

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Obtención de Temperaturas Ultrabajas  
Mediante la Dilución de  $^3\text{He}$  en  $^4\text{He}$

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
F I S I C O  
P R E S E N T A  
JOSE AGUSTIN HAYASHI MARTINEZ

MEXICO, D.F.

1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTRODUCCION

CAPITULO I

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL $^3\text{He}$ Y $^4\text{He}$ LIQUIDOS, Y SUS MEZCLAS	2
1. Propiedades Físicas del $^4\text{He}$	4
A. Densidad y calor específico	4
B. Diagrama de fases	6
C. Superfluidez	10
D. Conductividad térmica	12
E. Efecto fuente y efecto mecánico-térmico	15
F. Película de He II	17
2. Propiedades Físicas del $^3\text{He}$ Puro y Diluido	20
A. Diagrama de fases de las mezclas líquidas $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$	22
B. Diagrama de fases del $^3\text{He}$ puro	30
C. Presión osmótica del $^3\text{He}$ diluido	32
D. Calor específico y entalpía del $^3\text{He}$ puro y diluido	39
E. Conductividad térmica y viscosidad del $^3\text{He}$ puro y diluido	44

CAPITULO II

PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL REFRIGERADOR DE DILUCION DE $^3\text{He}$ EN $^4\text{He}$	50
1. Descripción General del Refrigerador de Dilución	51
A. Circuito periférico	51
B. Pre-enfriamiento	53
C. Circuito de dilución	55

2.	Condensación y Enfriamiento a Temperatura del Evaporador del $^3\text{He}$	59
A.	Cámara de 1K	59
B.	Condensador	62
C.	Impedancia y enfriamiento a temperatura del evaporador (Tev)	68
3.	Intercambiadores de Calor	75
A.	Intercambiadores continuos	75
B.	Intercambiadores discretos	95
4.	Cámara de Mezcla	106
A.	Potencia frigorífica	106
B.	Temperatura mínima	111
C.	Presión osmótica	113
5.	Evaporador	119
A.	Capacidad de enfriamiento e intervalo de temperatura de operación	119
B.	Control de temperatura del evaporador	125
C.	Película superfluida de He II	128
	CONCLUSIONES	131
	APENDICES	
A.	Transiciones de Fase	135
B.	Energía de Punto Cero	140
C.	Condensación de Bose-Einstein	143
D.	Modelo de los dos Fluidos de Tisza	150
E.	Modelo de los dos Fluído de Landau	152

BIBLIOGRAFIA	161
NOMENCLATURA Y FACTORES DE CONVERSION	167

# INTRODUCCION

El ingenio humano ha hecho posible la obtención de temperaturas cada vez más cercanas al cero absoluto. Esto se ha convertido en un reto fascinante porque, principalmente a lo largo de este siglo, se han desarrollado las técnicas más sofisticadas de enfriamiento. Aún cuando la tercera ley de la termodinámica establece que es imposible alcanzar el cero absoluto, la posibilidad de descubrir nuevos fenómenos de gran interés es, para algunos, razón suficiente para continuar el reto de aproximarse, tanto como sea posible, al cero absoluto. Un buen ejemplo de esto, es el descubrimiento, en 1972, de las dos fases superfluidas del helio 3, a temperaturas menores a 3mK.

Por otro lado, existe un gran número de investigadores en el mundo que realizan experimentos cerca del cero absoluto, aprovechando las técnicas de enfriamiento ya establecidas, con el fin de estudiar las propiedades de la materia bajo condiciones de desorden térmico pequeño.

Las temperaturas que se obtienen al utilizar como método de enfriamiento la evaporación de líquidos criogénicos se acepta, en general, denominarlas como "bajas temperaturas". En este sentido, el helio 3 líquido es el que proporciona la temperatura más baja posible ( $T=300\text{mK}$ ). Por ello, el término "ultrabajas temperaturas" es aplicado a temperaturas menores que  $T=300\text{mK}$ , cuya obtención no es posible utilizando el método antes señalado. Existen en la actualidad cuatro métodos prácticos a través de los cuales se pueden obtener ultrabajas temperaturas, éstos son:

DEMAGNETIZACION ADIABATICA ELECTRONICA. Debye (1926) y Giauque (1927) sugirieron la posibilidad de obtener temperaturas muy bajas utilizando sales paramagnéticas. Esto se debe a que, en un sistema magnético, la entropía decrece al realizar una magnetización isotérmica y, la temperatura decrece al realizar una demagnetización adiabática (entropía constante). De esta manera, Giauque y MacDougall (1933), De Haas, Wiersma y Kramers (1933) y Kurti y Simón (1934) fueron los primeros en llevar a la práctica esta idea.

DEMAGNETIZACION ADIABATICA NUCLEAR. El principio básico de esta técnica es el mismo que para las sales paramagnéticas. Sin embargo, existen diferencias muy significativas en la práctica, las cuales se deben a que los momentos magnéticos nucleares son aproximadamente 2000 veces menores que los de su contraparte electrónica. Por ello, es mucho más difícil producir cambios significativos en la entropía del espín nuclear por medios externos. De hecho, esta técnica se utiliza a temperaturas menores a 20mK y campos magnéticos del orden de 5 Tesla. Mientras que, el enfriamiento electrónico comienza a temperaturas menores a 1K y campos magnéticos del orden de 1 Tesla. Las condiciones iniciales para enfriamiento por demagnetización nuclear se pueden lograr utilizando refrigeradores de dilución y bobinas superconductoras. La utilización de la demagnetización adiabática nuclear en lugar de la electrónica, como método de enfriamiento, fue propuesta por Gorter (1934) y por Kurti y Simon (1935). Los primeros en llevar a la práctica este método fueron Kurti, Robinson, Simon y Spohr (1956).

ENFRIAMIENTO POMERANCHUCK. Este método fue propuesto por Pomeranchuk (1950) y está basado en el enfriamiento que se produce al comprimir adiabáticamente una mezcla sólido-líquido de helio 3, a  $T < 0.3K$  sobre la curva de fusión, la cual presenta una pendiente negativa a estas temperaturas. El primero en construir un refrigerador de esta naturaleza fue Anufriev (1965).

DILUCION DE HELIO 3 EN HELIO 4. Este método fue sugerido por London, Clarke y Mendoza (1962), a raíz del descubrimiento sobre la separación en dos fases de las mezclas líquidas de helio 3 (He-3) y helio 4 (He-4). Este método utiliza como medio de enfriamiento la dilución de He-3, al pasar éste de una fase a la otra y posee varias ventajas importantes sobre los otros métodos. Una de ellas, radica en el hecho de que es el único método que se basa en un proceso de refrigeración continua, el cual permite mantener constante la temperatura durante varios días. Esto da lugar a que el refrigerador de dilución sea utilizado como medio de pre-enfriamiento en la demagnetización nuclear y en el efecto Pomeranchuk, que son los métodos que permiten alcanzar las temperaturas más bajas. Otra ventaja es que, la



aplicación de campos magnéticos, utilizados en la realización de ciertos experimentos, no afectan el funcionamiento del refrigerador. Finalmente, un refrigerador de dilución es relativamente sencillo de construir, si se cuenta con la infraestructura adecuada.

El Instituto de Investigaciones en Materiales (I.I.M.) de la U.N.A.M. cuenta con un departamento de investigación en física de bajas temperaturas. El cual, a través de varios años de existencia (desde 1966) ha realizado diversas investigaciones a temperaturas de nitrógeno líquido ( $\sim 77\text{K}$ ), de helio líquido ( $\sim 4\text{K}$ ) y, temperaturas hasta de aproximadamente  $1.3\text{K}$ .

Recientemente el I.I.M. inició un proyecto encaminado a construir un refrigerador de dilución el cual se utilizará, principalmente, en el estudio de las propiedades que diversos materiales presentan a ultrabajas temperaturas. La meta inicial de este proyecto fue poner en funcionamiento el refrigerador. Para ello, se tuvo que trabajar en diversos aspectos de tipo experimental. En lo personal, el trabajo que desarrollé estuvo relacionado con aspectos tales como:

A) Diseño y construcción de un dewar para contener He-4 líquido. Este fue el primer trabajo que se me asignó al ingresar al I.I.M., debido a que el dewar que se había construido previamente presentaba fugas al evacuar el espacio entre sus paredes. Esto se debía a dos factores, uno consistía en el tipo de material usado en su construcción (acero inoxidable 304), el cual no es adecuado utilizarlo en dewars para helio líquido. Otro de los factores fue el inadecuado diseño del dewar, ya que al evacuarlo sus paredes se flexionaban de manera tal que hacían esfuerzo sobre las partes soldadas.

En el diseño del nuevo dewar, se consideró todos los defectos del anterior y además se estimó la cantidad de calor que recibiría el helio líquido dentro del dewar, principalmente por conducción y por radiación y así poder estimar la duración del helio líquido. También se realizaron pruebas de fugas, a fin de verificar que

podía mantener un buen vacío entre sus paredes. Este dewar es el que se utiliza hasta la fecha para el pre-enfriamiento del sistema a temperatura de helio líquido.

#### B) Detección de fugas.

Para realizar este trabajo se utiliza un detector de fugas, que responde al helio. El principio con que opera éste, es el mismo que el de un espectrómetro de masas. La detección de fugas es una tarea que se practica cotidianamente, debido a que la hermeticidad de los dewars, de los tanques de almacenamiento, y sobre todo, del circuito de dilución y del crióstato que lo aísla térmicamente es indispensable para que un refrigerador de dilución funcione adecuadamente. En el caso particular del crióstato y del circuito de dilución, estas pruebas no solo se realizan a temperatura ambiente, sino a temperatura de nitrógeno líquido y en ocasiones hasta de helio líquido. Esto se debe a que los materiales y soldaduras pueden sufrir fracturas con los cambios de temperatura a los que son sometidos. En el caso particular del circuito de dilución se tuvieron que construir dewars especiales, para poder probarlo a temperatura de helio líquido.

El hecho de que el equipo sea verificado satisfactoriamente una sola vez, desde temperatura ambiente hasta temperatura de helio líquido, no garantiza que en un futuro no aparezcan nuevas fugas. Esto se debe a que el equipo es sometido continuamente a fuertes contracciones al enfriarlo y a distensiones al calentarlo. Además, el fundente utilizado para soldar diversas piezas puede, a lo largo del tiempo, provocar la corrosión del material y con esto, la aparición de nuevas fugas. Por ello, la detección de fugas se realiza casi en forma continua. En varias ocasiones esta actividad llegó a consumir el 100% del tiempo que se le dedicaba al trabajo de laboratorio.

#### C) Instalación eléctrica, para la medición de temperaturas y la realización de experimentos.

Este trabajo se tiene que realizar con suma delicadeza porque generalmente se escogen alambres muy delgados, con el fin de que se conduzca a través de ellos, la menor

cantidad posible de calor desde el exterior. Por ejemplo, en algunas partes del circuito de dilución se han instalado alambres de cobre de diámetro de 0.01mm, de constantan de diámetro de 0.05mm y, superconductor de diámetro aún menor. Además, para reducir la entrada de calor a las partes más frías del refrigerador, se anclan térmicamente los alambres en diferentes puntos del circuito de dilución. Desgraciadamente, la reparación de cualquier fuga o la realización de una modificación en el circuito de dilución, han dado lugar en, varias ocasiones, a la reconstrucción total de la instalación eléctrica. Esto se debe a que en el circuito de dilución hay lugares muy intrincados, en los cuales al hacer una reparación, a veces es necesario usar soplete, ocasionando con esto daños a la instalación eléctrica.

En este contexto, se podrían seguir resolviendo las actividades que es necesario llevar a cabo en el laboratorio, sin embargo, las más laboriosas son las señaladas previamente. A pesar de que este trabajo experimental es indispensable para hacer funcionar un refrigerador de dilución, es tan solo una parte del trabajo que se debe llevar a cabo. Porque otra parte, que es quizá la más importante, consiste en conocer los principios físicos que rigen el funcionamiento de un refrigerador de dilución. Tal conocimiento es el que se desarrolla en la presente tesis. En ella, se hace una recopilación de la información mínima que es necesario conocer para entender el funcionamiento de un refrigerador de este tipo. Esta información se encuentra dispersa en diferentes fuentes y, en ocasiones, es difícil de entender debido al alto grado de especialización de sus temas. Aprovechando la experiencia adquirida en hacer funcionar el refrigerador de dilución del I.I.M., aquí se ha tratado de reunir esta información y ponerla en la forma más clara y accesible posible. Además, se indican otras alternativas de diseño que son diferentes a las usadas en nuestro refrigerador.

Como se indicó anteriormente, el enfriamiento por dilución se realiza cuando el He-3 de una fase se diluye en el He-4 de la otra. Dado que ambas fases poseen tanto He-3 como He-4 en diferente proporción, es indispensable

conocer el comportamiento de las mezclas líquidas, bajo las condiciones de operación del refrigerador de dilución. Además, es importante conocer las propiedades que el He-4 posee, porque a las temperaturas en que se lleva a cabo la dilución, el He-4 ya es superfluido, y porque la cámara de un Kelvin utiliza He-4 superfluido como medio de enfriamiento. También es importante conocer las propiedades del He-3, porque es el que se diluye y se circula continuamente dentro del refrigerador de dilución. Por lo anterior, conviene analizar primero las propiedades del He-3 y del He-4 puros, así como las de sus mezclas. Este es precisamente el contenido del capítulo I. Algunas de estas propiedades solo se describen cualitativamente, mientras que otras, se desarrollan en forma más extensa, debido a su importancia para la comprensión del funcionamiento del refrigerador de dilución.

El principio de funcionamiento de un refrigerador de dilución es esencialmente diferente del principio con que operan los refrigeradores caseros. Sin embargo, son similares en el sentido de que la sustancia que se utiliza como medio de enfriamiento circula, dentro del refrigerador, desde temperaturas cercanas a las del medio ambiente hasta la temperatura más baja que alcanza el refrigerador. En un refrigerador de dilución, el He-3 es la sustancia que se circula desde temperatura ambiente ( $\sim 300\text{K}$ ) hasta unos cuantos milikelvins ( $\sim 0.03\text{K}$ ). Inicialmente el He-3 es condensado y descomprimido, después es enfriado al pasar a través del intercambiador de calor. Saliendo de éste, pasa a la cámara de mezcla, en donde es diluido al pasar de una fase a la otra, semejando la evaporación de un líquido. Después, fluye nuevamente por el intercambiador, en donde el He-4 se comporta como un éter a través del cual se mueve el He-3. Finalmente, llega al evaporador, ayudado por la presión osmótica que se desarrolla entre éste y la cámara de mezcla. Una vez ahí es evaporado selectivamente con ayuda de bombas de vacío, las cuales lo circulan a temperatura ambiente con el fin de reinyectarlo nuevamente y reiniciar así el ciclo. De lo anterior se puede observar que varias de las propiedades que poseen las mezclas He-3-He-4, son aprovechadas en la producción de frío dentro de un refrigerador de dilución. Todo lo mencionado anteriormente, es el material que se desarrolla a lo largo del capítulo II.

Las investigaciones en las que se utilizará el refrigerador de dilución como medio de enfriamiento, así como las posibles modificaciones que se pueden realizar en el refrigerador del I.I.N., con el propósito de que sea un dispositivo aún más versátil, se exponen en los comentarios y conclusiones.

# CAPITULO I

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL  $^3\text{He}$  y  $^4\text{He}$   
LIQUIDOS Y SUS MEZCLAS

En la naturaleza solo se encuentran dos isótopos estables del helio, el helio 3 (He-3) y el helio 4 (He-4), siendo este último el más abundante, mientras que, el He-3 está presente en pequeñísimas cantidades. Este hecho, junto con el desarrollo tecnológico de la época, permitieron que el primero en licuarse fuera el He-4, en el año de 1911. Por ello, durante muchos años se avanzó en el estudio de las propiedades del He-4 líquido (He-4L). Sin embargo, durante gran parte de este tiempo continuó sin conocerse el comportamiento del He-3 en estado líquido (He-3L), debido a que la tecnología no era lo suficientemente avanzada, como para obtener He-3 en cantidades razonables. Fue hasta la construcción de los primeros reactores nucleares, cuando se pudo obtener He-3 en cantidades apreciables. Esto se debe a que el He-3 se obtiene del decaimiento radioactivo del tritio (isótopo del hidrógeno), el cual se produce en reactores nucleares.

Los dos isótopos estables del helio, tienen los puntos de ebullición más bajos de todas las sustancias conocidas, 3.19K para el He-3 y 4.21K para el He-4. Al descender la temperatura, tanto el He-3 como el He-4 permanecen en estado líquido bajo la presión de vapor saturado, y aparentemente continúan líquidos aún en el cero absoluto. Para producir helio sólido, es necesario aplicar una presión mayor a 30 atmósferas para el He-3 y 25 atmósferas para el He-4 (Fig. 1.11 y 1.3).

Esta renuencia del helio a solidificarse, proviene de la combinación de dos factores, la pequeña masa de los átomos y las extremadamente débiles fuerzas entre ellas. Estas son débiles debido a la simplicidad y simetría del átomo de helio, el cual tiene capa cerrada con dos electrones y no posee momentos dipolares, excepto en el caso del núcleo de He-3, que posee un momento magnético muy pequeño.

El helio líquido es el único sistema en el cual los efectos cuánticos pueden apreciarse sin que el sistema se encuentre en estado sólido, por ello el He-3L y el He-4L reciben el nombre de fluidos cuánticos.

Varias de las propiedades físicas que estos fluidos presentan, así como las de sus mezclas, son la base para el funcionamiento de un refrigerador de dilución. Por ello, a lo largo de este capítulo se dan a conocer dichas propiedades. En el caso del He-4 sólo se pretende dar una idea cualitativa del comportamiento de las propiedades que puedan estar relacionadas con el refrigerador. Mientras que, en el caso de las mezclas, interesa conocer cuantitativamente sus propiedades, con el fin de utilizar esta información en algunos cálculos y estimaciones relacionadas con el refrigerador de dilución.



## 1. PROPIEDADES FISICAS DEL He-4.

El He-4L se comporta como un líquido ordinario hasta que es enfriado por debajo de cierta temperatura característica. Al llegar a ésta, repentinamente se producen cambios significativos en la mayoría de sus propiedades físicas, tales como su viscosidad, la que se vuelve inmesurablemente pequeña, o su conductividad térmica, la cual es muy grande. Estas propiedades se fueron descubriendo paulatinamente a lo largo de cuarenta años. Algunas de ellas se descubrieron accidentalmente al investigar otra propiedad. Por ello, a fin de dar una idea secuencial, se hace una descripción de tipo histórico.

Desde las primeras investigaciones relacionadas con las propiedades del He-4L, éste mostró varias peculiaridades en su comportamiento. Algunas de ellas jamás se habían observado en otra substancia. Por ello, fue necesario crear nuevas teorías, como las propuestas por Tisza y Landau (apéndices C, D y E) para explicar este comportamiento, ya que en la mayoría de los casos las teorías clásicas fueron incapaces de proporcionar explicación alguna. Aún cuando las teorías de Tisza y Landau no son esenciales para comprender el funcionamiento de un refrigerador de dilución, se han incluido en esta tesis, porque permiten entender el comportamiento del He-4L dentro del refrigerador.

### A. Densidad y calor específico.

Kamerling Onnes (1911) fué el primero en licuar He-4 y en notar que el He-4L, por debajo de 2,17K en lugar de contraerse, como sucede con la mayoría de los líquidos al enfriarlos, se expande. Posteriormente, Kamerling Onnes y Boks (1924) midieron la densidad y encontraron un cambio en la pendiente de la densidad como función de la temperatura (coeficiente de expansión térmica discontinuo) en 2,17K (Fig. 1.1).

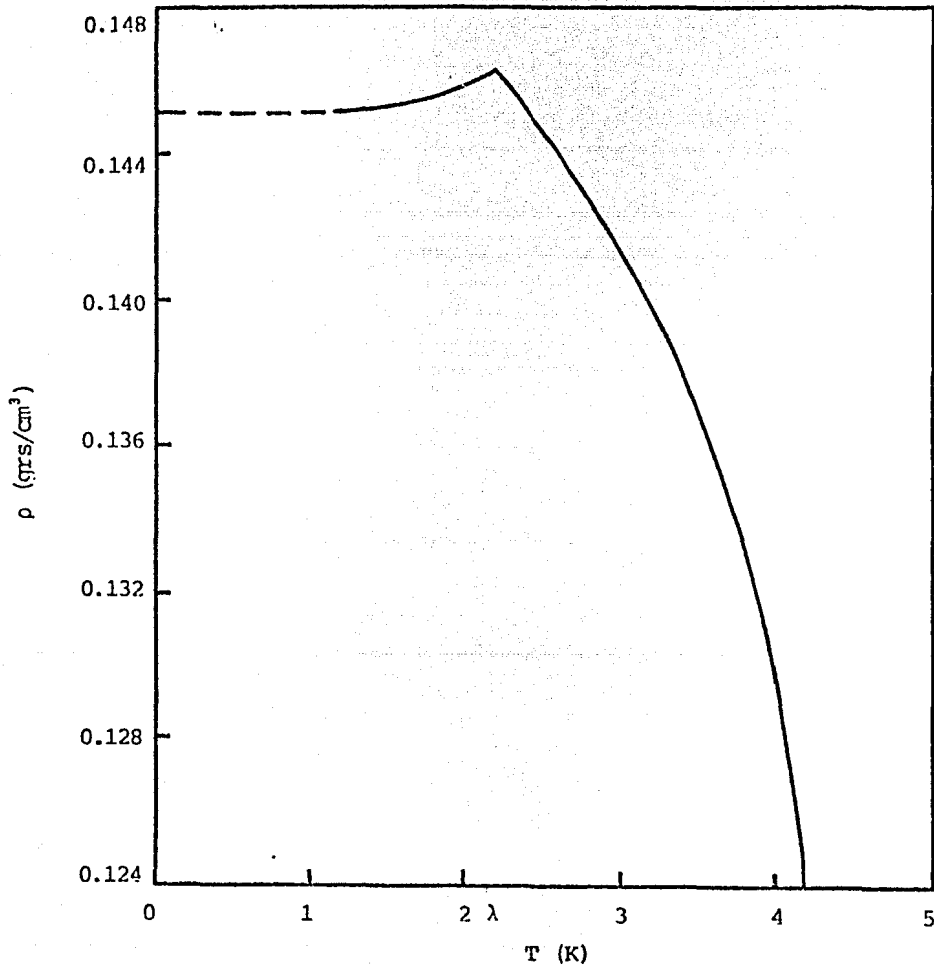


Fig. 1.1 Densidad del helio 4 liquido bajo la presión de sus vapores, según Kamerling Onnes y Boks (1926).

Keesom y Wolfke (1928) compararon el pico en la densidad del He-4L con una transición de fase, utilizando por primera vez los términos "Helio I" (He I), para el líquido normal y, "Helio II" (He II), para el líquido que se expande. Sugiriendo con esto, que ocurría cierto tipo de modificación alotrópica. Sin embargo, era difícil imaginar que existiera un cambio alotrópico en un líquido, especialmente si éste estaba constituido de moléculas tan simples como las del He-4.

Keesom y Clusius (1932) observaron que la curva del calor específico presenta una singularidad al pasar por la temperatura de transición, cuyo perfil semeja a la letra griega lambda ( $\lambda$ ) (Fig. 1.2). A este tipo de singularidad se le ha denominado "transición lambda" (apéndice A). En general, estas transiciones se presentan en muchas sustancias y se caracterizan por la singularidad en el calor específico y porque, a diferencia de las transiciones ordinarias, no van acompañadas de liberación o absorción de calor latente.

## B. Diagrama de fases.

Una de las peculiaridades del diagrama de fases del He-4, es la ausencia de un punto triple entre los estados sólido, líquido y gaseoso. En lugar de éste, existen dos puntos triples, uno entre sólido, He I y He II, y otro entre gas, He I y He II, ubicados en los puntos finales de la línea que distingue al He I del He II (Fig. 1.3). Otra peculiaridad es, que la presión de la línea de fusión no se aproxima a cero cuando la temperatura tiende a cero (apéndice A).

A temperaturas inferiores a 1K, la curva de fusión  $P_s(T)$  es prácticamente horizontal. Lo que, con ayuda de la ecuación de Clausius-Clapeyron se expresa como

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{S_l - S_s}{V_l - V_s} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = 0$$

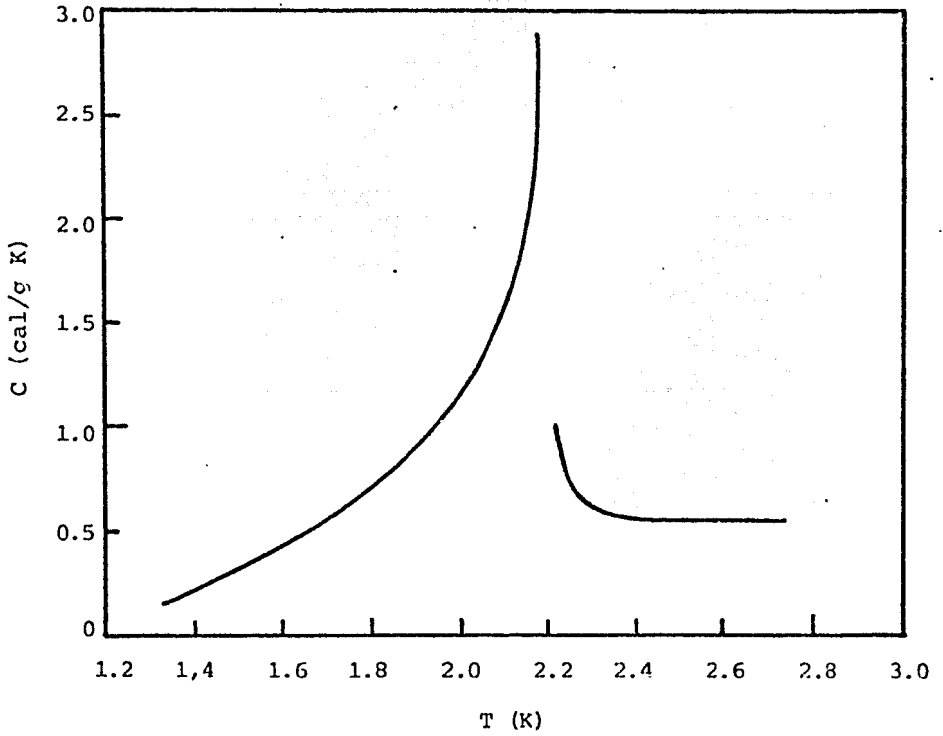


Fig. 1.2 Calor específico del helio 4 líquido bajo la presión de sus vapores, según Keesom y Clusius.

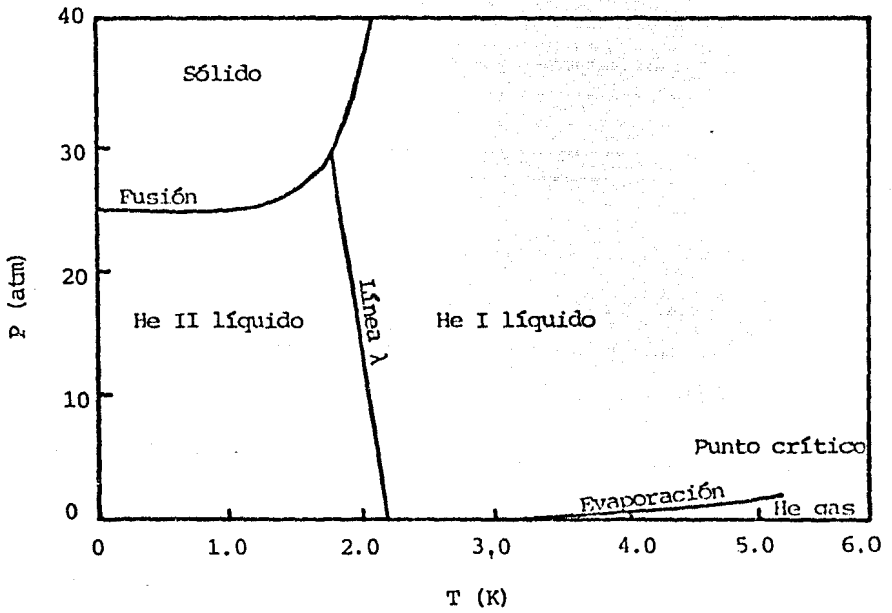


Fig. 1.3 Diagrama de fases del helio 4, según London (1954).

donde  $S_l$  y  $V_l$  son la entropía y el volúmen del líquido, y  $S_s$  y  $V_s$  son los del sólido. De aquí que  $\Delta S=0$ , es decir, la entropía del sólido es igual a la del líquido.

La diferencia de energía entre el He-4 líquido y el sólido, sobre la curva de fusión  $P_s(T)$ , se puede escribir con la ayuda de la primera ley de la termodinámica como

$$\Delta U = T\Delta S - P_s\Delta V$$

y sustituyendo en esta ecuación  $\Delta S$ , de la ecuación de Clausius-Clapeyron, se tiene

$$\Delta U = T\Delta V \left( \frac{dP_s}{dT} - \frac{P_s}{T} \right)$$

de donde se observa que, si existe un punto sobre la curva de fusión cuya tangente se pueda trazar desde el origen ( $P=0$ ,  $T=0$ ), entonces,  $\Delta U$  debe cambiar de signo en ese punto, puesto que ahí  $dP_s/dT=P_s/T$ . Esta tangente, que se muestra con líneas punteadas sobre el diagrama de fases, toca a la curva de fusión en 1.7K, lo cual significa que, para temperaturas menores a ésta, la energía interna del líquido es menor que la del sólido, o sea  $\Delta U=U_l-U_s<0$ . Solo en los diagramas de fase del He-4 y del He-3 es posible construir una tangente de este tipo, pues, casi siempre las curvas de fusión o sublimación comienzan en 0K y son convexas hacia T. Esto último significa que, en general, el estado sólido es el estado de mínima energía o, en otras palabras, que el término  $T\Delta S$ , en la primera ley de la termodinámica, es casi siempre mayor que el término  $-P\Delta V$ .

La fusión del He-4 en el cero absoluto (y para todo propósito práctico hasta 1K) es un proceso muy peculiar, debido a que el He-4 sólido no puede fusionarse isotérmicamente, quitando simplemente calor al sistema, ya que no existe calor de fusión en este proceso. Cerca del cero absoluto la fusión o la solidificación son procesos puramente mecánicos, de acuerdo con Simon y

Swenson (1950), Swenson (1950, 1952 y 1953) y Dugdale y Simon (1953). Si se comprime al He-4 más allá de 25 atmósferas, éste se solidifica isotérmicamente, mientras que, si se descomprime, éste se licúa, ya que ningún cambio en entropía se lleva a cabo en este proceso.

### C. Superfluidez

Keesom y Van den Ende (1930) observaron accidentalmente que el He II puede atravesar fácilmente orificios extremadamente pequeños, los cuales son impenetrables para el He I, y aún, para el He-4 gaseoso. Esta observación parece indicar que el He I sufre un cambio drástico en su viscosidad cuando pasa por el punto  $\lambda$ .

Los experimentos para determinar la viscosidad del He II pueden ser divididos en dos clases: aquellos diseñados para medir la resistencia viscosa del flujo y, aquellos en los que se detecta el arrastre viscoso sobre un cuerpo en movimiento dentro del líquido. Los resultados mostrados en la figura 1.4 son típicos del primer tipo de experimentos. En este caso se encuentra que la velocidad del flujo, a través de tubos muy estrechos, es prácticamente independiente del gradiente de presión que se aplique entre los extremos de un tubo. Esto sugiere que la viscosidad del He II es virtualmente cero, lo cual es apoyado por los experimentos con corrientes persistentes realizados por Reppy y Depatie (1964). En estos experimentos se llenó con material poroso un recipiente en forma toroidal, con el fin de proporcionar canales muy estrechos para la afluencia del líquido, el cual se sumergió en He II y se le dió un impulso inicial para que girase en torno a su eje de simetría. Pasado un tiempo el toroide quedó en reposo, y al cabo de doce horas se encontró que el He II continuaba fluyendo sin mostrar disminución alguna en su velocidad angular, indicando con esto, que el He II puede fluir sin disipación.

Por otro lado, los experimentos que utilizan discos oscilantes (Keesom y MacWood, (1938)), hilos vibrantes

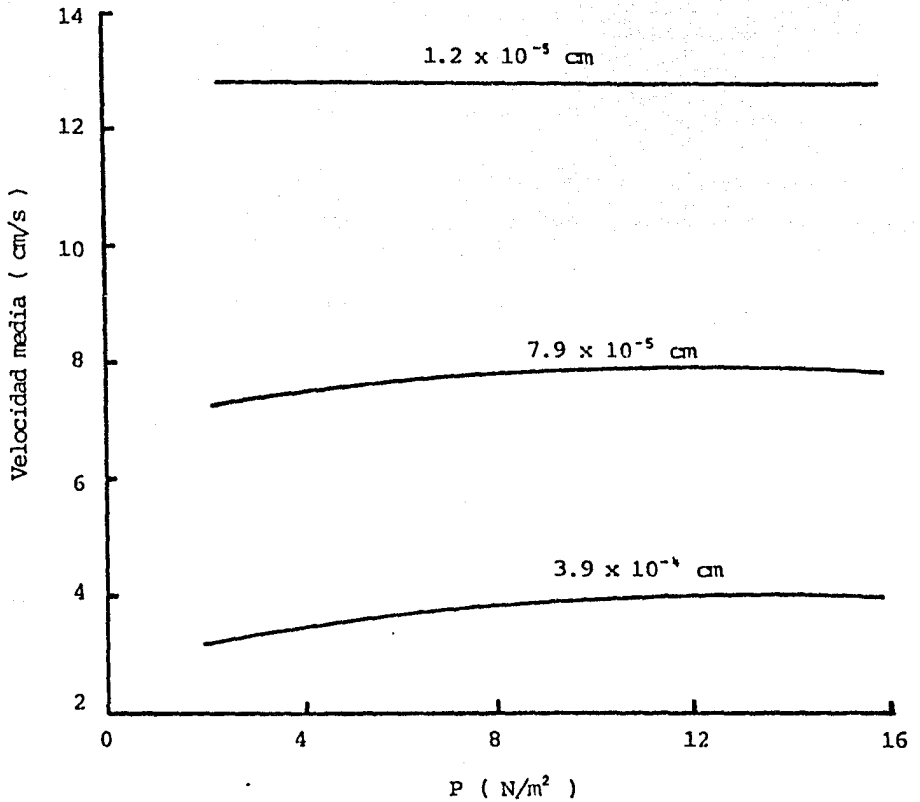


Fig. 1.4 Velocidad del flujo de He II a través de tubos de diferentes diámetros a  $T=1.2K$ , según Allen y Misener (1939) y Atkins (1952).



(Tough, McCormick y Dash, (1963)) y, viscosímetros giratorios (Woods y Hallett, (1963)) han demostrado la existencia de un arrastre viscoso de parte del He II, al cual le corresponde un coeficiente de viscosidad que no es mucho menor que el del He-4 gaseoso. Esto parece indicar, que el He II es capaz de tener y no tener viscosidad al mismo tiempo. Este comportamiento, aparentemente contradictorio, es el que permitió idear el modelo de los dos fluidos (apéndices C, D y E), sugerido por primera vez por Tisza (1938) el cual, en principio, puede explicar muchas de las propiedades del He II. De acuerdo a este modelo, el He II se comporta como si fuese una 'mezcla' de dos líquidos, uno, el líquido normal (componente normal), que posee una viscosidad ordinaria, y el otro, el superfluido (componente superfluida), que es capaz de fluir sin fricción atravesando los más estrechos orificios. Esto quiere decir que en el primer tipo de experimentos se interacciona con la parte superfluida y en el segundo con la normal, lo cual aclara las diferencias de estos dos resultados. Además, explica el descubrimiento hecho por Keesom y Van den Ende, en el sentido de que sólo la componente superfluida puede pasar a través de orificios muy pequeños. A éstos se les conoce con el nombre de superfugas. Para evitar cualquier mal entendido, es importante aclarar que no es posible separar físicamente a los dos fluidos; tampoco se debe considerar que algunos átomos pertenecen al fluido normal y los restantes al superfluido, ya que todos los átomos de He-4 son idénticos.

#### D. Conductividad térmica.

Keesom y Keesom (1936) observaron que la conductividad térmica del He I, al pasar a través del punto  $\lambda$ , aumenta repentinamente, aproximadamente  $5 \times 10^4$  veces, resultando ser cien veces mayor que en los mejores conductores metálicos. Allen, Feierls y Uddin (1937) observaron por primera vez que el flujo de calor en el He II no es proporcional al gradiente de temperatura. Notaron que, si la conductividad térmica es definida como (flujo de calor/gradiente de temperatura), ésta depende del gradiente de temperatura y, parece tender a infinito cuando este gradiente disminuye. Esto, obviamente indica que la transferencia de calor en el He II, no puede ser

caracterizada considerando simplemente un valor grande del coeficiente de conductividad térmica.

Para poder detectar cualquier diferencia de temperatura en el He II, fué necesario construir dispositivos con orificios muy pequeños o, capilares extremadamente delgados. De esta manera, Keesom y Duyckaerts (1947) encontraron que en los más finos orificios, de diámetro  $d \leq 10^{-4}$  cm, y para gradientes de temperatura suficientemente pequeños ( $10^3$  K/cm), el flujo comienza a ser proporcional al gradiente de temperatura (Fig. 1.5). Por otro lado, el flujo de calor depende del diámetro del orificio, en forma tal que la ecuación usual de conductividad térmica no es capaz de describirlo.

El He I hierve como cualquier líquido ordinario. Sus burbujas se crean porque dentro de él existen gradientes de temperatura, los cuales ayudan a que localmente el líquido pase al estado gaseoso. En cambio, en el He II no existe este gradiente, debido a su alta conductividad térmica, por lo cual, el vapor que se forma por encima del líquido proviene solo de la superficie. Una consecuencia de este hecho es el cambio que sufre el He I, al ser enfriado por debajo de  $T_1$ . El burbujeo cesa repentinamente y, la superficie entre el líquido y su vapor es lisa como la de un cristal.

De acuerdo con el modelo de los dos fluidos, la proporción de componente superfluido es función decreciente de la temperatura, en forma tal que, el He II está constituido únicamente por fluido normal a  $T=T_2$  y, por superfluido en  $T=0$ K (apéndices C, D y E). Por lo tanto, al calentar localmente al He II, la proporción de componente normal se incrementa en esa región, produciendo un flujo de componente superfluido desde todos los puntos del He II hacia la fuente de calor. Esto sucede porque el He II trata de mantener constante la proporción de componente superfluido (y por tanto, también la de componente normal) en todo el líquido, conservando así el equilibrio termodinámico de éste. En esta forma se explica el hecho de que el He II posea una conductividad térmica tan grande, ya que el flujo de componente superfluido enfría el lugar localmente calentado. Al mismo tiempo, este flujo calienta ligeramente

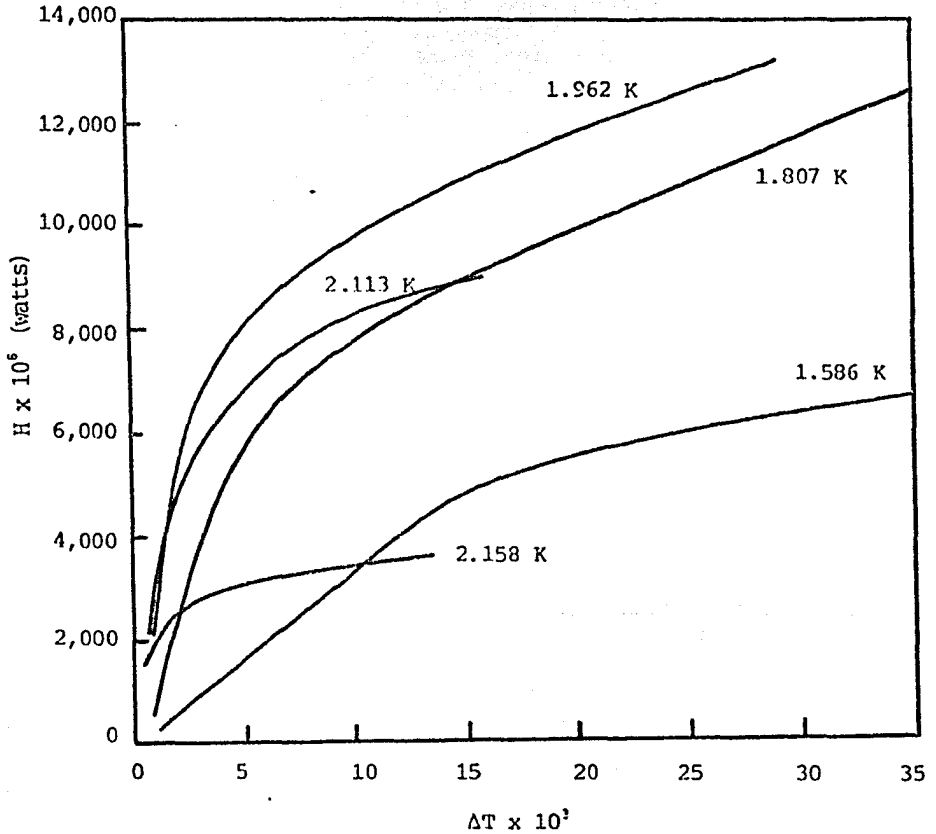


Fig. 1.5 Flujos de calor como función del gradiente de temperatura, según Keesom y Duyckaerts (1947).

a todo el líquido, debido a que la proporción de componente superfluida disminuye en todo el líquido, lo que impide a su vez, el establecimiento de un gradiente de temperatura a lo largo del He II.

#### E. Efecto fuente y efecto mecánico-térmico.

El efecto fuente fué observado por primera vez por Allen y Jones (1938), cuando intentaban medir la conductividad térmica del He II. Ellos utilizaron un dispositivo que consiste de un dewar y de un recipiente pequeño, ambos llenos con He II y comunicados por un pequeño capilar (parte izquierda de la figura 1.6). Cuando se calienta el líquido del vaso interno, se observa que el nivel de He II en éste sube respecto al del dewar. En otro experimento, usaron un tubo con el borde inferior lleno de polvo de esmeril muy fino (parte derecha de la figura 1.6). Cuando se calienta el polvo con radiación de una lámpara, se observa que un chorro de He II, de varios centímetros de altura, sale por el borde superior del tubo.

El efecto fuente, o también llamado efecto termo-mecánico, muestra nuevamente lo inadecuado de las ideas usuales para tratar de explicarlo. En principio, es posible suponer que la ausencia de viscosidad traería como consecuencia la formación de un número considerable de corrientes de convección, lo que conduciría a una fuerte anomalía en la transferencia de calor por convección ordinaria. Pero éstos experimentos no pueden ser explicados de esta manera, porque en el efecto fuente la corriente de calor va en dirección opuesta a la corriente de helio. De cualquier manera, los experimentos del efecto termo-mecánico muestran que, en el He II, tanto la transferencia de calor, como la de materia, están inseparablemente interconectadas. Una pequeñísima diferencia entre el baño y el recipiente interno, es suficiente para producir una gran convección. Por lo tanto, parece imposible intentar separar las propiedades hidrodinámicas del He II, de las térmicas.

De hecho, el efecto fuente es una manifestación de la

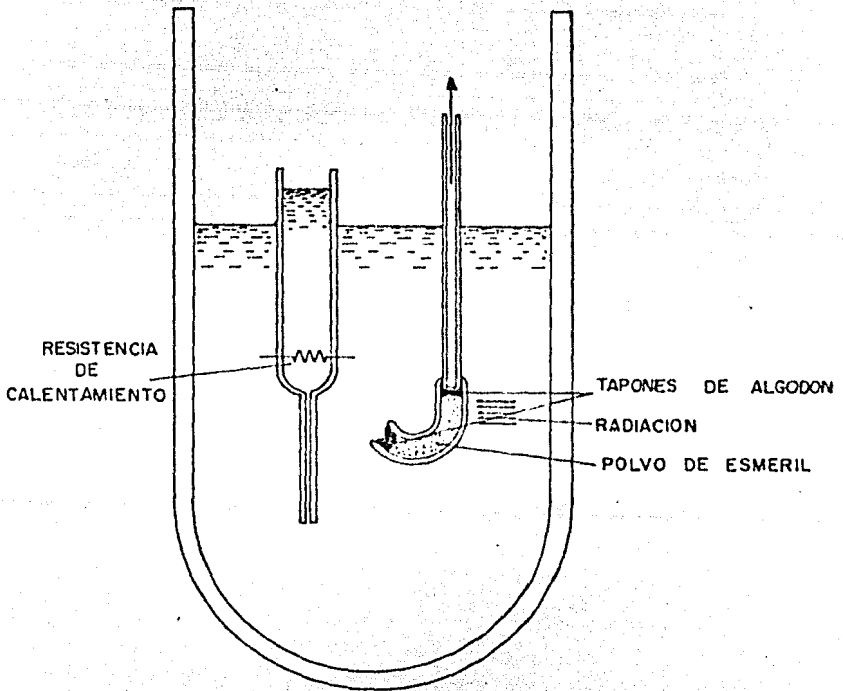


Fig. 1.6 Efecto fuente, dos experimentos en los que se observa.

gran conductividad térmica que posee, ya que al calentar a éste, se produce un flujo de componente superfluida a través de las estrechas fisuras que deja el polvo de esmeril, produciendo el chorro que se observa en este efecto.

Daunt y Mendelssohn (1938 a y b, 1939 a) descubrieron el efecto mecánico-térmico al observar que la filtración del He II, a través de un tapón hecho con polvo de esmeril, provoca el calentamiento del He II que aún no abandona el recipiente (Fig. 1.7). Este efecto es una especie de inversión del efecto fuente, ya que aquí una diferencia de presión provoca una diferencia de temperatura (entre el He II que sale y el del recipiente).

Cuando el He II viaja a través de pequeñas canalizaciones, de acuerdo con el modelo de los dos fluidos, solo la componente superfluida pasa, llevando consigo su energía de punto cero y su entropía. Como la componente superfluida está en su estado base entonces, no tiene entropía que transportar (apéndices C, D y E). Por lo tanto, en el efecto mecánico-térmico sólo la componente superfluida fluye a través del tapón, obligando a que la entropía del He II, que se encuentra en el recipiente, se distribuya cada vez entre menos masa, lo cual ocasiona el calentamiento del He II del recipiente.

#### F. Película de He II.

En sus experimentos para alcanzar muy bajas temperaturas con He-4 líquido, Kamerling Onnes (1922) trabajó con un dispositivo que consistía de un pequeño recipiente sumergido parcialmente en otro que contenía He II. El observó una transferencia, a una velocidad sorprendente, de He II del recipiente externo al interno, hasta que los niveles de ambos se igualaban. Más tarde, propuso que esta observación se podía interpretar como una destilación de un recipiente a otro. Sin embargo, como la transferencia se realizaba muy rápidamente, era difícil pensar en una destilación ordinaria.

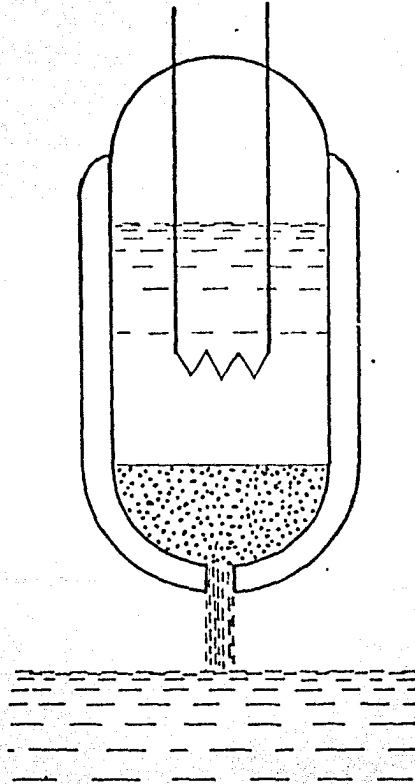


Fig. 1.7 Efecto mecánico-térmico. La filtración calienta el He II del recipiente que está suspendido.

Rollin (1936) y Rollin y Simon (1939) observaron que la evaporación del He-4 líquido aumenta repentinamente cuando se llega a la temperatura del punto  $\lambda$ . Ellos sugirieron que esto se podía explicar suponiendo la existencia de una película de He II, que cubría las paredes del recipiente y que estaba en contacto con el líquido del recipiente. También propusieron, que esta película debería ser la explicación de la observación hecha por Kamerling Onnes. La existencia de esta película fue verificada poco después por Daunt y Mendelssohn (1939 b) por un lado, y por Kikoin y Lasarev (1938 a y b) por otro. El espesor de la película se determinó recogiendo el He II, originalmente depositado sobre una gran hoja metálica, el cual fue calentado posteriormente. Se encontró que el grueso de la película era de aproximadamente  $10^{-6}$  cm; el espesor de la película no varía notablemente con la temperatura. Daunt y Mendelssohn sugirieron que en el experimento de Kamerling Onnes, lo que en realidad sucedía era que se llevaba a cabo una transferencia de He II a través de esta película. Encontraron que la rapidez de transferencia de He II era, aproximadamente, independiente de la diferencia de niveles y, exactamente proporcional al ancho de las superficies conectadas. La rapidez de transferencia depende fuertemente de la temperatura, crece continuamente desde 0, en el punto  $\lambda$ , hasta una velocidad volumétrica de  $7.5 \times 10^{-5}$  cm<sup>3</sup>/s, a una temperatura de 1.5K. El valor de  $3 \times 10^{-6}$  cm de ancho, implica una velocidad lineal que varía desde 0, en el punto  $\lambda$ , hasta aproximadamente 20 a 40 cm/s, a 1.5K.

Si un líquido normal estuviera contenido en un recipiente se esperaría que éste formara una película en las paredes, cuyo espesor decrecería con la altura. Esto pasaría debido a las fuerzas de atracción de tipo Van der Waals entre el líquido y las paredes del recipiente. En todos los líquidos la formación de esta película podría ser inhibida por un gradiente de temperatura, pequeño pero finito, entre la pared y el líquido. De esta manera, dependiendo de que la pared esté caliente o fría, la película se evaporará rápidamente o se formarán pequeñas gotas, las cuales regresan al líquido. En el He II sin embargo, su alta conductividad térmica evita el establecimiento de un gradiente de temperatura, lo cual trae como consecuencia que la



película suba hasta derramarse (Fig. 1.8). Para que ocurra esto, obviamente tanto el recipiente como el líquido se deben encontrar a una temperatura menor a  $T_\lambda$ .

La figura 1.8 muestra tres diferentes situaciones en las cuales se observa la formación de una película de He II, a través de la cual los niveles de los dos recipientes se igualan (Figs. 1.8a y 1.8b), o se vacían por completo los recipientes (Fig. 1.8c), que es lo que observó Kamerling Onnes. Estos fenómenos ocurren debido a que, una vez formada la película de He II, la componente superfluida fluye a través de la película, siempre y cuando exista una diferencia de niveles entre los recipientes. En otras palabras, la película actúa como un sifón, donde la fuerza que empuja al superfluido es proporcionada por la diferencia de potencial gravitacional entre los extremos de la película.

## 2. PROPIEDADES FISICAS DEL He-3 PURO Y DILUIDO

Walters y Fairbanks (1956) descubrieron que las mezclas líquidas homogéneas de He-3-He-4 se separan en dos fases, al ser enfriadas por debajo de 0.87K. El conocimiento de las propiedades físicas que poseen estas dos fases en coexistencia, son la base para entender como funciona un refrigerador de dilución. Por ello, en la primera parte de esta sección se analizará el diagrama de fases de las mezclas líquidas He-3-He-4, dentro del cual, se hacen resaltar dos aspectos importantes: el comportamiento de las dos fases a  $T=0K$  y, el proceso de enfriamiento por dilución de He-3 en He-4.

Un refrigerador de dilución es capaz de alcanzar temperaturas del orden de varios milikelvins. Sin embargo, a temperaturas menores a 0.2K una de las fases es prácticamente He-3 puro, mientras que, la otra es He-3 muy diluido en He-4. Por esta razón, en esta sección se verá también el diagrama de fases del He-3 y la ósmosis del He-3 diluido, así como los calores

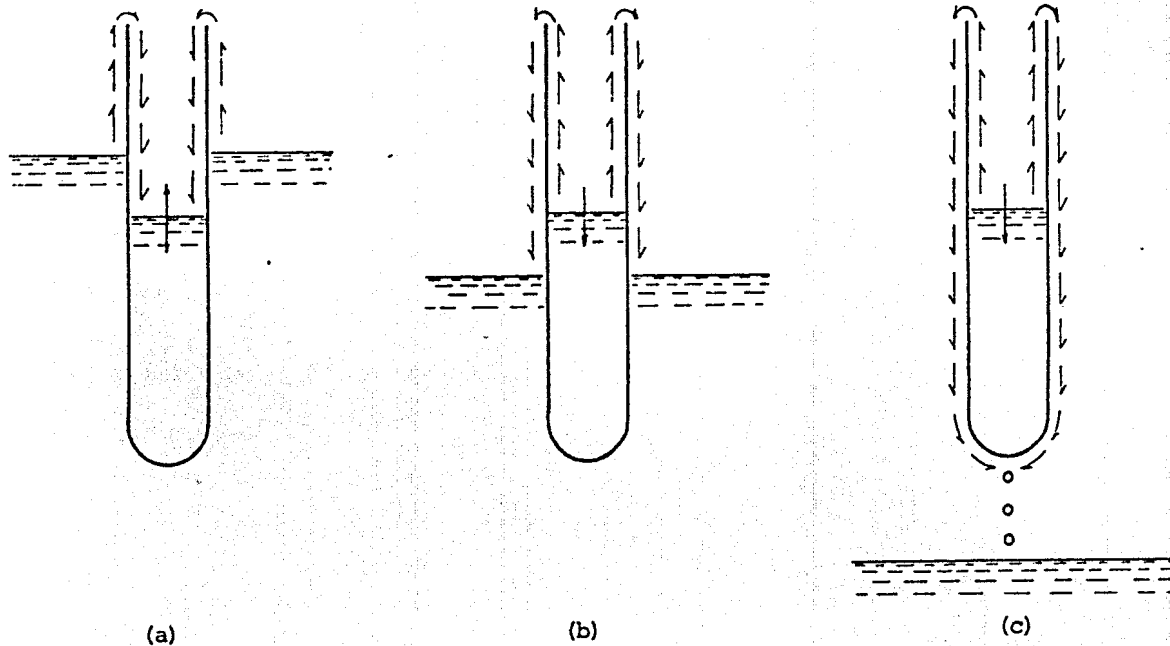


Fig. 1.8 Flujo de He II a través de la película superfluida que se forma sobre las paredes de un recipiente.

especificos, las entalpías, las conductividades térmicas y las viscosidades, del He-3 puro y diluido.

#### A. Diagrama de fases de las mezclas líquidas He-3-He-4.

Bajo la presión de su vapor saturado, las mezclas líquidas He-3-He-4 presentan el diagrama de fases de la figura 1.9, el cual, se construye utilizando como variables a  $T$  y a  $X$ , donde  $X = n_3 / (n_3 + n_4)$ , es la concentración de He-3 en la mezcla,  $n_3$  es el número de átomos de He-3 y  $n_4$  el número de átomos de He-4. Este diagrama posee una curva de coexistencia, que indica la separación espontánea en dos fases, de cualquier mezcla que se encuentre por debajo de ella. Una de las fases flota sobre la otra, debido a que cada una de ellas posee una concentración de He-3 diferente. Se observa además que, por encima de la curva de coexistencia, la mezcla puede ser superfluida o normal, dependiendo de la concentración de He-3 que ésta tenga.

Para visualizar mejor el significado de la curva de separación de fases o curva de coexistencia, considerese una mezcla que se encuentra en la región de una sola fase, a temperatura  $T$  y concentración  $X$  (Fig. 1.9), la cual es enfriada manteniendo  $X$  constante. Al descender ligeramente la temperatura por debajo de la curva de coexistencia, en el punto  $(T', X)$ , las fases comienzan a formarse. Si se continúa el enfriamiento de  $T'$  a  $T''$ , la concentración de He-3 en la fase superior aumentará y la de la fase inferior disminuirá. En este caso, el punto que representa a la fase superior se mueve a lo largo de la rama derecha de la curva de coexistencia, hacia el punto  $(T'', X_c'')$ , mientras que, el que representa a la inferior se mueve a lo largo de la rama izquierda, hacia  $(T'', X_l'')$ . Como la concentración de He-3 que posee la fase representada por la rama izquierda de la curva de coexistencia es mayor, que la de la fase representada por la rama derecha, la primera recibe el nombre de fase diluida y la segunda el de fase concentrada.

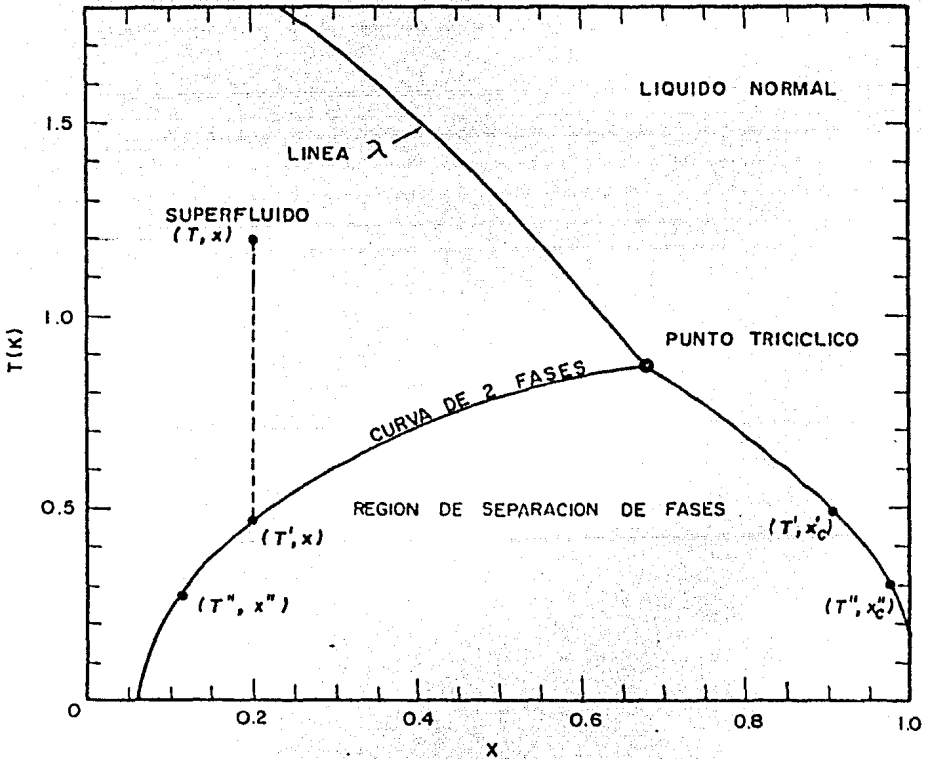


Fig. 1.9 Diagrama de fases de las mezclas líquidas He-3-He-4. La variable  $X=n_3/n_3+n_4$  representa la concentración de He-3. El punto tricrítico se encuentra a  $T=0.86K$ . Existe una analogía obvia entre esta figura y el diagrama de densidad contra temperatura de una sustancia ordinaria, cerca de su punto crítico.

## COMPORTAMIENTO DE LAS FASES CONCENTRADA Y DILUIDA A T=0K

De la figura 1.9 se observa que para  $T < 0.2K$  la fase concentrada es prácticamente He-3 puro ( $X_c = 0.99997$  a  $T = 0.1K$ ). Por ello, para  $T < 0.2K$  es posible considerar a esta fase como un sistema de fermiones el cual, en principio, puede ser descrito mediante la teoría de líquidos de Fermi desarrollada por Landau (1957). Por otro lado, de la misma figura se observa que la fase diluida nunca es He-4 puro, incluso en el caso de que  $T = 0K$ . Este límite de solubilidad del He-3 ( $X_d = X_d(T=0) \neq 0$ ) está relacionado con el hecho de que las mezclas muy diluidas de He-3-He-4 no se separen en dos fases. Tal comportamiento, es el punto medular del proceso de refrigeración por dilución, como se verá en el capítulo II.

Mediciones experimentales han mostrado que las funciones termodinámicas de las soluciones muy diluidas de He-3 en He-4 pueden ser calculadas a través de las propiedades de un gas ideal de Fermi-Dirac, si se supone que existen pequeñas variaciones en la masa efectiva  $m_3^*$  de los átomos de He-3, como función de la concentración ( $m_3^*(X)$ ). Teóricamente, cada átomo de He-3, de masa  $m_3$ , es reemplazado por una entidad ficticia denominada "cuasipartícula de He-3". El átomo real de He-3 interactúa tanto con átomos de He-4, como con otros átomos de He-3, mientras que, una cuasipartícula de He-3, por definición, interactúa sólo con otras cuasipartículas. El efecto de la interacción He-3-He-4 se incorpora dentro de  $m_3^*$ . De esta manera, las soluciones muy diluidas de He-3-He-4 pueden ser consideradas como un gas de cuasipartículas inmersas en el He-4 el cual, es dinámicamente inerte y no interactúa con ellas. En realidad, el He-4, por debajo de  $T = 0.5K$ , interactúa muy poco con los átomos de He-3, ya que se encuentra, prácticamente, en su estado base y existen muy pocos fonones y rotones excitados. Esto ocasiona que el He-4 casi no contribuya en las propiedades, tanto termodinámicas como hidrodinámicas de las soluciones diluidas de He-3 en He-4. El He II a estas temperaturas actúa como un "éter" o "vacío mecánico", a través del cual se mueven los átomos de He-3.

Los cálculos teóricos para determinar  $m_3^* / m_3$ , como

función de  $X_4$ , hechos por Baym (1966), por Bardeen, Baym y Pines (1967) y por Ebner (1967), han mostrado que la interacción efectiva entre cuasipartículas de He-3 es tan solo el 10% de la interacción entre átomos de He-3 solos, en igual densidad. De acuerdo con Ebner y Edwards (1971)  $m_j^*/m_s = 2,28$  cuando  $X_4$  tiende a cero.

Para comprender las causas que ocasionan la existencia de una concentración diferente de cero en la fase diluida a  $T=0K$  y, para mostrar cualitativamente como se encuentra el valor numérico de esta concentración, se hace el siguiente análisis.

De acuerdo con la termodinámica, en equilibrio, los potenciales químicos del He-3 (y del He-4) en ambas fases son iguales

$$\mu_{3c}(T, X_c) = \mu_{3d}(T, X_d) \quad 1.1$$

Si se considera que en  $T=0K$  el calor latente de evaporación de la fase concentrada es el mismo que el del He-3 puro, esto es,  $L_{3c}(T=0) = L_3(T=0)$ , entonces  $L_3(0)/N_0$ , donde  $N_0$  es el número de Avogadro, representará la energía que se requiere para extraer un solo átomo de la fase concentrada y llevarlo al vacío, esto es,  $L_3(0)/N_0 = -\mu_3(0)/N_0$ . Por otro lado, si  $-\mu_{3d}(T=0, X_d=0)/N_0$  es la energía total que ejerce el He II sobre un solo átomo de He-3 a  $T=0K$  y  $X_d=0$ , entonces, dado que en la fase diluida  $X_d \neq 0$  en  $T=0K$ , un átomo de He-3 prefiere estar en el He II de esta fase, y no en el He-3L de la fase concentrada, lo cual se puede expresar como  $\mu_{3d}(0,0)/N_0 > \mu_3/N_0$ . Sin embargo, la energía total que sienten los átomos de He-3 dentro del He II decrece conforme  $X_d$  aumenta (Fig. 1.10a, línea parabólica), lo cual provoca que esta preferencia del He-3 finalice al llegar a un valor límite en la concentración en el cual, a una cuasipartícula de He-3 le dá lo mismo estar en una fase o en la otra. En ese momento se ha alcanzado el equilibrio termodinámico entre las fases, es decir,  $\mu_{3d}(0, X_d)/N_0 = \mu_3(0)/N_0$ . Esto se debe a que los estados de energía translacional se van ocupando paulatinamente, de acuerdo al principio de exclusión de Pauli, el cual establece que solo dos partículas pueden ocupar el mismo

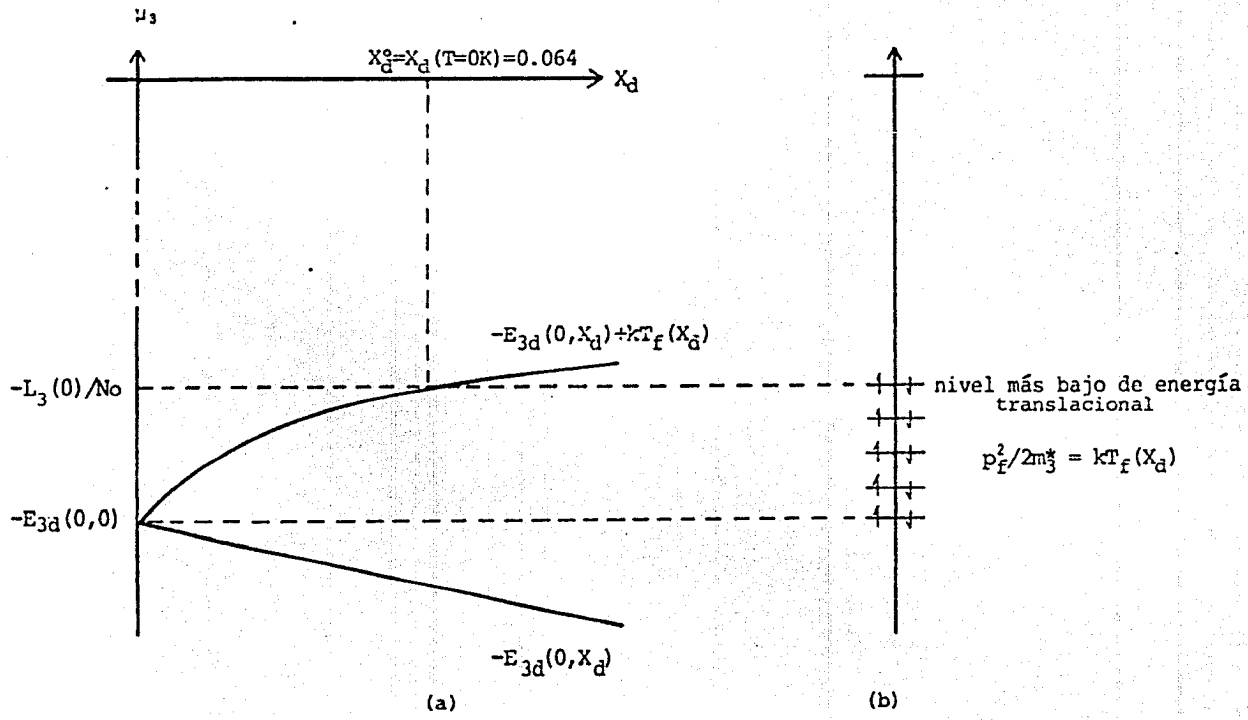


Fig. 1.10 Diagramas de energía que describen el equilibrio entre la fase concentrada y la diluida a  $T=0K$ .

estado cuántico de energía (Fig. 1.10b). Por lo tanto, para calcular la energía relativa es necesario considerar, por un lado, la energía de Fermi  $KT_f(X_d)$  que tienen los átomos de He-3 en la fase diluida. Es necesario considerar también que la energía de amarre de los átomos de He-3 con la fase diluida ( $-E_{3d}$ ) aumenta conforme  $X_d$  aumenta, debido a que las interacciones efectivas entre ellos aumentan con la concentración (Fig. 1.10a, línea recta). De esta manera, la energía total se puede escribir como

$$\mu_{3d}(0, X_d)/N_0 = -E_{3d}(0, X_d) + KT_f(X_d)$$

Con ayuda de la ecuación precedente y, considerando la condición de equilibrio termodinámico para la coexistencia de ambas fases (Ec. 1.1), es posible conocer el valor de la concentración de He-3 en la fase diluida a  $T=0K$ . Esto es

$$\mu_3/N_0 = L_3(0)/N_0 = -E_{3d}(0, X_d) + KT_f(X_d) = \mu_{3d}(0, X_d)/N_0$$

1.2

en donde, la dependencia de  $E_{3d}$  con respecto a  $X_d$  se puede determinar experimentalmente o teóricamente (línea recta de la figura 1.10a) y,  $KT_f = p_f/2m_3^*$  es la energía de Fermi de un gas ideal de fermiones (o cuasipartículas de He-3), con la masa efectiva  $m_3^*$  que les corresponde cuando la fase diluida se encuentra en  $T=0K$  ( $m_3^*(X_d=X_d)=2.4m_3$ ). La relación entre la energía de Fermi y  $X_d$  en  $T=0K$ , se obtiene de la condición de que todos los estados de energía translacional menores a  $KT_f$ , deben de estar completamente ocupados, para una  $X_d$  dada, esto es (Kittel (1976), p. 162)

$$KT_f(X_d) = \frac{h^2}{8\pi^2 m_3^*} \left( \frac{3\pi^2 X_d}{\langle V \rangle} \right)^{2/3} \quad 1.3$$

donde  $\langle V \rangle$  es el volumen promedio de un átomo de helio. Tanto  $m_3^*$  como  $V$  son funciones de  $X_d$ , pero su valor varía muy poco, para las concentraciones que aquí se manejan, por lo cual, en primera aproximación se tiene que



$KT_f \propto X_A^{3/2}$  Por lo tanto, al graficar la expresión derecha de la ecuación 1.2, se encuentra que su intersección con el valor que asume  $(-L_3(0)/N_0)$ , proporciona el valor de  $X_A$  que la fase diluida posee cuando se encuentra en coexistencia con la concentrada en  $T=0K$ , este valor es  $X_A^0=0.064$ . Experimentalmente se han encontrado diversos límites de solubilidad en la fase diluida, desde  $X_A^1=0.064$  hasta  $X_A^2=0.068$ .

### PROCESO DE ENFRIAMIENTO POR DILUCION DE He-3 EN He-4

Supóngase que las dos fases de una mezcla líquida de He-3-He-4 se encuentran en coexistencia a una temperatura  $T$ . Si de alguna manera se extraen  $n_3$  átomos de He-3, por unidad de tiempo, de la fase diluida, entonces,  $n_3$  átomos de la fase concentrada pasarán al mismo tiempo hacia la fase diluida, a fin de mantener el equilibrio termodinámico entre las fases. Si el proceso es adiabático, las fases se enfriarán porque el He-3, al pasar de una fase a otra, absorbe calor. Si el proceso es isotérmico, la dilución actúa como una fuente de absorción de calor, sin alterar la temperatura de las fases.

Se puede realizar una comparación cualitativa entre el proceso de enfriamiento por dilución y el de evaporación de un líquido. Considérese que la fase concentrada, cuando es He-3 casi puro ( $T < 0.2K$ ), corresponde a la fase líquida, porque los átomos de He-3 están muy juntos entre sí, y la fase diluida corresponde a la fase vapor, porque los átomos de He-3 están separados entre sí por el He II. En ambos casos se requiere energía, ya sea para extraer un átomo de la fase concentrada y pasarlo a la diluida o, para sacar una molécula del líquido y pasarla a la fase vapor, produciendo con esto, el enfriamiento de las dos fases. En este sentido, la extracción continua de He-3 de la fase concentrada, es parecida al bombeo continuo de los vapores del líquido, ya que en ambos se produce enfriamiento.

El enfriamiento producido al diluir He-3 de la fase concentrada en la diluida, se debe a la gran diferencia

en capacidad calorífica molar que tienen las dos fases. Además, puesto que en el proceso de dilución adiabática no hay reacción química alguna, entonces, éste se realiza a entalpía constante. Por lo tanto, las fases en coexistencia se enfriarán si la capacidad calorífica de éstas es mayor que la capacidad calorífica media de los constituyentes originales.

El calor específico del He-3 de la fase diluida difiere del de la fase concentrada, a muy bajas temperaturas, debido a que, en ésta última, el principio de exclusión de Pauli ocasiona el ordenamiento antiparalelo de los átomos de He-3 y, la degeneración del sistema a  $T < 0.45K$  (Neganov, Borisov y Liburg, (1966)). De esta manera, el He-3 de la fase concentrada forma un sistema de espines, los cuales producen un campo magnético. Mientras que, en la fase diluida el campo magnético es muy débil y las cuasipartículas de He-3 se comportan como un gas ideal de fermiones. Por ello, en la dilución de He-3 se requiere cierta cantidad de energía para extraer al He-3 del campo magnético de la fase concentrada. Energía que pierde esta fase al ceder el He-3, lo cual ocasiona el enfriamiento de ella. Esto es, en la dilución, un átomo de He-3 pasa de un sistema degenerado a un sistema que se comporta como gas ideal. La dilución no va acompañada de un cambio en temperatura, pero si de un cambio en calor específico. Esto indica la coexistencia de las dos fases.

El mecanismo de enfriamiento asociado con la dilución de He-3 en He-4 es por lo tanto de carácter cuántico necesariamente, y es formalmente análogo a la demagnetización adiabática, en la cual, el enfriamiento también resulta del reordenamiento del sistema de espines, a través de la interacción con un campo magnético externo. En el proceso de dilución el papel de este campo es realizado por la interacción interna de los espines de los átomos de He-3 de la fase concentrada. Este campo desaparece cuando la separación entre partículas crece, al diluirse el He-3 en la fase diluida. Sin embargo, en contraste con la demagnetización adiabática, donde la entalpía no se conserva debido a que la energía potencial de las partículas varía con el campo aplicado, en el caso de la dilución, la conservación de la entalpía se basa

en la conservación de la energía. Además la energía potencial interatómica de las partículas también se conserva. La diferencia entre el calor latente de evaporación del He-3 puro y sus soluciones diluidas muestran la validez de esta hipótesis (Neganov, Borisov y Liburg, (1966)).

## B. Diagrama de fases del He-3 puro

Dentro de la información que es indispensable conocer para entender el funcionamiento del refrigerador de dilución, está el diagrama de fases P vs T del He-3. Este presenta el punto crítico más bajo que cualquier sustancia posea,  $T_c=3.32\text{K}$  (Fig. 1.11). Además, la presión mínima necesaria para solidificar al He-3 es de aproximadamente 30 atmósferas. Por otro lado, se observa en el mismo diagrama, la existencia de tres fases líquidas distintas, dos de ellas superfluidas y una normal. Las superfluidas se producen a través de un mecanismo diferente al del He-4. En este caso, ocurre un apareamiento de fermiones similar al que se presenta en superconductividad. Finalmente, destaca el hecho de que la curva de fusión presenta un mínimo en  $T_m=0.319\text{K}$  y  $P_m=2.931\text{MPa}$ .

La aplicación de la ecuación de Clausius-Clapeyron sobre la curva de fusión, proporciona información interesante. Para  $0.4\text{K} < T < 0.32\text{K}$  se tiene que  $dP_s/dT < 0$ , esto se debe a que la entropía del sólido es mayor que la del líquido. Este fenómeno que solo se presenta en el He-3, es la base para el proceso de enfriamiento Pomeranchuk, en el cual el He-3 es enfriado hasta  $T_m$ , con ayuda de un refrigerador de dilución, y después es comprimido isotérmicamente hasta  $P_m$ . Finalmente, el He-3 es enfriado mediante su compresión a lo largo de la curva de fusión (trayectoria A->B de la figura 1.11).

Por otro lado para entender el funcionamiento del evaporador (Secc. II.5), el cual sirve como intermediario en la dilución continua del He-3 dentro de un refrigerador de dilución, es indispensable contrastar el

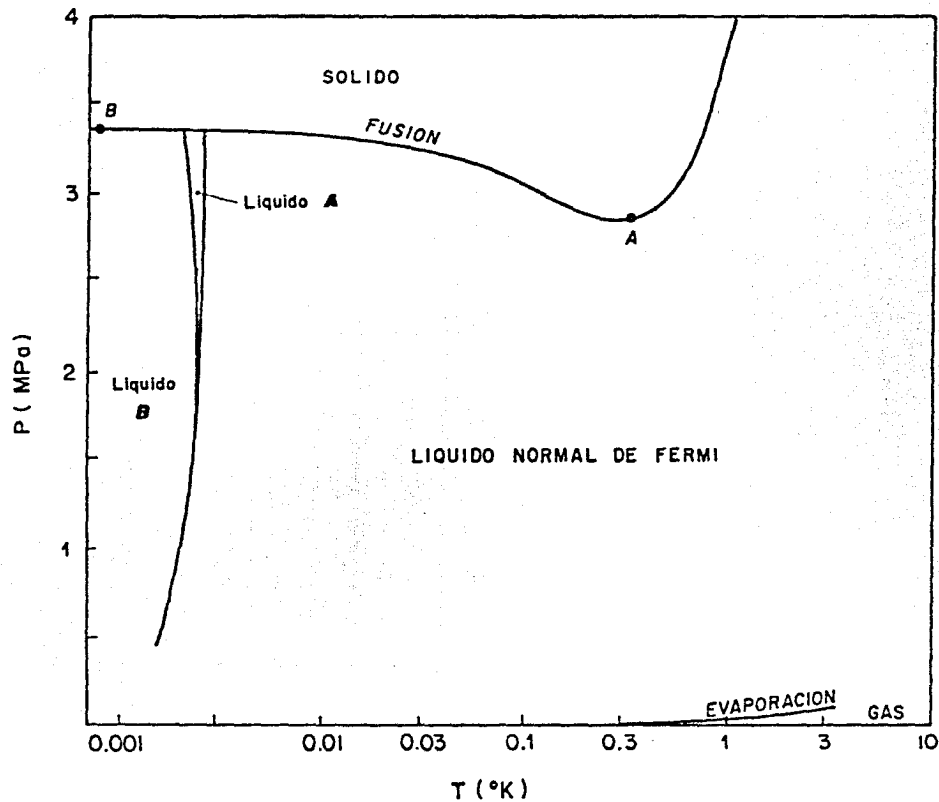


Fig. 1.11 El diagrama P vs T del He-3 muestra las fases superfluidas descubiertas en 1972, líquido A y líquido B.

comportamiento de la curva de coexistencia líquido-vapor del He-3, con la del He-4. Esto se debe a que en el evaporador se lleva a cabo la extracción de vapores tanto de He-3, como de He-4. Esta comparación es difícil de llevarla a cabo con la ayuda de las figuras 1.3 y 1.11, debido a la escala con que se ha graficado la presión. Por ello, se ha construido la figura 1.12, en la cual se puede apreciar que en todo el intervalo de temperaturas la presión de vapor del He-3 es mayor que la del He-4. Por ejemplo, para  $T=2K$  la presión de vapor del He-3 es aproximadamente, un orden de magnitud mayor que la del He-4, mientras que, para  $T=0.6K$  la presión de vapor del He-3 es mayor que la del He-4 en más de tres ordenes de magnitud.

### C. Presión osmótica del He-3 diluido

Una de las propiedades que presentan las mezclas líquidas He-3-He-4 es la denominada ósmosis del He-3. Este fenómeno, junto con otros artificios (Secc. II.4.C), se encargan de extraer continuamente He-3 de la fase diluida, semejando el "bombeo" de los vapores de un líquido (Secc.I.2.A). Esto trae como consecuencia el empobrecimiento de la concentración de He-3 en la fase diluida y con ello, la dilución continua del He-3 de una fase a la otra. La importancia de este fenómeno obliga a deducir algunas expresiones, las cuales serán utilizadas más adelante para explicar como se transporta el He-3 diluido desde la cámara de mezcla hasta el evaporador.

Considérense dos recipientes A y B, de volúmenes  $V_A$  y  $V_B$ , los cuales contienen mezclas líquidas de He-3-He-4 con diferente concentración de He-3 y que están conectados entre si por una superfuga. Los recipientes se encuentran térmicamente aislados, tanto de los alrededores como entre ellos mismos. De acuerdo con la termodinámica, la energía interna es

$$dU_A = T_A dS_A - P_A dV_A + \mu_{3A} dn_{3A} + \mu_{4A} dn_{4A}$$

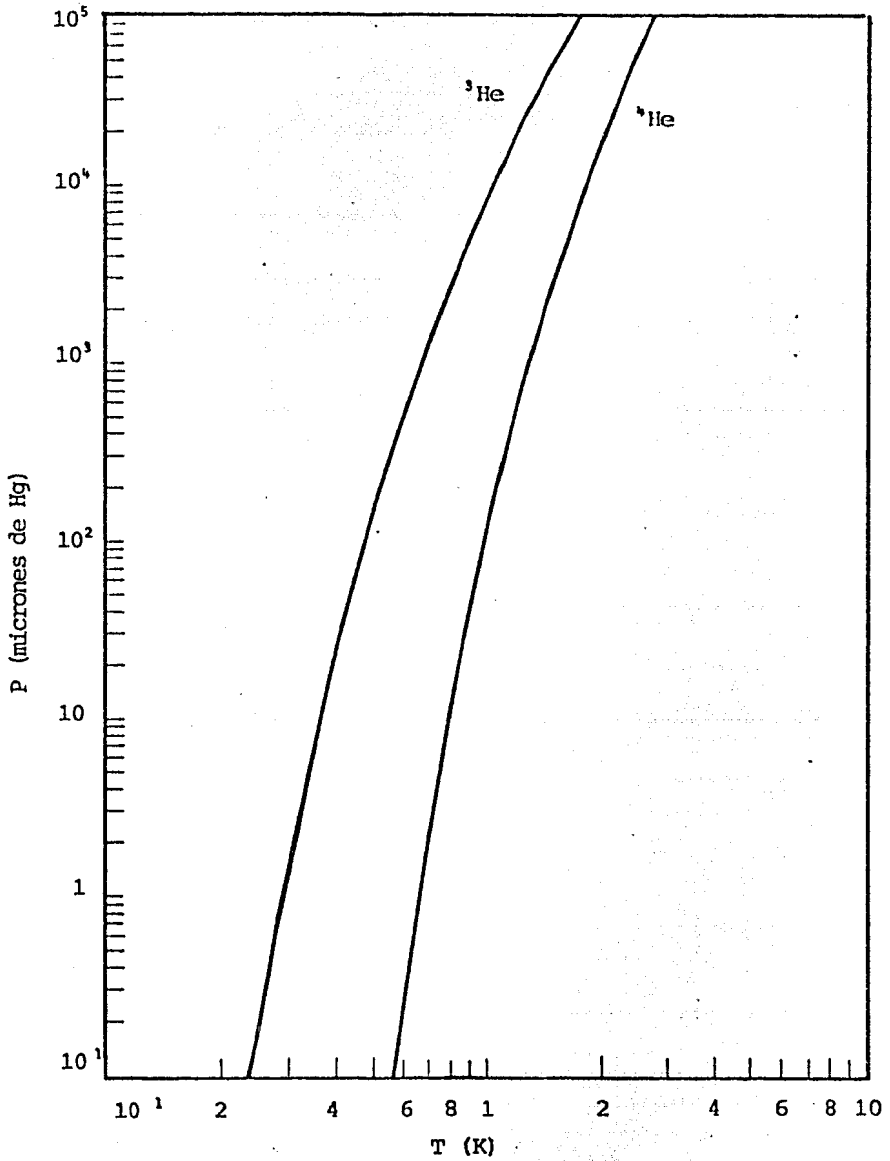


Fig. 1.12. Curvas de coexistencia liquido-vapor, para el He-3 y el He-4.

y

$$dU_B = T_B dS_B - P_B dV_B + \mu_{3B} dn_{3B} + \mu_{4B} dn_{4B}$$

Si la unión de  $a$ , ambos recipientes genera el paso de la componente superfluida del He II, a través de la superfuga, de B hacia A por ejemplo, entonces, se observará que en este proceso:  $dU_A = dU_B = 0$ , porque el volumen de los recipientes permanece constante;  $dS_A = dS_B = 0$ , porque la componente superfluida no transporta entropía;  $dn_{3A} = dn_{3B} = 0$  y  $dn_{4A} = -dn_{4B}$ , porque el He-3 no puede pasar a través de la superfuga, pero el He II sí;  $dU = dU_A + dU_B = 0$ , porque la condición de equilibrio termodinámico en todo el sistema (A+B) corresponde a un mínimo en la energía interna. Aplicando las ecuaciones precedentes a este proceso se obtiene de ellas  $\mu_{4A} = \mu_{4B}$ . Lo cual indica que, en el equilibrio, el potencial químico parcial del He-4 permanece constante a lo largo de todo el He II. Esto es

$$\nabla \mu_{4A} = 0 \tag{1.4}$$

La diferencia esencial entre esta ecuación y la 1.1 es que, en aquella  $T_C = T_A$ , mientras que, en ésta es posible que  $T_A \neq T_B$ . Este resultado se empleará para calcular la presión osmótica  $\pi$  que se desarrolla entre la mezcla de alguno de los recipientes y un recipiente que contenga He II puro a  $T=0K$  y  $P=0$ . Para ello, supóngase que se reemplaza la mezcla del recipiente A por He II puro a  $T=0K$  y  $P=0$  (Fig. 1.13). Los cambios diferenciales del potencial químico del He II en el recipiente B se pueden expresar como

$$d\mu_{4A} = \left( \frac{\partial \mu_{4A}}{\partial P} \right)_{T, X_A} dP + \left( \frac{\partial \mu_{4A}}{\partial T} \right)_{P, X_A} dT + \left( \frac{\partial \mu_{4A}}{\partial X_A} \right)_{P, T} dX$$

que al integrarlos se convierten en

$$\mu_{4A}(P_B, T_B, X_{B,A}) - \mu_{4A}(0, 0, 0) =$$

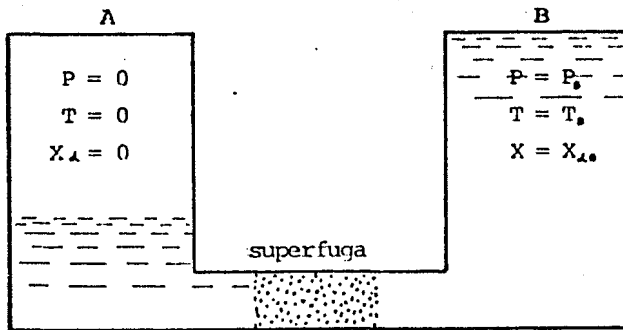


Fig. 1.13 Presión que se desarrolla a través de una superfuga que une un recipiente con He-4L a  $P=0$  y  $T=0\text{K}$  y un recipiente con una mezcla líquida de He-3 con He-4 a  $P=P_0$ ,  $T=T_0$  y  $X=X_{\text{He-3}}$ , es ocasionada por la ósmosis del He-3 y por el efecto fuente.



$$\int_0^{P_0} \left( \frac{\partial \mu_{4d}}{\partial P} \right)_{T_0, X_{4d}=0} dP + \int_0^{T_0} \left( \frac{\partial \mu_{4d}}{\partial T} \right)_{P_0, P_0, X_{4d}=0} dT + \int_0^{X_{4d}} \left( \frac{\partial \mu_{4d}}{\partial X_{4d}} \right)_{T_0, T_0, P_0, P_0} dX \quad 1.5$$

Pero, por otro lado, la relación de Gibbs-Duhem (Callen (1960), p. 49) establece que

$$X_{4d} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_{4d}} \right)_{P,T} + (1-X_{4d}) \left( \frac{\partial \mu_{4d}}{\partial X_{4d}} \right)_{P,T} = 0$$

Además hay que tomar en cuenta que

$$\left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial P} \right)_{T_0, X_{4d}=0} = V_y \quad \text{y} \quad \left( \frac{\partial \mu_{4d}}{\partial T} \right)_{P_0, P_0, X_{4d}=0} = -S_y$$

Sustituyendo estas tres últimas expresiones en 1.5 y haciendo uso de la condición de equilibrio (Ec. 1.4) se tiene

$$\mu_{4d}(P_0, T_0, X_{4d}) - \mu_{4d}(0, 0, 0) =$$

$$\int_0^{P_0} V_y dP - \int_0^{T_0} S_y dT - \int_0^{X_{4d}} \frac{X_{4d}}{1-X_{4d}} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_{4d}} \right)_{P,T} dX = 0 \quad 1.6$$

Puesto que  $V_y$  es prácticamente independiente de  $P$ , entonces la presión del recipiente B será

$$P_B = \frac{1}{V_y} \int_0^{T_0} S_y dT + \frac{1}{V_y} \int_0^{X_{4d}} \frac{X_{4d}}{1-X_{4d}} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_{4d}} \right)_{P,T} dX_{4d}$$

donde el primer término de la derecha es la presión fuente ( $F_f$ ) y, el segundo es la presión osmótica ( $\pi$ ). La presión fuente es la diferencia de presión que se desarrolla entre ambos recipientes, a causa de la diferencia de temperatura del He II que hay en ambos (efecto fuente). En la figura 1.14 se grafica la presión

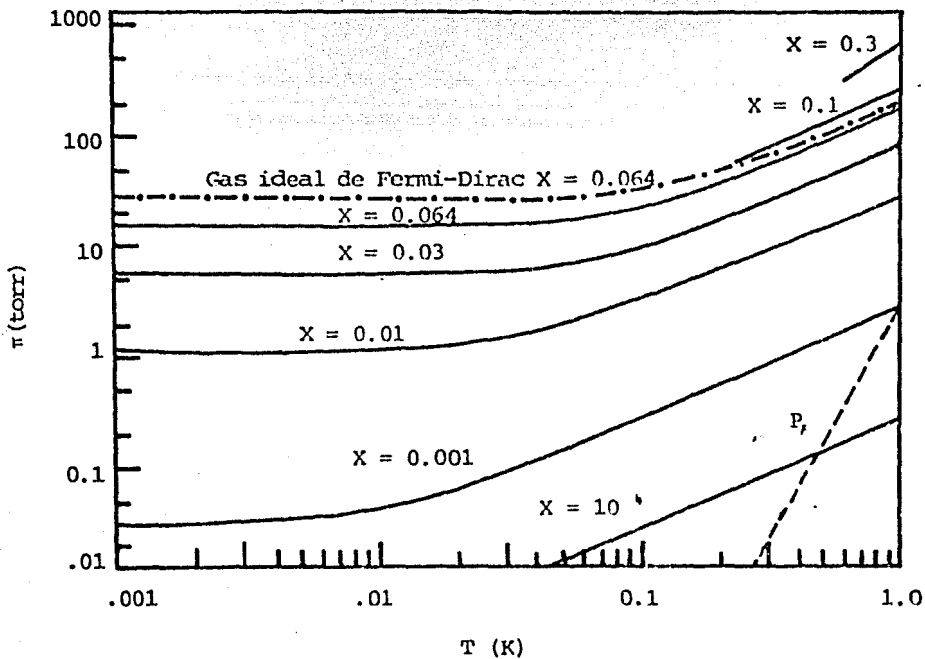


Fig. 1.14 Las presiones osmótica y fuente entre los recipientes de la figura 1.13, para diferentes valores de  $X_{10}$ . Esta gráfica fue tomada de las notas técnicas de la N.B.S. realizadas por Radebaugh (1967).

fuente y, la presión osmótica para diferentes concentraciones de He-3 en el recipiente B ( $X_{dB}$ ). De aquí se observa que la presión fuente es despreciable en comparación con la presión osmótica a temperaturas menores a  $T=0.3K$ .

La expresión para la presión osmótica es

$$\pi_B = - \int_{V_4}^{X_{dB}} \frac{X_d}{1-X_d} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_d} \right)_{P,T} dX_d \quad 1.7$$

adopta una forma muy sencilla cuando la mezcla del recipiente B se comporta como una solución ideal, ya que en tal caso  $\mu_{3d}(P,T,X_d) = \mu_3(P,T) + RT \ln X_d$  (Wheatley, (1968 b)). Si además se realiza la aproximación  $1-X_d \approx 1$  y si se sustituye  $V_4/X_d \approx V_{3d}$ , la ecuación precedente se transforma en

$$\pi_B = RT_B X_{dB} / V_4 = RT_B / V_{3dB} \quad 1.8$$

Bajo tales aproximaciones, la presión osmótica es la presión de un gas ideal, donde la densidad de He-3 es la misma que la densidad de He-3 en la solución diluida. Se ha observado experimentalmente, que esta expresión es válida solo para  $T > 0.15K$  Y  $X < 0.03$ . Para temperaturas menores y concentraciones mayores se debe utilizar la ecuación 1.7.

Regresando a los recipientes A y B originales, con mezclas a  $(P_a, T_a, X_{dA})$  y  $(P_b, T_b, X_{dB})$ , se puede calcular la presión osmótica que se desarrolla entre ellos, con la ayuda de la ecuación 1.7 y de una expresión similar, que se obtiene de medir la presión osmótica de la mezcla en A, respecto al He II puro a  $T=0K$  y  $P=0$ . Esta es

$$\pi_A = - \int_{V_4}^{X_{dA}} \frac{X_d}{1-X_d} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_d} \right)_{P,T} dX_d$$

De manera que, si  $X_{dA} = X_{dB}$ , la presión osmótica entre A y B será la diferencia de las presiones osmóticas que cada recipiente tiene, respecto al He II puro a  $T=0K$  y  $P=0$ .

Esto es

$$\pi_B - \pi_A = - \int_{X_{dB}}^{X_{dA}} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_d} \right)_{P,T} dX_d = - \int_{X_{dB}}^{X_{dA}} \frac{X_d}{1-X_d} \left( \frac{\partial \mu_{3d}}{\partial X_d} \right)_{P,T} dX_d \quad 1.9$$

donde en la última igualdad se ha utilizado la ecuación de Gibbs-Duhem. Si las dos soluciones se comportan idealmente se tiene

$$\pi_B - \pi_A = (R/U_3) (T_B X_{dB} - T_A X_{dA}) \quad 1.10'$$

Para que la diferencia de presiones sea cero, se necesita que: a)  $X_{dA} = X_{dB}$  y  $T_A = T_B$  o bien que, b)  $X_{dA} = X_{dB}$  y entonces  $T_A \neq T_B$ , en este caso puede suceder que i)  $X_{dA} > X_{dB}$ , y entonces  $T_A < T_B$  o, ii)  $X_{dA} < X_{dB}$ , y entonces  $T_A > T_B$ .

#### D. Calor específico y entalpía del He-3 puro y diluido

Para poder evaluar la potencia frigorífica que el proceso de dilución nos puede proporcionar, es necesario conocer el comportamiento de la entalpía del He-3 puro y diluido, como función de la temperatura, lo cual es posible si se conocen los calores específicos de ambos, ya que la entalpía viene dada por

$$H_3 - H_3 = \int_{T_2}^{T_1} C_{pd} T \quad 1.11$$

si el proceso es isobárico. En el proceso de dilución la presión se mantiene aproximadamente constante, por lo tanto, es aplicable la ecuación precedente.

#### FASE CONCENTRADA

Para calcular la entalpía de la fase concentrada a muy bajas temperaturas, conviene considerar que el calor específico de esta fase es aproximadamente igual al del He-3 puro, esto es,  $C_3 = C_{3c}$ . Por debajo de  $T = 0.04K$  se

encuentra experimentalmente que el comportamiento de  $C_3$  es aproximadamente lineal con  $T$ , en la forma (Lounasmaa, (1974))

$$C_3 \approx 24 T \quad \text{J/mol K} \quad 1.12$$

De donde la entalpia de la fase concentrada se encuentra utilizando la ecuación 1.11. Esto es

$$H_{3c}(T) = H_3(T) = H_3(0) + \int_0^T 24 T dT = H_3(0) + 12 T^2 \quad \text{J/mol K} \quad 1.13$$

donde  $H_3(0)$  es la entalpia a  $T=0\text{K}$ . La grafica de la entalpia de la fase concentrada se muestra en la figura 1.15.

#### FASE DILUIDA

El conocimiento de la entalpia de la fase diluida a muy bajas temperaturas es más complicado. Para calcular el calor específico, hay que suponer que la densidad del gas de cuasipartículas es igual a la densidad de He-3 en la fase diluida. Para  $T \ll T_f$  es posible calcular el calor específico de un gas de fermiones  $C_d'$ , con la ayuda de la ecuación 1.3 y de la expresión para el calor específico de un metal (Kittel (1976), p. 165), esto es

$$C_d' = R \pi^2 X_d / 2T_f \propto X_d^{1/3} m_d^{1/3} T_f$$

A altas temperaturas, pero antes de que el calor específico del He-4 tenga que ser tomado en cuenta,  $C_d'$  se aproxima al valor ideal de  $(5/2)R X_d$ .

Como el He-4 sólo actúa como un medio a través del cual se mueve el He-3, entonces, éste último es el único que contribuye con el calor específico de la fase diluida  $C_d$  (Wheatley, (1968.b)), por lo cual  $C_d = C_d' / X_d$ .

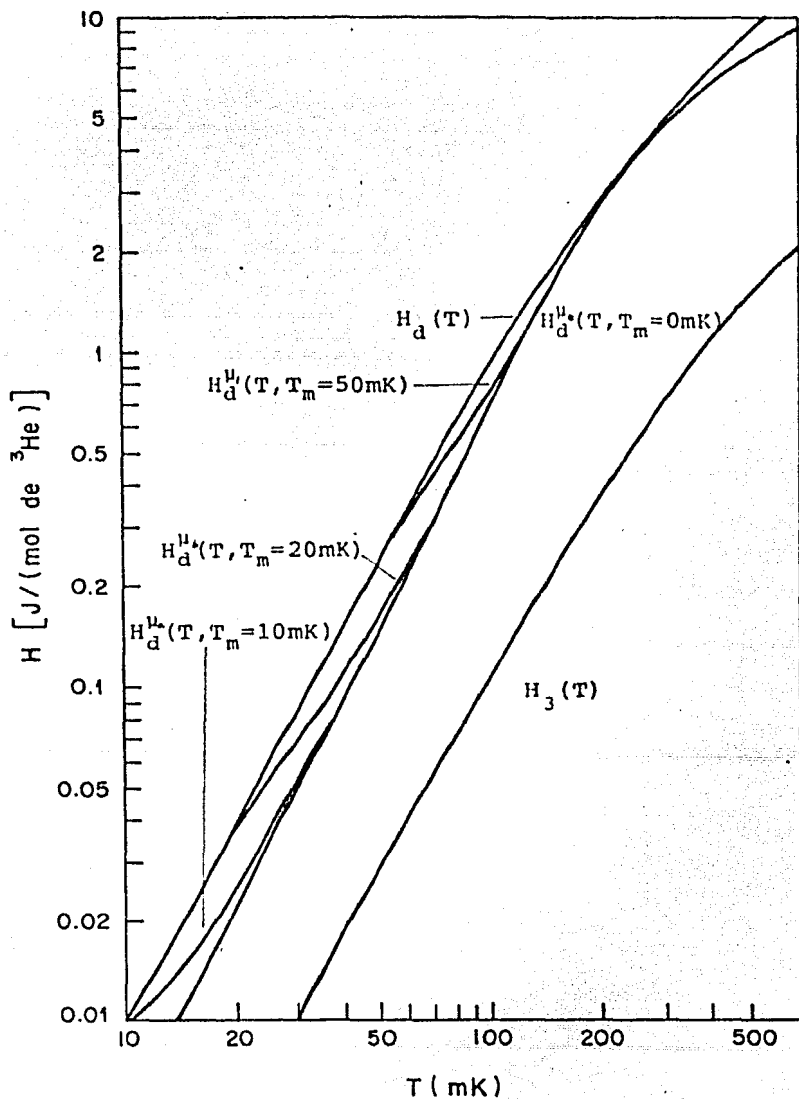


Fig. 1.15 Curva de las entalpias  $H_3(T)$ ,  $H_d(T)$  y  $H_d^{\mu}(T)$ . Las curvas señaladas con  $\mu$  se construyen con ayuda de las curvas  $\mu_{d\lambda} = \text{cte.}$  de la figura 2.24. A temperaturas superiores las curvas  $H_d^{\mu}$  se igualan con la curva  $H_d$ .

En el caso  $X_d = 0.064$ ,  $T_f = 0.38K$  y  $T < 0.04K$  se obtiene (Lounasmaa, (1974)).

$$C_d \approx 108 T \quad \text{J/mol K} \quad 1.14$$

La entalpía puede calcularse aprovechando el equilibrio entre las dos fases, esto es, usando la ecuación 1.1 se tiene

$$H_3 - TS_3 = H_d - TS_d$$

en donde se ha considerado que la entropía de la fase concentrada es prácticamente la entropía del He-3 puro, o sea,  $S_3 = S_{3c}$ , y la entropía del He-3 diluido es  $S_d$ . Despejando  $H_d$  de esta última ecuación, se tiene

$$H_d = H_3 + T(S_d - S_3) \quad 1.15$$

las entropías pueden calcularse con la ayuda de las ecuaciones 1.12 y 1.14, esto es

$$S_3 = \int_0^T C_3 dT/T \quad \text{y} \quad S_d = \int_0^T C_d dT/T$$

las cuales, para el caso en que  $T < 0.04K$  toman la forma  $S_3 = 24T \text{ J/mol K}^2$  y  $S_d = 108T \text{ J/(mol de He-3) K}^2$ , y sustituyéndolas en la ecuación 1.15 se tiene

$$H_d = H_3(0) + 96 T^2 \quad \text{J/mol K} \quad 1.16$$

de donde se puede ver que la entalpía parcial del He-3 en la fase diluida es simplemente la entalpía del He-3 puro, más el calor  $Q = T\Delta S$  necesario para "vaporizar" a las cuasipartículas de He-3, en la fase diluida (Fig. 1.15)

A temperaturas menores que  $T = 0.04K$  la concentración de

He-3 en la fase diluida es casi constante (Fig. 2.20). Mientras que, a altas temperaturas la concentración aumenta. Es por esto, que en este caso, la entalpia de la fase diluida se tiene que calcular utilizando los valores de  $X_1$  y T dados por la rama izquierda de la curva de coexistencia (Fig. 1.9). Por otro lado, para  $T < 0.02K$  la concentración de He-3 en la fase concentrada es constante, con  $X_c=1$  (rama derecha de la curva de coexistencia, fig, 1.9). En este caso, la entalpia no depende de la concentración, es la entalpia del He-3 puro.

### FASE DILUIDA A PRESION OSMOTICA CONSTANTE

A veces es necesario conocer la entalpia del He-3 diluido como función de la temperatura, para diferentes concentraciones de He-3 que posean la misma presión osmótica, o sea, que  $\mu_1$  sea constante aún cuando  $X_1$  varíe como función de T. Esta se puede calcular con ayuda de la ecuación

$$dH = TdS + VdP$$

la cual se puede escribir como

$$dH = (TdS/dT)dT + Vd\pi$$

donde  $\pi$ , que es la presión osmótica, es constante. Por lo cual, esta ecuación se puede reducir a

$$\pi dH = T dT \partial S / \partial T = C_d dT$$

de donde sustituyendo  $C_d$  de la ecuación 1.14 e integrando, se tiene, para  $T < 0.04K$

$$H_1^{A_0} = H_2(0) + 54 T^2 \text{ J/mol K} \quad 1.17$$



donde  $H_2^*$  es la entalpía a presión osmótica constante. La gráfica de esta ecuación se muestra en la figura 1.15.

Para cada valor que asuma  $\mu_{4d}$ , existen un conjunto de valores de  $X_d$  y  $T$ , para los cuales  $\mu_{4d}$  se mantiene constante. Algunos de ellos se muestran en la figura 2.19. La curva  $H_2^*(T)$  ha sido construida utilizando los valores de  $X_d$  y  $T$  dados por la curva señalada con  $\mu_0$ . Mientras que, la curva  $H_1^*$  ha sido construida utilizando la curva con  $\mu_1$ . En la figura 1.15 se observa que a temperaturas superiores, las curvas  $H_1^*$  tienden a igualarse con la curva  $H_2^*$ . Esto se debe a que las curvas de la figura 2.24 se aproximan a la curva  $\mu_0$  conforme la temperatura aumenta.

#### E. Conductividad térmica y viscosidad del He-3 puro y diluido

Para diseñar y entender el funcionamiento de cada una de las partes que integra un refrigerador de dilución, es importante conocer los coeficientes de viscosidad y conductividad térmica del He-3 puro y diluido.

#### FASE CONCENTRADA

La viscosidad del He-3 puro, medida por atenuación ultrasónica a muy bajas temperaturas (Wheatley, 1968 a), viene dada por

$$\gamma_3 = 2 \times 10^{-7} T^{-2} \text{ N s K}^2/\text{m}^2 \quad 1.18$$

(Fig. 1.16). La conductividad térmica del He-3 puro a muy bajas temperaturas (Wheatley, 1968 a) se comporta en la forma

$$K_3 = 3.3 \times 10^{-4} T^{-1} \text{ J/s m} \quad 1.19$$

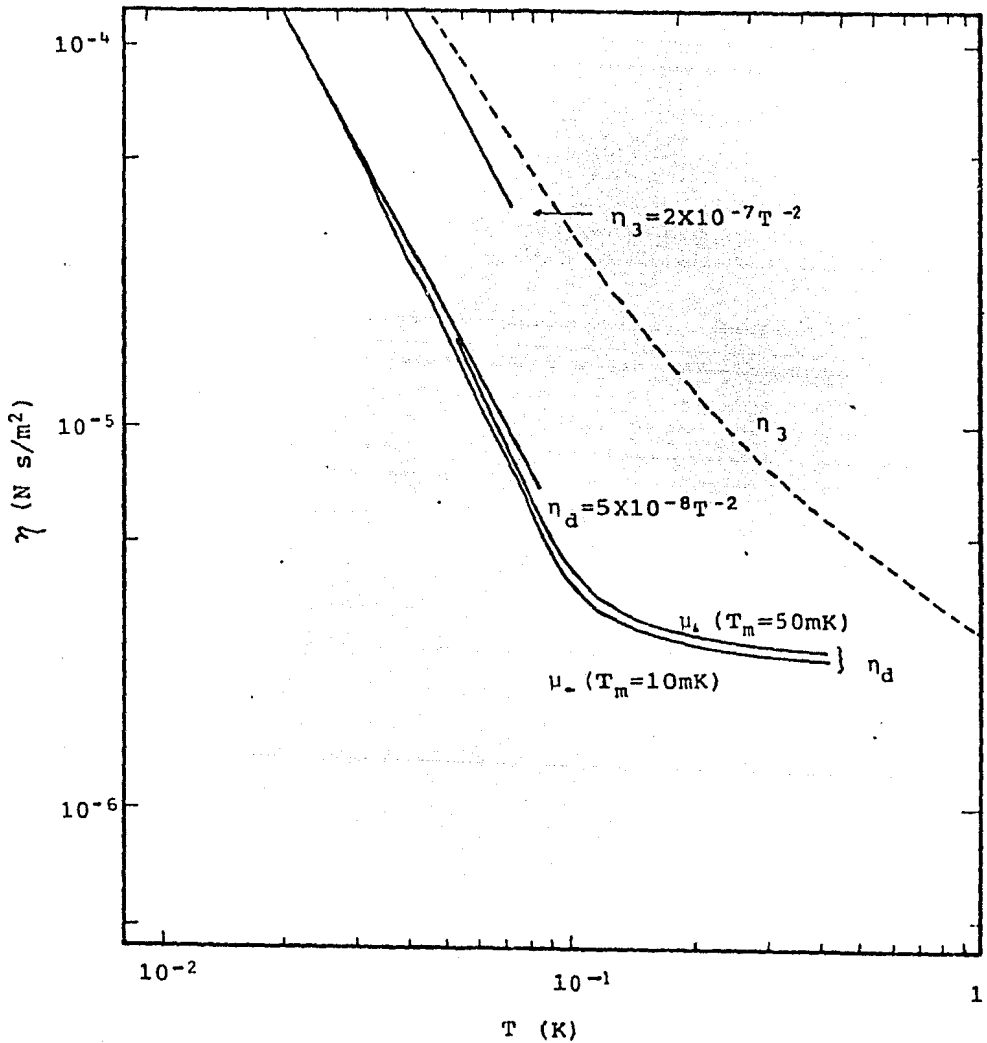


Fig. 1.16 Viscosidad de las fases concentrada y diluida en función de la temperatura, según Laumond (1972). Las curvas marcadas con  $\mu$  fueron construidas con la ayuda de las curvas  $\mu_{44} = \text{cte.}$  de la figura 2.24.

(Figs. 1.17 y 1.18).

#### FASE DILUIDA

La viscosidad del He-3 diluido a bajas temperaturas, calculada por Roach (1966) utilizando el potencial BBP y considerando una  $X_1=0.063$ , sigue un comportamiento del tipo

$$\eta_a = 5 \times 10^{-9} T^{-2} \text{ N s K}^2/\text{m}^2 \quad 1.20$$

(Fig. 1.16), el cual está de acuerdo con los resultados experimentales obtenidos al medir el tiempo de relajación para la viscosidad a bajas temperaturas.

La conductividad térmica de las soluciones diluidas a  $P=0$ , poseen características muy interesantes. Las mediciones realizadas por diversos autores (Figs. 1.17 y 1.18) muestran que  $K_1$  vuelve a aumentar, después de que había llegado a un valor mínimo, conforme  $T$  aumenta. Esto se debe a la contribución de la conducción fonónica del He-4. Whentley (1968 a) indica que el comportamiento del He-3 diluido con  $X_1=0.063$  es del tipo

$$K_1 = 3 \times 10^{-4} T^{-1} \text{ J/s m} \quad 1.21$$

Para el cálculo de la viscosidad y la medición de la conductividad térmica del He-3 diluido (Ecs. 1.20 y 1.21), se consideran soluciones con  $X_1=0.063 < X_2^0$  porque éstas no se separan en dos fases y, por lo tanto, su concentración no varía con la temperatura. Sin embargo, en algunos casos conviene conocer el comportamiento de  $\eta_a$  y  $K_1$  en función de  $X_1$  y  $T$ . Este es el caso de las curvas marcadas con  $\mu_a$  y  $\mu_b$ , las cuales se contruyen utilizando las curvas  $\mu_{11}=\text{constante}$  de la figura 2.24.

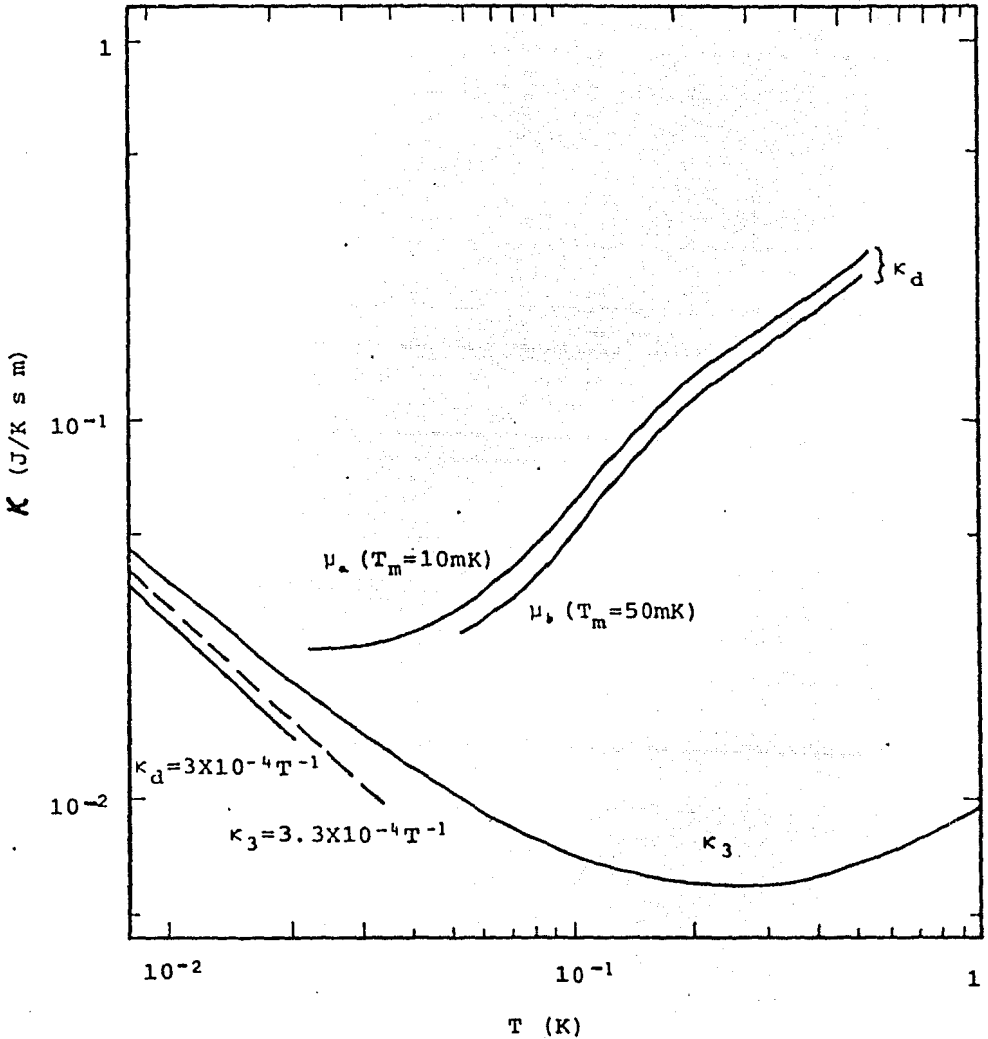


Fig. 1.17 Conductividad térmica de las fases concentrada y diluida en función de la temperatura, según Laumond (1972). Las curvas marcadas con  $\mu$  fueron construidas con la ayuda de las curvas  $\mu_{42} = \text{cte.}$  de la figura 2.24.

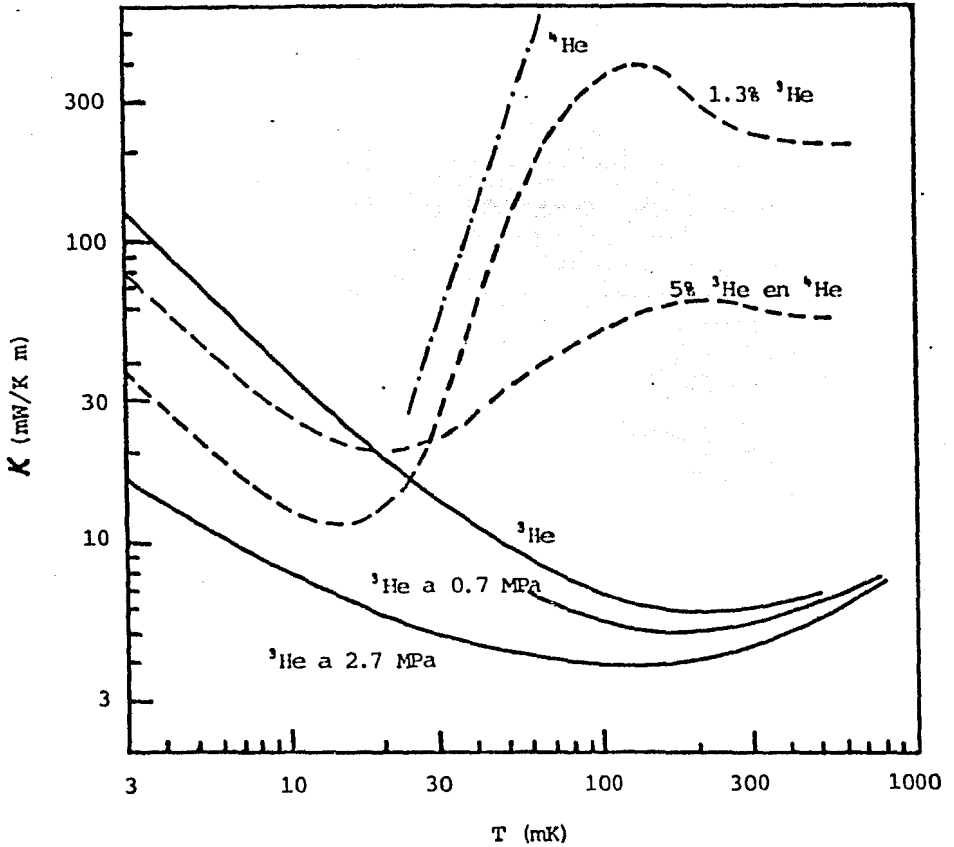


Fig. 1.18 Conductividad térmica del He-3 y el He-4 líquidos como función de la temperatura. Estas curvas fueron completadas por Lounasmaa (1974) con ayuda de las mediciones hechas por diversos autores.

## CAPITULO II

PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL REFRIGERADOR  
DE DILUCION DE  $^3\text{He}$  EN  $^4\text{He}$

Das de Bruyn Outbater y Taconis (1965) fueron los primeros en construir un refrigerador de dilución (R.D.), el cual alcanzó temperaturas del orden de 0.2K. Posteriormente, gran cantidad de refrigeradores de este tipo fueron construidos en todo el mundo. Esto trajo como consecuencia un fuerte desarrollo tecnológico en el diseño y construcción de los refrigeradores de dilución, al grado de llegarse a comercializar rápidamente.

No obstante que con un diseño sencillo, un R.D. puede alcanzar temperaturas cercanas a 50mK (Anderson, (1970)), la introducción de componentes cada vez más sofisticadas, permitió ampliar el intervalo de temperaturas, en un orden de magnitud menor (de unos cuantos mK). En particular el aspecto de intercambio de calor fue el más desarrollado.

En este capítulo, inicialmente se muestran las partes que integran nuestro R.D. y su sistema periférico, también se explica la forma en que funciona el circuito de dilución. Después, se analiza separadamente cada una de las partes que componen este circuito, a excepción de las bombas de circulación y del enfriador a 4K. En cada caso, se explica cual es la función que desempeña y las características que debe poseer. Además, se hace una descripción de las características particulares del R.D. del I.I.M.

## 1. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL R.D.

En esta sección se hace una breve descripción del circuito periférico que apoya el funcionamiento del R.D., y se exponen cuáles son las técnicas utilizadas en el enfriamiento previo a la dilución de He-3 en He-4. Finalmente, se explica en forma sencilla el funcionamiento general del circuito en el cual se lleva a cabo la dilución.

### A. Circuito periférico.

Dentro de lo que se denomina circuito periférico, se pueden distinguir tres secciones diferentes (Fig. 2.1):

a) Sistema de producción de vacío.- Está compuesto de una bomba mecánica de vacío y una bomba de difusión conectadas a un tanque, desde el cual se distribuyen líneas de bombeo a diversas partes del refrigerador (sección A de la figura 2.1). Las funciones que desempeña este sistema son esencialmente de limpieza y aislamiento térmico.

b) Sistema de recuperación de He-4.- Consta de una bomba mecánica de vacío de gran capacidad y de tuberías para la recuperación de He-4 gaseoso. Estas líneas conducen el gas de regreso al sistema de licuefacción de helio (sección B de la figura 2.1).

c) Circuito de almacenamiento y distribución de He-3-He-4.- Consiste de tanques que conservan la mezcla He-3-He-4 gaseosa y de un sistema de tuberías que distribuyen y controlan el flujo de la mezcla He-3-He-4 que se utiliza en el refrigerador (sección C de la figura 2.1). Generalmente, tanto las líneas como los tanques están a presión menor que la atmosférica, con el propósito de evitar que la mezcla salga al exterior en caso de que exista alguna fuga.



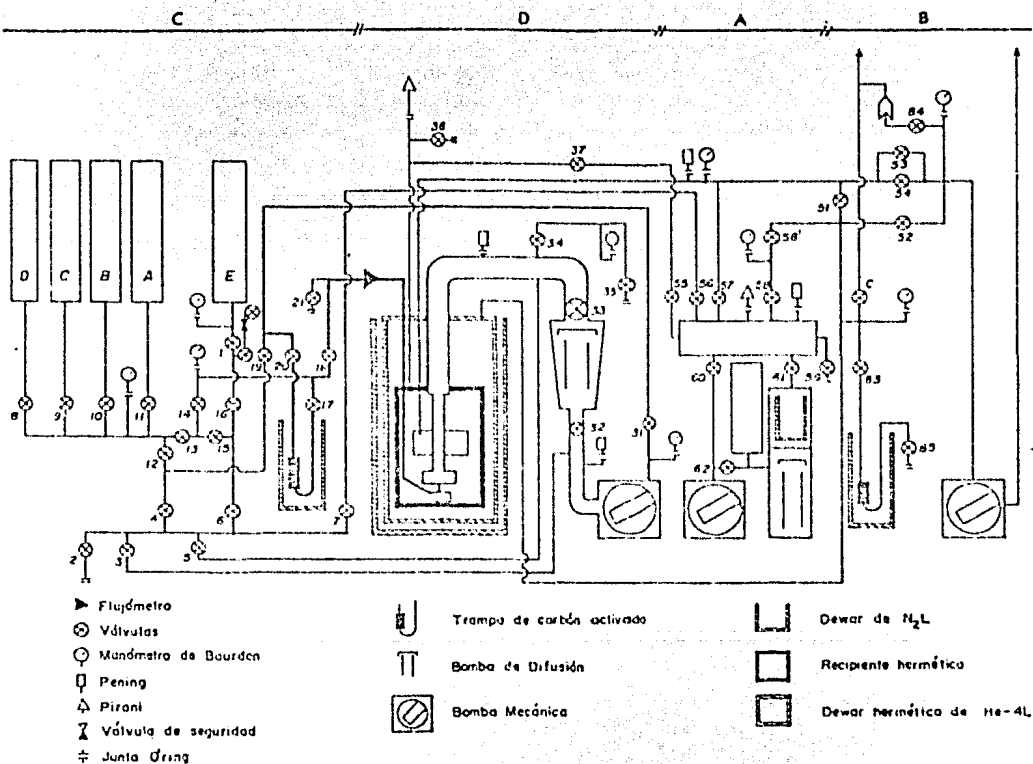


Fig. 2.1 Esquema completo del refrigerador de dilución construido en el I.I.M., en él se muestra: el sistema de producción de vacío (A), el sistema de recuperación de He-4 (B), el circuito de almacenamiento y distribución de He-3-He-4 (C) y el circuito de dilución (D).

## B. Pre-enfriamiento.

El enfriamiento por dilución es aplicable solo hasta después de que la mezcla He-3-He-4 se separa en dos fases. Por ello, la mezcla debe ser enfriada previamente, utilizando los métodos convencionales. Con este fin, primero se utiliza un baño de nitrógeno líquido y después un baño de He-4 líquido, el primero rodeando al segundo (Fig. 2.2). Los recipientes de doble pared que contienen a los líquidos criogénicos se les denomina dewars.

A continuación se expondrán algunos detalles técnicos que pueden ser de poco interés para algunos lectores. Si éste fuera en caso, es posible pasar a la siguiente subsección sin perder continuidad en la lectura.

### DEWAR DE He-4 LIQUIDO.

La construcción del dewar de He-4L estuvo bajo mi responsabilidad, por ello daré algunos detalles que me parecen de importancia. Un dewar es un recipiente (de vidrio o metal) con pared doble, entre las cuales existe un espacio vacío, el que es evacuado a través de una válvula que, con este propósito, se instala en la pared exterior (Fig. 2.2). Esto permite minimizar la cantidad de calor que, por conducción en gas, se transporta desde el exterior.

Para mejorar el vacío, se utiliza carbón activado en el dewar de N<sub>2</sub>L, el cual actúa como una esponja que absorbe el gas residual. Sin embargo, en el dewar de He-4L no se usa carbón activado, porque el gas residual ayuda a pre-enfriar al dewar, evitando con esto, la evaporación de cantidades excesivas de He-4L, en el momento de iniciar la transferencia de éste.

Los dewars metálicos se fabrican principalmente de acero

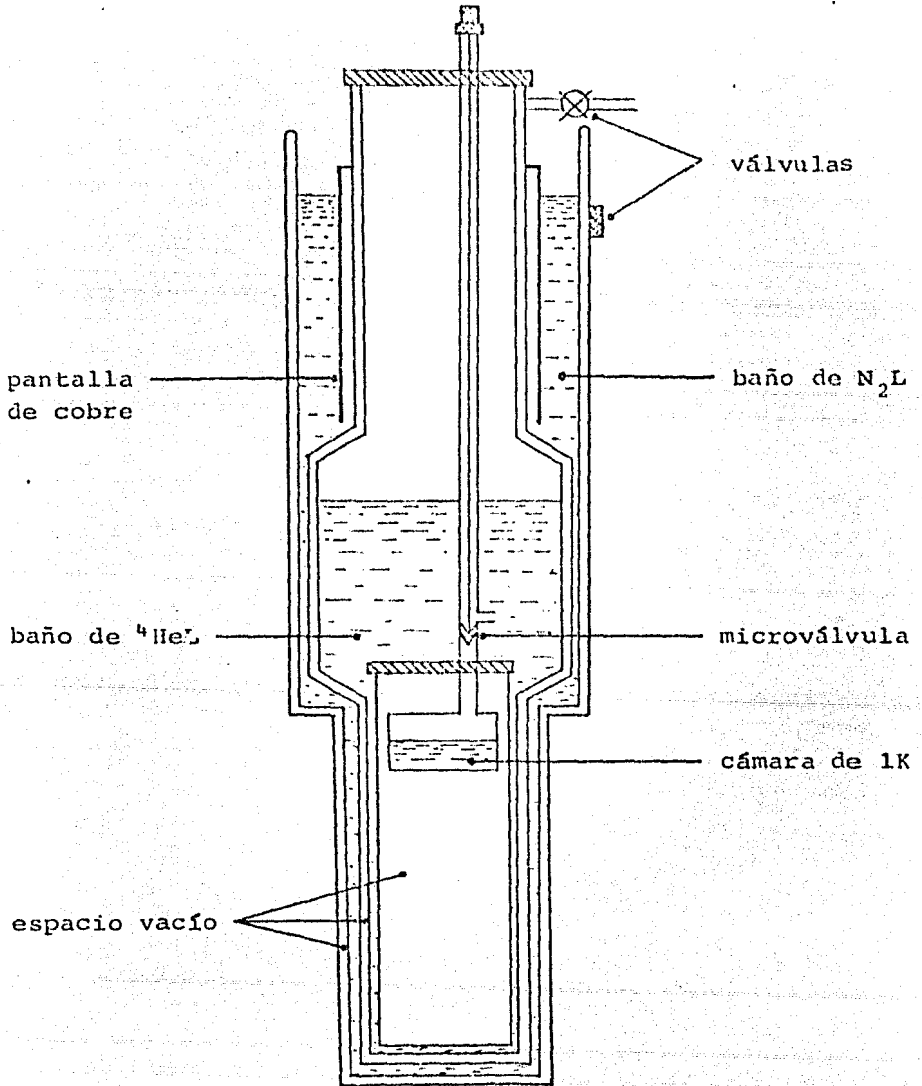


Fig. 2.2 Dewars de nitrógeno y de helio líquidos, utilizados en el pre-enfriamiento del circuito de dilución. Adicionalmente se muestra la cámara de 1K y la microválvula que permite el paso de He-4L desde el dewar de He-4L (Secc. II.2.A).

inoxidable, por la baja conductividad térmica de este material. En la figura 2.3 se muestra una gráfica de conductividad térmica (K) vs. temperatura (T), para diversos materiales. Las láminas de acero inoxidable, de distintos espesores, son roladas y después soldadas, fundiendo localmente el material bajo una atmósfera de argón. Generalmente se construyen de acero inoxidable 316, ya que otros tipos de acero, como el 304, presentan una transición vítrea al ser calentados hasta temperatura de fusión, lo cual ocasiona que cualquier cambio brusco en la temperatura del dewar pueda crear una fractura (o fuga).

Para que el dewar contenga una mayor cantidad de He-4L y así tenga un tiempo de independencia mayor, se construyó un poco ensanchado de su parte media (Fig. 2.2). Además, para que la evaporación de He-4L sea menor, se colocó una pantalla de cobre alrededor de la parte superior del dewar, la cual se encuentra en contacto con el baño de  $N_2L$  en su parte inferior (Fig. 2.2). Con esto, la temperatura a la entrada del dewar disminuye, porque la pantalla, debido a la alta conductividad térmica del cobre, enfría la entrada, reduciendo así la rapidez de evaporación del baño de He-4L.

### C. Circuito de dilución.

El circuito de dilución es un circuito cerrado en el que se pueden distinguir las siguientes componentes (Fig. 2.4):

- a) Bombas de circulación de He-3 a temperatura ambiente ( $T_{amb} \approx 300K$ )
- b) Enfriador a temperatura de He-4L (baño de He-4L,  $T_{4K} \approx 4K$ )
- c) Condensador a temperatura de 1K (baño de He II a 1K,  $T_{1.3K} \approx 1.3K$ )
- d) Impedancia
- e) Enfriador a temperatura de 0.6K (baño de He-3L-He-4L,  $T_{ev} \approx 0.6K$ )
- e) Intercambiadores de calor
- f) Cámara de mezcla
- g) Evaporador



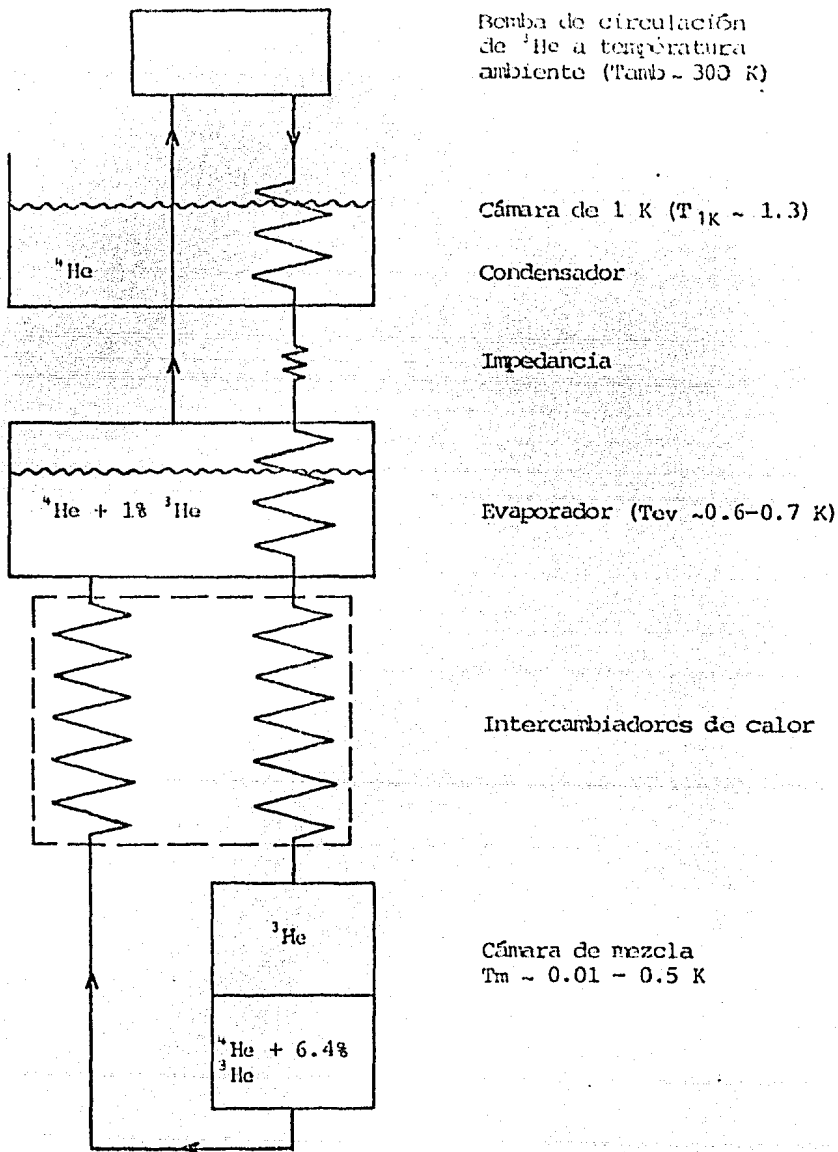


Fig. 2.4 Componentes más importantes dentro de un circuito de dilución y temperatura a la que funcionan.

A continuación se hará una breve descripción del funcionamiento, en estado estacionario, del circuito de dilución. A todo lo largo de este capítulo se supondrá que solo se circula He-3 dentro del circuito de dilución, a una razón de  $\dot{n}$  moles por segundo.

Las bombas que se encuentran a temperatura ambiente ( $\sim 300\text{K}$ ) circulan el He-3 gaseoso. Este, es inyectado, para su enfriamiento, en un baño de He-4L ( $\sim 4\text{K}$ ), después de lo cual es licuado en el condensador que se encuentra en contacto térmico con un baño a  $1.3\text{K}$  (cámara de  $1\text{K}$ ). Ya en estado líquido, pasa por la impedancia, que sirve para aumentar la presión de condensación, y luego es enfriado a la temperatura del evaporador ( $\sim 0.6\text{K}$ ). Después, se enfría aún más, al pasar por el intercambiador de calor. De ahí pasa a la cámara de mezcla, que es la parte más fría de un R.D. y es donde coexisten las dos fases líquidas. En este lugar, el He-3 es diluido al pasar de la fase concentrada a la diluida, absorbiendo calor de los alrededores. Posteriormente, pasa de nuevo por el intercambiador, con el propósito de ayudar a enfriar el He-3 que viaja hacia la cámara de mezcla. Finalmente llega al evaporador, lugar en el cual es bombeado para reiniciar el proceso.

En las siguientes secciones se hará una descripción detallada de cada uno de los elementos que componen el circuito de dilución y que se encuentran a temperaturas menores a  $4\text{K}$ . Estos elementos están aislados térmicamente por el espacio vacío que hay entre el circuito de dilución y el baño de He-4L (Fig. 2.4). La figura 2.5 muestra las características y dimensiones de esta parte en nuestro R.D., su aislamiento térmico se logra con la ayuda del sistema de bombeo mencionado en el inciso A de esta sección. La descripción se hará de acuerdo a la trayectoria que sigue el He-3 dentro del circuito, una vez que ha sido enfriado a  $4\text{K}$ .

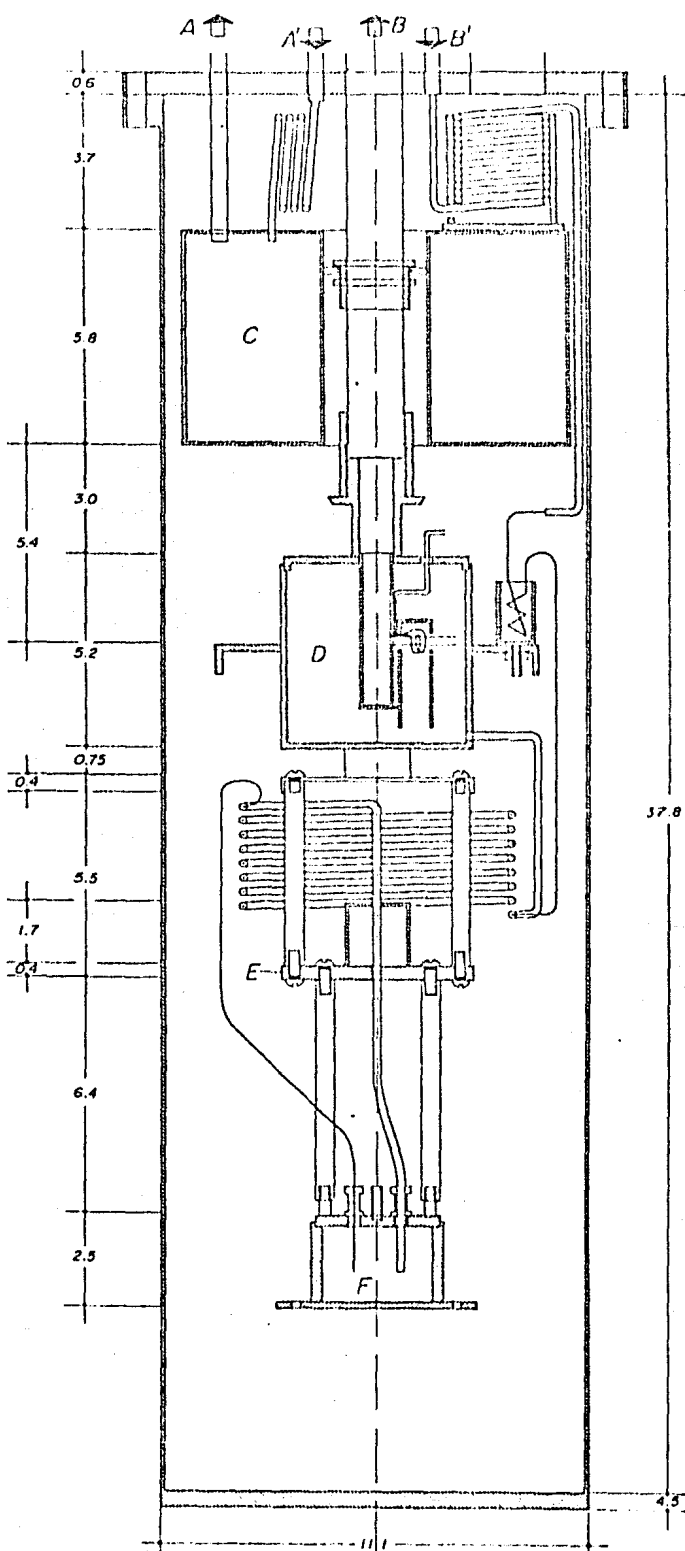


Fig. 2.5 Esquema de los componentes del circuito de dilución del refrigerador del I.I.M., los cuales se encuentran rodeados por el baño de He-4L. Estas componentes están térmicamente aisladas por el espacio vacío que separa al circuito del baño de He-4L.

37.8

**CIRCUITO DE DILUCION**

AA'-EXTRACCION-INYECCION  
 $^4\text{He}$

BB'-EXTRACCION-INYECCION  
 $^3\text{He}-^4\text{He}$

C-CAMARA DE 1K  
Ø est. 100

D-EVAPORADOR  
Ø est. 50

E-PLACA FRIA

F-CAMARA DE MEZCLA

4.5



## 2. CONDENSACION Y ENFRIAMIENTO A TEMPERATURA DEL EVAPORADOR DEL He-3.

La presión a la que se inyecta el He-3 puro, para su condensación, depende fundamentalmente de

- a) La rapidez con que el sistema de bombeo extrae He-3 gas del baño de He-3 diluido que se encuentra en el evaporador.
- b) La temperatura a la cual se encuentra la cámara de 1K.
- c) El contacto térmico entre la cámara de 1K y el condensador.
- d) La magnitud de la impedancia.

A continuación se analizará el papel que desempeñan la cámara de 1K, el condensador, la impedancia y el evaporador, en la condensación y enfriamiento del He-3 que se circula dentro de un R.D.

### A. Cámara de 1K

Una vez que el He-3 ha sido enfriado a 4K, la siguiente etapa de enfriamiento se lleva a cabo en la cámara de 1K. Este consiste en un baño de He-4L, independiente del circuito de dilución, al que le son extraídos sus vapores (mediante la bomba de recuperación de He-4) con el fin de reducir su temperatura hasta aproximadamente 1K, por ello recibe este nombre. El papel principal de esta cámara es servir de baño térmico para que el He-3 sea condensado a  $T_{1K}$ .

El He-4L con el que se alimenta esta cámara, proviene del

baño de He-4L y entra a través de una microválvula manipulada desde el exterior (Fig. 2.2). Existen dos métodos para proveer a la cámara de He-4L, Uno es el llamado continuo, el cual se realiza a través de un tubo capilar que va del baño de He-4L a la cámara de 1K. Este método no requiere de una cámara de gran volumen. Sin embargo, el método denominado de llenado único, si requiere de una cámara de gran capacidad, porque la alimentación se hace de manera que la cámara no necesita llenarse nuevamente en un periodo de tiempo razonablemente grande.

En nuestro refrigerador se instaló en un principio una cámara de 1K, siguiendo el método de llenado continuo. Sin embargo, en la práctica resultó extremadamente difícil encontrar las dimensiones adecuadas que el tubo capilar debía tener, para que el bombeo de He-4L no rebasara a la alimentación de la cámara, por lo cual se optó por el segundo método (Fig. 2.6).

La disminución de la presión de vapor de un líquido de masa  $M_0$ , mediante bombas de vacío, conduce a una reducción en la temperatura del mismo. Esto ocurre porque al bombear los vapores de un líquido, se extraen las moléculas que son capaces de pasar del líquido al gas. Estas moléculas son las que tienen mayor energía cinética. La energía necesaria para enfriar esta masa proviene de la vaporización parcial del líquido, lo que se puede expresar como

$$L(T)dm = mC(T)dT$$

o bien integrando

$$\log(M/M_0) = \int_{M_0}^M \frac{dm}{m} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C(T)dT}{L(T)}$$

donde  $M_0$  y  $T_i$  son la masa y la temperatura del líquido antes de bombear y  $M$  y  $T_f$  su masa y temperatura después de bombear. Estas relaciones son válidas cuando el intercambio térmico con el interior es nulo y la

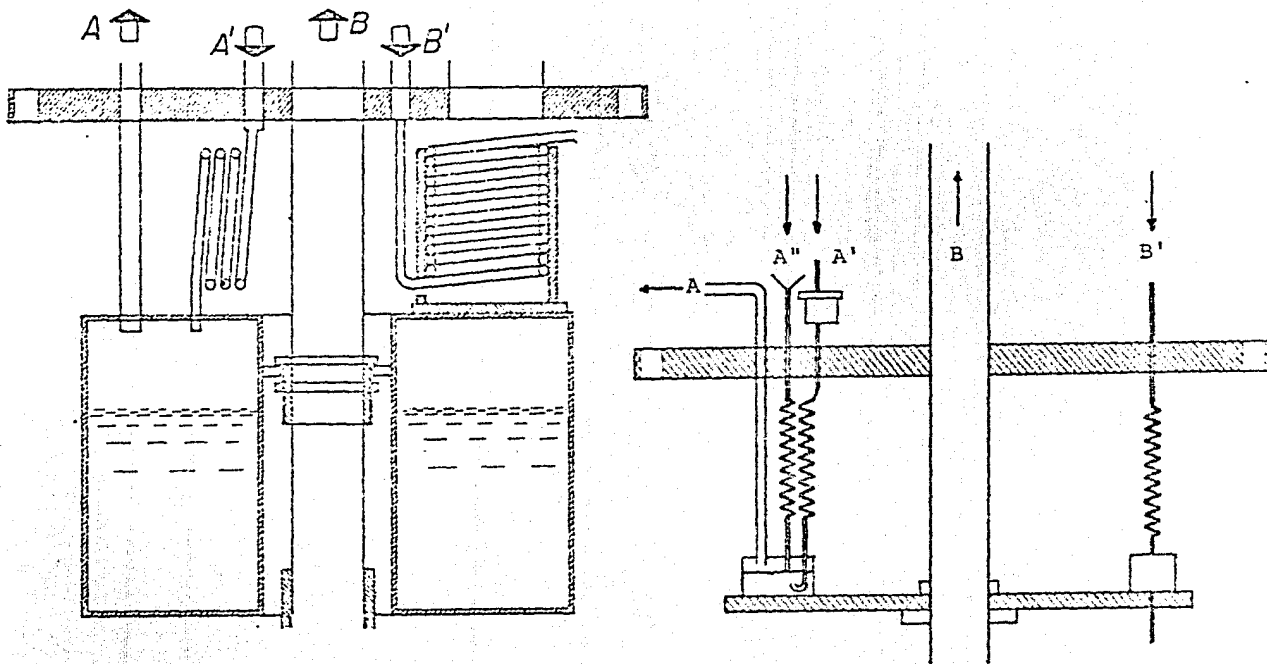


Fig. 2.6 Métodos de alimentación de la cámara de 1K.  
 a) Método de llenado único, b) método de llenado continuo.  
 Las letra A indica la extracción de He-4, mientras que las  
 letras A' y A'' indican la inyección de He-4. Las letras B y B'  
 indican la extracción e inyección de He-3, respectivamente.

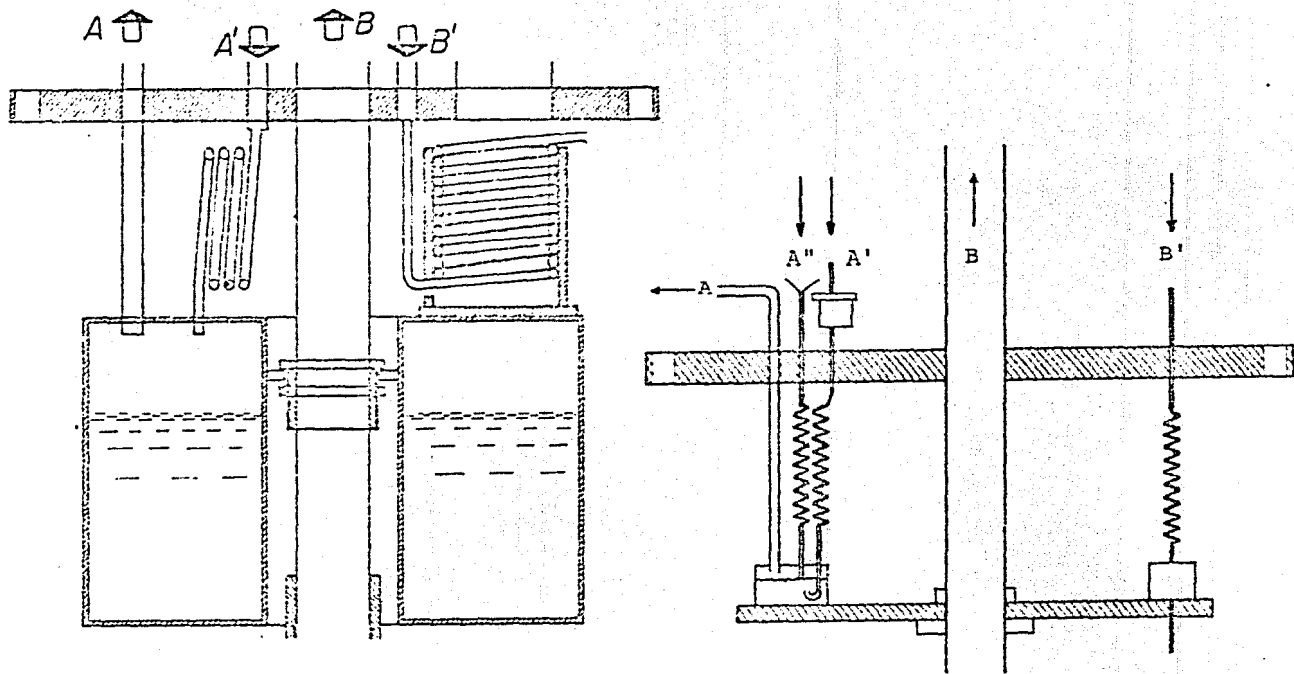


Fig. 2.6 Métodos de alimentación de la cámara de  $1K$ .

a) Método de llenado único, b) método de llenado continuo.  
 Las letras A indica la extracción de  $He-4$ , mientras que las  
 letras A' y A'' indican la inyección de  $He-4$ . Las letras B y B'  
 indican la extracción e inyección de  $He-3$ , respectivamente.

capacidad calorífica es despreciable.

Si la última expresión es utilizada en caso de tener un baño de He-4L, con  $T_1 \approx 4K$ , su resolución (Testard, (1966)), daría como resultado la gráfica de la figura 2.7. En donde se grafica la cantidad de He-4 residual (en porcentaje) en función de la temperatura. En ella se observa que hay una reducción drástica, en un 30% aproximadamente, cuando el He-4 pasa por la transición  $\lambda$ . Esto sucede esencialmente por el gran aumento que presenta  $C_p(T)$  en  $T_\lambda$  (Fig. 1.2), ya que el cambio en  $L_v(T)$ , al pasar por el punto  $\lambda$ , no es tan drástico (Fig. 2.8).

La figura 2.7 indica que, para enfriar el He-4L de la cámara de 1K, de 4K a 1.3K, se pierde aproximadamente el 50% del líquido que se tenía inicialmente. Por ello, se acostumbra llenar la cámara al máximo, después de lo cual ésta es bombeada lentamente, sin cerrar la entrada principal de alimentación, la que se cierra hasta que el bombeo llega a su máxima capacidad. Con esto se evita que la pérdida de He-4L en la cámara de 1K sea tan alta.

Recientemente se ha trabajado con el método de llenado continuo. Esto se ha logrado mediante la alimentación continua de la cámara de 1K a través de la microválvula, la cual se deja ligeramente abierta.

La temperatura de la cámara depende de su diseño y de la capacidad de la bomba. Lounasmaa (1974) consigna una temperatura de 1.3K usando una bomba con capacidad de 10 lt/s. En nuestro caso, aún cuando tenemos una bomba de mayor capacidad ( $220m^3/hr=61.11$  lt/s), solo obtenemos 1.3K. Esto posiblemente se debe a que la bomba se encuentra a unos 15 metros, lo que ocasiona que la velocidad efectiva de bombeo disminuya.

## B. Condensador

El condensador es el dispositivo en el que se lleva a cabo la condensación de He-3. Existen diversos tipos de

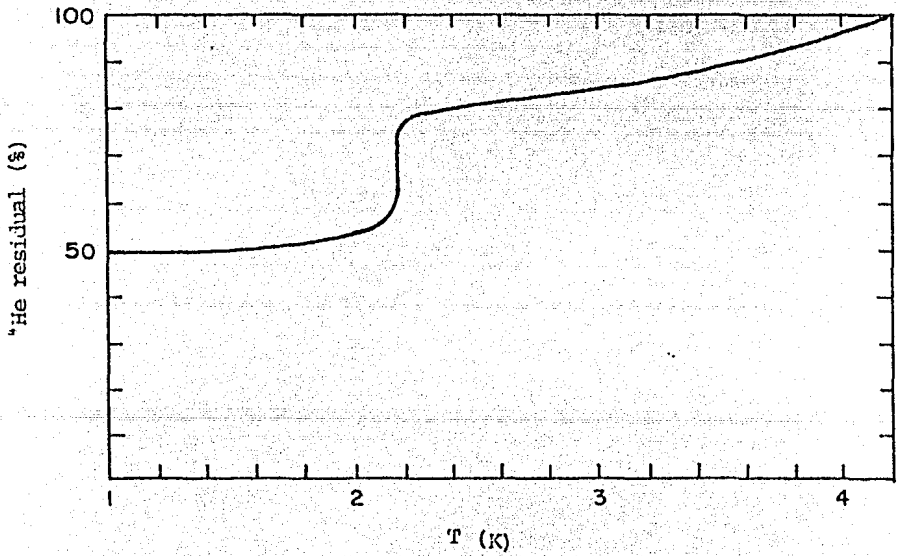


Fig. 2.7 Cantidad de He-4L residual que se conserva al enfriar el baño de la cámara de 1K desde la temperatura normal de ebullición del He-4L (4.2K), mediante la extracción de sus vapores.

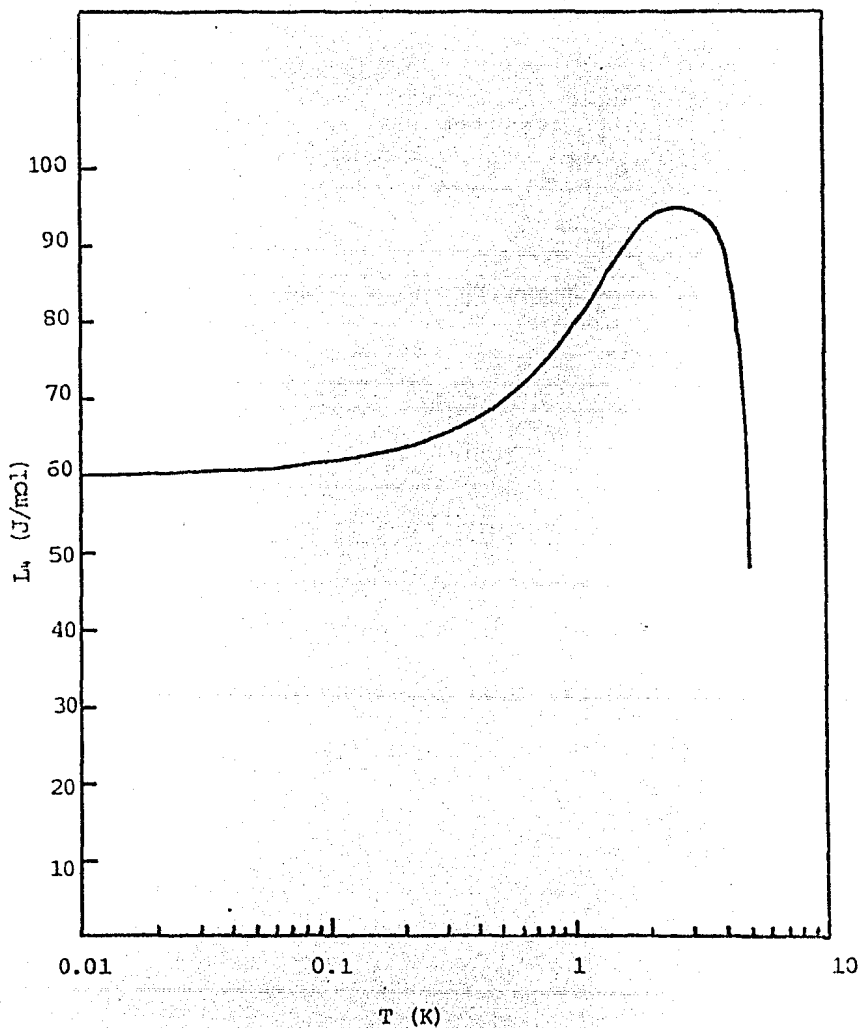


Fig. 2.8 Comportamiento del calor latente de evaporación del He-4 en función de la temperatura.

condensadores, los más utilizados son tubos de cobre o cupro-níquel (Cu-Ni), o bien cilindros de cobre llenos de polvo de cobre sinterizado. Este polvo está constituido de pequeñas esferas que, al aumentarles la temperatura cerca del punto de fusión del cobre, se pegan entre si y con las paredes del cilindro (se sinterizan). Con esto, se pretende que exista un buen contacto térmico tanto entre las esferas como entre éstas y las paredes del cilindro. Aumentando así, el área de intercambio térmico entre el He-3 y el condensador.

Para que la condensación del He-3 se lleve a cabo a  $T_c$  el condensador puede ser colocado dentro del baño de 1K o bien, en contacto térmico con la cámara. La primera opción tiene la ventaja de proporcionar un buen intercambio térmico entre el baño y el condensador. En las primeras pruebas se empleó este método, sin embargo, tiene la desventaja de que en caso de existir una fuga de He-3 hacia el baño, sería imposible detectarla y el He-3 se perdería. Por esto posteriormente se optó por el segundo método, en el que debe existir un buen contacto térmico entre el condensador y la cámara de 1K, para que el intercambio térmico sea adecuado. Además, tanto la cámara como el condensador deben ser de un material que posea alta conductividad térmica. Para garantizar la condensación del He-3 a  $T_c$ , su presión de entrada al condensador debe ser mayor que su presión de vapor en estado líquido, a esa temperatura.

Como hemos supuesto que el R.D. funciona en régimen estacionario, la presión de condensación debe mantenerse constante en el tiempo. Por ello, el proceso de condensación es un proceso isobárico que puede ser visualizado en un diagrama P vs H, como el que se muestra en la figura 2.9 (Laumon, (1972)), mediante una línea de presión constante ( $P_{con}$ ) que vá de la isoterma  $T=4K$  de la fase gaseosa, a la isoterma  $T=1.3K$  de la fase líquida. Para que en este proceso solo se obtenga He-3L, es necesario que el punto final ( $H_f$ ) no caiga dentro de la curva de coexistencia líquido-vapor. En el caso particular de que la condensación se llevara a cabo a una temperatura  $T=1.3K$ , la presión de condensación deberá ser ligeramente superior a la presión de vapor del He-3 a esa temperatura, esto es,  $P_{con} > P(T=1.3K) \approx 0.025 \text{ atm}$ . Suponiendo que  $P_{con} = 0.03 \text{ atm}$ , entonces, el calor que



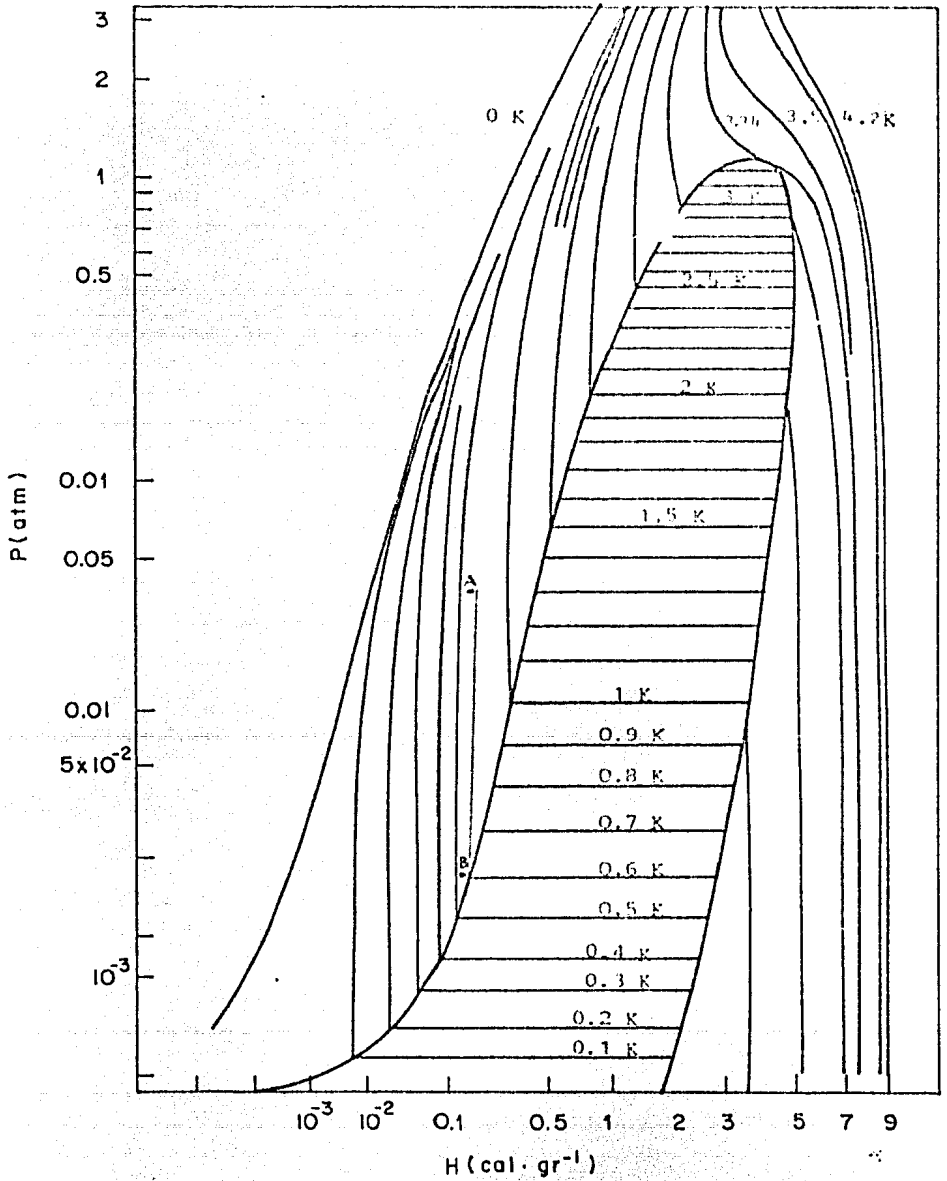


Fig. 2.9 Diagrama de presión contra entalpia para el He-3.

habría que extraerle al He-3 gas para condensarlo, estaría dado por (Ec. 1.20)

$$Q = \Delta H = H_2 - H_1 = H_2(T=4K) - H_2(T=1.3K) \approx 8.65 \text{ cal/g}$$

Si  $\dot{n}_3$  es el flujo de He-3, la potencia de enfriamiento será

$$\dot{Q} = \dot{n}_3 Q$$

pero  $1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$  y la masa molar del He-3 es  $m_3 N_0 = 5.01 \times 10^{-24} \text{ g} (6.02 \times 10^{23} / \text{mol}) \approx 3.01 \text{ g/mol}$ . Entonces  $\dot{Q}$  se puede escribir como

$$\dot{Q} = 8.65 \dot{n}_3 \text{ cal/g}$$

$$= (8.65 \dot{n}_3 \text{ cal/g}) (4.19 \text{ J/cal}) (3.01 \text{ g/mol})$$

$$\approx 109 \dot{n}_3 \text{ W}$$

2.1

Si el condensador es un tubo, es posible estimar su longitud en la siguiente forma. En primera aproximación, hay que suponer que la superficie interior del tubo, por donde circula el He-3, se encuentra a 4K, mientras que, la superficie exterior se encuentra a 1.3K. De esta manera, la cantidad de calor conducida a través de la pared del tubo, por unidad de tiempo, se puede calcular con la siguiente ecuación

$$\dot{Q} = 2\pi l K \Delta T / \ln(D/d)$$

donde  $D$  es el diámetro exterior del tubo,  $d$  el interior,  $l$  la longitud,  $K$  la conductividad térmica del material del tubo y  $\Delta T = 4K - 1.3K \approx 2.7K$  es el gradiente de temperatura. Si se utiliza un tubo de Cu-Ni con  $D = 2.2 \times 10^{-3} \text{ m}$  y  $d = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ , la conductividad térmica en este caso será  $K \approx 0.33 \text{ W/Km}$  (Fig. 2.3). De aquí que

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= 2\pi l (0.33 \text{ W/K m})(3 \text{ K}) / \ln(2.2 \times 10^{-3} \text{ m} / 2 \times 10^{-3} \text{ m}) & 2.2 \\ &= 58.74 \text{ W} \end{aligned}$$

Como el calor que hay que extraer al He-3 para condensarlo a 1.3K está dado por la ecuación 2.1, entonces, igualando las ecuaciones 2.1 y 2.2 y despejando l se tiene

$$l = 1.85\dot{n}_3, \text{ m}$$

que es la longitud que debe poseer el condensador para poder licuar el He-3. Esta longitud es una sobrestimación de la verdadera dependencia entre l y  $\dot{n}_3$ . La temperatura dentro del tubo es mayor a la entrada que al final (cuando ya fue condensado el He-3), y aquí se ha considerado que siempre es de 4K. Sin embargo, esta estimación nos proporciona la longitud máxima que se debe considerar para condensar el He-3.

### C. Impedancia y enfriamiento a temperatura del evaporador (T<sub>ev</sub>)

La impedancia permite que la presión de inyección de He-3 al condensador se mantenga lo suficientemente alta como para que éste se logre condensar. La mayoría de las impedancias son tubos extremadamente delgados ( $d \approx 10^{-4}$  m), o tubos a los que se les introduce un alambre de acero inoxidable y se estrangulan ligeramente. En general se trata de que este tipo de dispositivos ofrezcan resistencia al paso de He-3L, lo que trae como consecuencia que a la salida de él la presión del He-3 condensado disminuya en  $\Delta P$ .

La magnitud de la impedancia puede ser estimada con la ayuda de la ecuación de Poiseuille

$$\Delta P = Z\dot{V}$$

2.3

donde  $\Delta P$  es la descompresión que sufre el fluido al pasar por la impedancia,  $\dot{V}$  es el flujo volumétrico o gasto ( $\dot{V} = V\dot{n}$ , donde  $V$  es el volumen molar y  $\dot{n}$  es el flujo molar),  $\eta$  es la viscosidad y  $Z$  la impedancia. Por analogía con la ley de Ohm para circuitos eléctricos, en realidad se debería llamar impedancia a  $Z\eta$ , sin embargo, es más conveniente utilizar  $Z$ , porque, desde el punto de vista experimental, es más útil y porque es independiente del tipo de fluido y de la temperatura (exceptuando los cambios de expansión térmica).

Para que esta estimación resulte lo más realista posible, el flujo de He-3 debe ser laminar y el proceso de descompresión dentro de la impedancia se debe llevar a cabo isotérmicamente. Esto último se puede realizar anclando térmicamente la impedancia a la cámara de 1K o al evaporador. Con esto, se garantiza que tanto  $\eta$ , como  $V_s$ , que son funciones de la temperatura (Figs. 1.16 y 2.10), se mantengan constantes durante el proceso de descompresión. Además, en éste proceso se debe tener cuidado de que la presión a la salida de la impedancia sea lo suficientemente alta como para impedir la evaporación del He-3, esto es, la descompresión no debe permitir que se rebase la curva de saturación (Fig. 2.9). De esta manera, con la  $\Delta P$  adecuada y los valores que  $\eta$  y  $V_s$  asumen a la temperatura en que se realiza la descompresión, se puede estimar  $Z$  con la ecuación 2.3. Por ejemplo, si el proceso de descompresión se realiza a temperatura del evaporador, entonces, la descompresión se lleva a cabo en la isoterma  $T_{ev}=0.6K$  (trayectoria AB, Fig. 2.9). La presión a la entrada de la impedancia ( $P_i$ ), es la presión de condensación, la cual debe ser, al menos, igual a la presión de vapor del He-3 a 1.3K, i.e.,  $P_i \geq P_v(T=1.3K)=0.045 \text{ atm}$  (punto A, Fig. 2.9), mientras que, la presión a la salida no debe ser menor que la presión de saturación a  $T_{ev}=0.6K$  (punto B, Fig. 2.9), i.e.,  $P_f \approx 7 \times 10^{-4} \text{ atm}$ . De esta manera, la descompresión es  $\Delta P = (0.045 - 0.0007) \text{ atm} = 0.044 \text{ atm} = 4458.4 \text{ N/m}^2$ . Por otro lado, a  $T_{ev}=0.6K$  la viscosidad del He-3 puro es

$$\eta_3(T=0.6K) = 4 \times 10^{-4} \text{ N s/m}^2$$

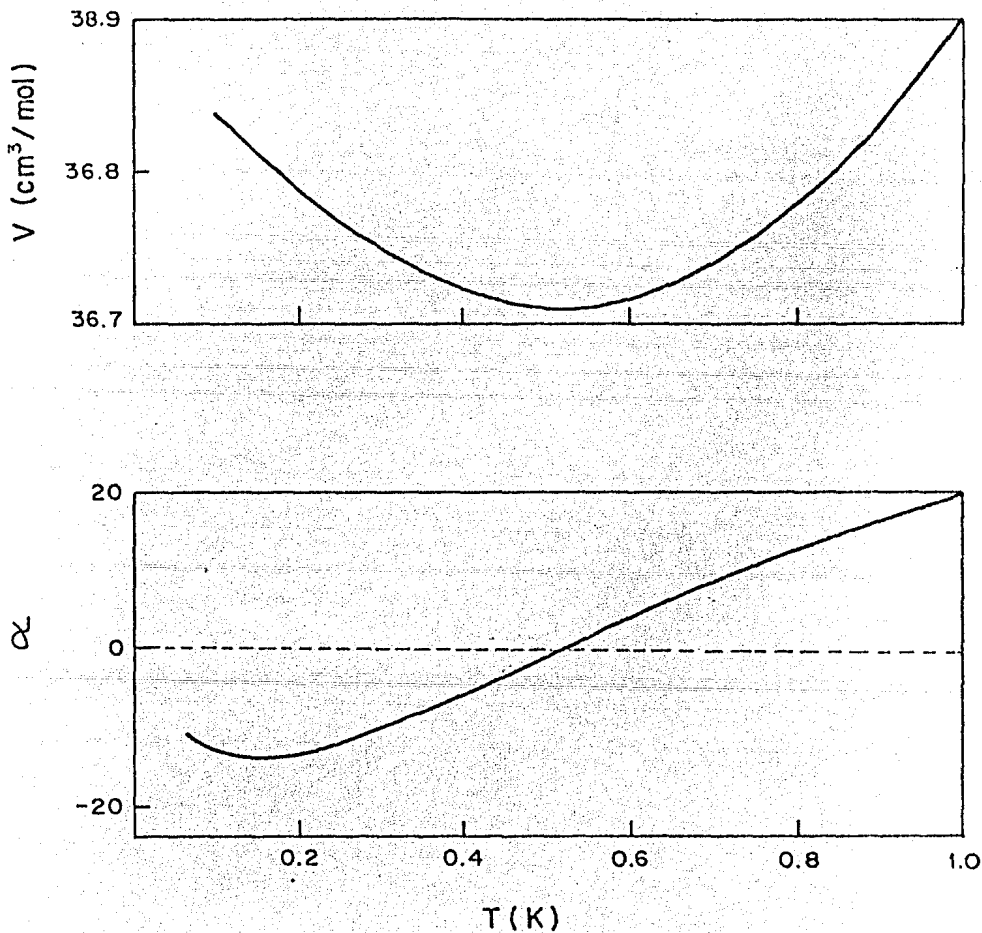


Fig. 2.10 Volumen molar ( $V$ ) y coeficiente de expansión térmica ( $\alpha$ ) del He-3L bajo presión de vapor saturado, para  $t < 1$  K, según Kerr y Taylor (1962) y Boghosian, Meyer y Rives (1966).

(Fig. 1.16), y el volumen molar es

$$V_3 \approx 36.7 \text{ cm}^3/\text{mol} = 36.7 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$$

(Fig. 2.10). Por lo tanto, suponiendo un flujo de He-3 de  $\dot{n}_3 = 30 \times 10^{-6}$  moles/s y sustituyendo estos valores en la ecuación 2.3 se tiene

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta P}{\sqrt{\dot{n}_3 V_3}} \\ &= \frac{4458.4 \text{ N/m}^2}{(4 \times 10^{-6} \text{ N s/m}^2)(30 \times 10^{-6} \text{ mol/s})(36.7 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol})} \\ &= 10^6 / \text{m}^3 \end{aligned}$$

que es la estimación, con valores experimentales, de la impedancia.

Si la impedancia es un tubo muy delgado, de diámetro interior  $d$ , se puede estimar su longitud mediante la ecuación

$$Z = 128 l / \pi d^4 \quad 2.4$$

donde  $l$  es la longitud del tubo. Por lo tanto, si en esta ecuación se sustituye  $Z$  de la ecuación 2.3 y se despeja  $l$ , la longitud del tubo será

$$l = \pi d^4 \Delta P / 128 \dot{n}_3 \quad 2.5$$

Sin embargo, esta forma de estimar la longitud del tubo, con ayuda de la ecuación 2.4, es poco confiable, ya que  $l$  depende de  $d^4$  (Ec. 2.5) y  $d$  es de dimensiones pequeñas, lo que ocasiona que una ligera variación en  $d$ , producida al enrollar o estrechar accidentalmente el tubo, provoque

una fuerte variación en la estimación de l.

Por otro lado, una vez estimada la magnitud de la impedancia, es necesario verificar el valor de Z experimentalmente. En el caso de que la impedancia sea un tubo, es necesario checar experimentalmente, por prueba y error, qué longitud de l produce el valor de Z estimado previamente con la ecuación 2.3. Para poder hacer esto, sería necesario poner a funcionar en cada prueba y error el R.D., esto, obviamente, sería poco práctico. Por ello, experimentalmente se sigue un procedimiento diferente para medir Z independientemente al R.D. Anderson (1970), sugiere que en la práctica Z se puede medir utilizando nitrógeno a temperatura ambiente, con un gasto de  $\dot{V}_{N_2} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  y una  $\Delta P = 26664 \text{ N/m}^2$ . Con estos datos y con el valor de la viscosidad del nitrógeno ( $\gamma_{N_2} = 175 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}^2$ ) se tiene una Z de

$$Z = \frac{\Delta P}{\gamma_{N_2} \dot{V}_{N_2}} = \frac{26664 \text{ N/m}^2}{(175 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}^2)(3 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})} \approx 0.5 \times 10^9 / \text{m}^3$$

de donde se puede apreciar que esta sugerencia es correcta, ya que da un valor de Z muy aproximado al estimado previamente, utilizando los valores de  $\gamma$  y  $\dot{V}$  del He-3L a Tev.

#### DIVERSOS METODOS DE DESCOMPRESION Y ENFRIAMIENTO A Tev.

Una vez que el He-3 ha sido condensado, el proceso de enfriamiento de éste puede seguir métodos muy diversos. Esto quiere decir que, tanto el número de impedancias necesarias para descomprimir el He-3, antes de que éste llegue a los intercambiadores, como su ubicación, dependen del diseño del R.D. Existen principalmente tres procesos, los que se muestran en la figura 2.11 y consisten de las siguientes etapas

#### PRIMER PROCEDIMIENTO

Trayectoria ABCD: AB, condensación en la cámara de 1K

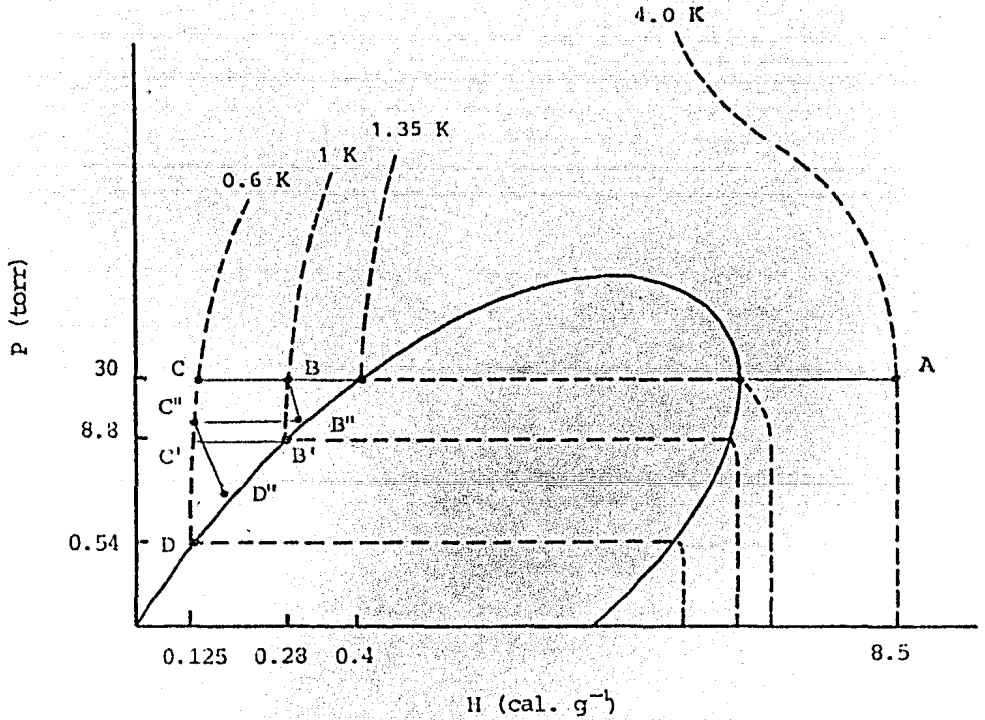


Fig. 2.11 : Tres de los procesos de descompresión y enfriamiento hasta  $T_{ev}$  del He-3L más utilizados en los R.D., representados en un diagrama P vs H.



BC,       enfriamiento a  $T_{ev}$   
CD,       descompresión  
          isotérmica

## SEGUNDO PROCEDIMIENTO

Trayectoria ABB'C'D':    AB,       condensación  
                          BB',      primera descompresión  
                                  isotérmica  
                          B'C',     enfriamiento a  $T_{ev}$   
                          C'D,      segunda descompresión  
                                  isotérmica

## TERCER PROCEDIMIENTO

Trayectoria ABB''C''D'': AB,       condensación  
                          BB'',     primera descompresión  
                                  isentrópica  
                          B''C'',   enfriamiento a  $T_{ev}$   
                          C''D'',   segunda descompresión  
                                  isentrópica

Por su sencillez, conviene adoptar cualquiera de los dos primeros métodos, ya que el tercero consta de dos descompresiones isentrópicas, las cuales son difíciles de llevar a cabo en la práctica y por ello, se corre el riesgo de que la descompresión de B a B'' se forme vapor si B'' cae dentro de la curva de saturación. Por ello, Wheatley (1968 a) realiza una segunda descompresión, después de haber enfriado el He-3 a  $T_{ev}$ , con esto, se condensa el He-3 que en la primera descompresión haya quedado en estado gaseoso.

En nuestro R.D. intentamos usar una versión modificada del primer método, que consiste en realizar la descompresión y el enfriamiento al mismo tiempo, esto es, pasar de B a D (fig. 2.11). Sin embargo, la cantidad de calor que el evaporador recibía por esta causa, la cual aumenta fuertemente con  $\dot{n}_3$ , era tan grande que impedía el adecuado funcionamiento de éste. Finalmente, se optó por el primer método.

### 3. INTERCAMBIADORES DE CALOR

El intercambio de calor entre el He-3 puro y el diluido se lleva a cabo mediante los denominados intercambiadores de calor, dentro de los cuales se pueden distinguir dos clases: los continuos y los discretos. En ambos sucede que, conforme la temperatura disminuye, es más difícil realizar un intercambio térmico entre el He-3 puro y el diluido. Esto se debe, principalmente, al comportamiento que siguen algunas propiedades de estos líquidos.

Dado que un intercambiador continuo es un dispositivo sencillo, en la primera parte de esta sección se analizan y comparan los efectos ocasionados por la viscosidad y la conducción térmica de los líquidos, así como el transporte de calor a través de una interfase sólido-líquido, sobre un intercambiador continuo. Con ayuda de esta información se encuentran algunas características que debe poseer un intercambiador continuo, para que realice un mejor transporte de calor. En la segunda parte de esta sección se hacen algunas cosas equivalentes, pero considerando un intercambiador discreto.

#### A. Intercambiadores continuos

Los intercambiadores continuos están constituidos, generalmente, de dos tubos concéntricos, uno dentro del otro, a través de los cuales circulan a contracorriente los fluidos que intercambian su calor. Como el tubo interno está rodeado por el fluido que circula a través del tubo exterior, para que se realice un mejor intercambio de calor, es deseable que el tubo interno sea de pared delgada. Además se requiere que los tubos tengan una conductividad térmica pobre, con el propósito de que no haya propagación de calor longitudinalmente. Por ello, en el R.D., los tubos utilizados con mayor frecuencia son de acero inoxidable o Cu-Ni (Fig. 2.3). Con esto, se reduce la conducción de calor a lo largo del intercambiador, producida por el gradiente de temperatura

### 3. INTERCAMBIADORES DE CALOR

El intercambio de calor entre el He-3 puro y el diluido se lleva a cabo mediante los denominados intercambiadores de calor, dentro de los cuales se pueden distinguir dos clases: los continuos y los discretos. En ambos sucede que, conforme la temperatura disminuye, es más difícil realizar un intercambio térmico entre el He-3 puro y el diluido. Esto se debe, principalmente, al comportamiento que siguen algunas propiedades de estos líquidos.

Dado que un intercambiador continuo es un dispositivo sencillo, en la primera parte de esta sección se analizan y comparan los efectos ocasionados por la viscosidad y la conducción térmica de los líquidos, así como el transporte de calor a través de una interfase sólido-líquido, sobre un intercambiador continuo. Con ayuda de esta información se encuentran algunas características que debe poseer un intercambiador continuo, para que realice un mejor transporte de calor. En la segunda parte de esta sección se hacen algunas cosas equivalentes, pero considerando un intercambiador discreto.

#### A. Intercambiadores continuos

Los intercambiadores continuos están constituidos, generalmente, de dos tubos concéntricos, uno dentro del otro, a través de los cuales circulan a contracorriente los fluidos que intercambian su calor. Como el tubo interno está rodeado por el fluido que circula a través del tubo exterior, para que se realice un mejor intercambio de calor, es deseable que el tubo interno sea de pared delgada. Además se requiere que los tubos tengan una conductividad térmica pobre, con el propósito de que no haya propagación de calor longitudinalmente. Por ello, en el R.D., los tubos utilizados con mayor frecuencia son de acero inoxidable o Cu-Ni (Fig. 2.3). Con esto, se reduce la conducción de calor a lo largo del intercambiador, producida por el gradiente de temperatura

existente entre el evaporador y la cámara de mezcla.

En el R.D., para lograr un mejor enfriamiento del He-3 puro, se hace circular a éste por el tubo interno y al He-3 diluido por el tubo externo. Además, el volumen del interno es mucho menor que el del externo (Fig. 2.12). Esto último tiene la ventaja adicional de reducir la cantidad de He-3 que se necesite utilizar.

Para reducir el espacio que suele ocupar un intercambiador continuo (2m), se acostumbra enrollar en forma espiral los tubos (Fig. 2.12)

#### EFFECTOS DE LA CONDUCTIVIDAD TERMICA Y LA VISCOSIDAD EN LOS PROCESOS DE TRANSPORTE DE CALOR

El He-3 puro y diluido que circulan a través de un intercambiador, pueden ser un medio adecuado para conducir cierta cantidad de calor del evaporador a la cámara de mezcla. Sin embargo, al comparar las gráficas de conductividad térmica del He-3 puro y diluido, con las del Cu-Ni o del acero inoxidable, se observa que sus valores no difieren grandemente, como para que el He-3 puro y diluido proporcionen más calor, que el que proporciona por conductividad térmica el material del intercambiador. Además, la cantidad de calor transportada por conducción  $\dot{Q}_k$ , depende del área transversal, por lo que conviene hacer intercambiadores de diámetro pequeño, o bien largos.

El calor generado por unidad de tiempo, por la fricción de un líquido con las paredes del tubo o canalización a través de la cual se mueve, depende del flujo volumétrico o gasto ( $\dot{V}$ ) y del gradiente de presión que obliga al fluido a moverse ( $\Delta P$ ) en la forma (Wheatley, (1968 a)).

$$\dot{Q}_f = \dot{V} \Delta P$$

usando la ecuación 2.3 se tiene

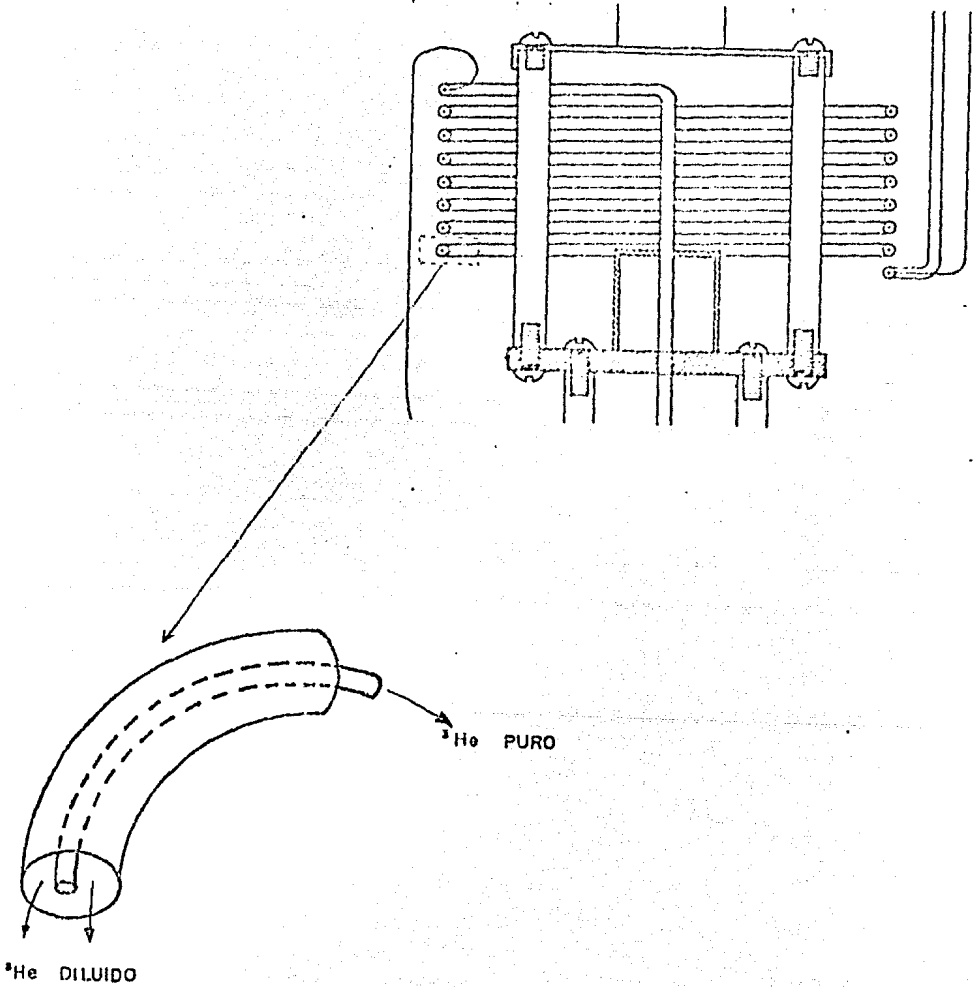


Fig. 2.12 Intercambiador de calor continuo. El He-3 puro fluye a través del tubo interno, mientras que, el He-3 diluido fluye por el externo en sentido contrario.

$$\dot{Q}_\gamma = Z\eta\dot{U}^2$$

en donde, de la ecuación 2.4 se tiene que  $Z=128/\pi d^4$ . De aquí se observa que una disminución en  $d$ , de un orden de magnitud, provoca un aumento en  $\dot{Q}_\gamma$  de cuatro órdenes de magnitud. Como en el R.D. los intercambiadores de calor tienen tubos delgados,  $\dot{Q}_\gamma$  puede llegar a ser grande. Para analizar su comportamiento a las temperaturas a las que funciona un intercambiador de calor dentro de un R. D., se construyó una gráfica de  $\dot{Q}_\gamma$  vs  $T$ , para algunos de los diámetros más utilizados. Además,  $\dot{Q}_\gamma$  depende también de  $\eta$ , la cual, para  $T \ll 1K$  aumenta rápidamente tanto para el He-3 puro, como para el diluido (Fig. 1.16).

De la figura 2.13 se observa que, si el He-3 puro y el diluido circulan en una canalización con las mismas dimensiones ( $d=3 \times 10^{-4}m$ ), el calor generado por unidad de tiempo ( $\dot{Q}$ ) en el primero (curva 1) será menor que en el segundo (curva 2). Esto se debe a la diferencia tanto en sus viscosidades como en sus volúmenes molares. Si se desea que sea aproximadamente igual para ambos fluidos, el diámetro del tubo del diluido debe ser mayor que el del puro.

Si se circula He-3 puro a través de canalizaciones de diferente dimensión, se observa que el calentamiento por viscosidad aumenta en dos órdenes de magnitud (curvas 1 y 3, Fig. 2.13), al reducir en un tercio el diámetro del tubo. Este calentamiento sería mayor, si en lugar de circular He-3 puro se circulara He-3 diluido, ya que, como se ha visto, la viscosidad de éste último es mayor. Esta es otra de las razones por las cuales el He-3 diluido circula a lo largo del tubo de mayor diámetro.

Por otro lado, la cantidad de calor que es capaz de aceptar un fluido, por unidad de tiempo ( $\dot{Q}_c$ ), depende de su calor específico en la forma

$$\dot{Q}_c = \dot{n}c\Delta T$$

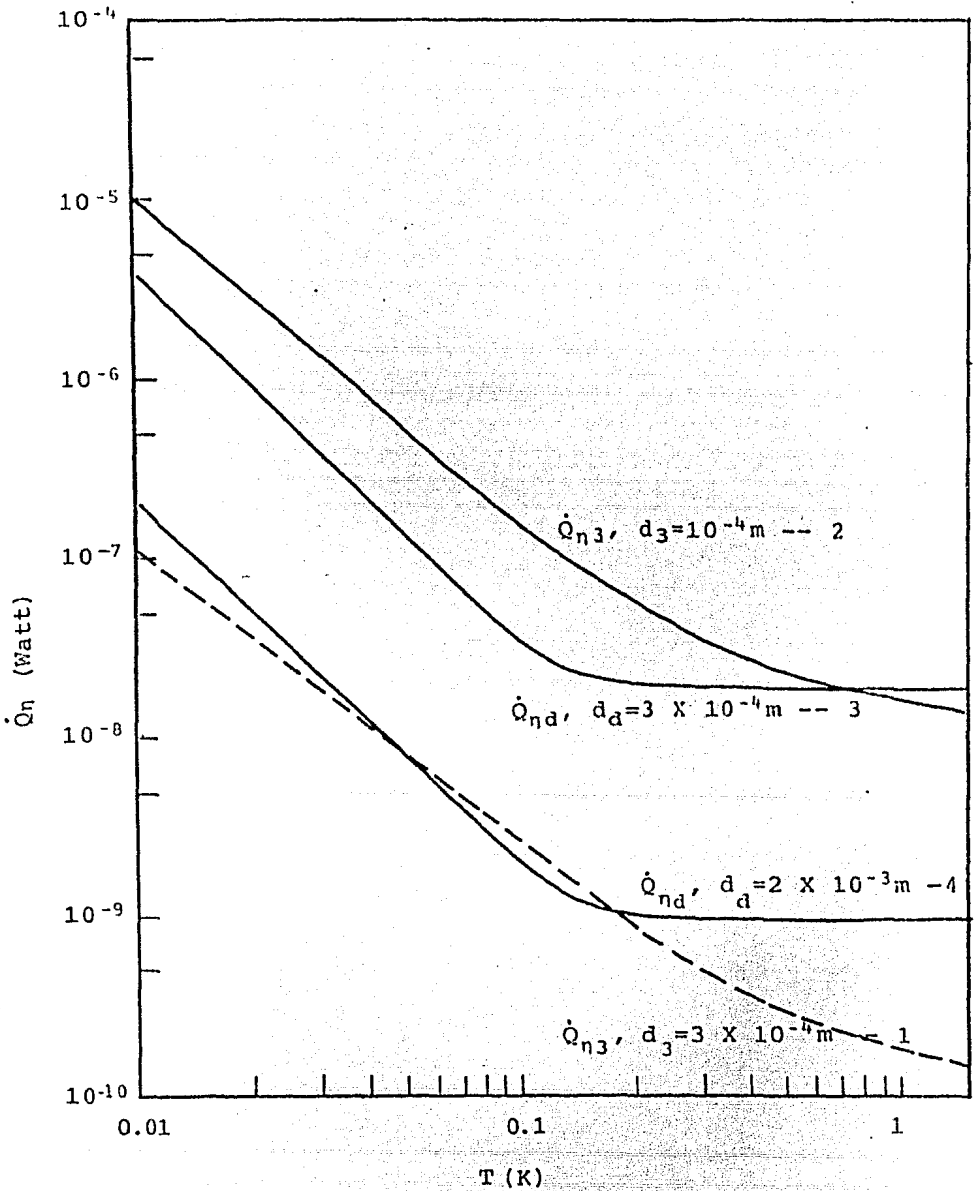


Fig. 2.13 Calentamiento por viscosidad, producido por el He-3 puro  $\dot{Q}_{n3}$  y el diluido  $\dot{Q}_{nd}$  al fluir a través de tubos con diferente diámetro.

donde  $\Delta T$  es el cambio en temperatura del fluido y  $\dot{n}$  el flujo. Si se supone que  $\dot{Q}_\gamma$  es absorbido en su totalidad por el fluido  $\gamma$ , que la canalización a través de la cual viaja, no recibe ninguna cantidad de ese calor. Entonces, se pueden igualar  $\dot{Q}_c$  y  $\dot{Q}_\gamma$ , obteniendo.

$$\dot{n}C\Delta T = Z\eta\dot{U}$$

y despejando  $\Delta T$

$$\Delta T = Z\eta\dot{U} / \dot{n}C \quad 2.6$$

la que representa el cambio en temperatura sufrido por el fluido al ser calentado por  $\dot{Q}_\gamma$ . En el caso particular del He-3 puro y el diluido para,  $0.01K < T < 0.05K$ , se tiene

He-3 PURO:

$$\left. \begin{aligned} \eta_3 &= 2 \times 10^{-7} T^{-2} \text{ N s/m}^2 \\ C_3 &= 24T \text{ J/mol K}^2 \\ V_3 &\approx 37 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Secc. I.2.E} \\ \text{Fig. 2.10} \end{array}$$

He-3 DILUIDO:

$$\left. \begin{aligned} \eta_d &= 5 \times 10^{-7} T^{-2} \text{ N s/m}^2 \\ C_d &= 108T \text{ J/mol K}^2 \\ V_d &= V_H/X_d \approx 130 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol de He-3} \end{aligned} \right\} \text{Secc. I.2.E}$$

Lounasmaa (1974), p. 74

sustituyendo éstas en 2.6 se obtiene



$$\Delta T_3 = 114 \times 10^{-17} Z_3 / T^3 \dot{n}_3 \quad \text{y} \quad \Delta T_d = 856 \times 10^{-17} Z_d / T^3 \dot{n}_3$$

Suponiendo que la impedancia de la canalización, la temperatura y el flujo son los mismos para ambos fluidos, entonces

$$\Delta T_d \approx 8 \Delta T_3$$

Lo que significa que la  $\Delta T$  en el He-3 diluido es ocho veces mayor que en el He-3 puro. Por lo tanto, para que  $\Delta T_3 \approx \Delta T_d$ , en el caso particular de los intercambiadores de calor continuos, se necesita que  $Z_3 \approx 8Z_d$  o bien, puesto que  $Z = 128 / \pi d^4$ , que  $1.7d_3 = d_d$ . Esto es, el volumen del tubo capilar por donde viaja el He-3 diluido, en un intercambiador continuo, debe tener un volumen tres veces mayor que aquel por el que viaja el He-3 puro. De acuerdo a este criterio, y otros que se verán más adelante, se diseñan los intercambiadores de calor. En nuestro R.D., el diámetro del tubo por donde fluye el He-3 puro es de  $3 \times 10^{-4}$  m, y el del tubo por donde fluye el He-3 diluido es de  $2 \times 10^{-3}$  m. Como se puede apreciar de la figura 2.13, el calor generado en uno y otro lado, tienden a ser muy parecidos por debajo de 0.2K (curvas 1 y 4).

## RESISTENCIA TERMICA DE KAPITZA

El intercambio de energía puede llevarse a cabo mediante electrones, fonones, fotones, y aún eventualmente por medio de otras excitaciones elementales. En aislantes y por debajo de 1K, el calor es transportado por fonones. Esto mismo sucede en la frontera entre dos aislantes diferentes, o un aislante y un conductor, o entre el Hel y un sólido. Este intercambio por radiación acústica sigue una ley semejante a la ley de Stefan, según la cual, el flujo de energía está dado por

$$\dot{Q}_K / S = \beta (T_2^4 - T_1^4) \quad 2.7$$

donde  $T_2$  y  $T_1$  son las temperaturas de los cuerpos que intercambian su calor, S es el área de intercambio y  $\beta$  un

factor de proporcionalidad que depende de la naturaleza física de los cuerpos que intercambian su calor.

En la transmisión de calor del He-3 puro al diluido hay dos fronteras o superficies en contacto (Fig. 2.14). Si se denota por  $T_3$  a la temperatura del He-3 puro, por  $T_p$  a la temperatura de la pared a través de la que se intercambia el calor y por  $T_d$  a la temperatura del He-3 diluido, donde  $T_3 > T_p > T_d$ , entonces, el intercambio de calor entre el He-3 puro y la pared se expresa, con la ayuda de la ecuación 2.7 como

$$\dot{Q}_k / S_3 = \beta_3 (T_3 - T_p)$$

y el intercambio de calor entre la pared y el He-3 diluido es

$$\dot{Q}_k / S_d = \beta_d (T_p - T_d)$$

donde  $S_3$  y  $S_d$  son las áreas de intercambio entre el He-3 puro y el diluido con la pared, respectivamente. Con ayuda de estas dos últimas ecuaciones se puede eliminar a  $T_p$ , obteniendo

$$\dot{Q}_k = \frac{S_3 S_d \beta_3 \beta_d}{S_3 \beta_3 + S_d \beta_d} (T_3 - T_d)$$

si  $S_3 \approx S_d = S$ , como ocurre en los intercambiadores continuos, donde el área de intercambio es aproximadamente el área del tubo interno, entonces

$$\dot{Q}_k / S = \beta_m (T_3 - T_d) \quad 2.8$$

donde  $\beta_m = \beta_3 \beta_d / (\beta_3 + \beta_d)$ . El valor que puede tomar  $\beta_m$  está acotado entre  $\beta_3/2$  y  $\beta_d/2$ , donde  $\beta_i$  es la menor de  $\beta_3$  y  $\beta_d$ .

En un intercambiador de calor, en general sucede que  $T_3 - T_d = \Delta T$ . Además, si  $T_2 \approx T_1 = \Delta T$ , entonces la ecuación 2.7

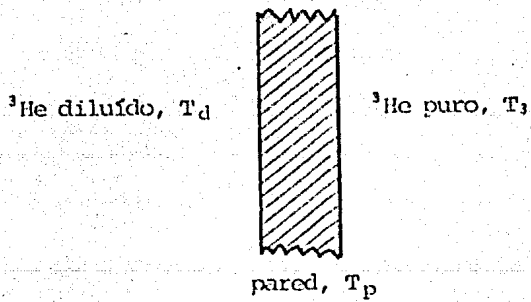


Fig. 2.14 Transporte de calor del He-3 puro al diluido a través de la pared de un intercambiador continuo.

se escribe como

$$\dot{Q}_K/S = 4\beta T^4 \Delta T$$

de donde se observa que la disminución de  $\dot{Q}_K$  es drástica, ya que se reduce como  $T^3$  conforme  $T$  disminuye.

Definiendo  $R_K = 1/4\beta T^3$  la ecuación 2.8 se escribe como

$$\dot{Q}_K/S = \Delta T/R_K$$

De aquí se puede apreciar que  $R_K$  actúa como una resistencia que se opone al flujo de calor. Esta limitación de transferencia de energía térmica, que aparece en la superficie de contacto entre dos cuerpos, se le conoce como resistencia térmica de Kapitza, ya que este efecto fue descubierto por Kapitza (1941) cuando realizaba experimentos relacionados con la superfluidez del He-4. El observó, que para temperaturas entre 1.6K y  $T_\lambda$ , había una diferencia de temperaturas, entre el He II y el cobre en contacto, del orden de 2mK para un flujo de calor de 1 mW/cm<sup>2</sup>.

En la tabla 2.1 se muestra el comportamiento de  $R_K$  para el intercambio del He-3L y del He II con algunos sólidos. Además, en la figura 2.15 se muestra el comportamiento de  $R_K T^3$  para algunas parejas de materiales.

#### ANÁLISIS DE LA CONTRIBUCION DE DIFERENTES FUENTES DE CALOR, SOBRE UN INTERCAMBIADOR CONTINUO

Se ha visto que la conductividad térmica, la viscosidad y la resistencia térmica de Kapitza dependen de la temperatura, en forma tal que resulta un poco complicado realizar comparaciones entre los calores producidos o transportados por estos factores. Por ello, en lo que sigue, se hace gráficamente una comparación del calor generado o transferido por ellos, considerando fijos tanto el material, como las dimensiones de las canalizaciones del

TIPO DE MATERIALES EN CONTACTO	INTERVALO DE TEMPERATURA ( K )	RESISTENCIA TERMICA DE KAPITZA ( $\text{cm}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ )
$^3\text{He}$ diluido	$T < 0.2$	$70 T^3$
$^3\text{He} - \text{Cu}$	$0.01 < T < 0.13$	$200 T^3$
"	$0.13 < T < 0.7$	$24 T^4 + 15.5 T^3$
$\text{Cu} - \text{He II}$	$0.2 < T < 1$	$45 T^2$
$\text{Hg} - \text{He II}$	$1 < T < 2.2 \text{ K}$	$2.2 T^3 < R_k < 6.3 T^3$
$\text{Pt} - \text{He II}$	$1.1 < T < 2.2$	$21.3 T^{2.3}$
$\text{Cu} - ^3\text{He}$	$0.26 < T < 1.7$	$130 T^2$
$\text{Sn}(s) - \text{He II}$	$T < 1.4$	$6.03 T^3$
$\text{Sn}(n) - \text{He II}$	$T < 1.4$	$5.48 T^3$
$\text{In}(s) - \text{He II}$	$T < 1.4$	$10.1 T^3$
$\text{In}(n) - \text{He II}$	$T < 1.4$	$9.54 T^3$
$\text{W} - \text{He II}$	$T < 2.2$	$39 T^{3.5}$
$\text{Au} - \text{He II}$	$T < 2.2$	$8 T^3$
$\text{Ni} - \text{He II}$	$1.4 < T < 2.1$	$16.1 T^3$
$\text{Ni} - \text{He II}$ (electropulido)	$1.4 < T < 2.1$	$70.4 T^{1.5}$
Epibond 100A - $^3\text{He}$	$T = 0.03 \text{ K}$	$20 T^3$ ( $P = 0 \text{ atm}$ ) $17 T^3$ ( $P = 16 \text{ atm}$ ) $7 T^3$ ( $P = 32 \text{ atm}$ )
Epibond 100A - $^3\text{He}$	$T = 0.03 \text{ K}$	$2 T^3$
Acero Inox. - $\text{He II}$		$45 T^3$

Tabla 2.1 Comportamiento de la resistencia térmica de Kapitza en función de la temperatura, para diferentes uniones sólido-He II o sólido-He-3L. Estos resultados experimentales de diversos autores fueron recopilados por Laumond (1972).

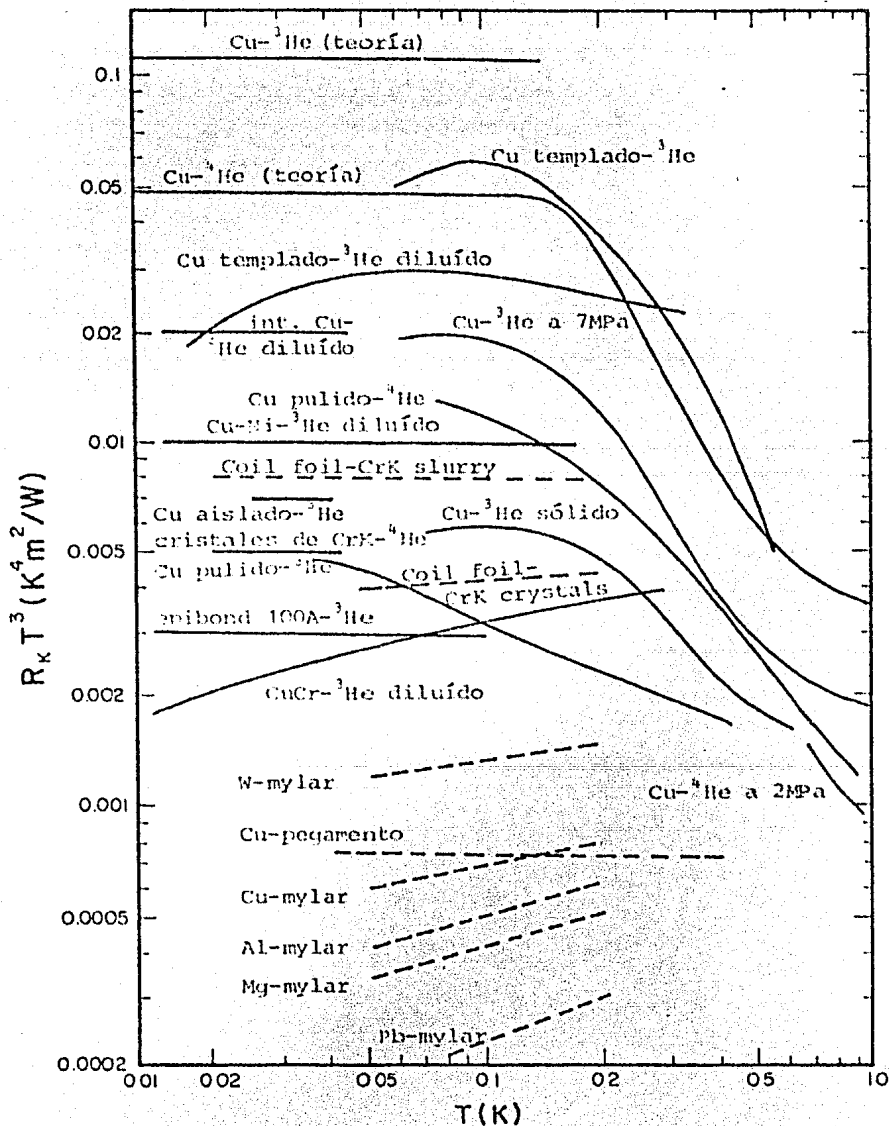


Fig. 2.15 Resistencia térmica de Kapitza entre el He-3L o el He-4L y diferentes sólidos. Se incluyen algunas resistencias de sólido-sólido (líneas a trazos). La gráfica fué completada por Lounasmaa (1974) con ayuda de los resultados experimentales de diversos autores.

intercambiador por donde fluyen el He-3 puro y el diluido. De esta manera se tienen las curvas que se muestran en la figura 2.16.

CURVA 1: Representa el calor transportado radialmente hacia afuera, a través de las paredes del tubo interno de Cu-Ni ( $\dot{Q}_{kr}$ )

$$\dot{Q}_{kr} = 2\pi l K \Delta T / \ln(D_3/d_3)$$

donde  $D_3$  = diámetro externo del tubo =  $5 \times 10^{-4}$  m  
 $d_3$  = diámetro interno del tubo =  $3 \times 10^{-4}$  m  
 $l$  = longitud del tubo =  $10^{-2}$  m  
 $K$  = conductividad térmica del Cu-Ni (Fig. 2.3)  
 $\Delta T$  = gradiente de temperatura que produce el flujo de calor,  $\Delta T = T_3 - T_d$ , aquí se considerará una  $\Delta T = 0.01$  K  
 $T_3$  : temperatura del He-3 puro  
 $T_d$  : temperatura del He-3 diluido

CURVA 2: Representa el calor transportado a través de las superficies en contacto del tubo interno del intercambiador y el He-3 diluido ( $\dot{Q}_k$ )

$$\dot{Q}_k = S \Delta T / R_k = \pi D_3 l \Delta T / R_k$$

donde  $D_3$  = diámetro externo del tubo =  $5 \times 10^{-4}$  m  
 $\Delta T$  = diferencia de temperaturas entre el tubo y el He-3 diluido, en este caso se ha supuesto  $\Delta T = 0.01$  K  
 $R_k$  = resistencia térmica de Kapitza (Fig. 2.15)  
 $S$  = área de intercambio de calor  
 $l$  = longitud del tubo =  $10^{-2}$  m

CURVAS 3 Y 5: Representan el calor que el He-3 puro es capaz de ceder, o que el He-3 diluido es capaz de absorber, para disminuir o aumentar su temperatura, respectivamente, en  $T = 0.01$  K ( $\dot{Q}_{ci}$ , con  $i = 3, d$ )

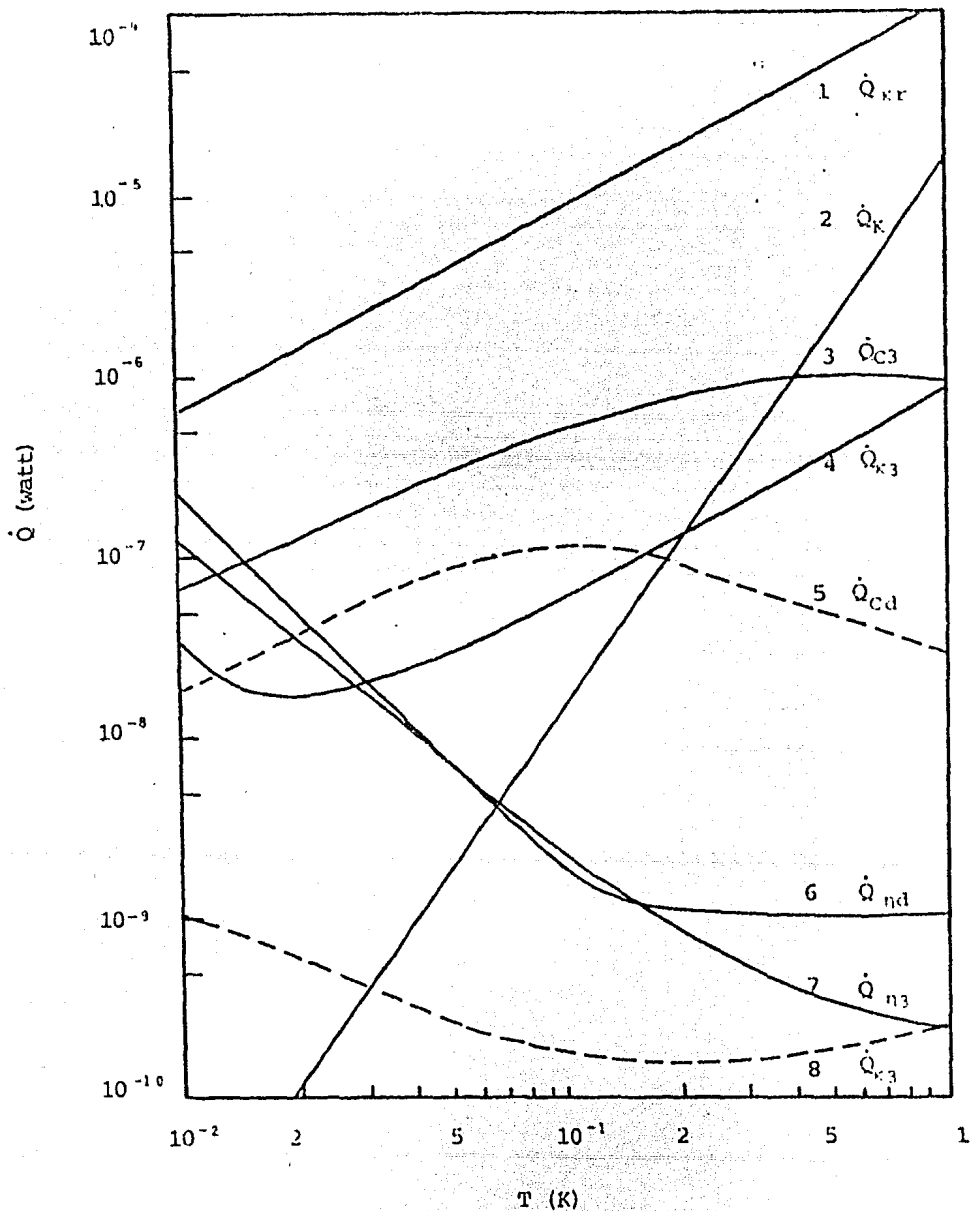


Fig. 2.16 Calentamiento por unidad de tiempo que sufre el He-3 puro y del diluido por diversas causas.  $\dot{Q}_{kr}$  es el calor conducido radialmente por el tubo interno,  $\dot{Q}_{ki}$  es el calor conducido por la conductividad térmica del He-3 puro ( $i=3$ ) o diluido ( $i=d$ ) que circulan a lo largo del intercambiador,  $\dot{Q}_{ci}$  es el calentamiento o enfriamiento que sufren los líquidos por su color específico,  $\dot{Q}_v$  es el calentamiento por viscosidad de los líquidos,  $\dot{Q}_k$  es el calor transportado a través de la superficie de contacto entre el tubo interno y el He-3 diluido.



$$\dot{Q}_{ci} = C_i \dot{n}_i \Delta T \quad \text{con } i=3, d$$

donde  $C_i$  = calor específico del He-3 puro o diluido, a presión de vapor saturado. Los valores de C se han tomado de las notas técnicas de Radebaugh (1967). En el caso del He-3 diluido la concentración varía con la temperatura, por lo que, para éste, se han considerado las concentraciones de equilibrio dadas por la curva  $\mu_0$  de la figura 2.24

$\dot{n}_i$  = flujo de He-3

$\Delta T$  = incremento o decremento de temperatura, que en este caso se ha considerado de  $\Delta T = 0.01K$

CURVAS 4 Y 8: Representan el calor que el He-3 puro o diluido son capaces de transportar longitudinalmente ( $\dot{Q}_{ki}$  y  $\dot{Q}_{kd}$ ), cuando existe un gradiente de temperatura  $T/l \approx 4mK/cm$ , el cual se estima considerando que la longitud total del intercambiador es de  $L=2m$ , y el gradiente de temperatura entre los extremos de éste es de  $\Delta T \approx 0.5K$

$$\dot{Q}_{ki} = K_i A_i \Delta T / l \quad \text{con } i=3, d$$

2.9

donde  $K_i$  = conductividad térmica (Fig. 1.17, curvas  $\mu_0$ )

$A_i$  = área transversal que encierran los tubos del intercambiador

$\Delta T$  = gradiente de temperatura por  $cm \approx 4mK$

$l$  = longitud a lo largo de la cual se transporta el calor =  $10^{-2}m$

CURVAS 6 Y 7: Representan el calor generado por viscosidad del He-3 puro y diluido, respectivamente ( $\dot{Q}_{\eta_i}$  y  $\dot{Q}_{\eta_d}$ )

$$\dot{Q}_{\eta_i} = \gamma_i \dot{V}_i^2 Z_i = 128 \cdot 17 \gamma_i \dot{V}_i \dot{n}_i / \pi d_i^4 \quad \text{con } i=3, d$$

donde  $\eta_i$  = viscosidad del fluido (Fig. 1.16, curvas  $\mu_a$ )

$V_i$  = volumen molar de un átomo de He-3

$\dot{n}_3$  = flujo de He-3

$l$  = longitud del tubo =  $10^{-2}$  m

$d_i$  = diámetro interno del tubo

$Z_i$  = impedancia del tubo

$\dot{Q}_i$  = gasto o flujo volumétrico

Al analizar las curvas de la figura 2.16, destacan las siguientes observaciones:

a) La conducción radial de calor  $\dot{Q}_{kr}$  del He-3 puro al diluido, a través del tubo interno (curva 1), es mayor que la conducción de calor  $\dot{Q}_k$  a través de las superficies en contacto tubo-He-3 diluido (curva 2). En el cálculo de ambas, se ha considerado que existe un gradiente de temperatura de  $\Delta T = 10$  mK. Sin embargo, aún cuando  $\dot{Q}_{kr}$  sea calculada con un gradiente menor, por ejemplo de  $\Delta T = 1$  mK, se seguirá observando que  $\dot{Q}_{kr} > \dot{Q}_k$ , para  $T < 1$  K.

b) Para  $T = 0.2$  K, el calor  $\dot{Q}_k$ , que es capaz de aceptar el He-3 diluido (curva 5), es mayor que el que puede recibir del He-3 puro por intercambio a través de las superficies en contacto tubo-He-3 diluido. En este caso, el calentamiento del He-3 diluido es ocasionado, principalmente, por la conducción térmica  $\dot{Q}_{kd}$  del He-3 diluido (curva 4). Mientras que, para  $T < 30$  mK, su calentamiento es debido principalmente a su viscosidad,  $\dot{Q}_{\eta_3}$  (curva 6).

c) A temperaturas mayores que 0.1 K, el He-3 puro, prácticamente, no se ve afectado por el calentamiento por viscosidad,  $\dot{Q}_{\eta_3}$  (curva 7), o por conducción térmica,  $\dot{Q}_{kd}$  (curva 8), ya que éstas son menores que la cantidad de calor que puede ceder el He-3 puro a través del intercambiador (curva 2).

d) De la separación entre las curvas 2 y 3, se puede apreciar que el intercambio de calor es más crítico a bajas temperaturas. Esto se debe, a que, aún cuando el

He-3 puro cede cierta cantidad de calor, las superficies en contacto tubo-He-3 diluido no permiten que toda ésta sea recibida por el He-3 diluido. Sin embargo, hay que tomar en cuenta que el cálculo de  $\dot{Q}_k$  se ha realizado considerando una longitud de tan solo 1cm. Por lo tanto, al aumentar la longitud, la superficie de intercambio de calor entre el tubo y el He-3 diluido aumenta y, la diferencia entre  $\dot{Q}_k$  y  $\dot{Q}_c$  se reduce.

Al observar globalmente el comportamiento de todas las curvas resalta el hecho de que los factores que varían más drásticamente con la temperatura son: la transmisión de calor a través de la interfase sólido-líquido (curva 2) y el calentamiento por viscosidad (curvas 6 y 7). Mientras que, la variación del calentamiento por conducción térmica no es drástica en el intervalo de temperaturas considerado, ya que ésta es de aproximadamente un orden de magnitud tanto para el He-3 puro, como para el diluido (curvas 4 y 8). Esto mismo sucede con el calor que son capaces de absorber o ceder estos líquidos (curvas 3 y 5) así como con el calor transmitido radialmente a través del tubo interno (curva 1). Sin embargo, dado que la curva 2 varía más drásticamente con la temperatura, que las curvas 6 o 7, en primera aproximación, se puede hacer un análisis de las características que debe poseer un intercambiador considerando únicamente el efecto producido por la resistencia térmica de Kapitza.

RESOLUCION DE LAS ECUACIONES DE BALANCE DE CALOR EN UN INTERCAMBIADOR CONTINUO, CONSIDERANDO QUE EL UNICO FACTOR QUE AFECTA EL INTERCAMBIO TERMICO ES LA RESISTENCIA TERMICA DE KAPITZA

Supóngase que el calor cedido por el He-3 puro es transportado íntegramente a través de las interfaces y absorbido por el He-3 diluido, disminuyendo la temperatura del primero en  $dT$  y aumentando la del segundo en  $dT$ , con ayuda de la ecuación 2.8 se tiene

$$-\beta_m S (T_1'' - T_2'') = -h_3 C_2 dT \quad 2.10a$$

$$\beta_m S (T_3^4 - T_4^4) = \dot{n}_3 C_d dT \quad 2.10b$$

donde S, que es la superficie de intercambio, se puede escribir como  $S = p dx$ , donde p es el perimetro del tubo y  $dx$  una diferencial de longitud. Igualando las ecuaciones precedentes

$$C_3 dT_3 = C_d dT_4$$

Suponiendo el caso sencillo en que los calores específicos sean funciones lineales de T, se tiene

$$a T_3 dT_3 = b T_4 dT_4$$

donde a y b son constantes. Integrando

$$a T_3^2 = b T_4^2$$

Despejando  $T_4$  de esta ecuación y sustituyendola junto con  $C_3 = a T_3$  en 2.10a, se tiene

$$\beta_m p dx [T_3^4 - (a T_3^2 / b)^2] = \dot{n}_3 a T_3 dT_3$$

o bien 
$$T_3^{-2} dT_3 = A dx$$

donde 
$$A = \beta_m p [1 - (a/b)^2] / \dot{n}_3 a$$

Como  $T_3 = T_3(x)$ , integrando esta ecuación se tiene

$$-\frac{1}{2 T_3^2} \left[ T_3(x) \right]_{T_3(0)} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_3^2(x)} - \frac{1}{T_3^2(0)} \right) = A x$$

donde  $T_3(0)$  es la temperatura del He-3 puro al salir del intercambiador y  $T_3(x)$  es la temperatura del mismo, pero en

algún punto  $x$  del intercambiador. Despejando  $T_3$ ,

$$T_3(x) = [T_3(0) - 2Ax]^{-1/2} = T_3(0)[1 - 2AxT_3^2(0)]^{-1/2}$$

si  $\lambda = [2AT_3^2(0)]^{-1}$  entonces la ecuación precedente se puede reescribir como

$$T_3(x) = T_3(0)[1 - (x/\lambda)]^{-1/2} \quad 2.11a$$

$\lambda$  puede ser considerada como una longitud característica del intercambiador, la cual sirve para estimar la longitud real de éste. Esto se debe a que  $\lambda$  es un parámetro ajustable, que depende de las características específicas del intercambiador y de los líquidos que intercambian su calor. La ecuación precedente se traduce en el hecho de que, un intercambiador cuya longitud sea  $\lambda$  permite alcanzar una temperatura  $T_3(0)$  a la salida de él ( $x=0$ ). Como ejemplo se mostrará en qué forma se puede estimar la longitud que debe poseer un intercambiador. Si se despeja  $x/\lambda$  de la ecuación 2.11a, se obtiene

$$x/\lambda = 1 - (T_3(0)/T_3(x))^{1/2}$$

Denotando con  $L$  a la longitud real de un intercambiador, entonces  $T_3(x=L)=T_3(L)$  será la temperatura a la entrada de éste (cerca del evaporador). Suponiendo que se deseara obtener a la salida del intercambiador una temperatura de  $T_3(0)=0.09K$ , y que la temperatura a la entrada fuera la misma que la del evaporador, esto es,  $T_3(L)\approx 0.6K$ . Entonces, sustituyendo éstos valores en la ecuación precedente, se tendría

$$x/\lambda = (1 - (9/60))^{1/2} = 0.88$$

Lo cual indica que, para enfriar al He-3 puro desde 0.6K hasta 0.09K por intercambio térmico con el He-3 diluido, es necesaria una longitud  $L=0.88\lambda$ , la que dependerá del valor que adopte el parámetro  $\lambda$  dado por la ecuación  $\lambda = [2AT_3^2(0)]^{-1}$ .

Si  $T_3(0) = BT_m$ , donde  $T_m$  es la temperatura de la cámara de mezcla y  $B$  una constante, entonces la ecuación para  $\lambda$  se escribe como

$$\lambda = \dot{n}_3 a / 2\beta_m p [1 - (a/b)^2] RT_m^2$$

despejando de aquí  $T_m$  y escribiendo  $C = [a/2\beta_m [1 - (a/b)^2] RT_m^2]^{1/2}$  y a  $\lambda p = \sigma$ , donde  $\sigma$  es una superficie característica de intercambio entre los líquidos, se tiene

$$T_m = C(\dot{n}_3 / \sigma)^{1/2}$$

de esta expresión se observa que mientras mayor sea el área de intercambio, menor será la temperatura que se alcance en la cámara de mezcla y, por otro lado que, para menor flujo de He-3 menor será  $T_m$ . Lo que es lógico de pensar, puesto que  $\dot{n}$ , nos dice el tiempo que el He-3 puro y el diluido están en contacto térmico dentro del intercambiador.

No es conveniente aumentar indiscriminadamente el área de intercambio en un intercambiador continuo, porque al aumentar la longitud de los tubos, el calentamiento por viscosidad crece y al aumentar el diámetro el calentamiento por conducción térmica también crece. Por ello, la solución que se acostumbra dar, en caso de que se desee tener mayor área de intercambio, es usar intercambiadores discretos.

Inicialmente en nuestro R.D., pese a múltiples intentos, sólo lográbamos descender hasta 300mK debido a problemas técnicos de fugas y a que el intercambiador discreto reducía fuertemente el flujo de He-3. Como nuestro interés principal era tener un R.D. en funcionamiento lo más rápido posible, para realizar investigaciones a temperaturas ultrabajas, entonces se optó por un diseño más sencillo, en el que sólo se utiliza un intercambiador continuo. Con este diseño se esperaba obtener temperaturas hasta de 50mK. Sin embargo,

sólo se logró descender hasta 100mK.

Posteriormente, después de hacer un análisis cuidadoso de todo el circuito, se sospechó de una posible re-evaporación del He-3 puro dentro del intercambiador. Por ello, se decidió realizar una segunda descompresión isotérmica entre el intercambiador y la cámara de mezcla. Esto permitió descender la temperatura hasta 0.04K. Cabe hacer notar que, el dispositivo a través del cual se lleva a cabo la segunda descompresión funciona como un intercambiador semicontinuo. En éste, el He-3 diluido fluye a través de un cilindro de cobre sinterizado, anclado térmicamente a una placa de cobre. Mientras que, el He-3 puro circula por un tubo enrollado en un carrete de cobre, el cual también se encuentra anclado térmicamente a la placa de cobre (Fig. 2.17).

#### B. Intercambiadores discretos

Un intercambiador discreto, en su versión más sencilla, consiste en un bloque de cobre con dos cavidades cilíndricas independientes las que están llenas de cobre sinterizado. Con éste dispositivo se aumenta considerablemente el área de intercambio entre el He-3 puro y el diluido ya que éstos fluyen a través de los pequeños espacios que deja el cobre sinterizado, por supuesto cada uno a través de la cavidad que le corresponde (Fig. 2.18).

El área efectiva de intercambio por unidad de volumen ( $\gamma$ ) que se obtiene con el cobre sinterizado es (Laumond (1972), p. 78)

$$\gamma = 4.44/d$$

donde  $d$  es el diámetro de las esferitas de cobre.

Como se ha supuesto que el R.D. funciona en estado estacionario, entonces, el calor que introduce el He-3 puro

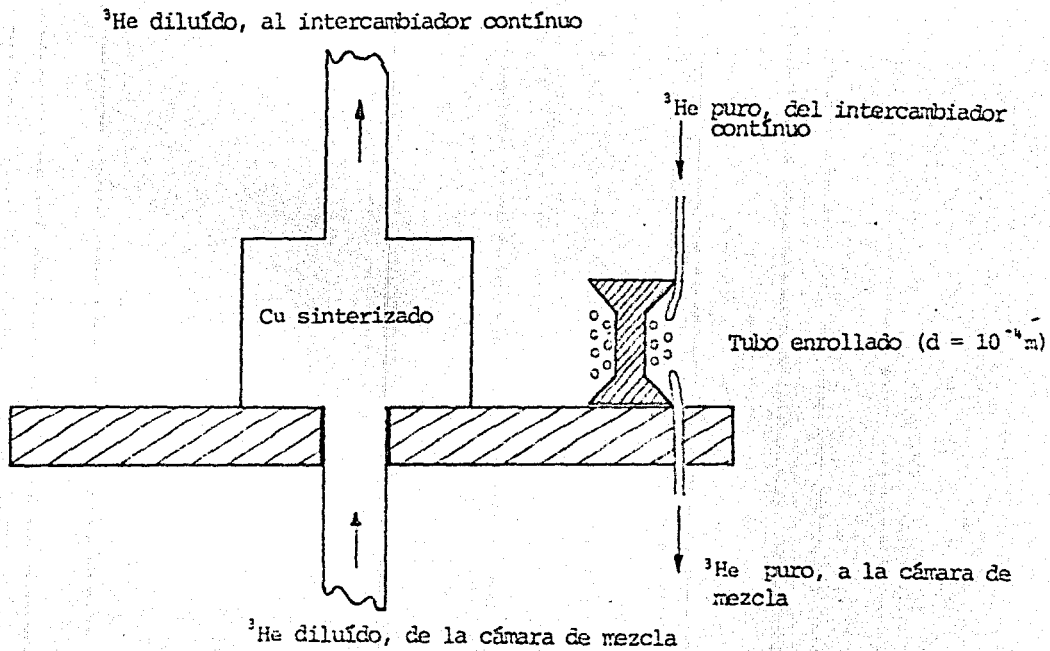


Fig. 2.17 Intercambiador semicontinuo utilizado en nuestro R.D.



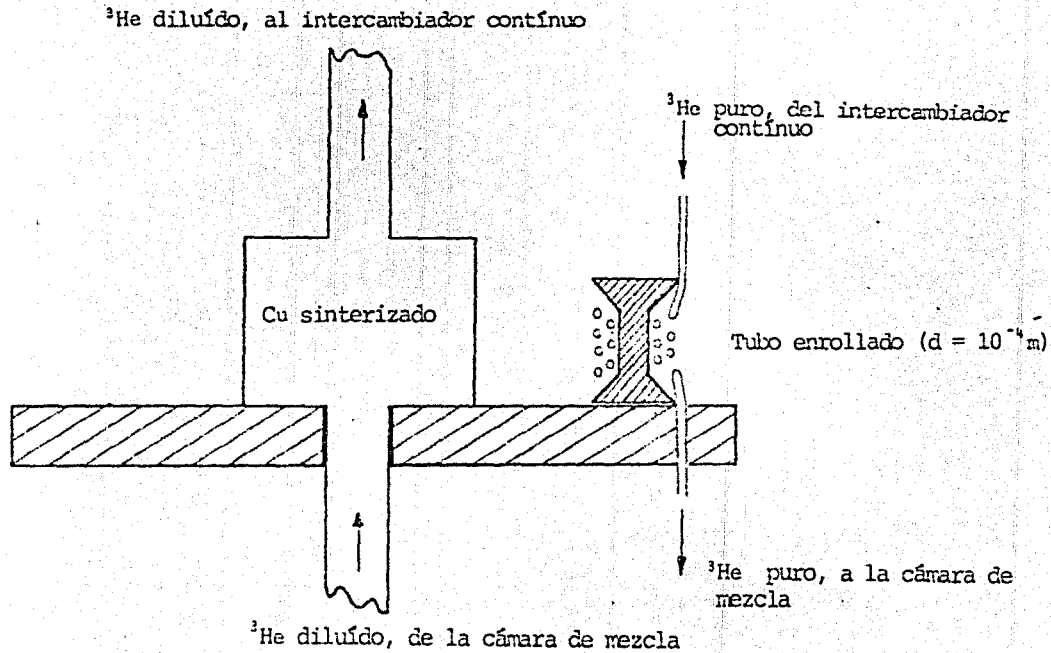


Fig. 2.17 Intercambiador semicontinuo utilizado en nuestro R.D.

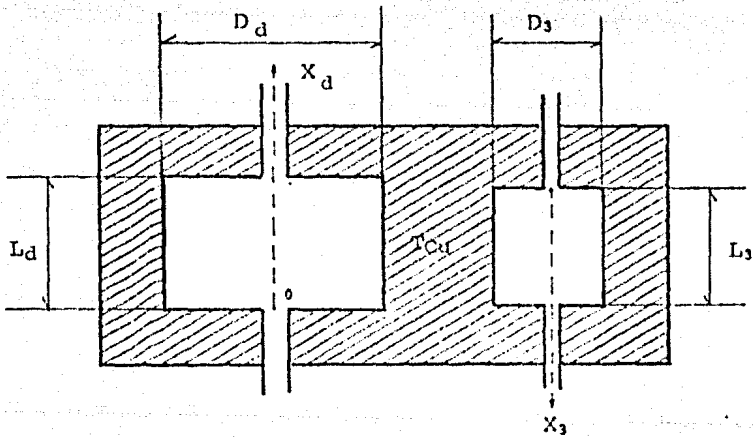


Fig. 2.18 Intercambiador de color discreto. Esta es la versión más sencilla, de los muchos que se han utilizado en los R.D. (Lounasmaa, (1972))

y el que extrae el He-3 diluido, en un intercambiador discreto, se mantiene constante en el tiempo. Además, la conducción térmica del cobre, es mayor que la de los líquidos que fluyen (Figs. 1.13 y 2.3). De lo anterior es válido suponer que la temperatura  $T_{cu}$ , del bloque de cobre se mantiene constante en el tiempo.

Considerando un análisis similar al realizado en los intercambiadores continuos, se supondrá que el calor cedido por el He-3 puro es transferido íntegramente al He-3 diluido a través del trozo de cobre. Tomando en cuenta solamente la resistencia térmica de Kapitza y el calor específico de los fluidos, éste último como función lineal de  $T$  ( $C_3 \approx aT$  y  $C_4 \approx bT$ ), las ecuaciones que describen el intercambio de calor son

$$S_3 \beta_3 (T_3^v - T_{cu}^v) = \dot{n}_3 a T_3 dT_3$$

$$S_4 \beta_4 (T_{cu}^v - T_3^v) = \dot{n}_3 b T_4 dT_4$$

donde  $S_3$  y  $S_4$  representan el área de intercambio disponible en una cavidad de altura  $dx$  y de diámetro  $D_i$  (con  $i=3, d$ ), tanto para el He-3 puro como para el diluido, respectivamente. Esto es

$$S_i = \sqrt{\pi} D_i dx / 4 \quad \text{con } i=3, d$$

Si se hace el cambio de variable  $t = T_i / T_{cu}$ , donde  $i=3, d$ , entonces,  $dT_i = T_{cu} dt$ , con lo que las ecuaciones de intercambio se reducen a

$$A_3 (t^a - 1) dx = t dt$$

$$A_4 (1 - t^b) dx = t dt$$

donde  $A_3 = \sqrt{\pi} D_3^2 \beta_3 T_{cu}^2 / 4 \dot{n}_3 a$ , y  $A_4 = \sqrt{\pi} D_d^2 \beta_4 T_{cu}^2 / 4 \dot{n}_3 b$

Integrando estas ecuaciones se tiene

$$\Lambda_3 L_3 = \Lambda_3 \int_0^{L_3} dx = \int \frac{t dt}{t^4 - 1} = -\frac{1}{4} \log \frac{1+t^2}{1-t^2} + cte$$

$$\Lambda_d L_d = \Lambda_d \int_0^{L_d} dx = \int \frac{t dt}{1-t^4} = \frac{1}{4} \log \frac{1+t^2}{1-t^2} + cte$$

donde  $L_i$ , con  $i=3, d$ , es la altura de las cavidades.

Estas ecuaciones se pueden reducir a una sola que expresa lo mismo

$$f(t) = \log \left| \frac{1+t}{1-t} \right| = \Lambda_i x + CTE_i \quad \text{con } i=3, d$$

2.11b

que al evaluarla a la entrada ( $t_e$ ) y a la salida ( $t_s$ ) del intercambiador, se tiene

$$f(t_e) - f(t_s) = \Lambda_i L_i \quad \text{donde } i=3, d$$

La figura 2.19 es una gráfica de la ecuación 2.11b, en donde se aprecia que para  $t > 1$  ( $T_3 > T_{ca}$ ) se obtiene el perfil de temperaturas del He-3 puro, y para  $t < 1$  ( $T_d < T_{ca}$ ) se obtiene el del He-3 diluido. De esta figura se puede ver que para  $\Lambda_i L_i = 4$  ( $i=3, d$ ) el intercambio de calor se lleva a cabo en un 99%, lo que también se puede expresar como

$$\Lambda_3 L_3 = \frac{\gamma \pi D_3^2 \beta_3}{4 \dot{n}_3 a} T_{ca}^2 L_3 = \frac{\gamma \pi D_d^2 \beta_d}{4 \dot{n} b} T_{ca}^2 L_d = \Lambda_d L_d = 4$$

como  $V_3 = \pi D_3^2 L_3 / 4$  y  $V_d = \pi D_d^2 L_d / 4$  son los volúmenes de las cavidades, entonces, considerando el He-3 puro y el diluido por separado, se tiene

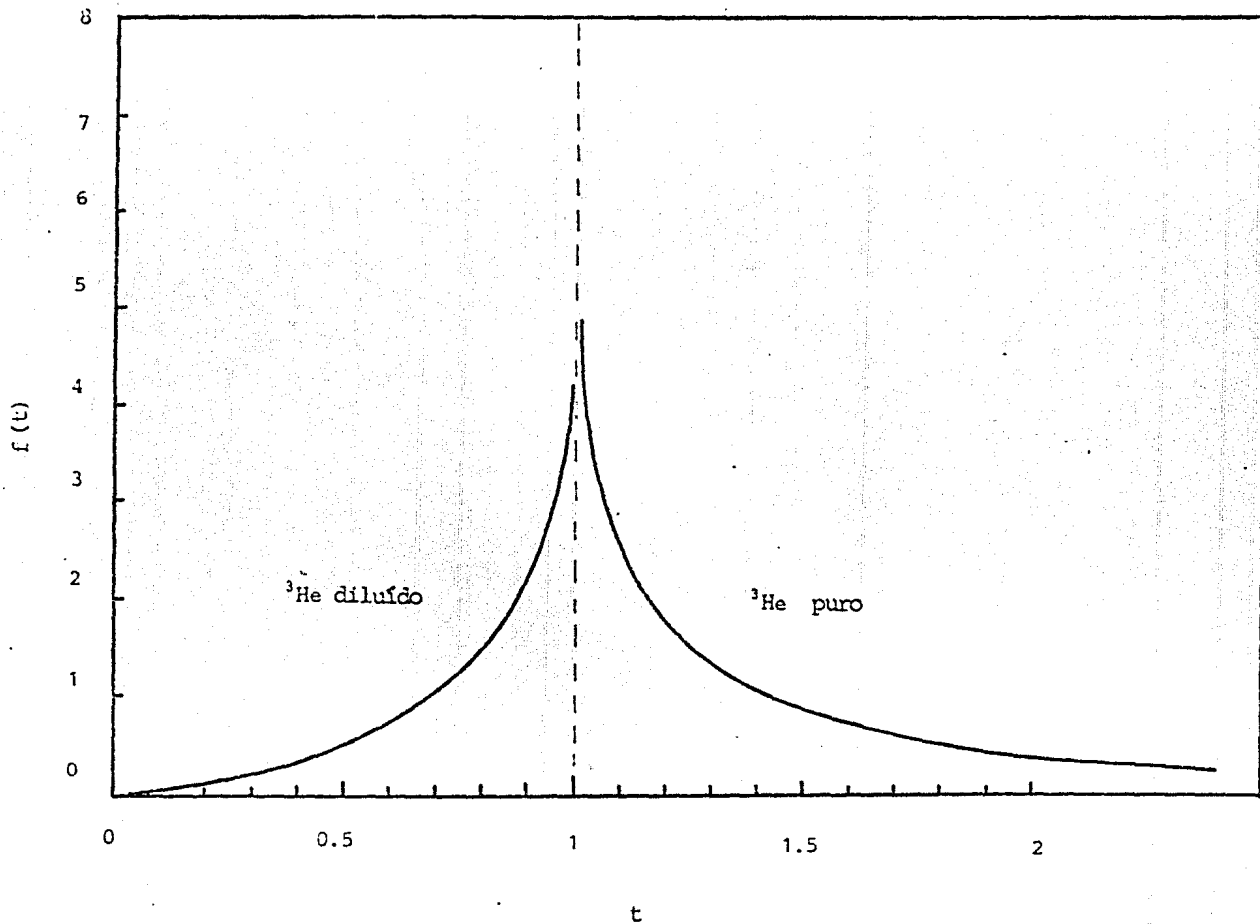


Fig. 2.19 Grafica de la ecuación 2.11b. Esta figura muestra como se lleva a cabo el intercambio de calor entre el He-3 puro y el diluido dentro de un intercambiador discreto.

$$\frac{\gamma \beta_3 T_{cu}^2}{\dot{n}_3 a} V_3 = 4 \quad \text{y} \quad \frac{\gamma \beta_d T_{cu}^2}{\dot{n}_3 b} V_d = 4$$

Para  $T < 40\text{mK}$ ,  $C_3$  y  $C_d$  son funciones lineales de  $T$ , en la forma (Secc. 1.2.D):  $C_3 = 24T$  y  $C_d = 108T$ . Además, de la tabla 2.1 se tiene:  $\beta_3 = 12.5 \text{ W/m}^2 \text{ K}^2$  y  $\beta_d = 34 \text{ W/m}^2 \text{ K}^2$ . Sustituyendo estos valores en las ecuaciones precedentes y despejando  $V_3$  y  $V_d$  se tiene

$$V_3 = 7.7 \dot{n}_3 / T_{cu}^2 \quad \text{y} \quad V_d = 12.7 \dot{n}_d / T_{cu}^2 \quad 2.12$$

Estas ecuaciones nos proporcionan información sobre el volumen que deben tener las cavidades de un intercambiador discreto, para que el intercambio de calor, por debajo de  $40\text{mK}$ , sea de un 99%. Del cociente  $V_d/V_3 \approx 1.6$  se encuentra la diferencia en volumen que debe existir entre las cavidades. Esto obviamente implica una diferencia en el área de intercambio.

Whentley (1968 a) realizó un cálculo semejante, considerando que el tiempo de relajamiento térmico  $\tau$ , que es el tiempo que tarda un fluido para estar en equilibrio térmico con el intercambiador, es mucho menor que  $t$ , que es el tiempo que utiliza el fluido para atravesar el intercambiador, es  $\tau/t \ll 1$ . El encontró que

$$\frac{\tau_d}{t} = \frac{15 \dot{n}_3}{V T_{cu}^2} \quad \text{y} \quad \frac{\tau_1}{t} = \frac{10 \dot{n}_3}{V T_{cu}^2} \quad \text{de donde} \quad \frac{\tau_d/t}{\tau_3/t} = 1.5$$

que concuerda con el resultado obtenido previamente. Notar que en este caso  $V_3 = V_d = V$ .

De las ecuaciones 2.12 se pueden estimar los volúmenes de ambas cavidades. Para ello, es necesario conocer  $\dot{n}_3$  y  $T_{cu}$ . La primera depende de la cantidad de He-3 bombeada del evaporador, la que se mide a temperatura ambiente con la ayuda de un flujómetro. Mientras que, la segunda se puede estimar con ayuda de las curvas de entalpia para el He-3 puro y diluido, a presión osmótica constante. Para ejemplificar se supondrá que se tienen tres intercambiadores discretos.

La curva de entalpia del He-3 diluido a presión osmótica constante, depende de la temperatura de la cámara de mezcla que se desea alcanzar. Así, por ejemplo, si se desea tener  $T_m = 10\text{mK}$ , la curva de entalpia a usar, será la marcada con  $H_4^{10\text{mK}}$  en la figura 1.15. En la figura 2.20a se han graficado  $H_4^{10\text{mK}}$  y  $H_3$ .

Si se supone que el He-3 puro sale del último intercambiador a temperatura  $T_1$ , donde  $T_1 > T_m$ , entonces, el calor que es necesario quitar al He-3 puro para enfriarlo de  $T_1$  a  $T_m$ , considerando que la presión es constante, será la diferencia de entalpias

$$Q_3 = H_3(T_1) - H_3(T_m)$$

Por otro lado, el calor que el He-3 puede extraer de la cámara de mezcla, al pasar de la fase concentrada a la diluida es

$$Q = H_4(T_m) - H_3(T_m)$$

Si el calor que extrae el proceso de dilución es exactamente el calor que entra a la cámara de mezcla por el flujo de He-3 puro, entonces se tendrá que

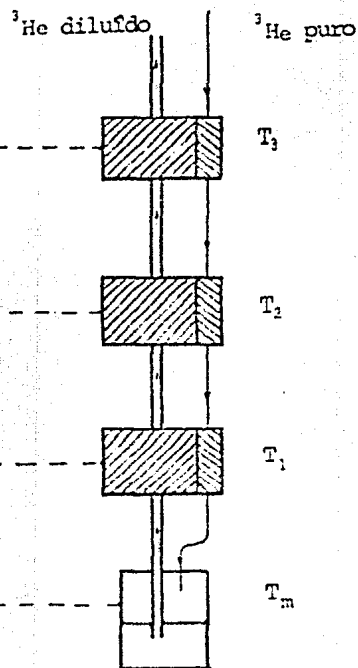
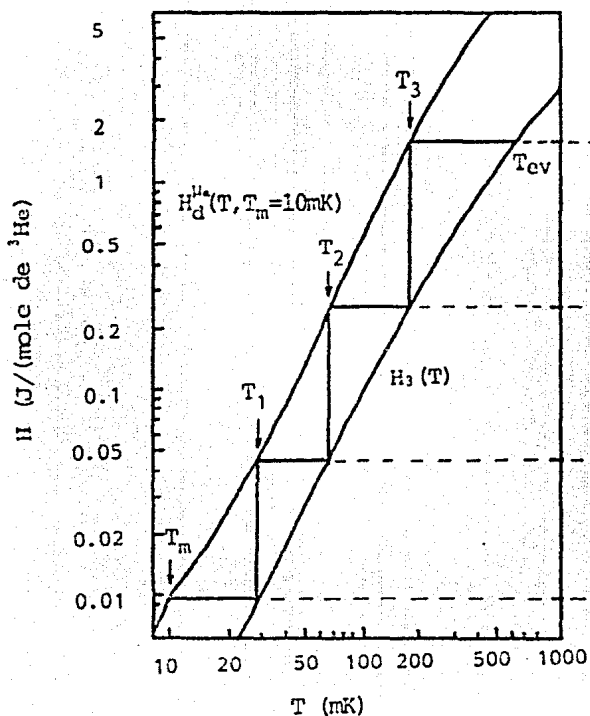
$$Q_3 \approx Q$$

o sea

$$H_3(T_1) = H_4(T_m)$$

lo que con ayuda de las ecuaciones 1.13 y 1.16, se puede escribir como

$$96T_m^2 = 12T_1^2$$



(a)

(b)

Fig. 2.20 Determinación de la temperatura de un intercambiador discreto, con ayuda de las gráficas de entalpía del He-3 puro y del He-3 diluido a presión osmótica constante. En este caso se ha graficado la curva  $H_d^{He}(T, T_m=0.01\text{K})$  de la figura 1.15. De esta figura se aprecia que  $T_1=23\text{mK}$ ,  $T_2=45\text{mK}$ ,  $T_3=170\text{mK}$  y  $T_{ev}=500\text{mK}$ .



de donde despejando  $T_1$  se tiene

$$T_1 = 2.8T_m$$

Esto quiere decir que la temperatura del último intercambiador es 2.8 veces mayor que la de la cámara de mezcla. Si el intercambio de calor es perfecto, esto es, si el He-3 puro cede todo su calor al He-3 diluido, entonces, la temperatura a la que sale el He-3 diluido del último intercambiador debe ser también  $T_1$  (Fig. 2.20b).

Siguiendo el mismo razonamiento que el empleado en la cámara de mezcla, se tiene que, el calor cedido por el He-3 puro en el último intercambiador es

$$Q_3 = H_3(T_1) - H_3(T_m)$$

donde  $T_2 > T_1$ , mientras que el que recibe el diluido es

$$Q_4 = H_d^{\mu a}(T_1) - H_d^{\mu a}(T_m)$$

como ambos son iguales, porque el intercambio de calor es perfecto, entonces

$$Q_3 = Q_4$$

o bien en términos de la entalpia

$$H_3(T_2) = H_d^{\mu a}(T_1)$$

de donde utilizando las ecuaciones 1.13 y 1.17 se tiene

$$12T_2^2 = 54T_1^2$$

En este caso se ha utilizado la ecuación de la curva  $H_A^{H^A}$  porque a estas temperaturas ( $T_1 \approx 2.8T_m$ ) la curva  $H_A^{H^A}$  es prácticamente la misma que  $H_A^{H^0}$ . Despejando  $T_2$  de la ecuación anterior se tiene

$$T_2 = 2.1T_1$$

pero como  $T_1 = 2.8T_m$ , entonces

$$T_2 \approx 6T_m$$

que es la temperatura con que sale el He-3 puro del penúltimo intercambiador. Pero si el intercambiador es perfecto, entonces, el He-3 diluido saldrá de éste con la misma temperatura ( $T_2$ ). Siguiendo este mismo procedimiento, se encuentran  $T_3$  y  $T_{ev}$  (Fig. 2.20b).

Gráficamente se puede apreciar que la línea escalonada, trazada entre  $H_A^{H^A}$  y  $H_3$  (Fig. 1.15), muestra el proceso de intercambio entre el He-3 puro y el diluido a temperatura constante, donde las temperaturas de los intercambiadores se calculan a través del procedimiento anterior. De esta manera, si se desean encontrar las temperaturas de los intercambiadores discretos, basta fijar la temperatura de la cámara de mezcla y construir la línea escalonada que parte de  $H_A^{H^A}(T_m)$ . Las temperaturas de los intercambiadores vendrán indicadas por las líneas verticales.

#### 4. CAMARA DE MEZCLA

En un R. D. no hay una componente que sea más importante que otra, porque todas son indispensables para su funcionamiento. Sin embargo, la cámara de mezcla es particularmente importante, debido a que en ésta se alcanza la temperatura más baja. Además, es el lugar donde se lleva a cabo la separación de fases y por tanto, donde se realiza el proceso de dilución continua de He-3 en He-4. Para que la separación de fases tenga lugar en la cámara de mezcla, es necesario que la mezcla gaseosa He-3-He-4 que se encuentra almacenada en los tanques (Fig. 2.1, p. 22) contenga la proporción adecuada de He-3 y de He-4.

El factor más importante de la cámara de mezcla es su potencia frigorífica. En base a ésta se puede conocer la disipación máxima de calor que es posible introducir en la cámara, al realizar un experimento, sin modificar su temperatura. A continuación se muestra cómo se calcula la potencia frigorífica de la cámara de mezcla y se analizan algunos casos particulares. Asimismo, se determina la temperatura mínima a la que un R.D. puede ser enfriado y, finalmente, se analiza el proceso por el cual el He-3 en la fase diluida viaja de la cámara de mezcla al evaporador.

##### A. Potencia Frigorífica

Se entiende por potencia frigorífica, el calor por unidad de tiempo ( $Q_m$ ), que es capaz de aceptar la cámara de mezcla, sin que su temperatura ( $T_m$ ) se vea afectada. Esta carga térmica puede provenir de diversas fuentes, por viscosidad y conducción térmica del He-3 puro y diluido, por radiación, por realizar un experimento, etc. Todos ellos están incluidos en el término  $Q_m$ .

Para estimar  $Q_m$  es necesario hacer un balance entre el enfriamiento por dilución y los más importantes flujos

de calor que la cámara recibe. Los principales medios de inyección de calor son, por un lado  $\dot{Q}_m$  y por el otro, el calor que el He-3 puro proporciona al entrar a la cámara de mezcla a temperatura  $T_3$ , donde  $T_3 > T_m$ , que se denotará por  $\dot{Q}_3$ . Mientras que, las fuentes que extraen calor de la cámara son, la dilución de He-3 en He-4, que se denotará por  $\dot{Q}$ , y la salida de He-3 diluido de la cámara, que se denotará por  $\dot{Q}_d^M$  (Fig. 2.21). La ecuación de balance es

$$\dot{Q}_m + \dot{Q}_3 = \dot{Q} + \dot{Q}_d^M$$

donde  $\dot{Q}_3$  puede estimarse con la ayuda de la entalpia del He-3 puro (Secc. I.2.D).

El proceso 1-2 de las figuras 2.22 representa a  $\dot{Q}_3$

$$\dot{Q}_3 = \Delta H_3 \dot{n}_3 = [H_3(T_3) - H_3(T_m)] \dot{n}_3 = 12(T_3^2 - T_m^2) \dot{n}_3$$

También  $\dot{Q}$  puede ser estimada mediante la diferencia de entalpías entre el He-3 puro y el diluido, esto es

$$\dot{Q} = \Delta H \dot{n}_3 = [H_d(T_m) - H_3(T_m)] \dot{n}_3 = 84 T_m^2 \dot{n}_3$$

y se puede representar por el proceso 2-3 de las figuras 2.22. Finalmente,  $\dot{Q}_d^M$  se puede escribir como

$$\dot{Q}_d^M = \Delta H_d \dot{n}_3 = [H_d(T_m) - H_d^M(T_d)] \dot{n}_3$$

el que queda descrito por el proceso 3-4 de las figuras 2.22. Si en particular sucede que  $H_d^M = H_d^{M_0}$ , entonces, por la ecuación 1.17 se tiene

$$\dot{Q}_d^{M_0} = 54(T_d^2 - T_m^2) \dot{n}_3$$

Sustituyendo las expresiones para  $\dot{Q}$ ,  $\dot{Q}_3$  y  $\dot{Q}_d^{M_0}$  en la

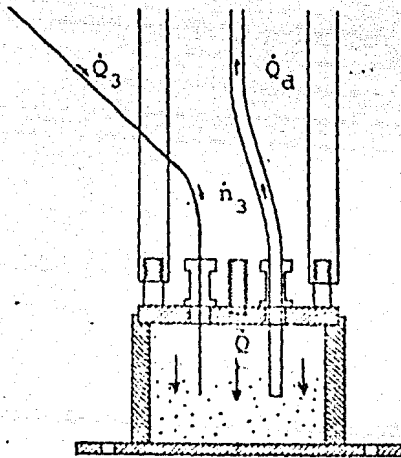


Fig. 2.21 Diversas fuentes de entrada y salida de calor en la cámara de mezcla, por unidad de tiempo.



ecuación de balance de calor, se tiene

$$\begin{aligned}\dot{Q}_m &= 84\dot{n}_j T_m^3 + 54\dot{n}_j (T_d^3 - T_m^3) - 12\dot{n}_j (T_j^3 - T_m^3) \\ &= 42\dot{n}_j T_m^3 + 54\dot{n}_j T_d^3 - 12\dot{n}_j T_j^3\end{aligned}$$

Esta expresión representa la potencia frigorífica de la cámara de mezcla. Sin embargo, se puede considerar que la temperatura del He-3 diluido que sale de la cámara de mezcla es aproximadamente igual a la de la cámara, o sea,  $T_d \approx T_m$ . Esto se puede hacer, porque en el balance de energía se ha considerado que el He-3 diluido no ha entrado aún al intercambiador de calor. Por lo tanto, la expresión para la potencia frigorífica se puede reducir a

$$\dot{Q}_m = \dot{n}_j (96T_m^3 - 12T_j^3)$$

De esta ecuación se pueden obtener varios resultados importantes!

a) Si  $T_j \approx T_m$  se obtiene

$$\dot{Q}_m = 84T_m^3 \dot{n}_j$$

lo que aumentaría la potencia frigorífica. Esto ocurre cuando se deja de inyectar He-3 a la cámara. A este tipo de procedimiento se le denomina "funcionamiento en un solo ciclo" o "one shot".

b) Si  $\dot{Q}_m = 0$  resulta que

$$T_j / T_m \approx 2.8$$

lo que significaría que, cuando la potencia frigorífica es nula, la temperatura a la salida del intercambiador es

2.8 veces mayor que la de la cámara. Esto quiere decir que el enfriamiento por dilución solo se aprovecha para enfriar al He-3 puro que llega a la cámara. Este resultado es el mismo que el obtenido en la sección 3.B de este capítulo (p. 104), cuando se estimaron las temperaturas de los intercambiadores discretos.

En nuestro R.D. inicialmente teníamos una cámara de mezcla hecha de araldita, la que accidentalmente se fracturó y fue reemplazada por una de cobre. A ésta, se le ha colocado un bloque de cobre sinterizado, que ocupa la mitad inferior de la cámara, con el propósito de aumentar el área de intercambio térmico y reducir de esta manera la resistencia térmica de Kapitza.

#### B. Temperatura mínima

Para calcular la temperatura mínima que es posible alcanzar en la cámara de mezcla, es necesario considerar que el R.D. funciona en one shot, para que  $\dot{Q}_3 = 0$ . Además, conviene suponer que la carga térmica externa sobre la cámara de mezcla ( $\dot{Q}_m$ ), solo proviene de la viscosidad del He-3 diluido al viajar por el intercambiador,  $\dot{Q}_{\eta} = Z_d \eta \dot{V}_d$ , el cual debe ser contrarrestado con el enfriamiento por dilución, esto es

$$\dot{Q}_m = \dot{Q}_{\eta}$$

Esto puede ser aproximadamente cierto, si la cámara funciona a temperaturas mayores que 0.1K, ya que en éstas  $\eta_d$  decrece más rápidamente que  $K_d$ , conforme T aumenta, lo cual impide que exista un gradiente de temperatura en el He-3 diluido, es decir,  $T_d \approx T_m$ . Sin embargo, cuando la cámara trabaja a temperaturas menores a 0.1K, si existe un gradiente a lo largo del intercambiador, porque, en este caso,  $K_d$  aumenta más lentamente que  $\eta_d$ , conforme T disminuye (Fig. 1.16). Por ello, este gradiente dentro del intercambiador, es mayor cerca de la cámara de mezcla que cerca del evaporador, ya que en este último la temperatura es mayor. Esto ocasiona que  $\dot{Q}_{\eta}$  sea transportado hacia la cámara de mezcla, por la



conductividad térmica del He-3 diluido, o sea por  $\dot{Q}_{kd}$ , la cual debe ser balanceada mediante el enfriamiento por dilución, esto es

$$\dot{Q}_{kd} = \dot{Q}_m \quad \text{donde } \dot{Q}_{kd} = \frac{\pi d_d^3 K_d}{4} \left( \frac{dT}{dx} \right),$$

aquí  $\partial T / \partial x$  es el gradiente de temperatura generado por el calentamiento por viscosidad a lo largo del intercambiador. Por conveniencia este gradiente se puede expresar como

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial x} \quad 2.13$$

de aquí,  $\partial P / \partial x$  puede calcularse suponiendo que el flujo de He-3 diluido sigue la ley de Poiseuille (Ec. 2.3), cuya impedancia viene dada por la ecuación 2.4, esto es

$$\frac{\partial P}{\partial x} = - \frac{128}{\pi d_d^4} \gamma_d \dot{V}_d = - \frac{128}{\pi d_d^4} \gamma_d n_d V_d \quad 2.14$$

donde  $V_d$  es el volumen molar del He-3 diluido.

Independientemente, es posible calcular el término  $\partial T / \partial P$  de la ecuación 2.13, con la ayuda del coeficiente Joule-Kelvin ( $\delta$ ), el cual se expresa como

$$\delta = \left. \frac{\partial T}{\partial P} \right|_H = \frac{1}{C_P} \left( T \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P - V \right) = \frac{V}{C_P} \left( \frac{T}{V} \frac{\partial V}{\partial T} - 1 \right)$$

donde  $1/V(\partial V / \partial T) = \alpha$  es el coeficiente de expansión térmica. A muy bajas temperaturas se tiene que  $\alpha \ll 1$ , por lo que la ecuación precedente se reduce a

$$\delta = \left. \frac{\partial T}{\partial P} \right|_H = - \frac{V}{C_P} = - \frac{V_d}{C_d}$$

que representa el calor disipado en el movimiento del He-3. Al sustituir la ecuación precedente y la 2.14 en la ecuación 2.13 se tiene que

$$\frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{128}{\pi d_d^4} \gamma_d \dot{n}_3 \left( - \frac{V_d}{C_d} \right) = \frac{128 \gamma_d V_d \dot{n}_3}{\pi d_d^4 C_d}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación de balance de energía, así como las expresiones para  $C_d$ ,  $\gamma_d$  y  $K_d$ , a temperaturas menores que 40mK (Ecs. 1.14, 1.20 y 1.21), y el valor de  $V_d \approx 430 \text{cm}^3 / \text{mol}$  (p. 80) y despejando T, se obtiene la expresión para la temperatura mínima que se puede alcanzar en la cámara de mezcla, que es

$$T_{\text{min}} = 4(1/d_d)^{1/3}$$

La gráfica de esta ecuación (Fig. 2.23), muestra que no es conveniente aumentar indiscriminadamente  $d_d$ , con el propósito de reducir T, debido a que, conforme aumenta  $d_d$ , la reducción en temperatura que se gana es cada vez menor. En nuestro R.D. tenemos una  $d_d \approx 2 \text{mm}$ , lo que en principio debería dar una  $T_{\text{min}} \approx 3.2 \text{mK}$ . Sin embargo, el R.D. no tiene intercambiador discreto y las fuentes de calor externas no son cero. Por lo que la  $T_{\text{min}}$  que se obtiene experimentalmente es  $T_{\text{min}} \approx 22 \text{mK}$ .

### C. Presión osmótica

A continuación se mostrarán las condiciones que permiten que el He-3 de la fase diluida de la cámara de mezcla emigre hacia el evaporador. Primero se analizará el caso sencillo, en el que el He-3 permanece estático, para después explicar en que forma se le puede obligar a que avance hacia el evaporador.

La fase diluida de la cámara de mezcla se prolonga hasta el evaporador, a través del intercambiador de calor, por lo que, a lo largo de ella, la temperatura varía. Esto ocasiona que la concentración de He-3 de esta fase varíe, dependiendo de la temperatura a la que se encuentre algún punto en particular del intercambiador. Esto sucedería, aún cuando el He-3

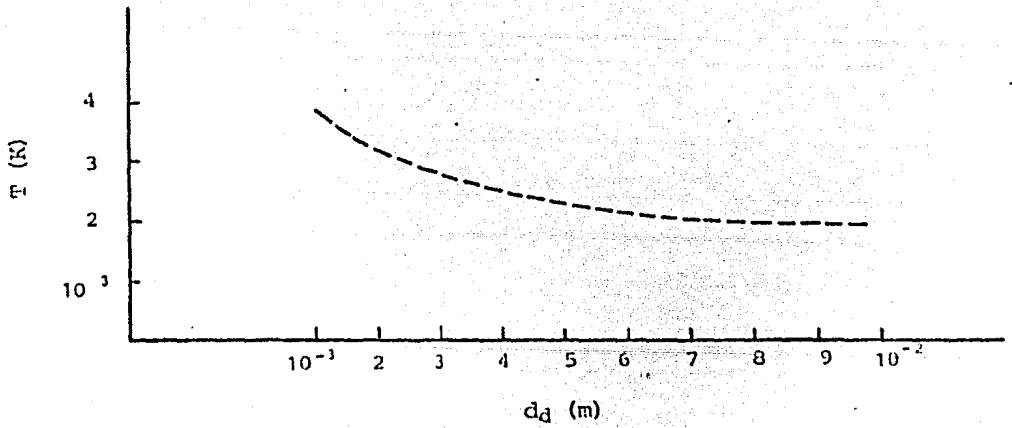


Fig. 2.23. Comportamiento de  $T_{min}$  en función del diámetro del tubo externo del intercambiador.

permaneciera estático a todo lo largo del intercambiador. Termodinámicamente, el caso estático es idéntico al planteado en la sección 1.2.C. Ya que, aquí también se debe cumplir que  $\nabla \mu_{4d} = 0$ , o sea que  $\mu_{4d} = \text{cte}$ , como condición de equilibrio termodinámico de toda la fase diluida. En este caso, el valor que asuma  $\mu_{4d}$ , depende de  $T_m$ . La figura 2.24 muestra las curvas que se obtienen para algunos valores de  $T_m$  (Radebaugh, (1967)).

El hecho de que  $\mu_{4d}$  sea constante es igual a considerar que  $\pi$  sea constante, de acuerdo a la ecuación 1.6, por ello, a las curvas de la figura 2.24 también se les denomina isóbaras osmóticas. Esto quiere decir que la presión osmótica es constante a lo largo del intercambiador. Para entender el sentido de esta afirmación, conviene imaginar al intercambiador como formado por un conjunto de recipientes que contienen mezclas líquidas He-3-He-4, con temperaturas que van desde  $T_m$  hasta  $T_{ev}$ , y concentraciones que van desde  $X_{4m}$  (en la cámara de mezcla) hasta  $X_{ev}$  (en el evaporador), los cuales, al ser unidos entre sí por superfugas no desarrollan una diferencia de presión osmótica. Esto es, la presión osmótica entre ellos es cero.

Whentley (1968 a) encontró que la dependencia de  $X_{4d}$  respecto de la temperatura, para el caso en que  $T_m = 0$ , viene dada por

$$X_{4d} = \begin{cases} X_{4d}^* - 3.3T & \text{cuando } T < 0.15K \text{ y } 0.03 < X < X_{4d}^* \\ 0.0047T & \text{cuando } T > 0.15K \text{ y } X < 0.03 \end{cases}$$

cuyo comportamiento se muestra en la figura 2.25, que es un gráfico en escala logarítmica, de la curva  $T_m = 0K$  de la figura 2.24.

Solo en el caso en que el He-3 diluido estuviera a  $T > 0.15K$  y  $X < 0.03$ , su presión osmótica podría ser evaluada con la ayuda de las ecuaciones para soluciones ideales (Ecs. 1.8 o 1.10). Pero, en general, la presión osmótica debe evaluarse mediante las ecuaciones 1.7 o 1.9.

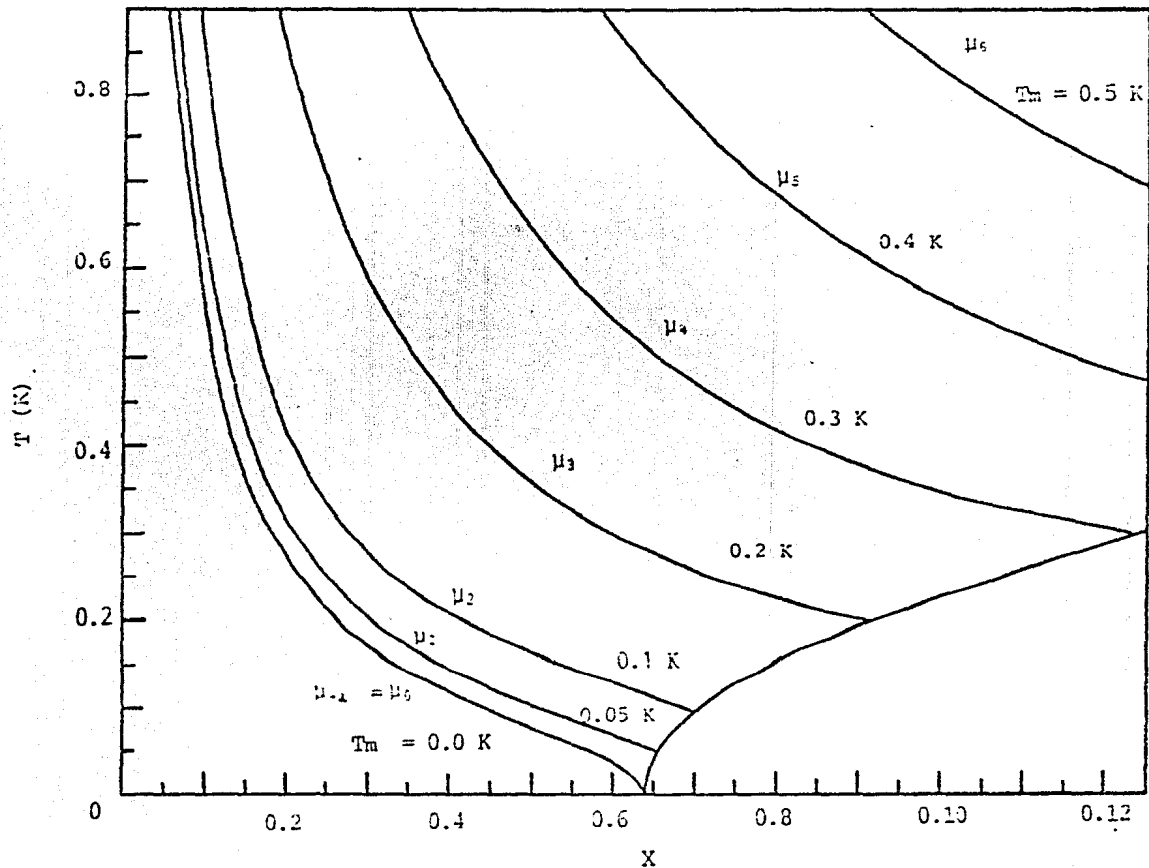


Fig. 2.24 .Perfiles de concentración para diversos valores de  $\mu_{11} = \text{cte}$ . Cada una de estas curvas representa la concentración y temperatura que puede tener el He-3 diluido, sin que cambie su presión osmótica. Estas curvas permiten conocer la concentración del He-3 diluido cuando se encuentra en el intercambiador de calor, para una temperatura de la cámara de mezcla dada.

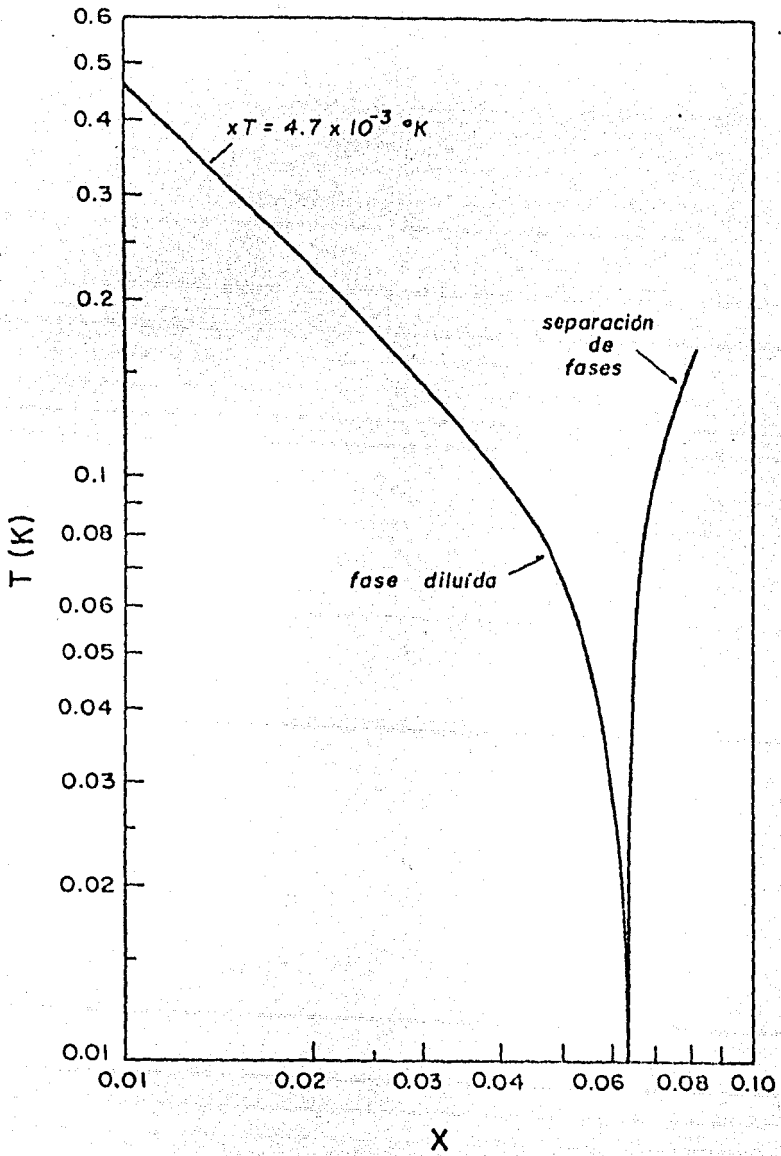


Fig. 2.25 Detalle de la curva para  $T_m=0\text{K}$ , de la figura 2.24.

El proceso de dilución continua exige la extracción de  $n_1$  moles de He-3 de la fase diluida, lo cual no sucede, si esta fase se encuentra en equilibrio termodinámico, o sea,  $\mu_{He} = \text{cte}$ . Por ello, es necesario que tal situación sea descompensada, mediante la disminución de la concentración natural,  $X_1$ , de He-3 que existe a lo largo del intercambiador, debido al gradiente de temperatura que hay entre la cámara de mezcla y el evaporador. Esto se logra a través del bombeo continuo de los vapores de He-3 del evaporador. Lo que ésto provoca, es que el He-3 se vea obligado a redistribuirse continuamente a lo largo del intercambiador, moviendo  $n_1$  moles por unidad de tiempo, en un intento por mantener la condición de equilibrio ( $\mu_{He} = \text{cte}$ ) en toda la fase. Este efecto se puede comparar con el que se presenta al unir, mediante una superfuga, dos recipientes con mezclas líquidas He-3-He-4 de diferente concentración, que no se encuentran en equilibrio termodinámico. En este caso (Secc. I.2.C), el He II emigra de un recipiente a otro, con el fin de minimizar la energía del sistema, manteniendo así  $\mu_{He} = \text{cte}$ . En cambio, en un intercambiador de calor no existe superfuga, por lo cual el He-3 se puede mover. Lo que se extrae en el evaporador es He-3, por lo que el He-4 permanece estático en el intercambiador.

Para que los átomos de He-3 se muevan hacia el evaporador, es necesario que la concentración de He-3 en éste disminuya por debajo del valor que tendría en equilibrio, o sea, del valor dado por las curvas de la figura 2.24. Así por ejemplo, si  $T_m = 0$ , la concentración de He-3 en el evaporador debería ser menor que  $X_{ev} = 0.0047T_{ev}$ , para que hubiera un flujo de He-3. Wheatley (1968 a) calculó que la máxima diferencia de presión osmótica que se puede alcanzar, suponiendo  $T_m = 0$ , es de tan solo 10.6mm de Hg. Por ello, es conveniente usar intercambiadores de impedancia pequeña, con el fin de mantener el flujo de He-3 lo más grande posible. El empleo de tubos estrechos provoca que la viscosidad actúe adversamente al flujo de He-3, provocando que la concentración de He-3 en el evaporador decrezca. Esto tiene como consecuencia que, para una razón de vaporización dada, tanto la temperatura del evaporador, como la proporción He-3/He-4 que se evapora aumenten, afectando con esto el buen funcionamiento del R.D., como se verá más adelante.

## 5. EVAPORADOR

El evaporador tiene dos objetivos principales, uno es la extracción de He-3, mediante el bombeo de los vapores de la solución diluida que se encuentra en él. El otro, es el enfriamiento a  $T_{ev}$  del He-3 puro que es reinyectado. Hasta aquí hemos supuesto, por simplicidad en los cálculos y las estimaciones, que solo circula He-3 puro dentro del circuito de dilución, sin embargo, en la práctica, al bombear la solución diluida del evaporador también se extrae He-4. En esta sección se verá que, a fin de optimizar la extracción de He-3 y reducir en lo posible la de He-4, es necesario conocer el comportamiento de la presión de vapor y de la concentración de He-3 en el vapor en la solución diluida del evaporador, las cuales son funciones tanto de  $T_{ev}$  como de  $T_m$ . Además, se analiza la capacidad de enfriamiento del evaporador y el intervalo de temperaturas en que conviene que trabaje éste, con el fin de optimizar la extracción de He-3. Por otro lado, también se ponderan las causas que pueden afectar en un momento dado el óptimo funcionamiento del evaporador, y se indica la forma en que se acostumbra controlar la temperatura de éste. Asimismo, se explica de qué manera afecta la película superfluida de He II, y cómo evitar sus efectos negativos.

### A. Temperatura de operación y capacidad de enfriamiento

La concentración máxima de He-3 que la solución del evaporador puede tener a  $T_{ev}$ , en equilibrio termodinámico, depende de  $T_m$ , de acuerdo con las curvas de la figura 2.24. De manera que, la presión de vapor de la solución en equilibrio se puede conocer con la ayuda de éstas curvas, o sea  $P_{ev}(T_{ev}, T_m)$ . Las curvas de presión de vapor, para diferentes valores de  $T_m$  se muestran en la figura 2.26 (Kadebaugh, (1967)). De estas curvas se puede apreciar que la presión aumenta conforme  $T_m$  aumenta, debido a que la concentración de He-3 en la solución del evaporador aumenta, si  $T_m$  aumenta (Fig. 2.24). Es decir, la contribución de la presión de vapor



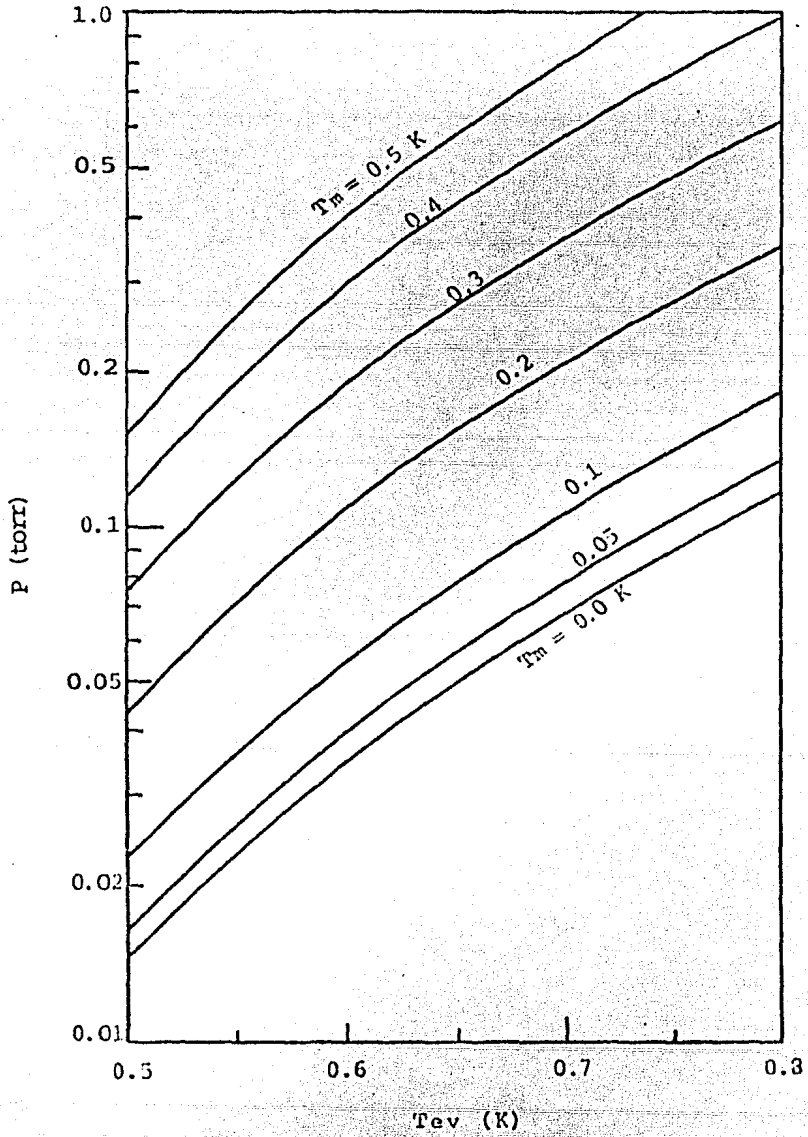


Fig. 2.26 Presión de vapor de la mezcla líquida He-3-He-4 que se encuentra en el evaporador, como función de T<sub>ev</sub> y de T<sub>m</sub>.

del He-3 es mayor. Sin embargo, la composición de He-3 de los vapores de la solución del evaporador, como función de la temperatura de éste y de la temperatura de la cámara de mezcla, tiene un comportamiento más complicado, como se puede apreciar de la figura 2.27 (Radebaugh, (1967)). La información que proporciona esta figura, es necesaria para

a) Saber cuál es el intervalo de temperaturas más adecuado para el evaporador, con el fin de que el refrigerador funcione óptimamente.

b) Conocer la capacidad de enfriamiento del evaporador, al bombear los vapores de la solución.

En el primer caso es importante considerar que es muy conveniente extraer del evaporador la mayor cantidad de He-3 que sea posible, con el fin de empobrecer al máximo la concentración de He-3 en la solución. Esto permite que la migración de He-3 desde la cámara de mezcla hasta el evaporador sea alta, y de esta manera, que el flujo de He-3 ( $\dot{n}_3$ ) sea grande.

Al analizar las curvas  $X_{ev}$  de la figura 2.27, se observa que para  $T_{ev}=0.5K$  se extrae prácticamente He-3 puro, sin embargo, se observa de la figura 2.26 que la presión de vapor de la solución, a esta temperatura, es menor que para una temperatura mayor. Esto quiere decir, que aún cuando a  $T_{ev}$  se extraiga He-3 casi puro, la presión es tan baja que se extrae muy poco. Por ello, es conveniente tener una  $T_{ev}$  un poco mayor, con el propósito de extraer He-3 en mayor cantidad, aún cuando se pague el precio de extraer también He-4. Esto no quiere decir que  $T_{ev}$  se pueda aumentar indiscriminadamente, porque se corre el riesgo de extraer demasiado He-4. Tal es el caso de las curvas  $T_m=0K$  y  $T_m=0.1K$ , en las cuales la concentración decae muy rápidamente, conforme  $T_{ev}$  aumenta. Por ejemplo, para  $T_m=0K$ ,  $X_{ev}$  decae de 0.97 a 0.895, cuando  $T_{ev}$  aumenta de 0.7K a 0.9K. Mientras que, para  $T_m=0.3K$  la concentración de He-3 en el vapor decae de 0.995 a 0.95, para el mismo incremento en temperatura en  $T_{ev}$ . De este análisis se desprende que la temperatura del evaporador más adecuada, a fin de no caer en los riesgos antes

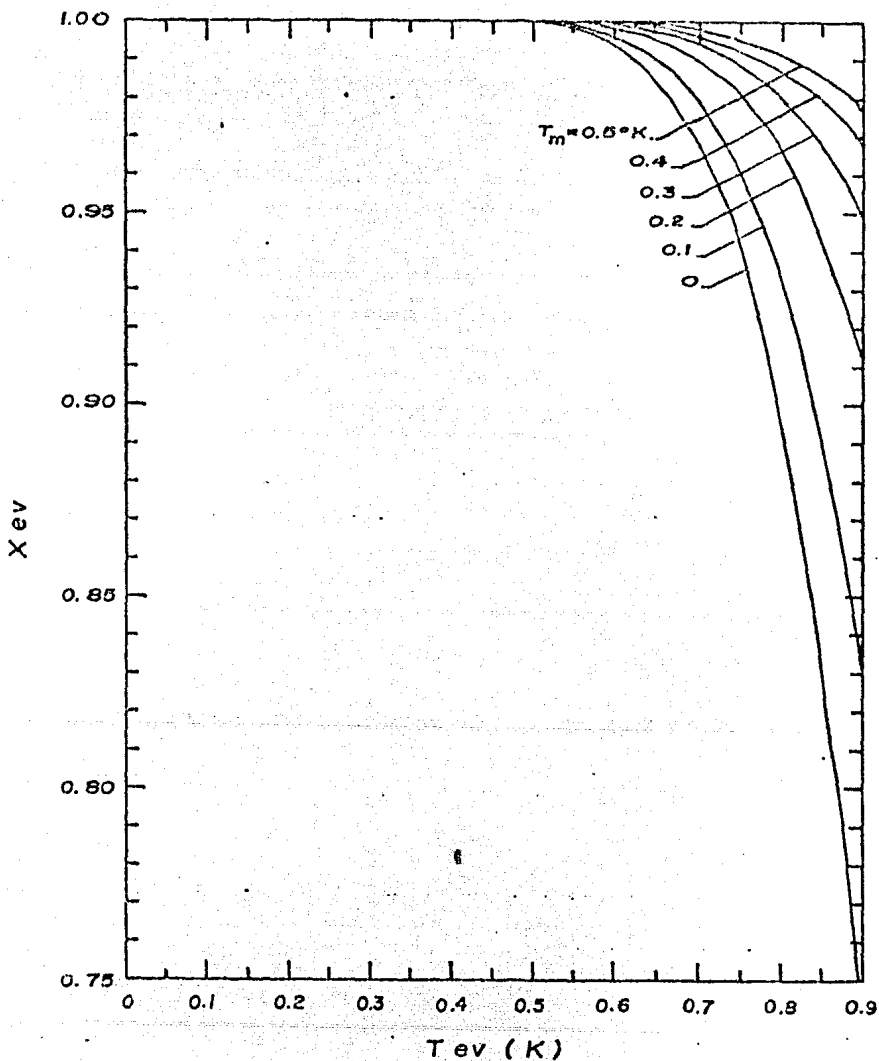


Fig. 2.27 Concentración de He-3 en el vapor de la solución del evaporador, como función de  $T_{ev}$  y de  $T_m$ . En este caso se han despreciado los efectos causados por la película superfluida de He II.

señalados, puede estar más o menos entre 0.6K y 0.7K.

Por otro lado, para conocer la capacidad de enfriamiento supóngase que se extraen  $\dot{n}$  moles de helio, donde  $\dot{n} = \dot{n}_3 + \dot{n}_4$ . Entonces, el proceso de evaporación absorberá una cantidad de calor dada por

$$\dot{Q}_{ev} = \dot{Q}_3 + \dot{Q}_4$$

con  $\dot{Q}_4 = \dot{n}(1 - X_{ev})L_4(T)$ , donde  $L_4(T)$  es el calor latente de evaporación del He-4 y,  $\dot{Q}_3 = \dot{n} X_{ev} L_3(T)$ , donde  $L_3(T)$  es la diferencia de entalpías entre el He-3 vapor y el He-3 en la solución diluida, es decir

$$L_3(T) = [H_3(T) + L_3(T)] - H_3(X, T)$$

Los dos primeros términos del miembro derecho representan la entalpía en la fase vapor del He-3, que es la entalpía del He-3 líquido más el calor latente de evaporación. Por lo tanto, la ecuación para  $\dot{Q}_{ev}$  se escribe como

$$\dot{Q}_{ev} = \dot{n} [X_{ev} L_3(T) + (1 - X_{ev})L_4(T) + X_{ev} [H_3(T) - H_3(X, T)]]$$

2.15

en donde el último término expresa la desviación del calor ideal de vaporización. Esto es, a la evaporación ideal del He-3 ( $X_{ev}H_3(T)$ ) se le debe quitar el calor necesario para evaporar el He-3 en la solución diluida ( $X_{ev}H_3(X, T)$ ) o sea, la diferencia de entalpías entre el He-3 puro y el diluido. Con la ayuda de esta última ecuación Radebaugh construyó las curvas  $(\dot{Q}_{ev}/\dot{n})$  vs  $T_{ev}$ , para diversas  $T_m$  (Fig. 2.28). En estas curvas se puede apreciar que la dependencia de  $\dot{Q}_{ev}$  con  $X_{ev}$ , ocasiona que el calor extraído por mol  $(\dot{Q}_{ev}/\dot{n})$  disminuya conforme  $X_{ev}$  aumenta. Esto se debe a que la contribución del calor latente de evaporación del He-3 disminuye (término  $X_{ev}L_3(T)$ , Ec. 2.15), mientras que la del He-4 aumenta (término  $(1 - X_{ev})L_4(T)$ , Ec. 2.15), conforme  $T_{ev}$  aumenta.

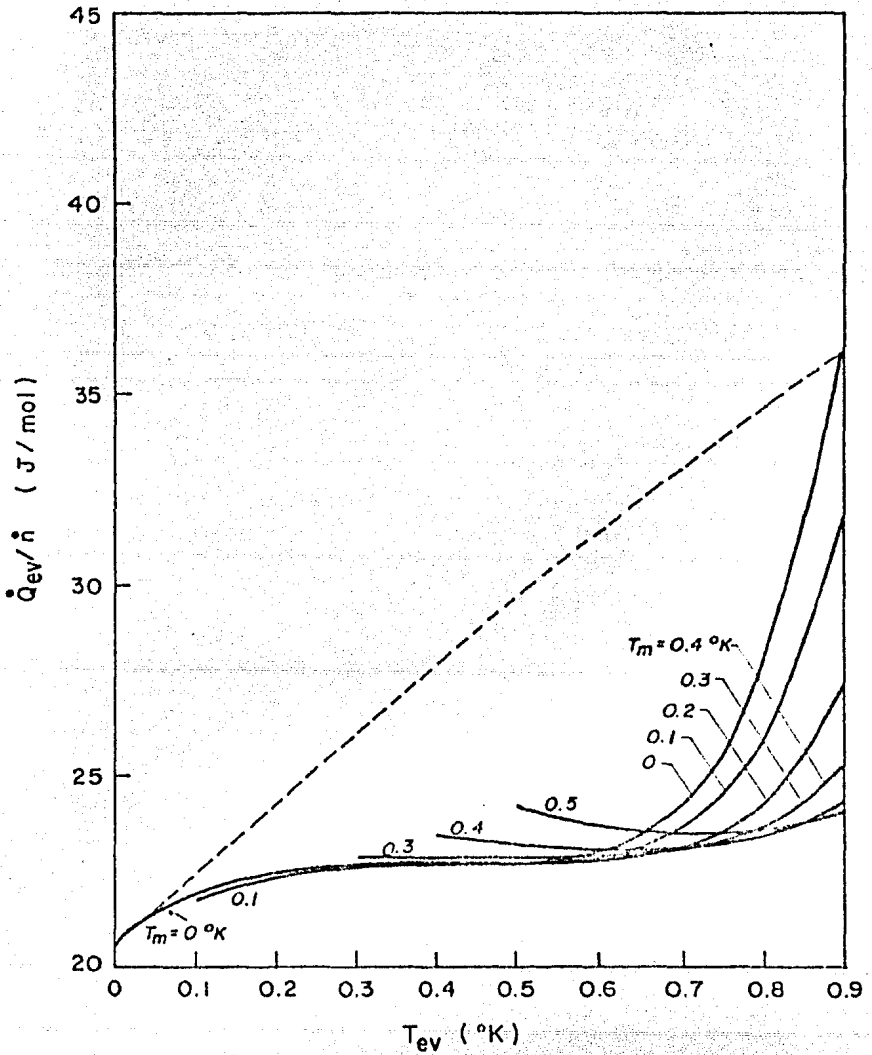


Fig. 2.28 Color de vaporización de la solución del evaporador, como función de  $T_{ev}$  y de  $T_m$ .

Además, el calor latente de evaporación del He-4 es mayor que el del He-3 (Fig. 2.8, p. 64).

## B. Control de la temperatura del evaporador.

Como la temperatura más adecuada para que funcione el evaporador puede estar entre 0.6K y 0.7K, es importante realizar un balance del calor que recibe y del que absorbe, con el propósito de determinar la mejor manera de controlar su temperatura. Las principales fuentes a través de las que recibe calor son

- a) El calor que por radiación entra a través del tubo de bombeo desde el exterior. Esto es, radiación a  $T_{amb} \approx 300K$
- b) El calor que por conducción entra a lo largo de la línea de bombeo, la conducción proviene del baño a 4K.
- c) El calor introducido por el He-3 reinyectado, el cual llega al evaporador a temperatura  $T_{ik}$ , para ser enfriado hasta  $T_{ev}$ .

En el primer caso, la cantidad de calor radiada desde el exterior ( $T_{amb}$ ) a través de la línea de bombeo se puede calcular con la ayuda de la ley de Stefan

$$Q_R = \sigma eAT^4$$

donde,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2 K^4$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $e$  es el poder emisivo,  $T$  la temperatura y  $A$  el área de la superficie que radia. En nuestro R.U. la superficie es de acero inoxidable y se encuentra a  $T_{amb} \approx 300K$ , su poder emisivo es  $e = 0.15$  (Conte (1970), p. 12) y  $A$  es el área transversal del tubo de bombeo, cuyo diámetro interior es  $d = 0.01m$ . De esta manera

$$\dot{Q}_R = (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4)(0.15)(0.01 \text{ m})^2 (300 \text{ K})^4 \pi/4$$

$$\approx 5.4 \times 10^{-3} \text{ W}$$

Por otro lado, la cantidad de calor conducida a través de la línea de bombeo, desde el baño de 4K hasta el evaporador, se puede calcular con la ayuda de la ecuación 2.9, esto es

$$\dot{Q}_R = AK\Delta T/l$$

donde A es el área transversal del tubo, K la conductividad térmica,  $\Delta T$  el gradiente de temperatura que da origen al flujo de calor y l la longitud del tubo. En nuestro R.D. tenemos una línea de bombeo de longitud 0.3m y de diámetro externo  $D=0.011\text{m}$  e interno  $d=0.01\text{m}$ . Suponiendo que  $T_{ev}=0.6\text{K}$  se tiene  $T=4\text{K}-0.6\text{K}=3.4\text{K}$  y una conductividad promedio de  $K=2.5 \times 10^{-1} \text{ W/K m}$  (de acuerdo con la figura 2.3). Sustituyendo estos valores en la ecuación precedente se tiene

$$\dot{Q}_R = \frac{[(0.011 \text{ m})^2 - (0.01 \text{ m})^2](0.25 \text{ W/K m})(3.4 \text{ K})\pi}{4(0.3 \text{ m})}$$

$$\approx 4.7 \times 10^{-6} \text{ W}$$

El calor que le llega al evaporador, al enfriar de  $T = 1.3\text{K}$  a  $T_{ev}=0.6\text{K}$  al He-3 reinyectado, se puede calcular mediante la diferencia de entalpías y el flujo de He-3, ya que la presión de reinyección se mantiene prácticamente constante en el proceso de enfriamiento, esto es

$$\dot{Q}_{ev} = \dot{n}_3 \Delta H_{ev} = \dot{n}_3 [H_3(T_K) - H_3(T_{ev})]$$

si se supone un flujo de  $\dot{n}_3 = 60 \times 10^{-6} \text{ moles/s}$ , entonces el calor que recibe el evaporador por este concepto será

$$\dot{Q}_{3er} = (60 \times 10^{-6} \text{ moles/s}) (2.9 \text{ J/K m}) = 9 \times 10^{-6} \text{ W}$$

Al comparar  $\dot{Q}_R$ ,  $\dot{Q}_K$  y  $\dot{Q}_{3er}$  se observa que los dos últimos son despreciables.

Por otro lado, el calor extraído del evaporador por la evaporación de He-3 y He-4 se puede calcular con la ayuda de la figura 2.28. Para  $T_m < 0.3\text{K}$  y  $T_{ev}$  entre  $0.6\text{K}$  y  $0.7\text{K}$  el valor de  $\dot{Q}_{ev}/\dot{n}$  es

$$\dot{Q}_{ev}/\dot{n} = 23 \text{ J}$$

si se supone una  $\dot{n} = 60 \times 10^{-6}$  moles/s, entonces se tendrá

$$\dot{Q}_{ev} = 23(60 \times 10^{-6} \text{ moles/s}) \approx 1.4 \times 10^{-3} \text{ W}$$

Por lo cual, comparando  $\dot{Q}_K$  y  $\dot{Q}_{ev}$  se observa que  $\dot{Q}_K$  es mayor que  $\dot{Q}_{ev}$ , sin embargo, son del mismo orden de magnitud. En nuestro R.D. se observó que la contribución de  $\dot{Q}_K$  era lo suficientemente alta como para impedir que  $T_{ev}$  bajara de  $0.8\text{K}$ , a pesar de que las bombas trabajaban a toda su capacidad.

$\dot{Q}_K$  puede ser reducido utilizando pantallas antirradiación dentro del tubo de bombeo, las cuales es necesario anclarlas térmicamente al baño de  $4\text{K}$ . De esta manera, al colocar las pantallas a  $4\text{K}$ , el poder emisor de la superficie que radia se reduce a  $\epsilon = 0.018$ , lo que genera, a  $4\text{K}$  una cantidad de calor de

$$\dot{Q}'_K = (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/K m}) (0.018)(0.01 \text{ m})^2 (4 \text{ K})^4 \pi/4$$

$$\approx 2.5 \times 10^{-11} \text{ W}$$

Comparando el calor que entra al evaporador cuando hay pantallas ( $\dot{Q}'_K$ ) con el que entra cuando no hay pantallas



( $\dot{Q}_R$ ), se observa que la entrada de calor por radiación se reduce  $2 \times 10^8$  veces.

Al comparar  $\dot{Q}'_R$  con  $\dot{Q}_{ev}$  se tiene

$$\dot{Q}'_R < \dot{Q}_{ev}$$

esto es, al colocar las pantallas antirradiación en la línea de bombeo se elimina una gran fuente de calor, ocasionando con esto que los papeles se inviertan. El calor extraído por evaporación es ahora mayor que el calor introducido por radiación. Este hecho ocasiona que  $T_{ev}$  descienda por debajo de  $0.6K$ , lo que, como se dijo anteriormente, no es conveniente. Por este motivo, es necesario calentar la solución del evaporador hasta llegar a la temperatura que requiere éste para que el R.D. funcione óptimamente. Esto es, la temperatura del evaporador se controla mediante un calefactor, manejado desde el exterior del refrigerador, el cual mantiene al evaporador entre  $0.6K$  y  $0.7K$ .

### C. Película superfluida de He II

En la sección I.1.F se mencionó que el He II forma una película de helio superfluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene y, que el espesor de esta película se reduce bastante a temperaturas mayores a  $T_2$ . Como el evaporador se encuentra a  $T_{ev} < T_2$ , el He-4 de la solución diluida forma una película que sube por la línea de bombeo hasta llegar a un punto del tubo, en el cual  $T = T_2$ . Ahí el espesor de la película se reduce drásticamente porque el He II se transforma en He I. La extracción de los vapores del He I que se encuentra sobre la línea de bombeo reduce severamente la extracción de los vapores de He-3 de la solución del evaporador.

En las subsecciones anteriores no se consideró la formación de esta película en la extracción de He-3 del evaporador porque, en principio, es posible inhibir su formación. Como lo que interesa es la extracción de los

vapores sobre la superficie de la solución, entonces, hay que "cortar" a la película antes de que llegue a la orilla del tubo de bombeo. Para ello existen principalmente dos métodos para "cortar" la película: el electropulido y el quemado de película. En el primero se pule la pared interna del tubo de bombeo, a través de un proceso de electrólisis, dejando una superficie muy lisa, a través de la cual es difícil la formación de la película. En el segundo, se enrolla alrededor del tubo de bombeo un alambre, el cual es calentado desde el exterior del refrigerador. De esta manera, el tubo se calienta localmente por arriba de  $T_{\lambda}$ , evaporando con esto la película. Sin embargo, en esta técnica se debe considerar la recondensación del He II evaporado al calentar el tubo, de lo contrario, éste sería bombeado y ocasionaría efectos similares al caso en que no se hubiera "cortado" la película.

En nuestro R.D. hemos utilizado la segunda técnica. En la figura 2.29 se muestra nuestro evaporador, la letra A indica el alambre de constantan que se utiliza para "cortar" la película; la letra B indica el espacio en el cual se lleva a cabo la recondensación del He-4. Obsérvese que las paredes de este espacio se encuentran en contacto térmico con la solución, por ello se logra la recondensación del He-4 evaporado al "romper" la película. En nuestro evaporador el alambre tiene la función adicional de controlar la temperatura del evaporador. Esto último es muy práctico porque permite manipular dos efectos independientes con un solo dispositivo.

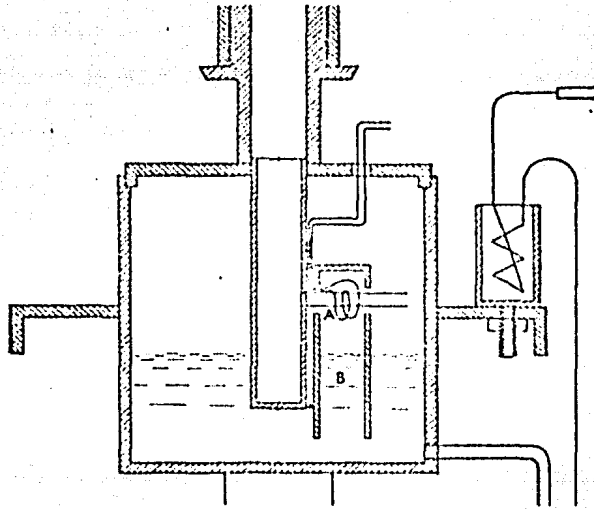


Fig. 2.29 Evaporador de nuestro R.D., éste utiliza un calefactor para 'cortar' la película superfluida de He II y para controlar  $T_{ev}$ . La letra A indica el calefactor y la B el espacio para recondensar el helio.

# CONCLUSIONES

El refrigerador de dilución que se ha construido en el Instituto de Investigaciones en Materiales es el primer y único instrumento con que se cuenta en el país, para obtener temperaturas ultrabajas. Esto ha sido posible en gran medida a la asesoría tanto científica como técnica recibida a través del convenio de cooperación existente entre el Centre de Recherche sur les Très Basses Températures (C.R.T.B.T.) de Grenoble, Francia y el Instituto de Investigaciones en Materiales. Aquí cabe destacar que el Dr. Daniel Thoulouze, actual director de C.R.T.B.T., ha hecho todo lo posible para que en México se puedan realizar investigaciones de alta calidad en la región de temperaturas ultrabajas. Por otro lado, el Dr. Chris Muirhead de la Universidad de Birmingham, Inglaterra, ha contribuido decisivamente con sus acertadas sugerencias y su buena disposición para transmitir su amplia experiencia en refrigeradores de dilución (ha construido dos en la universidad de Birmingham).

Cabe hacer notar que en este trabajo no se incluyen un sinnúmero de detalles técnicos, tales como: el proceso de sinterización del polvo de cobre, la construcción de atravesadores para alambres a temperatura de He-4L, el doblado sin estrangulamiento de tubos de pared delgada de acero inoxidable ( $\sim 0.1$  mm.), etc. Tampoco se indica la forma en que el refrigerador es pre-enfriado hasta producir la dilución de He-3 en He-4. Esta tarea implica mucho trabajo porque no es fácil poner en operación al refrigerador. Cada experiencia debe ser cuidadosamente planeada y ejecutada, porque un error puede significar una gran pérdida de tiempo y trabajo (el simple enfriamiento del sistema requiere en promedio de día y medio). La operación del refrigerador una vez que se encuentra en funcionamiento, es una tarea delicada porque es necesario tener control sobre muchas variables a la vez. Además, hay que tomar precauciones para que el helio líquido nunca quede confinado dentro del refrigerador o para que nunca sea evaporado súbitamente, porque en ambos casos, la presión podría aumentar peligrosamente. Esto sucede porque el volumen del helio gas es tres órdenes de magnitud mayor que la del helio líquido. Toda esta información es importante pero demasiado amplia como para agregarla a este trabajo. Sin embargo, sería conveniente incluirla en futuros trabajos.

La conclusión más importante de esta tesis es que el refrigerador se encuentre funcionando y que pueda alcanzar temperaturas hasta de 38 mK funcionando en forma continua, superando con esto las expectativas iniciales que eran de 50 mK. Estas temperaturas han sido medidas con la ayuda de termómetros de carbón, calibrados en el C.R.T.R.T. Este refrigerador permite realizar experimentos desde 50 mK hasta 1300 mK.

Las investigaciones que se pretenden realizar a corto y mediano plazo, utilizando como medio de enfriamiento al refrigerador de dilución, van encaminadas hacia el estudio de propiedades tales como el calor específico, la conductividad térmica y la resistividad eléctrica de diversos materiales sólidos. También se está creando la infraestructura necesaria para realizar calibraciones de termómetros, a través de la medición de la presión de vapor del He-4L y de la medición de la susceptibilidad magnética de una sal de Cerio-Magnesio-Nitrato (C.M.N.).

Con el propósito de que el refrigerador sea un dispositivo más versátil de lo que es en la actualidad, sería conveniente, a largo plazo, efectuar una serie de modificaciones, tales como:

i) Instalación de un intercambiador discreto, en el caso de que se desee descender aún más la temperatura.

ii) Aumento del número actual de líneas eléctricas (48), para que en una sola experiencia se obtenga la mayor información posible, o para poder cambiar de experimento sin mucha dificultad, o para realizar dos experimentos simultáneos.

iii) Ampliar el espacio disponible por debajo de la cámara de mezcla, para que se puedan montar experimentos que requieren mayor espacio.

iv) Usar carbón activado dentro del vaso que aísla al circuito de dilución del baño de 4K, para lograr un mejor vacío y por tanto un mejor aislamiento térmico.

v) Acondicionar el refrigerador para la instalación de una bobina superconductor que permitirá realizar experimentos con campos magnéticos (50 KGauss).

La posibilidad de producir y medir temperaturas cercanas al cero absoluto ha sido una proeza muy significativa y provechosa para el instituto. La construcción y operación del refrigerador ha permitido a investigadores, técnicos y estudiantes interaccionar a escala internacional con otros científicos y técnicos de alta calidad. Es importante hacer notar que los estudiantes que lleguen a trabajar con el refrigerador de dilución estarán en contacto con una amplia gama de disciplinas y equipos tales como: la criogenia, la electrónica, las técnicas de vacío, diseños mecánicos especiales, computadoras y en general, con sistemas de instrumentación.

# APENDICES



## A. TRANSICIONES DE FASE.

Ehrenfest, considerando especialmente las transición  $\lambda$  del He-4 líquido y la discontinuidad en el calor específico de los superconductores, introdujo una clasificación de las transiciones de fase. Según esta clasificación, una transición es de n-ésimo orden si la función de Gibbs  $G(P,T)$  tiene una discontinuidad finita en sus n-ésimas derivadas parciales, pero no así en sus derivadas de orden inferior.

Las transiciones de fase de primer orden son las transiciones de fases ordinarias, tales como la sublimación, la fusión y la evaporación, que se caracterizan porque las derivadas de primer orden de la función de Gibbs ( $S = -(\partial G / \partial T)_P$  y  $V = (\partial G / \partial P)_T$ , donde S es la entropía y V el volumen), presentan cambios finitos durante la transición, mientras que, la función de Gibbs es continua sobre la curva de transición. Este último hecho permite la obtención de la ecuación de Clausius-Clapeyron.

$$dP/dT = \Delta S / \Delta V$$

donde  $\Delta S$  y  $\Delta V$  son los cambio en entropía y en volumen, respectivamente.

En las transiciones de fase de segundo orden, tanto las segundas derivadas como la función de Gibbs son discontinuas, mientras que, S y V son continuas a lo largo de la curva de transición. Esto permite obtener (Callen (1960), p. 181):

$$dP/dT = \Delta C_p / T V \Delta \alpha_p$$

donde  $C_p = -T(\partial^2 G / \partial T^2)$  es el calor específico y  $\alpha_p = 1/V (\partial F / \partial T \partial P)$  es el coeficiente de expansión térmica, ambos a presión constante. Algunos ejemplos de transiciones de fase de segundo orden son: la transición superfluida

del He-3 líquido y las transiciones superconductoras.

La anomalía  $\lambda$  de la figura 1.2 (p. 7) no semeja un salto, más bien parece un pico cuyas pendientes tienden a ser muy grandes conforme  $C_p$  se aproxima a la singularidad, tanto desde temperaturas inferiores como desde temperaturas superiores, lo cual ocasiona que la determinación de  $\Delta C_p$  sea prácticamente imposible. Esto impide que la clasificación de Ehrenfest se aplique a las transiciones  $\lambda$ .

Existen numerosos ejemplos de anomalías de tipo  $\lambda$  en el calor específico, aparte de la del He-4 líquido. Una de las más conocidas es la de los ferromagnéticos al pasar por la temperatura de Curie. Otros ejemplos son: las singularidades en aleaciones binarias, tales como el latón (50% Zn-50% Cu, Fig. A.1), las singularidades del metano, del cloruro de amonio (Fig. A.2) y del ácido clorídrico. Estas anomalías no son propiamente fenómenos raros, ya que en la actualidad se ha logrado comprender a muchas de ellas. Estas transiciones usualmente se presentan cuando algún tipo de orden es destruido gradualmente, conforme la temperatura aumenta, hasta que al llegar a cierta temperatura de transición bien definida, desaparece todo indicio de este orden.

Para un gran número de singularidades que aparecen en  $C_p$ , el mecanismo de 'orden-desorden' tiene una interpretación cualitativa muy simple, la que es directamente verificable a través del análisis con rayos X. Sin embargo, es muy difícil construir una teoría estadística rigurosa que explique mecanismos de esta índole (orden-desorden) y solo se han logrado algunos avances realizando simplificaciones demasiado drásticas. Esto es, el tipo de anomalía en  $C_p$  que se encuentra a través de la teoría, depende del tipo de simplificación que se haga.

Se ha realizado un gran esfuerzo a fin de solucionar este problema de la mecánica estadística. Ya que, en principio, cualquier aproximación que se haga a la función de partición parece concordar con la clasificación de Ehrenfest, por ello resulta sorprendente

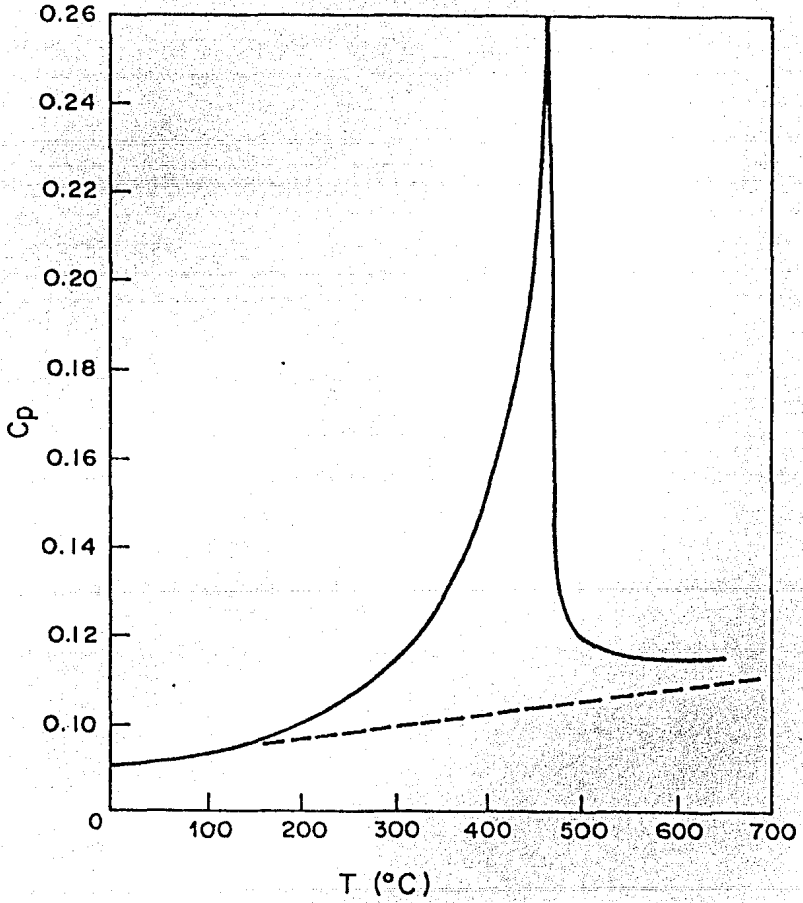


Fig. A.1 Transición lambda del latón  $\beta$ .

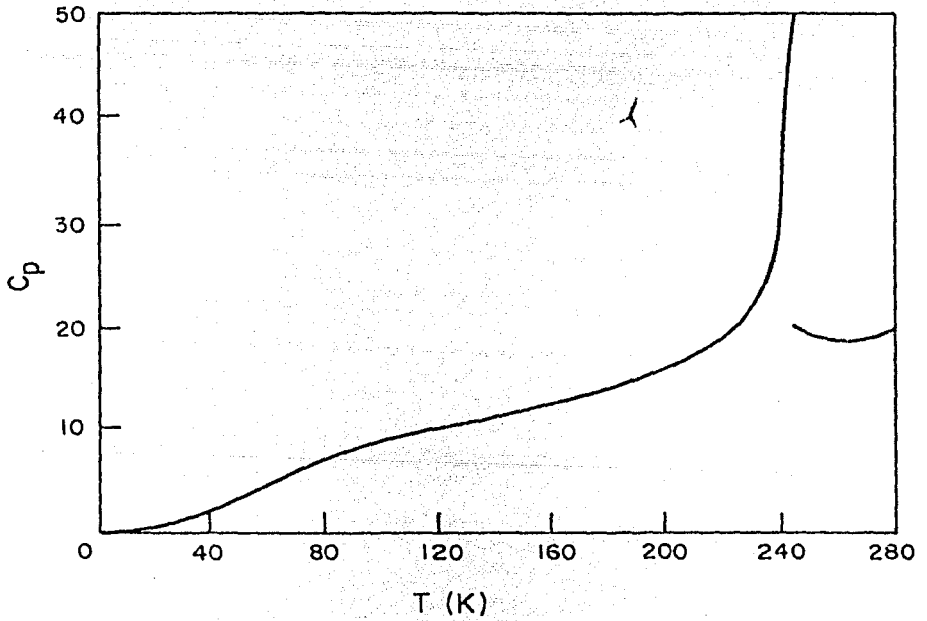


Fig. A.2 Transición lambda del cloruro de amonio.

que, al resolver rigurosamente el problema orden-desorden en un sistema bidimensional, Osanger (1944) haya encontrado que el calor específico no tiene una discontinuidad, sino más bien una singularidad (logarítmicamente infinita). De hecho, Tisza (1951) mostró más tarde que, los requisitos termodinámicos de estabilidad general conducen, sin hacer suposiciones ad hoc, a la posibilidad de encontrar dichas singularidades. Estos requisitos tienen una aplicación más amplia, ya que, casi todas las transiciones  $\lambda$  conocidas hasta hoy las cumplen, por ello se les conoce como "el criterio de Tisza para las transiciones de segundo orden", más que una clasificación, a diferencia de la de Ehrenfest, es una condición termodinámica a cumplir (Callen (1960), p.174).

Aunque la teoría rigurosa de los puntos  $\lambda$  dista mucho de ser una teoría completa, no hay duda de que un gran número de ellos se pueden interpretar cualitativamente como transiciones del tipo orden-desorden. Esto ha conducido a pensar que toda anomalía de tipo  $\lambda$ , en el calor específico, es una transición de orden-desorden. Sin embargo, el ejemplo clásico del He-4 líquido, parece no admitir una explicación en términos de un mecanismo de este tipo, y sobre todo, porque los átomos de He-4 son muy simétricos como para presentar una transición orden-desorden. En realidad, debe existir un proceso de ordenamiento diferente a los demás, como los propuestos por Tisza y Landau, los cuales se presentan en el apéndice D y E.

## B. ENERGIA DE PUNTO CERO.

Desde el punto de vista clásico, en  $T=0K$  todos los átomos deben estar en reposo y su energía potencial debe ser mínima. De acuerdo con esto, a bajas temperaturas, los átomos solo deberían realizar pequeñas oscilaciones alrededor de ciertas posiciones de equilibrio y en principio, todas las sustancias deberían solidificarse. Sin embargo, la mecánica cuántica establece, a través del principio de incertidumbre, que la posición y el momento de una partícula no pueden determinarse con infinita precisión, esto es:

$$\Delta x \Delta p > h.$$

En particular, si se conoce la posición de un átomo con bastante precisión, como en el caso de un sólido, entonces el momento o la energía cinética del átomo deben quedar indeterminados en una cantidad pequeña, pero finita. Incluso en el cero absoluto los átomos conservan cierta energía cinética denominada "energía de punto cero".

El helio líquido ( $He-3$  y  $He-4$ ) es el único sistema en donde los efectos cuánticos se manifiestan antes de que el líquido logre solidificarse. Esto se debe al efecto combinado de las relativamente débiles interacciones entre átomos de helio y a su gran energía de punto cero. En cualquier otro medio, la interacción entre átomos es lo suficientemente fuerte como para que la sustancia se solidifique antes de que se puedan apreciar los efectos cuánticos.

A un tiempo dado, un átomo de  $He-4$  ocupa un volumen limitado por los átomos que lo rodean. Debido al movimiento de los átomos este volumen varía, pero se puede decir que, en promedio, los átomos están contenidos en una esfera de volumen atómico  $V$ , y cuyo radio es  $R \sim V^{1/3}$ . Del principio de incertidumbre se puede inferir que una partícula dentro de tal cavidad tiene una incertidumbre en su momento, dada por  $\Delta p \sim h/R$ .

Consecuentemente, esta partícula tendrá una energía cinética de localización o energía de punto cero dada por  $E_0 \sim (\Delta p)^2 / 2m_A \sim \hbar^2 / 2m_A R^2$ , donde  $m_A$  es la masa de un átomo de He-4 la cual en términos de su volumen atómico es  $E_0 \sim \hbar^2 / 2m_A V^{2/3}$ . La dependencia de  $E_0$  con  $V$  se muestra en la figura B.1. El cálculo de la energía potencial del líquido no es fácil, y depende del modelo de interacción entre dos átomos que se elija, sin embargo, ésta tiene cualitativamente la forma de la curva inferior de la figura B.1. Debido a que  $m_A$  es pequeña, la energía de punto cero es comparable en magnitud al mínimo de la curva de energía potencial. El resultado es que, la energía total del líquido (curva central Fig. B.1) alcanza su valor mínimo a un volumen atómico considerablemente mayor que el mínimo de la energía potencial. De ésta manera, las fuerzas interatómicas son lo suficientemente fuertes como para licuar al He-4 a un temperatura muy baja, sin embargo, la gran energía de punto cero ocasiona que el líquido posea una densidad muy baja.

En el helio la energía de punto cero es tan grande que la fase sólida no se forma a menos que, externamente, le sea aplicada una gran presión. Estos argumentos son igualmente aplicables al He-3 líquido, el cual, tiene una masa atómica menor y, en consecuencia, los efectos de la energía de punto cero son mayores. El hidrógeno no es comparable, porque su molécula se polariza más fácilmente que un átomo de helio solo, lo cual da como resultado que las fuerzas de Van der Waals, entre dos moléculas de  $H_2$ , sean 12 veces mayores que entre dos átomos de helio. En el hidrógeno por lo tanto, las fuerzas de amarre pesan más que la energía de punto cero ocasionando que la fase sólida sea estable en el cero absoluto. Cualquier otra substancia es más pesada que el  $H_2$  y tiene fuertes interacciones de Van der Waals. De aquí que el helio sea el único en permanecer líquido aún en el cero absoluto.

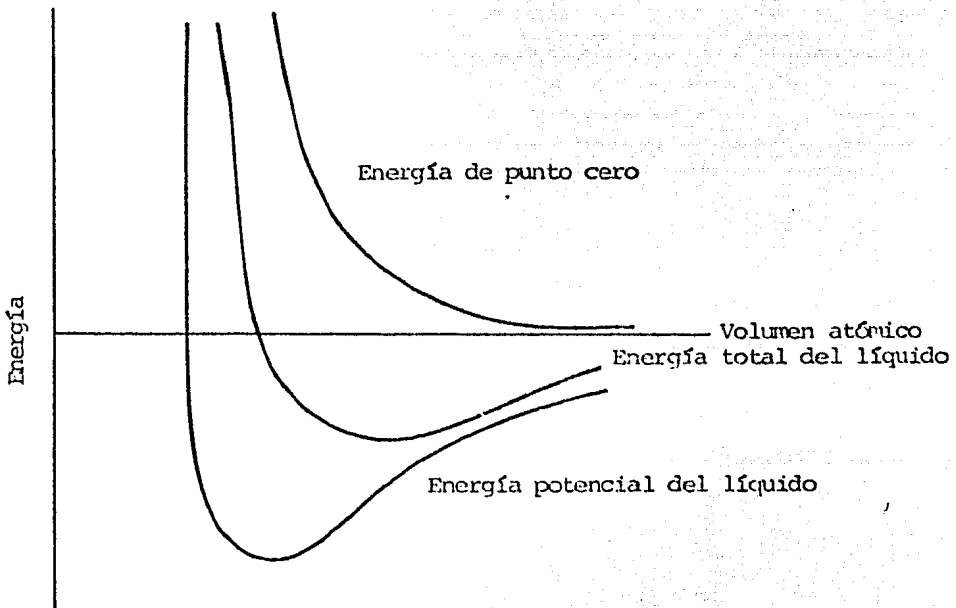


Fig. B.1 Energía del He-4L como función del volumen atómico. La energía total es la suma de la energía potencial y de la energía de punto cero.



C. CONDENSACION DE BOSE-EINSTEIN Y TRANSICION LAMBDA DEL He-4 LIQUIDO.

Un gas ideal, sea éste de Bose-Einstein o de Fermi-Dirac, alcanza un orden característico cuando se aproxima a  $T=0K$ . En un gas de Fermi-Dirac este ordenamiento se realiza mediante el acomodamiento de las partículas en los estados de momento más bajo, semejando una especie de orden cristalino en el espacio de momentos. En un gas de Bose-Einstein todas las partículas se aglomeran en el estado de momento mínimo. Pero, mientras que para el gas ideal de Fermi-Dirac la transición al orden se realiza en forma continua, conforme disminuye la temperatura, para el gas ideal de Bose-Einstein esta transición viene acompañada de una discontinuidad térmica característica. A temperatura  $T_c$ , donde

$$T_c = \frac{h^2}{2\pi^2 m k} \left( \frac{N}{2.612V} \right)^{2/3} \quad C.1$$

(London (1964), p. 44), el calor específico  $C_v$  del gas tiene un pico, i.e., una discontinuidad en la pendiente (Fig.C.1). Por abajo de esta temperatura una fracción finita del total de partículas van hacia el estado más bajo, el estado de momento cero (Fig. C.2). Esta ocupación sigue un comportamiento del tipo

$$n_0 = N \left[ 1 - (T/T_c)^{3/2} \right]$$

donde  $n_0$  es el número de partículas en el estado base y  $N$  es el número total de partículas del sistema.

Este proceso tan peculiar puede ser descrito como una condensación gradual que comienza en  $T=T_c$  (Fig. C.3a) y que finaliza en  $T=0K$  (Fig. C.3b). Sin embargo, esta condensación es completamente distinta de la que ocurre cuando, por ejemplo, se condensa un gas. En éste caso, las partículas de las dos fases están separados por una frontera bien definida en el espacio de coordenadas. Sin embargo, puesto que la distribución del momento en el espacio fase está dividida en dos ramas de densidad

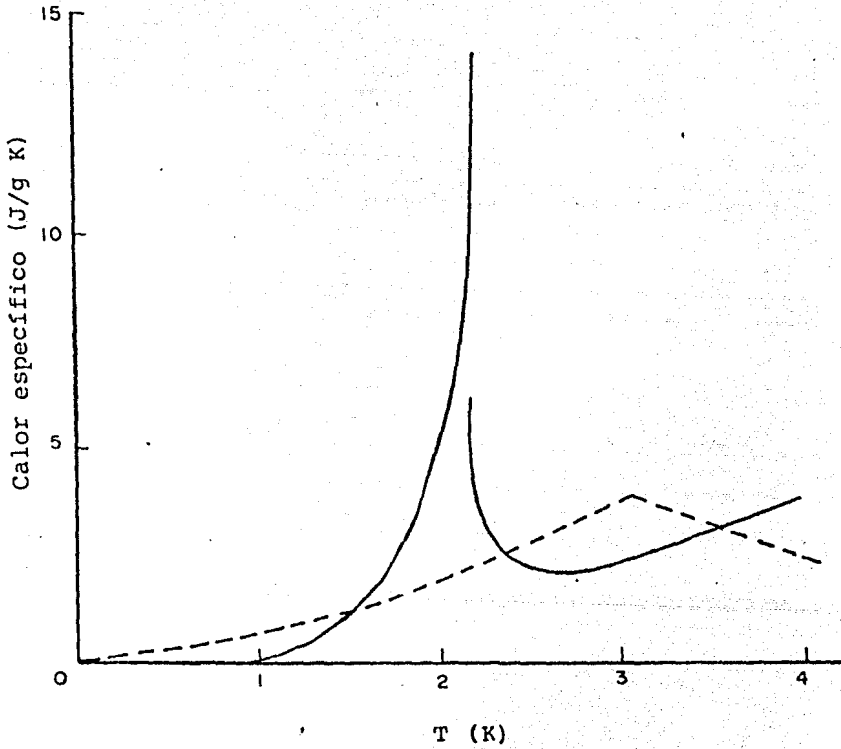


Fig. C.1 Calor específico del He-4L, según Atkins (1959). Las líneas punteadas muestran el calor específico del gas ideal de Bose-Einstein, con densidad igual a la del He-4L.

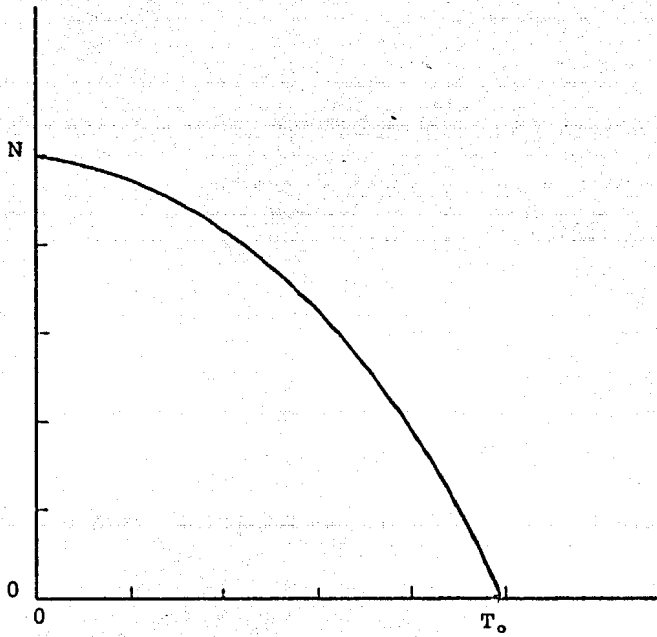


Fig. C.2 Condensación de Bose-Einstein. Número de moléculas en estado base, como función de la temperatura.

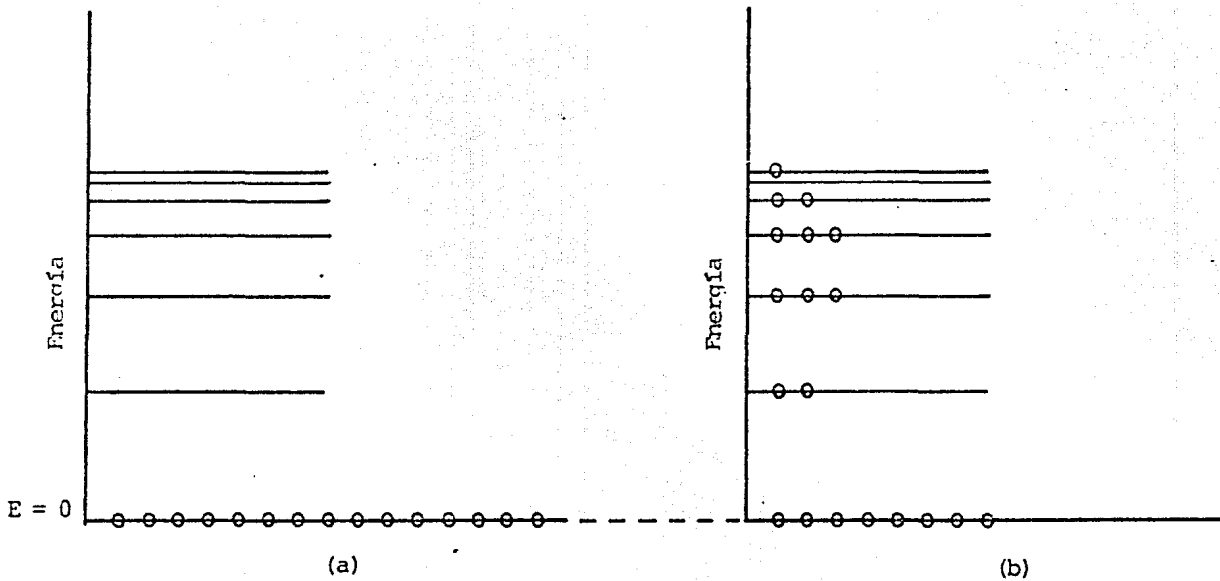


Fig. C.3 Ocupación de los niveles de energía en el gas ideal de Bose-Einstein. (a) En  $T=0K$  todas las partículas están en el nivel más bajo. (b) En  $0K < T < T_c$  algunas partículas ocupan los estados excitados, pero una fracción significativa de ellas continúa en el nivel más bajo (en la fase condensada o superfluida).

completamente diferente, se puede decir que existe una especie de separación de fase en el espacio de los momentos. Estas fases están representadas por la fase "condensada" o "superfluida", de  $n_0$  partículas en el estado base (densidad infinita) y por la fase "no condensada" o "normal", en la cual las partículas restantes  $N-n_0 = N(T/T_c)^{3/2}$  están distribuidas con densidad finita a lo largo de los estados excitados. De esta manera, se puede decir que las partículas están "ordenadas" de acuerdo a su momento, por lo cual, desde este punto de vista, la condensación de Bose-Einstein es un ejemplo de una transición orden-desorden.

A fin de verificar si la condensación de Bose-Einstein está relacionada con la transición  $\lambda$  del He-4L, a continuación se estima la temperatura de condensación que debería tener el He I, según este modelo. Para ello se utiliza la ecuación C.1, considerando la densidad de partículas  $(N/V)$  del He-4L, obteniéndose  $T_c=3.1K$ , la cual es cercana pero distinta a  $T_\lambda = 2.17K$ . Además, las anomalías en el calor específico entre el gas ideal de bosones y el He-4L son diferentes, porque el gas ideal presenta una singularidad en forma de pico en  $C_v$ .

El modelo de gas ideal de bosones no reproduce una descripción adecuada de la transición  $\lambda$ , porque el helio líquido es un sistema en el que las fuerzas atractivas entre los átomos juegan un papel importante. A diferencia de lo que sucede en un gas ideal, los efectos de las interacciones entre los átomos tienen dos aspectos importantes que resaltar: se reduce el número de partículas condensadas en el nivel más bajo de energía, como consecuencia de lo cual se altera la naturaleza de los estados excitados del sistema. Así, en  $T=0K$ , no todas las partículas se encuentran en su estado de energía mínima, algunas ocupan estados de energía ligeramente superiores (Fig. C.4a). La fase "condensada" se reduce a causa de las interacciones. Sin embargo, una fracción finita de partículas sigue ocupando el nivel más bajo de energía. Esta situación se conserva mientras el sistema se encuentre por debajo de la temperatura de condensación. Desde luego que para cualquier temperatura por encima de  $0K$ , los niveles del sistema excitados térmicamente, estarán ocupados hasta cierto punto (Fig. C.4b). Estos ya no corresponderán a los

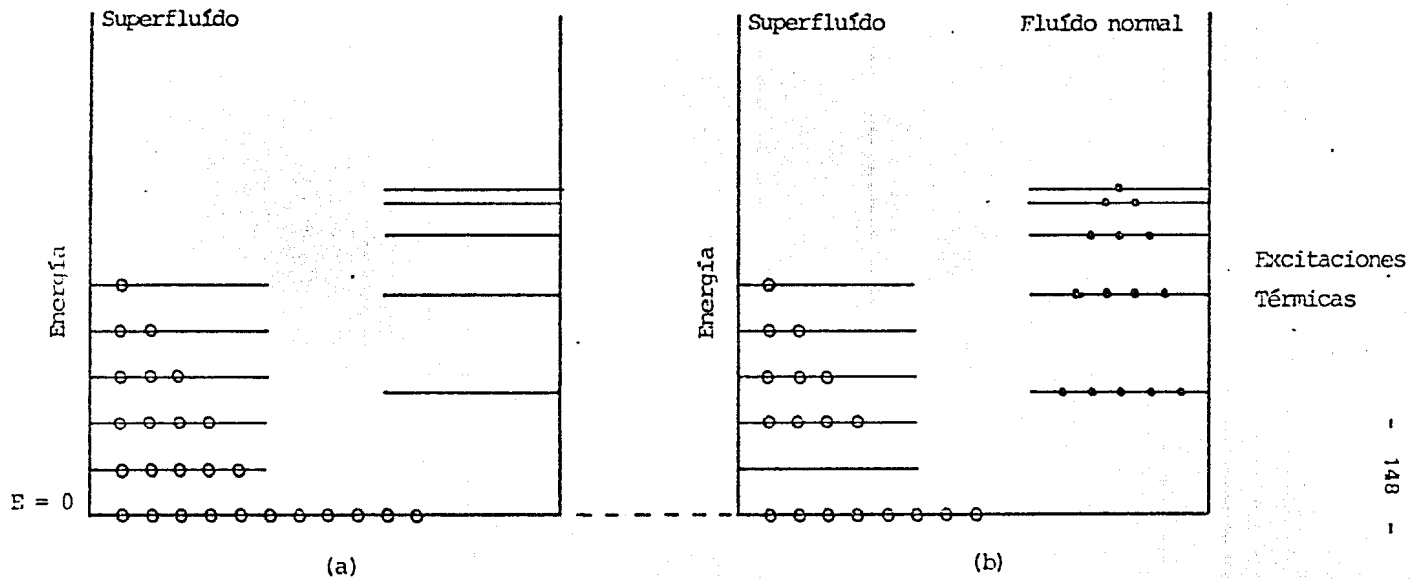


Fig. C.4 Ocupación de los niveles de energía en un gas de Bose que interactúa, o bien en el He II. (a) En  $T=0K$ , las interacciones ocasionan que algunas partículas ocupen los estados con  $E>0$ , este hecho recibe el nombre de "reducción" de la fase condensada. (b) En  $0K < T < T_c$  (o  $T_\lambda$ ), algunos estados excitados se encuentran ocupados.

estados de una partícula, sino a las excitaciones elementales de todo el sistema, las cuales, en primera instancia, pueden ser consideradas como cuasipartículas que no interactúan (Tilley y Tilley, (1974)).

Se puede relacionar esta descripción, de un sistema de bosones interactuante, con el modelo de los dos fluidos (apéndices D y E). La evidencia experimental es que, en  $T=0K$ , el He II está constituido únicamente por la componente superfluida. Por lo tanto, parece que la fracción superfluida contiene tanto a las partículas condensadas como las que ocupan los niveles ligeramente superiores. Al mismo tiempo, se puede identificar a la fracción del fluido normal con las excitaciones térmicas.

## II. MODELO DE LOS DOS FLUIDOS DE TISZA.

Tisza fué el primero en reconocer la posibilidad de evadir las dificultades provenientes del uso de una teoría cinética molecular rigurosa, mediante el empleo de las propiedades cualitativas de un gas degenerado de Bose-Einstein, en el desarrollo de una teoría macroscópica consistente. Esta teoría, denominada "de los dos fluidos", ha sido capaz de proporcionar bases teóricas comunes a varios de los efectos sorprendentes que presenta el He II. Además, ha podido predecir algunas de las propiedades del He-4 líquido, que aún eran desconocidas, o que solo habían sido exploradas a nivel cualitativo en el momento en que se desarrollaba esta teoría.

La teoría de los dos fluidos está basada en las siguientes hipótesis:

1. El He II consiste de dos fluidos que se interpenetran mutuamente, el "superfluido" de densidad  $\rho_s$  y el "fluido normal" de densidad  $\rho_n$ . Cada uno de los cuales tiene su propia campo de velocidad,  $\vec{v}_s$  y  $\vec{v}_n$ , respectivamente. De aquí que, para cualquier punto en el espacio, la densidad de masa se escriba como

$$\rho = \rho_s + \rho_n$$

y la densidad de corriente de la masa,  $\vec{J}$ , en la forma

$$\vec{J} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_n \vec{v}_n$$

2. El superfluido corresponde a la fase condensada del líquido de Bose-Einstein. De acuerdo con esto, se supone que  $\rho_s$  se incrementa de 0 a  $\rho$ , cuando la temperatura decrece de  $T_\lambda$  a 0K. Además, de acuerdo a la estadística de Bose-Einstein, se supone que el superfluido, considerado como un todo, se encuentra virtualmente en el estado base y como tal, está limitado por las condiciones



macroscópicas de frontera, por lo que no puede contribuir con entropía.

$$S_s = 0$$

Si el superfluido, como un todo, está representado por un solo estado cuántico, entonces dentro del superfluido no es posible que se lleven a cabo colisiones del tipo usual. En lugar de esto, las moléculas pueden tener transiciones hacia o desde el estado superfluido, esto es, fluctuaciones en la densidad  $\rho_s$  del superfluido, causadas por la interacción de éste con el fluido normal. De acuerdo con esto, es de suponerse que el coeficiente de viscosidad del superfluido sea cero

$$\gamma_s = 0$$

al menos, dentro de ciertos límites con respecto a la velocidad del flujo superfluido.

3. Se supone que el fluido normal es el portador de todas las excitaciones térmicas del líquido. De esta manera, se le atribuye al líquido normal toda la entropía del He II, y se tiene

$$\rho_s = \rho_n S_n$$

donde  $S$  y  $S_n$  son las entropías por gramo de todo el líquido y del líquido normal, respectivamente. Además, se supone que el líquido normal tiene la misma viscosidad ( $\eta_n$ ) que el He I ( $\eta_I$ ) en el punto  $\lambda$ , o sea

$$\lim_{T \rightarrow T_\lambda} \eta_n(T) = \eta_I(T_\lambda)$$

## E. MODELO DE LOS DOS FLUIDOS DE LANDAU

Landau rechazó el enfoque, desde el punto de vista de la estadística de un gas de bosones dado por Tisza al modelo de los dos fluidos, argumentando que un líquido es, generalmente, mucho más parecido a un sólido que a un gas. Por ello, procuró colocar a su teoría de los dos fluidos sobre bases enteramente diferentes, en las cuales la condensación de Bose-Einstein no interviene. Su punto de partida fue una extensión de la teoría cuántica de los campos, de acuerdo a la cual él trató de representar al líquido como un cuasicontinuo cuyas excitaciones están cuantizadas, como lo desarrollado por Debye en estado sólido (London, (1964)).

En los apéndices C y D se identificó a las partículas en el estado base con la fase condensada o superfluida, lo cual es una condición necesaria, pero no suficiente para dar lugar a la superfluidez, ya que, el hecho de que un sistema de partículas, que se encuentra en la fase condensada, sea superfluido dependerá también de la naturaleza de sus estados excitados. Por ello, en este apéndice se analizará la naturaleza de las excitaciones elementales térmicas del He II. Considerando primeramente sistemas más sencillos, a fin de que se comprenda cabalmente el papel que desempeñan las excitaciones elementales en relación con la superfluidez.

Cuando se habló del modelo de los dos fluidos de Tisza, se dijo que toda la entropía del He II es transportada por la componente normal. Además, en la condensación de Bose-Einstein, se identificó al fluido normal con las excitaciones térmicas del He II. De aquí que, los parámetros termodinámicos de un sistema (tales como  $C_v$ ,  $C_p$ , etc.) se encuentren determinados por la forma en que las excitaciones elementales ocupan los estados cuánticos de energía. Así por ejemplo, los niveles de energía del gas ideal de He-4 están dados por la relación de partícula libre

$$E = \frac{p^2}{2m_y}$$

donde  $E$  es la energía y  $p$  el momento de un solo átomo. Sin embargo, esto no es aplicable al He-4 líquido, en el cual, las interacciones dan lugar a movimientos colectivos de los átomos. Por lo tanto, se deben considerar los modos normales del movimiento del líquido, como un todo.

El procedimiento adoptado para el He II es análogo al utilizado en relación al comportamiento de un sólido cristalino a bajas temperaturas. Los modos normales de un cristal son ondas estacionarias de sonido, y éstas pueden representarse por un conjunto de osciladores cuánticos. Un oscilador con frecuencias angular  $\omega$  tiene una energía

$$E = n\hbar\omega$$

donde  $n$  es un entero, se ha ignorado la energía de punto cero. Alternativamente, se puede reemplazar un oscilador en su  $n$ -ésimo estado excitado mediante  $n$  fonones de energía  $\hbar\omega$ . Así, los fonones son cuantos de sonido, son las excitaciones elementales térmicas del cristal. Para cada tipo de fonon existe una relación, entre su energía y su momento, conocida como relación de dispersión o espectro de energía. Como ejemplo, se muestra en la figura E.1 el espectro para los modos de un cristal unidimensional. En un cristal real el espectro de energía depende de la dirección de propagación y de que los fonones estén asociados con vibraciones transversales o longitudinales, con lo cual la situación puede complicarse. En principio, del conocimiento del espectro de energía, es posible calcular las propiedades térmicas del cristal (Tilley y Tilley, (1974)).

El modelo fonónico de un cristal es un ejemplo de un método general de tratamiento de un sistema que interactúa. Las partículas originales y sus interacciones mutuas son reemplazadas por un conjunto de cuasi-partículas no interactuantes o que actúan débilmente. A muy bajas temperaturas, la densidad de cuasi-partículas es suficientemente baja como para despreciar sus interacciones. A altas temperaturas éstas deben tomarse en cuenta. Por ejemplo, el comportamiento anarmónico de una red cristalina puede describirse en

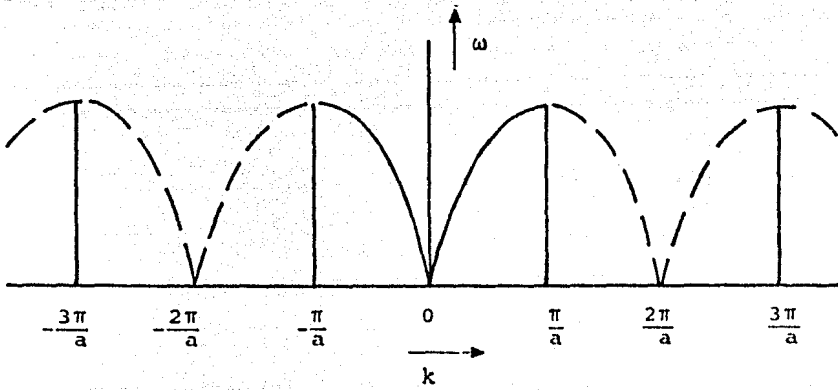


Fig. E.1 Espectro de excitaciones de una red monoatómica lineal con espaciamento  $a$ .

términos de interacciones fonon-fonon.

En el caso de los líquidos, éstos pueden propagar ondas de sonido longitudinales, pero no transversales. Así, es de esperarse que las excitaciones térmicas del He II, deban incluir fonones. El líquido, como medio continuo que es, presenta una dificultad en particular, la cual proviene del hecho de que no es obvio dar una enumeración bien definida de los modos característicos en un líquido. Seguramente en un líquido hay ondas de sonido, pero a diferencia de un gas o un sólido, los diversos modos de las ondas sonoras en un líquido, no agotan todos los grados de libertad asociados a las moléculas. Para salvar esta dificultad, Landau supuso que los estados excitados de un líquido pueden estar representados por dos tipos de excitaciones elementales, los fonones y los rotones. Los fonones son las excitaciones de las ondas de sonido longitudinales y se supone que representan los movimientos potenciales del líquido, caracterizados por  $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ , donde  $\mathbf{V}$  es la velocidad del líquido. Los rotones son descritos como excitaciones elementales de un espectro de vórtice,  $\nabla \times \mathbf{V} \neq 0$ .

Los rasgos importantes del espectro de excitaciones del He II fueron sugeridos por primera vez por Landau (1941). Inicialmente propuso que éste consistía de dos ramas (Fig. E.2), una para fonones y otra, separada de la primera por una diferencia  $\Delta$  de energía, para los rotones. Cuando Landau (1947) encontró que el espectro no reproducía correctamente el comportamiento termodinámico del He II, lo reemplazó por el espectro continuo de la Fig. E.3. A energías bajas la curva es una recta, la cual corresponde a la relación de dispersión fonónica

$$E = u_s p$$

donde  $u_s$  es la velocidad del sonido. A energías altas, el espectro se desvía de la línea recta, pasando primero por un máximo y luego por un mínimo. Las excitaciones con energías cercanas a este mínimo proporcionan, por sí solas, mayor contribución a los parámetros termodinámicos, aparte de la que proporcionan los fonones, y su relación energía-momento puede expresarse

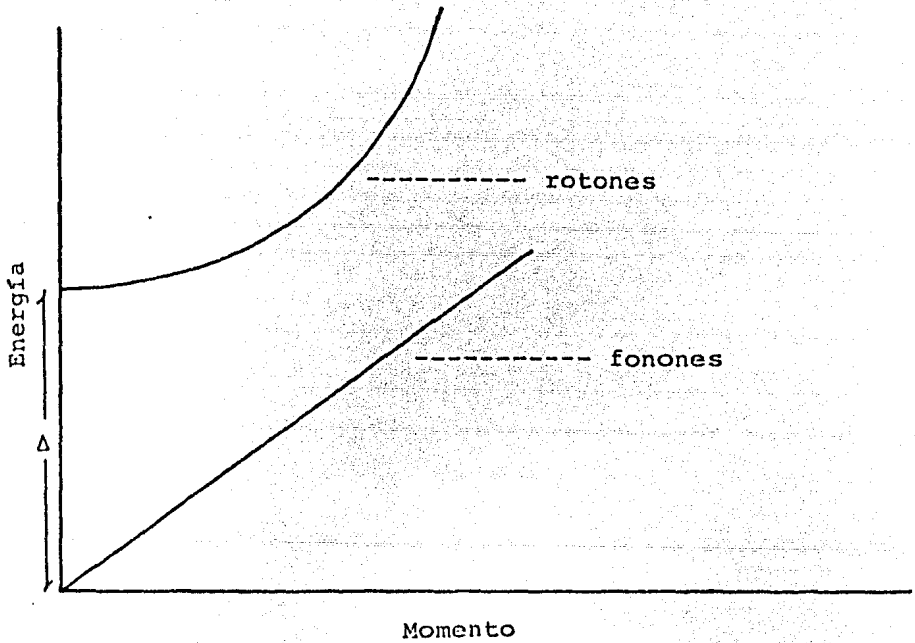


Fig. E.2 Espectro de energías propuesto inicialmente por Landau (1941).

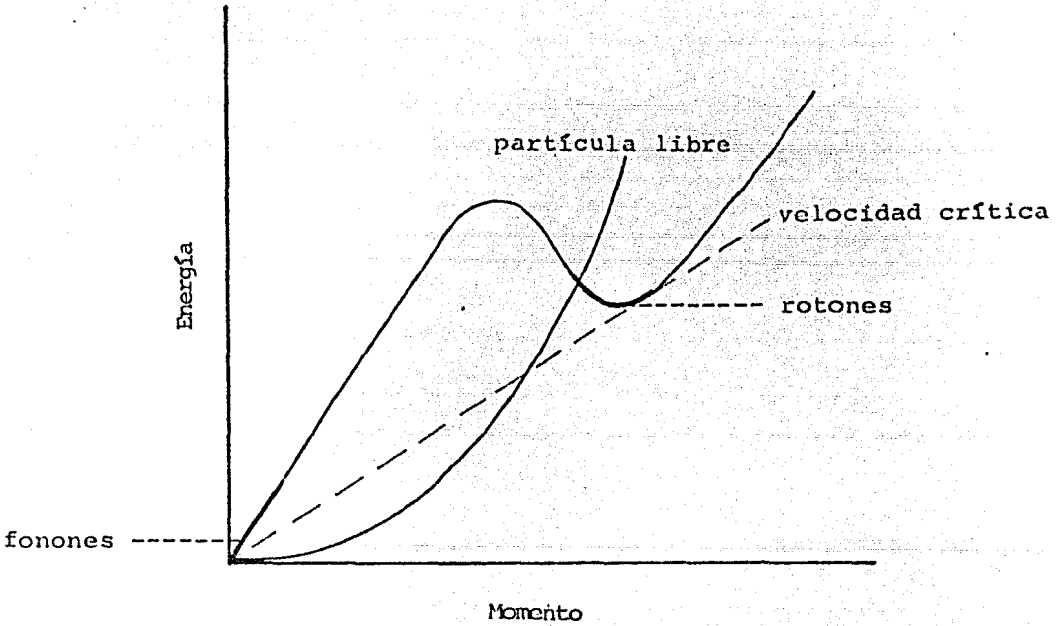


Fig. E.3 Espectro fonon-rotón sugerido por Landau (1947). La recta a trazos indica la definición de velocidad crítica. Mientras que, la parábola punteada muestra el espectro de una partícula libre.

en la forma

$$E = \Delta + (p - p_0)^2 / 2\mu_r$$

donde  $\mu_r$  es la masa efectiva de estas excitaciones. La existencia de la diferencia finita de energía  $\Delta$ , para estas excitaciones denominadas rotones, es crucial en la aparición de la superfluidez del He II. La similitud entre las figuras E.1 y E.4 sugiere que, en un sentido, este enfoque del He II considera a éste como un sólido que ha perdido parte de su rigidez.

El criterio de superfluidez de Landau consiste en considerar, primeramente, un tubo muy estrecho a través del cual circula He II a  $T = 0K$ . Manteniendo el flujo del superfluido tan lento como sea posible. Sin embargo, por arriba de cierta velocidad  $V_c$ , los átomos se mueven tan rápido que, cuando ellos chocan contra las irregularidades de las paredes del tubo, pasan del estado base a estados excitados. En términos del modelo de cuasipartículas, en el líquido se crean excitaciones térmicas, dando lugar a la pérdida de energía cinética por parte del superfluido.

La forma del espectro del Landau ha sido confirmada mediante experimentos de dispersión de neutrones, Yarnell et al. (1959) y Henshaw y Woods (1961). Los neutrones lentos crean y absorben excitaciones elementales en el He II, y por la medición de la energía y la deflexión de los neutrones dispersados, se obtiene directamente la curva E-p (Fig. E.4). La energía se escribe en unidades de temperatura y el momento como número de onda, porque es la forma que todos los libros y artículos al respecto acostumbran ponerlos. El valor de  $u_1$  concuerda con la medición directa de la propagación del primer sonido.



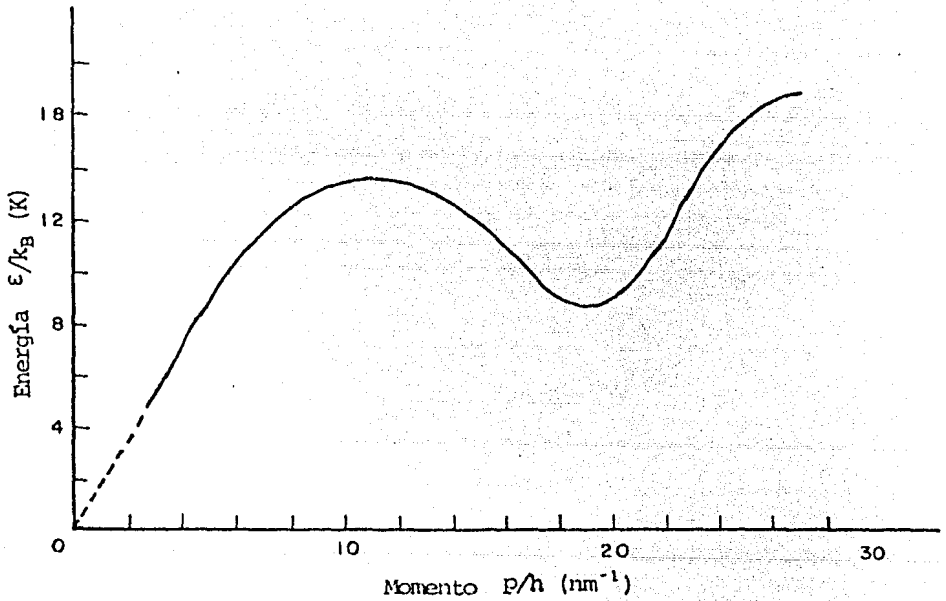


Fig. E.4 : Espectro de excitaciones del He II obtenido experimentalmente por dispersión de neutrones, según Henshaw y Woods (1961).

# BIBLIOGRAFIA

- 1.- J. F. Allen, R. Peierls y M. Zaki Uddin, Nature, 140, 62(1937).
- 2.- J. F. Allen y J. Jones, Nature, 141, 243(1938).
- 3.- J. F. Allen y A. D. Misener, Proc. Roy. Soc. Londres, A172, 467(1939).
- 4.- A. C. Anderson, Proc. 1970 Ultralow Tem. Symp., U. S. Naval Research Laboratory, Reporte No. 7133, Washington, D. C., (1970).
- 5.- Y. D. Anufriyev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. Traducción al inglés: J. E. T. P. Lett., 1, 155(1965).
- 6.- K. R. Atkins, Adv. Phys., 1, 169(1952).
- 7.- K. R. Atkins, Liquid Helium, 1a. Ed. Cambrige University Press, Londres, (1959).
- 8.- J. Bardeen, G. Baym y D. Pines, Phys. Rev., 156, 207(1967).
- 9.- G. Baym, Phys. Rev. Lett., 17, 952(1966).
- 10.- C. Boghosian, H. Meyer y J. E. Rives, Phys. Rev. 146, 110(1966).
- 11.- H. B. Callen, Thermodynamics, 1a Ed. John Wiley & Sons, Nueva York, (1960).
- 12.- R. R. Conte, Eléments de Criogénie, Ed. Masson & Cie., Paris, (1970).
- 13.- P. Das, R. de Bruyn Outbater y K. W. Taconis, Proc. 9th Int. Conf. on Low Temp. Phys. Plenum Press, Londres, p. 1253.
- 14.- J. G. Daunt y K. Mendelssohn, Nature, 141, 911(1938 a).
- 15.- J. G. Daunt y K. Mendelssohn, Nature, 142, 475(1938 b).
- 16.- J. G. Daunt y K. Mendelssohn, Proc. Roy. Soc. Londres, A170, 423, 439(1939 a).

- 17.- J. G. Daunt y K. Mendelssohn, Nature, 143, 719(1939 b).
- 18.- W. J. de Haas, E. C. Wiersma y H. A. Kramers, Physica, 1, 1(1933).
- 19.- F. Debye, Ann. Phys., 81, 1154(1926).
- 20.- J. S. Dugdale y F. E. Simon, Proc. Roy. Soc. Londres, A218, 291(1953).
- 21.- C. Ebner, Phys. Rev., 222, 156(1967).
- 22.- W. F. Gianque, J. Am. Chem. Soc., 49, 1864(1927).
- 23.- W. F. Guianque y D. P. Mac Dougall, Phys. Rev., 43, 768(1933).
- 24.- C. J. Gorter, Physik. Z., 35, 928(1934).
- 25.- D. G. Henshaw y A. D. B. Woods, Phys. Rev., 121, 1266(1961).
- 26.- H. Kamerling Onnes, Proc. Roy. Acad. Amsterdam, 13, 1903(1911).
- 27.- H. Kamerling Onnes, Trans. Faraday Soc., 18, No. 53(1922).
- 28.- H. Kamerling Onnes y J. D. A. Boks, Rept. Comm. 4th Intern. Cong. Refrig. Londres, (1924); Leiden Commun, 170a.
- 29.- P. L. Kapitza, Zh. Eksp. Teor. Fiz., 4, 181(1941).
- 30.- W. H. Keesom y M. Wolfke, Proc. Roy. Acad. Amsterdam, 31, 90(1928); Leiden Commun. 190b.
- 31.- W. H. Keesom y J. N. Van den Ende, Proc. Roy. Acad. Amsterdam, 33, 243(1930).
- 32.- W. H. Keesom y K. Clusius, Proc. Roy. Acad. Amsterdam, 35, 307(1932); Leiden Commun. 212c.
- 33.- W. H. Keesom y A. P. Kessom, Physica, 3, 359(1936).
- 34.- W. H. Keesom y J. E. Mac Wood, Physica, 5,

737(1938).

35.- W. H. Keesom y G. Duyckaerts, *Physica*, 13, 153(1947).

36.- E. C. Kerr y R. D. Taylor, *Ann. Phys.*, 20, 450(1962).

37.- I. M. Khalatnikov, *Introduction to the Theory of Superfluidity*, W. A. Benjamin Inc., Nueva York, (1965). Contiene las traducciones al inglés de dos artículos de Landau, referencias 44 y 45.

38.- A. K. Kikoin y B. G. Lasarev, *Nature*, 141, 912(1938 a).

39.- A. K. Kikoin y B. G. Lasarev, *Nature*, 142, 289(1938 b).

40.- C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 5a. Ed. John Wiley & Sons, Nueva York, (1976).

41.- N. Kurti y F. Simon, *Nature* 133, 907(1934).

42.- N. Kurti y F. E. Simon, *Proc. Roy. Soc. Ser.*, A142, 152(1935).

43.- N. Kurti, F. N. Robinson, F. Simon y B. A. Spohr, *Nature*, 178, 450(1956).

44.- L. D. Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 5, 71(1941).

45.- L. D. Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 11, 91(1947).

46.- L. D. Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 30, 108(1957). Traducción al inglés: *J. E. T. P.*, 3, 920(1957).

47.- Y. Laumond, Tesis de la Universidad Científica y Médica de Grenoble, sin publicar, (1972).

48.- F. London, *Superfluids Vol. I.V.*, 1a. Ed. Dover, Nueva York, (1964).

49.- H. London, G. B. Clarke y E. Mendoza, *Phys. Rev.* 102, 262(1956).

50.- O. V. Lounasmaa, *Experimental Principles and Methods*

Below 1K, 1a. Ed. Academic Press, Londres, (1974).

51.- B. Neganov, N. Borisov y M. Liburg, Zh. Eksp. Teor. Fig., 50, 1445(1966). Traducción al inglés: J.E.T.P., 23, 959(1966).

52.- L. Osanger, Phys. Rev., 65, 117(1944).

53.- J. Pomeranchuk, Zh. Eksp. Teor. Fiz., 20, 919(1950).

54.- R. Radebaugh, Nat. Bur. Stand. (U. S.), Notas Técnicas No. 362, (1967).

55.- J. D. Reppy y D. Depatie, Phys. Rev. Lett., 12, 187(1964).

56.- B. V. Rollin, Actes du 7me Congr. Intern. du Froid, Amsterdam-La Haya, 1, 187(1936).

57.- B. V. Rollin y F. Simon, Physica, 6, 269(1939).

58.- W. R. Roach, Tesis de la Universidad de Illinois, sin publicar, (1966).

59.- F. E. Simon y C. Swenson, Nature, 165, 829(1950).

60.- C. A. Swenson, Phys. Rev. 79, 626(1950).

61.- C. A. Swenson, Phys. Rev. 86, 870(1952).

62.- C. A. Swenson, Phys. Rev. 89, 538(1953).

63.- D. R. Tilley y J. Tilley, Superfluidity and Superconductivity, 1a Ed. Van Nostrand Reinhold Company, Londres, (1974).

64.- L. Tisza, Nature, 141, 913(1938).

65.- L. Tisza, On the General Theory of Phase Transitions, 1a Ed. John Wiley & Sons, Nueva York, (1951).

66.- J. T. Tough, W. D. McCormick y J. G. Dash, Phys. Rev. 132, 2373(1963).

67.- G. K. Walters y W. M. Fairbank, Phys. Rev., 103,

262(1956).

68.- J. C. Wheatley, O. E. Vilches y W.R. Abel, Physics, 4, 1(1968 a).

69.- J. C. Wheatley, Am. Journal of Phys., 36, 181(1968 b).

70.- A. D. B. Woods y A. C. Hollis Hallet, Can. J. Phys., 41, 596(1963).

71.- J. L. Yarnell, G. P. Arnold, P. J. Bendt y E. C. Kerr, Phys. Rev., 113, 1379(1959).

# NOMENCLATURA Y FACTORES DE CONVERSION



A : Area transversal de un tubo

$A_3$  : Area transversal del tubo interno de un intercambiador continuo

$A_d$  : Area transversal del tubo externo de un intercambiador continuo

C : Calor específico

$C_p$  : Calor específico a presión constante

$C_v$  : Calor específico a volumen constante

$C'_d$  : Calor específico de un gas de fermiones

$C_3$  : Calor específico del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a T 0.2K

$C_d$  : Calor específico del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida

cal : Caloría

cm : Centímetro

Cu : Cobre

Cu-Ni : Cupro-niquel

D : Diámetro externo de un tubo

d : Diámetro interno de un tubo; diámetro de las esferas de Cu sinterizado

$D_3$  : Diámetro externo del tubo interno de un intercambiador continuo,  
o diámetro del cilindro para el  $^3\text{He}$  puro en un intercambiador  
discreto.

$d_3$  : Diámetro interno del tubo interno de un intercambiador continuo

$D_d$  : Diámetro externo del tubo externo de un intercambiador continuo  
o diámetro del cilindro para el  $^3\text{He}$  diluido en un intercambiador  
discreto

$d_d$  : Diámetro interno del tubo externo de un intercambiador continuo

E : Energía

$E_0$  : Energía de punto cero

$-E_d$  : Energía de amarre de los átomos de  $^3\text{He}$  en la fase diluida

e : emisividad

g, gr : Gramo

H : Entalpía

$H_3$  : Entalpía del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$

$H_d$  : Entalpía del  $^3\text{He}$  diluído, o de la fase diluída

$H_3(0)$  : Entalpía del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$

$H_d$  : Entalpía de la fase diluída a presión osmótica constante

$H_f$  : Entalpía final de un proceso termodinámico

$H_i$  : Entalpía inicial de un proceso termodinámico

$\Delta H$  : Diferencia de entalpías; diferencia de entalpía del  $^3\text{He}$  entre las fases concentrada y diluída de la cámara de mezcla

$\Delta H_3$  : Diferencia de entalpía del  $^3\text{He}$  entre la salida del intercambiador y la fase concentrada de la cámara de mezcla

$\Delta H_d$  : Diferencia de entalpía del  $^3\text{He}$  entre la fase diluída de la cámara de mezcla y la entrada al intercambiador

$\Delta H_{ev}$  : Diferencia de entalpía del  $^3\text{He}$  entre la cámara de  $1\text{K}$  y el evaporador

He-3 : Helio 3 (texto)

He-4 : Helio 4 (texto)

He-3L : Helio 3 líquido

He-4L : Helio 4 líquido

$^3\text{He}$  : Helio 3 (figuras)

$^4\text{He}$  : Helio 4 (figuras)

He I : Helio normal

He II : Helio superfluido

$\text{H}_2$  : Hidrógeno

h : Constante de Planck

hr : Hora

HeL : Helio líquido

$\vec{J}$  : Densidad de corriente de masa

J : Joule

K : Conductividad térmica (texto); Kelvin

$K_3$  : Conductividad térmica del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a T 0.2K (texto)

$K_d$  : Conductividad térmica del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida (texto)

k : Constante de Boltzmann;  $\vec{k}$  : vector de propagación de onda

L : Calor latente de evaporación

$L_3$  : Calor latente de evaporación del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a T 0.2K; altura de la cavidad cilíndrica para el  $^3\text{He}$  puro en un intercambiador discreto

$L_d$  : Calor latente de evaporación del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida; altura de la cavidad cilíndrica para el  $^3\text{He}$  diluido en un intercambiador discreto

$L_4$  : Calor latente de evaporación del  $^4\text{He}$

$L_3^l$  : Diferencia de entalpía del  $^3\text{He}$  entre el vapor y la solución del evaporador

lt : Litro

l : Longitud de un tubo

$M_0$  : Masa de un líquido antes de bombearlo

M : Masa de un líquido después de bombearlo

$m_3$  : masa de un átomo de  $^3\text{He}$

$m_4$  : masa de un átomo de  $^4\text{He}$

$m_3^*$  : masa de una cuasipartícula de  $^3\text{He}$

m : masa; metro

mm : milímetro

$N_0$  : Número de Avogadro

N : Número total de bosones de un sistema; Newton

$N_2$  : Nitrógeno gas

$N_{2L}$  : Nitrógeno líquido

$n_0$  : Número de bosones en estado base

$n_3$  : Número de átomos de  $^3\text{He}$

$n_4$  : Número de átomos de  $^4\text{He}$

$\dot{n}$  : Flujo molar

$\dot{n}_3$  : Flujo molar de  $^3\text{He}$

n : Número entero

P : Presión

$P_{\text{con}}$  : Presión de condensación del  $^3\text{He}$  a  $T_{1K}$

$P_{\text{ev}}$  : Presión de vapor de la solución del evaporador

$P_f$  : Presión fuente; presión del  $^3\text{HeL}$  a la salida de la impedancia

$P_i$  : Presión del  $^3\text{HeL}$  a la entrada de la impedancia

$P_m$  : Presión del mínimo de la curva de coexistencia sólido-líquido del  $^3\text{He}$

$P_s$  : Presión sobre la curva de coexistencia sólido-líquido

$P_v$  : Presión de vapor

$\Delta P$  : Diferencia de presiones

p : Momento de una partícula

$p_f$  : Momento de Fermi

$p_0$  : Momento del mínimo del espectro de energía del He II

$\Delta p$  : Incertidumbre en el momento de una partícula

Q : Calor

$\dot{Q}$  : Cantidad de calor que un objeto recibe o absorbe por unidad de tiempo; cantidad de calor absorbida por unidad de tiempo por el proceso de dilución que se lleva a cabo en la cámara de mezcla

$\dot{Q}_K$  : Flujo de calor por conductividad térmica; flujo de calor a través de la superficie de contacto entre dos medios distintos

$\dot{Q}_{K3}$  : Flujo de calor por conductividad térmica del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$  (texto)

$\dot{Q}_{Kd}$  : Flujo de calor por conductividad térmica del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida (texto)

$\dot{Q}_\eta$  : Flujo de calor por viscosidad

$\dot{Q}_{\eta 3}$  : Flujo de calor por viscosidad del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$

$\dot{Q}_{\eta d}$  : Flujo de calor por viscosidad del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida

$\dot{Q}_C$  : Flujo de calor por calor específico

$\dot{Q}_{C3}$  : Flujo de calor por calor específico del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$

$\dot{Q}_{Cd}$  : Flujo de calor por calor específico del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida

$\dot{Q}_{Kr}$  : Flujo de calor por conductividad térmica del tubo interno de un intercambiador continuo

$\dot{Q}_m$  : Potencia frigorífica

$\dot{Q}_3$  : Flujo de calor introducido por el  $^3\text{He}$  puro que llega a la cámara de mezcla; flujo de calor extraído del evaporador por evaporación de  $^3\text{He}$

$\dot{Q}_4$  : Flujo de calor extraído del evaporador por evaporación de  $^4\text{He}$

$\dot{Q}_d$  : Flujo de calor extraído de la cámara de mezcla por extracción de  $^3\text{He}$  de la fase diluida

$\dot{Q}_{ev}$  : Flujo de calor extraído del evaporador por bombeo de la solución de  $^3\text{He}-^4\text{He}$

$\dot{Q}_{3ev}$  : Flujo de calor que es introducido al evaporador por enfriamiento del  $^3\text{He}$  a  $T_{ev}$

$\dot{Q}_{k3}$  : Flujo de calor por conductividad térmica del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$  (figuras)

$\dot{Q}_{kd}$  : Flujo de calor por conductividad térmica del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida (figuras)

$\dot{Q}_{kr}$  : Flujo de calor por conductividad térmica del tubo interno de un intercambiador continuo (figuras)

$\dot{Q}_R$  : Flujo de calor que recibe el evaporador por radiación desde  $T_{amb}$

$\dot{Q}_R^1$  : Flujo de calor que recibe el evaporador por radiación desde  $T_{4K}$

$R$  : Radio promedio de la esfera en que se localiza un átomo de helio; constante universal de los gases

$R_K$  : Resistencia térmica de Kapitza

$S$  : Entropía; entropía del He II; superficie de intercambio térmico entre dos medios distintos

$S_n$  : Entropía de la componente normal del He II

$S_s$  : Entropía de la componente superfluida del He II; entropía del sólido

$S_3$  : Entropía del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$ ; superficie de intercambio térmico entre el  $^3\text{He}$  puro y un sólido

$S_d$  : Entropía del  $^3\text{He}$  diluido; o de la fase diluida; superficie de intercambio térmico entre el  $^3\text{He}$  diluido y un sólido

$S_l$  : Entropía del líquido

$\Delta S$  : Diferencia de entropías

$s$  : segundo

- $T$  : Temperatura
- $T_m$  : Temperatura de la cámara de mezcla; temperatura del mínimo de la curva de coexistencia sólido-líquido del  $^3\text{He}$
- $T_{ev}$  : Temperatura del evaporador
- $T_{4K}$  : Temperatura del baño de  $^4\text{HeL}$
- $T_{1K}$  : Temperatura de la cámara de 1K
- $T_3$  : Temperatura del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$
- $T_d$  : Temperatura del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida
- $T_{Cu}$  : Temperatura de un intercambiador discreto
- $T_p$  : Temperatura de la pared del tubo interno de un intercambiador discreto
- $T_{min}$  : Temperatura mínima que alcanza la cámara de mezcla
- $T_f$  : Temperatura de Fermi
- $T_\lambda$  : Temperatura de la transición lambda
- $T_c$  : Temperatura a la que comienza la condensación de un gas ideal de Bose-Einstein; temperatura del punto crítico
- $t$  : Tiempo que tarda en pasar el  $^3\text{He}$  puro o diluido a través de un intercambiador discreto
- $\Delta T$  : Diferencia de temperaturas
- $\Delta T_3$  : Gradiente de temperatura en el  $^3\text{He}$  puro, producido por su calentamiento por viscosidad
- $\Delta T_d$  : Gradiente de temperatura en el  $^3\text{He}$  diluido, producido por su calentamiento por viscosidad
- $U$  : Energía interna
- $U_l$  : Energía interna del líquido
- $U_s$  : Energía interna del sólido
- $\Delta U$  : Diferencia de energías internas
- $\bar{u}_1$  : Velocidad del sonido

- V : Volumen; volumen promedio en que se localiza un átomo de helio
- $V_1$  : Volumen del líquido
- $V_s$  : Volumen del sólido
- $V_3$  : Volumen molar del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$ ;  
volumen del cilindro para el  $^3\text{He}$  puro en un intercambiador discreto
- $V_d$  : Volumen molar del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida; volumen del cilindro para el  $^3\text{He}$  diluido en un intercambiador discreto
- $\bar{V}_n$  : Velocidad de la componente normal del He II
- $\bar{V}_s$  : Velocidad de la componente superfluida del He II
- $\bar{V}$  : Velocidad del He II
- $\bar{V}_c$  : Velocidad crítica
- $\dot{V}$  : Flujo volumétrico o gasto
- $\dot{V}_3$  : Flujo volumétrico o gasto de  $^3\text{He}$
- $\dot{V}_{N_2}$  : Flujo volumétrico o gasto de  $N_2$  ;  $\Delta V$  : Diferencia de volúmenes
- W : Watt
- X : Concentración de He en una mezcla líquida  $^3\text{He}-^4\text{He}$  de una sola fase
- $X_d$  : Concentración de  $^3\text{He}$  en la fase diluida
- $X_c$  : Concentración de  $^3\text{He}$  en la fase concentrada
- $X_d^0$  : Concentración límite de  $^3\text{He}$  en la fase diluida en  $T=0\text{K}$
- $X_{ev}$  : Concentración de  $^3\text{He}$  en la solución del evaporador
- $X_{ev}^v$  : Concentración de  $^3\text{He}$  en el vapor de la solución del evaporador
- $X_{dm}$  : Concentración de  $^3\text{He}$  en la fase diluida de la cámara de mezcla
- $\Delta x$  : Incertidumbre en la posición de una partícula



- Z : Impedancia
- $Z_3$  : Impedancia de la canalización por donde viaja el  $^3\text{He}$  puro, o la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$
- $Z_d$  : Impedancia de la canalización por donde viaja el  $^3\text{He}$  diluido, o la fase diluida

- 
- $\alpha$  : Coeficiente de expansión térmica
- $\beta$  : Constante de intercambio térmico entre dos medios distintos
- $\beta_3$  : Constante de intercambio térmico entre el  $^3\text{He}$  puro y un sólido
- $\beta_d$  : Constante de intercambio térmico entre el  $^3\text{He}$  diluido y un sólido
- $\beta_m$  : Constante de intercambio térmico entre el  $^3\text{He}$  puro y el diluido a través de un sólido
- $\gamma$  : Area efectiva de intercambio de calor por unidad de volumen, para esferas de cobre sinterizado
- $\delta$  : Coeficiente de Joule-Kelvin
- $\eta$  : Viscosidad
- $\eta_3$  : Viscosidad del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$
- $\eta_d$  : Viscosidad del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida
- $\kappa$  : Conductividad térmica (figuras)
- $\kappa_3$  : Conductividad térmica del  $^3\text{He}$  puro, o de la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$  (figuras)
- $\kappa_d$  : Conductividad térmica del  $^3\text{He}$  diluido, o de la fase diluida (fig)
- $\lambda$  : Transición lambda; longitud característica de un intercambiador continuo
- $\mu$  : Potencial químico
- $\mu_{3c}$  : Potencial químico del  $^3\text{He}$  en el  $^3\text{He}$  puro, o en la fase concentrada a  $T < 0.2\text{K}$
- $\mu_{3d}$  : Potencial químico del  $^3\text{He}$  en el  $^3\text{He}$  diluido, o en la fase diluida

- $\mu_{4c}$  : Potencial químico del  $^3\text{He}$  en la fase concentrada  
 $\mu_{4d}$  : Potencial químico del  $^3\text{He}$  en He diluido, o en la fase diluida  
 $\mu_r$  : Masa efectiva de un rotón  
 $\rho$  : Densidad; densidad del He II  
 $\rho_n$  : Densidad de la componente normal del He II  
 $\rho_s$  : Densidad de la componente superfluida del He II  
 $\sigma$  : Superficie característica de intercambio de calor en un intercambiador continuo; constante de Stefan-Boltzmann  
 $\tau$  : Tiempo que tarda en equilibrarse térmicamente el  $^3\text{He}$  puro o diluido en un intercambiador discreto  
 $\omega$  : Frecuencia angular  
 $\pi$  : Presión osmótica  
 $\eta_n$  : Viscosidad de la componente normal del He II  
 $\eta_s$  : Viscosidad de la componente superfluida del He II  
 $\eta_{N_2}$  : Viscosidad del Nitrógeno gas

CONDUCTIVIDAD TERMICA

	erg/s cm K	joule/s m K	cal./s m K
1 erg/s cm K	1	$10^{-5}$	$2.3901 \times 10^{-6}$
1 joule/s m K	$10^5$	1	0.2390
1 cal./s m K	$4.184 \times 10^7$	4.184	1

$\frac{\text{joule}}{\text{seg}} = \text{Watt}$

ENERGIA

	joule	erg	cal.
joule	1	$10^7$	0.2390
erg	$10^{-7}$	1	$2.3901 \times 10^{-8}$
cal.	4.184	$4.184 \times 10^{-7}$	1

PRESION

	bar	N/m <sup>2</sup>	dina/cm <sup>2</sup>	mm de Hg	atm	lb/plg <sup>2</sup>	plg de Hg
1 bar =	1	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>	7.5006 X 10 <sup>2</sup>	0.9869	1.4504 X 10	2.9530 X 10
1 N/m <sup>2</sup> =	10 <sup>-5</sup>	1	10	7.5006 X 10 <sup>-3</sup>	9.8692 X 10 <sup>-6</sup>	1.4504 X 10 <sup>-4</sup>	2.9530 X 10 <sup>-4</sup>
1 dina/cm <sup>2</sup> =	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-1</sup>	1	7.5006 X 10 <sup>-4</sup>	0.9869 X 10 <sup>-6</sup>	1.4504 X 10 <sup>-5</sup>	2.9530 X 10 <sup>-5</sup>
1 mm de Hg a 0°C =	1.3332 X 10 <sup>-3</sup>	1.3332 X 10 <sup>2</sup>	1.3332 X 10 <sup>3</sup>	1	1.3158 X 10 <sup>-3</sup>	1.9337 X 10 <sup>-2</sup>	3.9370 X 10 <sup>-2</sup>
1 atmófera =	1.0133	1.0133 X 10 <sup>5</sup>	1.0133 X 10 <sup>6</sup>	7.6000 X 10 <sup>2</sup>	1	1.4696 X 10	2.9921 X 10
1 lb/plg <sup>2</sup> =	6.8947 X 10 <sup>-2</sup>	6.8947 X 10 <sup>3</sup>	6.8947 X 10 <sup>4</sup>	5.1715 X 10	6.8046 X 10 <sup>-2</sup>	1	2.0360
1 plg de Hg a 0°C =	3.3864 X 10 <sup>-2</sup>	3.3864 X 10 <sup>3</sup>	3.3864 X 10 <sup>4</sup>	2.5400 X 10	3.3421 X 10 <sup>-2</sup>	4.9116 X 10 <sup>-1</sup>	1

1 N/m<sup>2</sup> = 1 Pascal

1 torr = 1 mm de Hg

VISCOSIDAD

	Poise	dina s/cm <sup>2</sup>	N s/m <sup>2</sup>
1 Poise	1	1	10 <sup>-1</sup>
1 dina s/cm <sup>2</sup>	1	1	10 <sup>-1</sup>
1 N s/m <sup>2</sup>	10	10	1

CONSTANTES FISICAS UTILIZADAS EN ESTA TESIS

Símbolo	Constante	Valor
$h$	Cte de Planck	$1.05450 \times 10^{-34}$ J/s
$k=R/N_0$	Cte de Boltzmann	$1.38054 \times 10^{-23}$ J/K
$L_3^0$	Calor latente de evaporación del $^3\text{HeL}$ a $T=0\text{K}$	20.56 J/mol
$L_4^0$	Calor latente de evaporación del $^4\text{HeL}$ a $T=0\text{K}$	59.62 J/mol
$m_3$	Masa de un átomo de $^3\text{He}$	$5.00792 \times 10^{-24}$ g
$m_4$	Masa de un átomo de $^4\text{He}$	$6.64605 \times 10^{-24}$ g
$N_0$	Número de Avogadro	$6.02252 \times 10^{23}$ /mol
$R$	Cte universal de los gases	8.3143 J/mol K
$u_1^0$	Velocidad del sonido en el $^3\text{HeL}$ a $T=0\text{K}$	$2.3827 \times 10^4$ cm/s
$V_3^0$	Volumen molar del $^3\text{HeL}$ a $T=0\text{K}$	36.83 $\text{cm}^3$ /mol
$V_4^0$	Volumen molar del $^4\text{HeL}$ a $T=0\text{K}$	27.58 $\text{cm}^3$ /mol
$\sigma$	Cte de Stefan-Boltzmann	$5.67 \times 10^{-12}$ J/s $\text{cm}^2 \text{K}^4$