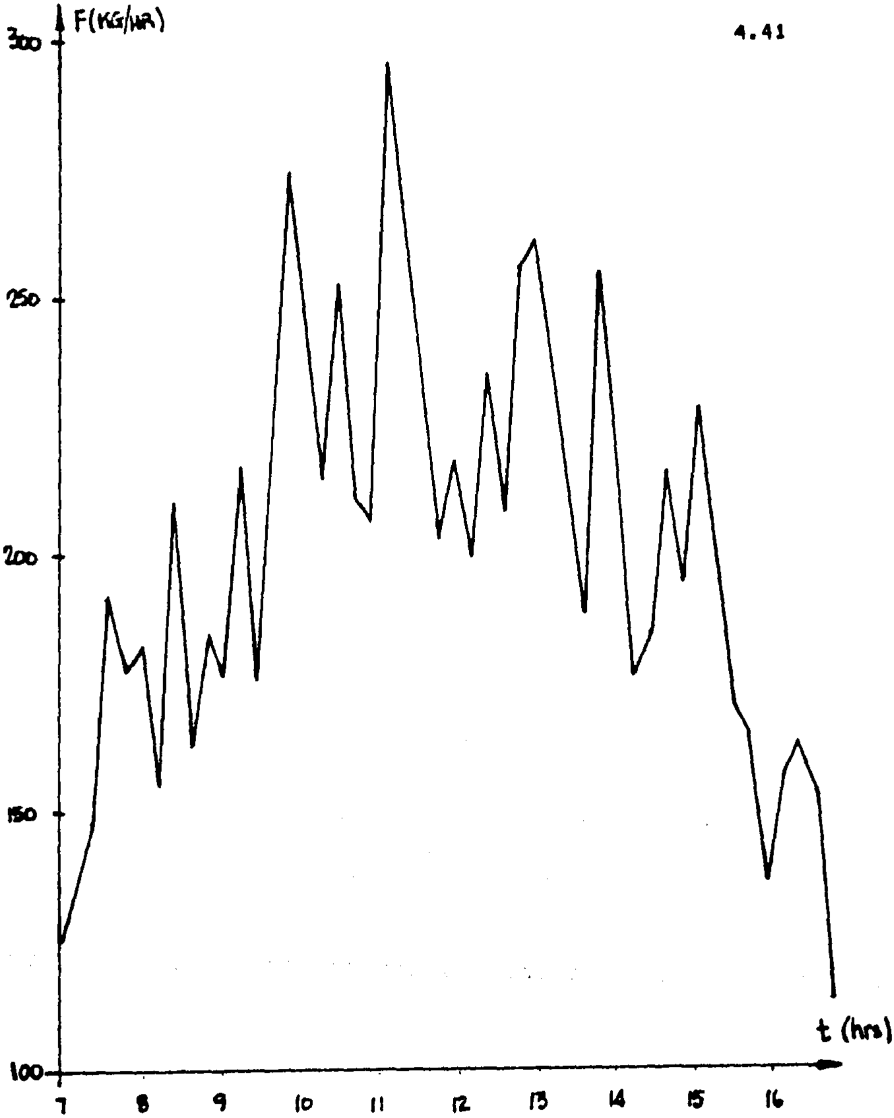
GRAFICA 19.D

TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE

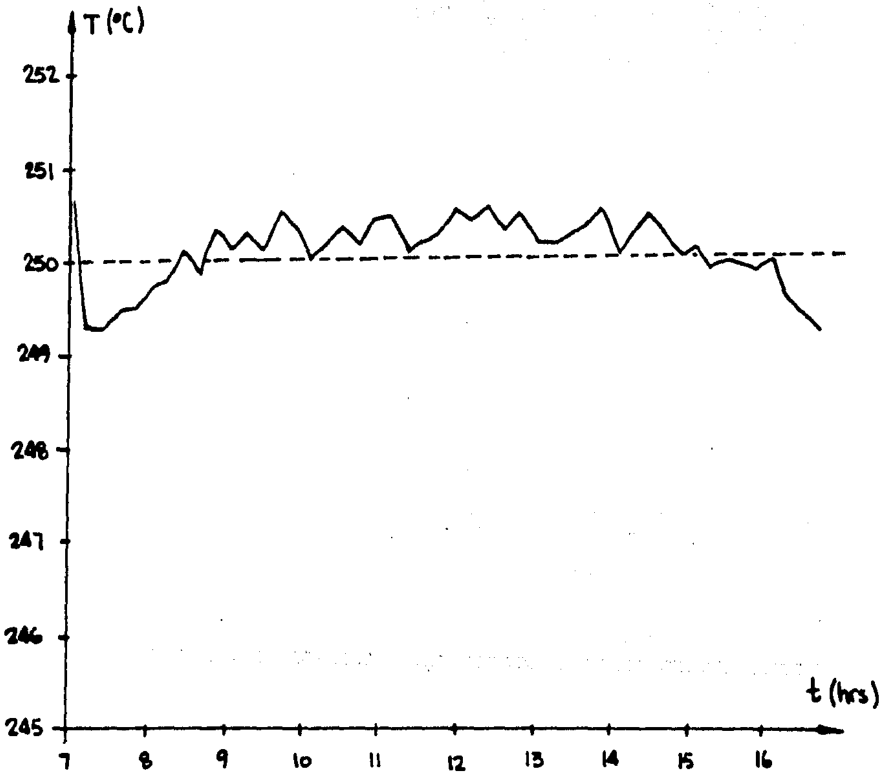


GRAFICA 20.A

TEMP. DE ENTRADA

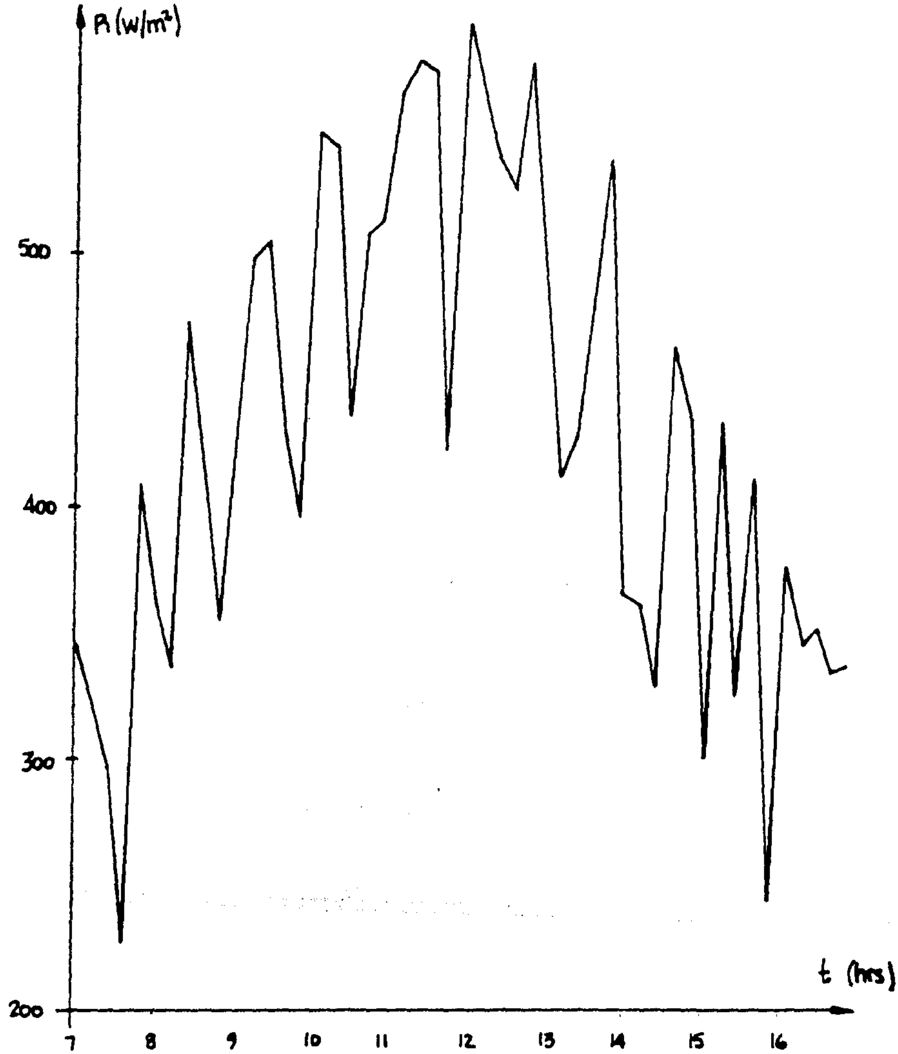


GRAFICA 20.B
FLUJO MASICO



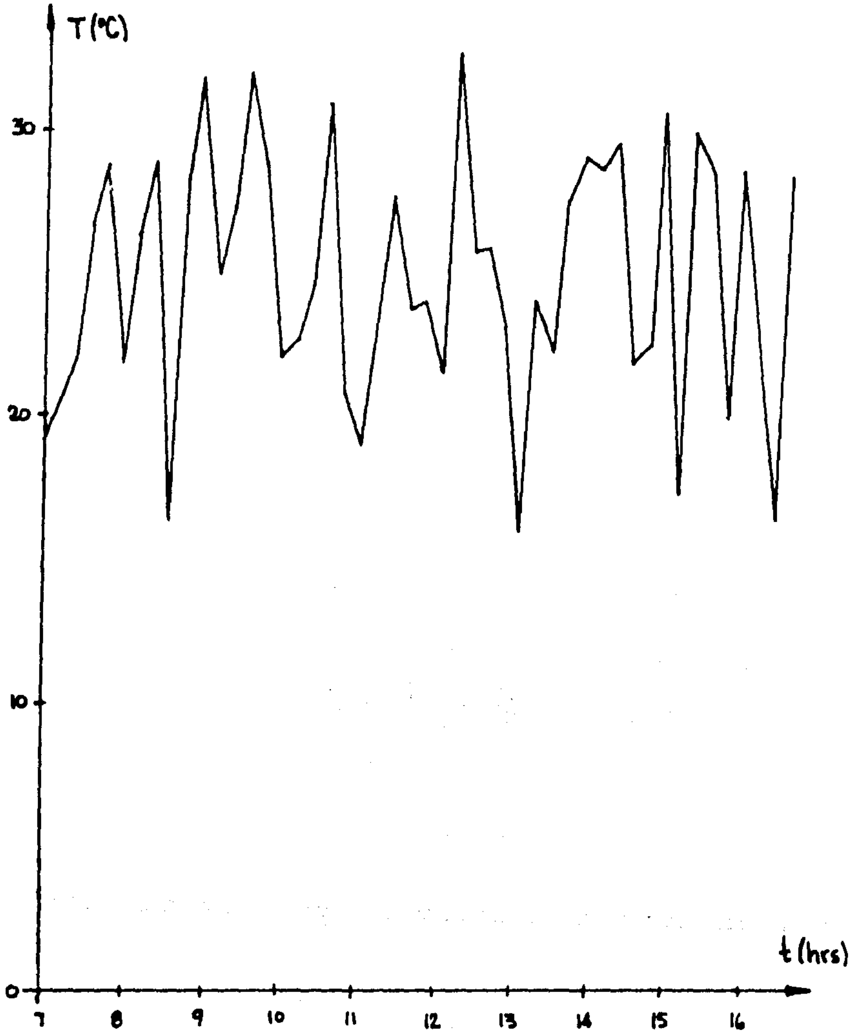
GRAFICA 20.C

TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE



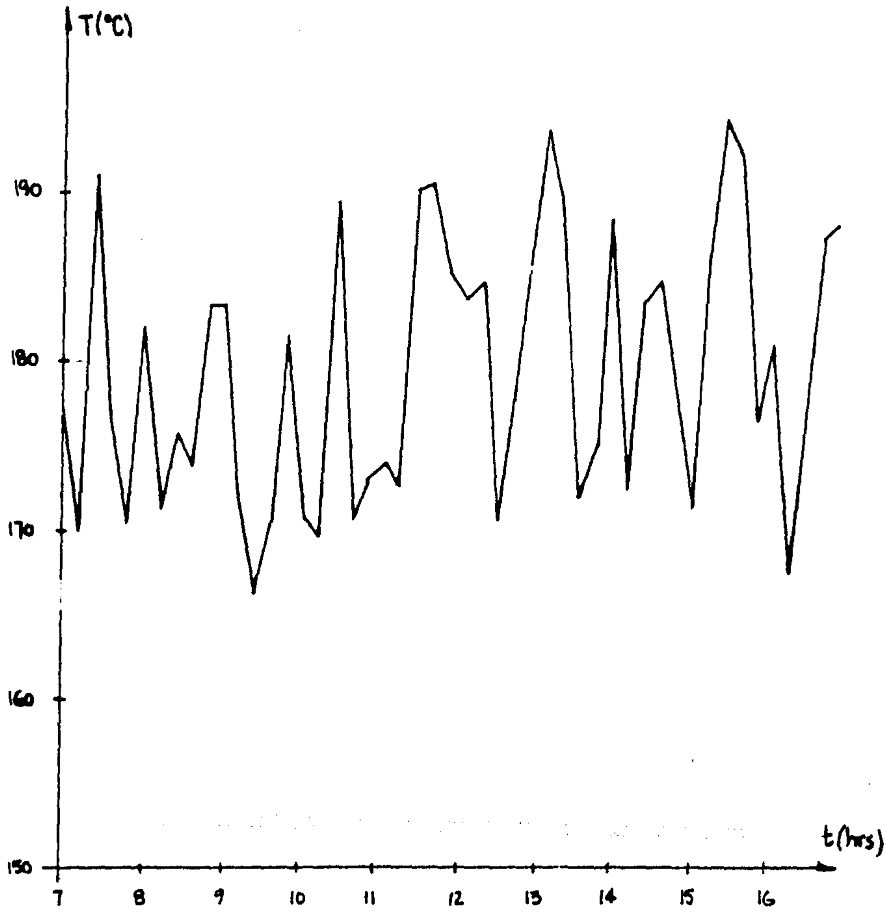
GRAFICA 21.A

RADIACION SOLAR



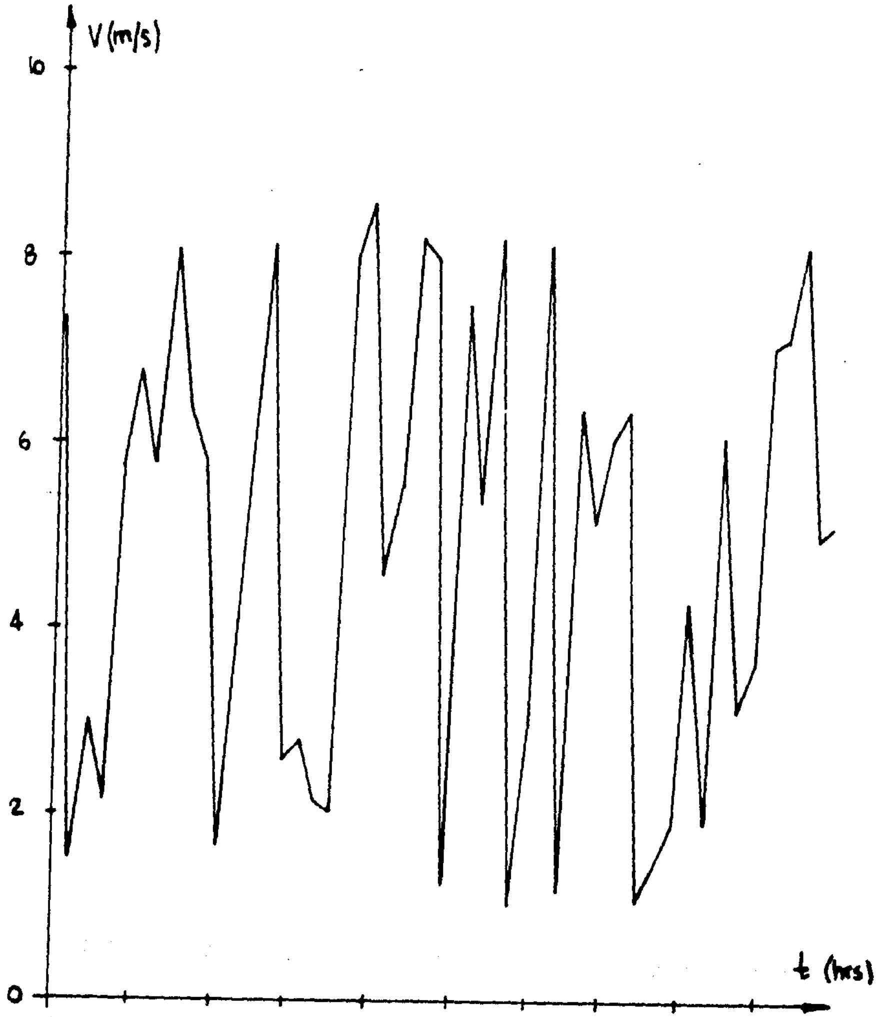
GRAFICA 21.B

TEMP. AMBIENTE



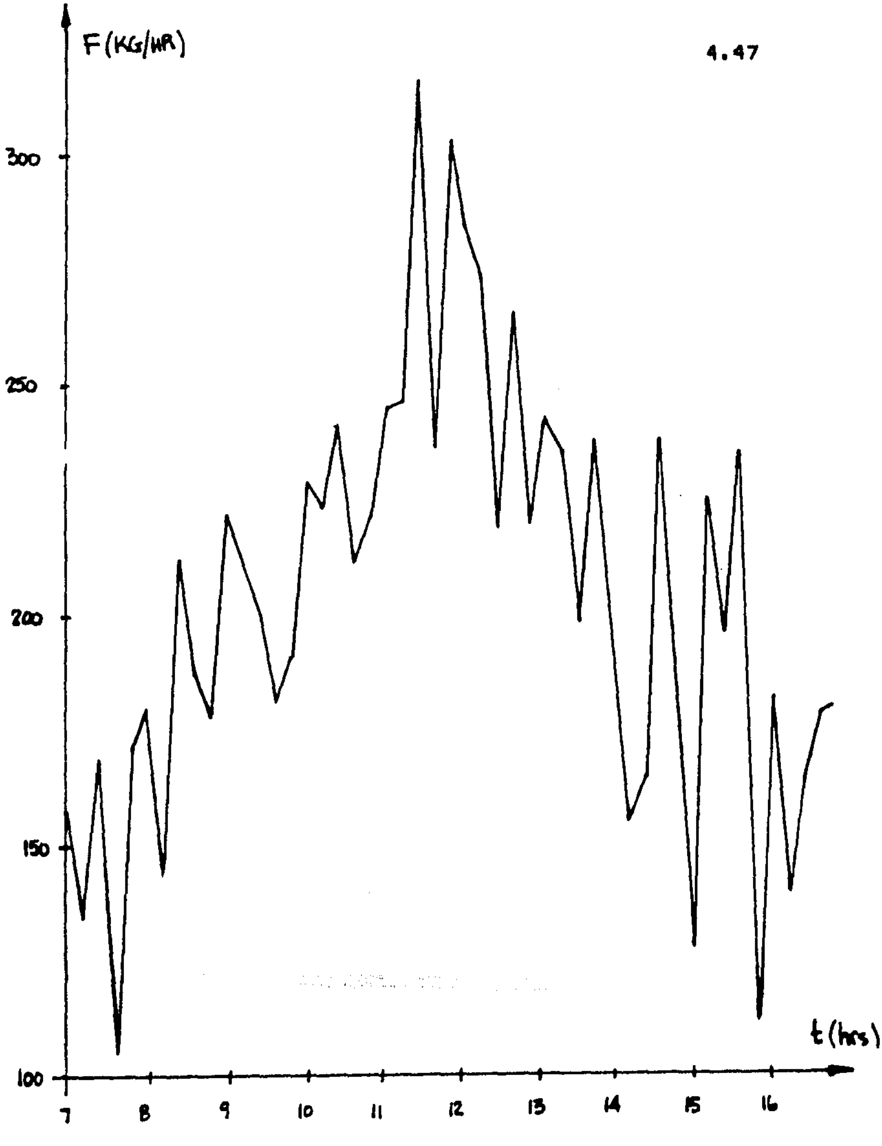
GRAFICA 21.C

TEMP. DE ENTRADA



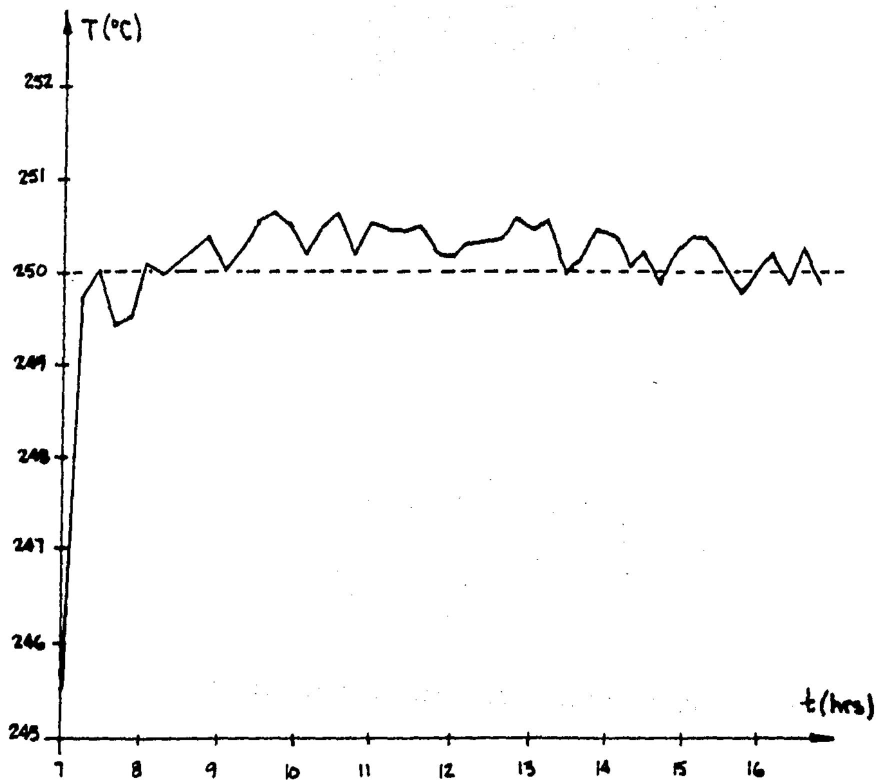
GRAFICA 21.D

VELOCIDAD DE VIENTO



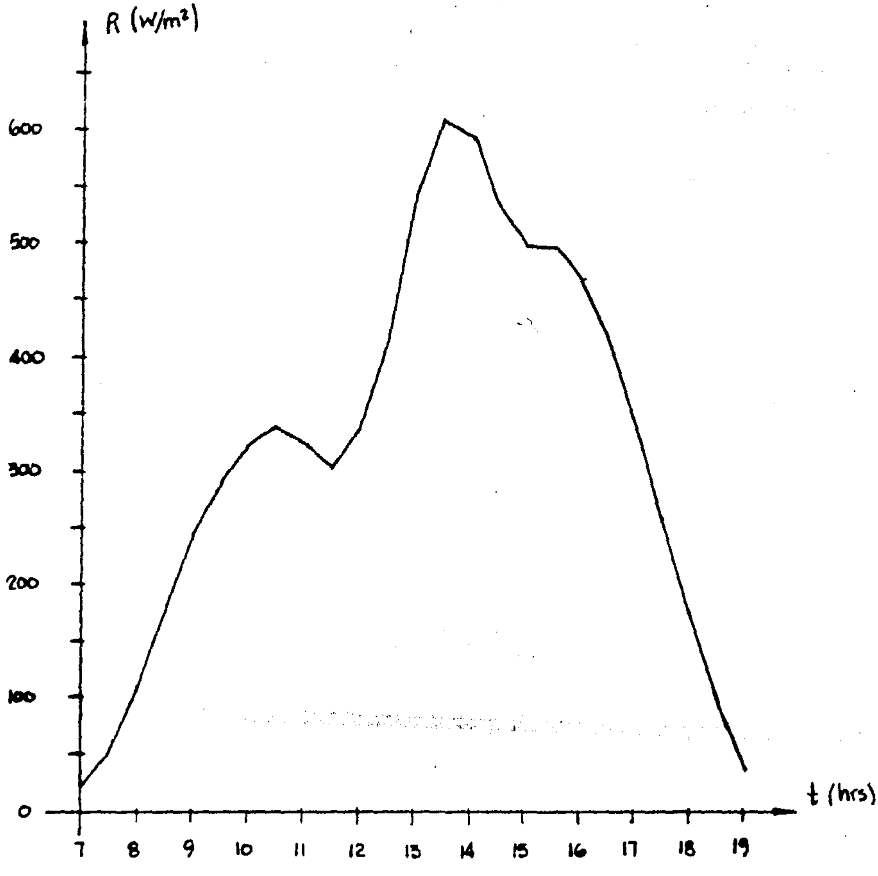
GRAFICA 21.E

FLUJO MASICO



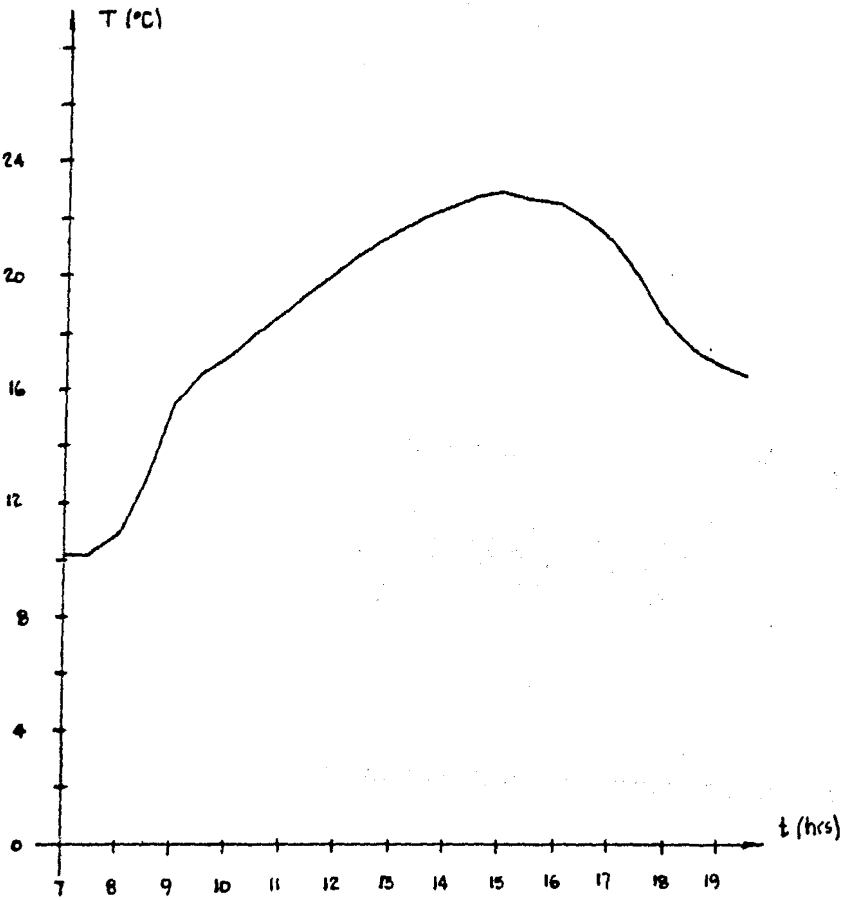
GRAFICA 21.F

TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE



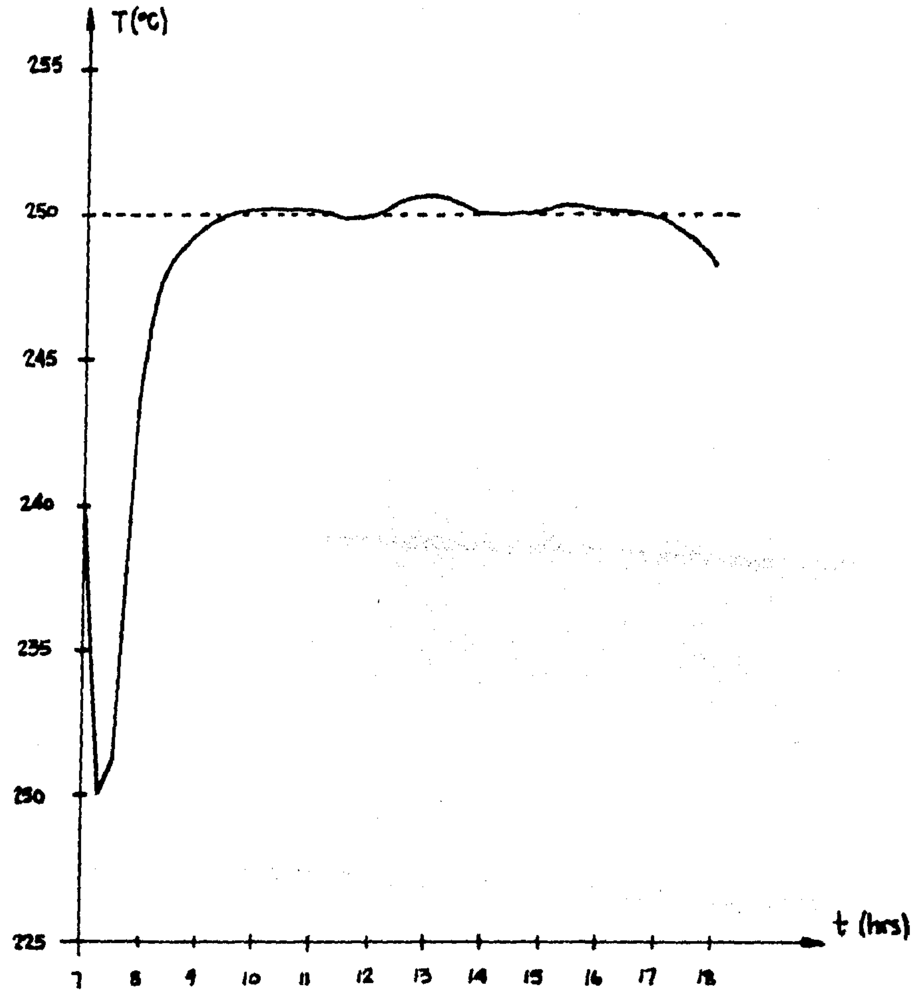
GRAFICA 22.A

RADIACION SOLAR (3-JUNIO-1980)



GRAFICA 22.B

TEMPERATURA AMBIENTE (25-NOVIEMBRE-1979)



GRAFICA 22.C

TEMP. DE SALIDA

CAPITULO 5

CONTROLADORES AUTOSINTONIZABLES

5.1 Introducciòn.

La teorìa de control estocàstico ha probado ser una herramienta sumamente ùtil para el diseño de controladores de procesos industriales. Sin embargo, en muchas situaciones pràcticas es difìcil determinar los paràmetros del controlador ya que la dinàmica del proceso a controlar asì como las perturbaciones sobre èste son desconocidas.

La idea de los controladores autosintonizables consiste en prescindir del modelo matemàtico del sistema, haciendo que una parte del esquema de control estè dedicada a "aprender" como se comporta el sistema. Este aprendizaje deberà tomar en cuenta no solo los aspectos determinìsticos del problema, sino tambièn los de caràcter estocàstico que existen sobre èl.

Los controladores autosintonizables estàn basados en la separaciòn de las tareas de control y aprendizaje del sistema. Dos de las diferentes maneras de tomar esta separaciòn dan lugar a los dos esquemas de control llamados esquema explìcito y esquema implìcito.

El esquema explìcito (fig. 5.1) consiste en un algoritmo de identificaciòn en lìnea que identifica los paràmetros del sistema a controlar, con un mètodo de control para sistemas con paràmetros conocidos. Los paràmetros del controlador son actualizados en cada muestreo en base a la ùltima estimaciòn de los paràmetros del proceso.

En el esquema implìcito (fig. 5.2) la soluciòn se cambia de tal modo que se identifican directamente los paràmetros del controlador.

De los dos esquemas anteriores, el esquema explìcito consume màs tiempo en su càlculo del control que el esquema implìcito y como se va a trabajar con el sistema de control en lìnea con la planta, el esquema de control que se utilizarà es el esquema implìcito.

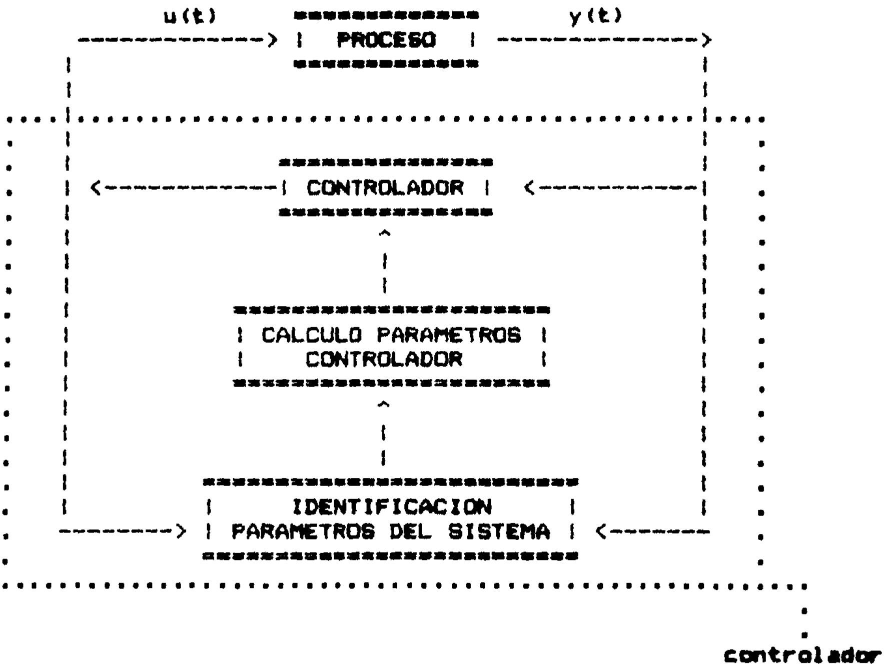

u(t)
y(t)
PROCESO
CONTROLADOR
CALCULO PARAMETROS CONTROLADOR
IDENTIFICACION PARAMETROS DEL SISTEMA
controlador

FIG 5.1

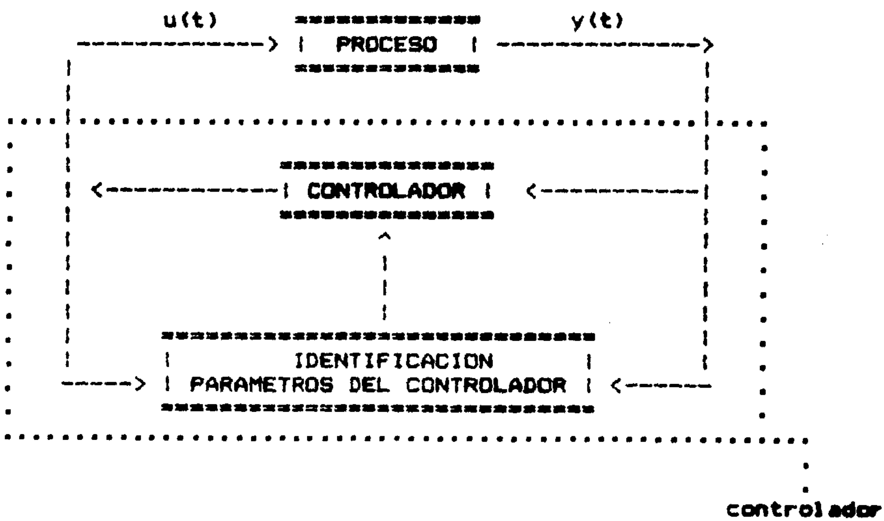

u(t)
y(t)
PROCESO
CONTROLADOR
IDENTIFICACION PARAMETROS DEL CONTROLADOR
controlador

FIG 5.2

El esquema explicito es directamente aplicable en casos en que sea necesario conocer directamente los parámetros del sistema a controlar.

Los controladores màs usados son aquellos que minimizan una función del tipo

$$V = \lim_{N \to \infty} E \{ 1/N \sum_{i=t}^{N} [y^2(i) + csi * u^2(i)] \} \tag{5.1}$$

para un proceso que puede ser descrito por el sistema estocàstico (ver apèndice 2).

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k} B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) \tag{5.2}$$

donde

$y(t)$ es la salida del sistema.

$u(t)$ es la entrada al sistema.

$e(t)$ es ruido que entra al sistema.

Los càlculos necesarios para minimizar la ec. 5.1 requieren factorización espectral o la solución de ecuaciones de Riccati en estado estacionario (19); sin embargo, hay casos especiales en que los càlculos se pueden simplificar considerablemente.

Si tomamos csi = 0 en la ec. 5.1 el criterio V se reduce a la varianza de la salida. Los controladores que resultan son los llamados controladores de varianza mínima. La ventaja de este caso especial es que los parámetros del controlador se encuentran fácilmente a partir de los parámetros del sistema. Este tipo de controladores es el que se usarà en el presente estudio.

5.2 Controladores de varianza mínima.

Veremos en seguida como los controladores de varianza mínima se derivan del teorema de separación, que nos dice que el controlador òptimo consiste de dos partes separadas:

1. Un predictor óptimo que predice la salida del sistema k intervalos de muestreo adelante del actual.

2. Un controlador de "dead beat" que actúa sobre el sistema para que el valor que se predice coincida con una referencia

deseada.

Supongase que el sistema a controlar està descrito por

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k} B(q^{-1})u(t) + lam * C(q^{-1})e(t) \qquad (5.3)$$

con A, B y C polinomios en q^{-1} (operador de retraso unitario) con la forma

$$A(q^{-1}) = 1 + \mathrm{SUMA}_{i=1}^{N} (a_i q^{-i}) \quad ; \quad B(q^{-1}) = \mathrm{SUMA}_{i=0}^{N} (b_i q^{-i})$$

$$C(q^{-1}) = 1 + \mathrm{SUMA}_{i=1}^{N} (c_i q^{-i})$$

y(t) salida observada del sistema

u(t) variable de control (entrada al sistema)

e(t) ruido blanco discreto de media 0 y varianza 1

bo normalmente igual a cero

El problema de control de varianza minima consiste en encontrar el valor de u(t) de tal manera que la varianza de la salida sea minima. El valor de u(t) se determina usando el conocimiento que se tiene de los valores de la salida hasta el tiempo t, y(t), y(t-1), y(t-2), ..., asi como de los valores pasados de la señal de control u(t-1), u(t-2),....

Si se tiene que bo = 0, entonces de (5.3) se puede encontrar el valor de y(t+k+1):

$$y(t+k+1) = \frac{qB(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{lam*C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t+k+1) \qquad (5.4)$$

El lado derecho de la ec. 5.4 consiste de tèrminos que dependen de las mediciones ya efectuadas de y(t), de valores anteriores de la señal de control u(t), que son valores conocidos; asì como, de tèrminos independientes de los anteriores y que son por lo tanto, desconocidos. Se puede separar explicitamente el lado derecho de la ec. (5.4) en tèrminos conocidos y tèrminos desconocidos:

$$y(t+k+1) = \frac{qB(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{lam*G(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) + lam*F(q^{-1}) e(t+k+1) \tag{5.5}$$

donde $F(q^{-1})$ y $G(q^{-1})$ estàn dados por:

$$F(q^{-1}) = 1 + \mathrm{SUMA}_{i=1}^{k} (f_i q^{-i}) \quad ; \quad G(q^{-1}) = \mathrm{SUMA}_{i=0}^{N} (g_i q^{-i})$$

que se determinan mediante la ecuaciòn:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})\, F(q^{-1}) + q^{-k-1}\, G(q^{-1}) \tag{5.6}$$

De (5.3) se tiene que:

$$e(t) = \frac{A(q^{-1})}{lam*C(q^{-1})} y(t) - \frac{q^{-k} B(q^{-1})}{lam*C(q^{-1})} u(t)$$

y sustituyendo esta ùltima ecuaciòn en (5.5):

$$y(t+k+1)=\frac{qB(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t)+\frac{\mathrm{lam}*G(q^{-1})}{A(q^{-1})}\left[\frac{A(q^{-1})}{\mathrm{lam}*C(q^{-1})}-\frac{q^{-k}\,B(q^{-1})}{\mathrm{lam}*C(q^{-1})}\,u(t)\right]+$$

$$+\ \mathrm{lam}*F(q^{-1})\ e(t+k+1)$$

$$y(t+k+1)=\frac{qB(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,u(t)+\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,y(t)-\frac{q^{-k}\,B(q^{-1})G(q^{-1})}{A(q^{-1})\,C(q^{-1})}\,u(t)$$

$$+\ \mathrm{lam}*F(q^{-1})\ e(t+k+1)$$

$$y(t+k+1)=\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,y(t)+\frac{qB(q^{-1})}{C(q^{-1})}\left[\frac{C(q^{-1})-q^{-k-1}\,G(q^{-1})}{A(q^{-1})}\right]u(t)$$

$$+\ \mathrm{lam}*F(q^{-1})\ e(t+k+1)$$

usando ahora (5.6):

(5.7)

$$y(t+k+1)=\frac{G(q\ )}{C(q^{-1})}\,y(t)+\frac{qB(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,u(t)+\mathrm{lam}*F(q^{-1})e(t+k+1)$$

Los dos primeros sumandos de (5.7) son conocidos y el tercero es desconocido, por lo que se puede decir que el mejor predictor del valor de y(t+k+1) es la suma de los dos primeros sumandos; asi, para que la varianza de y(t+k+1) sea minima la suma debe ser igual al valor de referencia, que se considerarà constante e igual a YD, es decir:

$$\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,y(t) + \frac{qB(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,u(t) = YD \qquad (5.8)$$

de donde la señal de control està dada por:

$$U(t) = \frac{C(q^{-1})}{qB(q^{-1})F(q^{-1})}\left[- \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,y(t) + YD \right] \qquad (5.9)$$

El error de control està dado por el ùltimo sumando del lado derecho de (5.7)

$$lam*F(q^{-1})e(t+k+1) = lam*\left[e(t+k+1) + f_1\,e(t+k) + \ldots + f_k\,e(t+1) \right] \qquad (5.10)$$

por lo que la varianza de la salida es:

$$var[y] = var\left[\frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,y(t) + \frac{qB(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\,u(t) \right] +$$

$$+ \; var[\, lam*F(q^{-1})e(t+k+1) \,]$$

$$var[y] = var[YD] + var[\ lam*F(q^{-1})e(t+k+1)\ ]$$

$$var[y] = var[\ lam*F(q^{-1})e(t+k+1)\ ] = lam^2 [1+f_1^2 +...f_k^2] \qquad (5.11)$$

5.3 Controladores autoajustables.

El algoritmo mas usual del regulador autoajustable usa como mètodo de identificaciòn el de los minimos cuadrados (apèndice 2), i.e., considera

$$C(q^{-1}) = 1$$

por lo que la ec. (5.6) se puede reescribir como:

$$1 = A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-k-1} G(q^{-1}) \qquad (5.12)$$

sustituyendo (5.12) en (5.3) resulta:

$$y(t+k+1) + A"(q^{-1})y(t) = B"(q^{-1})u(t) + eps(t+k+1) \qquad (5.13)$$

donde

$$A"(q^{-1}) = a"_o + a"_1q^{-1} + ... + a"_nq^{-n+1} = -G(q^{-1}) \qquad (5.14)$$

$$B"(q^{-1}) = b"_o + b"_1q^{-1} + ... + b"_lq^{-1} = qB(q^{-1})F(q^{-1}) \qquad (5.15)$$

$$eps(t+k+1) = F(q^{-1})e(t+k+1)$$

donde n es el orden del modelo del sistema y l=n+k-1.

Lo anterior sugiere que en vez de identificar el modelo del sistema (5.3) y luego calcular los paràmetros del controlador (5.9) (esquema explìcito), se identifique directamente (5.13) (esquema implìcito) ya que aunque se identifican 2n+k-1 paràmetros en vez de 2n como en el esquema explìcito, el càlculo del control es directo:

$$U_{op}(t) = \frac{A''(q^{-1})}{B''(q^{-1})}\, y(t) + \frac{YD}{B''(q^{-1})} \tag{5.16}$$

Desarrollando (5.16) queda explicitamente el valor de la señal de control en el tiempo t:

$$u(t) = \frac{1}{b_o}[\, a_o y(t) + a_1 y(t-1) + \ldots\ldots + a_n y(t-n) - b_1 u(t-1) - \ldots\ldots - b_l u(t-l)\,] + \frac{YD}{b_o} \tag{5.17}$$

el paràmetro bo no se identifica, se le asigna un valor arbitrario para asegurar la identificabilidad del sistema (8).

El algoritmo recursivo de control se obtiene fàcilmente escribiendo (5.13) como:

$$y(t) = z(t)\overline{TETA} + b_o u(t-k-1) + eps(t) \tag{5.18}$$

on:

$$z(t) = [\, -y(t-k-1), -y(t-k-2), \ldots\ldots, -y(t-k-n)\; u(t-k-2),\; u(t-k-3), \ldots\ldots,\; u(t-k-l-1)\,] \tag{5.19}$$

de (5.18) se infiere el modelo de predicciòn:

$$\bar{y}(t) = z(t)\overline{TETA}(t-1) + b_o u(t-k-1) \tag{5.20}$$

La solución recursiva se obtiene de la misma forma que en el caso de identificación por mínimos cuadrados (apéndice 2) resultando las ecuaciones:

$$M_{N+1} = P_N z'_{N+1} \left[\text{alfa}^2 + z_{N+1} P_N z'_{N+1} \right]^{-1}$$

$$\overline{TETA}_{N+1} = \overline{TETA}_N + M_{N+1} \left[y_{N+1} - z_{N+1} \overline{TETA}_N - b_o u(t-k-1) \right] \quad (5.21)$$

$$P_{N+1} = \left[I - M_{N+1} z_{N+1} \right] P_N$$

Finalmente el controlador autoajustable se reduce a:

1er. paso.- Identificar los parámetros del modelo

$$y(t) + a_1 y(t-k-1) + \ldots + a_n y(t-k-n) =$$

$$b_o u(t-k-1) + b_1 u(t-k-2) + \ldots + b_1 u(t-k-1-1) +$$

$$eps(t)$$

empleando las ecuaciones (5.21). El parámetro bo se selecciona de antemano.

2o. paso.- En cada periodo de muestreo calcular el control (5.17) con los parámetros estimados y aplicar este control a la planta.

5.3.1 Caso de controlador autoajustable con componente continua y perturbación medible.

Un caso especial se tiene cuando el modelo del sistema a controlar incluye una perturbación medible y una componente continua, es decir, cuando el modelo de la planta a controlar puede escribirse como:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k}B(q^{-1})u(t) + q^{-k}H(q^{-1})r(t) + lam*C(q^{-1})e(t) + D \quad (5.22)$$

en lugar de la ec.(5.3) anterior.

En este caso:

$y(t)$ = salida observada del sistema

$u(t)$ = variable de control (entrada al sistema)

$r(t)$ = perturbación medible

$e(t)$ = ruido blanco discreto de media 0, varianza 1

$$H(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{N} (b_i * q^{-i})$$

D = componente continua (constante)

La razón por la que en este estudio se usarà un modelo del del tipo (5.22) para el colector solar se debe al hecho de que la radiación solar es la variable atmosfèrica màs significativa en la operación del colector y esta es posible medirla mediante sensores adecuados.

Con este nuevo modelo, siguiendo los pasos tomados en el punto anterior que dieron lugar al conjunto de ecuaciones (5.21), se llegarà a un conjunto anàlogo de ecuaciones que se utilizaràn como algoritmo de control del colector solar.

Para que la equivalencia sea mas clara se escribirà abajo del número de cada ecuación el número de aquella a la que corresponde en el caso de que el modelo considerado sea el (5.3).

De (5.22) se tiene:

$$y(t) = \frac{q^{-k}\,B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,u(t) + \frac{q^{-k}\,H(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,r(t) + \frac{\mathrm{lam}*C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,e(t) + D \tag{5.23}$$

(5.24)
(5.4)

$$y(t+k+1) = \frac{qB(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,u(t) + \frac{qH(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,r(t) + \frac{\mathrm{lam}*C(q^{-1})}{A(q^{-1})} + \frac{q^{k+1}}{A(q^{-1})}\,D$$

descomponiendo el lado derecho de esta última ecuación en términos conocidos y desconocidos mediante:

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-k-1}\,G(q^{-1})$$ (5.25)
(5.6)

se tiene:

$$\frac{\mathrm{lam}*C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,e(t+k+1) = \mathrm{lam}*F(q^{-1})e(t+k+1) + \frac{\mathrm{lam}*G(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,e(t) \tag{5.26}$$

despejando e(t) de (5.23) y sustituyendo en (5.26)

$$\frac{\mathrm{lam}*C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,e(t+k+1) = \mathrm{lam}*F(q^{-1})e(t+k+1) + \frac{\mathrm{lam}*G(q^{-1})}{A(q^{-1})}\,*$$

$$* \left[\frac{A(q^{-1})}{lam*C(q^{-1})} y(t) - \frac{q^{-k} B(q^{-1})}{lam*C(q^{-1})} u(t) - \frac{q^{-k} H(q^{-1})}{lam*C(q^{-1})} r(t) - \frac{D}{lam*C(q^{-1})} \right]$$

$$\frac{lam*C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t+k+1) \quad =$$

$$lam*F(q^{-1}) e(t+k+1) + \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) - \frac{q^{-k} G(q^{-1}) B(q^{-1})}{A(q^{-1}) C(q^{-1})} u(t) -$$

$$\frac{q^{-k} G(q^{-1}) H(q^{-1})}{A(q^{-1}) C(q^{-1})} r(t) - \frac{D\, G(q^{-1})}{A(q^{-1}) C(q^{-1})} \qquad (5.27)$$

y sustituyendo (5.27) en (5.24) queda:

$$y(t+k+1) = \frac{qB(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{qH(q^{-1})}{A(q^{-1})} r(t) + \frac{q^{k+1} D}{A(q^{-1})} + lam*F(q^{-1}) e(t+k+1)$$

$$+ \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) - \frac{q^{-k} G(q^{-1}) B(q^{-1})}{A(q^{-1}) C(q^{-1})} u(t) - \frac{q^{-k} G(q^{-1}) H(q^{-1})}{A(q^{-1}) C(q^{-1})}$$

$$- \frac{G(q^{-1})}{A(q^{-1}) C(q^{-1})} D$$

$$y(t+k+1) = \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, y(t) + \frac{qB(q^{-1})}{C(q^{-1})} \left[\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} - \frac{q^{-k-1}\, G(q^{-1})}{A(q^{-1})} \right] u(t) +$$

$$+ \; lam*F(q^{-1})\, e(t+k+1) + \left[\frac{q^{k+1}}{A(q^{-1})} - \frac{G(q^{-1})}{A(q^{-1})C(q^{-1})} \right] D +$$

$$+ \; \frac{qH(q^{-1})}{C(q^{-1})} \left[\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} - \frac{q^{-k-1}\, G(q^{-1})}{A(q^{-1})} \right]$$

$$y(t+k+1) = \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, y(t) + \frac{qB(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, u(t) + \frac{qH(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, r(t) +$$

$$+ \; lam*F(q^{-1})\, e(t+k+1) + \left[\frac{q^{k+1}}{A(q^{-1})} - \frac{G(q^{-1})}{A(q^{-1})C(q^{-1})} \right] D \qquad \begin{matrix}(5.28)\\(5.7)\end{matrix}$$

El último término del lado derecho de (5.28) es una constante que puede llamarse J:

$$y(t+k+1) = \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, y(t) + \frac{qB(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, u(t) + \frac{qH(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})}\, r(t) +$$

$$+ J + lam*F(q^{-1})e(t+k+1) \qquad (5.29)$$

Así como en (5.7), aquí los 4 primeros sumandos del lado derecho de (5.29) son conocidos y el último es desconocido, por lo que el mejor predictor del valor de y(t+k+1) es:

(5.30)
(5.8)

$$y(t+k+1) = \frac{G(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{qB(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(t) + \frac{qH(q^{-1})F(q^{-1})}{C(q^{-1})} r(t) + J$$

$$= YD$$

de donde la señal de control queda dada por:

(5.31)
(5.9)

$$U(t) = - \frac{G(q^{-1})}{qB(q^{-1})F(q^{-1})} y(t) - \frac{qH(q^{-1})F(q^{-1})}{qB(q^{-1})F(q^{-1})} r(t) +$$

$$+ \frac{C(q^{-1})}{qB(q^{-1})F(q^{-1})} YD - J$$

Ahora considerando un algoritmo de identificación por mínimos cuadrados se tiene que:

$$C(q^{-1}) =$$

de donde (5.25) queda como:

$$A(q^{-1}) = \frac{1 - q^{-k-1} G(q^{-1})}{F(q^{-1})} \qquad (5.32)\ (5.12)$$

y

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k} B(q^{-1})u(t) + q^{-k} H(q^{-1})r(t) + D + eps(t) \qquad (5.33)$$

sustituyendo (5.33) en (5.32)

$$y(t) = q^{-k} F(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + q^{-k} H(q^{-1})F(q^{-1})r(t) + F(q^{-1})D +$$

$$+ q^{-k-1} G(q^{-1})y(t) + csi(t) \qquad (5.34)$$

y aplicando q^{k+1}

$$y(t+k+1) - G(q^{-1})y(t) = qF(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + qH(q^{-1})F(q^{-1})r(t) +$$

$$+ q^{k+1} F(q^{-1})D + csi(t+k+1) \qquad (5.35)$$

ahora tomando

$$A''(q^{-1}) = \underset{i=0}{\overset{N-1}{SUMA}} \{a''_i q^{-i}\} = -G(q^{-1}) \qquad (5.36)\ (5.14)$$

$$B''(q^{-1}) = \underset{i=0}{\overset{l}{SUMA}} \{b_i q^{-i}\} = qB(q^{-1})F(q^{-1}) \ ; \ l=n+k-1 \qquad (5.37)\ (5.15)$$

$$H''(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{l} (h_i q^{-i}) = qH(q^{-1})F(q^{-1}) \;;\; l=n+k-1$$

puede escribirse

$$y(t+k+1) + A''(q^{-1})y(t) =$$

$$= B''(q^{-1})u(t) + H''(q^{-1})r(t) + q^{k+1}F(q^{-1})D + csi(t+k+1)$$

de donde la señal de control resulta ser:

$$U(t) = \frac{A''(q^{-1})}{B''(q^{-1})}\, y(t) - \frac{H''(q^{-1})}{B''(q^{-1})}\, r(t) + \frac{YD}{B''(q^{-1})} - d \qquad (5.38)\ (5.16)$$

con:
$$d = \frac{q^{k+1}F(q^{-1})}{B''(q^{-1})}$$

Desarrollando (5.38) se obtiene explicitamente el valor de la señal de control en el tiempo t:

$$u(t) = \frac{1}{b_o}\Big[a_o y(t) + a_1 y(t-1) + \ldots + a_{n-1} y(t-(n-1)) - \qquad (5.39)\ (5.17)$$

$$- b_1 u(t-1) - b_2 u(t-2) - \ldots - b_l u(t-l)$$

$$- h_o r(t) - h_1 r(t-1) - \ldots - h_l r(t-l) - d \Big] + \frac{YD}{b_o}$$

de aqui es inmediato que el algoritmo recursivo de control es idèntico al conjunto de ecuaciones (5.21)

$$M_{N+1} = P_N \, z'_{N+1} \left[\text{alfa}^2 + z_{N+1} \, P_N \, z'_{N+1} \right]^{-1}$$

(5.40)
(5.21)

$$\overline{TETA}_{N+1} = \overline{TETA}_N + M_{N+1} \left[y_{N+1} - z_{N+1} \, \overline{TETA}_N - b_o \, u(t-k-1) \right]$$

$$P_{N+1} = \left[I - M_{N+1} \, z_{N+1} \right] P_N$$

pero ahora tomando:

$$z'(t) = [\, -y(t-k-1), -y(t-k-2), \ldots\ldots, -y(t-k-n),$$

$$u(t-k-2),\ u(t-k-3), \ldots\ldots,\ u(t-k-l-1),$$

$$-r(t-k-1), -r(t-k-2), \ldots\ldots, -r(t-k-n),\ 1\,]$$

y

$$\overline{TETA} = [\, a''_o,\ a''_1, \ldots, a''_{n-1},\ b''_1, \ldots,\ b''_l,\ r_o, \ldots,\ r_l,\ d\,]$$

Este ùltimo algoritmo recursivo de control es el que se utiliza en el pròximo capitulo para aplicarse a la planta (modelo matemàtico) del colector solar.

CAPITULO 6

APLICACION DE UN CONTROLADOR AUTOAJUSTABLE AL MODELO DEL COLECTOR SOLAR.

6.1 Introducciòn.

En este capitulo se aplica el controlador autoajustable deducido en el capitulo anterior al modelo matemàtico del colector solar.

Debido a la clara dependencia inversa del flujo màsico (senal de control) con la temperatura de salida del fluido (respuesta del sistema), se hace un cambio de variable para la entrada (flujo màsico) del sistema que represente este hecho en el controlador.

Se aplica el controlador tomando diferentes condiciones iniciales en cuanto a la manera como se inicia la identificaciòn del controlador (esquema implicito de control).

Se iniciò la identificaciòn de dos maneras diferentes:

a) Al iniciarse la simulaciòn del funcionamiento del colector se aplicò durante un intervalo de tiempo variable entre 30 y 60 minutos el control para estado estacionario deducido en el capitulo 3 esperandose que con esto la estimaciòn de los paràmetros del controlador convergiera rapidamente.

b) Se iniciò la estimaciòn aplicando durante un intervalo de tiempo variable entre 15 y 30 minutos una senal de control aleatoria con valores entre 0, 15, 30 y 45 kg/hr.

La aplicaciòn del control siempre se hizo sobre el modelo del sistema en su evoluciòn dinàmica en un dia promedio (igual que cuando se aplicò el control para estado estacionario, cap. 4) con:

$$T_1 = 180 \; {}^{o}C$$

$$v = 5 \ m/s$$

para la radiación solar y la temperatura ambiente se tomaron sus valores en un día promedio (15), gráficas 4.9 y 4.10.

Los resultados presentados en este capítulo son una selección de un gran número de pruebas realizadas con el programa COLECT.FOR en las que se varió tanto el modo inicial de identificación como el orden del sistema a identificar.

De los resultados obtenidos se toma aquel que controló mejor al sistema y se compara con el resultado de aplicar a la planta el control estacionario (capítulo 4).

6.2 Un cambio de variable.

En el capítulo 5 se vió que el primer paso para la aplicación de un controlador autoajustable al modelo de una planta es suponer que esta está descrita por:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k} B(q^{-1})u(t) + q^{-k} C(q^{-1})h(t) \qquad (6.1)$$

donde

y(t) .... salidas medidas (temp. de salida del fluido)

u(t) .... entrada, senal de control (flujo másico)

h(t) .... perturbación medible (radiación solar)

e(t) .... ruido al sistema

En el colector solar es claro que la temperatura de salida del fluido de trabajo (aceite) no depende linealmente del flujo másico (senal de control) sino que existe una dependencia inversa entre estas dos variables. Si se aumenta el flujo másico la temperatura de salida disminuye y viceversa. Para la radiación no hay problema ya que a mayor radiación mayor es la temperatura de salida del aceite por lo que la dependencia lineal es correcta.

Debido a esto, en el algoritmo de control se utilizará:

$$\dot{m} = 1 / u(t) \tag{6.2}$$

donde

$u(t)$ es la senal calculada por el control

$\dot{m}$ es la senal de control aplicada al sistema

Este hecho tambièn se refleja en la fòrmula de control en estado estacionario (capìtulo 3):

$$\dot{m} = \frac{a \; alfa \; 1}{C_f} \cdot \left[\frac{R_a - R_a^c}{T_d - T_i} \right] \tag{6.3}$$

en la cual es clara la dependencia lineal con la radiaciòn disponible y la dependencia inversa con la temperatura de salida del aceite T_d.

6.3 Aplicaciòn del control al modelo del colector solar.

En esta secciòn se reportan los resultados obtenidos de la aplicaciòn del controlador autoajustable deducido en el capìtulo 5 al modelo del colector solar. Se escribe nuevamente el algoritmo recursivo de identificaciòn utilizado recordando que se està dentro del esquema implìcito de control, es decir, se identifican directamente los paràmetros del controlador.

Las ecuaciones recursivas son:

$$M_{N+1} = P_N \, z'_{N+1} \left[alfa^2 + z_{N+1} \, P_N \, z'_{N+1} \right]^{-1}$$

$$\overline{TETA}_{N+1} = \overline{TETA}_N + M_{N+1}\left[y_{N+1} - z_{N+1}\, \overline{TETA}_N - b_o\, u(t-k-1) \right] \qquad (5.40)\ (5.21)$$

$$P_{N+1} = \left[I - M_{N+1}\, z_{N+1} \right] P_N$$

En el capitulo 2 se presentò el modelo matemàtico del colector que se usaria como planta para la aplicaciòn del control asi como las condiciones con las que se utilizaria el modelo en las diferentes pruebas que se harian sobre este. Estas condiciones son las observadas en todas las pruebas que se presentan a continuaciòn.

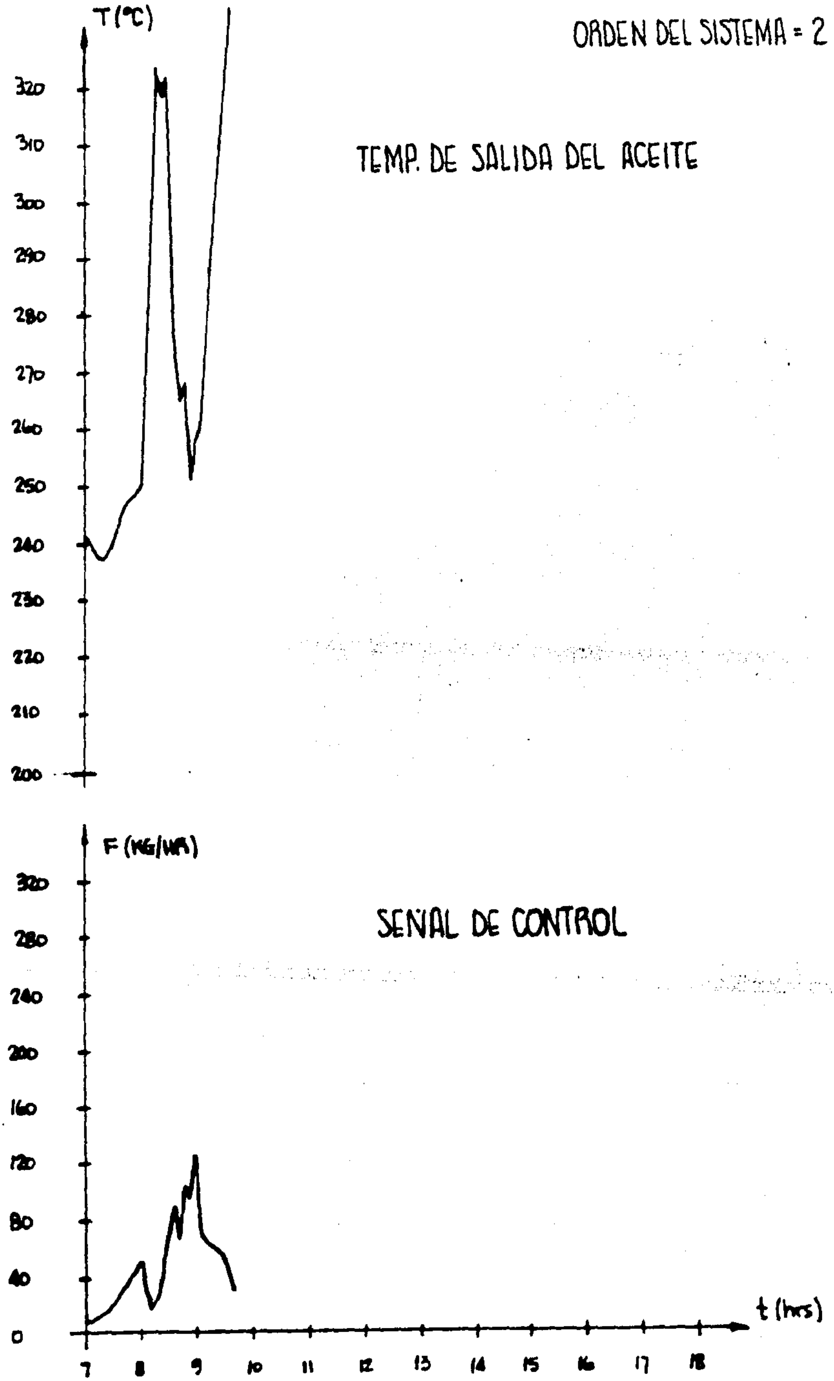
Durante la simulaciòn y control del colector se observò que en muchas ocaciones el controlador mandaba cambios al flujo màsico que en la pràctica serian inaceptables debido a las limitantes fisicas de los actuadores mecànicos (bombas) del sistema. Tratando de contemplar este hecho dentro de la simulaciòn se decidiò limitar los cambios del flujo màsico en cada intervalo de muestreo a un màximo del 25% del valor en el intervalo anterior. Esto se observò en todas las pruebas realizadas.

Dentro de las pruebas realizadas resultò que cuando se iniciaba la identificaciòn aplicando durante un cierto intervalo de tiempo la senal de control para estado estacionario los paràmetros del controlador divergian provocando que la temperatura de salida del aceite se 'disparara' y llegara a valores inaceptables practicamente. Los resultados de estas pruebas se presentan en las siguientes gràficas (1,2) de temperatura de salida vs. tiempo.

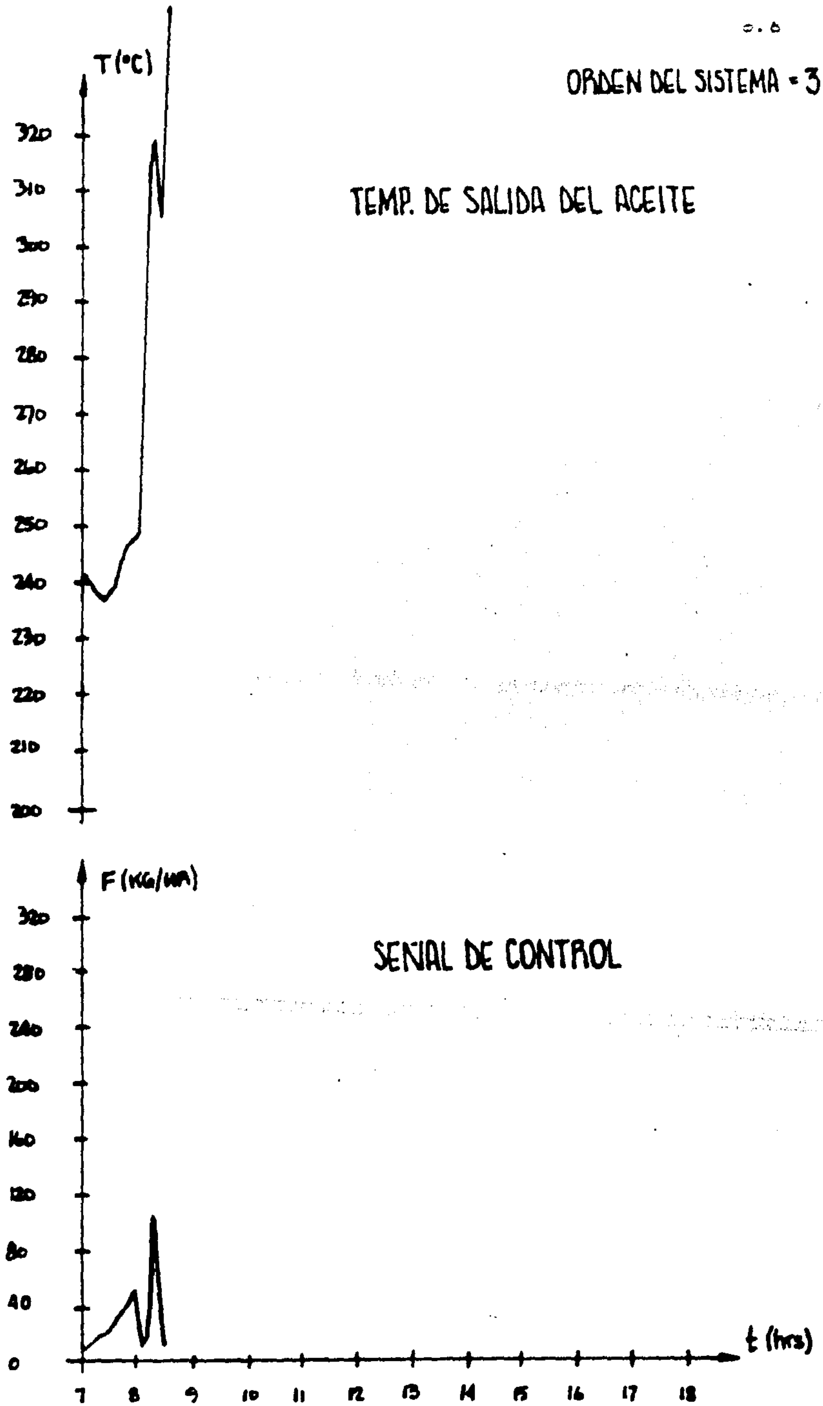
Cuando las pruebas de control se hicieron iniciando la simulaciòn con una senal de control (flujo màsico) aleatoria se observò que el controlador convergia teniendo una temperatura de salida del aceite màs estable que en los casos anteriores. Los resultados de estas pruebas se pueden observar en las siguientes gràficas (3,4) de temperatura de salida vs. tiempo.

6.4 Comparaciòn del control para estado estacionario con el controlador autosintonizable.

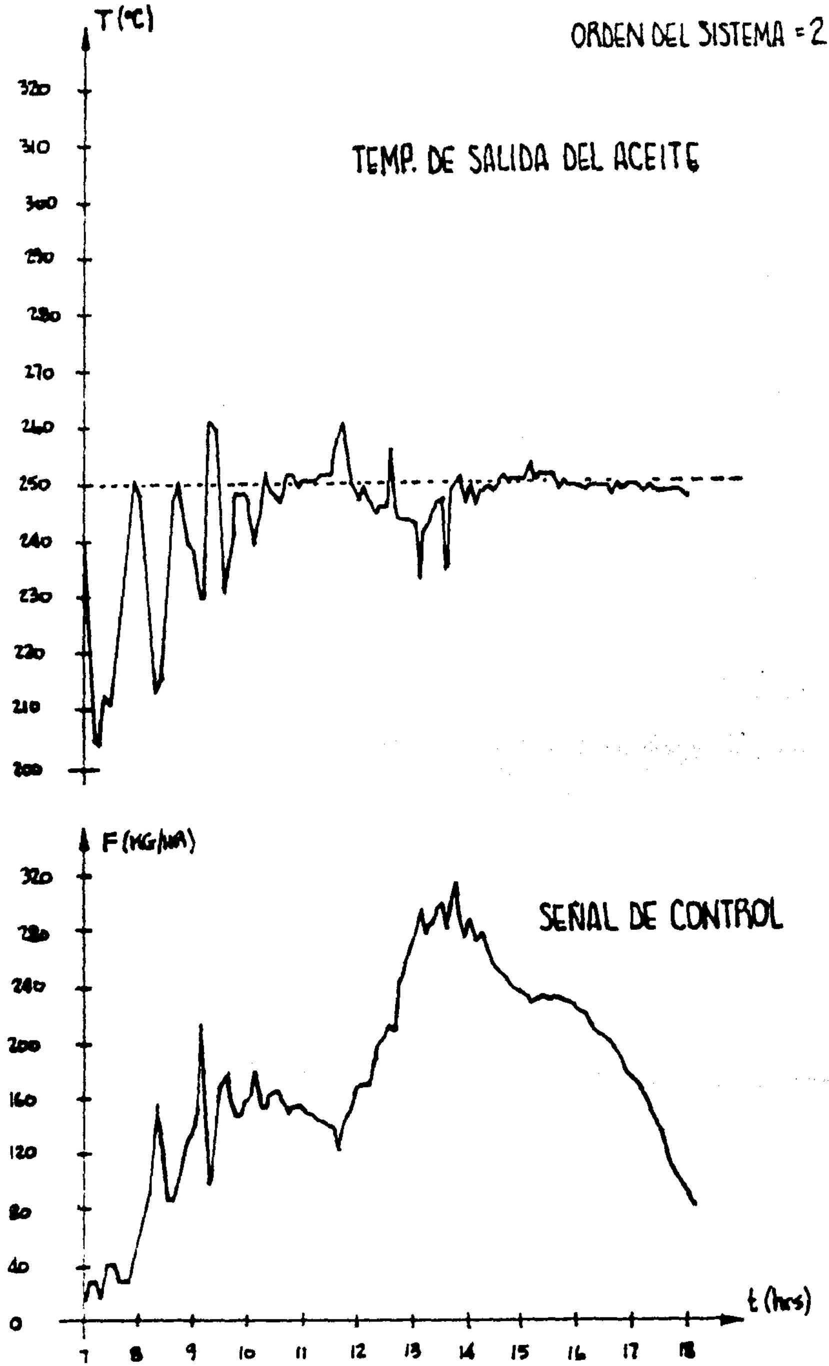
De las resultados anteriores es claro que el caso de la gràfica (6.3) es donde el controlador autosintonizable mantuvo al sistema màs cerca de la temperatura de salida deseada (250 grados centigrados) en todo


ORDEN DEL SISTEMA = 2
T(°C)
TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE
320
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
200
F (KG/HR)
SEÑAL DE CONTROL
320
280
240
200
160
120
80
40
0
t (hrs)
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

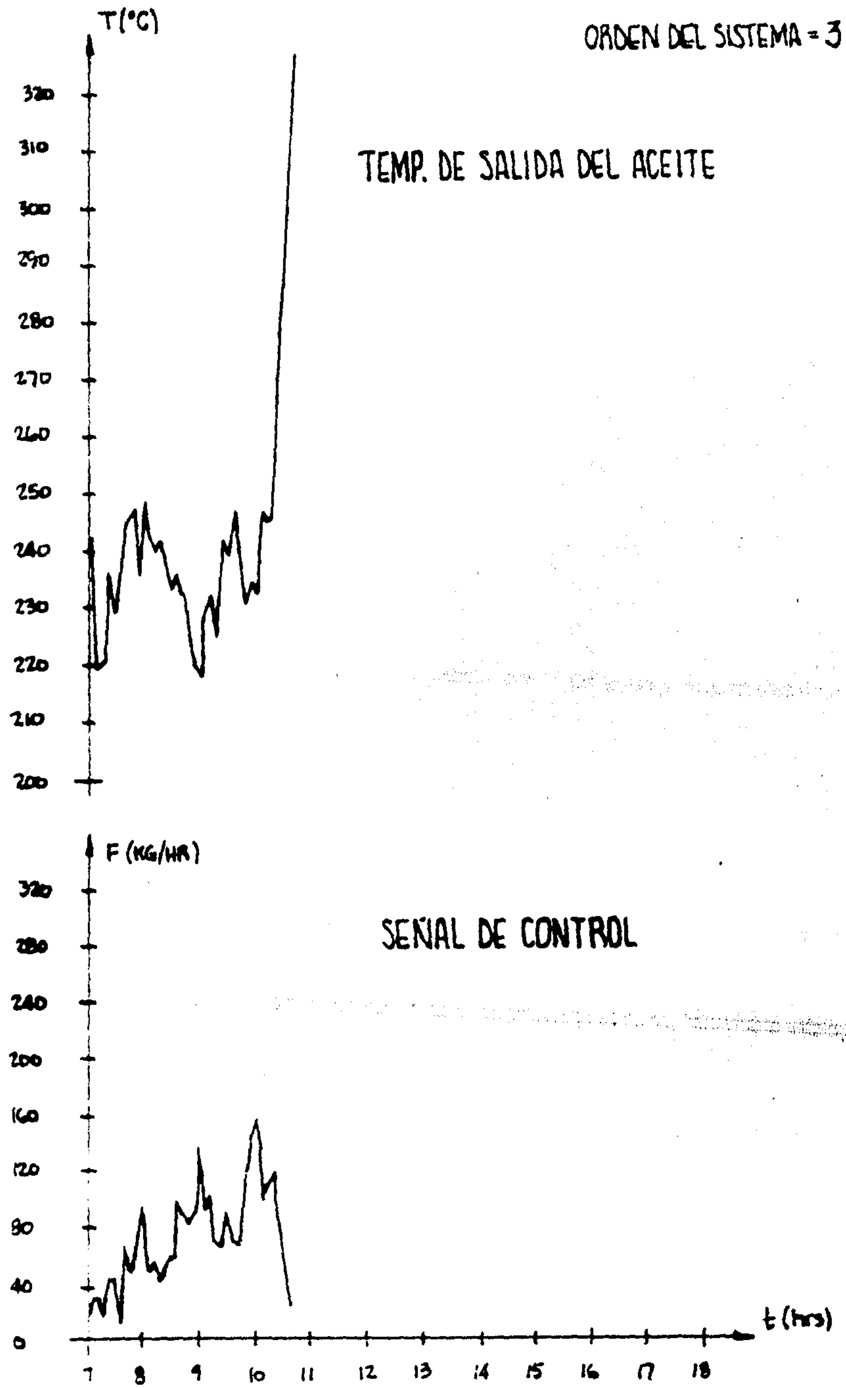
GRAFICA 1


ORDEN DEL SISTEMA = 3
T (°C)
TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE
320
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
200
F (KG/HR)
SEÑAL DE CONTROL
320
280
240
200
160
120
80
40
0
t (hrs)
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

GRAFICA 2


ORDEN DEL SISTEMA = 2
T (°C)
TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE
320
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
200
F (KG/HR)
SEÑAL DE CONTROL
320
280
240
200
160
120
80
40
0
t (hrs)
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

GRAFICA 3



T(°C)
ORDEN DEL SISTEMA = 3
320
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
200
TEMP. DE SALIDA DEL ACEITE
F (KG/HR)
320
280
240
200
160
120
80
40
0
SEÑAL DE CONTROL
t (hrs)
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

GRAFICA 4

Comparando la gràfica (6.3) con la gràfica (4.22C) obtenida mediante la aplicaciòn del control para estado estacionario es claro que este ùltimo controla al sistema de una manera mucho màs eficiente que en el caso del controlador autosintonizable.

Es debido a este resultado, y como ya antes se mencionò, a la simplicidad del control para estado estacionario, que se sugiere a este ùltimo como control para un colector solar en funcionamiento real.

En el siguiente capitulo se presentan las conclusiones generales de este trabajo asi como los alcances y posibles continuaciones del mismo.

CAPITULO 7

CONCLUSIONES

Los objetivos planteados en el trabajo se cumplieron satisfactoriamente, siendo el resultado màs importante el hecho de haberse encontrado y probado un control para la dinàmica del funcionamiento de un colector solar, el control deducido para estado estacionario (cap. 4, graf. 4.22C).

La teorìa de control està avanzando muy ràpidamente y cada dìa aparecen nuevas tècnicas y/o mejoras a las tècnicas de control ya existentes que, aunadas a los avances tecnològicos en los equipos de còmputo y en la instrumentaciòn de control presentan un amplio panorama y un gran nùmero de alternativas para la simulaciòn y control de procesos que de otra manera serìa muy difìcil lograr, por ejemplo, el control de sistemas de generaciòn solar.

Aunque se han hecho modelos del sistema completo del generador solar mediante el acoplamiento de los modelos de los subsistemas que lo componen y se han realizado pruebas de control global del sistema, hasta ahora no se ha introducido en ninguna de estas un algoritmo de control local de los colectores, como los que trata este trabajo.

Una posible alternativa a la aplicaciòn de un control global sobre el generador es intentar dentro de la operaciòn real del generador, controlar la zona exclusiva de los colectores, de tal manera que el generador estuviera controlado 'por partes'.

Se sugiere que se aplique primero al control general de la fòrmula deducida del comportamiento en estado estacionario, ya que su simplicidad puede facilitar su implementaciòn dentro del contexto global del generador y realizar pruebas de simulaciòn y control que permitan determinar su eficiencia en un modelo prototipo.

APENDICE 1

DESCRIPCION DE PROGRAMAS Y DIAGRAMA DE FLUJO

En este apèndice se presenta el diagrama de flujo del programa COLECT.FOR que utiliza el modelo matemàtico del colector (cap. 2) como planta para la aplicaciòn de un controlador autoajustable. Antes de presentar el diagrama de flujo del programa se resume en seguida de manera general la operaciòn de este.

El programa COLECT.FOR fuè desarrollado para poder llevar a cabo la aplicaciòn de un controlador autosintonizable sobre el modelo matemàtico de un colector solar tipo canal parabòlica.

COLECT.FOR està basado principalmente en:

a) Una subrutina de integraciòn de propòsito general desarrollada en el IIMAS de la UNAM en la que està basada la simulaciòn del colector solar.
   Esta subrutina se llama AMGEAR e implementa los mètodos de Adams y Gear para integrar un sistema de N ecuaciones diferenciales (modelo del colector). La definiciòn de los coeficientes de las N ecuaciones diferenciales a integrar, que es en sì la definiciòn del modelo del colector, se hace en una subrutina llamada F que fue desarrollada en este trabajo.

b) Una subrutina llamada CONAUT desarrollada en el presente trabajo y que realiza la aplicaciòn en sì del controlador autonsintonizable sobre el modelo del colector.

El funcionamiento general de COLECT.FOR es el siguiente:

Define e inicializa todas las variables usadas, tanto las que representan los paràmetros fìsicos del colector tales como capacidades calorìficas, densidades, ìndices de absorciòn, etc., asì como las variables utilizadas para la integraciòn y control.

Acepta cambios de algunas de estas variables con el fin de probar el control en diferentes situaciones.

Para lograr una convergencia ràpida del controlador, COLECT permite al usuario decidir ademàs de un perfil inicial de temperaturas de los elementos del colector (cap.2), como iniciar la identificaciòn, si se muestrea durante un cierto intervalo de tiempo inicial usando como control la fòrmula para estado estacionario o se inicia la identificaciòn variando aleatoriamente los valores del flujo màsico (senal de control) dentro de ciertos valores que en este trabajo se tomaron 0, 15, 30 y 45 kg/seg.

Tambièn se da la opciòn al usuario de limitar los cambios de la senal de control generada por el controlador, a cierto porcentaje del valor inmediato anterior. Esto se hace con el fin de 'acercar' màs la simulaciòn a una situaciòn real en la que una bomba no puede cambiar el valor de bombeo a valores arbitrarios, ademàs de procurar evitar posibles resonancias del sistema debido a cambios muy bruscos en la senal de control.

Una vez determinadas todas las condiciones de operaciòn se inicia un loop de integraciòn en el que el resultado en cada ciclo es la temperatura del aceite, tubo absorvedor y tubo envolvente en cada tramo del colector (cap. 2) en el instante t.

Antes de iniciar la integraciòn en si del tiempo t al t+h (h es el paso de integraciòn en AMGEAR) se revisa si es necesario ajustar el paso h con el fin de 'caer' en un tiempo de muestreo.

Si la integraciòn de t a t+h no se llevò a cabo satisfactoriamente COLECT reporta la falla y, si esta es recuperable realiza las operaciones necesarias de correcciòn y repite la integraciòn, si la falla no es recuperable termina el proceso.

Si la integraciòn se llevò a cabo bien y no se ha alcanzado un tiempo de muestreo se vuelve al inicio del ciclo de integraciòn. Si un tiempo de muestreo ha sido alcanzado entra en operaciòn la rutina de control y calcula el nuevo valor de la senal de control (flujo màsico), se reportan los valores de la temperatura en el òtlimo tramo del aceite, abosrvedor y envolvente en el tiempo t asì como el valor de la senal de control, radiaciòn incidente, temperatura ambiente y velocidad de viento, se 'recorren' los valores de entrada, salida y perturbaciòn medible en las matrices necesarias dentro de la rutina de control y se inicia nuevamente el ciclo de integraciòn.

Si al finalizar la integraciòn se alcanzò el lìmite superior se abandona el ciclo de integraciòn y se da por terminado el proceso.

En seguida se presenta el diagrama de flujo de COLECT.FOR.

DIAGRAMA DE FLUJO DE COLECT.FOR

```
                     definicion e
                    inicializacion
                     de variables
                          |
                          |
                          V
                definicion de perfil
                inicial de temp. del
                 colector y valores
                iniciales de control
                          |
                          |
                          V
                     J = 0
                     T = lim.inf.
                prepara 1er. paso de
                integracion a partir                    -----
                del limite inferior                    |     |
                          |.......................... | *A* |
                          |                            |     |
                          V                             -----
                       J = J+1
                     inicia otra
                     integracion
                          |
                          |
                          V
                se ajusta el paso de
                integracion H para no
               pasarse de un intervalo
                     de muestreo
                          |
                          |
                          V
                     se integra de
                        T a T+H
                      ( AMGEAR )
                          |
                          |
                no        V
 *B*  <----------- Ñse alcanzo punto
                      de muestreo?
                          |
                          |
                          V
                 muestrea salida (T)
                 muestrea pertur (R)
                          |
                          |
                          V

                         *C*
```

```
                              *C*
                               !
                               !
                               V
                        calcula control
                          ( CONAUT )
                               !
                               !
                               V                 si
                  T < tiempo con control       ---->  calcula (aplica)
                         de inicio                    control de inicio
                               !                              !
                         no    !                              !
                               !  <---------------------------
                               V                 si
                  se controlan (limitan)       ---->  si el cambio rebaso
                    cambios en control                limites se reduce
                               !
                         no    !
                               !
                               V
                    recorre valores de
                      entrada,salida,
                       perturbacion
                               !
                               !
                               V
  -----                    despliega
 !     !                    valores
 ! *B* !.......................!
 !     !                       !
  -----                        V                 si
                     Ñse alcanzo limite        ---->  FIN
                     superior de integr?
                               !
                         no    !
                               !
                               V                 si
                      Ñtermino bien la      ------->  *A*
                         integracion?
                               !
                         no    !
                               !
                               V                 si
                  Ñerror recuperable?       ------->  *A*
                               !
                         no    !
                               !
                               V

                              FIN
```

APENDICE 2

IDENTIFICACION POR MINIMOS CUADRADOS

2.1 Formulaciòn del problema de identificaciòn.

Debido a la complejidad de las leyes fìsicas que por lo general gobiernan el comportamiento de un sistema (p.e. un colector solar), es necesario en muchas ocaciones estimar los paràmetros del modelo matemàtico de este basandose en la informaciòn entrada-salida proporcionada por el funcionamiento mismo del sistema.

Es importante ante todo hacer una formulaciòn clara del problema de la identificaciòn. L.A. Zadeh en [ ] da la siguiente formulaciòn del problema:

"La identificaciòn es la determinaciòn, en base a entradas y salidas, de un sistema dentro de una clase de sistemas, al cual la planta en estudio es equivalente."

Debido a que en el campo de la identificaciòn muchas tècnicas y mètodos han sido analizados, cada dìa nuevos mètodos se proponen (aunque muchos de ellos son similares), y el objetivo de este apèndice es solo presentar el mètodo de identificaciòn de los mìnimos cuadrados, no se habla aquì de la posible clasificaciòn ni del planteamiento de los diferentes mètodos de identificaciòn. Esto puede consultarse en una gran cantidad de bibliografìa y artìculos publicados. En particular K.J. Astrom - P. Eykhoff [2] dan una vista global de lo hecho en el campo de la identificaciòn y proporcionan un gran nùmero de referencias en el tema.

Se tratarà entonces directamente el mètodo de identificaciòn de los mìnimos cuadrados.

2.2 Mètodo de los minimos cuadrados.

2.2.1 Introducciòn.

Los conceptos bàsicos de los mètodos de minimos cuadrados fueron establecidos a fines del siglo XVIII por el cientifico Friedrich Gauss, quien desde entonces les diò una aplicaciòn pràctica en sus càlculos astronòmicos. El sugiriò que los valores màs apropiados de los paràmetros buscados, pero desconocidos, eran los valores màs probables, y, que el valor màs probable de el paràmetro desconocido seria aquel para el cual la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los calculados, multiplicados por nùmeros que miden el grado de precisiòn de la medida, es minima.

Desde entonces el mètodo de los minimos cuadrados ha sido empleado exhaustivamente y ha alcanzado un alto grado de popularidad y perfecciòn.

2.2.2 Soluciòn no recursiva.

Supongase que se tiene un proceso de orden n, i.e., un proceso cuyo modelo matemàtico se puede representar por medio de un polinomio de grado n, discreto, invariante en el tiempo, lineal, de una entrada y una salida. Este proceso puede modelarse por medio de:

$$y(t)+a_1 y(t-1)+...+a_n y(t-n) = b_o u(t-k)+b_1 u(t-k-1)+...+b_n u(t-k-n) \qquad (2.1)$$

donde: y(t) es la salida del proceso en el tiempo t
u(t) es la entrada al proceso en el tiempo t
k es el tiempo muerto (retardo) del proceso

Considerando el operador q^{-1} tal que $q^{-1}\, y(t) = y(t-1)$ se reescribe 2.1 como:

$$A(q^{-1})\, y(t) = q^{-k}\, B(q^{-1})\, u(t) \qquad (2.2)$$

con:

$$A(q^{-1}) = 1 + \mathrm{SUMA}_{i=1}^{Na} (a_i q^{-i}) \quad ; \quad B(q^{-1}) = \mathrm{SUMA}_{i=0}^{Nb} (b_i q^{-i})$$

en diagrama de bloques el proceso queda descrito por:

$$u(t) \longrightarrow \boxed{\frac{q^{-k}\, B(q^{-1})}{A(q^{-1})}} \longrightarrow y(t)$$

$$y(t) = \frac{q^{-k}\, B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\, u(t) \qquad (2.3)$$

Si en el sistema descrito existen además perturbaciones aleatorias en forma aditiva,puede usarse el principio de superposición y considerar así una sola perturbación a la salida del sistema, teniendo entonces:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\, u(t-k) + v(t)$$

Si $v(t)$ es una senal estacionaria gaussiana con densidad espectral racional se considera que al sistema entra ruido blanco discreto $e(t)$ de media cero y varianza unitaria a traves de un filtro:

$$\frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}$$

como se muestra en la siguiente figura:

```
                                              |
                                              |  e(t)
                                              |
                                              V
                                        -----------
                                       |     -1    |
                                       |  C(q   )  |
                                       | --------- |
                                       |     -1    |
                                       |  D(q   )  |
                                       |___________|
                                              |
                                              |
                                              |
                       ------------------     |  +
                      |                  |    |
                      |   -k    -1       |    |
      u(t)            |  q   B(q   )     |  + V          y(t)
   ----------->       | -------------    | ---> O ------------->
                      |        -1        |
                      |     A(q   )      |
                      |__________________|
```

Renombrando los polinomios queda:

$$y(t) = \frac{q^{-k}\ B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\ u(t) + lam\ C(q^{-1})\ e(t) \qquad (2.4)$$

El método de los minimos cuadrados usa las entradas y salidas del sistema 2.4 para identificar los parámetros de un modelo de la forma:

$$\bar{A}(q^{-1})\ y(t) = q^{-k}\ \bar{B}(q^{-1})\ u(t) + eps(t) \qquad (2.5)$$

donde: $\bar{A}(q^{-1})$ son los valores estimados de $A(q^{-1})$

$\bar{B}(q^{-1})$ son los valores estimados de $B(q^{-1})$

eps(t) es el error llamado error de ecuación que minimiza el criterio:

$$J(\overline{Teta}) = \sum^{N} eps^{2}(t) \tag{2.6}$$

donde N es el nûmero de observaciones y $\overline{Teta}$ el vector estimado de los paràmetros definido como:

$$\overline{Teta}' = (\bar{a}_1, \bar{a}_2, \ldots\ldots, \bar{a}_{na}, \bar{b}_o, \bar{b}_1, \ldots, \bar{b}_{nb}) \tag{2.7}$$

Donde la notaciòn $\overline{Teta}'$ significa el transpuesto del vector.

Hasta aqui el desarrollo ha sido independiente del polinomio

$$C(q^{-1})$$

cuando $C(q^{-1}) = 1$ (ver ec. 2.5) se tiene el mètodo de los minimos cuadrados simple y solo en este caso se puede demostrar que el estimado de los paràmetros es no polarizado, i.e., la esperanza matemàtica del vector estimado

$$\overline{Teta}$$

es igual al valor real de los paràmetros Teta, o sea que:

$$E(\overline{Teta}) = Teta$$

$$Teta' = (a_1, a_2, \ldots, a_{na}, b_o, b_1, \ldots, b_{nb})$$

La razòn principal de haber escogido el criterio 2.6 como criterio a minimizar es que el error eps(t) es lineal en los paràmetros

$$a_i \quad y \quad b_i$$

por lo que la funciòn $J(\overline{Teta})$ es cuadràtica en estos paràmetros y por lo tanto es fàcil encontrar su mìnimo analìticamente.

Sin perder generalidad puede tomarse

$$n = \max[n_a , n_b]$$

y redefinir $\overline{Teta}$ y $Teta$ como

$$Teta' = (a_1 , a_2 ,..., a_n , b_o , b_1 ,..., b_n)$$

(2.8)

$$\overline{Teta}' = (\bar{a}_1 , \bar{a}_2 ,..., \bar{a}_n , \bar{b}_o , \bar{b}_1 ,..., \bar{b}_n)$$

ya que basta hacer

$$a_i \quad (b_i) = 0$$

para toda $\qquad i > n_a \ (n_b)$

para tener la primera definiciòn de los vectores Teta.

Para encontrar el mìnimo de la funciòn $J(\overline{Teta})$ se escribe la ecuaciòn 2.5 como sigue:

(2.9)

$$y(t) = -a_1 y(t-1)-a_2 y(t-2)-...-a_n y(t-n)+$$

$$+b_o u(t-k)+b_1 u(t-k-1)+...+b_n u(t-k-n)+eps(t)$$

e introduciendo la siguiente notación:

$$\bar{z}'_t = [\,-y(t-1),\ldots,-y(t-n),u(t-k),u(t-k-1),\ldots,u(t-k-n)\,]$$

2.9 queda:

$$y(t) = \bar{z}'_t \,.\, \overline{Teta}_t \;+\; eps(t) \qquad (2.10)$$

Para $t = 1,2,\ldots,N$ (N = horizonte de observación) puede escribirse 2.10 en notación matricial como:

$$Y = Z*\overline{Teta} + \bar{E} \qquad (2.11)$$

con:

$$Y' = [y(1),\, y(2),\, \ldots ,\, y(N)]$$

$$E' = [eps(1),\, eps(2),\, \ldots,\, eps(N)]$$

(2.11.a)

$$Z = \begin{bmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \\ . \\ . \\ \bar{z}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(0) & -y(-1) & \ldots & -y(-n) & u(1-k) & \ldots & u(1-k-n) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \ldots & -y(N-n) & u(n-k) & \ldots & u(N-k-n) \end{bmatrix}$$

usando la ecuación 2.11 el criterio 2.6 queda como:

$$\sum_{}^{N} eps^2(t) = \bar{E}' * \bar{E} = (Y - Z*\overline{Teta})' * (Y - Z*\overline{Teta}) = J(\overline{Teta}) \qquad (2.12)$$

De aquí es obvio que el valor de $\overline{Teta}$ para el cual $J(\overline{Teta})$ es mínimo será aquel que cumple con:

$$Z*\overline{Teta} = Y \tag{2.13}$$

Para encontrar este resultado analíticamente basta igualar a cero el gradiente de

$$J(\overline{Teta}) \text{ con respecto a } \overline{Teta}$$

o sea

$$\text{Nabla } J(\overline{Teta}) = 0$$

que se denotará simplemente como

$$N\ J(\overline{Teta}) = N\ (\bar{E}.\bar{E}) = 0$$

Considerese la siguiente identidad vectorial

$$N(\bar{A}.\bar{B}) = \bar{A}x(Nx\bar{B}) + \bar{B}x(Nx\bar{A}) + (\bar{B}.N)\bar{A} + (\bar{A}.N)\bar{B}$$

de donde

$$N(\bar{E}.\bar{E}) = 2\ \bar{E}x(Nx\bar{E}) + 2\ (\bar{E}.N)\bar{E}$$

$$N(\bar{E}.\bar{E}) = \bar{O} \Rightarrow \bar{E}x(Nx\bar{E}) = -(\bar{E}.N)\bar{E} \Rightarrow \bar{E} = \bar{O} \tag{2.14}$$

ya que

$$\bar{E}x(Nx\bar{E}) \text{ es perpendicular a } \bar{E}$$

y

$$(\bar{E}.N)\bar{E} \text{ es paralelo a } \bar{E}$$

$$\bar{E} = \bar{0} \quad \Rightarrow \quad Z \cdot \overline{Teta} = Y \qquad (2.15)$$

como se esperaba.

Como en general Z no es una matriz cuadrada, es una matriz de NxM donde N es el nùmero (horizonte) de observaciones y M el nùmero de entradas y salidas consideradas (2.11.a), se multiplican ambos lados de 2.15 por Z' y suponiendo que (Z'Z) es no singular se tiene finalmente que el estimado de los paràmetros està dado por:

$$\overline{Teta} = (Z'Z)^{-1} \; Z' \; Y \qquad (2.16)$$

que es la soluciòn no recursiva del mètodo de los minimos cuadrados.

2.2.3 Soluciòn recursiva.

Cuando se quiere identificar el sistema en tiempo real se tiene que el nùmero N de renglones en la matriz Z se ve continuamente incrementado por las nuevas medidas y es claro que seria sumamente costoso repetir todos los càlculos mostrados en el punto anterior en cada intervalo de muestreo. Este hecho fuè el que diò lugar a que se buscara una soluciòn recursiva al mètodo de minimos cuadrados para reducir el nùmero de operaciones y càlculos necesarios en la identificaciòn.

Si N es el nùmero de medidas que se tienen, entonces el estimado de los paràmetros està dado por:

$$\overline{Teta}_N = (Z'_N \; Z_N)^{-1} \; Z'_N \; Y_N \qquad (2.17)$$

con una medida màs, el nuevo estimado de los paràmetros serà:

$$\overline{Teta}_{N+1} = (Z'_{N+1} \; Z_{N+1})^{-1} \; Z'_{N+1} \; Y_{N+1} \qquad (2.17)$$

con

$$Z_{N+1} = \begin{bmatrix} Z_N \\ \cdots\cdots \\ z_{N+1} \end{bmatrix}$$

$$Y_{N+1} = \begin{bmatrix} Y_N \\ \cdots\cdots \\ y_{N+1} \end{bmatrix}$$

donde y_{N+1} es la nueva salida (escalar)

y $z_{N+1} = [\ y(N+1), y(N), y(N-1), \ldots, u(N+1-k), \ldots, u(N+1-k-n)\ ]$

como puede deducirse de la ecuaciones 2.11.a.

Se puede escribir:

$$(Z'_{N+1}\ Z_{N+1}) = (Z'_N\ \ z'_{N+1}) \begin{bmatrix} Z_N \\ \\ z_{N+1} \end{bmatrix} = Z'_N\,Z_N + z'_{N+1}\,z_{N+1}$$

$$(Z'_{N+1}\ Y_{N+1}) = (Z'_N\ \ z'_{N+1}) \begin{bmatrix} Y_N \\ \\ y_{N+1} \end{bmatrix} = Z'_N\,Y_N + z'_{N+1}\,y_{N+1}$$

y finalmente 2.18 queda como:

$$\overline{Teta}_{N+1} = [\, Z'_N Z_N + z'_{N+1} z_{N+1} \,]^{-1} [\, Z'_N Y_N + z'_{N+1} y_{N+1} \,] \qquad (2.19)$$

usando la siguiente identidad del càlculo matricial:

$$[\, A + B \,.\, C \,.\, D \,]^{-1} = A^{-1} - A^{-1} .\, B \,.\, (C^{-1} + D \,.\, A^{-1} .\, B)^{-1} .\, D \,.\, A^{-1}$$

con

$$A = (Z'_N Z_N) \;;\; B = z'_{N+1} \;;\; C = I \;;\; D = z_{N+1}$$

se tiene que:

$$\overline{Teta}_{N+1} = \left[(Z'_N Z_N)^{-1} - (Z'_N Z_N)^{-1} .\, z'_{N+1} .\left[1 + z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} \right]^{-1} z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} \right] . \left[Z'_N Y_N + z'_{N+1} y_{N+1} \right] \qquad (2.20)$$

y tomando

$$a = \left[1 + z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} \right]^{-1} \qquad \text{(escalar)}$$

queda que

$$\overline{Teta}_{N+1} = \left[(Z'_N Z_N)^{-1} - (Z'_N Z_N)^{-1} .\, z'_{N+1} \; a \; z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} \right] . \left[Z'_N Y_N + z'_{N+1} y_{N+1} \right]$$

$$\overline{Teta}_{N+1} = (Z'_N Z_N)^{-1} Z'_N Y_N + (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} y_{N+1} -$$

$$- a (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} (z'_{N+1} y_{N+1} + Z'_N Y_N) \qquad (2.21)$$

sustituyendo 2.17 en 2.21 resulta

$$\overline{Teta}_{N+1} = \overline{Teta}_N + (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} \cdot$$

$$\left[y_{N+1} \left[1 - a z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} \right] - a z_{N+1} \overline{Teta}_N \right]$$

$$\overline{Teta}_{N+1} = \overline{Teta}_N + (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} \cdot$$

$$\left[y_{N+1} \left[1 - a (a^{-1} - 1) \right] - a z_{N+1} \overline{Teta}_N \right]$$

$$\overline{Teta}_{N+1} = \overline{Teta}_N + (Z'_N Z_N)^{-1} z_{N+1} a \left[y_{N+1} - z_{N+1} \overline{Teta}_N \right]$$

y tomando

$$M_{N+1} = (Z'_N Z_N)^{-1} z_{N+1} \left[1 + z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} \right]^{-1} \qquad (2.22)$$

$$= (Z'_N Z_N)^{-1} z_{N+1} a$$

se tiene

$$\overline{Teta}_{N+1} = \overline{Teta}_{N} + M_{N+1} \left[y_{N+1} - z_{N+1} \overline{Teta}_{N} \right] \qquad (2.23)$$

Astrom y Eykhoff muestran que (12)

$$P_N = alfa^2 (Z'_N Z_N)^{-1}$$

es la matriz que representa la covarianza de los parámetros estimados, con alfa el llamado factor de olvido (0 < alfa <= 1) tal que:

alfa = 1 => igual peso a todas las medidas

alfa < 1 => mayor peso a las medidas actuales y menor a las pasadas

Reescribiendo M_{N+1} en términos de P_N se tiene

$$M_{N+1} = P_N z_{N+1} \left[alfa^2 + z_{N+1} P_N z'_{N+1} \right]^{-1} \qquad (2.24)$$

La matriz P_N se puede calcular también recursivamente:

$$P_{N+1} = alfa^2 (Z'_{N+1} Z_{N+1})^{-1} = alfa^2 \left[(Z'_N Z_N) + (z'_{N+1} z_{N+1}) \right]^{-1}$$

usando otra vez la identidad matricial mencionada anteriormente, con:

$$A = (Z'_N Z_N)^{-1} \; ; \; B = z'_{N+1} \; ; \; C = I \; ; \; D = c_{N+1}$$

se tiene que P_{N+1} está dada por:

$$P_{N+1} = alfa^2 \left[(Z'_N Z_N)^{-1} - (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1} (1 + z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} z'_{N+1})^{-1} \cdot z_{N+1} (Z'_N Z_N)^{-1} \right]$$

sustituyendo 2.24 en esta ultima ecuación se tiene:

$$P_{N+1} = P_N - M_{N+1} z_{N+1} P_N$$

$$P_{N+1} = \left[I - M_{N+1} z_{N+1} \right] P_N \qquad (2.25)$$

Así finalmente se tiene la solución recursiva del método de identificación por mínimos cuadrados dada por las ecuaciones 2.23, 2.24 y 2.25 que se agrupan a continuación:

$$\overline{Teta}_{N+1} = \overline{Teta}_N + M_{N+1} \left[y_{N+1} - z_{N+1} \overline{Teta}_N \right]$$

$$M_{N+1} = P_N z'_{N+1} \left[alfa^2 + z_{N+1} P_N z'_{N+1} \right]^{-1} \qquad (2.26)$$

$$P_{N+1} = \left[I - M_{N+1} z_{N+1} \right] P_N$$

2.2.4. Perturbaciones medibles.

Es común que algunas de las perturbaciones sobre el sistema sean medibles, es decir, en lugar de tener un esquema de la forma:

```
                                                   |
                                                   | e(t)
                                                   |
                     ---------------------         |
                    |                     |        |
                    |    -k     -1        |        | +
      u(t)          |   q    B(q   )      |    +   V         y(t)
   ------------>    |  ---------------    |  ----> O  -------------->
                    |          -1         |
                    |      A(q   )        |
                    |_____________________|
```

se tiene:

```
                                            r(t)
                                             |
                                             |
                                             V
                                        -----------
                                       |      -1   |
                                       |  D(q   )  |     |
                                       |___________|     | e(t)
                   ---------------------     |           |
                  |                     |    |           |
                  |    -k     -1        |    |+          |+
    u(t)          |   q    B(q   )      | +  V       +   V        y(t)
 ------------>    |  ---------------    | ---> O -------> O ------------->
                  |          -1         |
                  |      A(q   )        |
                  |_____________________|
```

donde r(t) es una perturbación medible sobre el sistema. Siendo este el caso puede hacerse el mismo tratamiento que en los puntos anteriores para la identificación de los parâmetros del sistema, pero ahora teniendo un modelo de la siguiente forma:

$$\bar{A}(q^{-1})\ y(t) = q^{-k}\ \bar{B}(q^{-1})\ u(t) + q^{-k}\ \bar{D}(q^{-1})\ r(t) + eps(t) \qquad (2.27)$$

con

$$\bar{A}(q^{-1}) = 1 + \underset{i=1}{\overset{N}{\mathrm{SUMA}}}\ (a_i\ q^{-i}) \quad ; \quad \bar{B}(q^{-1}) = \underset{i=0}{\overset{N}{\mathrm{SUMA}}}\ (b_i\ q^{-i})$$

$$\bar{D}(q^{-1}) = 1 + \text{SUMA}_{i=1}^{N} (d_i \, q^{-i})$$

El resultado de este tratamiento es un conjunto de ecuaciones idénticas a las ecuaciones 2.26 pero con:

$$\overline{\text{Teta}}' = (\bar{a}_1, \bar{a}_2, \ldots, \bar{a}_n, \bar{b}_o, \bar{b}_1, \ldots, \bar{b}_n, \bar{d}_o, \bar{d}_1, \ldots, \bar{d}_n)$$

$$\bar{z}'_t = [-y(t-1), \ldots, -y(t-n), u(t-k), \ldots, u(t-k-n), r(t-k), \ldots, r(t-k-n)]$$

En este trabajo se considera un modelo del tipo 2.27 en el que se tiene

y(t)	salida del proceso en el tiempo t (temp. de salida del aceite en el colector)
u(t)	entrada al sistema en el tiempo t (flujo màsico del aceite a travès del colector) (senal de control)
r(t)	perturbaciòn medible al sistema en el tiempo t (radiaciòn solar incidente en el tiempo t)

Como se ve en el capitulo 4 y como se comprobò en las distintas pruebas con el sistema, la variable atmosfèrica màs significativa en el sistema es la radiaciòn solar, razòn por la cual se tomò esta como ùnica perturbaciòn medible. La influencia de la velocidad de viento, temperatura ambiente, etc. se incluye en el ruido eps(t).

REFERENCIAS

(1) Almanza R. et al, "PROPUESTA PARA GENERAR ENERGIA ELECTRICA Y MECANICA USANDO ENERGIA SOLAR POR PROCESOS FOTOTERMOMECANICOS A POTENCIAS DE 35 KW.", informe del IIUNAM (8054), Mèxico, mayo 1978, 150 pp.

(2) Almanza R. et al, "SISTEMA GENERADOR SOLAR DE 35 KW INFORME DE ACTIVIDADES DE OCTUBRE A DICIEMBRE DE 1978 Y DESCRIPCION DEL SISTEMA.", informe del IIUNAM (8187), elaborado para Comisiòn Nacional de Energèticos, Mèxico, diciembre 1978, 131 pp.

(3) Espana M. et al, "MODELO MATEMATICO GLOBAL Y SIMULACION DEL GENERADOR SOLAR", informe del IIUNAM (1121-2110), elaborado para SEPAFIN, Mèxico, agosto 1982, 51 pp.

(4) Espana M., "SISTEMA GENERADOR SOLAR: SUBSISTEMA DE CONTROL. SIMULACION Y CONTROL DEL CICLO DE GENERACION DE VAPOR.", informe del IIUNAM (130), elaborado para SEPAFIN, Mèxico, marzo 1980, 106 pp.

(5) Alonso A. et al, "SUBSISTEMA DE CONTROL DEL GENERADOR SOLAR. MODELOS Y SIMULACION DE UN ABSORVEDOR.", informe del IIUNAM (9133), elaborado para SEPAFIN, Mèxico, febrero 1981, 125 pp.

(6) Espana M. et al, "SUBSISTEMA DE CONTROL: ANALISIS DE LAS SOLUCIONES DE ESTADO ESTACIONARIO DE LAS ECUACIONES DE LOS TUBOS ABSORVEDORES.", informe del IIUNAM (1121-2110), Mèxico, agosto 1982, 52 pp.

(7) Espana M. et al, "MATHEMATICAL MODELS FOR A SOLAR GENERATING SYSTEM.", Departamento de Automatizaciòn IIUNAM, Mèxico.

(8) Espana M. et al, "ESTUDIO DE REGULADORES Y CONTROLADORES AUTOSINTONIZABLES.", informe del IIUNAM (1103), Mèxico, agosto 1981, 164 pp.

(9) Centro de Investigaciòn y de Estudios Avanzados del IPN, Departamento de Ingenierìa Elèctrica. "IDENTIFICACION", Mèxico, 119 pp.

(10) Saucedo S., "REGULADORES AUTOAJUSTABLES DE VARIANZA MINIMA.", Centro de Investigaciòn y de Estudios Avanzados del IPN, Departamento de Ingenierìa Elèctrica, Tèsis, Mèxico, 1979, 122 pp.

(11) Strejc V., "LEAST SQUARES PARAMETER ESTIMATION.", Automatica, Vol. 16, pp. 535-550, 1980, Gran Bretana.

(12) Astrom K. - Eykhoff P., "SYSTEM IDENTIFICATION, A SURVEY.", Automatica, Vol. 7, pp. 123-162, 1971, Gran Bretana.

(13) Astrom K., "MAXIMUM LIKELIHOOD AND PREDICTION ERROR METHOD.", Atuomatica, Vol. 16, pp. 551-574, 1980, Gran Bretana.

(14) Astrom K., "THEORY AND APPLICATION OF SELF TUNING REGULATORS.", Atuomatica, Vol. 13, pp. 457-476, 1980, Gran Bretana.

(15) De Buen L., "MEDICIONES DE INSOLACION", informe del IIUNAM, México, 57 pp.

(16) Referencia para calculo de la temperatura de cielo.

(17) Alonso A. et al, "SUBSISTEMA DE CONTROL DEL GENERADOR SOLAR. MODELOS Y SIMULACION DE UN ABSORVEDOR.", informe del IIUNAM (9133), elaborado para SEPAFIN, México, febrero 1981, 125 pp.

(18) Neuman J.L.- Alonso A.C., "RASTREADOR SOLAR ELECTRONICO", informe del IIUNAM, elaborado para SEPAFIN.

(19) Astrom K., "INTRODUCTION TO STOCHASTIC CONTROL THEORY.", Academic Press 1970, 300 pp.
QA 402.3 A 87

(20) Eyhkoff, "SYSTEM IDENTIFICATION.", Wiley.
QA 402 E 93

(21) L.A. Zadeh, "FROM CIRCUIT THEORY TO SYSTEM THEORY.", Proc. IRE 50, 1962.

(22) Katsuhiko Ogata, "MODERN CONTROL ENGINEERING.", Prentice Hall, 836 pp.