



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANALISIS DEL GENERADOR  
MAGNETOHIDRODINAMICO A  
BAJAS TEMPERATURAS

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
F I S I C O  
P R E S E N T A  
SERGIO CUEVAS GARCIA

MARZO - 1984



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INDICE

	Pag.
Introducción . . . . .	i
CAPITULO I	
La Generación Eléctrica Magnetohidrodinámica (MHD).	
1.1 Generalidades . . . . .	1
1.2 Generación MHD a Altas Temperaturas . . . . .	4
1.3 Generación MHD a Bajas Temperaturas . . . . .	8
CAPITULO II	
Teoría Básica del Generador MHD.	
2.1 Flujo de un Conductor en un Campo Magnético . . . . .	12
2.2 El Generador MHD . . . . .	14
2.3 Descripción Matemática de un Generador MHD Ideal . . . . .	16
2.4 El Generador MHD de Dos Fases . . . . .	20
2.5 Ecuaciones Fundamentales del Flujo MHD . . . . .	21
2.5.1 Ecuaciones Constitutivas . . . . .	30
2.5.2 Aproximación Magnetohidrodinámica . . . . .	30
2.5.3 Parámetros Adimensionales . . . . .	32
2.5.4 Uso Potencial de las Ecuaciones Fundamentales del Flujo MHD . . . . .	33
2.6 Flujo en Dos Fases . . . . .	34
2.7 Modelos para el Flujo en Dos Fases . . . . .	39
2.7.1 Flujo Homogéneo . . . . .	40
2.7.2 Flujo Separado . . . . .	43
2.7.3 Flujo en Burbujas . . . . .	47
2.7.4 Modelo de Burbujas Esféricas Uniformes . . . . .	48
2.7.5 Modelo de Burbujas Elipsoidales . . . . .	49
2.7.6 Modelo de Flujo Violentamente Turbulento . . . . .	50
2.7.7 Validez de los Modelos Analíticos . . . . .	52
CAPITULO III	
El Generador MHD como una Máquina Térmica.	
3.1 Balance de Energía en el Generador MHD de Dos Fases . . . . .	54
3.2 Eficiencia del Generador MHD de Dos Fases . . . . .	60
CAPITULO IV	
Ciclos de Generación MHD a Bajas Temperaturas.	
4.1 Ciclos Abiertos y Cerrados . . . . .	67

	Pag.
4.2 Ciclo de Elliott . . . . .	68
4.3 Ciclo Rankine de una Componente . . . . .	70
4.4 Ciclos de Dos Componentes con Generador MHD de Dos Fases .	71
4.4.1 Ciclo Brayton . . . . .	72
4.4.2 Ciclo Rankine . . . . .	76

**CAPITULO V**

**Factores que Afectan la Eficiencia del Generador MHD de Dos Fases**

5.1 Distribución de la Fracción Hueca . . . . .	80
5.2 Pérdidas por Deslizamiento . . . . .	82
5.3 Conductividad Eléctrica . . . . .	88
5.4 Pérdidas Ohmicas y de Regiones Terminales . . . . .	89
5.5 Pérdidas por Fricción y por Corrientes Derivadas en Capa Límite . . . . .	92
5.6 Distribución de Presión . . . . .	94
5.7 Perfiles de Velocidad . . . . .	92
5.8 Perfiles de Voltaje . . . . .	98
<b>Conclusiones . . . . .</b>	<b>102</b>
<b>Referencias . . . . .</b>	<b>107</b>

## INTRODUCCION

El presente trabajo constituye el inicio de un proyecto del Instituto de Investigaciones Eléctricas que tiene por objetivo el diseño y construcción de un sistema magnetohidrodinámico (MHD) de generación eléctrica a bajas temperaturas. Por consiguiente aquí no se desarrollan en forma exhaustiva cada uno de los temas involucrados, sino más bien se identifican los tópicos relevantes que de alguna manera pueden servir de guía inicial en el desarrollo de dicho proyecto.

Este trabajo expone de una manera general los principios básicos de funcionamiento de un sistema MHD a bajas temperaturas. En los últimos años dichos sistemas se han presentado como una opción viable para la conversión directa de energía térmica en energía eléctrica, en pequeñas y medianas unidades de conversión. Las principales ventajas de estos sistemas son el sencillo diseño, bajo costo y versatilidad de acoplar fuentes caloríficas no convencionales, tales como las solares, geotérmicas, de desechos industriales, etc.

Primeramente se describen en forma breve las características esenciales de los sistemas MHD de generación a altas temperaturas, contraponiendo posteriormente las ventajas que conlleva los sistemas MHD a bajas temperaturas.

Puesto que el análisis del generador MHD requiere la comprensión de los fenómenos que se presentan en el flujo de un fluido conductor a través de un campo magnético, se obtienen las ecuaciones básicas del flujo MHD, las cuales se fusionan con los diversos modelos del flujo en dos fases, dando como resultado modelos característicos que han sido desarrollados por diversos autores para el análisis del generador MHD. No se trata pues, de adentrarse profundamente en la teoría magnetohidrodinámica sino de dar los elementos suficientes para una clara comprensión de los principios físicos del funcionamiento del generador, lo cual puede resultar de gran ayuda para un futuro diseño y construcción de un dispositivo de este tipo.

Ya que el generador MHD forma parte de un ciclo termodinámico, se hace una descripción del generador, concebido como una máquina térmica; es decir, como un convertidor de energía térmica en eléctrica. Siguiendo este razonamiento se obtienen expresiones analíticas para el cálculo de la eficiencia del generador en términos de parámetros medibles.

Más adelante se hace una descripción general de los diversos ciclos de generación MHD a bajas temperaturas, poniendo énfasis en aquellos que presentan

mayores eficiencias de conversión y posibilidades de acoplamiento con fuentes caloríficas no convencionales. El análisis detallado de los ciclos requiere un conocimiento amplio de cada uno de sus componentes, lo cual se encuentra fuera del alcance de este trabajo. Sin embargo resulta importante remarcar que a excepción del generador MHD, todos los componentes que constituyen los ciclos de generación son convencionales, o bien ya han sido desarrollados dentro de otras tecnologías. Por lo tanto un análisis realista de los sistemas MHD de generación a bajas temperaturas debe basarse fundamentalmente en el estudio del generador MHD.

Finalmente se describen los principales factores que afectan la eficiencia del generador, en base a los reportes experimentales encontrados en la literatura. El estudio de los resultados experimentales permitió delinear ciertas características que conducen a un mejor funcionamiento del generador, lo que resultará de utilidad en un diseño posterior.

## CAPITULO I

### LA GENERACION ELECTRICA MAGNETOHIDRODINAMICA

#### 1.1 GENERALIDADES.

La generación a gran escala de energía eléctrica a partir de energía térmica, ha requerido hasta ahora de una etapa intermedia en donde se involucra a la energía mecánica. En las plantas termoeléctricas convencionales, la energía térmica de la fuente primaria es utilizada en la obtención de vapor, el cual alimenta una turbina acoplada a un generador eléctrico; en las plantas a gas son los gases de combustión los que se utilizan para impulsar la turbina. Se realiza entonces una conversión de energía térmica en mecánica y por último de energía mecánica en eléctrica. El sistema turbina-generador efectúa el vínculo mecánico.

Resulta importante considerar aquí la generación convencional de energía eléctrica con el objeto de hacer más adelante una comparación con un sistema magnetohidrodinámico (MHD) de generación eléctrica.

En su forma más simple, la energía mecánica se usa para mover rápidamente materiales conductores a través de un campo magnético estacionario. El movimiento relativo del campo magnético y del conductor eléctrico induce una fuerza electromotriz dentro del conductor. El campo eléctrico así producido da lugar al flujo de una corriente eléctrica a través del conductor, que puede extraerse del generador de diversas formas.

Esencialmente este es el sistema convencional usado en la conversión de energía térmica en eléctrica a gran escala. Puesto que el sistema trabaja en un ciclo termodinámico la eficiencia de conversión del proceso está restringida por las limitaciones de Carnot.

La eficiencia de Carnot depende de las temperaturas máxima (fuente de calor) y mínima (pozo de calor) del sistema y se incrementa al aumentar la temperatura de entrada del fluido de trabajo, para una temperatura de enfriamiento constante, como se muestra en la figura (1.1)

Eficiencia de Carnot (%)

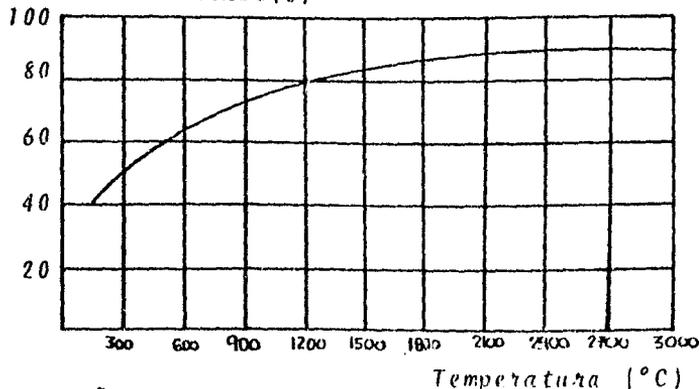


Fig. (1.1). Eficiencia de Carnot como función de la temperatura de entrada del fluido de trabajo.

Aún cuando las eficiencias teóricas de los sistemas térmicos pueden llegar a rebasar el 90%, en la práctica las eficiencias son comúnmente sólo del 60% de la eficiencia teórica máxima. La opción práctica seguida hasta ahora para mejorar la eficiencia global de un sistema de generación convencional se ha basado generalmente en la elevación de la temperatura de entrada del fluido de trabajo. Obviamente tales desarrollos están severamente restringidos por limitaciones de los materiales que constituyen las calderas y las turbinas, y todo parece indicar que aún incorporando mejoras tecnológicas, la eficiencia tope de un sistema convencional es de alrededor de 45%.<sup>(1)</sup>

El límite anterior para la eficiencia de conversión ha dado pie a la búsqueda de métodos alternativos para convertir energía térmica en energía eléctrica. En estos nuevos métodos los esfuerzos se han encaminado a erradicar el proceso intermedio que involucra a la conversión de energía térmica en mecánica, y convertir directamente calor en energía eléctrica, dando lugar a lo que se conoce como Conversión Directa, y que se trata de representar por la línea punteada del diagrama de la figura (1.2) .:

Existen diversos métodos de conversión directa de energía térmica en energía eléctrica, tales como la generación termoeléctrica, la termoiónica y la magnetohidrodinámica, cuyo origen es relativamente reciente. En esencia el método MHD consiste en hacer pasar un fluido conductor a través de un campo magnético. De la misma forma que resulta una corriente cuando un conductor metálico atraviesa un campo magnético en un generador convencional, en el generador MHD se presenta una corriente cuando el fluido conductor corta el flujo magnético.

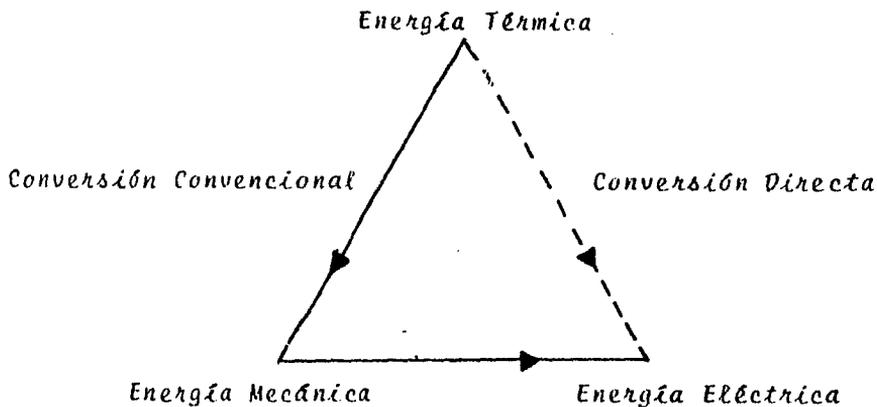


Fig.(1.2). Comparación de los métodos de conversión convencionales y los de conversión directa.

El principio básico de la generación eléctrica MHD es una manifestación común del bien conocido hecho experimental contenido en la ley de Faraday, la cual estipula que al variar el flujo de inducción magnética que atraviesa un circuito, se induce en el mismo una fuerza electromotriz (f.e.m.) proporcional a la razón de cambio del flujo magnético. Expresada en forma matemática se tiene

$$\mathcal{E}_m = -k \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1.1)$$

La única novedad es que el conductor en movimiento relativo al campo magnético es ahora un fluido, y cuando éste pasa a través del campo magnético se induce una f.e.m. perpendicular tanto a la dirección del campo magnético, como a la dirección de flujo del conductor. Si se colocan electrodos en el lugar apropiado y se conectan a una carga externa, entonces dicha f.e.m. producirá una corriente capaz de realizar trabajo útil.

Este proceso de generación se lleva a cabo en lo que se conoce como generador MHD, que consiste básicamente en un canal de sección transversal rectangular colocado longitudinalmente entre los polos de un imán. Las paredes del canal perpendiculares al campo magnético permanecen aisladas eléctricamente, mientras que las otras dos tienen electrodos conectados a una carga externa (fig.2.2). Este dispositivo se estudiará con mayor detalle posteriormente.

La razón principal por la cual el sistema MHD resulta de interés es que al parecer es la técnica de conversión directa más adecuada para la aplicación tanto en sistemas de mediana escala, como en pequeñas

unidades de conversión, como se podrá apreciar más adelante. Además este sistema promete altas eficiencias de conversión, que superan a las de los sistemas de generación convencionales.

## 1.2 GENERACION MHD A ALTAS TEMPERATURAS.

La fusión de la dinámica de fluidos con la teoría electrodinámica clásica, que dió origen a lo que se conoce como magnetohidrodinámica, es relativamente reciente. Las primeras aplicaciones tecnológicas de la MHD en la generación de energía eléctrica, datan de finales de los años 50.

Los primeros generadores MHD utilizaban como fluido de trabajo (i.e. conductor) un gas ionizado a altas temperaturas (plasma). La razón por la cual el uso de un gas ionizado se postergó bastante -- tiempo, aún después de conocer el principio físico, fue que resultaba muy difícil alcanzar una potencia razonable de salida. Esto se debe a que las conductividades adecuadas, sólo se pueden obtener por ionización térmica del gas puro, a temperaturas del orden de miles de grados centígrados. Por lo tanto, tales temperaturas fueron, y siguen siendo, el principal obstáculo, debido a los requerimientos impuestos sobre los materiales del generador. No obstante, el desarrollo de la generación MHD a altas temperaturas ha continuado y actualmente existen grandes unidades de generación, como por ejemplo la planta soviética de Ryazan de 500 megawatts.

Al comparar el sistema MHD con una planta termoeléctrica convencional, se encuentra que el canal MHD combina las funciones de un generador y de una turbina, teniendo no obstante, un diseño extremadamente simple. A diferencia de las turbinas y generadores convencionales, no tiene ninguna parte mecánica móvil. Precisamente son estas características las que permiten que los sistemas MHD puedan trabajar a temperaturas dos o tres veces mayores que la temperatura más alta a la que trabajan los sistemas termodinámicos convencionales y por otra parte dichas características permiten también incrementar la vida media del generador.

En los sistemas MHD que trabajan a altas temperaturas el gas ionizado realiza las funciones de fluido termodinámico y de fluido electrodinámico. Es decir, al pasar el gas a través del canal MHD, actúa como fluido termodinámico en el proceso de convertir energía térmica

n mecánica, y como fluido electrodinámico al transformar inmediatamente esta energía mecánica en eléctrica mediante la interacción con el campo magnético. En este tipo de sistemas, debido a las altas temperaturas que dan lugar a grandes gradientes de presión en el gas, no son necesarios métodos especiales para impulsar a éste a través del canal MHD. Tales dispositivos podrían ser usados en un ciclo termodinámico, que puede considerarse convencional, excepto por las altas temperaturas involucradas.

Como una rama de la magnetohidrodinámica, este trabajo plantea problemas esencialmente distintos a los encontrados en astrofísica y en la investigación de la fusión nuclear controlada. La diferencia podría quizá sintetizarse en la observación de que el número magnético de Reynolds,  $R_m$ , con que se trabaja, tiende a ser pequeño comparado con la unidad, mientras que en la investigación de fusión tiende a ser mucho mayor que 1. El número magnético de Reynolds está definido por  $R_m = \mu_0 \sigma u l$ , donde  $\mu_0$  es la permeabilidad del espacio vacío,  $\sigma$  y  $u$  son la conductividad y velocidad del gas, y  $l$  es una longitud característica.

En principio, un número magnético de Reynolds pequeño implica que la producción de ondas hidromagnéticas, interacciones complejas entre el fluido y el campo, presencia de inestabilidades, etc., son más importantes que las propiedades eléctricas de los gases y su dependencia con la temperatura, composición, presión e intensidad de campo magnético. (4)

Resultan entonces de gran importancia los valores de la conductividad alcanzados por el gas al ionizarse y las condiciones requeridas para ello. Principalmente son dos los mecanismos adecuados para la ionización; el primero es el de ionización térmica de las moléculas del gas, la cual depende directamente de la temperatura. Así, al elevarse la temperatura del gas, la energía cinética de sus componentes se incrementa. Cuando la temperatura ha alcanzado un valor suficientemente alto, un electrón puede ionizar una molécula al chocar con ella. Tal colisión electrón-molécula produce entonces más electrones, dando lugar a lo que se conoce como ionización térmica o de equilibrio. El segundo método de ionización es el llamado extratérmico o de no equilibrio, y de hecho es un fenómeno más complicado que se obtiene mediante

descargas en el gas a baja presión, tal como sucede en las lámparas fluorescentes.

Existen mecanismos para aumentar la conductividad del gas, tales como la inyección de átomos de bajo potencial de ionización. Así, se ha encontrado que para una mezcla de argón con 1% de vapor de potasio se tiene una conductividad apreciable a temperaturas mayores a los 2000°K, mientras que el argón puro es esencialmente no conductor alrededor de los 4000°K. (4)

De hecho el valor de la conductividad determina la intensidad del campo magnético y el tamaño necesario del generador para la producción de una cantidad de potencia dada. Al parecer los gases nobles cumplen los requerimientos esenciales para ser utilizados como fluidos de trabajo.

Además de la conductividad, otro de los principales problemas que se presentan en el desarrollo de un generador MHD a altas temperaturas es la construcción del ducto a través del cual pasa un gas corrosivo y a muy altas temperaturas.

Al considerar el flujo de un fluido conductor a través de un campo magnético se debe tener presente el fenómeno conocido como efecto Hall. Esencialmente dicho efecto ocasiona una redistribución de carga en el conductor, debido a la fuerza desviadora que actúa sobre los portadores de carga. Esta fuerza se debe a la presencia del campo magnético y al movimiento de los portadores de carga y está dada por

$$\vec{F} = e\vec{u} \times \vec{B} \quad (1.2)^*$$

donde  $e$  es la carga de la partícula. La redistribución de carga da lugar a diferencias de potencial en lugares donde antes no existían y en consecuencia se generan campos eléctricos. La importancia de este efecto puede cuantificarse por medio de un parámetro adimensional llamado número de Hall, que está dado por  $\omega\tau$ , donde  $\omega$  es la frecuencia circular que describe un electrón en un campo magnético, llamada frecuencia de ciclotrón:

$$\omega = \frac{eB}{m_e} \quad (1.3)$$

\*  $\vec{u}$  es la velocidad de la partícula y  $\vec{B}$  el vector de inducción magnética

siendo  $B$  la intensidad del campo magnético y  $m_e$  la masa del electrón; la cantidad  $\tau$  es el tiempo libre medio entre colisiones de los electrones con los átomos, moléculas y iones del conductor, ocasionadas por el movimiento térmico azaroso de los electrones, y está dado por

$$\tau = \frac{1}{n\sigma C_e} \quad (1.4)$$

donde  $n$  es la densidad de átomos o moléculas,  $Q$  su sección transversal de transferencia de momento y  $C_e$  es la velocidad térmica media azarosa de los electrones. Suponiendo la distribución de velocidades de Maxwell se tiene

$$C_e = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}} \quad (1.5)$$

donde  $k$  es la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura del conductor.

Los fluidos conductores gaseosos que fluyen en presencia de un campo magnético tienen un número de Hall apreciable ( $\omega\tau > 0.1$ ) de modo que el efecto Hall influye notablemente, y en consecuencia la descripción del fenómeno se vuelve bastante complicada. La conductividad del gas se transforma en una magnitud tensorial y como se mencionó anteriormente dicho efecto puede dar lugar a la aparición de diferencias de potencial en lugares inesperados.

En los plasmas conductores a altas temperaturas, utilizados en los generadores MHD, el efecto Hall es importante, ya que la corriente no fluye paralelamente al campo eléctrico sino a un ángulo que reduce significativamente la corriente transversal por un factor considerable. Microscópicamente, el efecto Hall puede explicarse por el movimiento toroidal o epicycloidal de un electrón en un campo eléctrico y magnético cruzados (ver por ejemplo referencia 2). El hecho importante es la aparición de un campo eléctrico de Hall en la dirección de flujo del gas y en consecuencia la presencia de una densidad de corriente de Hall en la misma dirección.

La importancia de este efecto se hace patente al considerar la Ley de Ohm generalizada. En cualquier conductor de electricidad, un portador de carga experimenta fuerzas debidas a los campos eléctricos y magnéticos y a los gradientes de presión producidos por los iones. A altas frecuencias la propia inercia de las partículas debe ser también consi-

derada. En un conductor metálico tal como el cobre raramente es necesario tomar en cuenta cualquiera de estas fuerzas, excepto las debidas a los campos eléctricos. Sin embargo en un gas ionizado, todo puede ser importante y en particular, la fuerza debida a la presencia del campo magnético, como lo manifiesta el efecto Hall.

En resumen puede decirse que la descripción del fenómeno que se presenta en un generador MHD a altas temperaturas resulta bastante complicada. Por otra parte el problema fundamental que se presenta en el desarrollo de este tipo de sistemas es principalmente tecnológico y se debe a la dificultad de trabajar a temperaturas elevadas.

### 1.3 GENERACION MHD A BAJAS TEMPERATURAS.

Las limitaciones encontradas al utilizar un plasma o gas ionizado como fluido de trabajo en la generación MHD, tales como la conductividad del gas, la corrosión en el ducto, etc. y en general la dificultad tecnológica de trabajar con temperaturas elevadas, ha estimulado la búsqueda de nuevas alternativas que permitan trabajar en un rango inferior de temperaturas. Por otro lado, la crisis energética de 1973 ha puesto de manifiesto la gran cantidad de fuentes energéticas de baja temperatura disponibles, tales como el calor de deshechos industriales la energía solar, etc.

El problema de obtener una buena conductividad a bajas temperaturas se ha resuelto utilizando un metal líquido como fluido conductor. Sin embargo un líquido es esencialmente incompresible y como tal, no puede ser usado de manera directa para convertir energía térmica en energía mecánica o eléctrica. Utilizar bombas magnéticas o eléctricas se ha descartado ya que la eficiencia del sistema sería nula. En consecuencia la presencia de una fase gaseosa en algún lugar en el ciclo resulta esencial.

En los sistemas MHD a altas temperaturas el fluido de trabajo (plasma) juega un papel dual en el proceso de conversión; primero como fluido termodinámico al transformar energía térmica en mecánica, y luego como conductor en la conversión de energía mecánica en eléctrica. Una posibilidad para realizar la conversión a temperaturas más bajas es separar estas funciones y emplear dos fluidos de trabajo: un gas para la conversión de energía térmica en mecánica (fluido termodinámico) y un líquido conductor para la conversión de energía mecánica en eléctrica (fluido

electrodinámico). La incorporación de la fase gaseosa en los sistemas MHD a bajas temperaturas se ha logrado mediante la utilización de un flujo en dos fases; es decir, una mezcla de metal líquido (caliente) con gas o vapor en contacto; así, el gas al expandirse transforma energía calorífica en trabajo mecánico, impulsando al conductor líquido. Este trabajo mecánico a su vez es transformado en energía eléctrica por el metal líquido mediante la interacción con el campo magnético aplicado. El mecanismo de propulsión será discutido con mayor detalle en secciones posteriores.

La utilización de un metal líquido eléctricamente neutro y de bajo punto de fusión como fluido electrodinámico, presenta grandes ventajas en relación al gas ionizado, sobre todo en lo que respecta a la conductividad eléctrica, ya que no son necesarias altas temperaturas para que el metal líquido manifieste sus propiedades conductoras. Además el uso de dos fluidos de trabajo proporciona flexibilidad en acoplar diferentes fuentes caloríficas a este sistema. Las ventajas debidas al sencillo diseño del generador MHD y la ausencia de partes mecánicas móviles siguen estando presentes y en cierta medida se mejoran, ya que las restricciones sobre los materiales no son tan severas.

Tal parece que la conductividad eléctrica de un metal líquido es, al menos, cuatro ordenes de magnitud mayor que la de un gas ionizado.<sup>(5)</sup> Sin embargo las velocidades del fluido que pueden obtenerse en un generador de metal líquido son uno o dos ordenes de magnitud menores que las alcanzadas por el plasma. Sin embargo, ya que la densidad de potencia de salida del generador es proporcional al producto  $\sigma u^2$ , como se verá más adelante, la densidad de potencia del generador MHD con metal líquido parece ser al menos igual a la del sistema con plasma y probablemente aún mayor.

Una de las mayores ventajas que presentan los generadores MHD es que el proceso de conversión de energía es un efecto de volumen (y no de superficie como en los turbogeneradores convencionales) por lo que su eficiencia depende muy poco del tamaño del generador. Por otra parte, el alcanzar una eficiencia de conversión alta en el generador depende en gran medida de la elección adecuada de los fluidos de trabajo. En general el fluido termodinámico debe poseer las siguientes propiedades: calor de vaporización grande, capacidad calorífica

pequeña, viscosidad cinemática baja y un punto de fusión muy bajo. Al parecer elementos tales como helio y nitrógeno, así como refrigerantes e hidrocarburos simples, poseen en gran medida las características mencionadas. El fluido electrodinámico debe poseer una conductividad eléctrica alta, densidad baja, capacidad calorífica grande, presión de vapor baja, punto de fusión bajo, viscosidad cinemática baja y ser relativamente inmisible con el fluido termodinámico. Ambos fluidos deben ser compatibles con los materiales de construcción del generador. Como se verá más adelante, la elección concreta de los fluidos de trabajo se realiza fundamentalmente en base al ciclo termodinámico en que trabaja el generador MHD.

La tabla 1 muestra las propiedades de diversos materiales que pueden utilizarse como fluido electrodinámico en el generador MHD a bajas temperaturas.

	Punto de Fusión °K	Densidad		Viscosidad		Conductividad	
		°K	Kg/m <sup>3</sup>	°K	Kg/m·seg	°K	mho·m <sup>-1</sup>
Mercurio	234	293	13,550	293	$1.55 \times 10^{-3}$	293	$1.05 \times 10^6$
NaK (22% Na, 78% K)	262	353	856	353	$3.78 \times 10^{-4}$	353	$2.96 \times 10^6$
Cesio	302	253	1,840		$5.70 \times 10^{-4}$	353	$2.50 \times 10^6$
Galio	303	353	6,062	353	$1.22 \times 10^{-3}$	353	$3.25 \times 10^6$
Estano	505	554	6,957	553	$1.76 \times 10^{-3}$	553	$2.05 \times 10^6$

Tabla 1. Diversos materiales que pueden utilizarse como fluido conductor en el generador MHD a bajas temperaturas.

En sus inicios la generación MHD a bajas temperaturas fue encaminada hacia posibles aplicaciones espaciales,<sup>(6-7)</sup> utilizando un reactor nuclear para proveer la energía térmica necesaria en el proceso de conversión. En la actualidad el desarrollo de este tipo de sistemas está enfocado hacia pequeñas y medianas unidades de conversión dispersas que utilicen fuentes caloríficas de baja temperatura, tales como las solares, geotérmicas, etc. Para tal fin, en el presente se están desarrollando generadores MHD de corriente directa a baja temperatura, con potencias que van desde los 20 kW hasta 50-100 kW. Debido a las limitaciones prácticas presentes en el funcionamiento de un generador MHD de este tipo (v.g. intensidad del campo magnético, velocidad del

conductor) los voltajes alcanzados son relativamente pequeños ( $\Phi < 4$  volts), lo cual es compensado por corrientes relativamente grandes.

## CAPITULO II

### TEORIA BASICA DEL GENERADOR MHD

#### 2.1 FLUJO DE UN CONDUCTOR EN UN CAMPO MAGNETICO.

El elemento primordial de un sistema MHD operando en ciclo, lo constituye el generador MHD. Para mejor entendimiento de las características y principios de operación de dicho generador, se considerará primero y con cierto grado de simplificación el flujo de un fluido conductor a través de un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , como se ilustra en las figuras 2.1 a), 2.1 b) y 2.1 c). En cada una de ellas se presenta en forma esquemática las paredes de un ducto en el cual fluye un fluido conductor con velocidad  $\vec{u}$ , a través de un campo magnético  $\vec{B}$  perpendicular al plano.

En los tres casos, debido a que el fluido conductor corta el flujo magnético, se induce una f.e.m. y en consecuencia un campo eléctrico dado por  $\vec{u} \times \vec{B}$ , que es perpendicular tanto al vector velocidad como al campo magnético descrito por el vector de inducción magnética  $\vec{B}$ . Si el número de Hall es muy pequeño ( $\omega\tau \ll 1$ ) entonces fluirá una corriente paralela al campo eléctrico inducido. La f.e.m. es la fuerza de separación causada por el campo magnético, que actúa sobre las partículas cargadas del fluido. En condiciones de circuito abierto (fig. 2.1 a), es decir, cuando no se encuentran electrodos inmersos en el fluido ni una carga externa, los electrones fluirán hacia abajo, mientras que las partículas positivas se desplazarán hacia arriba. Esto dará lugar a una distribución de carga y por consiguiente a un campo electrostático  $\vec{E}$ , que se opondrá al campo eléctrico inducido y eventualmente será igual a él, pero en sentido contrario, esto es  $\vec{E} = -\vec{u} \times \vec{B}$ . De esta forma quedará equilibrada la tendencia a la separación de carga y se evitará un flujo de corriente posterior.

Para permitir que la f.e.m. dé lugar a una corriente que fluya hacia una carga externa, es necesario reducir la intensidad del campo electrostático. Esto se logra introduciendo en el fluido electrodos

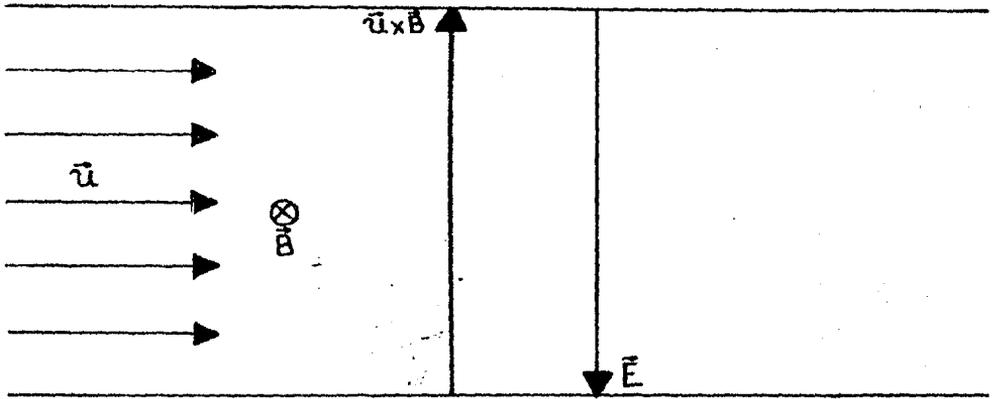


Fig. (2.1.a) Flujo de un fluido conductor en presencia de un campo magnético en condiciones de circuito abierto.

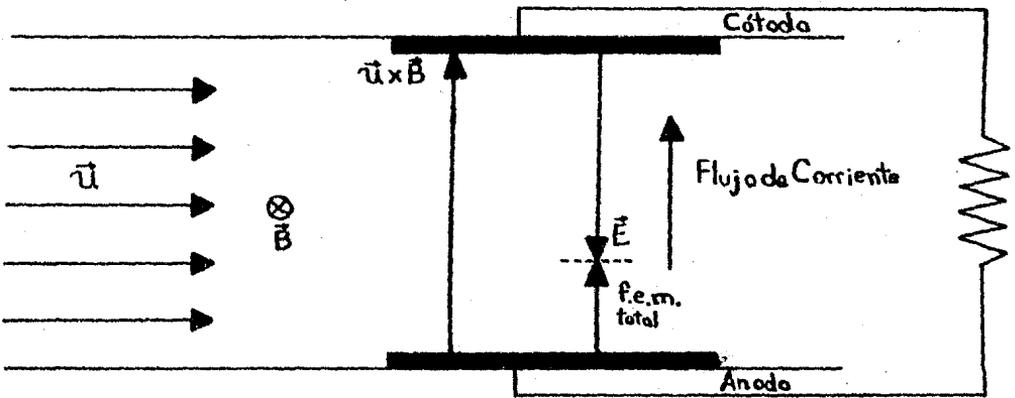


Fig. (2.1.b) Flujo de un fluido conductor en presencia de un campo magnético con electrodos inmersos conectados a una carga externa.

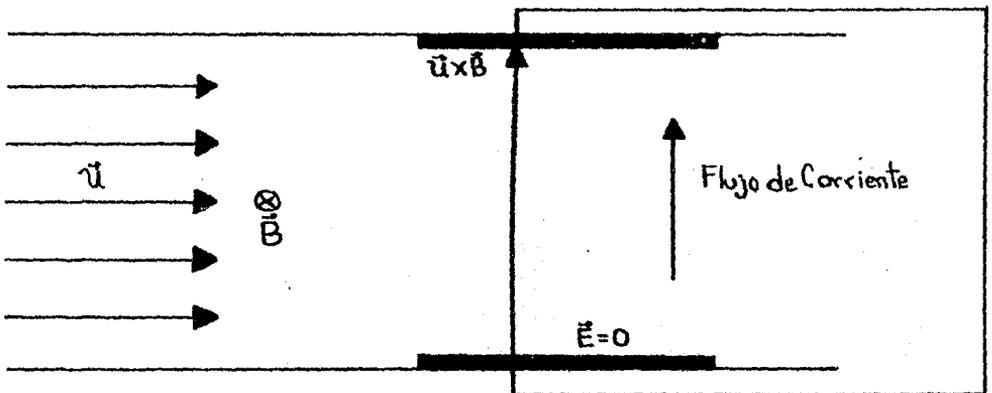


Fig. (2.1.c) Flujo de un fluido conductor en presencia de un campo magnético en condiciones de corto circuito (carga externa nula).

conectados a una carga externa (fig. 2.1 b). En estas condiciones se presenta un flujo restringido de electrones desde el cátodo hasta el ánodo, a través del fluido, regresando al cátodo vía la carga externa. La fuerza de arrastre que actúa sobre los electrones es igual a la diferencia entre el campo eléctrico inducido y el campo electrostático, y se llama f.e.m. total. El valor real de la f.e.m. total claramente depende del valor de  $\vec{E}$  que a su vez depende, por la Ley de Ohm, de la resistencia óhmica total del circuito.

Si la resistencia externa se reduce a cero (fig. 2.1 c) existirá un flujo irrestricto de electrones desde el cátodo hasta el ánodo y nuevamente al cátodo. En este caso el campo electrostático es cero, pues no se presenta ninguna separación de carga. Esta condición de corto circuito tiene una densidad de corriente igual a  $\sigma(\vec{u} \times \vec{B})$ , donde  $\sigma$  es la conductividad del fluido.

## 2.2 EL GENERADOR MHD.

El generador MHD que será considerado aquí, consiste básicamente en un canal de sección transversal rectangular creciente, colocado longitudinalmente entre los polos de un imán (fig.2.2). Las paredes del canal perpendiculares al campo magnético permanecen aisladas eléctricamente, mientras que las otras dos están hechas de un material de gran conductividad eléctrica (electrodos). Conectada a los electrodos se puede disponer una carga externa. El flujo magnético que atraviesa el canal está dado por

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (2.1)$$

Por el canal se hace pasar un fluido conductor, el cual debido a su movimiento a través del campo magnético, ocasiona una variación del flujo magnético induciendo un campo eléctrico  $\vec{E}'$  en dirección perpendicular tanto al flujo del fluido como al vector de inducción de campo magnético  $\vec{B}$ . La integral de línea del campo eléctrico  $\vec{E}'$  a lo largo de un circuito C es lo que se conoce como la f.e.m. inducida

$$\epsilon_m = \oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{l} \quad (2.2)$$

Dicha f.e.m. da lugar a un flujo de corriente en la misma dirección del campo eléctrico  $\vec{E}'$ , de acuerdo con la Ley de Ohm. Es importante notar que el campo  $\vec{E}'$  es el campo eléctrico presente en el elemento del circuito  $d\vec{l}$ , en el medio o sistema coordinado en donde  $d\vec{l}$  se encuentra en reposo, ya que es este campo el que ocasiona el flujo de corriente en el circuito.

El fenómeno descrito es una manifestación de la Ley de Faraday que puede resumirse en la siguiente expresión matemática

$$\mathcal{E}_a = -k \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.3)$$

es decir, la variación del flujo de inducción magnética que atraviesa un circuito, induce en el mismo una fuerza electromotriz proporcional a la razón de cambio del flujo magnético.

Un generador MHD se puede concebir como un sistema donde interaccionan tres campos que son, el campo magnético, el campo eléctrico y el campo de velocidades del fluido, y que permite obtener energía eléctrica a partir de la energía de movimiento del fluido.

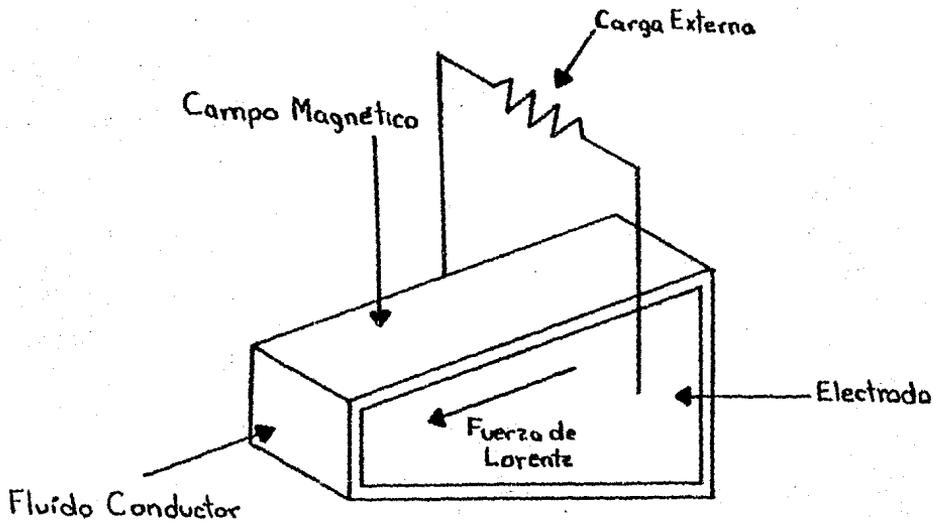


Fig. (2.2). Diagrama de un generador MHD de sección transversal creciente conectado a una carga externa, en el cual se muestran las direcciones del campo magnético, movimiento del fluido conductor y de la fuerza de Lorentz que actúa sobre el mismo.

Sin embargo, la corriente inducida, a su vez interactúa con el campo magnético, dando lugar a una fuerza electromagnética conocida como fuerza de Lorentz, la cual está dada por  $\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$ . Dicha fuerza se opone al flujo del fluido conductor a través del campo magnético, ocasionando un gradiente longitudinal de presión. Entonces, obviamente, es necesario el suministro de energía externa para lograr el flujo a través del canal, venciendo a la fuerza electromagnética y realizando trabajo sobre el campo magnético.

La energía mecánica necesaria para que el fluido atraviese el campo magnético puede obtenerse directamente a partir de energía térmica. Posteriormente se analizarán los mecanismos para lograr dicha conversión de energía; sin embargo es importante notar aquí que la conversión de energía térmica en mecánica (movimiento del fluido) y de ésta en energía eléctrica, se efectúa sin necesidad de una etapa intermedia, ya que la energía de movimiento del fluido se transforma inmediatamente en energía eléctrica mediante la interacción con el campo magnético.

### 2.3 DESCRIPCION MATEMATICA DE UN GENERADOR MHD IDEAL.

En la sección 2.1 se discutió el flujo de un fluido conductor en presencia de un campo magnético, con electrodos inmersos conectados a una carga externa (fig.2.1 b). En tal caso, debido a la presencia de una trayectoria externa para la corriente entre los electrodos la magnitud del campo electrostático  $\vec{E}$  se encuentra limitada, dependiendo de la resistencia del fluido  $R_i$  y de la resistencia de la carga externa  $R_e$ .

Sea  $S'$  un sistema de coordenadas fijo al fluido conductor que se mueve con velocidad  $\vec{u}$  respecto al sistema  $S$  que se encuentra fijo al generador (laboratorio). En el sistema  $S'$  la Ley de Ohm se puede expresar como

$$\vec{J}' = \sigma \vec{E}' \quad (2.4)$$

donde  $\vec{J}'$  es la densidad de corriente que fluye en un circuito fijo al sistema  $S'$ . En el límite no relativista las transformaciones de las densidades de corriente y los campos, del sistema  $S'$  al sistema  $S$  están dadas por

$$\vec{J} = \vec{J}' - \rho_e \vec{u} \quad (2.5)$$

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}, \quad (2.6)$$

donde  $\rho$  es la densidad de carga del medio. De modo que en el sistema S la Ley de Ohm se transforma en

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) + \rho \vec{u} \quad (2.7)$$

o bien si se considera un medio conductor neutro ( $\rho = 0$ ) se tiene

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}). \quad (2.8)$$

Debe recordarse que en el caso de circuito abierto se tiene  $\vec{E}' = 0$  ( $\vec{J} = 0$ ) y por tanto  $\vec{E} = -\vec{u} \times \vec{B}$ .

Considerese ahora un elemento de volumen en el sistema coordenado S como se muestra en la figura (2.3)

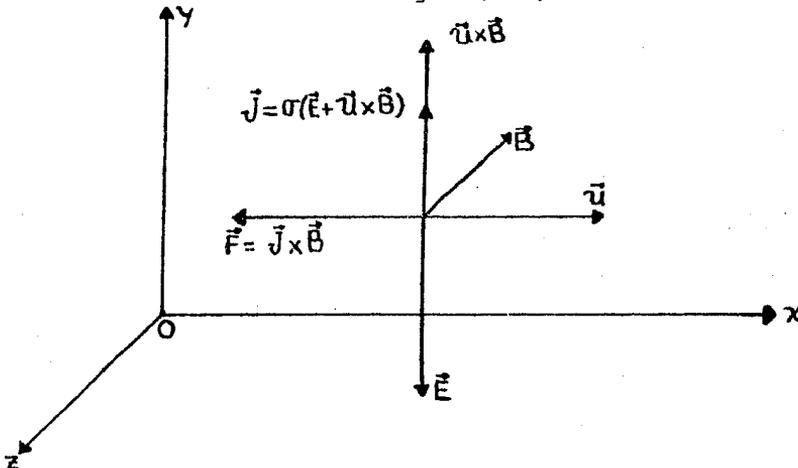


Fig. (2.3) Sistema coordenado que muestra las direcciones de los campos corrientes, fuerzas y velocidades en un generador MHD ideal.

Si se supone que el flujo de corriente sólo se presenta en la dirección OY, de la ecuación (2.8) se obtiene de forma escalar

$$J = (uB - E) \quad (2.9)$$

Es conveniente definir un nuevo parámetro, llamado factor de carga, dado por

$$K \equiv \frac{E}{uB} \quad (2.10)$$

Como se mencionó anteriormente, el valor de E depende de la resistencia óhmica total del circuito, y en particular de la carga externa  $R_e$  de modo que el factor K da una medida de la importancia relativa del

campo electrostático ocasionado por la carga externa y el campo eléctrico inducido.

Utilizando la ec.(2.10) la expresión para la corriente por unidad de área puede escribirse

$$J = (1-k)\sigma uB \quad (2.11)$$

La potencia  $P_o$  liberada hacia la carga, por unidad de volumen del generador es igual al producto de la densidad de corriente por el campo electrostático y se expresa como

$$P_o = JE = k(1-k)\sigma u^2 B^2 \quad (2.12)$$

La fuerza por unidad de volumen que se opone al movimiento del fluido está dada por

$$F = JB = (1-k)\sigma uB^2 \quad (2.13)$$

de modo que para que el fluido se mueva a través del generador venciendo esta fuerza, debe existir una diferencia de presión  $\Delta P$  entre la entrada y la salida del canal dada aproximadamente por

$$\Delta P \approx FL = (1-k)\sigma uB^2 L \quad (2.14)$$

para el caso en que el fluido se mueve con velocidad constante, donde  $L$  es la longitud característica del generador. Expresando la potencia de salida  $P_o$  en términos de la diferencia de presión se obtiene

$$P_o = \frac{ku}{L} \Delta P = \frac{E}{BL} \Delta P \quad (2.15)$$

en donde se observa que  $P_o$  es proporcional a  $\Delta P$ . La ecuación (2.15) debe interpretarse cuidadosamente, ya que podría pensarse que incrementando suficientemente la diferencia de presiones se puede obtener una potencia de salida extremadamente grande. Sin embargo, obviamente esto no es posible, ya que, como puede observarse de la ec.(2.14),  $\Delta P$  depende, tanto de la velocidad del conductor, como de las intensidades de los campos magnético y eléctrico, cuyos valores están limitados por las características del generador y por dificultades tecnológicas. De hecho la condición para obtener una potencia de salida máxima es que la caída de presión sea balanceada por la fuerza de Lorentz, de modo que la velocidad del fluido se mantenga constante.

La razón a la cual el fluido hace trabajo al impulsarse a través del campo magnético es

$$P_i = F u = (1-K) \sigma u^2 B^2 \quad (2.16)$$

El cociente de la potencia de salida  $P_o$  entre la potencia requerida para impulsar el fluido, puede considerarse como la eficiencia eléctrica  $\eta_e$  del generador MHD ideal, la cual de acuerdo con las ecs. (2.12) y (2.15) está dada por

$$\eta_e = \frac{P_o}{P_i} = K \quad (2.17)$$

lo cual da otro significado físico al factor de carga.

Hasta ahora se ha considerado el caso en que la velocidad del fluido conductor se mantiene constante. Sin embargo también es posible obtener energía eléctrica permitiendo que la velocidad del fluido decrezca a lo largo del canal, manteniendo la caída de presión entre los extremos del canal aproximadamente nula. En tal caso existirá una fuerza neta por unidad de volumen oponiéndose al flujo del fluido conductor, dada aproximadamente por

$$F \approx \frac{\dot{m} \Delta u}{AL} \approx JB \quad (2.18)$$

donde  $\dot{m}$  es el flujo de masa por unidad de tiempo,  $\Delta u$  es la diferencia de velocidades entre la entrada y la salida del canal y A es el área transversal del ducto; entonces

$$J = \frac{\dot{m}}{ALB} \Delta u \quad (2.19)$$

De esta forma la potencia de salida del generador por unidad de volumen será

$$P_o = JE = \frac{\dot{m} E \Delta u}{ALB} \quad (2.20)$$

la cual es proporcional a la diferencia de velocidades. Nuevamente la potencia de salida dada por la ec. (2.20) está limitada por diversos factores tales como la intensidad de los campos, el flujo de masa, dimensiones del canal, etc.

La sencilla descripción matemática del generador MHD desarrollada hasta este momento da una idea general de los principales factores que afectan su funcionamiento, al igual que proporciona elementos para un mejor entendimiento del fenómeno de generación en el caso ideal, lo cual puede ser de utilidad al considerar descripciones más elaboradas.

#### 2.4 EL GENERADOR MHD DE DOS FASES.

En el capítulo I se mencionó que el desarrollo de la generación MHD a bajas temperaturas se ha basado en la utilización de dos flujos de trabajo; es decir, un fluido termodinámico y un fluido electrodinámico. De esta forma, a través del generador fluye un fluido en dos fases, es decir, una mezcla de metal líquido (previamente calentado) con gas o vapor en íntimo contacto. Los generadores de este tipo se conocen como generadores MHD de dos fases.

En un generador de dos fases la transformación de energía de energía térmica a mecánica y la generación de energía eléctrica, tienen lugar simultáneamente conforme la mezcla compresible en dos fases se expande a través del generador. La característica primordial de este proceso de generación, y que de hecho es lo que permite alcanzar altas eficiencias en los ciclos termodinámicos que utilizan un generador de este tipo, es que la expansión de la fase gaseosa dentro del generador se realiza casi isotérmicamente. El alcanzar eficiencias atractivas en estos ciclos depende de que la transferencia de energía dentro del generador tenga lugar de una forma cercana a la ideal. Los procesos que ocurren en el generador son los siguientes:

1. Un flujo en dos fases, con el metal líquido como fase continua, pasa a través del generador MHD. Conforme el líquido conductor se mueve a través del campo magnético se induce una corriente perpendicular tanto a la velocidad del líquido como al campo magnético. Debido a la interacción del campo con la corriente inducida se genera una gran fuerza de Lorentz que se opone al movimiento del metal líquido, ocasionando un alto gradiente de presión (proporcional a la potencia de salida) a lo largo del generador, y la transferencia de energía del líquido a la carga eléctrica externa.
2. El gas se expande (debido a la disminución de presión) desplazando al líquido. Por lo tanto el gas realiza trabajo y tiende a enfriarse,

disminuyendo su temperatura, al convertir energía térmica (entalpía) en energía mecánica. El líquido actúa como "las álaves de la turbina" para el gas.

3. Conforme el gas se enfría en relación al líquido, se presenta una transferencia de calor del líquido al gas debido al íntimo contacto entre los dos fluidos y a que la capacidad calorífica del líquido es varios ordenes de magnitud mayor que la del gas. En consecuencia la expansión del gas se efectúa prácticamente en forma isotérmica, y la caída de temperatura de la mezcla en dos fases a la salida del generador, es de solo unos pocos grados kelvin. De hecho el líquido actúa como una "fuente infinita de recalentamiento" para el gas.

El cambio en la entalpía del gas (ideal) es muy pequeño ya que la expansión ocurre casi a temperatura constante. Por lo tanto, el flujo de energía se realiza del líquido al gas como energía térmica, después del gas al líquido como trabajo mecánico y finalmente del líquido a la carga externa como energía eléctrica. Para que este proceso de flujos de energía ocurra efectiva y eficientemente, se deben satisfacer los siguientes requerimientos:

- a) Debe existir una buena transferencia de calor del líquido al gas; es decir, la diferencia de temperaturas entre los dos fluidos debe ser pequeña.
- b) Debe existir una buena transferencia de trabajo mecánico del gas al líquido; es decir, el deslizamiento entre las fases debe ser casi nulo.

## 2.5 ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL FLUJO MHD.

La obtención de las ecuaciones básicas que gobiernan el flujo de un fluido conductor en interacción con un campo electromagnético requiere la fusión de dos ramas de la física: la dinámica de fluidos y la electrodinámica clásica.

Como se sabe el movimiento de un fluido conductor en un campo magnético produce un campo eléctrico. Este campo generará corrientes que, a su vez entraran en interacción con el campo magnético, originando fuerzas que alterarán el movimiento original. Esencialmente, es este fenómeno de acoplamiento entre fuerzas electromagnéticas y movimiento del fluido el que interesa estudiar aquí.

El principal efecto de un campo electromagnético sobre un fluido conductor es, por una parte, el surgimiento de fuerzas de cuerpo sobre el fluido, y por otra, el intercambio de energía con el mismo. Por consiguiente las ecuaciones ordinarias de la dinámica de fluidos se ven modificadas al considerar la interacción electromagnética.

A continuación se presentarán las ecuaciones que gobiernan un flujo magnetohidrodinámico en general y posteriormente se particularizará al caso del flujo que se presenta en un generador MHD. Para tal efecto se deben considerar las siguientes leyes físicas:

- a) Conservación de la masa.
- b) Conservación del momento.
- c) Conservación de la energía.
- d) Ley de Lorentz para la fuerza electromagnética.
- e) Ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético.

Si se considera un fluido homogéneo con densidad de masa  $\rho$ , que se mueve con velocidad  $\vec{u}$ , se pueden escribir las tres primeras leyes de conservación en su forma diferencial del siguiente modo (19)

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.21)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \hat{\pi} + \vec{F}_e \quad (2.22)$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \epsilon + \frac{1}{2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\hat{\pi} \cdot \vec{u}) + \vec{F}_e \cdot \vec{u} + \mathcal{F} \quad (2.23)$$

donde

$\rho \epsilon$  = densidad de energía interna

$\vec{F}_e$  = fuerzas de cuerpo por unidad de volumen

$\hat{\pi}$  = tensor de esfuerzos ( $\pi_{ij}$ )

$\vec{q}$  = calor transferido por unidad de tiempo y unidad de área

$\mathcal{F}$  = otras fuentes de energía por unidad de volumen.

La derivada  $\frac{D}{Dt}$  se conoce como derivada material y está definida por

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla$$

El tensor de esfuerzos se puede descomponer en la forma

$$\pi_{ik} = -\rho \delta_{ik} + \pi'_{ik} \quad (2.24)$$

donde  $\rho$  es la presión hidrostática y  $\pi'_{ik}$  es el tensor de esfuerzos viscoso, que para un fluido newtoniano está dado por

$$\pi'_{ik} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right) + \int \delta_{ik} \frac{\partial u_s}{\partial x_s} \quad (2.25)$$

donde  $\eta$  y  $\int$  son el primer y segundo coeficientes de viscosidad respectivamente. Este tensor da la transferencia irreversible viscosa de momento en el fluido.

Para un fluido incompresible la ec.(2.22) se puede escribir, utilizando las ecs.(2.24) y (2.25) del siguiente modo <sup>(18)</sup>

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{u} + \vec{F}_e \quad (2.26)$$

que se conoce como la ecuación de Navier-Stokes.

La Ley de Lorentz para la fuerza electromagnética da la fuerza sobre una partícula con carga eléctrica  $e$  y velocidad  $\vec{u}$ , bajo la acción de un campo electromagnético  $\{\vec{E}, \vec{B}\}^*$ , de la siguiente forma

$$\vec{F} = e(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (2.27)$$

En un medio continuo con partículas cargadas en su interior, la densidad de carga es

$$\rho_e = \frac{\sum e_\alpha}{\Delta V} \quad (2.28)$$

donde  $e_\alpha$  son las cargas de las partículas contenidas en el elemento de volumen  $\Delta V$ , siendo  $\Delta V$  pequeño comparado con las dimensiones del problema, pero grande comparado con la distancia entre las partículas cargadas. Así mismo la densidad de corriente se define como

$$\vec{j} = \frac{\sum e_\alpha \vec{u}_\alpha}{\Delta V} \quad (2.29)$$

donde  $\vec{u}_\alpha$  es la velocidad de la partícula  $\alpha$ . Entonces, para un medio continuo con densidad de carga  $\rho_e$  y densidad de corriente  $\vec{j}$ , la fuerza de Lorentz por unidad de volumen dada por la ecuación(2.27) se transforma en

$$\vec{F} = \rho_e \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (2.30)$$

\* En este trabajo se utiliza el sistema de unidades racionalizado MKS.

La fuerza de Lorentz es invariante ante un cambio de sistema inercial de referencia. Sin embargo la velocidad  $\vec{u}$  no lo es, por consiguiente los campos eléctrico y magnético deben cambiar ante un cambio de sistema inercial de referencia. Puesto que aquí no se está interesado con efectos relativistas, se puede suponer que  $u/c \ll 1$  donde  $c$  es la velocidad de la luz; entonces si  $\vec{E}'$  y  $\vec{B}'$  son los valores de  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  en un sistema que se mueve con velocidad  $\vec{u}$  respecto al sistema fijo al laboratorio, se tiene

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} \quad (2.31)$$

$$\vec{B}' = \vec{B} - \vec{u} \times \vec{E} \quad (2.32)$$

así mismo la densidad de corriente  $\vec{J}'$  en el sistema en movimiento se relaciona con la densidad de corriente  $\vec{J}$  en el sistema no primado de la siguiente forma

$$\vec{J}' = \frac{\sum e_n \vec{u}'_n}{\Delta V} = \frac{\sum e_n (\vec{u}_n - \vec{u})}{\Delta V} = \vec{J} - \rho \vec{u} \quad (2.33)$$

donde  $\vec{u}'_n$  es la velocidad de la partícula en el sistema en movimiento. Las ecuaciones (2.31) y (2.33) son las mismas que las utilizadas en la sección 2.3 al considerar la Ley de Ohm en dos sistemas inerciales con velocidad relativa  $\vec{u}$ .

La relación entre las cantidades electromagnéticas está dada por las ecuaciones de Maxwell, que en el vacío son

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.34)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.35)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.36)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.37)$$

Por lo general, al trabajar con un medio continuo se deben tomar en cuenta los fenómenos de polarización eléctrica y magnética e introducir los vectores

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \\ \vec{H} &= \frac{\vec{B}}{\mu} \end{aligned} \quad (2.38)$$

donde  $\epsilon$  y  $\mu$  son la constante dieléctrica y la permeabilidad magnética del medio, respectivamente. Sin embargo, tal parece que estos efectos son despreciables para la mayoría de las aplicaciones usuales. (19) En consecuencia al trabajar con buenos conductores se puede suponer como una muy buena aproximación que  $\epsilon = \mu = 1$ .

En esencia, el fenómeno que aquí se investiga se deben considerar dos efectos, a saber, la influencia de los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  sobre el movimiento del fluido y la influencia del movimiento del fluido sobre el campo electromagnético. Esta interacción está gobernada por las ecuaciones básicas dadas anteriormente y por las ecuaciones constitutivas del material en cuestión que se verán más adelante.

Las ecuaciones que describen completamente al fenómeno se obtienen acoplando las ecuaciones del fluido con las ecuaciones del campo de la siguiente forma:

- a) La ecuación de continuidad (2.21) no se afecta por el fenómeno electromagnético.
- b) En la ecuación del momento (2.22) se sustituye la fuerza  $\vec{F}_0$  \* por la fuerza de Lorentz dada por la ecuación (2.30).
- c) En la ecuación para la energía (2.23) se sustituye nuevamente la fuerza de Lorentz en vez de la fuerza  $\vec{F}_0$  y la expresión para la disipación óhmica (o calor de Joule)  $\vec{j}^2/\sigma$  en el lugar de  $\mathcal{F}$ , donde  $\sigma$  es la conductividad eléctrica del material.

De esta forma las ecuaciones del fluido son

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.39)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \hat{\pi} + \rho_e \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} \quad (2.40)$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \epsilon + \frac{u^2}{2} \right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\hat{\pi} \cdot \vec{u}) + (\rho_e \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{u} + \frac{j^2}{\sigma} \quad (2.41)$$

y pueden reescribirse de acuerdo con lo siguiente:

\* Aquí se asume que las únicas fuerzas de cuerpo son las debidas a los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ , aunque en principio podría considerarse el campo gravitacional.

i) Ecuación de Continuidad.

Desarrollando la derivada material, la ecuación (2.39) se puede expresar de la siguiente forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.41)$$

ii) Ecuación de Conservación de Momento

Usando la ec. (2.24) y desarrollando la derivada material, la ec. (2.40) se transforma en

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \vec{F}_v + \rho_e \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.42)$$

donde  $\vec{F}_v = \nabla \cdot \hat{\pi}$  (2.43)

es la fuerza viscosa neta.

iii) Ecuación de Conservación de la Energía.

Los dos últimos términos del lado derecho de la (2.41) representan una conversión de energía electromagnética en energía mecánica o térmica. Su suma es entonces la potencia eléctrica total generada, es decir

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \rho_e \vec{E} \cdot \vec{u} + (\vec{J} \times \vec{B}) \cdot \vec{u} + \frac{J^2}{\sigma} \quad (2.44)$$

Entonces la ecuación (2.41) se puede expresar como

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \epsilon + \frac{u^2}{2} \right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\hat{\pi} \cdot \vec{u}) + \vec{J} \cdot \vec{E} \quad (2.45)$$

Usando las ecuaciones de Maxwell es posible expresar el término  $\vec{J} \cdot \vec{E}$  de otra forma con un significado físico más claro. La razón total a la que el campo hace trabajo en un volumen finito  $V$  es

$$\int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dV \quad (2.46)$$

Usando la ec. (2.37) para eliminar  $\vec{J}$  tenemos

$$\int_V \vec{j} \cdot \vec{E} dV = \int_V \left[ \frac{\vec{E}}{\mu_0} \cdot (\nabla \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] dV \quad (2.47)$$

empleando la identidad vectorial

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{B}) \quad (2.48)$$

y utilizando la ec. (2.35) en el lado derecho de la ec. (2.47) se tiene

$$\begin{aligned} \int_V \vec{j} \cdot \vec{E} dV &= - \int_V \left[ \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) + \epsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] dV \\ &= - \int_V \left[ \frac{1}{\mu_0} \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \epsilon_0 \frac{E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \right] dV \end{aligned} \quad (2.49)$$

entonces

$$- \int_V \vec{j} \cdot \vec{E} dV = \int_V \left[ \nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial W}{\partial t} \right] dV \quad (2.50)$$

donde

$$W = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad (2.51)$$

es la densidad total de energía electromagnética, y

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad (2.52)$$

es el vector de Poynting, que representa el flujo de energía por unidad de tiempo que atraviesa el volumen  $V$ . Puesto que el volumen  $V$  en la ecuación (2.50) es arbitrario, dicha ecuación se puede escribir en forma diferencial como

$$-\vec{j} \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial W}{\partial t} \quad (2.53)$$

Las ecuaciones (2.50) y (2.53) expresan la conservación de la energía electromagnética, aunque este hecho se ve más claramente al transformar la primera integral de la ecuación (2.50) en una integral de superficie, utilizando el teorema de la divergencia, es decir

$$- \int_V \vec{j} \cdot \vec{E} dV = \int_V \vec{S} \cdot d\vec{s} + \int_V \left( \frac{\partial W}{\partial t} \right) dV \quad (2.54)$$

El primer término de la ec. (2.54) es la potencia transferida hacia el campo electromagnético por el movimiento de carga libre en el volumen  $V$  y está compuesto de dos partes; la integral de superficie del lado derecho de la ec. (2.54) representa la rapidez con que la energía electromagnética atraviesa la superficie cerrada, en tanto que la integral de volumen da el cambio de la energía electromagnética en el volumen  $V$ .

Sustituyendo la ec. (2.53) en la ec. (2.54) y desarrollando la derivada material del lado izquierdo, la ecuación de conservación de la energía es

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \epsilon + \frac{u^2}{2} \right) + \rho \vec{u} \cdot \nabla \left( \epsilon + \frac{u^2}{2} \right) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\hat{n} \cdot \vec{u}) - \nabla \cdot \vec{S} - \frac{\partial W}{\partial t} \quad (2.55)$$

utilizando la identidad vectorial

$$\nabla \cdot (\psi \vec{a}) = \vec{a} \cdot \nabla \psi + \psi \nabla \cdot \vec{a} \quad (2.56)$$

se tiene

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon + \rho \frac{u^2}{2} + w) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\hat{n} \cdot \vec{u}) - \nabla \cdot \vec{S} - \nabla \cdot [\rho \vec{u} (\epsilon + \frac{u^2}{2})] + (\epsilon + \frac{u^2}{2}) \nabla \cdot (\rho \vec{u}) \quad (2.57)$$

Suponiendo que no existen variaciones temporales en la densidad de masa, de la ec. (2.41) se tiene que  $\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$ , y entonces la ec. (2.57) se transforma en

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon + \rho \frac{u^2}{2} + w) = -\nabla \cdot (\vec{q} - \hat{n} \cdot \vec{u} + \rho \vec{u} (\epsilon + \frac{u^2}{2}) + \vec{S}) \quad (2.58)$$

o bien

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{K} \quad (2.59)$$

donde

$$W = \rho \epsilon + \rho \frac{u^2}{2} + w \quad (2.60)$$

es la densidad total de energía de energía del sistema compuesto por el fluido más el campo electromagnético y

$$\vec{K} = \vec{q} - \hat{\Pi} \cdot \vec{u} + \rho \vec{u} \left( \varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) + \vec{S} \quad (2.61)$$

es la densidad de flujo total de energía. Integrando la ec. (2.59) sobre un volumen  $V$  y utilizando el teorema de la divergencia en el lado derecho se obtiene

$$\frac{d}{dt} \int_V W dV = - \int_S \vec{K} \cdot d\vec{s} \quad (2.62)$$

donde la derivada parcial ha salido fuera de la integral como derivada total, ya que el volumen  $V$  varía. La ec. (2.62) expresa que el cambio en la energía del sistema contenida en un volumen  $V$  es igual al flujo de energía a través de la superficie cerrada de dicho volumen.

El vector  $\vec{K}$  se puede expresar en términos del tensor de esfuerzos viscoso  $\hat{\Pi}$  y de la función calor o entalpía específica  $h$ ; es decir,

$$\pi_{ij} u_i = (-p \delta_{ij} + \pi_{ij}) u_i$$

o bien

$$\hat{\Pi} \cdot \vec{u} = -p \vec{u} + \hat{\Pi}' \cdot \vec{u}$$

además

$$\varepsilon = h - \frac{p}{\rho} \quad (2.63)$$

entonces la ec. (2.58) se puede escribir

$$\frac{d}{dt} (\rho \varepsilon + \rho \frac{u^2}{2} + w) = -\nabla \cdot (\vec{q} - \hat{\Pi}' \cdot \vec{u} + \rho \vec{u} (h + \frac{u^2}{2}) + \vec{S}) \quad (2.64)$$

Los tres términos del miembro izquierdo de la ecuación de la ec. (2.64), entre paréntesis, representan la energía total contenida en un elemento de volumen del fluido, es decir, se trata de la suma de la energía interna, cinética y electromagnética respectivamente. El primer término del lado derecho de la ec (2.64) denota la conducción o transferencia de calor por unidad de tiempo y por unidad de área

que tiene lugar debido a una diferencia de temperaturas en el fluido. El término  $\hat{u}$  representa el flujo de energía por unidad de tiempo y por unidad de área que se presenta debido al proceso de fricción interna (disipación). El tercer término representa el flujo de energía debido a la transferencia de masa por el movimiento del fluido y por último el cuarto término representa el flujo de energía electromagnética por unidad de tiempo y área.

### 2.5.1. Ecuaciones Constitutivas.

Las ecuaciones (2.41), (2.42) y (2.58) son las ecuaciones básicas de la electrodinámica de los fluidos, pero ya que éstas involucran relaciones entre las derivadas de  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  es necesario aunar las ecuaciones de Maxwell (2.34 a 2.37) que relacionan estas derivadas. Sin embargo éste no es aún un sistema completo de ecuaciones ya que necesitamos relaciones entre  $\vec{J}$  y los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ , entre el campo de velocidades  $\vec{u}$  y el tensor de esfuerzos mecánico, entre el flujo de calor  $\vec{q}$  y la distribución de temperaturas, etc. Estas relaciones dependen del material en cuestión y son llamadas ecuaciones constitutivas.

La ley de Ohm, utilizada en la sección 2.3, es una ecuación constitutiva muy general que relaciona  $\vec{J}$  con  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  de la siguiente forma

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) + \rho_e \vec{u} \quad (2.65)$$

donde  $\sigma$  es la conductividad eléctrica del material y  $\rho_e$  es la densidad de corriente convectiva. Otra ecuación constitutiva común es la ecuación de Fourier

$$\vec{q} = -\kappa \nabla T \quad (2.66)$$

donde  $\kappa$  es la conductividad térmica y  $T$  es la temperatura. Para un proceso adiabático se tiene

$$\vec{q} = 0 \quad (2.67)$$

### 2.5.2 Aproximación Magnetohidrodinámica

La suposición básica de una alta conductividad eléctrica del fluido junto con la validez de la Ley de Ohm permite efectuar una

aproximación que lleva a un sistema de ecuaciones simplificado. En el interior de buenos conductores, la corriente óhmica ordinaria es mucho mayor que la de desplazamiento, de manera que se puede despreciar ésta última. Además, cualquier densidad de carga eléctrica que pueda existir en el medio desaparece rápidamente y, excepto para frecuencias extremadamente elevadas, puede ignorarse completamente. Dicho de otro modo, la existencia de la densidad de carga se manifiesta sólo momentáneamente, siendo muy corto el tiempo de relajación.

Si  $u_0, L$  y  $t_0$  son los valores característicos de la velocidad, dimensión lineal y tiempo, se puede suponer que

$$\frac{1}{\sigma t_0} \ll 1 \quad \frac{u_0}{\sigma L} \ll 1 \quad (2.68)$$

De la Ley de Ohm (2.65) y de la ecuación de Maxwell (2.37) se tiene

$$\nabla \times \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 [\sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) + \rho_e \vec{u}] \quad (2.69)$$

Entonces, analizando los ordenes de magnitud de los términos de la ec. (2.69)

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{corriente de desplazamiento} \approx 0 \quad \left( \frac{|\vec{E}|}{t_0} \right)$$

$$\rho_e \vec{u} = \text{corriente convectiva} \approx 0 \quad \left( \frac{|\vec{E}|}{L} u_0 \right)$$

ya que por la ecuación (2.34)  $\rho_e = 0 \quad \left( \frac{|\vec{E}|}{L} \right)$

Por lo tanto

$$\frac{\left| \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right|}{|\sigma \vec{E}|} \approx 0 \quad \left( \frac{1}{\sigma t_0} \right) \ll 1$$

$$\frac{|\rho_e \vec{u}|}{|\sigma \vec{E}|} \approx 0 \quad \left( \frac{u_0}{L \sigma} \right) \ll 1$$

Con estas aproximaciones el sistema de ecuaciones MHD simplificado es el siguiente

i) Ecuación de Continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.70)$$

ii) Ecuación de Conservación de Momento

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \vec{F}_v + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.71)$$

iii) Ecuación de conservación de la Energía

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon + \rho \frac{u^2}{2} + w) = -\nabla \cdot (\vec{q} - \hat{\pi} \cdot \vec{u} + \rho \vec{u} (h + \frac{u^2}{2}) + \vec{S}) \quad (2.72)$$

iv) Ley de Ohm

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (2.73)$$

v) Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \quad (2.74)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (2.75)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.76)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.77)$$

Debe notarse que este aun no es un sistema completo ya que se deben considerar explícitamente las ecuaciones constitutivas para  $\vec{q}$  y  $\hat{\pi}$  dadas por

$$\vec{q} = -\kappa \nabla T \quad (2.78)$$

$$\pi_{ik} = -p \delta_{ik} + \pi'_{ik} \quad (2.79)$$

donde  $\pi'_{ik}$  está dada por la ecuación (2.25). Así mismo se debe dar explícitamente una ecuación de estado para el fluido de la forma

$$p = p(\rho, T) \quad (2.80)$$

### 2.5.3 PARAMETROS ADIMENSIONALES

Al igual que en la mecánica de fluidos ordinaria, resulta conveniente para la comprensión y análisis de los flujos magnetohidrodinámicos, la utilización de parámetros adimensionales. En los flujos ordinarios (en ausencia de campos electromagnéticos) el número de Reynolds se define de la siguiente forma:

$$Re = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas Viscosas}} = \frac{\rho u_0 L}{\eta} \quad (2.82)$$

En los flujos MHD resulta de interés el llamado número magnético de Reynolds  $(R_e)_m$ , el cual es una medida de la modificación o deflexión de las líneas de campo magnético debido al movimiento del fluido, o bien de la facilidad con la que el fluido se mueve a través del campo magnético. Se puede pensar entonces que el número magnético de Reynolds mide la efectividad de las fuerzas magnéticas respecto a las inerciales y se define como

$$(R_e)_m = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas Magnéticas}} = \mu_0 \sigma U L \quad (2.82)$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad del espacio vacío. Cuando  $(R_e)_m$  es grande el campo magnético aplicado puede ser perturbado por un flujo pequeño. Sin embargo para las aplicaciones de interés  $(R_e)_m$  es del orden de 0.01 y por tanto la perturbación al campo magnético aplicado es despreciable.

Otro parámetro adimensional de importancia en los fenómenos magnetohidrodinámicos es el llamado número de Hartmann definido por

$$Ha = \left( \frac{\sigma B^2 L^2}{\eta} \right)^{1/2} \quad (2.83)$$

El cuadrado del número de Hartman puede interpretarse como una medida relativa de la intensidad de las fuerzas magnetohidrodinámicas y las fuerzas viscosas, o bien de otra forma se puede decir que es la razón entre la "viscosidad magnética" y la "viscosidad normal".

$$Ha^2 = \frac{\text{Viscosidad magnética}}{\text{Viscosidad normal}} = \frac{\sigma B^2 L^2}{\eta} \quad (2.84)$$

El efecto de un número de Hartman grande es adelgazar la capa límite, lo cual lleva a incrementar la transferencia de calor y la fricción.

#### 2.5.4 USO POTENCIAL DE LAS ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL FLUJO MHD

Las ecuaciones obtenidas hasta este momento dan una descripción general del flujo de un fluido conductor en presencia de un campo electromagnético. Estas ecuaciones son fundamentales para una comprensión clara y profunda del fenómeno que se presenta en un generador MHD.

Además partiendo de ellas es posible desarrollar modelos particulares para el flujo que tiene lugar en el generador MHD, lo cual se logra introduciendo parámetros característicos tanto del generador como del fluido utilizado, como se verá en las siguientes secciones. Dichos modelos son de gran importancia tanto en el análisis como en el diseño del generador.

## 2.6 FLUJO EN DOS FASES

En el análisis de un sistema MHD a baja temperatura, resulta de vital importancia la comprensión del fenómeno de flujo en dos fases que tiene lugar principalmente en el canal MHD.

En esta sección se tratará de una forma general dicho fenómeno, estableciendo los principales parámetros utilizados en su descripción, y los patrones de flujo característicos. En las secciones posteriores se describirán diversos modelos para el flujo en dos fases que esencialmente se basan en las aproximaciones de flujo homogéneo y de flujo separado. Aunque es posible en principio considerar descripciones más elaboradas, tal parece que estas aproximaciones resultan adecuadas para las condiciones que se presentan en un generador MHD.

Debido a que el flujo en dos fases que nos interesa tiene lugar en el canal MHD, la descripción que se desarrolla aquí será únicamente unidimensional. No obstante en ocasiones es necesario el tratamiento bidimensional de algunos fenómenos como se verá más adelante.

### i) Patrones de Flujo

Como fase se entiende simplemente uno de los estados de la materia, es decir, gas, líquido o sólido. Un flujo multifásico es el flujo simultáneo de diversas fases. El flujo en dos fases es el caso más simple de un flujo multifásico.

Para flujos gas-líquido y líquido-líquido, la principal complicación a diferencia del flujo simple de gas o líquido es la existencia de superficies de separación deformables entre las fases, cuya forma y distribución son de crítica importancia en la determinación de las características del flujo.

En el flujo en canales, las interacciones específicas de las fases respectivas con las paredes del canal son de considerable importancia en la regulación de los patrones del flujo y la distribución de las fases. En flujos gas-líquido la presencia de agentes humectantes (o tenso-activos) a menudo pueden afectar críticamente el comportamiento del flujo.

Afortunadamente para flujos con superficies de separación deformables, el efecto de la tensión superficial propicia una tendencia hacia la formación de superficies de separación curvas, las cuales, para pequeñas gotas o burbujas, conllevan a la formación de elementos aproximadamente esféricos dentro de la fase discontinua. Esto combinado con otros factores, permite categorizar la naturaleza de los flujos en lo que comunmente se denominan patrones o regímenes de flujo.

Para flujos horizontales, en ausencia de fuerzas electromagnéticas, la complicación principal es que la fuerza gravitacional actúa sobre la fase líquida causando su desplazamiento hacia el fondo del canal. Los patrones de flujo mostrados en la figura (3.1) se definen de la siguiente forma:

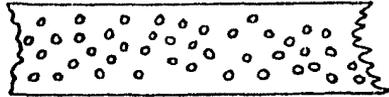
- a) Flujo en Burbujas. En canales horizontales, las burbujas tienden a fluir en la parte superior del canal.
- b) Flujo en Bloques (Plug Flow). Las burbujas presentan una estructura característica en forma de bala y tienden a moverse en una posición cercana a la parte superior del canal.
- c) Flujo Estratificado. Aquí la separación gravitacional es completa; el líquido fluye a lo largo del fondo del canal mientras que el gas fluye en la parte superior del mismo.
- d) Flujo Ondulante. Conforme la velocidad se incrementa en el flujo estratificado, se forman ondas en la superficie de separación gas-líquido, dando lugar a un patrón de flujo ondulante.
- e) Flujo en Pedazos (Slug Flow). En este régimen se forman grandes trozos de espuma (al crecer las ondas en el flujo ondulante) y son transportadas rápidamente a lo largo del canal. En algunos casos estos pedazos ocupan completamente la sección transversal del canal, mientras que en otros casos se presentan en forma de pulsos ondulantes muy grandes en la película del líquido gruesa del fondo del canal.
- f) Flujo Anular. En canales horizontales, el flujo anular se presenta a grandes tasas de flujo del gas. Existe comunmente algún arrastre de la fase líquida en forma de pequeñas gotas en el núcleo del gas, y como resultado de los efectos gravitacionales, la película líquida en el fondo del canal es más gruesa que la película de la parte superior.

La determinación de estos patrones de flujo se debe principalmente a una investigación empírica.<sup>(24)</sup> Se debe tener presente que en el flujo en dos fases que se presenta en el canal MHD, los patrones de flujo se verán afectados, además de los factores ya mencionados, por

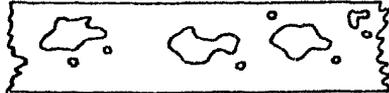
la presencia del campo magnético.

El flujo en dos fases obedece todas las leyes básicas de la mecánica de fluidos. Las ecuaciones son en realidad más complicadas o más numerosas que las de un flujo en una sola fase.

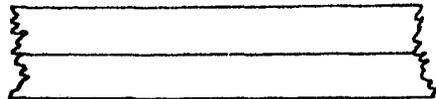
a) Flujo en Burbujas.



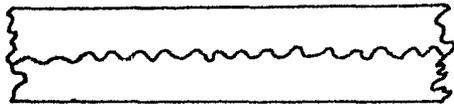
b) Flujo en Bloques.



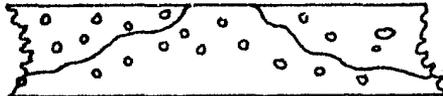
c) Flujo Estratificado.



d) Flujo Ondulante.



e) Flujo en Pedazos.



f) Flujo Anular.

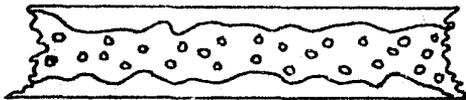


Fig. (3.1) Diversos patrones de flujo en dos fases.

ii) Parámetros Principales.

El gasto másico total (kg/seg) se representa por el símbolo  $\dot{m}$ . El flujo total es la suma de las componentes del flujo; entonces

$$\dot{m} = \dot{m}_l + \dot{m}_g \quad (2.85)$$

donde los subíndices  $l$  y  $g$  denotan la fases líquida y gaseosa respectivamente. El gasto volumétrico ( $m^3/seg$ ), se representa por el símbolo  $Q$ , entonces

$$\begin{aligned} Q &= Q_l + Q_g \\ Q_l &= \frac{\dot{m}_l}{\rho_l} \\ Q_g &= \frac{\dot{m}_g}{\rho_g} \end{aligned} \quad (2.86)$$

donde  $\rho_l$  y  $\rho_g$  son las densidades del líquido y del gas respectivamente. Cada parte del campo de flujo está ocupada por una u otra componente. Si  $\alpha$  representa la fracción de un elemento de volumen ocupada en cualquier instante por la componente gaseosa, y si el elemento se escoge suficientemente pequeño,  $\alpha$  puede valer únicamente 0 ó 1. Sin embargo, para la mayoría de los propósitos prácticos se escoge un volumen mucho mayor que las partículas discretas (gotas o burbujas), y  $\alpha$  representa entonces una concentración volumétrica promedio. Usualmente  $\alpha$ , llamada fracción hueca, se mide como un promedio sobre la sección transversal de flujo total y una longitud suficiente del ducto, para eliminar fluctuaciones locales. Entonces si una tubería de longitud  $L$  y sección transversal  $A$  se aísla repentinamente cerrando válvulas en ambos extremos, el contenido puede ser analizado y el volumen total  $V_g$  de la componente gaseosa se puede determinar. El valor promedio de  $\alpha$  es entonces

$$\langle \alpha \rangle = \frac{V_g}{AL} \quad (2.87)$$

A menudo no es posible medir  $\langle \alpha \rangle$  sobre una longitud grande de la tubería o canal, ya que el flujo no es uniforme. En este caso un gran número de lecturas instantaneas sobre una longitud  $\Delta L$  dan el promedio temporal de  $\alpha$  en una región dada. El valor promedio de  $\alpha$  en el espacio y en el tiempo es entonces

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\iint \alpha(\vec{r}, t) d\vec{r} dt}{\int d\vec{r} \int dt} \quad (2.88)$$

Usualmente el símbolo  $\alpha$  es usado para representar una concentración volumétrica promedio sin definir exactamente como se toma el promedio.

Resulta conveniente definir otro parámetro llamado calidad, como una medida de la fracción del flujo másico total a través de un área dada, compuesta de cada componente, entonces

$$C = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} \quad (2.89)$$

Evidentemente  $C$  está sujeta a las leyes estadísticas cuando el flujo es inestable o no homogéneo. El promedio debe tomarse sobre una superficie específica y por un período de tiempo dado. Por lo tanto

$$\langle C \rangle = \frac{\int G_g dA dt}{\int G dA dt} \quad (2.90)$$

donde  $G$  es el gasto másico total por unidad de área ( $\text{kg}/\text{m}^2\text{-seg}$ ) y  $G_g$  el gasto másico total por unidad de área de la componente gaseosa.

El símbolo  $J$  se usa para denotar el gasto volumétrico por unidad de área ( $\text{m}/\text{seg}$ ) o flujo. El flujo es en realidad una cantidad vectorial pero en el tratamiento unidimensional  $J$  se usa para representar la componente escalar en la dirección de movimiento a lo largo de una tubería o un ducto. El flujo está relacionado con la componente local de concentración y con la velocidad de la siguiente forma

$$\begin{aligned} J_x &= (1-\alpha)u_x \\ J_g &= \alpha u_g \end{aligned} \quad (2.91)$$

donde  $u_x$  y  $u_g$  son las velocidades de la fases líquida y gaseosa respectivamente. El flujo total es:

$$J = J_x + J_g \quad (2.92)$$

De esta forma tenemos

$$Q_x = \int J_x dA \quad (2.93)$$

$$Q_g = \int J_g dA$$

El flujo promedio a través de un área A es entonces

$$\langle J_g \rangle = \frac{Q_g}{A} \quad (2.94)$$

Claramente para pequeños elementos en los cuales la densidad de cada componente se puede suponer uniforme se tiene

$$\begin{aligned} G_x &= \rho_x J_x \\ G_y &= \rho_y J_y \\ G &= G_x + G_y \end{aligned} \quad (2.95)$$

El flujo másico promedio de la componente gaseosa a través de un área A es

$$\langle G_g \rangle = \frac{\dot{m}_g}{A} \quad (2.96)$$

A partir de los parámetros definidos es posible derivar diversas relaciones útiles para el flujo unidimensional, como por ejemplo

$$\dot{Q}_x = Q_x \rho_x \quad (2.97)$$

$$\dot{m}_g = Q_g \rho_g \quad (2.98)$$

$$\frac{J_x}{J_g} = \frac{Q_x}{Q_g} = \frac{u_x}{u_g} \frac{1-\alpha}{\alpha} \quad (2.99)$$

$$\frac{G_x}{G_g} = \frac{\dot{m}_x}{\dot{m}_g} = \frac{1-C}{C} \quad (2.100)$$

## 2.7 MODELOS PARA EL FLUJO EN DOS FASES.

El sistema de ecuaciones MHD (2.70 a 2.80) se obtuvo considerando un fluido homogéneo; constituido por una sola fase. Sin embargo el fenómeno que se requiere investigar es el flujo en dos fases que se presenta en el generador MHD. Existen diversos modelos que intentan describir dicho fenómeno. Los modelos aquí considerados son únicamente unidimensionales debido a la simplicidad que presentan. No obstante, en ocasiones el tratamiento unidimensional resulta insuficiente para la descripción de algunos fenómenos magnetohidrodinámicos.

Las suposiciones básicas que se utilizarán en los desarrollos posteriores son:

- a) Flujo unidimensional en cada fase.
- b) Flujo horizontal, despreciando efectos gravitacionales.
- c) El líquido es incompresible.
- d) Flujo estacionario.
- e) No existe transferencia de masa entre las fases.

### 2.7.1. FLUJO HOMOGÉNEO.

Como una primera aproximación puede utilizarse la teoría del flujo homogéneo, en donde se determinan propiedades promedio apropiadas, y la mezcla es tratada como un pseudofluido que obedece las ecuaciones comunes de un flujo en una sola fase. Las propiedades promedio que se requieren son velocidad, propiedades termodinámicas (v.g. temperatura y densidad), y propiedades de transporte (v.g. viscosidad) Estas pseudopropiedades se evalúan mediante el promedio y no son necesariamente las mismas que las propiedades de cada fase.

El principal problema que presenta esta descripción en el caso del generador MHD, es que por lo general no es posible determinar una velocidad promedio adecuada, ya que la fuerza de Lorentz, que actúa únicamente sobre la fase líquida, requiere de un gran gradiente de presión (negativo) para ser balanceada, lo cual tiende a acelerar al gas y a incrementar la velocidad relativa entre las fases.

Si la única componente apreciable de la velocidad está en la dirección  $x$  ( $\vec{u} = (u(x), 0, 0)$ ), y si el flujo tiene lugar en un ducto de área transversal  $A$ , la ecuación de continuidad (2.70) se transforma en

$$\rho_m u = \frac{1}{A} \frac{dm}{dt} = \text{constante}$$

o bien

$$\dot{m} = \rho_m u A = \text{constante} \quad (2.101)$$

donde  $\rho_m$  es la densidad promedio del fluido, que se supone constante.

La ecuación de conservación del momento (2.71) toma la forma

$$\rho_m u \frac{du}{dx} = -\frac{dp}{dx} - (\vec{F}_v)_x + (\vec{J} \times \vec{B})_x \quad (2.102)$$

donde el subíndice  $x$  se refiere a la componente  $x$  de las fuerzas viscosa y de Lorentz. Utilizando la ec.(2.101) y suponiendo que  $\vec{J} = (0, J, 0)$  y  $\vec{B} = (0, 0, B)$  (ver figura 2.3) se tiene

$$\frac{\dot{m}}{A} \frac{du}{dx} = -\frac{dP}{dx} - (F_v)_x - JB \quad (2.103)$$

En ocasiones es conveniente escribir la ec.(2.103) en la siguiente forma

$$\frac{dP}{dx} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_i + \left(\frac{dP}{dx}\right)_v + \left(\frac{dP}{dx}\right)_b \quad (2.104)$$

donde

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_i = \frac{\dot{m}}{A} \frac{du}{dx} \quad \left(\frac{dP}{dx}\right)_v = -(F_v)_x \quad \left(\frac{dP}{dx}\right)_b = -JB \quad (2.105)$$

Los tres términos del lado derecho de la ec.(2.104) se pueden interpretar como las componentes inercial, viscosa (fricción) y magnética del gradiente de presión.

Para transformar la ecuación de conservación de la energía (2.72) es conveniente primero ver a que se reduce el término  $\hat{\Pi} : \hat{U}$ . Utilizando la ec.(2.25) se tiene

$$u_i \pi'_{ik} = \eta \left( u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + f \delta_{ik} u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \quad i, k, l = 1, 2, 3$$

donde 1, 2, 3 representan las direcciones  $x, y, z$  respectivamente. Puesto que  $u_1 = u(x)$  y  $u_2 = u_3 = 0$ , el único término distinto de cero es

$$u_i \pi'_{ik} = \eta \left( u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + f u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (2.106)$$

En la práctica, los efectos ocasionados por el segundo coeficiente de viscosidad pueden despreciarse y puesto que se supone un flujo estacionario, la ec.(2.72) toma la forma

$$\frac{dq}{dx} - \frac{d}{dx} \left( \frac{4}{3} \eta u \frac{du}{dx} \right) = -\frac{d}{dx} \left[ \rho_m u \left( h + \frac{u^2}{2} \right) \right] - (\nabla \cdot \vec{S})_x \quad (2.107)$$

o bien

$$\frac{dq}{dx} - \frac{dW_v}{dx} = -\frac{\dot{m}}{A} \frac{d}{dx} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) - JE \quad (2.108)$$

donde

$$W_v = \frac{4}{3} \eta u \frac{du}{dx} \quad (2.109)$$

es el trabajo por unidad de tiempo y por unidad de área realizado por la fuerza de fricción interna. En la ec.(2.108) se utilizó la ec.(2.53) y el hecho de que  $\vec{E} = (0, -E, 0)$  y  $\frac{\partial W}{\partial t} = 0$ .

La Ley de Ohm se reduce a

$$J = \sigma_m (uB - E) \quad (2.110)$$

donde  $\sigma_m$  es la conductividad eléctrica promedio de la mezcla.

La teoría del flujo homogéneo se puede extender a flujos no estacionarios mediante la inclusión de términos dependientes del tiempo. De esta forma la ecuación de continuidad sería

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m u)}{\partial x} = 0 \quad (2.111)$$

mientras que la ecuación de conservación del momento estaría dada por

$$\rho_m \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} - (F_v)_x - JB \quad (2.112)$$

y para la conservación de la energía se tendría

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_m \frac{u^2}{2} + \rho_m \epsilon \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho_m u \left( \frac{u^2}{2} + h \right) \right] - \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial W_v}{\partial x} - JE \quad (2.113)$$

La densidad promedio que aparece en todas las ecuaciones conviene expresarla en términos de los parámetros que describen a un flujo en dos fases; de esta forma, en términos de la fracción hueca se tiene

$$\rho_m = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l \quad (2.113')$$

mientras que en términos de la calidad

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{C}{\rho_g} + \frac{1-C}{\rho_l} \quad (2.114)$$

donde  $\rho_g$  y  $\rho_l$  son las densidades de la fase gaseosa y la fase líquida respectivamente.

Las ecuaciones anteriores obtenidas mediante el modelo de flujo

homogéneo ofrecen una descripción sencilla del fenómeno que tiene lugar en un generador MHD de dos fases. Sin embargo presenta ciertos problemas, principalmente relacionados con la dificultad mencionada de determinar una velocidad promedio adecuada para la mezcla. Por consiguiente, aunque este modelo podría en principio utilizarse para un análisis detallado del generador, no se considerará con mayor profundidad.

### 2.7.2. FLUJO SEPARADO.

El modelo de flujo separado toma en cuenta el hecho de que las dos fases pueden tener propiedades y velocidades diferentes. El modelo ofrece distintos grados de complejidad. En el caso más sofisticado se obtienen ecuaciones separadas de continuidad, momento y energía para cada fase y se resuelven simultáneamente, junto con las ecuaciones que describen la interacción entre las fases y con las paredes del ducto. Aquí se considera una versión más simple en donde sólo un parámetro es diferente entre las fases, mientras que las ecuaciones de conservación se escriben para el flujo combinado, es decir, considerando propiedades de flujo promedio.

El parámetro considerado diferente es la velocidad. Para un flujo estacionario se considera que las suposiciones de flujo homogéneo en equilibrio se adaptan para permitir velocidades distintas para las dos fases. Las leyes de conservación para la masa, momento y energía en un flujo estacionario unidimensional pueden entonces derivarse en términos de las dos velocidades  $u_1$  y  $u_2$ .

i) Continuidad.

Si consideramos a  $V$  como la unidad de volumen ( $A dx$ ) del fluido, se tendrá que en términos de la fracción hueca, el volumen ocupado por la fase gaseosa es  $\alpha V$ , mientras que la fase líquida ocupa un volumen  $(1-\alpha)V$ . Por lo tanto para la fase gaseosa se puede escribir

$$\frac{dm_g}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho_g \alpha V)$$

$$\dot{m}_g = \rho_g A u_g \alpha \quad (2.115)$$

y para la fase líquida

$$\frac{dm_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho_l(1-\alpha)V)$$

$$\dot{m}_2 = \rho_l A u_2 (1-\alpha) \quad (2.116)$$

Si no se suministra masa al flujo desde fuera del ducto y el flujo másico total es constante se tiene

$$\dot{m} = \dot{m}_g + \dot{m}_l = \text{constante} \quad (2.117)$$

En ausencia de cambio de fase  $\dot{m}_g$  y  $\dot{m}_l$  son constantes individualmente, que es el caso del generador MHD, pues dentro del mismo sólo se lleva a cabo una expansión de la fase gaseosa.

ii) Conservación de momento.

La ecuación (2.103) puede ser modificada de modo que considere las diferentes velocidades de las fases. En términos de la calidad se puede escribir

$$\frac{\dot{m}}{A} \frac{d}{dx} [C u_g + (1-C) u_l] = -\frac{dP}{dx} - (F_w)_x - JB \quad (2.118)$$

o bien utilizando las ecs. (2.89) y (2.85)

$$\frac{\dot{m}_g}{A} \frac{du_g}{dx} + \frac{\dot{m}_l}{A} \frac{du_l}{dx} = -\frac{dP}{dx} - (F_w)_x - JB \quad (2.119)$$

La ecuación (2.119) representa la conservación del momento para la combinación de gas y líquido. Además de esta ecuación, se debe considerar la ecuación de movimiento (conservación de momento) para una burbuja, esto es, para la fase gaseosa. Esto se logra igualando las fuerzas que actúan sobre la burbuja con la razón de cambio temporal del momento de la burbuja. Dichas fuerzas se representan esquemáticamente, al igual que la velocidad de la burbuja, en la figura (2.5).

Haciendo un balance de fuerzas se tiene

$$\rho_g u_g \frac{du_g}{dx} = -\frac{dP}{dx} - F_{of} - F_{mv} \quad (2.120)$$

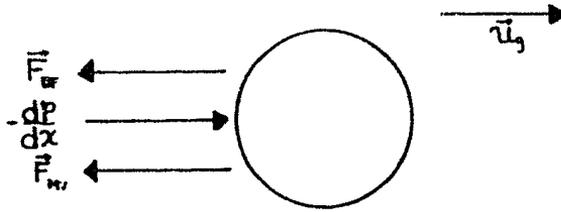


Fig. (2.5) Diagrama que muestra las direcciones de la velocidad de una burbuja y de las diversas fuerzas que actúan sobre ella.

donde  $F_{mf}$  es la fuerza de fricción (por unidad de volumen) entre las fases debida al deslizamiento entre ellas y  $F_{mv}$  es la fuerza de masa virtual, causada por la reacción del líquido adyacente a la burbuja que está siendo acelerado por el movimiento de la burbuja.

iii) Ecuación de Estado.

La ecuación de estado para la fase gaseosa puede considerarse en principio como la de un gas ideal

$$P = \rho_g RT \quad (2.121)$$

donde  $R$  es la constante universal de los gases. En general la ecuación de estado dependerá de la elección del fluido termodinámico.

iv) Conservación de la Energía.

La ecuación (2.108) puede ser modificada de manera análoga a la ecuación de conservación de momento, obteniendo

$$\frac{dq}{dx} - \frac{dW_v}{dx} = -\frac{\dot{m}}{A} \frac{d}{dx} \left[ C \frac{u_g^2}{2} + (1-C) \frac{u_l^2}{2} \right] - \frac{\dot{m}}{A} \frac{d}{dx} [C h_g + (1-C) h_l] - JE$$

o bien, utilizando las ecs. (2.85) y (2.89)

$$\frac{dq}{dx} - \frac{dW_v}{dx} = -\frac{\dot{m}_g}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{u_g^2}{2} \right) - \frac{\dot{m}_l}{A} \frac{d}{dx} \left( \frac{u_l^2}{2} \right) - \frac{\dot{m}_g}{A} \frac{dh_g}{dx} - \frac{\dot{m}_l}{A} \frac{dh_l}{dx} - JE \quad (2.112)$$

donde  $h_g$  y  $h_l$  son las entalpías específicas del gas y líquido respectivamente. Puesto que dentro del canal no existe un flujo externo de calor,  $q = 0$ ; además es posible despreciar el término  $\frac{dW_v}{dx}$  al compararlo con los otros términos de la ecuación (2.122), suponiendo

que la fricción no es muy severa; entonces

$$\dot{m}_2 u_2 \frac{du_2}{dx} + \dot{m}_1 u_1 \frac{du_1}{dx} + \dot{m}_2 \frac{dh_2}{dx} + \dot{m}_1 \frac{dh_1}{dx} = -A J E \quad (2.123)$$

v) Ley de Ohm.

Tomando en cuenta que la conductividad de la mezcla depende en general de la fracción hueca  $\alpha$ , la Ley de Ohm se puede expresar en la forma

$$J = \sigma(\alpha)(u_1 B - E)$$

o bien

$$J = \sigma(\alpha) u_1 B (1 - K) \quad (2.124)$$

donde K es el factor de carga definido en la sección 2.3 y dado por

$$K = \frac{E}{u_1 B} = \frac{\Phi}{u_1 B b} \quad (2.125)$$

siendo  $\Phi$  el voltaje de carga entre los electrodos y  $b$  la distancia constante entre los mismos.

Existen varias observaciones importantes respecto a las ecuaciones obtenidas con el modelo de flujo separado que se deben notar aquí. Primeramente estas ecuaciones no son capaces de analizar efectos relacionados con variaciones normales a la dirección de flujo. Por otra parte, ya que la conductividad local de la mezcla depende de la fracción hueca  $\alpha$ , una variación de  $\alpha$  produce, por ejemplo, un perfil no uniforme de velocidades del líquido. Además puesto que el desempeño de un ciclo que contenga un generador de dos fases se incrementa al aumentar la fracción hueca (es decir, la potencia requerida para recircular al metal líquido decrece), al resolver las ecuaciones el interés debe centrarse principalmente en flujos con altas fracciones huecas.

La solución del sistema de ecuaciones anterior generalmente se requiere de dos formas. La primera es relativa al diseño, donde se fijan ciertos parámetros y se busca un diseño óptimo del generador. Al parecer, para este caso, el desempeño óptimo se alcanza cuando la

velocidad del líquido  $u_1$  es constante. También se requiere minimizar el deslizamiento entre las fases, es decir  $(u_1/u_2) \approx 1$ . En la segunda forma, en el análisis de una geometría dada, no es posible hacer tales suposiciones. La naturaleza de la fuerza de interacción entre las fases  $F_{\text{or}}$  es entonces fuertemente dependiente de la naturaleza del patrón de flujo en dos fases. Por lo tanto el siguiente paso es analizar un patrón de flujo determinado, dando las expresiones para las distintas fuerzas en el caso particular.

### 2.7.3. FLUJO EN BURBUJAS.

Para el modelo de flujo en burbujas, las distintas fuerzas que aparecen en el sistema de ecuaciones de la sección 2.7.2 se pueden definir adecuadamente, con excepción de la fuerza de fricción  $F_v$  que sólo puede definirse empíricamente. Se consideran aquí las expresiones propuestas por Petrick et al. (25) para este modelo.

La fuerza de fricción ( $F_v$ ) se define por la fórmula empírica

$$(F_v)_x = \left( \frac{1-C}{1-\alpha} \right) \frac{f_L}{a} \rho u_1^2 \quad (2.126)$$

donde  $f_L$  es el factor de fricción de la fase líquida,  $u_1$  es la velocidad superficial del líquido y  $a$  es la anchura del canal (en la dirección del campo magnético).

La fuerza magnética inducida  $F_a$  está dada por la fuerza de Lorentz

$$F_a = JB = \sigma_m(\alpha) u_2 B^2 (1-K) \quad (2.127)$$

La fuerza de fricción entre las fases o fuerza de arrastre  $F_{\text{or}}$  se define a través del coeficiente de arrastre  $C_d$  para un flujo sobre una esfera rígida, y es proporcional al cuadrado de la velocidad relativa entre la burbuja y el líquido

$$F_{\text{or}} = C_d \rho_2 (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \frac{S_v}{V_b} \quad (2.128)$$

donde  $S_v$  es el área de la sección transversal total efectiva de la superficie de separación gas-líquido, y  $V_b$  es el volumen de la burbuja.

La fuerza de masa virtual  $F_m$  está dada por

$$F_m = \frac{\rho_a}{C_m} (u_3 \frac{du_3}{dx} - u_1 \frac{du_1}{dx}) \quad (2.129)$$

donde  $C_m$  es la constante de masa virtual. El coeficiente  $\rho_a/C_m$  de la aceleración se puede visualizar como la masa que debe sumarse a la masa real de la burbuja cuando se determina su respuesta a una fuerza aplicada.

El modelo analítico final para el flujo en dos fases del generador MHD puede escribirse explícitamente sustituyendo las ecuaciones (2.126) a (2.129) en las ecuaciones (2.119) y (2.120) y la ecuación (2.124) en la ecuación (2.123)

$$\frac{\dot{m}_3}{A} \frac{du_3}{dx} + \frac{\dot{m}_1}{A} \frac{du_1}{dx} + \frac{dp}{dx} = -\frac{(1-c)f_a}{(1-\alpha)A} \rho_a \left(\frac{\dot{m}_a}{\rho_a A}\right)^2 - \sigma u_a B^2 (1-k) \quad (2.130)$$

$$\left(\rho_3 u_3 + \frac{\rho_a u_3}{C_m}\right) \frac{du_3}{dx} - \frac{\rho_1 u_1}{C_m} \frac{du_1}{dx} + \frac{dp}{dx} = -C_d \rho_a (u_3 - u_1) |u_3 - u_1| \frac{S_b}{V_b} \quad (2.131)$$

$$\dot{m}_3 u_3 \frac{du_3}{dx} + \dot{m}_1 u_1 \frac{du_1}{dx} + \dot{m}_3 \frac{dh_3}{dx} + \dot{m}_1 \frac{dh_1}{dx} = -\sigma u_a B \Phi (1-k) a \quad (2.132)$$

Estas ecuaciones aunadas a las ecuaciones de continuidad (2.115) y (2.116) y a la ecuación de estado (2.121), constituyen el sistema de ecuaciones del modelo analítico. Sin embargo para asegurar la validez del modelo aún debe responderse si el sistema de ecuaciones es suficiente para dar soluciones únicas y si la fórmula empírica para la fuerza de fricción es válida para todo el rango de parámetros de un ciclo MHD. Además es necesario dar las definiciones explícitas de los parámetros  $C_d$ ,  $\sigma$ ,  $C_m$ ,  $S_b$  y  $V_b$ .

#### 2.7.4. MODELO DE BURBUJAS ESFERICAS UNIFORMES.

En este análisis se supone una distribución uniforme de burbujas esféricas de igual tamaño a lo largo de cualquier punto del canal. Además se supone que cada burbuja está inmersa en un medio líquido infinito sin viscosidad. Con estas suposiciones adicionales es posible dar respuesta a todas las cuestiones anteriores excepto la construcción requerida para determinar el tamaño de la burbuja.

En los modelos desarrollados en el Argonne National Laboratory (ANL) de los E. U. A. <sup>(25)</sup> el coeficiente de arrastre  $C_d$  fue tomado

de la correlación empírica desarrollada por Peebles y Garber<sup>(26)</sup>, tomando el valor constante de 0.4. El coeficiente de masa virtual  $C_m$  se tomó igual a 2 y el área de la sección transversal efectiva de la interfase  $S_b$  fue tomada también del trabajo de Peebles y Garber, y está dada por

$$S_b = \frac{1}{2} \pi r_b^2 \quad (2.133)$$

donde  $r_b$  es el radio de la burbuja, cuyo volumen es

$$V_b = \frac{4}{3} \pi r_b^3 \quad (2.134)$$

La conductividad eléctrica de la mezcla se tomó de la correlación empírica desarrollada por Petrick<sup>(5)</sup>

$$\sigma(\alpha) = \sigma_2 e^{-2.8\alpha} \quad (2.135)$$

donde  $\sigma_2$  es la conductividad del metal líquido.

Combinando la información anterior, el sistema de ecuaciones está bien definido y la fuerza de arrastre en la ecuación (2.131) depende únicamente del radio de la burbuja, esto es

$$F_{\sigma} = C_d \rho_2 (u_3 - u_1) |u_3 - u_1|^{\frac{3}{8}} \frac{1}{r_b} \quad (2.136)$$

Para que el sistema de ecuaciones sea suficiente se requiere una condición adicional referente al tamaño de la burbuja. Para obtener esta condición en el ANL se utilizó el criterio de inestabilidad de Rayleigh-Taylor para determinar el tamaño máximo estable de la burbuja de gas. En la referencia (25) puede encontrarse un desarrollo detallado de este criterio.

Debido a las suposiciones altamente idealizadas del modelo de burbujas esféricas, su rango de validez parece estar limitado a valores bajos de la fracción hueca ( $\alpha < 0.40$ ).

#### 2.7.5. MODELO DE BURBUJAS ELIPSOIDALES.

Conforme la fracción hueca de la mezcla en dos fases se incrementa, aún bajo la suposición de un flujo en burbujas, es de esperarse que las burbujas se deformen. Consecuentemente el siguiente paso es suponer una configuración diferente para la burbuja con el objeto de determinar el efecto de la deformación de las burbujas.

Por cuestión de simplicidad puede utilizarse una burbuja elipsoi-  
dal manteniendo invariantes las demás suposiciones del caso esfé-  
rico. La constricción para el modelo (tamaño máximo estable de la  
burbuja) puede obtenerse mediante el criterio de inestabilidad de  
Helmholtz-Kelvin<sup>(25)</sup>. El cambio principal se introduce en la fuer-  
za de arrastre quedando en la forma

$$F_{of} = C_d \rho_L (u_g - u_L) |u_g - u_L| (1 - K_a \alpha)^2 \quad (2.137)$$

donde  $K_a$  es una constante de proporcionalidad. La ec.(2.137) mues-  
tra que la fuerza de arrastre decrece al aumentar la fracción hue-  
ca. La expresión para la conductividad  $\sigma$  es la misma que en el mo-  
delo de burbujas esféricas, ya que es un resultado empírico verifi-  
cado experimentalmente. Asimismo los valores de las constantes se  
siguen manteniendo. Combinando el sistema de ecuaciones (2.130) a  
(2.132) con la ecuación (2.137) se puede realizar el análisis del  
sistema bajo este modelo, sin embargo su rango de validez también  
esta limitado a valores bajos de la fracción hueca ( $\alpha < 0.60$ ).

#### 2.7.6. MODELO DE FLUJO VIOLENTAMENTE TURBULENTO.

Aunque el desarrollo de los dos modelos idealizados anterio-  
res puede dar resultados interesantes, su validez se reduce a valo-  
res bajos de la fracción hueca. Para valores altos es muy poco pro-  
bable que un flujo en burbujas pueda existir. Un patrón más proba-  
ble es el de flujo violentamente turbulento. Este es un patrón de  
flujo desordenado en el cual algunas de las burbujas se juntan pa-  
ra formar grandes burbujas de formas indefinidas, las cuales pue-  
den tener velocidades mayores que las burbujas pequeñas. Más aún  
la fase gaseosa tiende a violentarse, con muy altos niveles de mo-  
vimiento desordenado.

Puesto que la estructura del flujo es muy complicada, un aná-  
lisis sin el uso de una formulación empírica es prácticamente im-  
posible. Por lo tanto, el sistema de ecuaciones puede utilizarse  
únicamente para representar los valores promedio de las variables  
de flujo. Esto permite utilizar el modelo de flujo en burbujas de  
una forma ligeramente modificada.

Una primera modificación puede ser eliminar el término de ma-

sa virtual, ya que se aplica únicamente cuando las burbujas están muy separadas. Además este término es generalmente pequeño comparado con otros términos de la ecuación. La segunda modificación consiste en reemplazar la expresión que describe la variación  $S_b/V_b$  en el modelo previo. Más específicamente, la cantidad  $C_d(S_b/V_b)$  puede reemplazarse por un valor equivalente que depende de la fracción hueca y es utilizado para describir el arrastre entre las fases en el flujo violentamente turbulento.

En el ANL<sup>(25)</sup> se utilizó una relación para  $C_d$  y  $S_b/V_b$  encontrada en los datos de Zuber y Henry<sup>(27)</sup> para una mezcla de aire-agua, dada por

$$C_d \frac{S_b}{V_b} = K_d (1-\alpha)^3 \quad (2.138)$$

donde  $K_d$  es una constante de proporcionalidad.

En resumen las ecuaciones que constituyen el modelo analítico son

i) Ecuación de Continuidad.

$$\begin{aligned} \dot{m}_a &= \rho_a A u_a (1-\alpha) = \text{constante} \\ \dot{m}_g &= \rho_g A u_g \alpha = \text{constante} \end{aligned} \quad (2.140)$$

ii) Conservación de Momento.

$$\frac{\dot{m}_g}{A} \frac{du_g}{dx} + \frac{\dot{m}_a}{A} \frac{du_a}{dx} + \frac{dP}{dx} = -\left(\frac{1-C}{1-\alpha}\right) \frac{f_a}{\alpha} \frac{\dot{m}_a^2}{\rho_a A^2} - \sigma(\alpha) u_a B^2 (1-K) \quad (2.141)$$

$$\rho_g u_g \frac{du_g}{dx} + \frac{dP}{dx} = -K_d (1-\alpha)^3 (u_g - u_a) |u_g - u_a| \quad (2.142)$$

iii) Conservación de la Energía.

$$\dot{m}_g u_g \frac{du_g}{dx} + \dot{m}_a u_a \frac{du_a}{dx} + \dot{m}_g \frac{dh_g}{dx} + \dot{m}_a \frac{dh_a}{dx} = -\sigma(\alpha) u_a B \phi (1-K) \alpha \quad (2.143)$$

iv) Ecuación de Estado.

$$P = \rho_g R T \quad (2.144)$$

donde

$$\alpha = \frac{V_g}{V} \quad (2.145)$$

$$C = \frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_b + \dot{m}_a} \quad (2.146)$$

$$\sigma(\alpha) = \sigma_0 e^{-3.8\alpha} \quad (2.147)$$

### 2.7.7. VALIDEZ DE LOS MODELOS ANALITICOS.

La validez de los modelos expuestos en las secciones 2.7.4, 2.7.5 y 2.7.6 fue verificada en el ANL<sup>(25)</sup> comparando los valores obtenidos teóricamente con los datos obtenidos de experimentos realizados en un generador MHD de dos fases utilizando la mezcla NaK-N<sub>2</sub> a temperatura ambiente. El sistema de ecuaciones se resolvió con ayuda de una computadora, utilizando un método iterativo, obteniendo la fracción hueca y la presión a la salida del canal.

En el caso del modelo de burbujas esféricas la comparación no fue completamente satisfactoria. Por ejemplo, los resultados analíticos podían concordar con los datos para un experimento específico, reduciendo el coeficiente de arrastre  $C_d$ ; sin embargo el mismo conjunto de parámetros no podía utilizarse para producir resultados concordantes con otros experimentos. Esto se atribuyó al hecho de que el rango experimental de la fracción hueca excedió el rango del modelo analítico.

Para el modelo de burbujas elipsoidales la comparación entre los datos computados y los experimentales mostraron que para fracciones huecas mayores al 75%, la desviación en la presión se incrementó significativamente, al igual que en la fracción hueca de salida. Esto fue atribuido a la incapacidad del modelo para calcular las fuerzas de fricción y de arrastre.

El modelo de flujo violentamente turbulento fue probado introduciendo adicionalmente una modificación en la fuerza de fricción que corregía algunas inconsistencias evidentes. Los resultados analíticos concordaron dentro de un 25% de los datos tomados durante más de 50 experimentos, lo cual fue considerado como un excelente acuerdo, atestiguando la validez del modelo.

Los resultados obtenidos de los estudios paramétricos, realizados a partir de los modelos analíticos fueron de gran utilidad en el diseño y construcción del generador. En un principio se utilizaron para obtener un diseño óptimo del generador (eficiencia máxima),

desarrollando después una configuración práctica que se aproximará a los resultados teóricos y por último se utilizó nuevamente el modelo para obtener una optimización final. Un resultado importante encontrado fue que la configuración del generador se puede encontrar partiendo de un conjunto dado de parámetros iniciales.

## CAPITULO III

### EL GENERADOR MHD COMO UNA MAQUINA TERMICA

#### 3.1 BALANCE DE ENERGIA EN EL GENERADOR MHD DE DOS FASES.

En este capítulo se considerará al generador MHD como una máquina térmica, es decir, como un convertidor de energía térmica en energía eléctrica, lo cual implica una descripción termodinámica del generador.

Para un sistema cerrado, donde no existe flujo de masa, la primera ley de la termodinámica se expresa por

$$dU = dQ - dW \quad (3.1)$$

donde  $U$  es la energía interna del sistema,  $Q$  es el calor que entra o sale del mismo y  $W$  es el trabajo mecánico efectuado por o sobre el sistema. En la ec.(3.1) se ha adoptado la convención de que el calor que entra al sistema es positivo mientras que el que sale es negativo; así mismo el trabajo que el sistema realiza hacia el exterior es positivo, mientras que el trabajo que efectúan los alrededores sobre el sistema es negativo.

A través del generador MHD de dos fases existe permanentemente un flujo de masa y por consiguiente se debe considerar como un sistema abierto. Para establecer el balance energético en este sistema, es conveniente considerar como volumen de control al volumen encerrado por el canal del generador, de modo que el sistema consiste de toda la masa que se encuentra inicialmente en el volumen de control más la masa que entra.

Durante un intervalo de tiempo  $\delta t$ , la masa  $\delta m_e$  entra al volumen de control a través de un área discreta  $A_e$ , y la masa  $\delta m_s$  sale del volumen de control a través del área  $A_s$ . Teniendo en cuenta que el flujo de masa que atraviesa el generador está compuesto de dos fases esencialmente diferentes, es decir, un gas o vapor y un metal líquido, las propiedades distintas de cada fase deberán considerarse separadamente. Como una simplificación se supondrá que la fracción de masa que entra al volumen de control  $\delta m_e$ , ya sea de gas o líquido, tiene propiedades uniformes, y similarmente la masa saliente,  $\delta m_s$ , tendrá propiedades uniformes.

El trabajo total hecho por  $\bullet$  sobre el sistema durante esta pro-  
 ceso es  $\delta W$ , y esta compuesto esencialmente por el trabajo asocia-  
 do con las masas  $\delta m_g$  y  $\delta m_l$  (tanto de líquido como de gas) que cru-  
 zan la superficie de control, denominado trabajo de flujo, y el tra-  
 bajo  $\delta W_e$ , el cual incluye todas las otras formas de trabajo, que  
 en este caso serán el trabajo debido al campo magnético y el traba-  
 jo eléctrico obtenido del generador. El trabajo realizado por las  
 fuerzas disipativas no se considera pues se efectua completamente  
 dentro del volumen de control.

En un proceso ideal en el generador, no existe flujo de ener-  
 gía en forma de calor a través de las fronteras del sistema y por  
 lo tanto  $\delta Q=0$ . Existe únicamente una transferencia de calor del  
 metal líquido hacia el gas, pero ésta ocurre enteramente dentro del  
 sistema. Es posible entonces visualizar el proceso que ocurre en el  
 sistema de la forma que sugiere la figura (3.1).

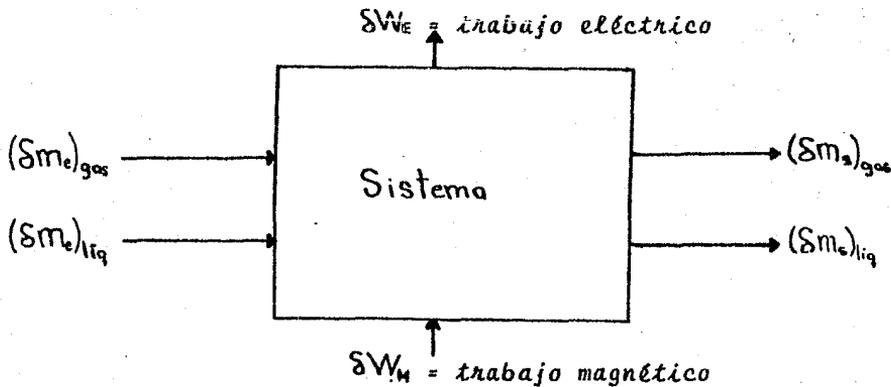


Fig. (3.1) Diagrama que muestra al generador MHD como un sistema abier-  
 to.

De modo que es posible escribir la primera ley de la siguiente forma

$$\Delta U_g + \Delta U_l = -\delta W \quad (3.2)$$

donde  $\Delta U_g$  y  $\Delta U_l$  representan las diferencias de energía interna de  
 la fase gaseosa y líquida respectivamente. Más explícitamente se tie-  
 ne

$$(U_{2g} - U_{1g}) + (U_{2l} - U_{1l}) = -\delta W \quad (3.3)$$

donde los subíndices 1 y 2 indican los estados inicial y final del proceso. Es posible considerar cada uno de los términos de la ecuación (3.3), transformandolos de modo que se aplique al volumen de control; para ello se considerará que  $U_t$  representa a la energía en el volumen de control al tiempo  $t$  y  $U_{t+\delta t}$  representa la energía en el volumen de control al tiempo  $t+\delta t$ . Así para la fase gaseosa, el balance instantaneo de energía interna será

$$U_{1g} = U_{t,g} + e_{s,g} \delta m_{s,g} \quad (3.4)$$

para el tiempo  $t$  y

$$U_{2g} = U_{(t+\delta t),g} + e_{s,g} \delta m_{s,g} \quad (3.5)$$

un intervalo  $\delta t$  después; mientras que para la fase líquida será

$$U_{1l} = U_{t,l} + e_{s,l} \delta m_{s,l} \quad (3.6)$$

para el tiempo  $t$  y

$$U_{2l} = U_{(t+\delta t),l} + e_{s,l} \delta m_{s,l} \quad (3.7)$$

un intervalo  $\delta t$  después. En las expresiones anteriores  $e_a$  y  $e_s$  representan la energía por unidad de masa que entra y sale del sistema debido al flujo de masa. Entonces el lado izquierdo de la ecuación (3.3) se puede escribir

$$(U_{2g} - U_{1g}) + (U_{2l} - U_{1l}) = (U_{(t+\delta t),g} - U_{t,g}) + (U_{(t+\delta t),l} - U_{t,l}) + (e_{s,g} \delta m_{s,g} - e_{s,g} \delta m_{e,g}) + (e_{s,l} \delta m_{s,l} - e_{e,l} \delta m_{e,l}) \quad (3.8)$$

Los términos contenidos en los dos últimos paréntesis del lado derecho de la ec.(3.8) representan el flujo neto de energía que cruza la superficie de control durante el intervalo  $\delta t$  como resultado del flujo de masa, tanto de gas como de líquido, a través de dicha superficie.

El trabajo asociado con las masas  $\delta m_g$  y  $\delta m_l$  de gas y líquido es realizado por la fuerza normal (al área  $A$ ) que actúa sobre  $\delta m_g$  y  $\delta m_l$  conforme estas masas cruzan la superficie de control. Esta fuerza normal es igual al producto del tensor de esfuerzos normal  $-\pi_n$  y el área

A. El trabajo hecho es

$$-\pi_n Adx = -\pi_n \delta V = -\pi_n \nu \delta m \quad (3.9)$$

donde  $\nu$  es el volumen específico. Como una aproximación es posible suponer que el tensor de esfuerzos normal es igual a la presión estática  $P$  en el punto dado, lo cual para aplicaciones prácticas es una suposición razonable. De esta forma el trabajo hecho sobre la masa  $\delta m_e$  conforme entra al volumen de control es  $P_e \nu_e \delta m_e$  y el trabajo hecho por la masa  $\delta m_s$  conforme sale del volumen de control es  $P_s \nu_s \delta m_s$ . Por consiguiente el trabajo total hecho por o sobre el sistema durante el intervalo  $\delta t$  es

$$\delta W = \delta W_{vc} + (P_{s_1} \nu_{s_1} \delta m_{s_1} - P_{e_1} \nu_{e_1} \delta m_{e_1}) + (P_{s_2} \nu_{s_2} \delta m_{s_2} - P_{e_2} \nu_{e_2} \delta m_{e_2}) \quad (3.10)$$

Al dividir las ecuaciones (3.8) y (3.10) entre  $\delta t$ , sustituyendo en la ec. (3.3) y rearrreglando se tiene

$$\begin{aligned} (e_{e_1} + P_{e_1} \nu_{e_1}) \frac{\delta m_{e_1}}{\delta t} + (e_{s_1} + P_{s_1} \nu_{s_1}) \frac{\delta m_{s_1}}{\delta t} &= \frac{U_{(e+s)_1} - U_{e_1}}{\delta t} + \frac{U_{(e+s)_2} - U_{e_2}}{\delta t} \\ + (e_{s_2} + P_{s_2} \nu_{s_2}) \frac{\delta m_{s_2}}{\delta t} + (e_{e_2} + P_{e_2} \nu_{e_2}) \frac{\delta m_{e_2}}{\delta t} &+ \frac{\delta W_{vc}}{\delta t} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Suponiendo que las únicas formas de energía que posee la materia que entra o sale del sistema son la interna, la cinética y la potencial gravitacional, se tiene que la energía total  $e$  por unidad de masa será la suma

$$e = u + \frac{u^2}{2} + gz \quad (3.12)$$

donde  $u$  es la energía interna por unidad de masa,  $u$  la velocidad del fluido,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $z$  la altura respecto al nivel cero de energía potencial. En realidad el término gravitacional resulta demasiado pequeño para ser tomado en cuenta, y por lo tanto será omitido. De esta forma se tiene

$$\begin{aligned} e + pu &= u + pu + \frac{u^2}{2} \\ &= h + \frac{u^2}{2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde se ha utilizado la definición de la entalpía específica  $h$ .  
 Con esto la ecuación (3.11) se transforma en

$$\begin{aligned} (h_{e9} + \frac{u_{e9}^2}{2}) \frac{\delta m_{e9}}{\delta t} + (h_{e8} + \frac{u_{e8}^2}{2}) \frac{\delta m_{e8}}{\delta t} &= \frac{U_{(e+s)9} - U_9}{\delta t} + \frac{U_{(e+s)8} - U_8}{\delta t} \\ + (h_{s9} + \frac{u_{s9}^2}{2}) \frac{\delta m_{s9}}{\delta t} + (h_{s8} + \frac{u_{s8}^2}{2}) \frac{\delta m_{s8}}{\delta t} + \frac{\delta W_{vc}}{\delta t} &\quad (3.14) \end{aligned}$$

Para reducir la ecuación (3.14) a una ecuación diferencial, a continuación se establecen los límites de cada uno de los términos conforme  $\delta t$  tiende a cero. Puesto que al aproximarse  $\delta t$  a cero el sistema y el volumen de control coinciden se tiene

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left( \frac{U_{(e+s)} - U_i}{\delta t} \right) = \frac{dU_{vc}}{dt} \quad (3.15)$$

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\delta W_{vc}}{\delta t} \right) = \dot{W}_{vc} \quad (3.16)$$

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\delta m_e}{\delta t} \left( h_e + \frac{u_e^2}{2} \right) \right) = \dot{m}_e \left( h_e + \frac{u_e^2}{2} \right) \quad (3.17)$$

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\delta m_s}{\delta t} \left( h_s + \frac{u_s^2}{2} \right) \right) = \dot{m}_s \left( h_s + \frac{u_s^2}{2} \right) \quad (3.18)$$

La suposición original de que tanto  $\delta m_e$  como  $\delta m_s$  tienen propiedades uniformes, se reduce al tomar los límites anteriores, a la restricción de propiedades uniformes a través tanto del área  $A_e$  como del área  $A_s$  en un instante de tiempo.

Al utilizar los valores límites se puede escribir la ecuación (3.14) para la primera ley como una ecuación diferencial de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{m}_{e9} \left( h_{e9} + \frac{u_{e9}^2}{2} \right) + \dot{m}_{e8} \left( h_{e8} + \frac{u_{e8}^2}{2} \right) &= \frac{dU_9}{dt} + \frac{dU_8}{dt} + \dot{m}_{s9} \left( h_{s9} + \frac{u_{s9}^2}{2} \right) \\ + \dot{m}_{s8} \left( h_{s8} + \frac{u_{s8}^2}{2} \right) + \dot{W}_{vc} &\quad (3.19) \end{aligned}$$

El término  $\dot{W}_{vc}$  se puede escribir como

$$\dot{W}_{vc} = \dot{W}_E + \dot{W}_M \quad (3.20)$$

donde  $\dot{W}_E$  representa el trabajo eléctrico por unidad de tiempo cedido por el sistema hacia la carga externa y está dado por

$$\dot{W}_E = \int_{V_c} \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \, dV \quad (3.21)$$

El término  $\dot{W}_M$  representa el trabajo por unidad de tiempo realizado por el campo magnético externo sobre el sistema, el cual, despreciando efectos de magnetización viene dado por

$$\dot{W}_M = -\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_c} B^2 \, dV \right) \quad (3.22)$$

Este término da la variación temporal de la densidad de energía almacenada en el campo magnético. Sin embargo debido a que en los generadores MHD se utilizan campos magnéticos constantes y a que las variaciones de éstos ocasionadas por el flujo en el canal son muy pequeñas, el término  $\dot{W}_M$  parece resultar despreciable para efectos prácticos.

El funcionamiento del generador se acerca al ideal al considerar que el proceso que se lleva a cabo es estable (flujo estacionario), lo cual implica las siguientes suposiciones;

1. El volumen de control no se mueve respecto al sistema de coordenadas.
2. El estado de la masa en cada punto del volumen de control no varía con el tiempo, lo cual implica que

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV = 0$$

o sea que

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s \quad (3.23)$$

y además

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV = 0 \quad (3.24)$$

es decir,  $U$  es constante.

3. El flujo de masa y el estado de esta masa en cada área discreta de flujo en la superficie de control no varía con el tiempo. El tra

bajo efectuado por el sistema permanece constante en el tiempo,

Con estas suposiciones la ec.(3.19) se transforma en

$$\dot{m}_g \left( h_{e_g} + \frac{u_{e_g}^2}{2} \right) + \dot{m}_l \left( h_{e_l} + \frac{u_{e_l}^2}{2} \right) = \dot{W}_E + \dot{m}_g \left( h_{s_g} + \frac{u_{s_g}^2}{2} \right) + \dot{m}_l \left( h_{s_l} + \frac{u_{s_l}^2}{2} \right) \quad (3.25)$$

o bien

$$\dot{m}_g \left( \Delta h_g + \frac{u_{e_g}^2 - u_{s_g}^2}{2} \right) + \dot{m}_l \left( \Delta h_l + \frac{u_{e_l}^2 - u_{s_l}^2}{2} \right) = -\dot{W}_E \quad (3.26)$$

La ec.(3.26) indica que en un generador MID de dos fases operando en estado estable, la potencia eléctrica de salida se obtiene de cambios en la entalpía y en la energía cinética de la mezcla.

### 3.2 EFICIENCIA DEL GENERADOR MID DE DOS FASES.

Prácticamente en todas las máquinas térmicas únicamente se usa un gas o vapor como fluido de trabajo, el cual al expandirse convierte energía térmica en mecánica (o eléctrica). En el generador MID de dos fases, la energía mecánica del líquido también es convertida en electricidad. Sin embargo esto no representa la conversión de energía térmica, ya que la energía mecánica del líquido debe restituirse en algún lugar del ciclo.

Fabris y Pierson<sup>(13)</sup> proponen que en lugar de definir la eficiencia isentrópica del generador como

$$\eta_i = \frac{\text{Potencia Eléctrica de Salida}}{\text{Potencia Isentrópica de Entrada}} \quad (3.27)$$

se puede definir una eficiencia de turbina equivalente para el generador, que caracterice al generador MID de dos fases como un convertidor de energía térmica. La expresión propuesta es

$$\eta_t = \frac{\text{Potencia Eléctrica de Salida} - \text{Pot. Ideal de Bombeo del Líquido}}{\text{Pot. Isentrópica de Entrada} - \text{Pot. Ideal de Bombeo del Líquido}} \quad (3.28)$$

donde la potencia isentrópica de entrada menos la potencia ideal de bombeo del líquido representa la contribución debida a la presencia del gas.

Para desarrollar cada uno de los términos que aparecen en las ecs.(3.27) y (3.28) se considerará lo siguiente: la potencia eléctrica de salida del generador está determinada por el voltaje terminal (de carga) medido  $\Phi$ , y la resis-

tencia de carga  $R_e$ , es decir

$$\text{Potencia Eléctrica de Salida} = \dot{W}_E = \frac{\dot{\Phi}^2}{R_e} \quad (3.29)$$

La potencia ideal de bombeo del líquido, es decir, la potencia de entrada del líquido al generador, es igual al trabajo (por unidad de tiempo) de bombeo más el cambio de energía cinética del líquido (suponiendo que no hay pérdidas y que el proceso de bombeo es isentrópico). Ahora bien, el trabajo de bombeo está dado por

$$\int d(PV) = \int P dV + \int V dP \quad (3.30)$$

y es el trabajo asociado solamente con el flujo del fluido que trabaja. Sin embargo, debido a que el metal líquido es esencialmente incompresible, el primer término del lado derecho de la ec. (3.30) desaparece y de esta forma se tiene

$$\text{Potencia Ideal de Bombeo del Líquido} = \frac{\dot{m}_L \Delta P}{\rho_L} + \frac{\dot{m}_L (u_{sL}^2 - u_{eL}^2)}{2} \quad (3.31)$$

donde  $\rho_L$  es la densidad del líquido y  $\Delta P = P_e - P_s$  es la diferencia de presión a través del generador.

La potencia total de entrada es igual a la suma de los cambios en entalpía y energía cinética a través del generador para las fases líquida y gaseosa, es decir

$$\text{Potencia Total de Entrada} = \dot{m}_L \left( \Delta h_L + \frac{u_{sL}^2 - u_{eL}^2}{2} \right) + \dot{m}_G \left( \Delta h_G + \frac{u_{sG}^2 - u_{eG}^2}{2} \right) \quad (3.32)$$

Para calcular el cambio de entalpía en el gas y en el líquido se supondrá que para ambas fases  $h = h(T, p)$  entonces la diferencial total de entalpía será

$$dh = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP \quad (3.33)$$

Puesto que  $h = u + Pv$  se tiene

$$\begin{aligned} dh &= du + Pdv + vdp \\ &= Tds + vdp \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde  $S$  es la entropía específica. Entonces para un proceso a presión constante se tiene

$$\left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p = c_p \quad (3.35)$$

siendo  $C_p$  el calor específico a presión constante. Así mismo de la ec. (3.34) se tiene

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T + v \quad (3.36)$$

y de las relaciones de Maxwell

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad (3.37)$$

de donde

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P + v \quad (3.38)$$

Sustituyendo las ecs. (3.35) y (3.38) en la (3.33) se obtiene

$$dh = c_p dT + \left[ v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \right] dP \quad (3.39)$$

Suponiendo que la fase gaseosa es ideal

$$Pv_g = RT \quad (3.40)$$

por lo que el término entre paréntesis de la ec. (3.39) se anula quedando

$$dh_g = c_{p_g} dT \quad (3.41)$$

Suponiendo que el calor específico a presión constante del gas se mantiene constante durante el proceso, se tiene entonces

$$\Delta h_g = c_{p_g} (T_e - T_c) \quad (3.42)$$

donde  $T_e$  y  $T_c$  son las temperaturas de la mezcla a la entrada y a la salida del generador.

Escribiendo ahora la ec. (3.39) para la fase líquida se tiene

$$dh_l = c_{p_l} dT + \left[ 1 - \frac{T}{v} \left(\frac{\partial v_l}{\partial T}\right)_P \right] v_l dP \quad (3.43)$$

Si se define el coeficiente de expansión volumétrica como

$$\alpha_T = \frac{1}{v_l} \left(\frac{\partial v_l}{\partial T}\right)_P = \rho_l \left(\frac{\partial (1/\rho_l)}{\partial T}\right)_P \quad (3.44)$$

entonces

$$dh_x = c_m dT + [1 - \alpha_r T] \frac{dP}{\rho} \quad (3.45)$$

Suponiendo  $c_m$  y  $\alpha_r$  constantes se tiene finalmente

$$\Delta h_x = c_m (T_e - T_s) + [1 + \alpha_r \bar{T}] \frac{\Delta P}{\rho} \quad (3.46)$$

donde  $\bar{T}$  denota la temperatura promedio dentro del canal del generador.

La potencia isentrópica de entrada debe obtenerse suponiendo que la expansión de la mezcla en dos fases a través del generador es isentrópica. Suponiendo que  $s = s(T, p)$  se tiene

$$ds = \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_p dP \quad (3.47)$$

Utilizando la relación de Maxwell

$$\left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_p = - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \quad (3.48)$$

se obtiene

$$ds = \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p dT - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dP \quad (3.49)$$

De la ecuación (3.34) se tiene que a presión constante es posible escribir

$$\left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = T \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p = c_p \quad (3.50)$$

entonces

$$\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p = \frac{c_p}{T} \quad (3.51)$$

Sustituyendo la ec. (3.51) en la (3.49) se obtiene

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dP \quad (3.52)$$

Para un gas ideal se tiene  $\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{P}$  por lo tanto el cambio de entropía del gas viene dado por

$$\Delta S_g = c_p \ln \frac{T_e}{T_s} + R \ln \frac{P_s}{P_e} \quad (3.53)$$

Para el líquido se tiene  $\left(\frac{\partial u_l}{\partial T}\right)_p = \frac{\alpha_l}{\beta_l}$  por lo que

$$\Delta S_l = c_{pl} \ln \frac{T_s}{T_e} - \frac{\alpha_l}{\beta_l} (P_s - P_e) \quad (3.54)$$

Imponiendo la condición de que la expansión de la mezcla sea isentrópica, es decir que el cambio de entropía sea nulo, se tiene

$$\Delta S = 0 = \dot{m}_g \left[ c_{pg} \ln \frac{T_s}{T_e} + R \ln \frac{P_s}{P_e} \right] + \dot{m}_l \left[ c_{pl} \ln \frac{T_s}{T_e} - \frac{\alpha_l}{\beta_l} (P_s - P_e) \right] \quad (3.55)$$

de donde se obtiene la temperatura de salida de la mezcla de la siguiente forma

$$T_s = T_e \exp \left[ \frac{\dot{m}_g \alpha_l (P_s - P_e) + \dot{m}_g R \ln (P_s/P_e)}{\dot{m}_g c_{pg} + \dot{m}_l c_{pl}} \right] \quad (3.56)$$

o bien

$$T_s = T_e e^{\gamma} \quad (3.57)$$

donde

$$\gamma = \frac{\dot{m}_l \alpha_l (P_s - P_e) + \dot{m}_g R \ln (P_s/P_e)}{\dot{m}_g c_{pg} + \dot{m}_l c_{pl}} \quad (3.58)$$

Utilizando la ec.(3.57), las ecs.(3.42) y (3.46) se transforman en

$$\Delta h_g = c_{pg} T_e (1 - e^{\gamma}) \quad (3.59)$$

$$\Delta h_l = c_{pl} T_e (1 - e^{\gamma}) + (1 + \alpha_l \bar{T}) \frac{\Delta P}{\beta_l} \quad (3.60)$$

Sustituyendo las ecs.(3.59) y (3.60) en la ec.(3.32) se obtiene finalmente la potencia isentrópica de entrada (PIE) de la siguiente forma

$$PIE = \dot{m}_g \left[ c_{pg} T_e (1 - e^{\gamma}) + \frac{u_{g1}^2 - u_{g2}^2}{2} \right] + \dot{m}_l \left[ c_{pl} T_e (1 - e^{\gamma}) + (1 + \alpha_l \bar{T}) \frac{\Delta P}{\beta_l} + \frac{u_{l1}^2 - u_{l2}^2}{2} \right] \quad (3.61)$$

A partir de las ecs.(3.29) y (3.61) se obtiene la expresión para la eficiencia isentrópica del generador, tal como se define en la ec.(3.27)

$$\eta_i = \frac{\dot{\Phi}^2 / R_c}{\dot{m}_g (c_{pg} T_e (1 - e^{\gamma}) + \frac{u_{g1}^2 - u_{g2}^2}{2}) + \dot{m}_l (c_{pl} T_e (1 - e^{\gamma}) + (1 + \alpha_l \bar{T}) \frac{\Delta P}{\beta_l} + \frac{u_{l1}^2 - u_{l2}^2}{2})} \quad (3.62)$$

Asi mismo, sustituyendo las ecs.(3.29), (3.31) y (3.61) en la ec. (3.28) se obtiene la eficiencia de turbina equivalente para el generador MHD

$$\eta_t = \frac{\Phi^2/R_c - \dot{m}_g \Delta P - \dot{m}_g (\frac{U_{s2}^2 - U_{s1}^2}{2})}{\dot{m}_g (C_{pg} T_e (1 - e^{\epsilon}) + \frac{U_{s2}^2 - U_{s1}^2}{2}) + \dot{m}_l (C_{pl} T_e (1 - e^{\epsilon}) + \alpha_r \bar{T} \frac{\Delta P}{\rho})} \quad (3.63)$$

Las ecs.(3.62) y (3.63) proporcionan expresiones para el cálculo de las eficiencias isentrópicas y de turbina equivalente, en términos de parámetros susceptibles de medición experimental.

Como se mencionó anteriormente, el denominador de la ec.(3.63) representa la contribución debida a la presencia del gas. Dicha contribución es mucho mayor que el cambio en la entalpía del gas, el cual resulta pequeño debido a la poca diferencia de temperaturas a través del generador. La magnitud de la contribución del gas se debe principalmente a la transferencia de calor entre éste y el metal líquido.

En experimentos realizados en un generador MHD de dos fases en el ANL, utilizando una mezcla de NaK-N<sub>2</sub>, Fabris y Pierson<sup>(13)</sup> reportan los resultados mostrados en la tabla 3.I

Fracción Hueca Promedio $\bar{\alpha}$	0.59	0.68	0.64	0.70
Potencia de Bombeo Neto (W)	2566	2544	1673	881
Potencia Eléctrica de Salida (W)	3205	3764	4214	4554
Diferencia de Temperaturas (°K)	0.4	0.6	0.5	0.6
$\eta_i$	0.464	0.430	0.524	0.530
$\eta_t$	0.147	0.197	0.399	0.476

Tabla 3.I. Resultados obtenidos en el ANL con un generador MHD experimental.

La fracción hueca promedio que aparece en la tabla 3.I se defino como

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{V}_g}{\bar{V}_g + \bar{V}_l} \quad (3.64)$$

donde  $\bar{V}_g$  y  $\bar{V}_l$  representan las razones de flujo volumétrico promedio del gas y del líquido respectivamente. Fabris y Pierson también reportan curvas teóricas de eficiencia de turbina equivalente, para una eficiencia isentrópica dada, tomando a  $\bar{\alpha}$  como parámetro. El cálculo de estas curvas se efectuó mediante expresiones distintas a las ecs.(3.62) y (3.63) y los resultados se muestran en la figura (3.2)

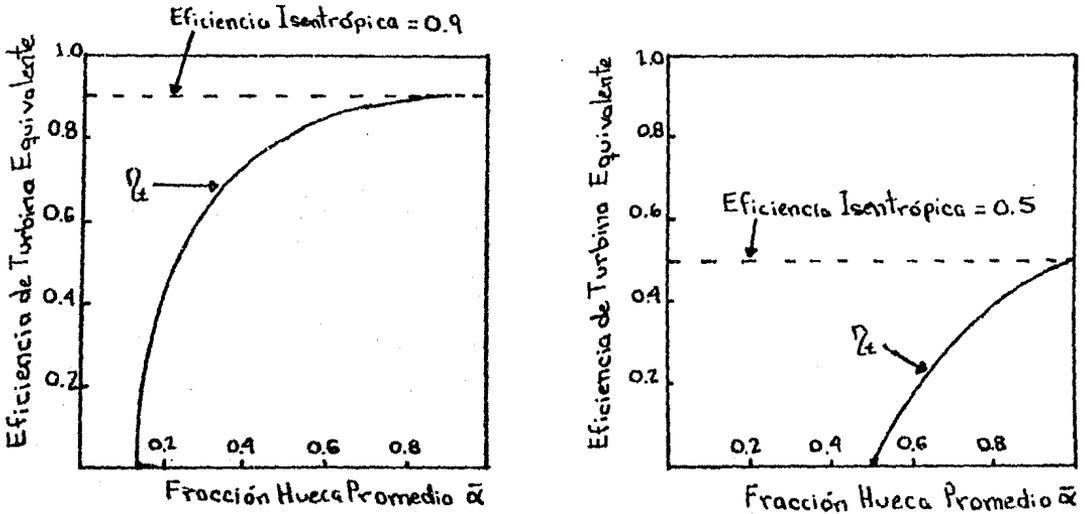


Fig. (3.2) Eficiencia de turbina equivalente como función de la fracción hueca promedio  $\bar{\alpha}$ , para eficiencias isentrópicas dadas ( $\eta_t = 0.9$  y  $0.5$ ).<sup>(13)</sup>

La conclusión principal a la que llegan Fabris y Pierson es que para obtener altas eficiencias de turbina equivalente es necesario trabajar con altas fracciones huecas promedio.

Las ecs.(3.62) y (3.63) permiten realizar un estudio paramétrico más amplio del funcionamiento del generador, el cual puede utilizarse para optimizar la elección tanto de los fluidos de trabajo como de diversos factores que afectan el desempeño del generador tales como los flujos de masa, resistencia de carga, etc. En general un estudio de tal tipo podrá servir como una guía en el diseño y construcción del generador.

## CAPITULO IV

### CICLOS DE GENERACION MHD A BAJAS TEMPERATURAS

#### 4.1 CICLOS ABIERTOS Y CERRADOS.

Existen una diversidad de ciclos para los sistemas MHD de conversión que utilizan metal líquido. La primera gran división que se puede hacer entre ellos es la de ciclos abiertos y cerrados. En los ciclos abiertos se utiliza como fase gaseosa el producto de la combustión de carbón de piedra y aire. Estos gases se mezclan con un metal líquido químicamente compatible y pasan a través del generador, siendo separados a la salida y expulsados finalmente hacia la atmósfera al tiempo que el líquido es recirculado. La restricción que existe en este tipo de ciclos es que el metal líquido, que comúnmente es cobre o alguna aleación de él, se mantenga por encima de su punto de fusión, es decir a una temperatura mayor de 1356°K. El rango de temperaturas a las que comúnmente operan los ciclos abiertos es de 1300 a 2000°K. Entre los ciclos MHD que utilizan metal líquido, los ciclos abiertos son los que trabajan a temperaturas más altas, aunque comparativamente estas temperaturas son bajas en relación a las utilizadas en los sistemas MHD con plasma. En este trabajo no se considerarán en mayor detalle los ciclos abiertos, principalmente debido a que sus características particulares (rangos de temperaturas, fluidos de trabajo, fuentes caloríficas, etc.) no se adaptan a los fines perseguidos. Una mayor información sobre este tema puede encontrarse en la referencia 8.

En los ciclos cerrados tanto la fase gaseosa como la líquida se recirculan, es decir, viajan en trayectorias cerradas. Existen también variantes en este tipo de ciclos; en una de ellas pasa a través del generador exclusivamente la fase líquida, mientras que en otra, a través del generador pasa un flujo en dos fases. Esto da lugar a dos tipos de generadores: de metal líquido y de dos fases. En los primeros el metal líquido es acelerado por la fase gaseosa en un inyector anterior al canal del generador, separándose los dos fluidos antes de llegar a dicho canal, entrando únicamente el metal líquido. En los generadores de dos fases la fase gaseosa en expansión (burbujas) impulsa constantemente al líquido a través del generador. Por otro lado pueden existir ciclos de una o dos componentes; en los de una componente el flujo en dos fases circula dentro de una trayectoria cerrada sin que las

fases sean separadas en ningún punto, mientras que en los de dos componentes el flujo en dos fases circula como tal, sólo en una parte del ciclo. Se presenta entonces un punto en donde las fases son separadas, circulando cada una por trayectorias distintas hasta un punto posterior donde son nuevamente reunidas.

Existe una gran variedad de temperaturas a las que pueden operar los distintos ciclos cerrados, dependiendo de sus características particulares. De hecho los ciclos cerrados con dos fases permiten la elección independiente (sujeta únicamente a la compatibilidad química) de los fluidos de trabajo termodinámico y electrodinámico, dando la flexibilidad necesaria para elegirlos de acuerdo a las temperaturas de operación requeridas. Estas temperaturas van desde 350-370°K hasta 800-1400°K.

#### 4.2 CICLO DE ELLIOTT.

Uno de los primeros ciclos propuestos para la generación MHD a bajas temperaturas es el ciclo de Elliott. (6) Consta de dos circuitos principales (componentes) y a través del generador pasa únicamente la fase líquida como se muestra en la figura (4.1).

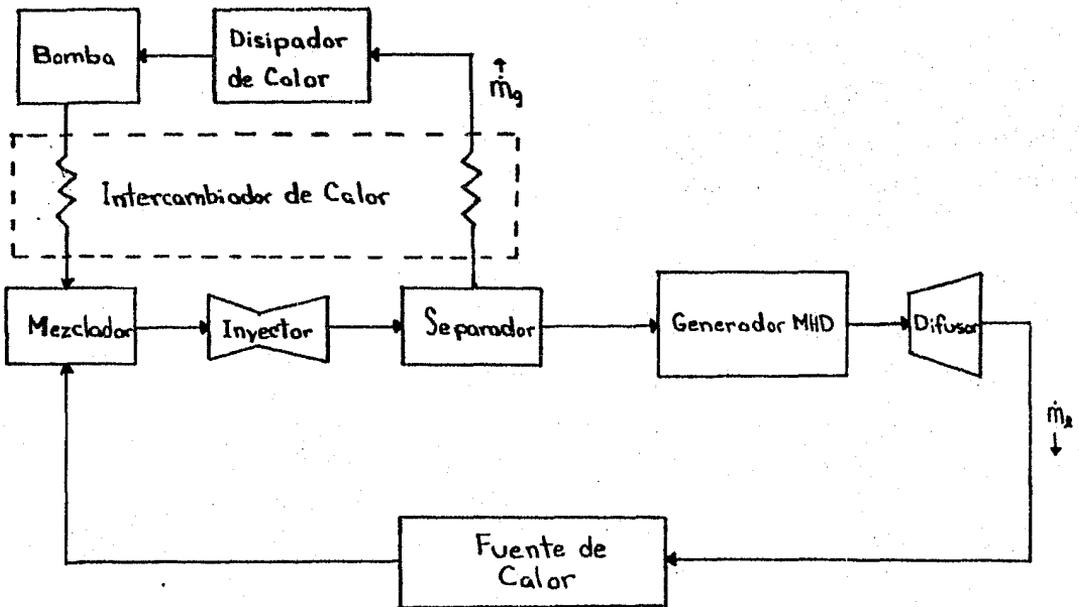


Fig.(4.1) Ciclo de Elliott con generador de metal líquido.

El fluido que circula en la trayectoria superior (trayectoria de vapor) deja el disipador de calor al condensarse y es bombeado a un mezclador donde se introduce en forma de pequeñas gotas, que al mezclarse con el metal líquido caliente se vaporizan. Las pequeñas gotas se convierten en burbujas en expansión, impulsando al

líquido a través de un inyector de dos fases. Posteriormente el vapor se separa del líquido en el separador y se recondensa en el disipador de calor. Para elevar la eficiencia del ciclo se puede incorporar un recuperador que transfiere calor entre el vapor y el condensado.

En la trayectoria inferior de la fig.(4.1) (trayectoria de líquido) el líquido es calentado por la fuente de calor y enfriado ligeramente al vaporizar al fluido condensado en el mezclador. El líquido es entonces acelerado por el vapor en el inyector, separado del vapor en el separador, desacelerado por la producción de energía eléctrica en el generador MHD y regresado a través del difusor hacia la fuente calorífica.

Los pasos claves en el proceso de conversión de energía son: 1) la transferencia de calor de la fuente calorífica al líquido, 2) conversión de una parte de esta energía en entalpía del vapor, 3) conversión del calor sobrante en energía cinética del líquido en el inyector, 4) conversión de la mayor parte de esta energía cinética en energía eléctrica en el generador, quedando la energía sobrante en pérdidas y presión recobrada en el difusor.

Como se puede inferir de la fig.(4.1) este ciclo utiliza un generador de metal líquido. Este tipo de generadores se desarrolló a partir de las bombas MHD, en las cuales el metal líquido fluye entre los polos de un imán y recibe una corriente directa de los conductores perpendiculares al campo magnético. La fuerza electromagnética resultante bombea al líquido. Este tipo de bombas se puede utilizar como generadores haciendo que la presión o la velocidad del fluido decrezcan en el ducto y extrayendo energía eléctrica de los conductores. El generador desarrollado por Elliott<sup>(6,9)</sup> trabaja a presión constante, es decir, la caída de presión entre los extremos del canal es casi nula; por otra parte la velocidad decrece a lo largo del canal. Entonces la energía eléctrica extraída del generador (así como las pérdidas óhmicas, por fricción, etc.) proviene principalmente del cambio de energía cinética causado por la disminución de velocidad del líquido y en menor medida por la energía resultante de algún ligero cambio de presión. Las condiciones de operación requeridas por tal generador son:

Velocidad de entrada del líquido = 91.5 - 183 m/seg

Velocidad de salida del líquido = 50 - 80% de la velocidad de entrada

Caída de presión = 0

Tasa de flujo másico = 0,227 - 0.908 kg/seg

Temperatura del líquido = 810 - 1370°K

El generador experimental de Elliott<sup>(9)</sup> fue probado con un flujo de NaK (78% de potasio y 22% de sodio) a velocidades de entrada mayores de 91.5 m/seg, obteniéndose una potencia máxima de salida de 10.8 KW (18.25 amp. a 0.59 volts) y una

eficiencia del 48%.

Una de las mayores ventajas que presenta este generador es la buena conductividad del metal líquido puro, ya que no se ve afectada por la fase gaseosa. Sin embargo se ha encontrado que el ciclo de Elliott adolece de una separación incompleta de la fase líquida y gaseosa, entrando al generador una mezcla de líquido y gas que disminuye la conductividad y altera su funcionamiento. Además el hecho de que el separador anteceda al generador, ocasiona que gran parte de la entalpía total de la mezcla sea degradada en el proceso de separación afectando la eficiencia del sistema. Otra desventaja de este ciclo son las altas velocidades del líquido requeridas a la entrada del canal, las cuales no son fácilmente alcanzables debido a la degradación de energía en el separador. Elliott<sup>(10)</sup> y sus colaboradores obtuvieron datos que indican que más del 60% de la energía cinética total del fluido se puede perder antes de entrar al generador. En la superficie del separador ocurren pérdidas sustanciales de velocidad (10-30%) así como en la transición de la superficie del separador al generador (10 -20%). Por otra parte, debido al rango de temperaturas (medianamente altas) a las que opera el ciclo de Elliott, difícilmente se puede acoplar una fuente calorífica primaria de baja temperatura haciéndose necesaria la presencia de un reactor nuclear o alguna fuente convencional.

#### 4.3 CICLO RANKINE DE UNA COMPONENTE.

Una posible alternativa a pasar el metal líquido puro a través del generador, es hacer pasar directamente la mezcla en dos fases a través del canal. En la figura (4.2) se muestran los principales elementos de un sistema MHD que opera en un ciclo Rankine de una componente con generador de dos fases.

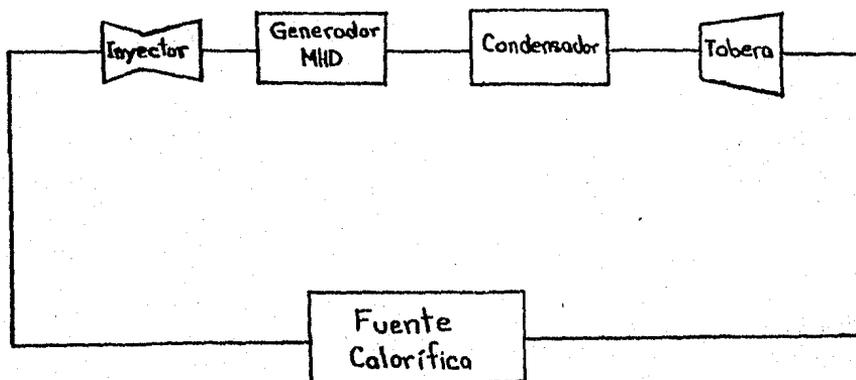


Fig. (4.2) Ciclo Rankine de una componente con generador de dos fases.

El flujo en dos fases pasa de la fuente calorífica al inyector donde se efectúa una expansión parcial. La mezcla pasa entonces a través del generador MHD donde se completa el proceso de expansión y se extrae energía eléctrica. Al salir del generador la mezcla entra a un condensador de donde después de bajar su temperatura es dirigida hacia una tobera que la impulsa para alcanzar nuevamente la fuente calorífica.

Debe tenerse presente que la operación de un generador de dos fases está confinada a un rango específico de calidades y fracciones huecas de la mezcla que pasa a través de él. De hecho, el patrón de flujo en dos fases cambia de una dispersión de gas en líquido, a una dispersión de líquido en gas, conforme se incrementa la calidad de la mezcla. En consecuencia su conductividad cambia rápidamente, afectando el desempeño del generador. El alcanzar una conductividad adecuada de la mezcla es uno de los mayores problemas que se presentan al utilizar un generador de dos fases.

Las ventajas de este ciclo respecto al de Elliott, son que potencialmente tiene menores pérdidas de energía cinética y por consiguiente mayores eficiencias; además su construcción es sencilla puesto que sólo existe una trayectoria para el flujo en dos fases. Este ciclo puede trabajar a temperaturas menores que las de Elliott ( $T < 800^{\circ}\text{K}$ ), sin embargo, ya que el proceso de condensación de la fase gaseosa se realiza junto con el metal líquido, los requerimientos de enfriamiento son muy severos y en ocasiones no se efectúan satisfactoriamente.

#### 4.4 CICLOS DE DOS COMPONENTES CON GENERADOR DE DOS FASES.

Los ciclos más ampliamente analizados en los últimos 7 años son aquellos que constan de dos componentes y utilizan un generador de dos fases. La característica primordial de este tipo de ciclos es que el proceso de separación de las fases se efectúa una vez que la mezcla en dos fases ha pasado a través de generador. Dependiendo de las características de la fuente calorífica utilizada, de los flujos de trabajo y de otros rasgos particulares, estos ciclos se pueden dividir, de acuerdo a la trayectoria de la fase gaseosa, en ciclos Brayton y ciclos Rankine.

En principio este tipo de ciclos reduce de una forma efectiva los requerimientos de enfriamiento del ciclo de una componente, ya que las fases líquida y gaseosa se pueden optimizar separadamente. Por otra parte al disponer el separador posterior al generador, la entalpía total suministrada al generador no es degradada por el separador, como en el ciclo de Elliott, resultando un sistema mucho más eficiente.

El objetivo básico de un ciclo de dos componentes con generador de dos fases es intentar reducir las limitaciones por fricción y los problemas en la transformación

de energía térmica en cinética, inherentes en otros ciclos de metal líquido. La geometría del generador debe trazarse de modo que mantenga la velocidad dentro de un rango específico, eliminando las excesivas pérdidas por fricción.

Estos ciclos minimizan la fricción de dos formas: una utilizando la caída de presión y no de velocidad para generar energía eléctrica, haciendo innecesarias por lo tanto las altas velocidades a la entrada del canal. La velocidad del fluido se mantiene en los niveles más bajos posibles, consistentes con los parámetros eléctricos de operación descritos; de modo que la extracción de energía eléctrica se realiza bajo condiciones de velocidad controlada, aproximadamente constante. De hecho este generador está caracterizado por un gradiente longitudinal de presión relativamente alto, en contraposición a otros ciclos de metal líquido (v.g. ciclo de Elliott) en los cuales la extracción de energía eléctrica es proporcional al cambio de energía cinética a través del generador y la caída de presión entre los extremos del canal generalmente se aproxima a cero. La otra forma de minimizar la fricción es separando la mezcla a niveles menores de energía del fluido, es decir, a velocidades 50-100% menores<sup>(11)</sup> que las requeridas en los ciclos que utilizan un flujo de metal líquido puro en el generador.

Esencialmente existen dos ciclos cerrados de dos componentes que utilizan un generador MID de dos fases. De acuerdo a la trayectoria de la fase gaseosa estos ciclos son:

- a) El ciclo Brayton que puede operar eficientemente en un rango de temperaturas de 800-1400°K y es compatible con fuentes caloríficas tales como los reactores de fusión, colectores solares de receptor central, reactores de cría con metales líquidos y reactores de alta temperatura enfriados por gas.
- b) El ciclo Rankine que trabaja a temperaturas entre 370 y 850°K. Este ciclo se adapta mejor a fuentes caloríficas de baja temperatura, como las solares, geotérmicas, etc.

#### 4.4.1 CICLO BRAYTON.

La figura (4.3) muestra esquemáticamente el ciclo Brayton con generador de dos fases. Los fluidos de trabajo que se utilizan son un gas inerte (v.g. helio) como fluido termodinámico y un metal líquido (v.g. sodio) como fluido electrodinámico. Todos los componentes del ciclo a excepción del generador MID, están constituidos por equipos estandar (convencionales) utilizados en los sistemas de potencia actuales. En la figura (4.3), la línea punteada indica la trayectoria de la fase gaseosa, en tanto que la línea continua muestra la trayectoria de la fase líquida.

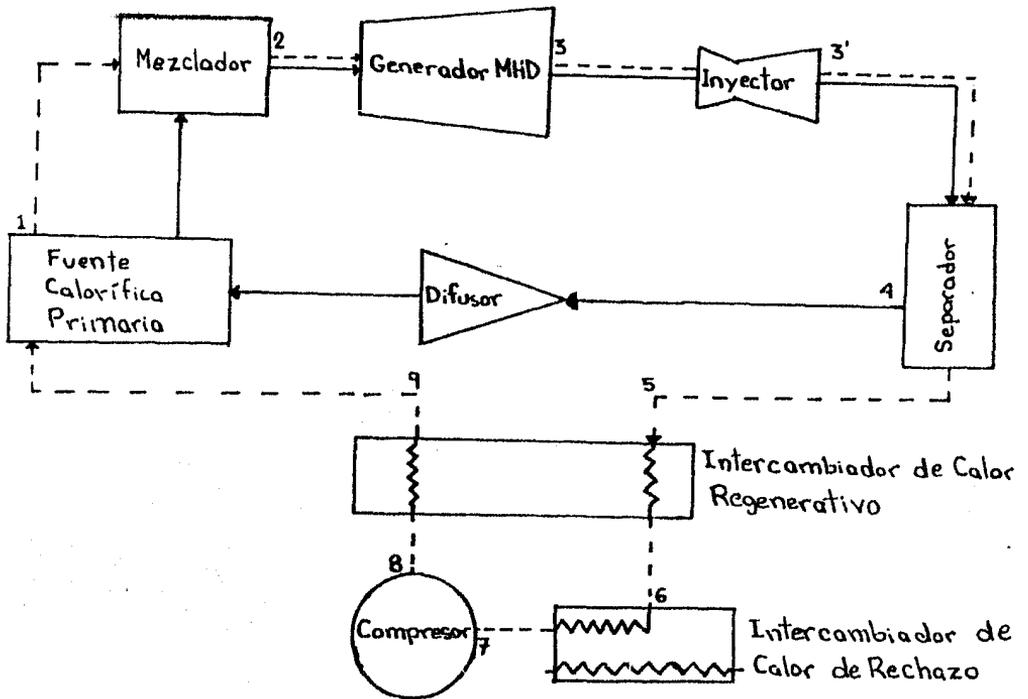


Fig. (4.3) Diagrama de un ciclo Brayton con generador de dos fases.

En operación el gas y el líquido son combinados en el mezclador, y la mezcla en dos fases resultante entra al generador donde el gas se expande, impulsando al líquido a través del campo magnético y generando energía eléctrica. Debido a la alta capacidad calorífica del líquido, la expansión del gas en el generador MHD ocurre casi a temperatura constante y en el gas de salida del generador se encuentra disponible una cantidad considerable de energía térmica. Como se mencionó anteriormente el líquido actúa como una fuente infinita de recalentamiento para el gas y es precisamente este hecho el que hace al ciclo termodinámicamente atractivo. Del generador MHD, la mezcla en dos fases entra a un inyector, donde la energía adicional de la mezcla se usa (como en el generador) para acelerar al líquido; el flujo resultante a alta velocidad es separado en un separador rotatorio para minimizar pérdidas y la presión requerida para regresar el líquido al mezclador, pasando por la fuente calorífica, se obtiene en un difusor utilizando la energía cinética del líquido. El sistema inyector-difusor puede reemplazarse por una bomba de metal líquido afectando sólo ligeramente la eficiencia del sistema. Por otra parte, después de la separación del líquido, gran parte de la energía que permanece en el gas es recuperada en el intercambiador de calor regenerativo. El gas es regresado entonces al mezclador por medios convencionales pasando previamente por el intercambiador de calor o

torre de enfriamiento, por el compresor de etapas multiples, por el lado frío del intercambiador de calor regenerativo y por la fuente calorífica primaria. El paso del gas por dicha fuente se puede eliminar, calentando al gas directamente en el mezclador, con la condición de calentar al líquido de 2 a 8°K arriba de la temperatura deseada de la mezcla.

El ciclo puede caracterizarse de acuerdo a la trayectoria de la fase gaseosa. A diferencia del ciclo Rankine, el Brayton utiliza un fluido termodinámico en estado gaseoso durante todo el ciclo. El ciclo Brayton ideal consiste en etapas de expansión y de compresión isentrópicas y de adición y sustracción de calor a presión constante. En la figura (4.4) se muestra el diagrama temperatura- entropía de un ciclo de esta naturaleza.

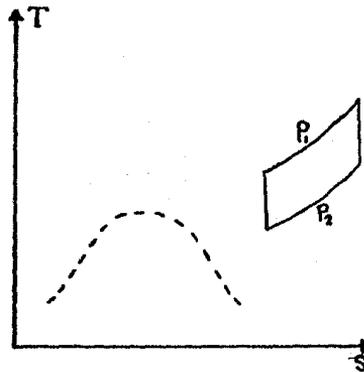


Fig. (4.4) Diagrama T-S de un ciclo Brayton ideal.

Este ciclo se puede mejorar incluyendo un intercambio regenerativo de calor, en cuyo caso el diagrama T-S es como se muestra en la figura (4.5)

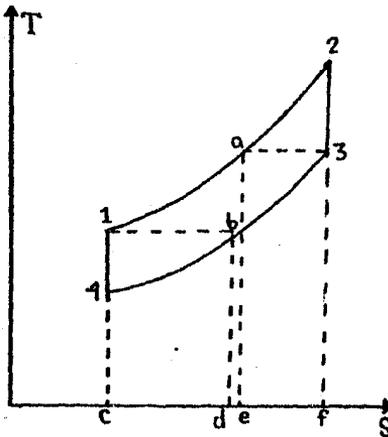


Fig. (4.5) Diagrama T-S de un ciclo Brayton con intercambio regenerativo de calor.

En este caso, el fluido que se está calentando pasa realmente de  $T_1$  a  $T_4$  tomando calor del fluido que se está enfriando cuando éste pasa de  $T_3$  a  $T_2$  en el regenerador. Así pues, solamente pasa calor al ciclo de la fuente de calor, de  $T_4$  hasta  $T_1$  y se descarga calor al medio ambiente de  $T_2$  hasta  $T_3$ , lo cual tiene por resultado un considerable aumento del rendimiento térmico del ciclo. Si además del intercambio regenerativo se incorporan al ciclo un recalentamiento durante la expansión y un enfriamiento intermedio en la compresión se obtiene un mayor rendimiento del ciclo Brayton, como se muestra en la figura (4.6). Aumentando el número de etapas de recalentamiento y de enfriamiento intermedio, el ciclo se puede aproximar al ciclo de Ericsson que se muestra en la figura (4.7) y que consiste en dos ramas isotérmicas y dos isobáricas.

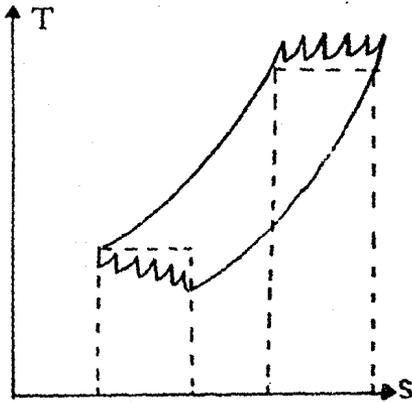


Fig. (4.6) Ciclo Brayton con recalentamiento y enfriamiento intermedios.

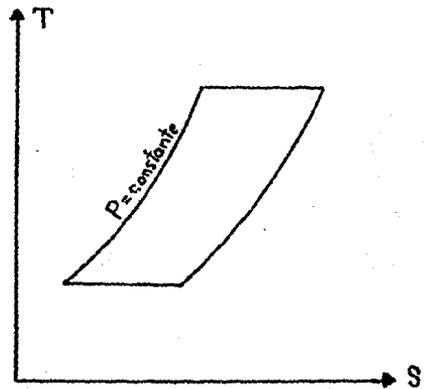


Fig. (4.7) Ciclo Ericsson.

El ciclo Ericsson tiene un rendimiento igual al del ciclo de Carnot para un mismo rango de temperaturas, ya que ambos intercambian calor con el ambiente en iguales condiciones de temperatura constante.

El diagrama T-S para la fase gaseosa del ciclo MHD mostrado en la figura (4.3) se muestra en la figura (4.8), suponiendo que el gas involucrado es un gas ideal. El proceso 2-3 se refiere a la expansión cuasi-isotérmica que tiene lugar a través del generador. El proceso 3-3' es una expansión en el inyector donde se imparte suficiente energía cinética al líquido para que pueda ser difundido y regresado a la fuente de calor primaria. El proceso 5-6 representa la transferencia de energía a través del lado caliente del intercambiador de calor regenerativo, el cual eleva la temperatura del gas que sale del compresor. El proceso 6-7 es el calor de rechazo al medio ambiente, mientras que 7-8 es la compresión del gas, que idealmente debe ser isotérmica.

En resumen, las características valiosas de este ciclo son las siguientes: 1) Debido a que el flujo de masa del líquido es mucho mayor que el del gas, y a que el

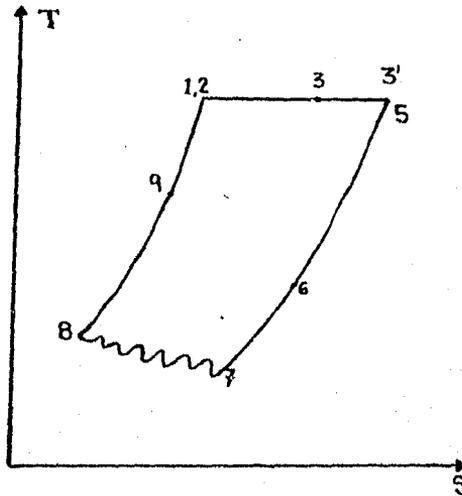


Fig. (4.8) Diagrama T-S para la fase gaseosa del ciclo Brayton de la fig. (4.3) operando con un gas ideal.

calor es transferido del líquido al gas, la expansión se efectúa cuasi-isotérmicamente; 2) el intercambiador regenerativo de calor recobra una gran fracción de la energía del gas; 3) la compresión de etapas múltiples con etapas de enfriamiento intermedias puede reducir la elevación de la temperatura y aproximar la compresión a un proceso isotérmico. La combinación de estas tres características hacen que el ciclo ideal se aproxime al ciclo de Ericsson y por ende al de Carnot, teniendo así la potencialidad de alcanzar altas eficiencias. Otras ventajas importantes son: 4) el rechazo de calor se inicia a temperaturas relativamente altas y no hay vapor a condensar, permitiendo el uso efectivo de las torres de enfriamiento; 5) el ciclo puede adecuarse a varios rangos de temperatura mediante la selección de los fluidos de trabajo. La mayor desventaja del ciclo es que, como en todos los ciclos Brayton, el trabajo de compresión representa una fracción sustancial de la energía total producida.

Amend<sup>(14)</sup> y Pierson<sup>(15)</sup> reportan eficiencias para este ciclo hasta del 50% a temperaturas máximas de 1200°K. Si se eligen adecuadamente los fluidos de trabajo la eficiencia de conversión puede aumentar conforme se incrementa la temperatura. No obstante el incremento de la eficiencia con la temperatura es pequeño y se ha observado un descenso a temperaturas mayores de 1311°K, ocasionado por el arrastre de vapor de metal líquido por el gas.

#### 4.4.2 CICLO RANKINE.

El ciclo Rankine con generador de dos fases difiere del ciclo Brayton única-

mente en la utilización de un fluido condensable, como fluido termodinámico y un metal líquido compatible como fluido electrodinámico. El trabajar en la región de vapor permite que el rango de temperaturas de operación sea menor que el de Brayton, y en consecuencia da la posibilidad de utilizar fuentes caloríficas de baja temperatura, como las solares, geotérmicas y de desechos industriales. Las principales investigaciones en este campo se han realizado en años recientes en la Universidad Ben-Gurion<sup>(16)</sup> de Israel, en donde los estudios se han concentrado en sistemas de potencia MHD a bajas temperaturas, utilizando colectores solares planos o estanques solares a temperaturas entre 350-370°K y colectores solares de baja concentración en temperaturas entre 400-700°K. El interés principal es el desarrollo de pequeñas unidades dispersas (50-100 KW o aún menores), las cuales debido a su sencillo diseño y bajo costo presentan grandes ventajas sobre los sistemas convencionales. Se ha calculado que el costo de instalación de un sistema de conversión de 50 KW producido en masa, operando entre 373°K y 298°K podría ser de 500 dls./ KW, mientras que para un sistema de turbina convencional en las mismas condiciones sería casi tres veces mayor.

En la figura (4.9) se muestra el diagrama de un sistema MHD con generador de dos fases operando en un ciclo Rankine.

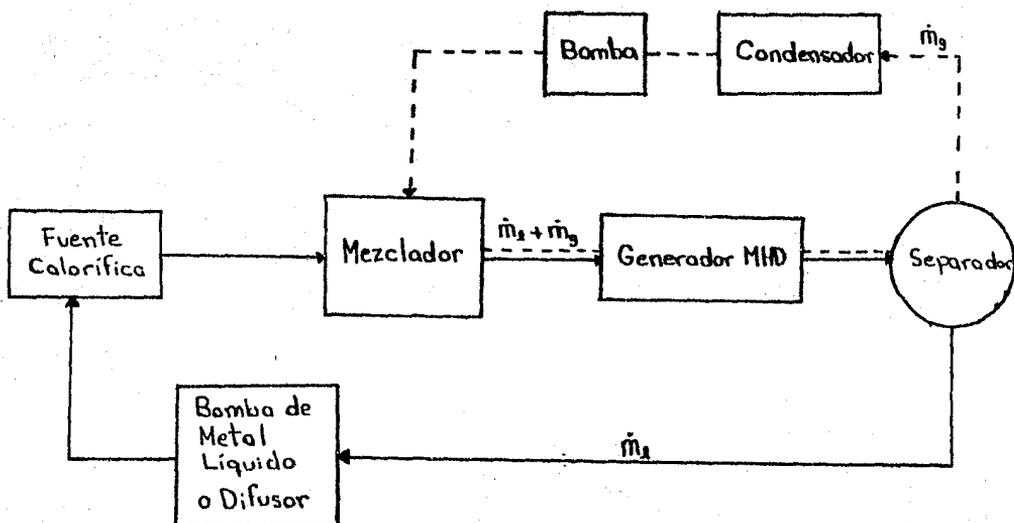


Fig. (4.9) Diagrama de un sistema MHD con generador de dos fases operando en un ciclo Rankine.

Al comparar este ciclo con el Brayton se observa que el intercambiador de calor de rechazo y el compresor son reemplazados por un condensador y una bomba de líquido, respectivamente. La operación de este ciclo es análoga a la del ciclo Brayton: un metal líquido pasa a través de la fuente calorífica, entrando después al mezclador, donde un líquido condensable se inyecta en forma de pequeñas gotas. El líquido condensable se vaporiza debido a la transferencia directa de calor del metal líquido; el vapor efectúa una expansión isotérmica y acelera el flujo en dos fases a través del generador MHD. El vapor es separado del metal líquido, siendo entonces enfriado y condensado. Dependiendo de su temperatura, el calor extraído en el condensador puede ser utilizado para propósitos útiles. La presión del líquido (que puede ser orgánico) se eleva a la presión de ebullición mediante una bomba. Para la utilización de fuentes caloríficas cuya temperatura es menor que la temperatura de ebullición del agua, es conveniente el uso de líquidos orgánicos (refrigerantes e hidro-carbonos simples) para la operación del ciclo termodinámico. El uso de estos líquidos hace que el sistema MHD sea adecuado para la explotación de fuentes térmicas con temperaturas desde 70°C y mayores. El diagrama termodinámico típico se muestra en la figura (4.10) y corresponde al refrigerante R-113 utilizado por Branover como fluido termodinámico para operar entre las temperaturas de 460°K y 303°K.

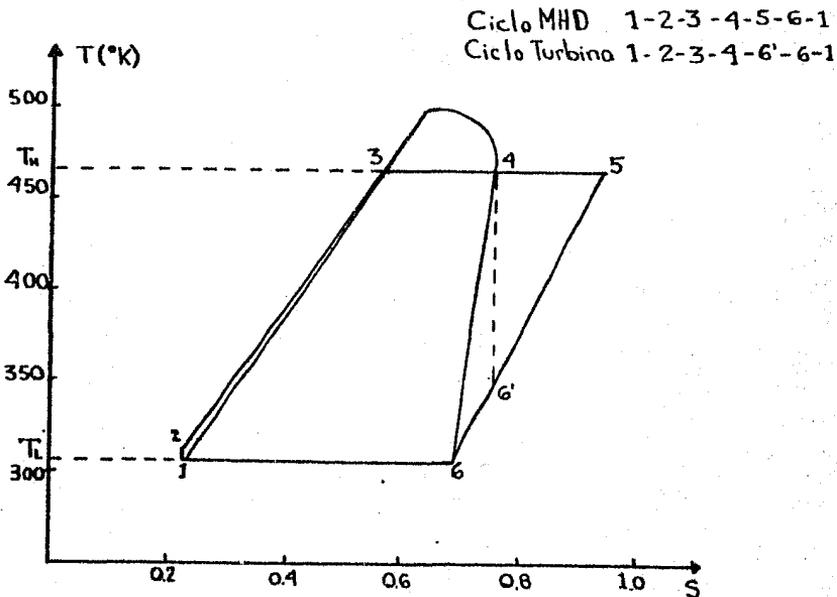


Fig. (4.10) Diagrama T-S para la fase gaseosa del ciclo Rankine de la fig. (4.9) operando con refrigerante R-113 entre las temperaturas 303°K y 460°K. <sup>(17)</sup>

Al igual que el el ciclo Brayton, la característica esencial de este ciclo es la expansión cuasi-isotérmica del vapor. En la fig.(4.10) se desprecia la caída de temperatura de varios grados que se presenta en un ciclo real. El vapor sale del canal MHD teniendo prácticamente la temperatura de la fuente calorífica  $T_H$ . Si el calor extraído del vapor durante su enfriamiento, de la temperatura de trabajo  $T_H$  a la temperatura de condensación  $T_L$ , se utiliza para regeneración, la eficiencia del ciclo es esencialmente superior que la de un ciclo Rankine convencional (de turbina) operando entre las mismas temperaturas.

Tomando como referencia la fig.(4.10) la eficiencia de turbina correspondiente a un ciclo de esta naturaleza está dada por

$$\eta_{turb.} = \frac{(h_4 - h_2) - (h_6 - h_1)}{h_4 - h_2} = 1 - \frac{h_6 - h_1}{h_4 - h_2} \quad (4.1)$$

donde  $h_i$  designa la entalpía en el punto  $i$  del diagrama. Además se supone que  $h_1 \approx h_2$  y  $h_6 \approx h_5$ . Por otro lado la eficiencia del ciclo Rankine MHD con regeneración está dada por

$$\eta_{MHD} = \frac{(h_4 - h_2) + \int_4^5 T ds - (h_3 - h_6) - (h_6 - h_1)}{(h_4 - h_2) + \int_4^5 T ds - (h_5 - h_6)}$$

$$= 1 - \frac{h_6 - h_1}{(h_4 - h_2) + \int_4^5 T ds - (h_5 - h_6)} \quad (4.2)$$

Puesto que  $\left[ \int_4^5 T ds - (h_5 - h_6) \right] > 0$  se puede deducir que

$$\eta_{MHD} > \eta_{turb.} \quad (4.3)$$

Resumiendo, las ventajas generales del sistema operando en ciclo Rankine son:

- 1) Un ciclo termodinámico con altas eficiencias y con la posibilidad de cogeneración (i.e. producción simultanea de electricidad y calor)
  - 2) El intercambio de calor necesario para la vaporización del líquido termodinámico, se efectua por contacto directo eliminando pérdidas y caídas grandes de temperatura en el proceso de intercambio, elevando la eficiencia.
  - 3) La posibilidad de acoplar al sistema fuentes caloríficas de baja temperatura.
  - 4) Diseño extremadamente simple y ausencia de partes mecánicas móviles, dando lugar a bajos costos de instalación y una larga vida de operación, con mantenimiento mínimo.
  - 5) Poca dependencia del costo y eficiencia del sistema con la potencia instalada.
- Los sistemas pequeños pueden tener prácticamente la misma eficiencia y costo por unidad de potencia que los grandes sistemas.

## CAPITULO V

### FACTORES QUE AFECTAN LA EFICIENCIA DEL GENERADOR MHD DE DOS FASES

#### 5.1 DISTRIBUCION DE LA FRACCION HUECA.

La distribución de la fracción hueca en el interior de un generador MHD determina en gran medida el funcionamiento del mismo. Factores directamente involucrados con la eficiencia del generador, tales como la conductividad eléctrica, el deslizamiento entre las fases, la velocidad de la mezcla, etc. se ven afectados por los diversos patrones de flujo que pueden presentarse en el canal MHD.

Una mezcla en dos fases puede consistir en una fase gaseosa continua en la cual el líquido se encuentre disperso, o bien en una fase líquida continua en la cual el gas o vapor se encuentre disperso. Si esta mezcla en dos fases consiste de metal líquido y gas, y si un efecto MHD significativo ha de producirse del flujo, entonces la fase continua debe ser necesariamente el metal líquido, de modo que se obtenga una alta conductividad eléctrica y una trayectoria continua para la corriente eléctrica.

En los generadores MHD de dos fases en interés está centrado particularmente en flujos donde se presente una alta fracción hueca ( $\alpha > 0.5$ ) ya que el desempeño del generador se incrementa al aumentar la fracción hueca, pues la potencia requerida para recircular al metal líquido decrece.

El estudio y la determinación de la distribución de la fracción hueca en el interior del generador se puede realizar mediante el método de atenuación de rayos gama.<sup>(30)</sup> En los experimentos efectuados en el ANL<sup>(22)</sup> se encontró que campos magnéticos intensos (entre 0.6 y 1.2 tesla) pueden contribuir al desarrollo de perfiles de flujo semiamulares o en pedazos (slugs), los cuales son responsables de grandes pérdidas por deslizamiento y de voltajes y corrientes fluctuantes. Las mediciones de voltaje cuasi-periódicas son también indicaciones de un flujo en pedazos. La duración de los cuasi-períodos es una medida del tiempo y longitud de las inhomogeneidades en el flujo en dos fases.

Existen dos grandes diferencias entre el flujo en dos fases con metal líquido y gas bajo la acción de un campo magnético intenso y aquél en donde no se encuentra presente el campo magnético. La primera, es la fuerza electromagnética (fuerza de cuerpo) que domina el patrón de flujo en dos fases cuando está presente el campo magnético intenso, mientras que en el flujo en dos fases sin cam-

po magnético el efecto dominante es el esfuerzo cortante. La segunda diferencia es el efecto de contacción (pinch effect) que actúa sobre el metal líquido construyéndolo hacia el centro del canal. Este es causado por la interacción entre la corriente que pasa por el fluido y el campo magnético inducido por esta misma corriente. El flujo en dos fases recibe no solo la caída de presión en la dirección axial al canal ( $\vec{J} \times \vec{B}$ ) si no también el gradiente de presión debido a la interacción entre la corriente inducida y el campo magnético inducido. Este gradiente de presión magnético produce el efecto de contracción en la sección transversal perpendicular al flujo, causando una redistribución de la velocidad y la fracción hueca. De modo que el patrón de flujo en dos fases puede ser muy distinto cuando se encuentra presente un campo magnético intenso que cuando está ausente.

Saito et. al. (31) han encontrado que en experimentos realizados con un flujo en dos fases NaK-N<sub>2</sub>, la distribución de la fracción hueca se afecta bastante por la aplicación de un campo magnético intenso (0.5, 1.0, 1.5 tesla). Al parecer, las burbujas de gas pueden ser empujadas hacia las paredes del canal en ambos lados, dando por resultado que el cociente entre la fracción hueca promedio y la fracción hueca en el centro del canal pasa de ser menor que la unidad a mayor que la unidad al incrementar la intensidad del campo magnético. Debido a la alta conductividad eléctrica del metal líquido, aún en presencia de la fase gaseosa, existe una gran densidad de corriente que da lugar a un campo magnético inducido en la dirección de flujo (axial), el cual interactúa con la densidad de corriente, ocasionando un gradiente de presión en la sección transversal perpendicular al flujo. El efecto de constricción resultante ocasiona una redistribución de la fracción hueca en la sección transversal al empujar las burbujas de gas hacia las paredes. El análisis detallado de este fenómeno se encuentra en la referencia 31.

En experimentos realizados por Fujii-e et. al. (33) con un flujo NaK-N<sub>2</sub> ( $B = 0$  a 1.5 tesla) se encontró que el patrón de flujo en dos fases difiere del que se presenta sin campo magnético especialmente cuando el gradiente de presión electromagnético ( $\vec{J} \times \vec{B}$ ) se incrementa. Un rasgo típico es que la distribución de la fracción hueca que entra al campo magnético en forma parabólica y cuyo centro se localiza en la posición central, se vuelve ancha y plana, y finalmente aparecen dos picos formando una distribución en forma de M. Para intensidades del campo magnético relativamente pequeñas ( $B = 0.5$  tesla) la distribución de la fracción hueca no cambia. El aplanamiento de la distribución aparece primeramente al incrementar la intensidad de campo a 1.0 tesla. La tendencia a la redistribución se vuelve más clara cuando  $B = 1.5$  tesla, que es la intensidad --

de campo máxima aplicada. La distribución en forma de M aparece tan pronto como el flujo entra al campo magnético y desaparece al salir de él. Sin embargo en las vecindades de las paredes cercanas a la salida, la distribución de la fracción hueca se vuelve puntiaguda nuevamente.

Si la fuerza electromagnética domina en comparación con la viscosa ( $H_0 \gg 1$ ) la densidad de corriente  $J_y$  es aproximadamente cortante en la sección transversal. Entonces el gradiente de presión magnético es

$$-\frac{dP}{dz} = -J_y B_{zi} \quad (5.1)$$

donde  $B_{zi}$  es el campo magnético inducido en la dirección de flujo, el cual ocasiona el efecto de contracción y la consecuente redistribución de la fracción hueca.

Fujii-e y col. encontraron que mediante la superposición de un campo magnético axial, la distribución de la fracción hueca puede ser controlada. De esa forma el gradiente de presión magnético en la sección transversal está dado por

$$\frac{dP}{dz} = -J_y (B_{zi} + B_{za}) \quad (5.2)$$

donde  $B_{za}$  es el campo axial aplicado. La intensidad del campo  $B_{za}$  debe ser comparable a la del campo inducido  $B_{zi}$ , el cual es pequeño en relación al campo magnético transversal aplicado ( $B_{za}/B = 10^{-2}$ ).

También se demostró que la influencia del campo  $B_{za}$  sobre la razón de deslizamiento ( $U_s/U_A$ ) y la caída de presión axial es despreciable, manteniéndose ambas constantes. Esto se debe probablemente a que la distribución de velocidades cambia de acuerdo con la redistribución de la fracción hueca manteniendo uniforme la densidad de corriente en la sección transversal cuando la interacción electromagnética predomina sobre la viscosa. Se obtiene entonces como conclusión que es posible controlar la distribución de la fracción hueca superponiendo un campo magnético axial sin alterar la principal interacción que ocasiona la caída de presión en la dirección axial así como la razón de deslizamiento. Es importante mencionar que tanto los experimentos de Saito como los de Fujii-e fueron realizados con fracciones huecas menores de 0.5.

## 5.2 PERDIDAS POR DESLIZAMIENTO.

Una de las principales pérdidas de energía que se presentan en el generador MHD, y que conlleva a un descenso en la eficiencia del mismo, es la llamada

pérdida por deslizamiento. Es causada por el hecho de que el gas viaja a una velocidad mayor que la del líquido. Esta pérdida es particularmente severa ya que la fuerza de Lorentz que se opone al movimiento del fluido en dos fases actúa únicamente sobre el metal líquido y es varios ordenes de magnitud mayor que la fuerza gravitacional. Para balancear esta fuerza se requieren altos gradientes negativos de presión, los cuales tienden a acelerar al gas y a incrementar la velocidad relativa entre las fases. Al parecer el deslizamiento se incrementa rápidamente al aumentar la fracción hueca<sup>(22)</sup>, debido a un desacoplamiento progresivo de las fases (por fricción) cuando el patrón de flujo en dos fases cambia de un flujo en burbujas a un flujo turbulento a pedazos y por último a un flujo anular.

La pérdida por deslizamiento es causada por disipación de energía mecánica debida a la fricción entre las fases. Una explicación alternativa es que, si la transferencia de energía cinética se desprecia, el gas realiza trabajos sobre el líquido por desplazamiento normal de su interfase durante la expansión. Por lo tanto, la cantidad de gas disponible para realizar este trabajo es mínima cuando no existe deslizamiento, y cualquier flujo adicional de gas representa una pérdida por deslizamiento.

Existen dos formas de transferencia de energía mecánica (trabajo): a) por desplazamiento del líquido debido a la expansión de burbujas de gas, y b) por la fuerza de arrastre en la interfase debido al deslizamiento de las burbujas a través del líquido. El trabajo por desplazamiento no es disipativo si la expansión de las burbujas ocurre reversiblemente, lo cual parece resultar válido.<sup>(13)</sup> Por otra parte, las burbujas de gas no usan su propia energía (entalpía) para deslizarse a través del líquido. La distribución de presión alrededor de las burbujas da lugar a una fuerza resultante que las impulsa a través del líquido. De esta forma se gasta energía mecánica del fluido para deslizar a las burbujas. La misma energía es transmitida al líquido por el arrastre entre las fases, y la mayor parte de esta energía es disipada por viscosidad y turbulencia alrededor de las burbujas. La energía sobrante se manifiesta en un incremento de la energía cinética del líquido que se encuentra inmediatamente alrededor de la burbuja.

La fuerza que actúa sobre las burbujas debido al gradiente de presión  $\nabla P$  en el generador es  $\alpha \nabla P$  por unidad de volumen de la mezcla. La pérdida local de energía por unidad de volumen  $P_d$  debida a la diferencia de velocidades  $u_g - u_l$

es

$$P_d = \alpha \nabla P (u_g - u_l) \quad (5.3)$$

La pérdida local por deslizamiento relativa a la potencia (isentrópica) de entrada  $P_e$  por unidad de volumen es

$$\frac{P_d}{P_e} = \frac{\alpha \nabla P (u_g - u_l)}{\nabla P [\alpha u_g + (1-\alpha)u_l]} = \frac{\alpha (d-1)}{d\alpha + (1-\alpha)} \quad (5.4)$$

donde  $d = u_g/u_l$  es la razón de deslizamiento.

Como se mencionó anteriormente a altas fracciones huecas el deslizamiento se incrementa rápidamente y puede disminuir apreciablemente la eficiencia del generador. Ahora bien, si se crea un patrón de flujo en burbujas (espuma) a altas fracciones huecas, entonces la razón de deslizamiento debe ser cercana a la unidad debido a que la interacción de las burbujas con el líquido es muy próxima y de esta forma la pérdida por deslizamiento se hace despreciable.

Partiendo de las relaciones expuestas en la sección 2.6 es posible expresar la razón de deslizamiento en términos de la fracción hueca, la calidad de la mezcla y las densidades del líquido y del gas, de la siguiente forma

$$d = \frac{u_g}{u_l} = \frac{C}{1-C} \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\rho_l}{\rho_g} \quad (5.5)$$

Para flujos MHD en dos fases se ha encontrado experimentalmente que la razón de deslizamiento decrece al aumentar el número de Froude<sup>(22)</sup> definido como la razón de las fuerzas inerciales a las gravitatorias

$$F_r = \frac{\rho_l u_l^2}{\rho_l g D_b} \quad (5.6)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $D_b$  el diámetro o escala típica de una burbuja. De aquí se observa que al incrementar  $u_l$  o al disminuir  $D_b$  (burbujas pequeñas, flujo en burbujas o espuma) se obtienen altos valores de  $F_r$ , es decir, bajas razones de deslizamiento.

En realidad en el flujo en dos fases del generador MHD, la fuerza de Lorentz reemplaza a la fuerza de gravedad como la fuerza de cuerpo dominante. Por lo tanto parece apropiado definir un número magnético de Froude como la razón de las fuerzas inerciales a las fuerzas de Lorentz

$$F_{rm} = \frac{\rho_l u_l^2}{C_m u_l B^2 (1-K) D_b} \quad (5.7)$$

donde  $C_m$  es la conductividad eléctrica de la mezcla en dos fases,  $B$  la intensi-

dad de flujo magnético y  $K$  el factor de carga. De modo que para lograr  $F_{cm}$  grandes ( $d$  pequeños) es necesario operar a altas velocidades y con diámetros pequeños para las burbujas. La velocidad depende grandemente de las razones de flujo y de las capacidades de presión del dispositivo experimental. Por otra parte  $D_b$  es un parámetro difícil de controlar, aunque la creación de un flujo en burbujas o espuma podría decrecer  $D_b$  en dos ordenes de magnitud<sup>(29)</sup>, haciendo despreciable el efecto de las otras variables sobre el número magnético de Froude.

En los experimentos desarrollados en el ANL<sup>(22,13,29,30)</sup> durante la pasada década utilizando un flujo de NaK-N<sub>2</sub> a bajas temperaturas (y moderadamente altas, i.e.  $< 800^\circ\text{K}$ ) se ha logrado caracterizar empíricamente a las pérdidas por deslizamiento. Los resultados típicos muestran que la razón de deslizamiento se incrementa a lo largo del generador, como se muestra en las figuras (5.1) y (5.2) (excepto en mezclas de bajas calidades con circuito abierto) siendo particularmente rápido este incremento a la salida del generador. En las primeras dos terceras partes del generador, la razón de deslizamiento se correlaciona razonablemente bien con el gradiente local de presión. Se cree que la razón del rápido incremento de  $d$  a la salida del generador es debida a una transición del patrón de flujo en dos fases, de un flujo en burbujas relativamente uniforme a un flujo semianular, esto es, un flujo caracterizado por una alta fracción hueca, un núcleo de baja conductividad rodeado por una baja fracción hueca y una capa de líquido que se mueve lentamente. Debido a que un gran porcentaje de las burbujas se fusionan en el centro del canal, el acoplamiento entre las fases es pobre y la razón de deslizamiento es mayor que en un flujo en burbujas uniforme.

Basados en el comportamiento de la razón de deslizamiento, se concluye que los factores más importantes que afectan este tipo de pérdidas son: a) el gasto del líquido, b) el gradiente de presión, c) la fracción hueca y d) el patrón de flujo en dos fases.

La figura (5.3) muestra la tasa o razón de deslizamiento como función del gasto del líquido. Como se observa, dicha tasa decrece al aumentar el gasto. Se supone que la velocidad relativa ( $u_g - u_l$ ) entre las fases es esencialmente independiente del gasto del líquido; por lo tanto, conforme se incrementan las velocidades la tasa de deslizamiento  $u_g/u_l$  debería tender a la unidad.

En los experimentos realizados en el ANL en el año 1978<sup>(29)</sup> se demostró la reducción de la tasa de deslizamiento al incrementar el gasto de líquido (de 6 kg/seg a 12 kg/seg) obteniéndose un incremento sustancial en la eficiencia del generador.

En experimentos realizados por Saito et al.<sup>(31)</sup> se demostró que los efectos del campo magnético aplicado y de la geometría del canal sobre la tasa de deslizamiento son despreciables\*. Se concluye que  $\beta$  es una función de la calidad de la mezcla y de la relación de las densidades del líquido y del gas, y que decrece al disminuir la calidad de la mezcla y/o conforme la densidad de la fase gaseosa aumenta, es decir, al incrementar la presión del sistema. En consecuencia  $\beta$  se incrementa a lo largo de la dirección de flujo en el campo magnético debido a que se incrementa el cociente de los gastos volumétricos gas-líquido

$$\beta = \frac{Q_g}{Q_l} = \frac{C}{1-C} \frac{\rho_g}{\rho_l} \quad (5.8)$$

ocasionado por la caída de presión a lo largo de la dirección de flujo.

También se encontró que a pesar de que la distribución de la fracción hueca se ve afectada por la intensidad del campo magnético aplicado, la distribución de la velocidad del fluido varía simultáneamente compensando el efecto del campo magnético y resultando en una influencia muy poco directa del campo sobre la tasa de deslizamiento.

Una de las conclusiones más importantes a las que han llevado los experimentos realizados en el ANL, es la necesidad de crear un patrón de flujo estable y homogéneo en burbujas a altas fracciones huecas de modo que sea posible reducir considerablemente el deslizamiento entre las fases. Este problema se ha atacado principalmente por dos caminos: a) uno relacionado con el diseño de un mezclador adecuado que asegure la generación de pequeñas burbujas y prevenga la formación de trozos de gas (gas slugs) y regiones separadas, favoreciendo la estabilización de un flujo espumoso homogéneo.<sup>(32)</sup>, y b) otro en la utilización de agentes que actúan sobre la tensión superficial, o agentes humectantes, para el metal líquido, que prolonguen la vida de las burbujas a lo largo del generador del generador e impidan la fusión formando burbujas mayores.<sup>(29,34)</sup>

\* En estos experimentos también se utilizó un flujo NaK-N<sub>2</sub>.

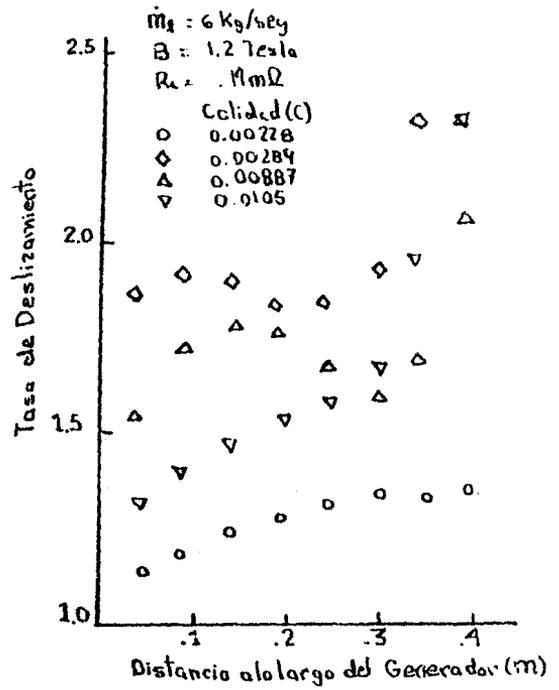
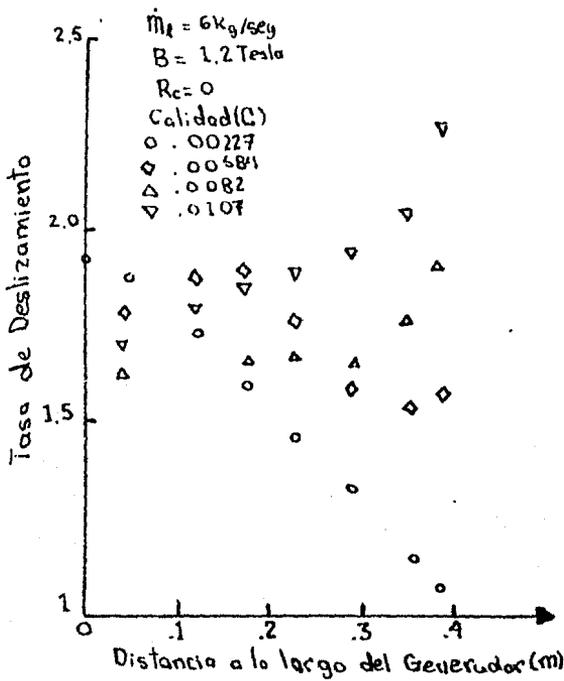


Fig. (5.1) Tasa de deslizamiento como función de la distancia a lo largo del generador (circuito abierto).\*

Fig. (5.2) Tasa de deslizamiento como función de la distancia a lo largo del generador (con carga externa).\*

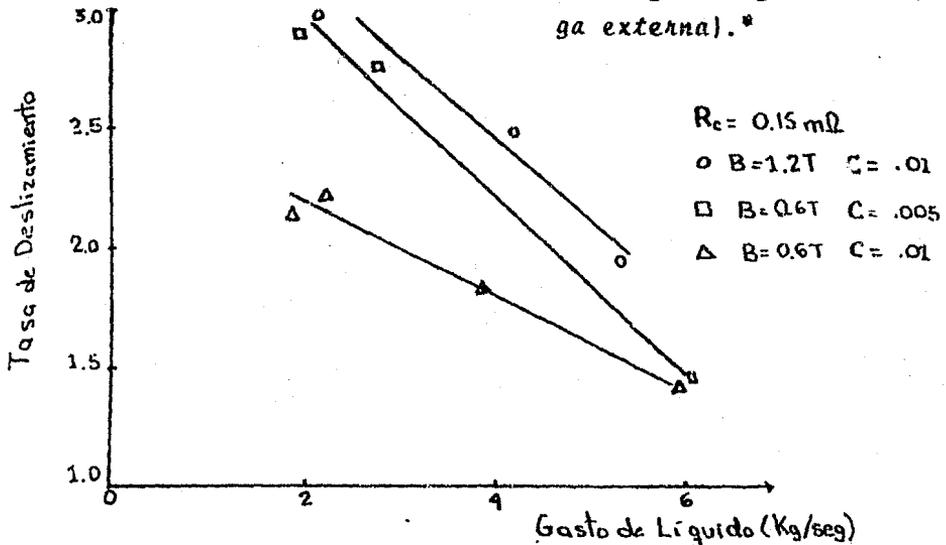


Fig. (5.3) Tasa de deslizamiento como función de la tasa másica de líquido (con carga externa).\*

\* Tomado de (29).

### 5.3 CONDUCTIVIDAD ELECTRICA EN UN FLUJO EN DOS FASES.

Uno de los parámetros básicos que afectan el desempeño del generador MHD es la conductividad de la mezcla en dos fases, Su valor depende directamente de la fracción hueca y en consecuencia del patrón de flujo. De hecho la conductividad eléctrica promedio y, particularmente sus perfiles transversales en un canal MHD, son buenos indicadores del patrón de flujo en dos fases.

La potencia eléctrica de salida de un generador MHD es directamente proporcional a la conductividad eléctrica de la mezcla en dos fases. Por lo tanto un cambio en el patrón de flujo de la mezcla de una dispersión de gas en líquido a una dispersión de líquido en gas (conforme se incrementa la calidad de la mezcla) afecta directamente la potencia obtenida del generador.

Existen diversas formas en que la conductividad de la mezcla se presenta como función de la fracción hueca. Una de las más sencillas es

$$\sigma_m = \sigma_l(1-\alpha) \quad (5.9)$$

donde  $\sigma_m$  y  $\sigma_l$  son las conductividades de la mezcla y del metal líquido respectivamente. Aparentemente esta relación sólo es válida para un flujo estratificado.<sup>(22)</sup> Otra relación es la derivada por Maxwell<sup>(35)</sup> para una distribución de pequeñas esferas no conductoras en un medio conductor continuo, y es

$$\sigma_m = \frac{(2+\alpha)}{2(1-\alpha)} \sigma_l \quad (5.10)$$

Esta relación parece predecir adecuadamente la conductividad eléctrica de la mezcla en el rango<sup>(36)</sup>  $0 < \alpha < 0.9$ , y bajo un flujo estable y homogéneo.

Petrick<sup>(5)</sup> obtuvo la siguiente relación empírica en base a los experimentos realizados con un flujo NaK-N<sub>2</sub>

$$\sigma_m = \sigma_l e^{-3.8\alpha} \quad (5.11)$$

la cual concuerda con los datos experimentales en el rango  $0.2 < \alpha < 0.8$ . La diferencia entre las ecuaciones (5.10) y (5.11) puede atribuirse a la interacción entre el campo magnético y el flujo del fluido. La ec. (5.11) resulta ser una de las más adecuadas para describir la conductividad del flujo en dos fases. La ecuación de Maxwell ha presentado

grandes desviaciones respecto a los datos experimentales.

Según Saito et al. <sup>(31)</sup> la conductividad eléctrica en dos fases decrece monotonamente al incrementar la fracción hueca y proponen una relación del siguiente tipo para un flujo NaK-N<sub>2</sub>

$$\sigma_m = (Q_1 + Q_2 \alpha) \sigma_r \quad (5.12)$$

donde Q<sub>1</sub> y Q<sub>2</sub> son constantes. Sin embargo Yakhot y Branover <sup>(28)</sup> encontraron serias diferencias con los datos experimentales del ANL al utilizar la ec. (5.12). En los generadores estudiados en el ANL <sup>(22)</sup> se han alcanzado fracciones huecas del 70% y aparentemente la conductividad se aproxima a un comportamiento exponencial (ec. (5.11)). Sin embargo si se lograra un flujo espumoso estacionario la conductividad sería uniforme y estable y alcanzaría valores cercanos a los dados por la fórmula de Maxwell. Los experimentos demuestran que es posible mantener una conductividad razonablemente alta para la mezcla, aún a muy altas fracciones huecas.

#### 5.4 PERDIDAS OHMICAS Y DE REGIONES TERMINALES.

Las pérdidas eléctricas ocasionadas por disipación óhmica pueden minimizarse mediante un diseño adecuado del canal MHD y utilizando una carga eléctrica óptima. Uno de los requerimientos es mantener constante la velocidad del líquido a través del generador, para eliminar las corrientes recirculantes internas. Para los generadores analizados en el ANL <sup>(22)</sup>, las pérdidas óhmicas son del orden del 5-10% de las pérdidas totales cuando son despreciables las fluctuaciones en el voltaje y velocidad. La falta de uniformidad tanto espacial como en la velocidad instantánea del líquido, incrementan considerablemente las pérdidas óhmicas.

El diseño de un generador en el cual el líquido viaje a velocidad constante es uno de los problemas a resolver en la construcción de un sistema MHD. El estudio de diversas geometrias del generador se ha realizado con detalle en el ANL <sup>(25,37)</sup>. Al parecer los generadores con área transversal divergente han resultado los más adecuados.

La eficiencia total del generador MHD en dos fases decrece significativamente por efectos asociados con el paso del fluido de trabajo a través de las regiones límites o extremas (bordes) de los electrodos, donde existe un fuerte gradiente de campo magnético. Estos efectos se conocen comunmente como pérdidas terminales, las cuales se manifiestan

de la siguiente forma;

- a) UN efecto de corto circuito de las trayectorias de corriente eléctrica cerradas a través de las regiones donde el fluido se encuentra fuera de los electrodos, efecto conocido como pérdidas terminales de corriente.
- b) Una caída adicional de presión debida a la fuerza ocasionada por las corrientes terminales mencionadas interactuando con el campo magnético. Este efecto se conoce pérdidas terminales de presión.

Métodos predictivos desarrollados en el ANL<sup>(22)</sup> indican que las pérdidas terminales de corriente corresponden aproximadamente al 2.5% de la potencia total de salida para los generadores analizados. El efecto de las pérdidas terminales en la eficiencia del generador MHD se puede entender mejor considerando la densidad de corriente eléctrica dentro del canal

$$J_y = \sigma_m (-E + uB) \quad (5.13)$$

donde la velocidad  $u$  se considera constante y uniforme dentro del canal y el campo  $B$  actúa únicamente en la dirección  $z$ . En la región entre los electrodos, la densidad de corriente tiene el signo de la componente inducida  $\sigma_m uB$  de la ec.(5.13); fuera de los electrodos donde la intensidad del campo magnético se reduce drásticamente, la componente electrostática  $-\sigma_m E$  se vuelve predominante y  $J_y$  cambia de signo, dando lugar a una contracorriente o corriente terminal  $I_t$ . Por consiguiente más allá de una cierta curva donde la corriente cambia de signo, el fluido actúa como una trayectoria de desvío o una resistencia en paralelo cuyo valor (resistencia terminal) se denota por  $R_t$ . La resistencia  $R_t$  incluye los efectos de ambos extremos. La resistencia interna del generador está dada aproximadamente por

$$R_i = \frac{1}{\sigma_m M a} \quad (5.14)$$

donde  $a$  es la anchura del canal paralela a  $B$  y  $M$  es la relación geométrica, es decir el cociente entre la longitud del canal y su altura. Estos parámetros están definidos en la figura (5.4).

Existen varios métodos para controlar las pérdidas terminales, siendo los más usuales los siguientes:

1. Incrementar la relación geométrica  $M$ , lo cual lleva a un descenso

en el valor de  $R_i$  sin afectar  $R_T$  y en consecuencia se reducen las pérdidas terminales. Sin embargo los valores de  $M$  están limitados por las diferencias de presión permisibles y por los requerimientos del voltaje terminal.

2. Extender el campo magnético más allá de los electrodos de tal manera que se incremente  $R_T$  y decrezca  $R_i$ .

3. Insertar aletas eléctricamente aislantes, paralelas al flujo en las regiones externas a los electrodos, incrementando de esta forma la longitud de las trayectorias de las corrientes terminales al igual que  $R_T$  sin afectar  $R_i$ . Este método implica un cierto incremento en las pérdidas viscosas en las regiones terminales, el cual debe sopesarse en relación a la reducción de las pérdidas terminales.

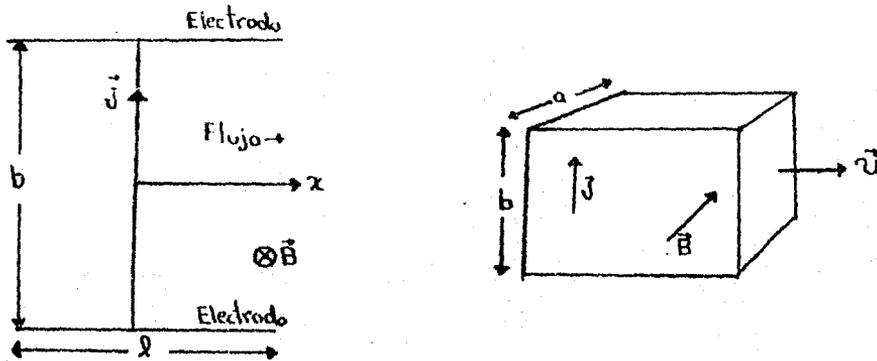


Fig. (5.4) Diagrama que muestra las magnitudes involucradas en la relación geométrica del generador MID.

Sutton et al. (38) mostraron que las pérdidas terminales pueden reducirse significativamente mediante una extensión del campo magnético a ambos extremos del campo magnético principal, es decir, en los bordes de los electrodos. Sin embargo la caída de presión también cambia al extender el campo magnético, lo cual a su vez afecta la eficiencia del generador. Se encontró que una extensión exponencial del campo magnético es más efectiva para incrementar la eficiencia del generador que una extensión constante del mismo, ya que en este último caso la caída de presión es mayor que en una extensión exponencial. Dicha caída de presión es causada por la fuerza electromotriz inducida por el campo magnético extendido, que en el primer caso es constante, mientras que en la extensión exponencial decrece gradualmente. Sutton también demostró que la eficiencia también se incrementa al aumentar la relación geométrica en presencia de un campo magnético extendido constante. Respecto a las

aletas aislantes menciona que la inclusión de una de ellas en el centro del canal a ambos extremos del campo magnético principal, tienen el efecto de duplicar la relación geométrica, mientras que si se colocan dos aletas la relación geométrica se triplica, etc. Por consiguiente concluye que las aletas también son adecuadas para aumentar la eficiencia.

En un estudio realizado por Gherson et al. <sup>(39)</sup> se concluye que la elección de la relación geométrica de un canal MHD está determinada primordialmente por la potencia eléctrica promedio y la caída de presión permisible. Sin embargo desde el punto de vista de las pérdidas terminales, una relación geométrica grande ( $M > 5$ ) produce más altas eficiencias. Una vez elegida la relación geométrica se se encontró que el parámetro que más afecta a la eficiencia es la distribución del campo magnético a lo largo del eje longitudinal. Se concluye que la mejor solución consiste en conformar un campo magnético de intensidad constante en la región comprendida entre los electrodos, decayendo éste de acuerdo a una curva exponencial en los extremos de los electrodos. En este estudio el énfasis fue puesto en la influencia de las aletas aislantes en la eficiencia del generador. Se encontró que para una extensión del campo igual al espaciamiento entre los electrodos, se puede alcanzar un incremento del 10% en la eficiencia al insertar una aleta en el eje central de una longitud igual a cuatro veces la distancia entre los electrodos. La inserción de aletas adicionales de la misma longitud apenas incrementaron la eficiencia en un porcentaje pequeño. Este hecho, aunado a la dificultad tecnológica implicada en el aumento del número de aletas indican que la solución más eficiente para la reducción de las pérdidas terminales es la inserción de una única aleta aislante en la línea central. Se hace notar que no sólo la longitud de la aleta, sino también su posición axial es de crítica importancia.

#### 5.5 PERDIDAS POR FRICCIÓN Y POR CORRIENTES DERIVADAS EN CAPA LÍMITE.

En los experimentos efectuados en el ANL se ha detectado invariablemente la presencia de una capa límite formada por el metal líquido en las paredes aislantes del generador MHD. Estos experimentos se han realizado con números de Hartman grandes, es decir, predominando los efectos magnéticos sobre los viscosos. El efecto de un número de Hartman grande es adelgazar la capa límite, lo cual lleva a un incremento en la transferencia de calor y en la fricción. Entonces, puesto que la capa límite sobre la pared aislante es un conductor eléctrico, hay una

tendencia por los efectos MHD a incrementar las pérdidas en las paredes en relación a un flujo en ausencia de campo magnético.

En los flujos MHD las pérdidas por fricción son varias veces mayores, en términos absolutos, que en los flujos hidrodinámicos ordinarios. Sin embargo en términos relativos dichas pérdidas representan sólo una fracción de la pérdida total de energía.<sup>(22)</sup> En los flujos MHD el esfuerzo cortante en el fluido decrece al alejarse de las paredes, ocasionando que la velocidad del líquido cambie de cero en las paredes aislantes a un máximo en el centro del canal. La fricción en la capa límite es muy grande mientras que en la mayor parte del flujo es casi cero, a diferencia del flujo ordinario (no MHD).

Además de la fricción, otro efecto que puede reducir la eficiencia del generador es la aparición de corrientes eléctricas (negativas) derivadas, a través de la capa límite de metal líquido formada sobre las paredes aislantes. La pérdida resultante de estas corrientes derivadas es aproximadamente de 2% en el caso de un flujo de metal líquido puro.<sup>(40)</sup> Se piensa que esta pérdida es relativamente mayor para un flujo en dos fases, ya que la capa límite está compuesta primordialmente de metal líquido, mientras que el núcleo del generador está ocupado por el flujo en dos fases. Por lo tanto el aumento de la razón entre la conductividad en la capa límite y la del núcleo, amplifica el efecto de derivación.

No obstante, Likoudis<sup>(41)</sup> demostró analíticamente que para grandes números de Hartmann a los que opera el generador, la eficiencia es muy poco afectada por la presencia de la capa límite y las corrientes derivadas. Las mismas conclusiones son presentadas por en grupo del ANL.<sup>(29)</sup>

Branover hace notar que la presencia de la capa límite sobre las paredes no conductoras del generador implica una solución separada de las ecuaciones en esta región y en el núcleo del flujo, con pertinentes condiciones a la frontera en las paredes del canal y en la superficie de separación de la capa límite y el núcleo de flujo. Branover obtuvo soluciones analíticas en el caso en que el núcleo está formado por un flujo uniforme en dos fases. Mostró que en un generador operando a su eficiencia máxima a bajas temperaturas (350-370°K) y con una alta fracción hueca ( $\alpha \approx 0.8$ ), la reducción en la eficiencia debido a la presencia de la capa límite, para números de Hartmann grandes ( $Ha \approx 20000$ ), es insignificante (4%); para números de Hartmann menores ( $Ha \approx 2000$ ) esta reducción puede ser de 12%, mientras que para  $Ha \approx 500$  ésta es aún

mayor (24%). Sus cálculos también indican que en un generador operando a su eficiencia máxima, la presencia de una delgada capa límite sobre las paredes no conductoras ocasiona un incremento significativo en la caída de presión requerida, particularmente a altos valores de la fracción hueca  $\alpha$ , lo cual puede ocasionar consecuencias indeseables, tales como un incremento de la fracción hueca en la dirección de flujo. Por último menciona que la falta de uniformidad en la distribución de la fracción hueca en presencia de la capa límite y con números de Hartmann  $Ha \gg 500$  virtualmente no afecta la eficiencia del generador.

En el ANL<sup>(42)</sup> se han hecho intentos por romper o separar la capa límite de las paredes aislantes inyectando chorros de gas. Se probaron varios inyectores con diferentes geometrías con relativo éxito, ya que se repertaron eficiencias un poco mayores con inyección de gas que sin ella. Se encontró que un chorro de gas puede separar al líquido de las paredes únicamente bajo un gradiente positivo de presión. Al utilizar inyectores se observó un incremento en el voltaje durante el primer minuto, decreciendo después repentinamente.<sup>(42)</sup> Se piensa que la formación de la capa límite en las paredes aislantes fue prevenida durante el minuto inicial, de modo que la fricción en las paredes y las corrientes derivadas fueron menores. Sin embargo la inyección de gas en las paredes pareció ser inestable y probablemente no previno la formación de la capa límite después de un corto período de tiempo. Al parecer un gradiente de presión favorable tiende a acelerar al chorro de gas, haciéndolo inestable después de un corto tiempo, y ocasionando que se mezcle con el metal líquido en forma de burbujas. Como resultado la capa límite de metal líquido se reestablece a una corta distancia del inyector de gas. En resumen se puede decir que la inyección de gas no afecta el desempeño del generador de una manera apreciablemente favorable.

## 5.6 DISTRIBUCION DE PRESION.

El efecto dominante de la fuerza de Lorentz  $\vec{F}_L = \vec{J} \times \vec{B}$  que actúa únicamente sobre el metal líquido oponiéndose a su flujo en el generador, es incrementar significativamente la caída de presión, la cual es por otra parte, proporcional a la potencia eléctrica de salida del generador. En general, la fuerza de Lorentz es varios ordenes de magnitud mayor que la fuerza de fricción. Por lo tanto si se logra mantener la velocidad del líquido constante a lo largo del generador, la caída de presión es balanceada principalmente por la fuerza de Lorentz. Esta es la

condición para una eficiencia de conversión máxima.

Idealmente la caída de presión en la dirección axial debiera ser constante en la sección transversal perpendicular al flujo. Sin embargo si la densidad de corriente no es uniforme a lo largo del generador y las corrientes terminales no son compensadas o eliminadas (dando lugar a un campo inducido y a las correspondientes pérdidas terminales de presión) la distribución de presión puede variar considerablemente a lo largo del canal.

En flujos de metal líquido puro se ha observado una rápida caída de presión en la primera porción del canal, incrementándose después a la salida del mismo. Esto se debe a que las corrientes terminales tienen el efecto de bombear el líquido en la salida del generador.<sup>(37)</sup> En experimentos realizados por Fabris<sup>(30)</sup> se encontró que para un flujo en dos fases de NaK-N<sub>2</sub>, el gradiente de presión fue aproximadamente constante en el primer tercio del generador, incrementándose repentinamente en el segundo tercio y decreciendo gradualmente hacia la salida del generador. Una posible explicación de este fenómeno es que la corriente eléctrica no se distribuye uniformemente a lo largo del generador y además el campo magnético inducido por las corrientes terminales no compensadas ocasionan variaciones en el gradiente de presión. La disminución gradual del gradiente de presión en el último tercio del generador es una posible evidencia de la transición de un flujo uniforme en burbujas a un flujo semianular, particularmente cuando se observa que la velocidad del líquido decrece ligeramente y la razón de deslizamiento aumenta en el último tercio del generador. Un cambio en el patrón de flujo puede reducir el acoplamiento entre el gas y el líquido, permitiendo un incremento del deslizamiento, un descenso en la velocidad del líquido y una disminución del gradiente de presión. Otra explicación del comportamiento del gradiente de presión en las primeras dos terceras partes del generador es que debido a la deformación del campo magnético aplicado, en los extremos de los electrodos, la fuerza de Lorentz es menor a la entrada del generador que en el centro.

Pierson<sup>(44)</sup> analizó un flujo de sodio-nitrógeno a temperaturas moderadamente altas ( $\sim 800^\circ\text{K}$ ) con fracciones huecas cercanas a 0.65 y un campo magnético de 0.9 tesla. Encontró que el gradiente de presión se correlaciona linealmente con  $B^2$ . Además sus datos parecen indicar una transición del patrón de flujo hacia un flujo semianular, lo que ocasiona una reducción en el gradiente de presión. Esta transición es de-

bida a la combinación de una alta calidad de la mezcla y la presencia de un perfil de velocidades en forma de M para el metal líquido. Pierson menciona que este comportamiento también se presenta en generadores de dos fases que trabajan a temperatura ambiente.

### 5.7 PERFILES DE VELOCIDAD.

Las distribuciones de velocidad en la sección del canal son uno de los más importantes índices locales que caracterizan el efecto del campo magnético sobre el flujo. Los principales resultados teóricos en este campo se deben a Hartmann, e involucran predicciones del aplanamiento o extensión del perfil de velocidad bajo la influencia de un campo magnético transversal. Este fenómeno se conoce como efecto Hartmann. Si el campo es suficientemente intenso, el flujo entre dos placas infinitas paralelas puede dividirse en un núcleo donde la fuerza de Lorentz es balanceada por el gradiente de presión, y una región de capa límite donde dominan las fuerzas viscosas.

Uno de los puntos importantes en el desarrollo de la teoría de Hartmann involucra el flujo de un metal líquido en un canal rectangular. Se predice la formación de capas de espesor  $aHa^{-1}$  (donde  $a$  es la anchura del canal tal como se define en la figura (5.4) y  $Ha$  es el número de Hartmann), sobre las paredes perpendiculares al campo. Se presenta entonces una corriente del orden  $\sigma \mu B a Ha^{-1}$ , cuya resistencia a través de estas capas delgadas, determina la magnitud de la corriente total. La densidad de corriente en el núcleo es entonces del orden  $\sigma \mu B Ha$  y la densidad de la fuerza de Lorentz, que es balanceada por el gradiente de presión, es  $\sigma \mu B^2 Ha$ .

El fenómeno de aplanamiento del perfil de velocidad es una tendencia muy general en MHD, sin embargo la aplicación de un campo magnético puede llevar a transformaciones de la estructura de flujo mucho más complicadas, dependiendo en gran parte de las condiciones a la frontera del problema particular.

Experimentalmente se ha demostrado<sup>(44)</sup> que existe una tendencia general de los flujo en un campo magnético a dividirse en zonas con velocidades muy diferentes y con capas cortantes transitorias características. Teórica y experimentalmente se ha detectado la formación de un perfil de velocidades en forma de M en ductos con dos paredes conductoras bajo un campo magnético transversal. Al parecer, una característica común en flujos uniformes es que el perfil de velocidades en forma

de  $M$  se observa en planos perpendiculares al campo magnético, mientras que el perfil de velocidades es aplanado en planos paralelos al campo.<sup>(45)</sup> Este perfil de velocidades característico es ocasionado por la deformación del campo magnético en la entrada del generador.

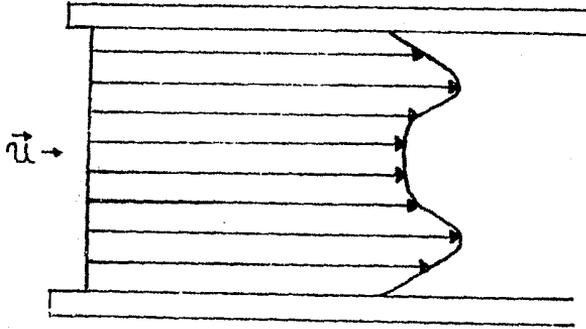


Fig. (5.5) Perfil de velocidades en forma de M que se presenta en flujos en canales con dos paredes conductoras en presencia de un campo magnético transversal.

La existencia de turbulencia y perturbaciones en el perfil de velocidades, se ha detectado en flujos MHD y se supone que es introducida en el canal por efectos de entrada. Se ha observado<sup>(45)</sup> que si se aplica un campo magnético transversal gradualmente creciente a un flujo turbulento en un ducto, la caída de presión para un gasto dado decrece en un principio, alcanza un mínimo y entonces empieza a aumentar monotonamente. Este fenómeno se puede explicar por la disminución de la turbulencia, ocasionada por el campo magnético. Este efecto es dominante respecto al efecto Hartmann en un cierto rango de parámetros; el proceso de disminución o amortiguamiento de la turbulencia se completa al laminarizar el flujo. Después de esto hay un incremento en la caída de presión ocasionada únicamente por el efecto Hartmann en el flujo laminar.

Un gran número de experimentos<sup>(46)</sup> con flujos MHD en ductos con diferente orientación del campo magnético muestran que de acuerdo a mediciones de fricción, el flujo turbulento inicial puede ser completamente laminarizado por la influencia de un campo suficientemente intenso. Una notoria disminución en la intensidad de la turbulencia se observa cuando  $Ha/Re < 4 \times 10^{-3}$ , sin embargo no se reduce a cero.<sup>(46)</sup> Se supone que la permanencia de un nivel considerable de turbulencia se debe a la longitud finita de la sección experimental localizada en el campo magnético y a la estructura bidimensional de la turbulencia, o bien por una nueva

generación de turbulencia debida a la forma en M del perfil de velocidades en la entrada del canal.

En el estudio de flujos en campos transversales se ha detectado que el efecto del campo en la disminución de la turbulencia depende de la forma de la sección transversal del ducto. En la figura (5.6) se muestran dos casos extremos de secciones transversales rectangulares.

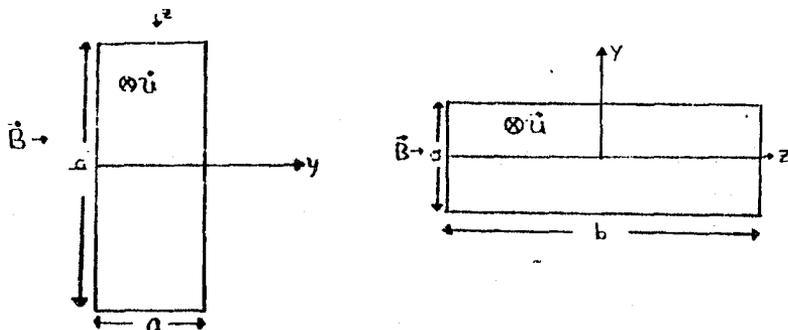


Fig. (5.6) Dos distintas secciones transversales de un ducto, que originan un flujo de Hartmann (izquierda) y un flujo en un campo azimutal (derecha).

En el primer caso (fig.(5.6) izquierda), cuando el campo es perpendicular al lado más grande, es llamado flujo de Hartmann. El segundo (fig. (5.6) derecha) donde el campo es paralelo al lado mayor de la sección transversal, corresponde al flujo en un campo azimutal.

Branover<sup>(46)</sup> ha encontrado que es posible una perfecta laminarización en el caso en que un campo magnético cubre la región de entrada (campo azimutal) de modo que un flujo sin perturbaciones y sin perfil de velocidades en forma de M entre al canal. Branover menciona la posibilidad de utilizar un campo azimutal en la construcción de un generador MHD.

### 5.8 PERFILES DE VOLTAJE.

El voltaje interno del generador (voltaje de prueba) es igual al campo eléctrico inducido menos la pérdida óhmica de voltaje, integrados desde el electrodo negativo hasta una cierta distancia  $y$

$$\Phi(y) = \int_0^y \left[ u_x(y') B - \frac{J}{\sigma(y')} \right] dy' \quad (5.15)$$

La ec.(5.15) muestra que el voltaje interno del generador es una

función no lineal de la distancia al electrodo negativo; la forma de la función depende de la forma funcional específica de la velocidad del líquido y de la conductividad.

Anteriormente se mencionó que la conductividad es una función de la fracción hueca; ésta a su vez puede tener diversas formas funcionales dependiendo de la distribución particular, o sea del patrón de flujo. Branner<sup>(16)</sup>, por ejemplo, propone que bajo la suposición de flujo homogéneo, la fracción hueca puede variar en la dirección  $z$  (dirección del campo magnético) de acuerdo a la forma funcional

$$\alpha(z) = \alpha_0 (1 - \beta_0 z^{2m}) \quad (5.16)$$

donde se pueden obtener las diversas distribuciones de  $\alpha$ , incluyendo el caso de una distribución homogénea de la fracción hueca ( $\beta_0 = 0$ ) manipulando las constantes  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  y  $m$ .

En  $y=b$ , el voltaje de prueba es igual al voltaje del electrodo positivo. La diferencia de voltaje entre los electrodos positivo y negativo, es el voltaje de carga dado por

$$\Phi = \bar{u}_x B \frac{b}{2} - \int \frac{b}{2} \frac{1}{\sigma} j_{x0} \quad (5.17)$$

donde  $\bar{u}_x$  y  $(1/\sigma)_{\text{prom}}$  son la velocidad promedio del líquido y la resistividad promedio, respectivamente. Si la velocidad del líquido y la conductividad son ambas uniformes, el voltaje interno del generador variará linealmente desde el electrodo negativo hasta el electrodo positivo.

Fabris<sup>(37)</sup> menciona que para interpretar los perfiles de voltaje resultantes, debemos notar que la Ley de Ohm se puede escribir como

$$\frac{j}{\sigma} = u_x B - E \quad (5.18)$$

y puesto que el factor de carga  $K = E/u_x B$ , típicamente toma un valor alrededor de 0.85, tanto  $u_x B$  como  $E$  son grandes comparados con  $j/\sigma$ . Entonces la forma de la curva de voltaje entre los electrodos, está determinada primordialmente por la variación de  $u_x$ , y no por la variación de  $\sigma$  entre los electrodos. Por consiguiente, la variación espacial de  $u_x$  se puede inferir de los perfiles de voltaje. Los perfiles de voltaje obtenidos por Fabris con un flujo de metal líquido puro, muestran una evidencia convincente de la formación de perfiles de velocidad

en forma de M. La magnitud de la variación de la forma en M parece incrementarse ligeramente a lo largo del canal. Los perfiles de voltaje para un flujo en dos fases son más difíciles de interpretar ya que  $\mathcal{E}$  puede variar. Fabris encontró que el gradiente de voltaje se reduce cerca de los electrodos, quizás debido a una reducción de  $U_d$ , aunque una reducción de  $\mathcal{E}$  tendría un efecto similar. Adyacentes a las dos regiones donde el gradiente de voltaje se reduce, están las regiones de alto gradiente de voltaje. Esto podría corresponder a un perfil de velocidades en forma de M, con los picos de la M más cercanos a los electrodos que en el caso de metal líquido puro. Estos resultados fueron obtenidos con un canal divergente (de sección transversal creciente) con una fracción hueca promedio de  $\bar{\alpha} = 0.474$ , un gasto de líquido  $\dot{m}_l = 14.2$  kg/seg, una intensidad de flujo magnético  $B = 1.263$  tesla y una resistencia de carga  $R = 0.276 \Omega$ . La mezcla utilizada fue NaK-N<sub>2</sub>.

En experimentos anteriores Fabris<sup>(30)</sup> encontró a partir de los perfiles de voltaje, que en un canal de sección transversal constante la velocidad del líquido es aproximadamente 1.75 veces mayor en los electrodos que la velocidad promedio en el canal. Los resultados obtenidos con un canal divergente con altas calidades de la mezcla parecen confirmar la tendencia a la formación de un flujo semianular. Para flujos de metal líquido puro no se observaron fluctuaciones de voltaje, sin embargo al ir agregando gas, una componente alterna creciente apareció en el voltaje de carga. Estas fluctuaciones pueden utilizarse para determinar el tamaño relativo de las burbujas y la distribución de la fracción hueca.

Los experimentos efectuados por Dunn<sup>(43)</sup> a temperaturas relativamente altas (500-800°K) con un canal divergente y una mezcla de sodio-nitrógeno, muestran que en los casos en que el generador operó en condiciones cercanas a las que fue diseñado, el voltaje de carga a lo largo del canal fue casi constante. Se observó sólo un leve descenso debido a que la carga dispuesta no correspondía a las condiciones de diseño, por lo tanto la expansión del gas fue menor que la esperada y la velocidad del líquido decreció a lo largo del generador. Para flujos de metal líquido puro se encontró que el voltaje del generador fue predominantemente proporcional a la densidad de flujo magnético. El voltaje de carga muestra una asimetría característica debido a que la velocidad del líquido decrece a lo largo del canal. Al decrecer la velocidad promedio del líquido, el voltaje entre los electrodos disminuyó.

Resultados muy similares a los anteriores fueron reportados previamente por Pierson<sup>(44)</sup> bajo condiciones muy parecidas, en el caso de un flujo de metal líquido puro. Para un flujo en dos fases se observaron marcadas asimetrías del voltaje de carga debidas a un incremento en la velocidad del líquido ocasionado por la expansión del gas a lo largo del flujo.

Saito<sup>(31)</sup> encontró que el voltaje de carga en un flujo en dos fases se ve afectado principalmente por el incremento de la resistencia eléctrica interna causado por la presencia de las burbujas de gas. Además también es afectado por la distribución de la fracción hueca y por la velocidad del líquido. Los resultados experimentales muestran que los voltajes terminales son mucho menores que los de un flujo homogéneo sin deslizamiento y que estas desviaciones son poco dependientes de la intensidad del campo magnético aplicado y de la geometría del canal. La dependencia se encuentra más bien, en el cociente de las razones de flujo volumétrico ( $\beta = Q_g/Q_l$ ) en cualquier posición dentro de la región de campo magnético uniforme.

En general los resultados experimentales parecen demostrar una dependencia mucho más marcada de los perfiles de voltaje sobre la velocidad del líquido que sobre cualquier otro factor (conductividad, campo magnético, etc.). Este hecho debe tenerse muy presente al realizar el diseño del generador MHD.

## CONCLUSIONES

Primeramente se deben notar las ventajas evidentes que presentan los sistemas MHD de generación eléctrica sobre los sistemas convencionales. Básicamente dichas ventajas pueden resumirse diciendo que los sistemas MHD proporcionan un método de conversión directa de energía térmica en energía eléctrica que elimina el proceso intermedio, que involucra la conversión de energía térmica en mecánica, presente en los sistemas convencionales.

El dispositivo utilizado para efectuar la conversión de energía, es decir el generador MHD, presenta un diseño extremadamente sencillo que combina las funciones de un generador y una turbina, sin necesidad de partes mecánicas móviles, dando la posibilidad de alcanzar altas eficiencias de conversión y una vida media prolongada.

Los problemas que plantea la generación MHD a altas temperaturas, tales como la dificultad de alcanzar una conductividad eléctrica adecuada para el fluido de trabajo (plasma) y en general las limitaciones tecnológicas presentes al trabajar con temperaturas elevadas, se superan en los sistemas MHD a bajas temperaturas, en los cuales se utiliza como fluido de trabajo una mezcla de metal líquido con gas o vapor. De esta forma el metal líquido proporciona la conductividad eléctrica adecuada y una trayectoria continua para la corriente, al tiempo que sirve como una fuente de recalentamiento infinita para el gas que, al expandirse, impulsa a la mezcla en dos fases a través del generador.

Es importante notar que mediante la elección adecuada de los fluidos de trabajo, los sistemas MHD a bajas temperaturas tienen la posibilidad de acoplar diversas fuentes caloríficas no convencionales tales como las solares, geotérmicas, etc., lo cual puede ser de utilidad en el desarrollo de pequeñas unidades de conversión dispersas. Además estos sistemas prometen altas eficiencias de conversión que superan a las de los sistemas de generación convencionales.

En general la descripción del fenómeno que se presenta en un generador MHD a bajas temperaturas resulta más simple que la de un generador MHD con plasma, ya que fenómenos tales como el efecto Hall no son relevantes.

Por otra parte se encontró que el alcanzar altas eficiencias en un generador MHD de dos fases a baja temperatura depende de que la transferencia de energía en el mismo se efectúe de una forma cercana a la ideal, de modo que la expansión de la fase gaseosa se lleve a cabo cuasi-isotérmicamente. Esto implica que debe existir una buena transferencia de calor del líquido al gas y además una buena transferencia de trabajo mecánico del gas al líquido, de tal forma que el deslizamiento entre las fases

sea casi nulo.

Para lograr un entendimiento claro y una descripción detallada del fenómeno de generación MHD es necesaria la fusión de la electrodinámica clásica y la dinámica de fluidos. Por consiguiente, partiendo de las ecuaciones de conservación de la masa, momento y energía en un fluido y de las ecuaciones que describen al campo electromagnético y sus interacciones, e incluyendo ciertas ecuaciones constitutivas, se obtuvo un sistema de ecuaciones que describen al fenómeno MHD en general. Al utilizar dicho sistema de ecuaciones e introducir parámetros característicos tanto del generador como del flujo en dos fases fue posible desarrollar distintos modelos específicos para el generador MHD de dos fases. Se consideraron únicamente modelos unidimensionales bajo la suposición de flujo estacionario. Especialmente dichos modelos se basan en las aproximaciones de flujo homogéneo y flujo separado. Debido principalmente a la dificultad de establecer una velocidad promedio adecuada para la mezcla de metal líquido y gas que fluye en el generador MHD, la aproximación de flujo homogéneo se descartó para la descripción del generador. Al considerar la aproximación de flujo separado se permite que las fases líquida y gaseosa tengan velocidades distintas, lo cual de hecho sucede en el generador. Utilizando esta aproximación y suponiendo un patrón de flujo en burbujas se obtuvieron los modelos de burbujas esféricas uniformes y de burbujas elipsoidales cuyos rangos de validez parecen limitarse a valores bajos de la fracción hueca, según determinaciones realizadas en el ANL. Puesto que el interés está centrado principalmente en flujos con valores altos de la fracción hueca, los modelos anteriores tienen una utilidad muy limitada. Por tal motivo se obtuvo también el modelo de flujo violentamente turbulento que supone un patrón de flujo desordenado caracterizado por altas fracciones huecas. La validez de dicho modelo también fue verificada en el ANL encontrándose un acuerdo bastante satisfactorio entre los datos teóricos predichos por el modelo y los resultados experimentales, para valores altos de la fracción hueca. El siguiente paso en este sentido será probar la validez de dichos modelos por separado y posteriormente introducir mejoras. Dichos modelos deben utilizarse básicamente para la optimización del diseño del generador de tal forma que a partir de un conjunto dado de parámetros iniciales, se obtenga una configuración óptima del generador.

La descripción y comprensión completa del generador MHD a bajas temperaturas no puede obtenerse sin considerar el aspecto meramente termodinámico. Esto implica visualizar al generador MHD como una máquina térmica, es decir, como un convertidor de energía calorífica en energía eléctrica. Desde este punto de vista se consideró al generador MHD como un sistema abierto y se estableció el balance de energía en

en dicho sistema, encontrándose que la potencia eléctrica de salida del generador se obtiene esencialmente de cambios en la entalpía y en la energía cinética de la mezcla, ya que el trabajo magnético por unidad de tiempo que entra al sistema resulta despreciable debido a las características particulares del generador. Por otra parte, con el fin de hacer comparaciones con sistemas convencionales de turbina se definió, además de una eficiencia isentrópica para el generador, una eficiencia de turbina equivalente que caracteriza al generador MHD de dos fases como un convertidor de energía térmica. Esta última eficiencia toma en cuenta la contribución a la potencia del generador debida únicamente a la presencia de la fase gaseosa. Básicamente la obtención de las expresiones para estas eficiencias, en términos de parámetros susceptibles de medición experimental, se efectuó bajo la suposición de que la expansión de la fase gaseosa a través del generador se realiza isentrópicamente. Los resultados obtenidos en el ANL indican que para alcanzar altas eficiencias isentrópicas y de turbina equivalente es necesario trabajar con altas fracciones huecas promedio. En este sentido el camino a seguir es efectuar un estudio paramétrico utilizando las expresiones encontradas con el fin de determinar rangos de valores de los parámetros que optimicen la eficiencia del generador, obteniendo de esta forma indicaciones para un diseño adecuado.

En el estudio cualitativo de los ciclos de generación MHD a bajas temperaturas, se encontró que los más adecuados para la utilización de fuentes caloríficas de baja temperatura son los ciclos cerrados con generador de dos fases. Estos ciclos permiten optimizar separadamente a las fases líquida y gaseosa además de que reducen las limitaciones por fricción y los problemas en la transferencia de energía térmica en cinética, inherentes en otros ciclos de metal líquido; esto se logra por una parte, utilizando la caída de presión y no la de velocidad para generar energía eléctrica, y por otra separando la mezcla a niveles bajos de energía del fluido. Los ciclos de este tipo considerados fueron los ciclos Brayton y Rankine. En ambos casos, la posibilidad de alcanzar altas eficiencias se debe a que la expansión de la fase gaseosa a través del generador se realiza de una forma cuasi-isotérmica. Las características particulares del ciclo Brayton hacen que se aproxime al ciclo Ericson y por ende al de Carnot, teniendo la potencialidad de alcanzar altas eficiencias. Sin embargo presenta la desventaja de que el trabajo requerido de compresión representa una fracción sustancial de la energía total producida, y por lo otra parte sus temperaturas de operación son medianamente altas (800-1300°K). El ciclo Rankine parece ser el más adecuado para la utilización de fuentes caloríficas de baja temperatura ya que trabaja en la región de vapor (350-700°K). Este ciclo es el más adecuado para pequeñas unidades de conversión dispersas, teniendo las ventajas de un diseño muy sencillo, bajo costo y una eficiencia mayor que la de un sistema con-

vencional de turbina.

El estudio de los diversos reportes experimentales encontrados en la literatura permitió determinar los principales factores que afectan la eficiencia del generador MID. En primera instancia se encontró que la aplicación de un campo magnético intenso sobre un flujo en dos fases, puede modificar esencialmente la distribución de la fracción hueca en el generador, ocasionando cambios bruscos en el patrón de flujo que pueden afectar la eficiencia del generador. Una posible solución a este problema es la aplicación de un campo magnético axial de baja intensidad que permita controlar la distribución de la fracción hueca sin afectar de otra forma el desempeño del generador.

Un funcionamiento adecuado del generador implica trabajar con altos valores de la fracción hueca; sin embargo se encontró que al aumentar la fracción hueca las pérdidas por deslizamiento entre las fases se incrementan. La solución a este problema es obtener un patrón de flujo en burbujas, lo cual puede lograrse mediante un diseño adecuado del mezclador, previo al generador, que asegure la formación de pequeñas burbujas favoreciendo la estabilización de un flujo espumoso/homogéneo. Además pueden utilizarse en el metal líquido agentes que actúen sobre la tensión superficial prolongando la vida de las burbujas y evitando que se fusionen.

Respecto a la conductividad de la mezcla en dos fases se encontró que la forma funcional, dependiente de la fracción hueca, encontrada empíricamente por Petrick<sup>(5)</sup> es la más adecuada, aunque para flujos uniformes y estables la fórmula de Maxwell<sup>(35)</sup> parece dar buenos resultados. Una conclusión importante es que aún para valores altos de la fracción hueca es posible obtener conductividades eléctricas altas para la mezcla.

Por otra parte se observó que la reducción de las pérdidas por corrientes terminales se puede lograr mediante el aumento de la relación geométrica del generador, así como mediante una extensión del campo magnético que decaiga exponencialmente al final de los electrodos. Otra posible solución es la utilización de aletas eléctricamente aislantes, paralelas al flujo en las regiones externas a los electrodos.

Al parecer, según los resultados reportados, las pérdidas producidas por corrientes derivadas en capa límite son despreciables.

Tanto las distribuciones de presión como los perfiles de velocidad se ven fuertemente afectados por la aplicación de un campo magnético intenso. En los flujos que se han analizado experimentalmente se ha encontrado que por lo general los efectos magnéticos dominan sobre los viscosos. Una característica particular de los flujos MID es el aplanamiento del perfil de velocidades y la existencia de turbulencias o-

casionadas por efectos de entrada en el canal. Tal parece que la aplicación de un campo magnético transversal creciente puede ocasionar una disminución en la turbulencia, que tienda a laminarizar el flujo.

El estudio de los perfiles de voltaje puede ser de utilidad para determinar indirectamente el patrón de flujo en dos fases así como las inhomogeneidades de la mezcla. Se encontró que la dependencia principal de los perfiles de voltaje es sobre la velocidad del líquido más que sobre cualquier otro factor.

En general puede decirse que el trabajo previo al diseño y construcción de un sistema MID de generación eléctrica a bajas temperaturas es todavía amplio. Sin embargo los resultados aquí delineados serán de utilidad para la realización de este proyecto.

REFERENCIAS.

- 1) Coombe, R.A. "MHD Generation of Electric Power". Chapman and Hall London, 1964.
- 2) Womack, G.J. "MHD Power Generation : Engineering Aspects" Chapman and Hall, Science Paperbacks, London 1975.
- 3) Rosa, R.J. "MHD Energy Conversion" Mc. Graw-Hill, 1968
- 4) Rosa, R.J. "Physical principles of MHD power generation." Phys. of Fluids, vol.4,Nº2, 1961.
- 5) Petrick, M. y Lee, K.Y. "Performance characteristics of a liquid metal MHD generator". Proc. of Symp. on MHD Electrical Power Generation, 1964.
- 6) Elliott, D.G. "Two-fluid MHD cycle for nuclear-electric power conversion", ARS Journal, Junio 1962.
- 7) Petrick, M. y Roberts, J.J. "Performance of space-power liquid metal MHD cycles utilizing a two-phase flow generator." J. Spacecraft, Vol.4, Nº8 agosto 1967.
- 8) Pierson, E.S. et al. "open-cycle coal-fired liquid metal MHD" 14th Intersoc. Energy Conversion Engineering Conference, Boston, Mass. 1979.
- 9) Elliott, D.G. "Direct current liquid metal MHD power generation" AIAA Journal, vol.4, Nº4, abril 1966
- 10) Elliott, D.G. et al. "Investigation of liquid MHD power conversion" AIAA third biennial Aerospace Power Systems Conf., Paper 64-760, sept. 1964
- 11) Petrick, M. y Roberts, J. "Analytical and experimental studies of liquid metal Faraday generators", Proc. Symp. on MHD Elect. Power Generation Warsaw, Polonia 1968.
- 12) Sense, K.A. y Gelb, G.H. "MHD power generation using a bifluid liquid-metal generator". AIAA Journal, vol.5, Nº5, 1967
- 13) Fabris, G. y Pierson, E.S. "The role of interfacial heat and mechanical energy transfers in a liquid metal MHD generator". Energy Conversion, vol.19, 1979.
- 14) Amend, W.E. et al. "Investigation of two-phase liquid-metal MHD power systems". Int. Semin. on Future Energy Prod. Heat and Mass Transfer Probl. Duhroynik, Yugoslavia 1975.
- 15) Pierson, E.S. et al. "Solar Powered Liquid-Metal MHD Power Systems" Mechanical Engineering, oct. 1980.
- 16) Branover, H. et al. "Solar Powered Liquid-Metal MHD Generators and Some Peculiarities of the Performance of Two-Phase Generators." 7th Int. Conf. on MHD Electrical Power Generation, Cambridge, Mass. 1980.
- 17) Branover, H. y Claesson, S. "MHD Systems for Converting Solar Energy

- into Electricity" *Chemical Scripta*, vol. 19, pp. 209-223, 1982.
- 18) Landau, L. D. y Lifshitz, E. M. "Fluid Mechanics" Pergamon Press, 1959.
- 19) Barberán, José "Continuum Electromagnetic Fluid Dynamics". Apuntes (no publicados).
- 20) Jackson, J. D. "Classical Electrodynamics" John Wiley, 2ª Ed. N. York 1975
- 21) Little, N. C. "Magnetohidrodinámica" Van Nostrand Momentum Books, Ed. Re-  
vetré, México 1971.
- 22) Fabris, G y Hantman, R. G. "Interaction of Fluid Dynamics Phenomena and  
Generator Efficiency in Two-Phase Liquid-Metal Gas MHD Power Generators"  
*Energy Conversion*, vol. 21, pp. 49-60, 1981.
- 23) Wallis, G. B. "One-Dimensional Two-Phase Flow" Mc. Graw-Hill, 1969.
- 24) Hewitt, C. F. "Measurements of Two-Phase Flow Parameters"
- 25) Petrick, M. et al. "Investigation of Liquid-Metal MHD Power Systems" Argonne Nat.  
Lab., Annual Report, 1970.
- 26) Peebles, F. M. y Garber, H. J. "Studies on the Motion of Gas Bubbles in Liquids."  
*Chem. Eng. Progr.* vol. 49, N° 88, 1953
- 27) Zuber, N. y Henry, J. E. "Steady-State and Transient Void Fraction of Bubbling Systems  
and their Operating Limits" Part I: Steady-State, G. E. Report N° 62GL100, 1962.
- 28) Yakhot, A. y Branover, H. "A Model of Liquid-Metal MHD Generator with Non-Uniform  
Distribution of Void Fraction" 19th Symp. of Eng. Aspects of MHD, UTSI, Tullahoma TN,  
Junio 15-17, 1981.
- 29) Petrick, M. et al. "Experimental Two-Phase Liquid-Metal MHD Generator Program",  
Argonne Nat. Lab. Off. of Naval Research, Annual Report 1978.
- 30) Fabris, G. et al. "Fluid Dynamic Studies of Two-Phase Liquid-Metal Flow in an MHD  
Generator." 6th Int. Conf. on MHD Elect. Power Generation, Washington D. C. 1974.
- 31) Saito, M. et al. "Gas-Liquid Slip Ratio and MHD Pressure Drop in Two-Phase Liquid-  
Metal Flow in Strong Magnetic Field." *Journal of Nuclear Science and Tech.* vol. 15  
N° 7, pp. 476-489, julio 1978.
- 32) Fabris, G. et al. "On Formation of a Homogeneous Two-Phase Foam Flow." *Transactions  
of the ASME*, vol. 102, octubre 1980.
- 33) Fujii-e, Y. et al. "Control of Liquid-Metal-Gas Two-Phase Flow by Application of  
Axial Magnetic Field". 18th Sym. Eng. Aspects of MHD, Montana, U. S. A. 1979.
- 34) Fabris, G. et al. "Initial Generator Tests with Revised Ambient-Temperature Liquid-  
Metal MHD Facility." 16th Sym. Eng. Aspects of MHD, Pittsburgh, U. S. A. 1977.
- 35) Maxwell, J. C. "Treatise on Electricity and Magnetism" Vol. 1, Ed. Dover.
- 36) Petrick, M. "MHD Generators Operating with Two-Phase Liquid-Metal Flows" In. *Atomic  
Energy Agency*, vol. 2, pp. 889-902, Viena, Austria 1966.
- 37) Fabris, G. et al. "High-Power Density Liquid-Metal MHD Generator Results." 18th  
Sym. Eng. Aspects of MHD. 1979.

- 38) Sutton, G.W. et al. "Electrical and Pressure Losses in a MHD Channel Due to End Current Loops." Trans. Am. Inst. Elect. Engrs. Communication and Electronics, 1962.
- 39) Gherson, P. et al. "Analytical Study of End Effects in Liquid-Metal MHD Generators" 7th Int. Conf. on MHD Elect. Power Generation, Cambridge, Mass. 1980
- 40) Pierson, E.S. et al. "The MHD Induction Machine" AFAPL-TR-65-107, 1966.
- 41) Lykoudis, P. S. "Liquid-Metal MHD Generators with Shunt Layers." Proc. of the 2th Bat-Sheva Int. Seminar, Beersheva, Israel, 1978.
- 42) Fabris, G. et al. "Influence of Wall-Jet Gas Injection on Liquid-Metal MHD Generator Performance." Energy Conv. vol. 19, pp. 133-145, 1979.
- 43) Dunn, P. F. et al. "High-Temperature Liquid-Metal MHD Generator Experiments." 18th Sym. Eng. Aspects on MHD, Butte, Mont. U.S.A., 1979.
- 44) Pierson, E. S. et al. "Sodium-Nitrogen Liquid-Metal MHD Facility Initial Test Results" 16th Sym. Eng. Aspects of MHD, Pitt. Pa. U.S.A., 1977.
- 45) Lielausis, O. "Liquid-Metal MHD." Atomic Energy Rev. vol. 13, pp. 527-581, 1975.
- 46) Branover, H. "On the Use of Flows in Azimuthal Fields for Laminarization Studies and for Power Generation." 15th Sym. Eng. Aspects of MHD, Phil., U.S.A., 1976.