

25:13

TESIS DE FISICO
FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

TITULO: Predicción Analítica del Ciclo de Histéresis
Ferromagnética.

AUTOR: Marco Antonio Escobar Valderrama.

DIRECTOR: Dr. Luis Fernando Magaña Solís.

Mexico, D. F. Enero, 1983.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

R E S U M E N

En este trabajo se realiza el cálculo de las expresiones analíticas que nos describen la curva de magnetización y el ciclo de histéresis para materiales ferromagnéticos policristalinos, con base en las hipótesis de Globus, quien propone como mecanismo de magnetización dominante, el movimiento de paredes.

El análisis de las hipótesis de Globus, ha llevado a modificar conceptos dados en su modelo. Estas modificaciones nos han permitido obtener una predicción analítica, con bases físicas más sólidas, de la curva de magnetización y del ciclo de histéresis ferromagnética. Una de las diferencias básicas entre nuestro enfoque y el presentado por Globus, estriba en el cálculo del campo crítico. El, en su cálculo, sólo considera la fuerza dada por el campo magnético. Aquí se considera la fuerza dada por la variación de la energía total (energía magnética más energía superficial), debida a la aplicación de un campo magnético H .

Las diferencias en el enfoque se reflejan en los resultados. La curva de magnetización predicha por Globus, está bastante lejos de la obtenida experimentalmente. La predicha en este trabajo, está muy próxima a la curva de magnetización experimental. El Ciclo de histéresis que presentamos, muestra las características más importantes de los ciclos de Histéresis experimentales. Se presentan gráficas de ambas predicciones, y se comparan con resultados experimentales.

I N D I C E

	<u>Página:</u>
PROLOGO	1
CAPITULO I. <u>MAGNETISMO</u>	4
I.1 RESEÑA HISTORICA	4
I.2 CLASIFICACION DE MATERIALES MAGNETICOS	9
I.3 EL DIAMAGNETISMO	16
I.4 EL PARAMAGNETISMO	18
I.5 EL FERROMAGNETISMO	21
I.6 HISTERESIS FERROMAGNETICA Y SU IMPORTAN CIA EN PERDIDAS DE ENERGIA	36
CAPITULO II. <u>MODELOS PARA EL CICLO DE HISTERESIS</u>	44
II.1 MODELO DE EWING	44
II.2 MODELO DE WEISS	47
II.3 MODELO DE GLOBUS	52
CAPITULO III. <u>PREDICCION DEL CICLO DE HISTERESIS</u>	61
III.1 MAGNETIZACION EN LA PARTE REVERSIBLE DEL CICLO	62
III.2 VALOR DEL CAMPO CRITICO PARA MOVER LA PARED DESDE CUALQUIER POSICION DENTRO DEL GRANO	67
III.3 MAGNETIZACION EN LA PARTE IRREVERSI BLE DEL CICLO	72
III.4 EL CICLO DE HISTERESIS	77
CAPITULO IV. <u>CONCLUSIONES</u>	82
APENDICE I	94
APENDICE II	99
APENDICE III	103
LISTA DE FIGURAS	107
REFERENCIAS	110

P R O L O G O

La histéresis ferromagnética, es un fenómeno magnético irreversible, que se manifiesta en algunos materiales magnéticos, como los ferromagnéticos, cuando medimos la intensidad de magnetización, M , del material como una función del campo magnético aplicado, H .

La relación entre el campo magnético aplicado y la magnetización de la muestra, $M = M(H)$, da lugar a la obtención de un ciclo de histéresis ferromagnética, cuando el campo aplicado varía desde un cierto valor $H_{m\acute{a}x}$, hasta $-H_{m\acute{a}x}$ y viceversa.

El ciclo de histéresis ferromagnética es una de las manifestaciones más fundamentales del orden magnético. Este fenómeno complejo, que involucra parámetros microscópicos tales como interacciones de intercambio, anisotropía magneto cristalina, magnetostricción, etc., y parámetros macroscópicos como dominios, dinámica de la pared de dominio magnético, etc., resulta en un proceso donde la magnetización, M , no es una función univaluada, sino que depende de la historia magnética del material.

El objetivo de este trabajo es obtener las expresiones analíticas que nos describan la curva de magnetización y el ciclo de histéresis para materiales ferromagnéticos poli--

cristalinos. El método usado para obtener estas expresiones, toma como base las hipótesis de Globus quien propone como mecanismo de magnetización dominante, el movimiento de paredes - y hace una predicción rudimentaria de la curva de magnetización y el ciclo de histéresis.

La importancia de los ciclos de histéresis, en el estudio de los materiales ferromagnéticos, radica principalmente en que las propiedades magnéticas de estos materiales están estrechamente relacionadas a la forma de sus ciclos de histéresis. El entendimiento de estas propiedades es deseable y conveniente, sobre todo en lo que a pérdidas de energía por histéresis se refiere. Es interesante señalar que el costo anual, únicamente, por pérdidas de energía por histéresis en transformadores, es de decenas de miles de millones de dólares por año, en el mundo.

En el capítulo I, de este trabajo, se presenta una reseña histórica del magnetismo y se da un pequeño paso hacia la comprensión de los distintos fenómenos magnéticos observados en materiales al introducir cierta clasificación de acuerdo a las propiedades magnéticas que presentan. Así, los materiales se clasifican en tres grandes clases: Diamagnéticos ($\chi_m < 0$), Paramagnéticos ($\chi_m > 0$) y Ferromagnéticos ($\chi_m \rightarrow \infty$). Para cada uno de los cuales se describe brevemente el mecanismo de los fenómenos que presentan. Se hace un especial énfasis en la descripción del ferromagnetismo, tanto desde el punto de vista microscópico, donde se estudian las teorías pro

puestas por P. Weiss y Heisenberg, para explicar el origen de este "magnetismo fuerte", como fenomenológico, donde se estudiaba principalmente el fenómeno de histéresis ferromagnética y su importancia en pérdidas de energía.

En el capítulo II, se estudian los modelos de Ewing, Weiss y Globus, que han sido propuestos para explicar los fenómenos de magnetización reversible e irreversible que dan lugar al ciclo de histéresis.

En el capítulo III, con base en las hipótesis de Globus, se hace un análisis energético del grano, y se predice -- analíticamente la curva de magnetización y el ciclo de histéresis para materiales ferromagnéticos policristalinos. La -- diferencia básica entre nuestro enfoque y el presentado por -- Globus, estriba en el cálculo del campo crítico. Se presenta el ciclo "tipo" obtenido.

Finalmente, en el capítulo IV, se presenta una comparación de los resultados experimentales con los ciclos teóricos correspondientes aquí predichos. Así mismo, se presenta una comparación de los resultados obtenidos en este trabajo con los de Globus, y también la correspondiente comparación de las predicciones de Globus con los resultados experimentales. Se dan las conclusiones de todas estas comparaciones.

CAPITULO I

MAGNETISMO

El magnetismo ha servido e intrigado al hombre durante mucho tiempo. Todo empezó hace miles de años, en Magnesia ciudad de la antigua Grecia, cuando se observaron por primera vez los efectos de una piedra muy especial, la "piedra imán" o "magnetita" (mineral de hierro $Fe_3 O_4$) cuya peculiaridad de atraer al hierro constituyó el inicio en el estudio del magnetismo.

I.1 RESEÑA HISTORICA.

Fue necesario el transcurrir de muchos siglos antes de que se realizaran los primeros estudios sistemáticos de las propiedades que presentaba la magnetita. En 1269 un francés, Pedro Peregrinus publicó su "Epistola de Magnete" en la que determina los polos de una esfera de magnetita y realiza un análisis de las brújulas, colocando una aguja de hierro sobre la superficie de la piedra, de tal manera que ésta se orientara libremente. En 1600 W. Gilbert publica su tratado "De Magnete" en el cual escribe algunas propiedades interesantes de la magnetita, como el hecho de que los polos de la magnetita podían atraerse o repelerse así como también muestra que la Tierra se comporta como una esfera de magnetita.

El resultado de estos experimentos y la influencia del hierro en la historia, en forma de brújula, tuvieron una gran importancia en la navegación y la exploración primitivas. Sin embargo excepto por esta

aplicación, el magnetismo se usó poco y sus características se entendieron aún menos.

No fue sino hasta principios del siglo XIX cuando se inicia toda una época de investigación sistemática para tratar de entender y comprender los fenómenos magnéticos.

En 1800 un físico italiano Alessandro Volta, desarrolla su pila (o batería), la cual produce una corriente eléctrica. Poco tiempo después H. C. Oersted, físico danés, en su afán de encontrar una posible relación entre fenómenos eléctricos y magnéticos, dadas las observaciones hechas por los navegantes de aquella época, de que los relámpagos, fenómenos eléctricos, afectaban a las brújulas, aparatos magnéticos, descubre en 1820 que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos. Este resultado experimental, fue crucial para demostrar la conexión entre dichos fenómenos y constituyó el comienzo del electromagnetismo.

Un alambre por el que circula una corriente eléctrica es una especie de imán. Ahora bien ¿qué ocurre si acercamos dos alambres por los que pasan corrientes eléctricas ?. Puesto que cada uno de los alambres se comporta como si fuese un imán, los alambres deben interactuar entre sí como lo hacen los imanes. En efecto, esto es lo que se observa experimentalmente: se produce una interacción de las corrientes eléctricas, a través de sus campos magnéticos. El descubrimiento de este hecho, realizado por el físico francés A. M. Ampère poco tiempo después de haberse enterado de los experimentos de Oersted, permitió encontrar cuantitativamente el valor del campo generado por una corriente

y en general hizo posible dar una definición cuantitativa de campo magnético. En 1825 establece la ley matemática, ahora conocida como "Ley -- circuital de Ampere" (1), que describe el campo magnético \vec{H} producido - por una corriente I:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c} \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = \frac{4\pi}{c} I \quad (I.1)$$

(en unidades Gaussianas)

donde \vec{J} es la densidad de corriente y c la velocidad de la luz.

Entre otros resultados experimentales observados en aquella - época (1820 - 1831), destacan los siguientes:

- El campo magnético producido por una corriente directa es un - campo circular, ya que sus líneas de campo son círculos concéntricos cu- yos centros se localizan en el alambre conductor, (Fig. I.1).

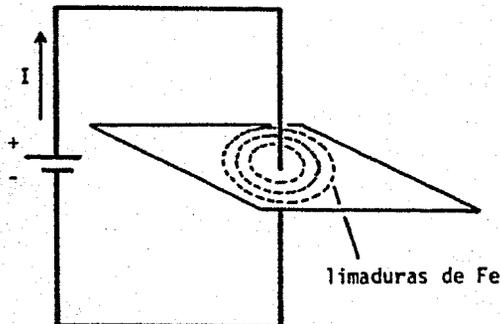


Fig. I.1 Campo magnético producido por una corriente directa.

- Las líneas de campo magnético son siempre líneas cerradas, tanto para los campos producidos por corrientes como por imanes. En el caso de un imán, por ejemplo, el flujo neto de líneas de campo magnético que atraviesan una superficie cerrada es cero, ya que cada línea que parte de un polo regresa a él, Fig. I.2.

El que las líneas de campo magnético sean cerradas y el flujo magnético que atraviesa una superficie cerrada sea siempre cero, nos indica simplemente ausencia de monopolos o "cargas" magnéticas libres. Este resultado es muy importante y constituye la ley de Gauss para campos magnéticos (1):

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (I.2)$$

donde \vec{B} es el vector de inducción magnética.

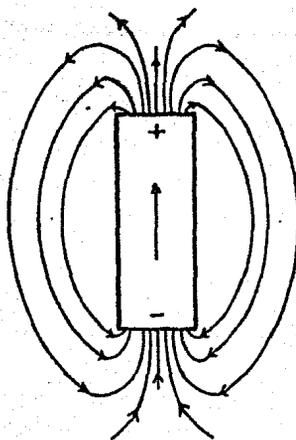


Fig. I.2 Líneas de campo de un dipolo magnético.

- En 1831, después de haber realizado una serie de experimentos sobre la conducta de corrientes en circuitos colocados en campos magnéticos que varían en el tiempo, M. Faraday observó un efecto en el cual un campo magnético variable inducía una corriente eléctrica. El descubrimiento de este fenómeno, conocido como "inducción electromagnética", inició toda una revolución tecnológica. Ello, debido a que la "inducción electromagnética" es la base del funcionamiento de dispositivos tan importantes en las actividades diarias del hombre, tales como: generadores eléctricos, motores eléctricos y transformadores; en los que intervienen fenómenos magnéticos.

Este descubrimiento constituyó la "Ley de Inducción de Faraday" (1):

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1.3)$$

(en unidades Gaussianas)

donde \vec{E} es la intensidad del campo eléctrico.

El desarrollo de estos y otros trabajos de investigación culminaron con el trabajo teórico desarrollado por J. C. Maxwell (1) en 1865, quien sintetizó y complementó los trabajos que se habían realizado y unificó, a través de sus ecuaciones de campo, el estudio del magnetismo y la electricidad. Estas ecuaciones, conocidas como ecuaciones de Maxwell, forman la base de todo el fenómeno electromagnético clásico:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 4\pi\rho & \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

donde \vec{D} (vector de desplazamiento eléctrico) = $\epsilon \vec{E}$ y $\vec{B} = \mu \vec{H}$, con ϵ la permitividad eléctrica y μ la permeabilidad magnética en un medio.

Ahora que sabemos que los campos magnéticos pueden ser producidos tanto por imanes como por corrientes y que la materia ordinaria es tá constituida por cargas eléctricas y no por cargas magnéticas, podemos concluir que las únicas fuentes del campo magnético son corrientes eléctricas. Fué Ampère el primero en sugerir que el magnetismo de la materia provenía de "corrientes atómicas" circulantes (a veces llamadas corrientes amperianas), es decir, de una multitud de pequeños anillos de corriente eléctrica de dimensiones atómicas, distribuidos en todo el material. Así, la magnetización de los materiales proviene de corrientes circulantes dentro de los átomos, debidas a los electrones "girando sobre sí mismo" (spin electrónico), y al movimiento orbital de los electrones al rededor de los núcleos.

1.2 CLASIFICACION DE MATERIALES MAGNETICOS.

El magnetismo no es de ninguna manera una propiedad característica presentada sólo por algunos materiales. En realidad todos los materiales conocidos son, en alguna u otra forma, magnéticos aunque en su mayoría éstos sólo presentan efectos magnéticos pequeños.

Varios han sido los fenómenos magnéticos observados experimentalmente. Así, se ha tratado de ver cómo responden distintos materiales a campos magnéticos muy intensos. En estos experimentos se han colocado pequeñas muestras de estos materiales dentro de campos magnéticos producidos por electroimanes y se ha observado y cuantificado el efecto resultante (2, 3).

Las diversas manifestaciones del magnetismo que se observan en los materiales tienen sus raíces a nivel de átomos y electrones. Como sabemos, los núcleos de los átomos en la materia están rodeados por electrones que tienen un movimiento tanto de "spin" como "orbital".

Como consecuencia de estos movimientos, cada electrón forma un pequeño circuito de corriente de dimensiones microscópicas, el cual genera un pequeño campo magnético y puede, por tanto, describirse como un dipolo magnético. En magnetismo, dado que parecen no existir "polos magnéticos aislados" (que corresponderían a cargas eléctricas aisladas), - la estructura magnética más simple es el dipolo magnético, caracterizado por un momento dipolar magnético $\vec{\mu}_m$. Son ejemplos de dipolos magnéticos, un solenoide, un imán recto y una espira de corriente.

De acuerdo a lo anterior, el momento magnético $\vec{\mu}_m$ puede tener dos posibles orígenes: uno de estos es el movimiento orbital del electrón en torno al núcleo, determinado por el momento angular orbital \vec{L} , - al cual está asociado un momento magnético orbital, y el otro es el momento angular intrínseco (spin) del electrón, \vec{S} , el cual tiene asociado un momento magnético de spin. Para un circuito de corriente como el mostrado en la Fig. I.3, el momento dipolar magnético, asociado con el movimiento orbital del electrón, tiene una magnitud dada por (1):

$$|\vec{\mu}_{mL}| = \frac{I}{2c} \oint |\vec{r} \times d\vec{l}| = \frac{I}{c} \oint da$$

es decir

$$\mu_{mL} = \frac{1}{c} I \cdot (\text{Area}) \quad (I.5)$$

(unidades Gaussianas)

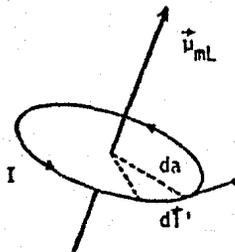


Fig. 1.3 Circuito de corriente mostrando el momento magnético, asociado con el movimiento orbital del electrón.

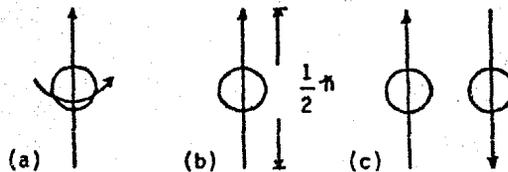


Fig. 1.4. (a) Vector de spin \vec{s} , (b) Módulo del spin, y (c) Orientaciones del spin electrónico.

Si la distribución de corriente es producida por un número de partículas cargadas, con cargas $q_i = e$ (magnitud de la carga del electrón) y masas $m_i = m_e$ (masa del electrón) para toda i , con velocidades \vec{v}_i , el momento magnético puede ser expresado en términos del momento angular orbital de las partículas, $\vec{l}_i = m_i (\vec{r}_i \times \vec{v}_i)$, como (1):

$$\vec{\mu}_{mL} = \frac{e}{2m_e c} \sum_i \vec{l}_i = \frac{e}{2m_e c} \vec{L} \quad (1.6)$$

ahora bien, en magnitud, el momento angular orbital está dado por:

$$L = \sum_i m_i r_i v_i = m_e \sum_i v_i r_i^2 \quad (1.7)$$

por tanto
$$\mu_{mL} = \frac{e}{2m_e c} L = \frac{e}{2c} \sum_i w_i r_i^2 \quad (1.8)$$

con w_i la velocidad angular de cada partícula. La ecuación (1.8) es el resultado clásico para el momento magnético.

La teoría cuántica, sin embargo, muestra que el momento angular orbital de un electrón es un múltiplo entero de \hbar , con

$$\hbar = h/2\pi = 1.054 \times 10^{-27} \text{ erg.s}$$

unidad fundamental del momento angular, siendo h la constante de Planck, es decir: $L = n\hbar$. Por tanto, para el caso de un electrón, el momento-magnético, de acuerdo a la ecuación (1.6), tiene una magnitud⁽⁴⁾

$$\mu_{mL} = \frac{e}{2m_e c} L = n \frac{e\hbar}{2m_e c} = n\mu_B \quad (\text{erg/Gauss}) \quad (1.9)$$

donde μ_B es el magnetón de Bohr (unidad cuántica del momento magnético) y cuya magnitud es:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 0.927 \times 10^{-20} \text{ erg/Gauss}$$

Por lo que respecta al spin del electrón, \vec{s} , el momento magnético asociado a éste, puede expresarse, de acuerdo a la teoría cuántica, como⁽⁴⁾:

$$\vec{\mu}_{m_s} = 2(\mu_B / \hbar) \vec{s} = \frac{e}{m_e c} \vec{s} \quad (1.10)$$

donde, tanto el módulo como la dirección del momento angular de spin del electrón, puede tomar sólo ciertos valores, es decir, $s = \pm 1/2 \hbar$, (Fig. 1.4), resultados que han sido confirmados experimentalmente^(5,9).

Por tanto:
$$\mu_{m_s} = \pm \frac{e\hbar}{2m_e c} \quad (1.11)$$

Comparando las ecuaciones (I.6) y (I.10), los momentos magnéticos se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\vec{\mu}_{mL} = g \frac{e}{2m_e c} \vec{L} \quad (I.12)$$

$$\vec{\mu}_{mS} = g \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

donde el "factor g" esta dado por:

$g = 1 = g_L$ para el movimiento orbital, y

$g = 2 = g_S$ para el spin del electrón.

Por tanto, dado que las contribuciones al momento magnético (electrónico) de un átomo, provienen del movimiento orbital de los electrones en torno al núcleo y de los spines intrínsecos de estos, $\vec{\mu}_m$ puede expresarse como (5):

$$\vec{\mu}_m = \frac{e}{2m_e c} (g_L \vec{L} + g_S \vec{S}) \quad (I.13)$$

donde \vec{L} es el momento angular orbital total y \vec{S} el momento angular de spin total.

Considérese ahora un material que contiene N átomos por unidad de volumen. Las contribuciones macroscópicas de los momentos magnéticos de éstos, pueden relacionarse a través de una cantidad vectorial macroscópica llamada "magnetización" (\vec{M}). Este vector de magnetización \vec{M} , análogo al vector de polarización \vec{P} en el caso eléctrico, se define (1,6) como el momento magnético por unidad de volumen:

$$\vec{M} \equiv \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{\mu}_{m_i} \quad (I.14)$$

o bien
$$\vec{M} = \sum_i N_i \langle \vec{\mu}_{m_i} \rangle \quad (I.15)$$

donde $\vec{\mu}_{m_i}$ = momento magnético del i -ésimo átomo.

ΔV = elemento de volumen.

N_i = número de átomos por unidad de volumen, y

$\langle \vec{\mu}_{m_i} \rangle$ = momento magnético promedio, en un pequeño elemento de volumen.

En el estado desmagnetizado, es decir $\vec{M} = 0$, la suma vectorial de todos los momentos magnéticos de un pequeño elemento de volumen es cero, es decir, $\sum_i \vec{\mu}_{m_i} = 0$, o bien $\langle \vec{\mu}_{m_i} \rangle = 0$, como resultado de la orientación al azar de los $\vec{\mu}_{m_i}$. Veamos ahora que sucede si colocamos un material en un campo magnético \vec{H} .

Cuando se coloca un material en un campo magnético \vec{H} , éste puede ser atraído por la región intensa del campo ó bien repelido por ésta. Esto significa que se induce un campo magnético \vec{B} en el material, el cual interacciona con el campo externo \vec{H} y su relación con éste, está dada por (1,7):

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} \quad (\text{unidades Gaussianas}) \quad (I.16)$$

donde \vec{M} es la magnetización total inducida en el material, y es proporcional al campo magnético aplicado.

Para materiales isotrópicos, en los cuales el vector de magnetización \vec{M} es paralelo al vector de campo magnético \vec{H} , existe una relación lineal entre \vec{M} y \vec{H} dada por:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (I.17)$$

o bien, dado que $\vec{M} \parallel \vec{H}$,

$$M = \chi_m H \quad (I.18)$$

donde χ_m es un parámetro característico del material considerado, conocido como "Susceptibilidad Magnética". Así, sustituyendo la ecuación (I.17) en (I.16) se tiene que:

$$\vec{B} = (1 + 4\pi \chi_m) \vec{H} \equiv \mu \vec{H} \quad (I.19)$$

donde μ es la permeabilidad del material.

Daremos ahora un pequeño paso hacia la comprensión de los distintos fenómenos magnéticos observados en materiales al introducir cierta clasificación.

Dependiendo de la causa e intensidad de su magnetismo, del signo y orden de magnitud de χ_m (8) o bien de las magnitudes de sus permeabilidades (7), los materiales se clasifican, de acuerdo a las propiedades magnéticas que presentan, en tres grandes clases:

. Diamagnéticos	$\chi_m < 0$	$\mu < 1$
. Paramagnéticos	$\chi_m > 0$	$\mu \geq 1$
. Ferromagnéticos, Antiferro- y Ferrimagnéticos	$\chi_m \rightarrow \infty$	$\mu \gg 1$

Se ha establecido experimentalmente que la relación lineal entre \vec{M} y \vec{H} , dada por la ecuación (I.17), es válida sólo para materiales para- y diamagnéticos. Para materiales ferromagnéticos, esta relación lineal sólo se cumple para campos pequeños; para campos intensos, la ecuación (I.18) debe ser reemplazada por una relación funcional no lineal, la cual puede ser determinada experimentalmente, es decir,

$$M = M(H) \quad (I.20)$$

El fenómeno de histéresis (el cual será estudiado en la sección I.6) que presentan los materiales ferromagnéticos, muestra que M no es una función univaluada, sino que depende de la "historia magnética" del material.

Pasemos ahora a describir brevemente el mecanismo de los fenómenos que se presentan en estos materiales.

I.3 EL DIAMAGNETISMO.

Es el resultado de la "Ley de Lenz" (3,6) aplicada a una escala atómica. De acuerdo a esta ley, el campo magnético producido por una corriente inducida es opuesto a la dirección del campo magnético externo que la produce. De esta manera, cuando se aplica un campo magnético a un material diamagnético, se induce un cambio en el movimiento orbital de los electrones en torno a los núcleos de tal manera que los momentos magnéticos asociados a las corrientes atómicas así inducidas producen, de acuerdo a la ley de Lenz, una magnetización muy pequeña opuesta a la dirección del campo magnético aplicado.

La magnetización (momento magnético total por unidad de volumen) inducida en un material por un campo magnético aplicado, está determinada, como sabemos, por la susceptibilidad magnética del material de acuerdo a la ecuación (I.18). El término "diamagnetismo", se refiere a aquellos casos en los que la susceptibilidad magnética del material es negativa (Fig. I.5), es decir, casos en los cuales el momento magnético inducido es opuesto a la dirección del campo externo que lo produce.

El cálculo clásico de la susceptibilidad diamagnética, da^(9,10):

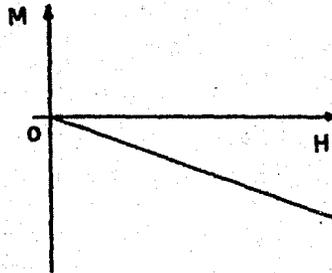


Fig. 1.5 Diamagnetismo.

$\chi_D = M / H = N \mu_{mL} / H$, donde:

$$\mu_{mL} = \frac{IA}{c} = - \frac{Ze^2}{6m_e c^2} H \langle r^2 \rangle \quad (1.21)$$

por tanto

$$\chi_D = - \frac{NZe^2}{6m_e c^2} \langle r^2 \rangle \quad (1.22)$$

con N = número de átomos por unidad de volumen

Z = " de electrones que contiene cada átomo, y

$\langle r^2 \rangle$ = cuadrado medio de la distancia de los electrones al núcleo.

El diamagnetismo, aunque se considera que está presente en todos los materiales, es notable principalmente, en materiales cuyos átomos tienen sus "capas electrónicas cerradas", es decir, materiales en los cuales los átomos no tienen un momento magnético resultante debido a que los spines y los movimientos orbitales de los electrones se compensan -

exactamente, de modo que cualquier átomo determinado no tiene un momento magnético neto. En estas condiciones, las contribuciones debidas a otros efectos, como los para- y ferromagnéticos, se cancelan.

Son ejemplos de materiales diamagnéticos: las moléculas orgánicas, así como también todos los gases nobles, metales tales como, bismuto, zinc y mercurio, y los no metales como el azufre, iodo, silicio y otros. También todos los superconductores pertenecen a esta clase de materiales.

I.4 EL PARAMAGNETISMO.

Existe otro tipo de materiales cuyos átomos tienen un momento magnético permanente, es decir, átomos en los cuales el momento magnético resultante es distinto de cero. En este caso y bajo la acción de un campo magnético externo, los momentos magnéticos atómicos, debidos al momento angular orbital y al spin de los electrones no apareados, tienden a alinearse paralelamente al campo magnético aplicado, \vec{H} , Fig. I.6. Tal alineación es favorecida ya que representa un estado de mínima energía para los electrones (ecuación (I.24)).

La torca y la energía del sistema representado en la Fig. I.6, tienen las siguientes expresiones (6):

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_m \times \vec{H} \quad (I.23)$$

$$W = - \vec{\mu}_m \cdot \vec{H} \quad (I.24)$$

Así, además del efecto diamagnético que siempre está presente,

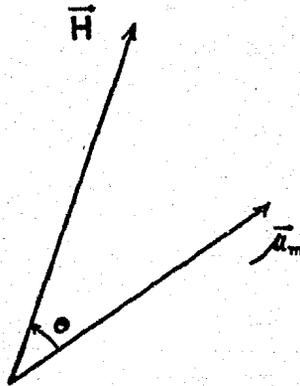


Fig. 1.6 Representación esquemática del alineamiento de un momento magnético atómico, en la dirección del campo H .

existe la posibilidad de alinear los momentos magnéticos atómicos. Este efecto llamado "paramagnetismo", fué estudiado sistemáticamente por primera vez a fines del siglo XIX por P. Curie, quien encontró que la susceptibilidad paramagnética, χ_p , de un material es inversamente proporcional a la temperatura absoluta, es decir:

$$\chi_p = \frac{M}{H} = \frac{N}{H} \langle \vec{u}_m \rangle = \frac{C}{T} \quad (1.25)$$

donde C es una constante, llamada ahora constante de Curie^(9,10) y es una cantidad positiva característica del material. En la Fig. 1.7, se muestra la dependencia de M con H y χ_p con T para el caso paramagnético.

Generalmente el paramagnetismo es bastante débil ya que las energías de alineamiento son relativamente más pequeñas que las provenientes

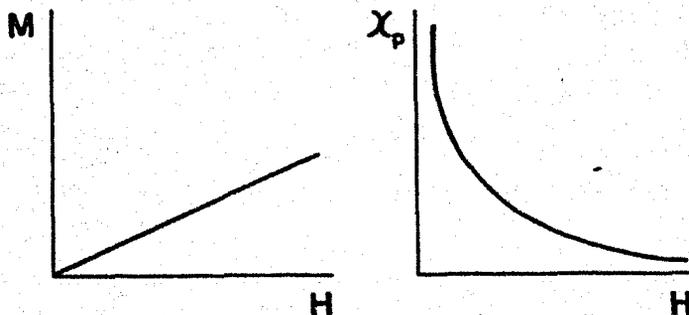


Fig. I.7 Paramagnetismo.

-tes de los movimientos térmicos que tienden a destruir el orden. Hay un mayor alineamiento a bajas temperaturas cuando los efectos de desordenamiento (debidos a la oscilación térmica) son menores.

El requerimiento básico para que un material sea paramagnético es que los átomos de éste, presenten capas electrónicas parcialmente llenas. De no ser así, los momentos magnéticos debidos al momento angular orbital y de spin, se compensarían para dar un momento magnético resultante del átomo, nulo. Son ejemplos de materiales paramagnéticos: los elementos de transición, las tierras raras y los metales alcalinos; elementos que tienen sus capas electrónicas incompletas y que presentan un momento magnético permanente.

I.5 EL FERROMAGNETISMO.

Se ha podido verificar experimentalmente^(11) (Efecto Giromagnético) que la contribución principal al momento magnético atómico, $\vec{\mu}_m$, en el caso de materiales ferromagnéticos, es el spin del electrón.

Desde el punto de vista microscópico, el ferromagnetismo es un estado ordenado magnéticamente (ver Fig. I.8), en el cual los momentos magnéticos de spin no compensados de los electrones de los átomos vecinos de la red cristalina de un sólido, están alineados paralelamente. Este alineamiento es debido a una interacción de intercambio^(12) de origen electrostático. Esta suposición, formulada por Heisenberg en 1928, es la base sobre la cual está construida la Teoría Cuántica moderna del Ferromagnetismo^(13).

Por sus diversas e importantes aplicaciones^(14,15), los materiales ferromagnéticos son los más importantes. El magnetismo que presentan estos sólidos es debido a los electrones de las capas internas de los átomos que se encuentran parcialmente llenas. Un "magnetismo fuerte" (como el que muestran los materiales ferro- y ferrimagnéticos), aparece sólo en aquellos casos en que la red cristalina de una substancia incluye átomos con capas internas parcialmente llenas.

Sin embargo, la presencia de estos átomos, con las características mencionadas anteriormente, aunque es una condición necesaria, no es suficiente para la existencia de un magnetismo fuerte.

En el grupo del hierro (metales 3d), por ejemplo, se encuentran materiales con distintas propiedades magnéticas:

Sc	Ti	V	Cr	M	Fe	Co	Ni
$3d^1 4s^2$	$3d^2 4s^2$	$3d^3 4s^2$	$3d^5 4s$	$3d^5 4s^2$	$3d^6 4s^2$	$3d^7 4s^2$	$3d^8 4s^2$
paramagnéticos			antiferromagnéticos		ferromagnéticos		

Por tanto, la información dada por las configuraciones electrónicas de los átomos, con capas parcialmente llenas, de los cuales está compuesta la red cristalina, no es suficiente ya que no nos permite formular las condiciones para la existencia de un "magnetismo fuerte".

Los ferromagnéticos, así como los antiferro- y ferrimagnéticos, se caracterizan principalmente por la existencia, bajo ciertas condiciones de un "orden magnético" y una "magnetización espontánea" (en el caso de los ferro- y ferrimagnéticos) debida a este ordenamiento; tal magnetización recibe este nombre por ser producida sin la acción de ningún campo magnético externo. El orden de magnitud de esta magnetización espontánea, a $T = 0^\circ\text{K}$, es:

$$M_0 = n\mu_B \quad (1.26)$$

donde n = núm. de momentos magnéticos por unidad de volumen, y μ_B = magnetón de Bohr, definido anteriormente.

En la Fig. I.8, se ilustran algunos tipos de orden magnético. Estos estados ordenados magnéticamente, son debidos como veremos posteriormente, a una interacción de intercambio. En algunos casos tal interacción favorece la alineación paralela de los momentos magnéticos de spin, dando como resultado un estado ordenado llamado ferromagnético, - Fig. I.8.a. Los momentos magnéticos individuales, localizados en un sólido ordenado magnéticamente de esta manera, se suman para dar un momento magnético total distinto de cero, y presentar así una magnetización

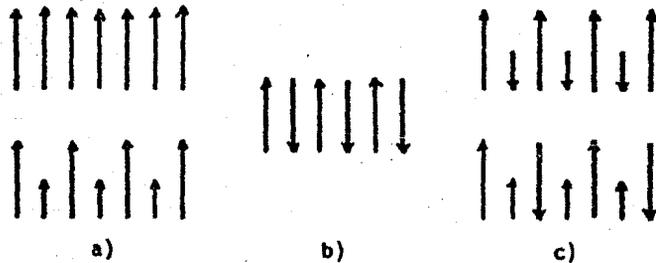


Fig. 1.8 Arreglos de spin, ilustrando posibles órdenes a) ferromagnéticos, b) antiferromagnéticos, y c) ferrimagnéticos.

espontánea. La magnetización observada en materiales que presentan este orden magnético (materiales ferromagnéticos) es mucho mayor que la presentada por cualquier otro tipo de material magnético.

Otro estado ordenado magnéticamente es el antiferromagnético, Fig. 1.8.b, en el cual la interacción de intercambio favorece la alineación antiparalela de los momentos magnéticos atómicos adyacentes en un sólido. Este es el caso en el cual los momentos magnéticos individuales (de la misma magnitud), se suman para dar un momento magnético total nulo, no existiendo así una magnetización espontánea.

Un caso especial de antiferromagnetismo, es aquél en el cual los momentos magnéticos antiparalelos son de magnitudes diferentes, Fig. 1.8.c, y por ello resulta una magnetización neta distinta de cero. A tal orden magnético se le llama ferrimagnético.

El "orden magnético" puede, sin embargo, ser alterado térmicamente. La magnetización espontánea es función de la temperatura^(9,16) (Fig. I.9): conforme la temperatura se incrementa, el arreglo de los spines es alterado por la agitación térmica, lo cual da como resultado una disminución de la magnetización espontánea. Por arriba de cierta temperatura crítica, la orientación de los spines viene a ser completamente azarosa dando como resultado una magnetización espontánea nula. Esta temperatura de transición, llamada "punto de Curie T_C ", es distinta para diferentes materiales.

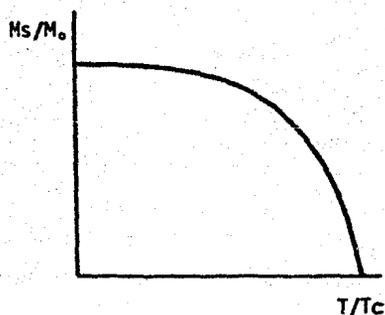


Fig. I.9. Curva para la magnetización espontánea en función de la temperatura, correspondiente a un estado ferromagnético.

En la gráfica anterior, M_s / M_0 es la magnetización normalizada y T / T_c la temperatura normalizada, donde:

M_S = magnetización espontánea a una temperatura $0^\circ\text{K} < T < T_C$

M_0 = magnetización espontánea a $T = 0^\circ\text{K}$

El comportamiento ferromagnético que distingue entre el hierro por debajo de $T_C = 770^\circ\text{C}$ y el hierro por encima de T_C , es la orientación espontánea en una dirección de los momentos magnéticos atómicos, lo que implica la orientación de los ejes de los spines de ciertos electrones - de cada átomo de hierro. Muy por debajo del punto de Curie (a temperatura ambiente, por ejemplo, en el hierro) la orientación es casi perfecta. Una temperatura elevada destruye este ordenamiento, debido a - la agitación térmica.

Al examinar un cristal suficientemente pequeño de hierro o níquel, se encuentra que está completamente magnetizado. Si observamos el interior de esta "pequeña región" del cristal y representamos los momentos magnéticos elementales como vectores, podríamos ver algo parecido a la Fig. I.10. Estas "pequeñas regiones" son lo suficientemente grandes (microscópicamente) como para contener millones de átomos, cuyos - momentos magnéticos estén casi todos ellos orientados en la misma dirección.

Para representar las interacciones responsables del alineamiento espontáneo de los spines en materiales ferromagnéticos, así como para explicar el hecho de que no aparezca una magnetización espontánea global en ausencia de campo externo en dichos materiales, P. Weiss^(22) propuso, en 1907 lo siguiente:

a) Una muestra de material ferromagnético de dimensiones macroscópicas contiene, en general, un número de pequeñas regiones llamadas

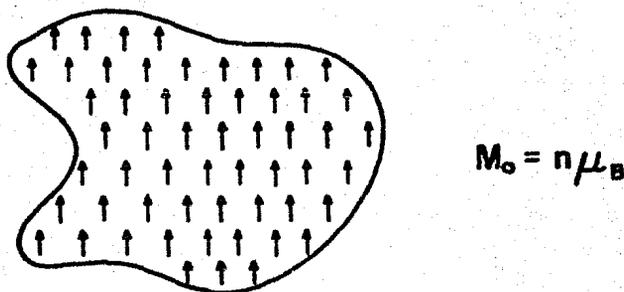


Fig. I.10 Orientación ordenada de los spines en una "pequeña región" - de un cristal de hierro. Cada flecha representa el momento magnético - de un átomo de Fe.

- "dominios" las cuales se encuentran magnetizadas espontáneamente; la - magnitud de la magnetización espontánea de la muestra está determinada - por la suma vectorial de los momentos magnéticos de cada uno de los domi - nios. En una muestra grande de hierro (con $H_a =$ campo aplicado = 0) - por ejemplo, existen muchos de estos dominios cuyos momentos magnéticos - netos, apuntan en distintas direcciones, de tal manera que el efecto ma - croscópico neto de la magnetización promedio es cero.

b) Dentro de cada uno de los dominios la magnetización espontánea se debe a la existencia de un campo interno fuerte llamado "campo molecular" el cual tiende a producir un alineamiento paralelo de los momentos magnéticos de los átomos adyacentes.

El "campo molecular de Weiss" es proporcional a la magnetización M , de modo que el campo efectivo en el interior del material puede expresarse como (9):

$$H_T = H_O + H_W \quad (1.27)$$

donde H_T = campo total o efectivo,

H_O = campo exterior, y

$H_W = \lambda M$, con λ llamada constante de Weiss, que depende de cada material y es independiente de la temperatura.

La "teoría del campo molecular" conduce, a partir de la ley de Curie - Weiss (ecuación 1.28), a la existencia de una magnetización no nula en ausencia de campo externo (magnetización espontánea), y a un comportamiento paramagnético de los materiales ferromagnéticos por arriba de T_C .

$$\text{Ley de Curie-Weiss: } \chi = \frac{M}{H_O} = \frac{C}{T - T_C} \quad (1.28)$$

donde $T_C = \lambda C$

C = constante de Curie

1. Si $T \rightarrow T_C$, entonces $\{C / (T - T_C)\} \rightarrow \infty$ y por consiguiente $H_O = 0$ con $M \neq 0$, lo cual implica una magnetización espontánea.

2. Si $T > T_c$, entonces $(1/\chi) = (T - T_c)/C = T(1/C) - T_c/C$. Esta relación nos muestra que los materiales ferromagnéticos se comportan como paramagnéticos para temperaturas mayores que la temperatura de Curie, T_c . La Fig. I.11, en la cual se grafica $(1/\chi)$ v.s. T , nos muestra dicha relación para el caso de un material paramagnético y ferromagnético en los cuales se tiene:

$$\text{Paramagnético} + (1/\chi) = T/C$$

$$\text{Ferromagnético} + (1/\chi) = (T - T_c)/C$$

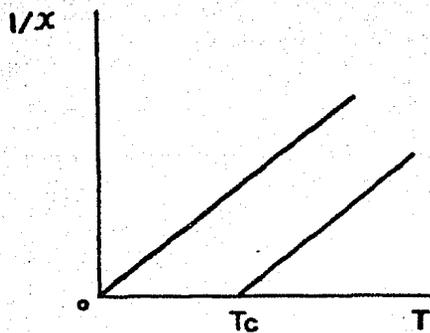


Fig. I.11 Susceptibilidad recíproca v.s. T , para un material para- y ferromagnético, arriba de la temperatura de Curie.

La primera explicación teórica a la naturaleza del campo molecular de Weiss, fue propuesta por Heisenberg en 1928, atribuyéndole un carácter electrostático. Demostró que el campo molecular podía ser explicado en términos de una interacción de intercambio entre los electrones. La interpretación aceptada es que la estructura atómica de los materiales ferromagnéticos, es tal que la intensidad de las interacciones de intercambio tienden a forzar a los spines de los átomos adyacentes a alinearse en direcciones paralelas y que dicha intensidad depende críticamente de la separación interatómica (9, 16).

Así, para dos átomos vecinos i y j la energía asociada con el acoplamiento efectivo entre los spines debido a la interacción de intercambio, está dada por la energía potencial V_{ij} , la cual es proporcional al producto punto de los vectores de spin \vec{S}_i y \vec{S}_j (8).

Esta energía, también llamada "Energía de Intercambio", contiene un término dependiente de la orientación relativa de los spines y esta dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} E_{ex} &= -2J (\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) \\ &= -2J S_i S_j \cos\theta \end{aligned} \quad (I.29)$$

donde J es la integral de intercambio, la cual mide la intensidad de la interacción entre los spines y es función de la separación interatómica (Fig. I.12), y θ es el ángulo entre los spines S_i y S_j .

De esta manera:

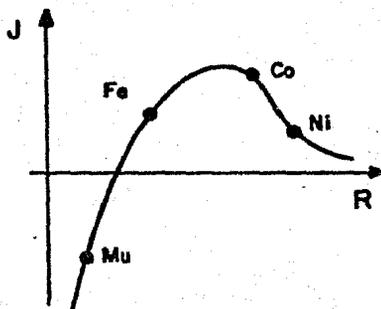


Fig. I.12 Comportamiento de la integral de intercambio como función de la distancia interatómica.

Si $J > 0$ la energía de intercambio es un mínimo si el alineamiento de los spines es paralelo. A tal comportamiento se le llama ferromagnético.

Si $J < 0$ la energía de intercambio es un mínimo cuando los spines son antiparalelos. Este es el comportamiento antiferromagnético.

La Fig. I.12, muestra el comportamiento de la integral de intercambio en función de la separación interatómica, expresada como la razón (R) de la distancia interatómica media en un cristal y el radio promedio de la capa 3d, para valores de R correspondientes al Mn, Fe, -

Co y Ni (9)

El fenómeno de ferromagnetismo está estrechamente relacionado con la existencia de una red cristalina. La influencia de la estructura cristalina de un material sobre sus propiedades magnéticas se manifiesta en la dependencia de la dirección a lo largo de la cual son medidas dichas propiedades magnéticas. En otras palabras, los materiales ferromagnéticos presentan una "Anisotropía Magnetocristalina", lo cual significa fundamentalmente que en la estructura cristalina existen direcciones más favorecidas magnéticamente que otras. Estas direcciones conocidas como "direcciones de fácil magnetización", Fig I.13, son aquellas en las cuales la orientación de la magnetización interna disminuye la energía libre del cristal. Un cristal ferromagnético presenta una o más direcciones de fácil magnetización y cualquier intento por magnetizarlo en alguna otra dirección resulta en un incremento en la energía interna. Dicho incremento asociado sólo con la dirección de la magnetización se llama "Energía de Anisotropía" (6); lo cual podemos entender también como el trabajo necesario para desviar el vector magnetización, de la dirección de fácil magnetización.

Para ilustrar lo anterior consideremos los siguientes dos materiales ferromagnéticos: Hierro (Fe) y Níquel (Ni).

El hierro tiene la red cristalina cúbica I, y sus ejes de fácil magnetización están dirigidos a lo largo de las aristas del cristal, Fig. I.13.a.

El níquel tiene la red cristalina cúbica F; sus ejes de fácil-magnetización están a lo largo de las diagonales del cristal, - Fig. I.13.b .

Ahora bien, por lo que respecta a la estructura de dominios en un material ferromagnético, ésta se encuentra determinada principalmente por tres tipos de energías:

- . Energía de Intercambio,
- . Energía de Anisotropía, y
- . Energía Magnetostática.

La energía magnetostática, también llamada energía dipolar magnética, es la energía resultante del momento dipolar magnético del material. Cuando una sustancia ferromagnética produce un campo externo -

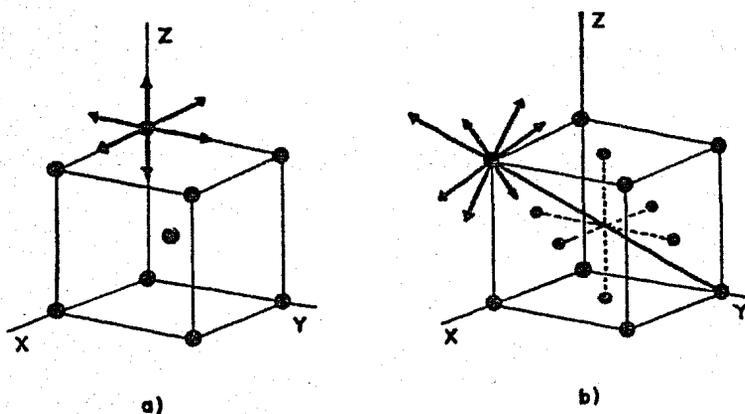


Fig. I.13 Direcciones de fácil magnetización: a) en el hierro y b) en el níquel .

(Fig. I.14.a), existe una energía potencial magnética o magnetostática dada por (6.10):

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{8\pi} \int B^2 dV \quad (\text{I.30})$$

Una disminución en la energía magnetostática de un sistema, yendo de una configuración saturada (Fig. I.14.a) con una energía magnetostática grande a una configuración de dominios (Fig. I.14.b) con una energía más baja, da origen a la estructura de dominios.

Consideremos, por ejemplo, un sólido ordenado ferromagnéticamente formado por un solo dominio, Fig. I.14.a, con su campo dipolar correspondiente. Cualquier reducción en la intensidad del campo de inducción magnética, se traduce en una disminución de la energía magnetostática (ecuación I.30). Así, la estructura de un monodominio, Fig. I.14.a, tiene una energía magnetostática mucho más grande que la estructura constituida por dos dominios, Fig. I.14.b. Esta estructura puede disminuir aún más su energía produciendo la adición de dominios de cierre, como se muestra en la Fig. I.14.c.

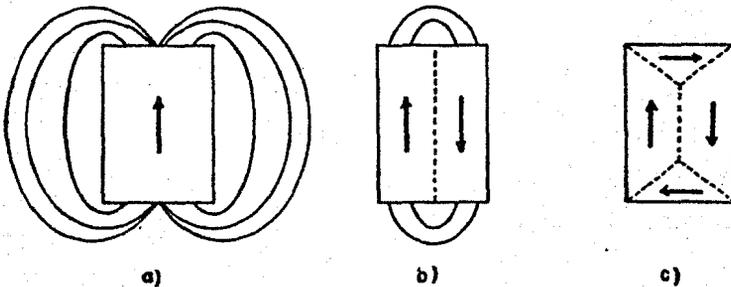


Fig. I.14. Reducción de la energía magnetostática por la generación de una estructura de dominios.

La región de transición entre dos dominios se denomina pared de Bloch, pared de dominio o simplemente pared, y juega un papel importante en los mecanismos de magnetización como veremos posteriormente. Una pared de 180° es aquella en la cual las regiones adyacentes, es decir los dominios, están magnetizados en sentidos opuestos, Fig. I.15.a. El espesor de estas paredes, así como también la energía superficial que presentan, llamada también "energía de la pared", dependen principalmente de la energía de intercambio (la cual favorece una rotación gradual de los momentos magnéticos) y de la energía de anisotropía (la cual actúa para limitar el ancho de la región de transición favoreciendo una rotación brusca), ver Fig. I.15.b .

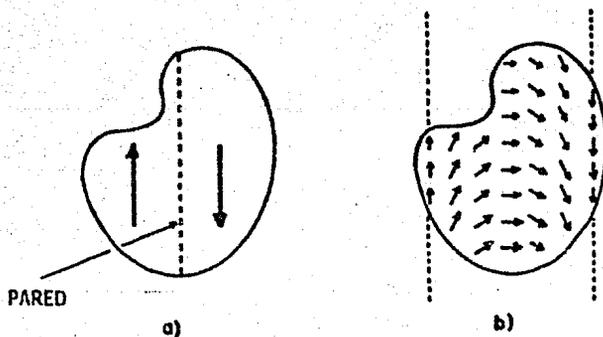


Fig. I.15. Representación esquemática de una porción de pared de Bloch, mostrando (a) una pared de 180° y (b) la estructura de la frontera entre dos dominios.

Un material policristalino, tal como un trozo común de hierro, está formado por una gran cantidad de pequeños cristales llamados granos, cada uno de los cuales posee, como vimos anteriormente, una anisotropía bien definida, la cual se revela en la existencia de direcciones de fácil magnetización, y una estructura de dominios. En ausencia de un campo magnético externo, el sentido de la magnetización espontánea de cada dominio coincide con una de las direcciones de fácil magnetización de los respectivos granos del policristal (véase por ejemplo la Fig. I.16). Los vectores de magnetización, de los distintos dominios, sin embargo, no coinciden y la magnetización resultante de todo el material es cero.

Pasemos ahora a la descripción del ferromagnetismo, desde el punto de vista fenomenológico, y veamos qué sucede cuando aplicamos un campo magnético externo, H , a un material policristalino tal como un trozo común de Fe.

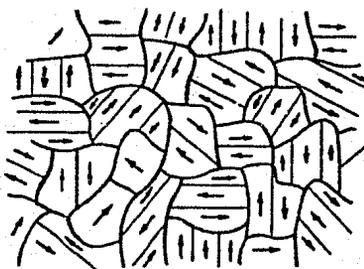


Fig. I.16. Estructura microscópica de un material ferromagnético no magnetizado.

I.6 HISTERESIS FERROMAGNETICA Y SU IMPORTANCIA EN PERDIDAS - DE ENERGIA.

Cuando se aplica un campo magnético a un trozo de hierro "no-magnetizado", se efectúa en él (por debajo de T_c) un proceso en el cual los dominios magnéticos son rearrreglados y reorientados, produciéndose así un nuevo estado magnético del material.

El "Ferromagnetismo" (por debajo de T_c) es un fenómeno que, dependiendo de la intensidad del campo magnético aplicado, H , puede ser reversible, si H es menor que cierto campo crítico, H_{cr} , ó irreversible si H es mayor que H_{cr} ; irreversible en el sentido de que si aplicamos un campo magnético $H > H_{cr}$ a una muestra de hierro, por ejemplo, ésta ya no regresa a su estado de magnetización inicial al eliminar dicho campo, quedando una magnetización residual en la muestra, llamada magnetización remanente, M_r , (Fig. I.17.a), a menos que se aplique un campo magnético en dirección opuesta de magnitud H_c , llamado campo coercitivo, para reducir M_r a cero y obtener así el estado de desmagnetización inicial. Este comportamiento magnético, irreversible, es característico de los materiales ferromagnéticos y se manifiesta a través del "Ciclo de Histéresis" - (Fig. I.17.b), el cual aparece al graficar M v.s. H , donde M es la magnetización de la muestra. En la "curva de regreso" la magnetización no es la misma que en la "curva de magnetización inicial" al variar el campo magnético aplicado, desde un valor $H_{m\acute{a}x}$ hasta $-H_{m\acute{a}x}$ y viceversa - (en el Apéndice I se describe brevemente la obtención de un ciclo de histéresis experimental).

En la Fig. I.17, se ilustra lo anterior y se muestran también

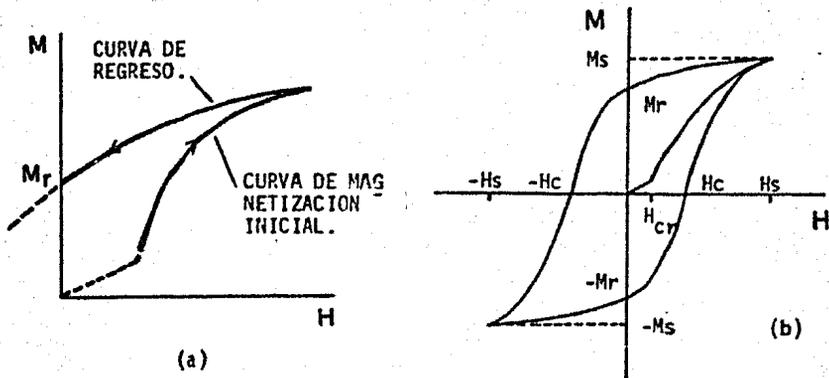


Fig. 1.17. (a) Para ilustrar el concepto de Histéresis; (b) Ciclo de Histéresis y Curva de Magnetización Inicial, mostrando algunos parámetros importantes.

algunos de los parámetros más importantes que caracterizan a un "Ciclo de Histéresis", donde:

- H_{cr} (Campo Crítico): Es el campo que separa la zona reversible de magnetización de la zona irreversible, y se define como el campo-máximo que puede ser aplicado a un material de tal manera que al eliminar dicho campo la muestra regrese a su estado de magnetización inicial.

- H_s (Campo de Saturación): Es el valor del campo magnético-aplicado, para el cual la magnetización alcanza un valor de saturación.

- M_s (Magnetización de Saturación): La magnitud M_s se define

como la máxima magnetización que puede alcanzar un material, cuando - está bajo la acción de un campo magnético ($H = \pm H_s$).

M_r (Magnetización Remanente): Es el valor de la magnetización residual que se conserva en el cuerpo ferromagnético después de disminuir el campo H ($> H_{cr}$) a cero.

H_c (Campo o Fuerza Coercitiva): Es el campo invertido necesario para reducir la magnetización nuevamente a cero.

IMPORTANCIA EN PERDIDAS DE ENERGIA.

La irreversibilidad es una causa de pérdida de energía en muchas de las aplicaciones de los materiales ferromagnéticos.

Durante el proceso de magnetización de un material ferromagnético, se consume una cierta cantidad de energía, la cual es obtenida de la corriente de magnetización suministrada. Se efectúa así un trabajo por unidad de volumen, necesario para magnetizar dicho material, de un estado de magnetización M_1 a un estado M_2 . Este trabajo está dado por la siguiente expresión⁽¹¹⁾:

$$W = \int_{M_1}^{M_2} H dM \quad (I.31)$$

Si queremos magnetizar una muestra de hierro, desde un estado-desmagnetizado $M_1 = 0$, a un estado de saturación $M_2 = M_s$, el trabajo por unidad de volumen necesario para saturar dicha muestra, está dado por la ecuación (I.31), y es igual al área encerrada por la curva de magnetización inicial, la línea $M = M_s$ y el eje de las ordenadas, ver Fig. I.18.

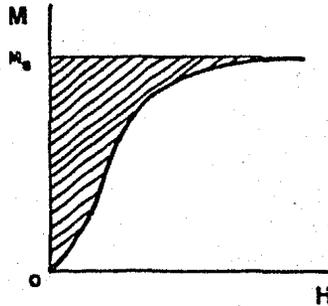


Fig. I.18. Trabajo por unidad de volumen necesario para saturar un material ferromagnético.

Parte de la energía suministrada para este trabajo, es almacenada como energía potencial y parte disipada como calor, el cual es generado por los procesos irreversibles que tienen lugar dentro del material.

Ahora bien, dado que en un ciclo de histéresis, Fig. I.19, la energía potencial puede regresar a su valor original, el trabajo resultante se debe únicamente a los efectos disipativos que tienen lugar en el material.

La pérdida total de energía durante un ciclo completo esta dada por (17):

$$W = \oint H dM = 2 \left\{ \int_{-M_r}^{M_s} H dM - \int_{M_s}^{-M_r} H dM \right\} \quad (I.32)$$

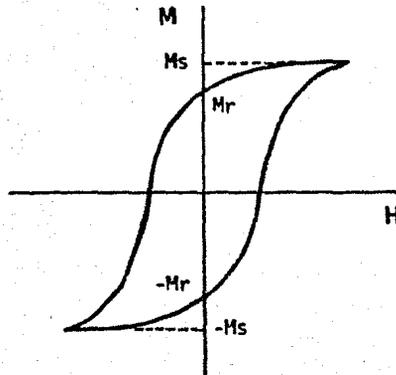


Fig. I.19. El área encerrada por el ciclo es proporcional a la pérdida de energía, como calor, cuando se invierte el sentido de la magnetización.

- que es el área total dentro del ciclo de histéresis, Fig. I.19.

El estudio de los materiales ferromagnéticos a través de sus ciclos de histéresis correspondientes, es fundamental ya que:

- Nos permiten determinar los parámetros que influyen en los mecanismos de magnetización.
- Las propiedades magnéticas de estos materiales están estrechamente relacionadas a la forma de sus ciclos de histéresis.
- La forma de la curva de histéresis es de gran importancia en la aplicación de dichos materiales.

En la Fig. I.20, se muestran tres formas típicas de ciclos de histéresis.

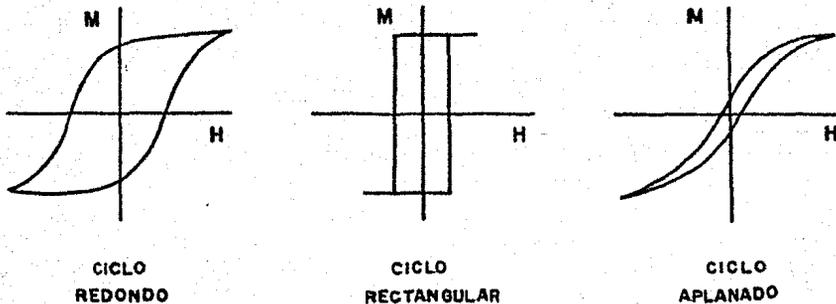


Fig. I.20. Formas típicas de Ciclos de Histéresis.

Según el tipo de ciclo de histéresis, los materiales ferromagnéticos pueden clasificarse de la manera siguiente.

Materiales Magnéticos Blandos (11,14): aquéllos que presentan una alta permeabilidad, una fuerza coercitiva pequeña y pérdidas mínimas de energía (es decir, ciclos de histéresis con área pequeña, Fig. I.21), lo cual permite que sean utilizados comúnmente en núcleos de transformadores, motores, generadores, etc..

Materiales Magnéticos Duros (11,18): aquéllos que presentan grandes campos coercitivos, una magnetización remanente elevada y pérdidas grandes de energía (es decir, presentan ciclos de histéresis con área grande, Fig. I.21). Estas características permiten que dichos materiales sean utilizados como imanes permanentes en diversas clases de medido

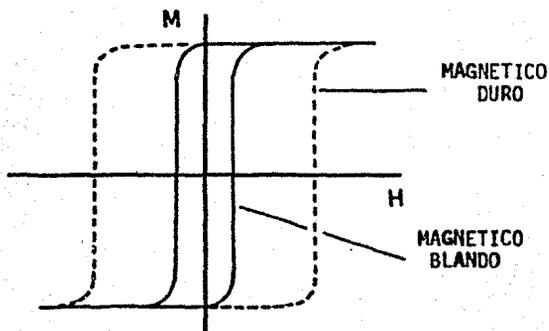


Fig. I.21. Clasificación de materiales ferromagnéticos.

- res eléctricos, bocinas y otros aparatos.

Por otro lado, es interesante señalar que la pérdida de energía por histéresis ocurre 120 veces por segundo en un dispositivo como un transformador de potencia. La pérdida por ciclo es pequeña: aproximadamente 20 mW-seg/Kg en un transformador de alta calidad a 60 Hz. Pero hay muchísimos ciclos en un día, y una gran cantidad de kilogramos de hojas de acero magnético en servicio en nuestro país y el mundo. El resultado es un costo anual de decenas de miles de millones de dólares por año, únicamente por pérdidas de energía por histéresis. Como resultado de esto, hay gran interés en la pérdida por histéresis y la manera de hacer que ésta disminuya (34).

En un ciclo de histéresis, la relación que resulta, entre la

intensidad del campo magnético aplicado y la magnetización, es complicada y no puede ser representada por una fórmula simple, ya que, la magnetización no está definida unívocamente para un valor del campo H , sino - que depende de la historia magnética de la muestra. Sólo en la región - inicial, es decir, para campos $H < H_{cr}$, existen relaciones relativamente simples (19) .

C A P I T U L O I I

MODELOS PARA EL CICLO DE HISTERESIS

El ciclo de histéresis ferromagnética es una de las expresiones más fundamentales del orden magnético. Este fenómeno complejo involucra parámetros microscópicos tales como interacciones de intercambio, anisotropía magnetocristalina, magnetostricción, etc., y parámetros macroscópicos como dominios, dinámica de la pared de dominio magnético, energía magnetostática, etc., y resulta en un proceso donde la magnetización no está definida unívocamente para un solo valor del campo aplicado.

Algunos modelos teóricos han sido propuestos para explicar los fenómenos de magnetización reversible e irreversible que dan lugar al ciclo de histéresis.

II.1 MODELO DE EWING.

En la última década del siglo XIX, Ewing^(20) propuso uno de los primeros modelos para intentar explicar el fenómeno ferromagnético en términos de las fuerzas entre átomos. Este modelo supone que cada átomo es un imán permanente libre de girar en cualquier dirección al rededor de su centro y que las orientaciones de los diversos imanes con respecto al campo, así como la de unos con respecto a otros, eran debidas completamente a fuerzas magnéticas mutuas. Considerando un arreglo de tales imanes, Ewing calculó (y determinó experimentalmente^(21)) la curva de magnetización y el ciclo de histéresis resultante.

Los cálculos para un arreglo de imanes determinado, muestran que a medida que el campo (orientado un cierto ángulo, con respecto a la línea de los imanes) se incrementa gradualmente en magnitud desde cero, existe al principio una rotación lenta y continua de los imanes, luego un cambio repentino en la orientación y finalmente una nueva rotación hasta que los imanes quedan alineados con el campo.

El método general seguido por Ewing^(18), para calcular la curva de magnetización y el ciclo de histéresis, consiste esencialmente en - considerar una línea infinita de imanes paralelos igualmente espaciados - (Fig. II.1) y calcular la energía total del sistema cuando el arreglo de imanes está sujeto a un campo H . Encontrando el valor de θ para el cual la energía total del sistema se hace mínima, para valores dados de θ_0 y H ,

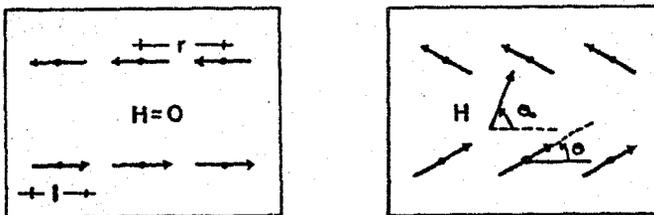


Fig. II.1 Modelo de Ewing.

Ewing obtuvo las siguientes expresiones:

$$\frac{dW}{d\theta} = H\mu_0 \sin(\theta_0 - \theta) \quad (II.1)$$

$$M = M_s \cos(\theta_0 - \theta) \quad (II.2)$$

donde W es la energía potencial magnética para un arreglo de imanes en una línea recta infinita,

μ : momento magnético del imán,

θ_0 : ángulo formado por la línea que indica la posición inicial de los imanes y el campo H (Fig. II.1), y

θ el ángulo formado entre la dirección del momento del imán y la línea que une el centro de éste.

De esta manera, graficando M v.s. H , Ewing obtuvo la curva de magnetización y el ciclo de histéresis correspondiente, Fig. II.2.

Los resultados obtenidos al calcular la curva de magnetización y el ciclo de histéresis con este modelo, muestran que, la magnitud del H_c calculado es mayor, por un factor de un millón, que el valor más bajo obtenido experimentalmente. Similarmente la permeabilidad inicial, μ_0 , de acuerdo al modelo, es aproximadamente la unidad, mientras que el orden de magnitud de los valores observados (para el Fe) es (14, 18) aproximadamente de 100 a 20,000.

En la Fig. II.2, se muestra la curva de magnetización y el ciclo de histéresis obtenido a partir del modelo de Ewing, para dos líneas rectas infinitas de imanes igualmente espaciados, e inicialmente magnetizadas en direcciones opuestas, con $\theta_0 = 45^\circ$.

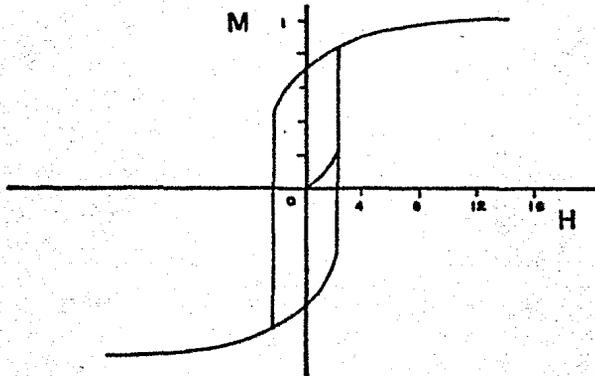


Fig. II.2. Curva de magnetización y ciclo de histéresis obtenido a partir del modelo de Ewing.

II.2 MODELO DE WEISS.

El modelo de dominios y paredes magnéticas propuesto por P. Weiss⁽²²⁾ en 1907, constituye la base actual para el estudio de los mecanismos de magnetización en materiales ferromagnéticos.

Este modelo permitió dar una explicación cualitativa de las diferentes regiones de la curva de magnetización, y condujo a la consideración de dos mecanismos principales de magnetización (Fig. II.3):

1. Desplazamiento de paredes de Bloch.
2. Rotación de momentos magnéticos.

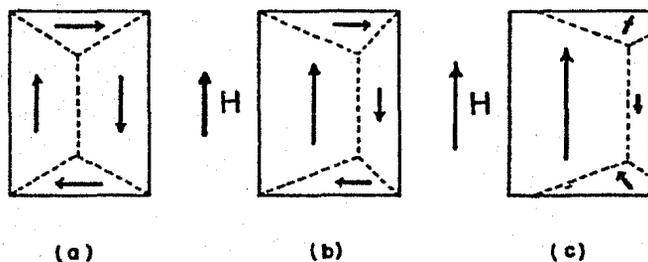


Fig. II.3. Mecanismos de magnetización: (a) Estructura de dominios en una muestra no magnetizada; (b) La muestra en un campo débil que favorece el spin hacia arriba. El volumen de los dominios favorablemente orientados con respecto al campo, crece a expensas de los dominios no orientados favorablemente, debido al desplazamiento de la pared; En (c), el campo aplicado es intenso y empieza a tener lugar la rotación de dominios en la dirección del campo.

Quando aplicamos un campo pequeño a un trozo de material policristalino, lo que ocurre es que las paredes de los dominios comienzan a desplazarse y crecen más los dominios que tienen una dirección favorable de magnetización. Este crecimiento es reversible mientras el campo sea muy pequeño (si se elimina el campo la magnetización vuelve a cero). Esta parte de la curva de magnetización está indicada con a en la Fig. II.4 .

Para campos mayores, región b de la curva de magnetización (Fig. II.4), los dominios orientados favorablemente crecen y la magne --

el cual las paredes de dominio están saltando, deteniéndose y volviendo a saltar a medida que el campo aumenta, se le llama "efecto Barkhausen", quien fue el que lo reportó por vez primera (24).

Ahora bien, lo importante es que estos saltos de magnetización pueden ocasionar pérdidas de energía. Cuando una pared logra zafarse de un impedimento, se mueve muy rápidamente hasta el siguiente, puesto que el campo ya está por encima del que se necesitaría para el movimiento sin obstáculos. El movimiento rápido significa que hay campos magnéticos fuertemente variables que producen corrientes parásitas en el cristal.

Estas corrientes producen pérdidas de energía al calentar el metal. Por otra parte, cada cambio repentino de magnetización da origen a una pequeña onda sonora que consume energía (2,18). Otro efecto que tiene lugar durante el proceso de magnetización, es el cambio en las dimensiones físicas del cristal a lo largo de la dirección de magnetización. Esta deformación elástica del material se conoce como "Magnetostricción" (9,14).

Es así, como debido a estos efectos, la región b de la curva de magnetización es irreversible y se pierde energía. Este es el origen del efecto de histéresis, por que hacer avanzar una pared de dominio y luego hacerla volver produce un resultado diferente.

Finalmente, para campos suficientemente altos, cuando se han desplazado todas las paredes de dominio y magnetizado cada cristal en la dirección del campo, quedan aún algunos granos cuyas direcciones de fácil magnetización no están en la dirección del campo magnético aplicado.

Es entonces necesario, aplicar campos mucho más intensos para orientar - los momentos magnéticos de estos pequeños cristales. Es así como tiene lugar la "rotación de dominios" y la magnetización aumenta lentamente, - curvándose suavemente hacia la horizontal como se muestra en la región c de la Fig. II.4.

Al eliminar el campo externo, los dominios que giraron regresan a su posición inicial, y los dominios cuyas paredes fueron desplazadas - por el campo magnético ocupan la posición que tomaron debido a este campo, permaneciendo así la muestra magnetizada. Si se aplica ahora a - la muestra un campo en sentido inverso, el fenómeno en los dominios se - repite inversamente de tal manera que si la aplicación del campo en sen- tidos opuestos es repetitiva, se produce un ciclo de histéresis.

Este modelo, a pesar de ser una buena base para el estudio de los mecanismos de magnetización, tiene sin embargo, un error fundamental en su base. Este consiste en suponer que el campo molecular, $H_w = \lambda M$ - (donde $\lambda = T_c / C$, con T_c la temperatura crítica y C la constante de Curie), propuesto por P. Weiss, es de origen magnético; esta considera- ción da como resultado, para el hierro ⁽¹⁰⁾:

$$H_w = \lambda M = 10^7 \text{ Gauss} \quad (\text{ II.3 })$$

mientras que el campo magnético, H^* , que produce un ión de Fe sobre sus- primeros vecinos, es del orden de ⁽¹⁰⁾:

$$H^* = \mu/a^3 \approx 10^3 \text{ Gauss} \quad (\text{ II.4 })$$

lo cual nos da un factor entre ambos campos del orden de 10^4 .

II.3 MODELO DE GLOBUS.

En 1963, A. Globus⁽²⁵⁾ propuso un modelo simple para los ciclos de histéresis en materiales policristalinos. En este modelo, la muestra está representada por un grano esférico, dividido en dos dominios magnéticos por una pared de Bloch de 180° (Fig. II.5). En ausencia de un campo magnético externo aplicado, la pared se encuentra anclada a la frontera de grano en una posición diametral. Los volúmenes relativos de los dominios con magnetizaciones opuestas son iguales y la magnetización neta es cero (Fig. II.6.a). La aplicación de un campo magnético pequeño, produce sólo una deformación elástica reversible en la pared, la cual permanece anclada a la frontera de grano (Fig. II.5), y se comporta como una membrana elástica. La deformación de la pared, explica la zona reversible (campos aplicados pequeños) en la gráfica de Magnetización (M) v.s. - Campo Aplicado (H), Fig. II.6.ab.

Para campos aplicados más intensos, la pared deformada se desancla y se desplaza dentro del grano (Fig. II.6.c). El campo para el cual ocurre el desanclaje recibe el nombre de campo crítico, H_{cr} , y representa el límite entre los mecanismos, reversible (susceptibilidad inicial) e irreversible (histéresis). El valor de este campo, de acuerdo al modelo, se obtiene cuando el campo aplicado llega a un valor tal que la fuerza que ancla a la pared, es igualada por la fuerza magnética producida por el campo magnético aplicado. Cuando $H > H_{cr}$, la pared se desplaza hasta una nueva posición de equilibrio z , para la cual la pared se ancla nuevamente (Fig. II.6.c y III.1); en ese punto, la pared permanece con--

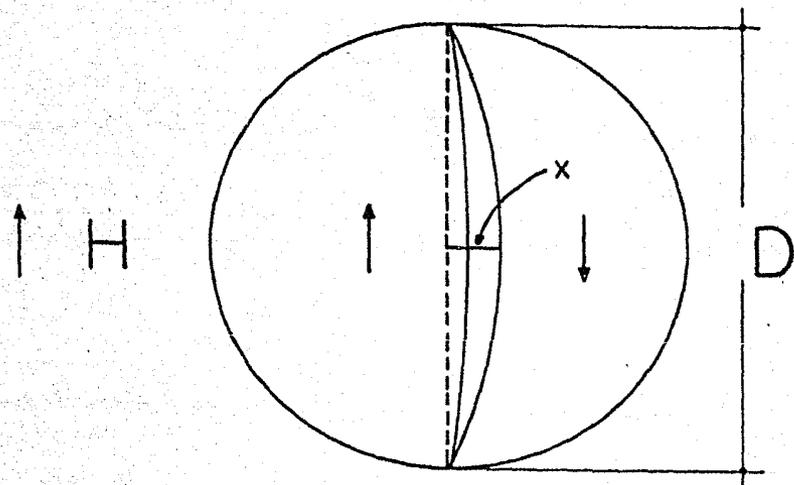


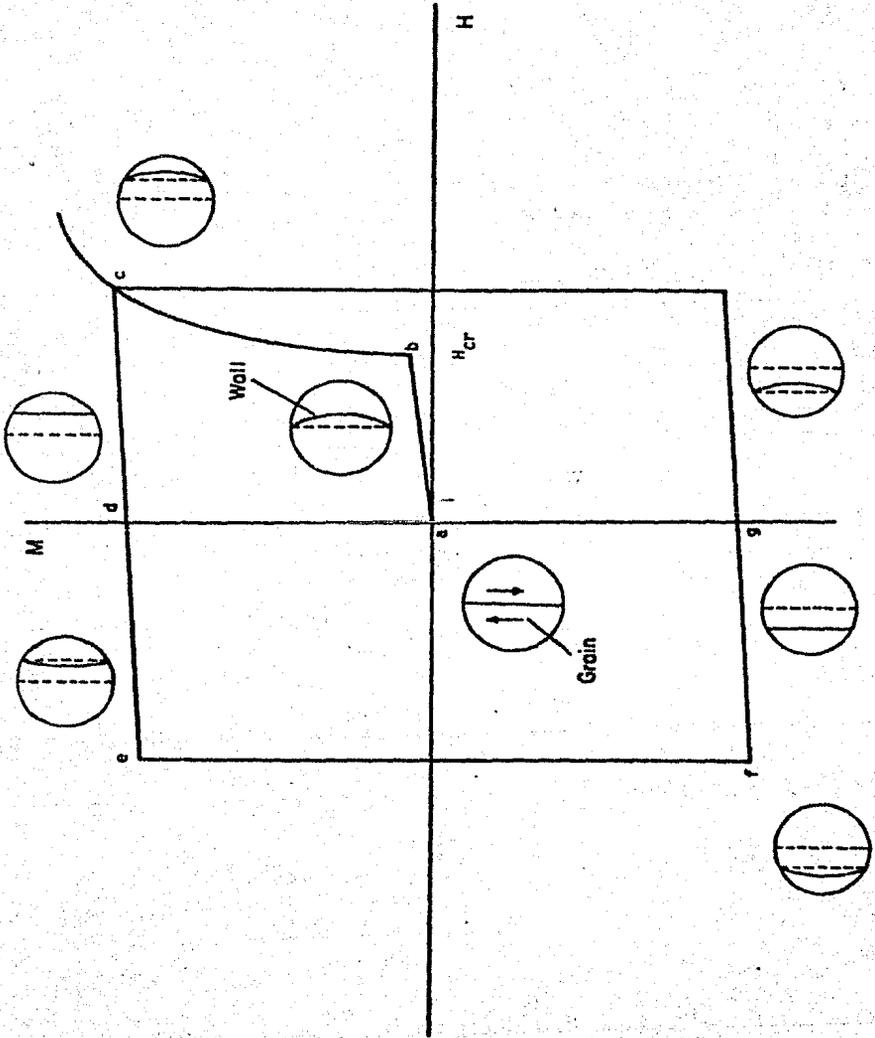
Fig. II.5 Deformación de la pared por un campo aplicado $H < H_{cr}$, en el modelo de Globus.

- vexa debido a la acción del campo magnético externo. Si se elimina el campo aplicado, la pared recobra su forma plana, pero no regresa ya a su posición inicial (Fig. II.6.d) quedando así la muestra magnetizada aún en ausencia de campo aplicado. Esto explica la existencia de la magnetización remanente.

Para completar el ciclo de histéresis tiene que ser invertido el campo aplicado. Al invertir el campo sucede un fenómeno semejante al descrito ya anteriormente. Al hacerlo, la pared sólo se deforma en sentido contrario permaneciendo anclada hasta que H alcanza el valor del campo crítico para la posición de la pared (Fig. II.6.e). Cuando el campo aplicado es superior a este campo crítico, la pared se desancla y se desplaza a una posición equivalente en el otro lado del grano (Fig. II.6.f). Entre estos dos puntos, e y f, la pared se mueve en el grano debido a que está en una situación de no equilibrio y por la inercia del movimiento se desplaza hasta el punto f de la Fig. II.6, en donde las fuerzas de anclaje y desanclaje se igualan nuevamente (situación de equilibrio). Al eliminar el campo, la curvatura de la pared desaparece y permanece anclada, Fig. II.6.g, quedando así una magnetización remanente negativa. A partir de este punto, y por simetría, se puede generar el ciclo completo.

Globus⁽²⁶⁾ propuso un cálculo simple para la zona reversible de magnetización. Calculó la deformación, X , de la pared (Fig. II.5), minimizando el cambio de energía total del grano, ΔE , con respecto a la deformación X . Este mínimo en ΔE determina el estado de equilibrio de la pared magnética. Dicho cambio de energía, se obtiene considerando la -

Fig. II.6. Descripción cualitativa usual del ciclo de histéresis ferromagnética con el modelo de Globus⁽²⁶⁾.



energía potencial magnética y la energía de superficie de la pared. La ausencia de un término de energía magnetostática, es decir, polos libres en la superficie del grano, se explica⁽²⁷⁾ en la suposición de cierta - continuidad de las paredes magnéticas a través de las fronteras de grano en la muestra.

Imponiendo la condición de mínimo para ΔE , ésto es, $d\Delta E/dX = 0$, se obtiene una ecuación de segundo grado para X . Globus, despreciando directamente términos cuadráticos en X , obtiene para la deformación:

$$X = \frac{M_s \cdot H}{2\gamma} r^2 \quad (II.5)$$

donde M_s = magnetización de saturación,
 H = campo aplicado,
 r = radio del grano esférico, y
 γ = energía de la pared por unidad de superficie.

Para esta región reversible, la susceptibilidad magnética inicial, χ_m , y la permeabilidad magnética μ inicial, pueden ser calculadas fácilmente considerando el cambio del volumen relativo de los dominios magnéticos:

$$\chi_m = \frac{3}{16} \frac{M_s^2}{\gamma} D \quad (II.6)$$

$$(\mu-1) = \frac{3}{4\pi} \frac{M_s^2}{\gamma} D \quad (II.7)$$

con D = diámetro del grano. Estas propiedades magnéticas tienen un valor característico para cada material, y se ha verificado^(28,29) que a temperatura constante, la permeabilidad magnética inicial, en el caso de un material policristalino, es una función prácticamente lineal del diámetro granular medio (D_m).

El campo crítico, H_{cr} , representado por el equilibrio entre la fuerza magnética y la fuerza de anclaje, se obtiene de la siguiente manera:

Cuando $H = H_{cr}$, se tiene

$$F_m = F_a$$

$$2MsH \frac{\pi D^2}{4} = f \pi D$$

de donde
$$H_{cr} = \frac{2f}{Ms \cdot D} \quad (II.8)$$

con F_m = fuerza magnética

F_a = fuerza de anclaje

f = término de fricción propuesto por Globus como una fuerza de anclaje por unidad de longitud, que se opone al movimiento de la pared y constante.

La expresión anterior muestra que el campo crítico varía en forma lineal con el inverso del diámetro granular medio. Para el caso en que se tiene un material con la misma composición, a temperatura constante, tanto f como Ms son constantes, y la relación anterior se puede expresar como:

$$H_{cr} = \frac{\kappa}{D} \quad (II.9)$$

donde $\kappa = 2f/Ms$

Este resultado ha sido verificado experimentalmente⁽³⁰⁾ y ha permitido un control eficaz de los procesos de magnetización, ya que, a través de la relación obtenida, es posible reducir el campo crítico para aplicaciones específicas, o bien aumentarlo. Esto es posible mediante-

el control del tamaño de grano, a través de un tratamiento térmico adecuado.

Por otra parte, parece que el origen de la fuerza de anclaje, f , que aparece en la ecuación (II.8), está relacionado con el término de energía de la pared magnética, γ . Se ha encontrado una proporcionalidad directa entre f y γ por medio de datos de la región reversible y a través de la expresión general para el campo crítico⁽³¹⁾ (ver Apéndice - III).

Cuando $H > H_{cr}$ la pared se desprende de su posición diametral y se mueve dentro del grano. La superficie de la pared varía como d^2 y decrece más rápido que su perímetro, el cual es proporcional a d . Para cada valor del campo aplicado, se obtiene un equilibrio entre los nuevos valores de la fuerza de anclaje y desanclaje, de tal manera que para cada posición de la pared existe un campo crítico diferente.

Para probar su modelo, Globus obtuvo curvas reducidas, tomando en cuenta la forma funcional de los parámetros involucrados, principalmente el diámetro del grano, D , en resultados experimentales. De esta manera obtuvo una curva de permeabilidad inicial normalizada^(28,29), graficando $(\mu-1)(D)$ v.s. T , una curva de magnetización inicial reducida⁽²⁷⁾, graficando M v.s. HD_m y un ciclo de histéresis reducido⁽²⁷⁾, graficando M v.s. HD_m . Todas estas curvas mostraban el comportamiento esperado con el diámetro granular medio de la muestra.

De acuerdo a la literatura⁽³²⁾, no ha sido propuesto un enfoque

más analítico para el ciclo de histéresis ferromagnética. En este trabajo, se pretende obtenerlo basándose principalmente en las mismas hipótesis del modelo de Globus.

C A P I T U L O I I I

PREDICCIÓN DEL CICLO DE HISTÉRESIS

Con base en el modelo propuesto por Globus, se hace un análisis energético del grano, y se predice analíticamente la curva de magnetización y el ciclo de histéresis para materiales ferromagnéticos policristalinos. El modelo, como vimos en el capítulo anterior, explica cualitativamente los mecanismos de magnetización reversible e irreversible en materiales policristalinos considerando para ello el movimiento de paredes como mecanismo de magnetización dominante, así como también, el diámetro granular (D), parámetro fundamental en las propiedades magnéticas del material.

Cabe señalar que es la primera vez que se hace un estudio formal y cuidadoso de las implicaciones y predicciones de las hipótesis de Globus. Algunos de los resultados obtenidos no habían sido sospechados por Globus mismo, aparentemente. Uno de ellos es la forma real del ciclo de histéresis que se obtiene con este modelo, que difiere de manera apreciable del que Globus mismo supone que debe obtenerse con sus hipótesis. La diferencia básica estriba en el cálculo del campo crítico. Globus sólo considera la fuerza dada por el campo magnético. Nosotros consideramos la fuerza dada por la variación de la energía total (energía magnética más energía superficial).

Cabe señalar, también, que Globus nunca ha presentado un estudio exhaustivo de las consecuencias de sus hipótesis.

Es parte medular de esta tesis, por tanto, tratar de llenar ese hueco y arrojar más luz sobre el entendimiento del modelo de Globus.

Nuestras predicciones, que resultan más generales, contienen a las que Globus ha hecho en el límite de campos aplicados pequeños.

III.1 MAGNETIZACION EN LA PARTE REVERSIBLE DEL CICLO.

Para empezar supongamos que la pared plana se encuentra localizada a una distancia Z del centro del grano. Si se aplica un campo magnético, la pared presentará una deformación como se muestra en la Fig. - III.1.

Podemos encontrar la posición de equilibrio de la pared recordando que esta posición será obtenida, de acuerdo al modelo de Globus, cuando el cambio de energía total ΔE_T , con respecto a la deformación X' de la pared, sea un mínimo.

El cambio en la energía total del grano al deformarse la pared, está dado por:

$$\begin{aligned}\Delta E_T &= \Delta E_{\text{mag}} + \Delta E_{\text{sup}} \\ &= -2M_s H \Delta V + \gamma \Delta A\end{aligned}\quad (\text{III.1})$$

donde ΔE_{mag} = cambio en la energía potencial magnética del grano.

ΔE_{sup} = cambio en la energía superficial de la pared.

ΔV = volumen encerrado por la forma inicial de la pared --

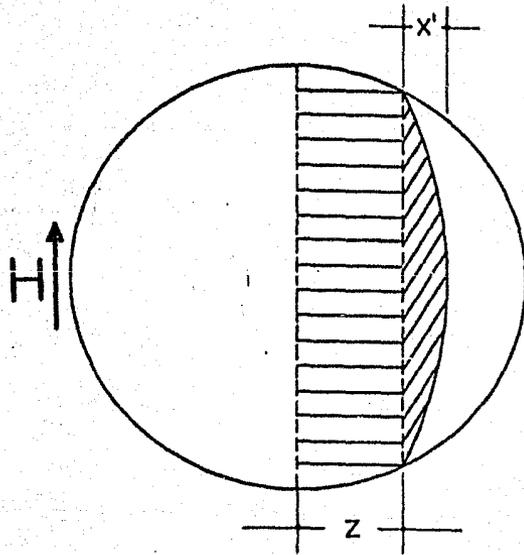


Fig. III.1. Deformación positiva de la pared, localizada a una distancia Z del centro del grano.

- (forma plana) y la forma final de ésta; representado por diagonales en la Fig. III.1.

ΔA = cambio en el área de la superficie de la pared.

Dada la geometría del problema se puede mostrar directamente - que (ver Apéndice II):

$$\Delta V = \frac{1}{6}\pi X'(3Y^2 + X'^2) \quad (\text{III.2})$$

donde $Y^2 = r^2 - Z^2$. Por otra parte, puede obtenerse también fácilmente que

$$\Delta A = \pi X'^2 \quad (\text{III.3})$$

Sustituyendo las ecuaciones (III.2) y (III.3) en la ecuación - (III.1), se obtiene la siguiente expresión para el cambio de energía total:

$$\Delta E_T = -M_S H \pi X' Y^2 - \frac{1}{3} M_S H \pi X'^3 + \gamma \pi X'^2 \quad (\text{III.4})$$

Ahora bien, para obtener el mínimo para el cambio de energía total se requiere que

$$\frac{\partial}{\partial X'} (\Delta E_T) = 0 \quad (\text{III.5})$$

Esta condición para el mínimo implica que:

$$-M_S H \pi X'^2 + 2\gamma \pi X' - M_S H \pi Y^2 = 0 \quad (\text{III.6})$$

Por tanto, el valor de X' que hace mínimo el cambio de energía y da la posición de equilibrio de la pared está dado por:

$$X' = (\gamma/MsH) \{1 - \sqrt{1 - MsH^2 (r^2 - Z^2)/\gamma^2}\} \quad (III.7)$$

Esta ecuación puede ser reescrita en términos de variables reducidas como:

$$\lambda = (1/2\eta h) \{1 - \sqrt{1 - 4\eta^2(0.25 - \zeta^2)h^2}\} \quad (III.8)$$

donde $\lambda = X' / D$

$\eta = f / \gamma$

$\zeta = Z / D$

$h = H / H_{cr}$, con $H_{cr} = 2f/MsD$

Ahora bien, si tomamos $\zeta = 0$ en la ecuación (III.8), se obtiene una expresión para la deformación de la pared antes de que ésta se desplace en el interior del grano⁽³¹⁾. Esta expresión está dada por λ_0 como:

$$\lambda_0 = (1/2\eta h) \{1 - \sqrt{1 - (\eta h)^2}\} \quad (III.9)$$

El valor crítico de λ_0 , λ_{0cr} , ó la deformación crítica de la pared justamente antes de su desplazamiento inicial, puede ser obtenido de la ecuación (III.9) cuando $h = 1$, es decir, cuando el campo aplicado es igual al campo crítico:

$$\lambda_{0cr} = (1/2\eta) \{1 - \sqrt{1 - \eta^2}\} \quad (III.10)$$

el cual, para valores pequeños de η , se reduce a la relación obtenida por Globus⁽²⁵⁾

$$\lambda_{0cr} = (1/4)\eta \quad (III.11)$$

Por otra parte, podemos notar que cuando $\zeta \rightarrow 1/2$, la deformación de la pared, dada por la ecuación (III.8), tiende a cero.

La magnetización, M , producida por el campo magnético aplicado que estamos considerando, está dada por la siguiente ecuación:

$$M = 2M_s \frac{\Delta V}{V} \quad (\text{III.12})$$

donde $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ (volumen del grano)

ΔV = cambio del volumen necesario para alcanzar la energía mínima (ecuación (III.2), con X' dada por la ecuación (III.7))

De esta manera la magnetización que se obtiene, en términos de una variable reducida, m , está dada por:

$$m = \frac{M}{M_s} = 2\lambda\{0.25 - \zeta^2 + \lambda^2\} \quad (\text{III.13})$$

La parte inicial, reversible, de la curva de magnetización puede ser obtenida de la ecuación anterior haciendo $\zeta = 0$ y variando el valor de h que, a su vez, da lugar a cambios en el valor de λ (ver ecuación III.9). El valor máximo de la magnetización predicho en la parte reversible de la curva de magnetización se obtiene de la ecuación anterior con $\zeta = 0$ y $\lambda = \lambda_{0cr}$. Este valor máximo queda dado como:

$$m_{\text{máx}} = 2\lambda_{0cr}(0.75 + \lambda_{0cr}^2) \quad (\text{III.14})$$

Por otra parte, la expresión para la susceptibilidad magnética inicial, X_m , dada por Globus, puede ser obtenida a partir de la ecuación (III.13) cuando $\zeta = 0$ y $h \ll 1$. La expresión para m en este caso -

se reduce a:

$$m = \frac{M}{M_s} = \frac{3}{2} \lambda_0 = \frac{3}{8} \eta h \quad (\text{III.15})$$

con $\lambda_0 = (1/4)\eta h$, obtenida a partir de la ecuación (III.9). Por tanto, sustituyendo las expresiones correspondientes de η y h en la ecuación anterior, se obtiene finalmente la relación para X_m dada por Globus:

$$X_m = \frac{M}{H} = \frac{3}{16} \frac{M_s^2 D}{Y} \quad (\text{III.16})$$

Una expresión más exacta para X_m , puede ser obtenida de la ecuación (III.13), sin despreciar términos cuadráticos directamente:

$$X_m = \frac{1}{8} \frac{M_s^2 D}{Y} \quad (\text{III.17})$$

III.2 VALOR DEL CAMPO CRITICO PARA MOVER LA PARED DESDE CUALQUIER POSICION DENTRO DEL GRANO.

Procederemos ahora a encontrar el valor necesario del campo magnético para desplazar la pared de dominio magnético.

El cambio de la energía total, ΔE_T , al desplazar la pared de $Z = 0$ a otro valor de Z dentro del grano, está dado por:

$$\Delta E_T = \Delta E_{\text{mag}} + \Delta E_{\text{sup}}$$

donde ΔE_{mag} es el cambio en la energía magnética y ΔE_{sup} es el cambio en la energía superficial de la pared.

Tenemos que:

$$\Delta E_{\text{mag}} = -2M_s H \Delta V \quad (\text{III.18})$$

Donde ΔV está dada por la parte sombreada del grano en la Fig. III.1. Utilizando el método dado en el Apéndice II es fácil encontrar que:

$$\Delta V = \pi \left\{ \frac{X'}{2} (r^2 - Z^2) + \frac{X'^3}{6} + r^2 Z - \frac{Z^3}{3} \right\} \quad (\text{III.19})$$

donde X' está dada por la ecuación (III.7), que da la configuración de equilibrio para la pared magnética.

La fuerza magnética, F_m , sobre la pared puede obtenerse de la expresión siguiente:

$$F_m = - \frac{d}{dZ} (\Delta E_{\text{mag}}) \quad (\text{III.20})$$

Ahora, usando las ecuaciones (III.7), (III.18) y (III.19) en la ecuación anterior, llegamos a que la fuerza magnética sobre la pared es:

$$F_m(H) = 2M_s H \pi (r^2 - Z^2) \left\{ 1 - \frac{Z \frac{M_s H}{Y}}{\sqrt{1 - \frac{M_s H}{Y^2} (r^2 - Z^2)}} \right\} \quad (\text{III.21})$$

Por lo que respecta al cambio en la energía superficial de la pared, ΔE_{sup} , este es, ahora, irreversible. A diferencia del cambio en la energía superficial tratado en la obtención de la susceptibilidad magnética en la parte inicial de la curva de magnetización, que era -

reversible. Este cambio, trae como consecuencia que el campo magnético aplicado tiene que proporcionar la energía necesaria para destruir energía superficial de la pared, al ser ésta desplazada (ver Fig. III.2). La energía superficial destruída esta dadá por la diferencia de áreas, cómo:

$$\Delta E_{\text{sup}} = \gamma \Delta A \quad (\text{III.22})$$

donde $\Delta A = A_f - A_i$, puede calcularse de la Fig. III.2, de tal manera - que:

$$\Delta A = \pi(X'^2 - X_o^2 - Z^2) \quad (\text{III.23})$$

con X' dada por la ecuación (III.7) y X_o dada por la misma ecuación pero con $Z = 0$.

Por lo anterior, tenemos que existe una fuerza neta de oposición para desplazar la pared al ocurrir el cambio en la energía superficial. - Para hallar esa fuerza, que denotaremos como F , simplemente consideramos que el trabajo que ha de realizarse para vencerla, debe ser igual al cambio de energía superficial, ó sea que:

$$F \cdot dZ = \gamma d(\Delta A) = \gamma \frac{\partial(\Delta A)}{\partial Z} dZ \quad (\text{III.24})$$

con ΔA dada por la ecuación (III.23). De esta manera se obtiene que :

$$F = \frac{-2\pi\gamma Z}{\sqrt{1 - (MsH^2/\gamma^2)(r^2 - Z^2)}} \quad (\text{III.25})$$

Por tanto, la fuerza total, F_T , que nace del cambio de la energía total, queda dada como:

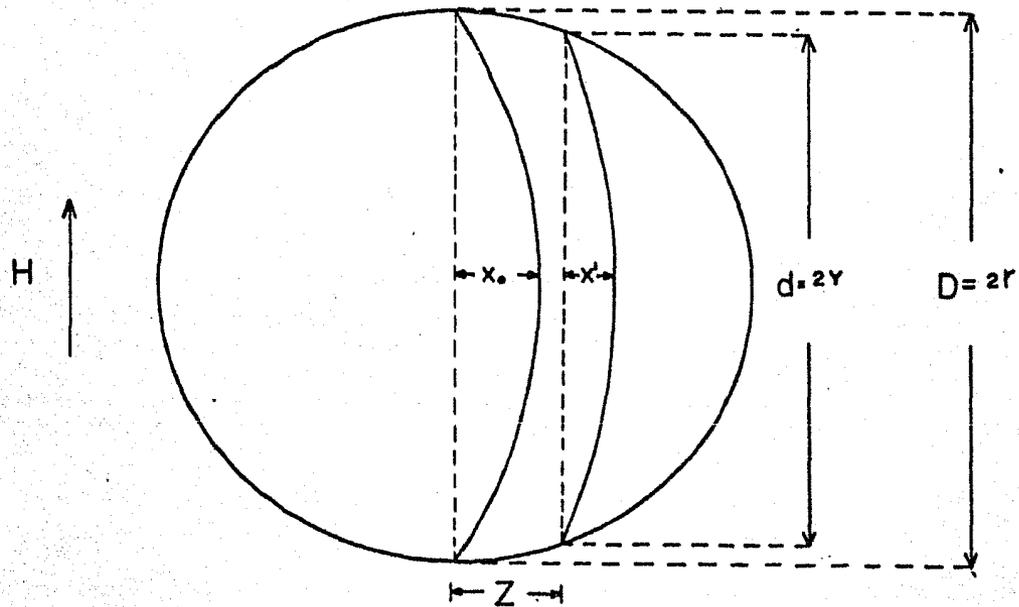


Fig. III.2. Desplazamiento, Z , de la pared. La energía superficial destruída está dada por la diferencia de áreas.

$$F_T = F_m + F \quad (\text{III.26})$$

donde F_m y F están dadas por las ecuaciones (III.21) y (III.25).

Habiendo obtenido la ecuación anterior, estamos ya en posición de encontrar una expresión para el campo magnético crítico para cada valor de Z . La condición física para obtener este campo, es que la fuerza total iguale a la fuerza de anclaje, F_a , ó sea cuando:

$$F_T(H,Z) = 2\pi(r^2 - Z^2)^{1/2}f \quad (\text{III.27})$$

Donde el campo magnético ahora corresponde al campo magnético-crítico para cada valor de Z . Utilizando la ecuación (III.27), la ecuación (III.21), la ecuación (III.25) y haciendo algo de álgebra para reescribir el resultado en términos de variables reducidas, se obtiene que el campo crítico reducido, h , para cada ζ , ha de satisfacer la siguiente ecuación:

$$2h(0.25 - \zeta^2)^{1/2} \left\{ 1 - \frac{2\zeta h}{\sqrt{1 - 4\eta^2 h^2 (0.25 - \zeta^2)}} \right\} - g(h, \zeta) = 0 \quad (\text{III.28})$$

donde:

$$g(h, \zeta) = 1 + \frac{\zeta}{\eta(0.25 - \zeta^2)^{1/2}} \{ 1 - 4\eta^2 h^2 (0.25 - \zeta^2) \}^{1/2} \quad (\text{III.29})$$

La ecuación (III.28), ha de resolverse numéricamente para encontrar el valor de h que corresponde a cada valor de ζ .

Nótese que en la ecuación (III.28), si $\zeta = 0$ (posición diametral de la pared), h tiene el valor de 1, ó: $H_{cr} = 2f/MsD$. Esto es, obtenemos para el campo magnético aplicado el campo crítico de la muestra, como debía ocurrir, para esa configuración. Se muestra, así, que en ese límite se recupera la expresión propuesta por Globus, ecuación (II.8).

III.3 MAGNETIZACION EN LA PARTE IRREVERSIBLE DEL CICLO.

También podemos obtener la magnetización como una función de h para la parte irreversible de la curva de magnetización procediendo de la manera siguiente.

Sabemos que la magnetización, M , asociada con el movimiento de la pared, está dada por la ecuación (III.12) como: $M = 2Ms(\Delta V/V)$, donde ΔV corresponde ahora a la región sombreada de la Fig. III.1. Este volumen está dado por las ecuaciones (III.19) y (III.7). El campo magnético está dado por la solución de la ecuación (III.28) para cada valor de ζ .

De esta manera, al realizar un análisis geométrico, podemos obtener que la magnetización, en términos de variables reducidas, queda dada por:

$$m(\zeta) = 2\lambda\{3(0.25 - \zeta^2) + \lambda^2\} + 3\zeta - 4\zeta^3 \quad (III.30)$$

Es fácil verificar que esta ecuación se reduce a la ecuación (III.14) cuando $\zeta = 0$ y $\lambda = \lambda_{ocr}$, como debería ser.

Por otro lado, notemos que de la ecuación (III.8) cuando ζ esta fija (pared fija) y $h \rightarrow 0$, resulta que $\lambda \rightarrow 0$, ó sea que en estas condiciones obtenemos una pared plana. Así, el valor de la magnetización, - cuando el campo magnético aplicado es cero, queda dado por:

$$m(\zeta) = 3\zeta - 4\zeta^3 \quad (\text{III.31})$$

Esto significa que tenemos una magnetización residual para cada valor dado de ζ . Esta magnetización residual se vuelve cero cuando $\zeta = 0$. Así mismo, podemos notar también, de las ecuaciones (III.8) y (III.30), que cuando $\zeta \rightarrow 1/2$ (condición de saturación de la muestra), $\lambda \rightarrow 0$ (la pared tiende a ser plana) y la magnetización tiende a 1, como era de esperarse.

Con lo anterior ya tenemos el comportamiento de la magnetización en la parte irreversible cuando $h > 0$. Veamos ahora qué ocurre cuando el campo aplicado toma el sentido opuesto. Vamos a referirnos, en lo que sigue, a la Fig. III.3.

La deformación de la pared es ahora en el sentido opuesto. El análisis para hallar la configuración de equilibrio de la pared sigue los mismos argumentos físicos que en el caso de $h > 0$. La configuración de equilibrio de la pared está aún dada por la ecuación (III.8), pero, con $h < 0$ ó, en términos de $|h|$:

$$\lambda = -(1/2n|h|) \{ 1 - \sqrt{1 - 4n^2(0.25 - \zeta^2)h^2} \} \quad (\text{III.32})$$

La magnetización, por otro lado, está dada por la ecuación (III.30) con el valor de λ , a su vez, dado por la ecuación (III.32).

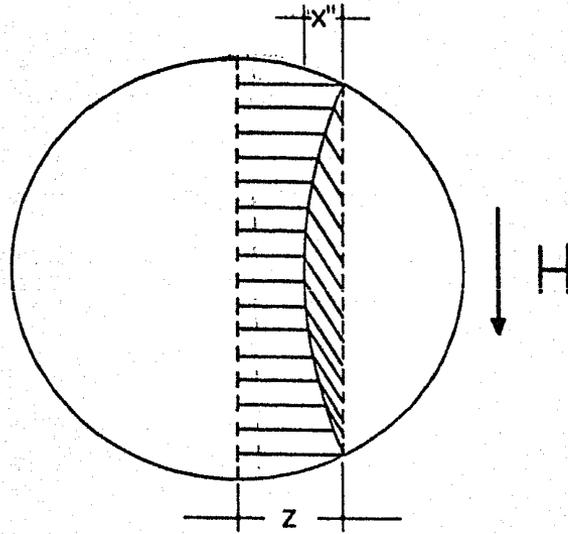


Fig. III.3. Deformación negativa de la pared, localizada a una distancia z del centro del grano .

Nótese que $\lambda < 0$ cuando $h < 0$.

Nuevamente es posible encontrar el valor del campo magnético - necesario para desplazar la pared dentro del grano. Esto se hace, como en el caso de $h > 0$, a partir del cambio en la energía total, $\Delta E_T = \Delta E_{\text{mag}} + \Delta E_{\text{sup}}$, y la expresión para la fuerza total, $F_T = F_m + F$. El valor de $\Delta V'$ que debe utilizarse para el cálculo de la energía magnética está dado por la parte sombreada, con rayas horizontales, de la Fig. III.3. Debemos tener cuidado al tomar la derivada expresada en la ecuación (III.20). Dicha derivada se toma ahora con respecto de $Z' = -Z$, y el campo magnético como $h < 0$. Se obtiene que la magnitud de la fuerza magnética para este caso, F_m , está dada por:

$$F_m = 2M_s |H| \pi (r^2 - Z^2) \left\{ 1 + \frac{Z \frac{M_s |H|}{Y}}{\sqrt{1 - \frac{M_s^2 H^2}{Y^2} (r^2 - Z^2)}} \right\} \quad (\text{III.33})$$

La expresión para la fuerza neta de oposición, F , debida al - cambio en la energía superficial de la pared, al desplazar ésta en sentido opuesto, esta dada por la ecuación (III.25). Por tanto, para obtener el correspondiente valor del campo crítico, igualamos nuevamente la fuerza total, F_T , a la fuerza de anclaje, F_a . Así, la ecuación que ha de - satisfacer el campo crítico para cada valor de ζ queda ahora como:

$$2|h|(0.25 - \zeta^2)^{1/2} \left\{ 1 + \frac{2\zeta|h|}{\sqrt{1 - 4\eta^2 h^2 (0.25 - \zeta^2)}} \right\} - g(h, \zeta) = 0 \quad (\text{III.34})$$

con $g(h, \zeta)$ dada por la ecuación (III.29).

Donde $|h|$ es ahora el valor absoluto del campo magnético crítico, para cada valor de ζ , en la dirección decreciente de ζ . Nuevamente la ecuación (III.34), ha de resolverse numéricamente para $|h|$, para cada valor dado de ζ .

Nótese que, nuevamente, si $\zeta = 0$, $|h| = 1$, ésto es, obtenemos el valor del campo crítico pero en sentido opuesto. Condición está de simetría que debía obtenerse.

Es interesante notar también que el valor absoluto del campo magnético crítico, cuando $\zeta \neq 0$, es diferente del correspondiente en la dirección de $+\zeta$ (resultado no consignado por Globus, quien los supone de igual magnitud). Las soluciones numéricas de las ecuaciones (III.28) y (III.34), muestran que $|h|$ tiene un valor que es mayor cuando la pared va a ser desplazada en la dirección $+\zeta$ (alejándose del centro), que el valor correspondiente al sentido opuesto (hacia el centro del grano). Esto indica que cuando la pared no está en el centro del grano es más fácil moverla hacia el centro del grano, que hacia la frontera del mismo.

De esta manera tenemos que cuando la pared se desancla hacia el centro del grano se moverá hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio, esto es, hasta que la fuerza de anclaje iguala nuevamente el valor de la fuerza magnética. Este equilibrio, se alcanza sólo cuando la pared ha pasado a través del centro del grano y la fuerza de anclaje empieza a aumentar hasta alcanzar el valor de la fuerza magnética dada por el valor del campo magnético aplicado.

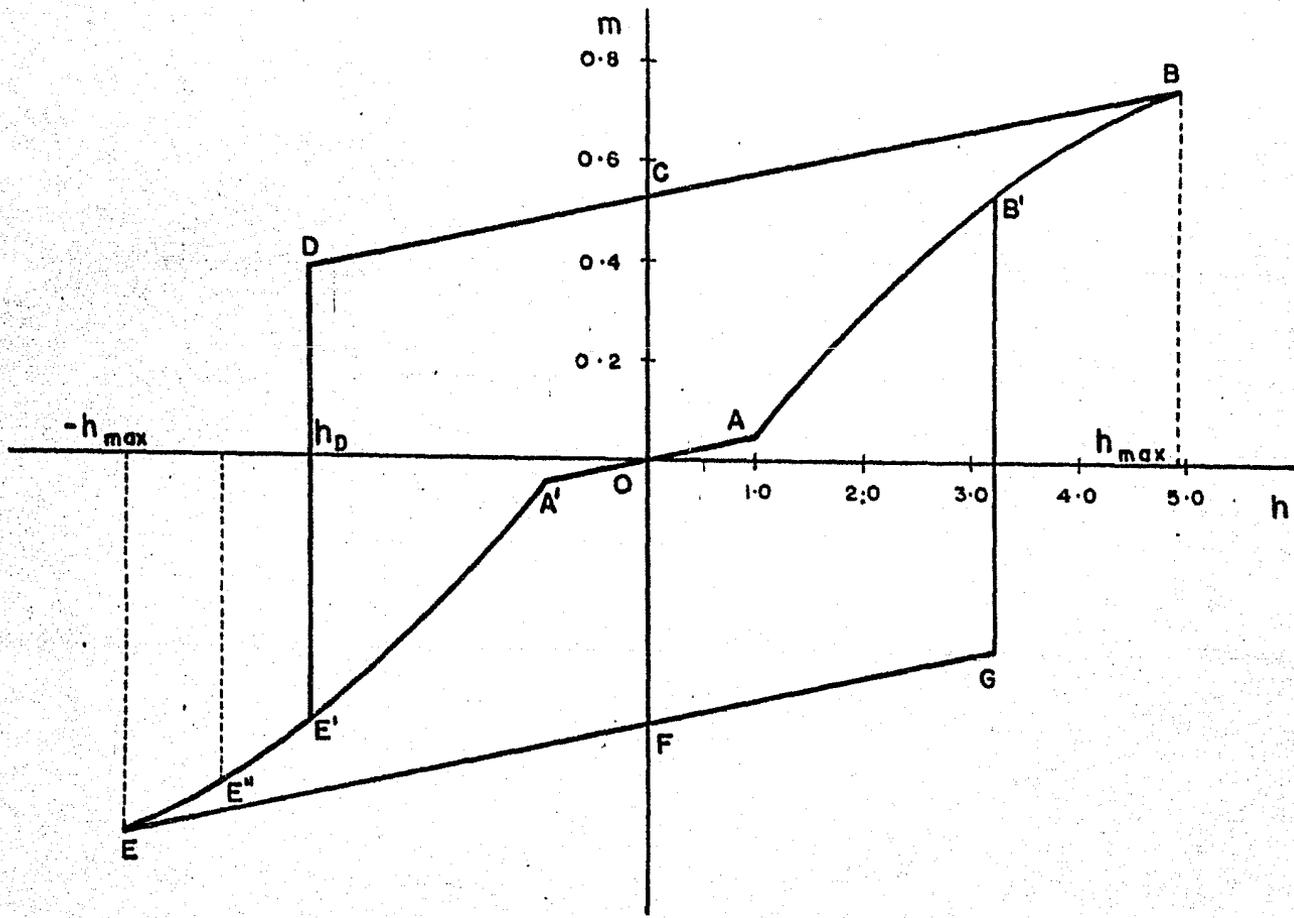
III.4 EL CICLO DE HISTERESIS.

Por todo lo anterior, estamos ya en condición de poder trazar el ciclo de histéresis ferromagnética. Para describir como lo hacemos nos referiremos a la Fig. III.4.

La parte reversible de la curva de magnetización, segmento OA, se obtiene por la ecuación (III. 13) con $\zeta = 0$ (pared en-posición diametral). Esta parte muestra un comportamiento prácticamente lineal de la magnetización con el campo aplicado⁽³¹⁾. El valor máximo para la magnetización (que corresponde al campo crítico), punto A, está dado por la ecuación (III.14).

La parte no reversible de la curva de magnetización, esto es, la sección AB, está dada por la ecuación (III.30), la cual nos da el valor de la magnetización conforme ζ crece. Esta ecuación, claramente, sólo es válida cuando $h > 1$ (ó sea, cuando el campo aplicado es mayor que el campo crítico). Así, para cada valor de $h > 1$, se tiene un valor correspondiente de ζ , para la configuración de equilibrio. Este campo h y éste valor de ζ están ligados por la ecuación (III.28). Lo que hacemos para trazar esta parte de la gráfica es lo siguiente. Tomamos valores crecientes de ζ hasta un valor máximo $\zeta_{\text{máx}}$ y para cada uno de estos valores encontramos el valor correspondiente de h , resolviendo numéricamente la ecuación (III.28). Después obtenemos el valor correspondiente de λ por medio de la ecuación (III.8) y finalmente utilizamos la ecuación (III.30) para encontrar la magnetización.

Fig. III.4. Predicción analítica del ciclo de histéresis ferromagnética, obtenido en este - trabajo, con base en las hipótesis de Globus.



La curva OA'E'E es la correspondiente curva de magnetización cuando empezamos con un campo magnético aplicado negativo. Las curvas OA'E'E y OAB'B son simétricas con respecto del origen, como era de esperarse. El punto A', es físicamente equivalente al punto A, el punto E es físicamente equivalente al punto B.

La sección BC del ciclo de histéresis, se obtiene de la ecuación (III.30) manteniendo $\zeta = \zeta_{\text{máx}}$ (una constante) y luego haciendo disminuir el valor de h , de modo que $h \rightarrow 0$. El valor de la magnetización en el punto C (magnetización remanente) está dada por la ecuación (III.31). Esta parte es reversible.

Para trazar la porción CD procedemos de la manera siguiente. Utilizamos la ecuación (III.30) con una $\lambda < 0$ expresada por la ecuación (III.32), ya que en esta región $h < 0$. Se obtiene que $|h_D| < |h_{\text{máx}}|$. Donde h_D corresponde al campo crítico para desplazar la pared (situada en $\zeta = \zeta_{\text{máx}}$) en la dirección $-\zeta$. El valor de h_D se encuentra resolviendo numéricamente la ecuación (III.34) con $\zeta = +\zeta$.

En el punto D la pared se desancla, y si aplicamos un campo h_D , la pared alcanza una nueva posición de equilibrio en E'. La magnetización salta del valor que tiene en D, al valor que tiene en E'. El valor de la magnetización en E' es, en valor absoluto, menor que el valor en D.

Si aumentamos la magnitud del campo magnético negativo aplicado a algún valor entre h_D y $h_{\text{máx}}$, la nueva posición de equilibrio está dada por la intersección de la línea vertical que corresponde al campo apli-

- cado y la curva de magnetización $OA'E'E$. Así, la magnetización salta de D a E' primero, y luego toma el valor de equilibrio en algún punto correspondiente a la sección $E'E$.

Si el campo aplicado es $-h_{m\acute{a}x}$, llegamos al punto E con una magnetización dada por el negativo del valor de ella en el punto B , y el valor correspondiente de ζ será $-\zeta_{m\acute{a}x}$. Es claro que la magnetización seguirá la trayectoria $DE'E$.

La descripción del resto del ciclo de histéresis, sección $EF-GB'B$, es sólo una repetición de los pasos seguidos para construir la sección $BCDE'E$, pero con $h < 0$. Estas dos secciones son simétricas respecto al origen, como era de esperarse.

Nótese que el valor del campo coercitivo está dado por h_0 .

CAPITULO IV

CONCLUSIONES

Hemos obtenido la predicción analítica del ciclo de histéresis ferromagnética con base en las hipótesis de Globus. El análisis cualitativo y cuantitativo de estas hipótesis, ha llevado a modificar conceptos dados por Globus en su modelo. Estas modificaciones, nos han permitido obtener una predicción analítica, con bases físicas más sólidas, de la curva de magnetización y del ciclo de histéresis ferromagnética, - que, comparada con resultados experimentales⁽²⁹⁾, resulta mucho más cercana a éstos.

Podemos señalar en el ciclo obtenido las siguientes características importantes.

El brazo CD del ciclo (Fig. III.4) es más corto que el brazo BC. Una característica que está presente en ciclos de histéresis experimentales. Es importante señalar que esta característica no fue predicha antes.

La diferencia entre los brazos CD y BC, se debe a la falta de simetría en los valores del campo crítico para desplazar la pared. Cuando la pared no está en el centro del grano, es más fácil moverla hacia el centro que hacia el borde del grano.

La forma del ciclo, no tiene la simplicidad que usualmente se

le atribuye dentro de este modelo⁽²⁶⁾. Los "picos" E'E y B'B (Fig. III. 4) deberán incluirse. Estos "picos" se observan experimentalmente.

Es claro que la curva de magnetización y el ciclo de histéresis dependen del valor de η (esto es, del valor de la razón f/γ). El valor de η depende del material dado. De la Fig. IV.1, podemos decir que la parte reversible de la curva de magnetización tiene una pendiente creciente cuando el valor de η crece.

La Fig. IV.2, muestra el anidamiento de varios ciclos de histéresis para un valor fijo de η y valores diferentes del máximo campo aplicado. Las partes superior e inferior de los ciclos presentan pendientes más pequeñas para valores crecientes de $h_{\text{máx}}$.

Por otro lado, la comparación de la curva de magnetización teórica, dada por Globus⁽²⁶⁾, con la curva experimental⁽²⁹⁾, muestra una concordancia muy pobre. La predicción hecha en este trabajo se acerca mucho más a los resultados experimentales. Así mismo, el ciclo de histéresis predicho en este trabajo, muestra las características más importantes de los ciclos de histéresis experimentales. Lo anterior queda ilustrado en las Figs. IV.3 y IV.4. En tanto que el ciclo de histéresis predicho por Globus queda muy lejos de los resultados experimentales (ver Fig. IV. 5) . .

Una manera posible de mejorar la predicción de los datos experimentales, es proponer que

$$\Delta E_T = -2MsH\Delta V + \gamma(C\Delta A)$$

donde $C \leq 1$, con esto queremos indicar que no necesariamente todo el anillo de la variación de ΔA es destruido, sino solamente una fracción de él. Esto, en virtud de que puede haber continuidad de líneas de campo a través de la frontera de grano, y con este factor, este hecho que depende de cada muestra, puede ser tomado en cuenta. El valor óptimo de C , puede ser obtenido ajustando los valores teóricos a los resultados experimentales.

Pensamos explorar las posibilidades de la hipótesis anterior, así como también, se pretende realizar, como secuencia de este trabajo, un muestreo estadístico de diferentes tamaños de grano y un análisis de la influencia de la forma de éste, para tratar de mejorar la predicción de los datos experimentales.

Fig. IV.1. Parte reversible de la curva de magnetización para diferentes valores de $\eta = f/\gamma$.

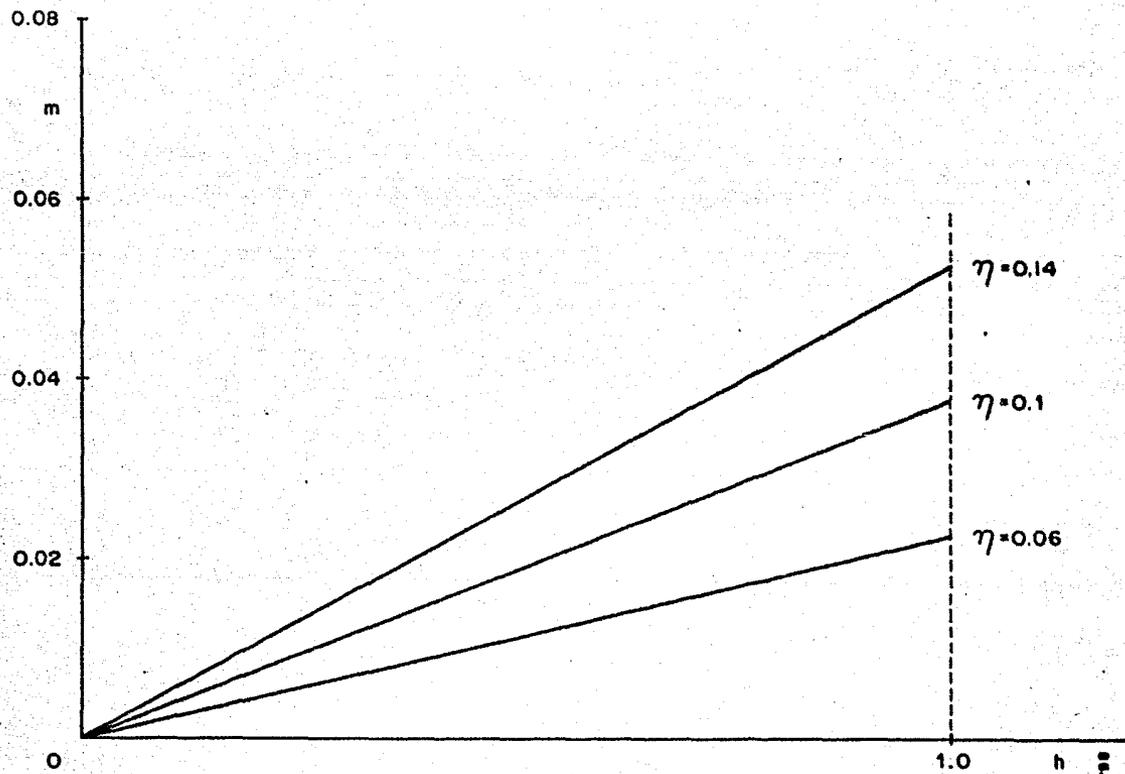
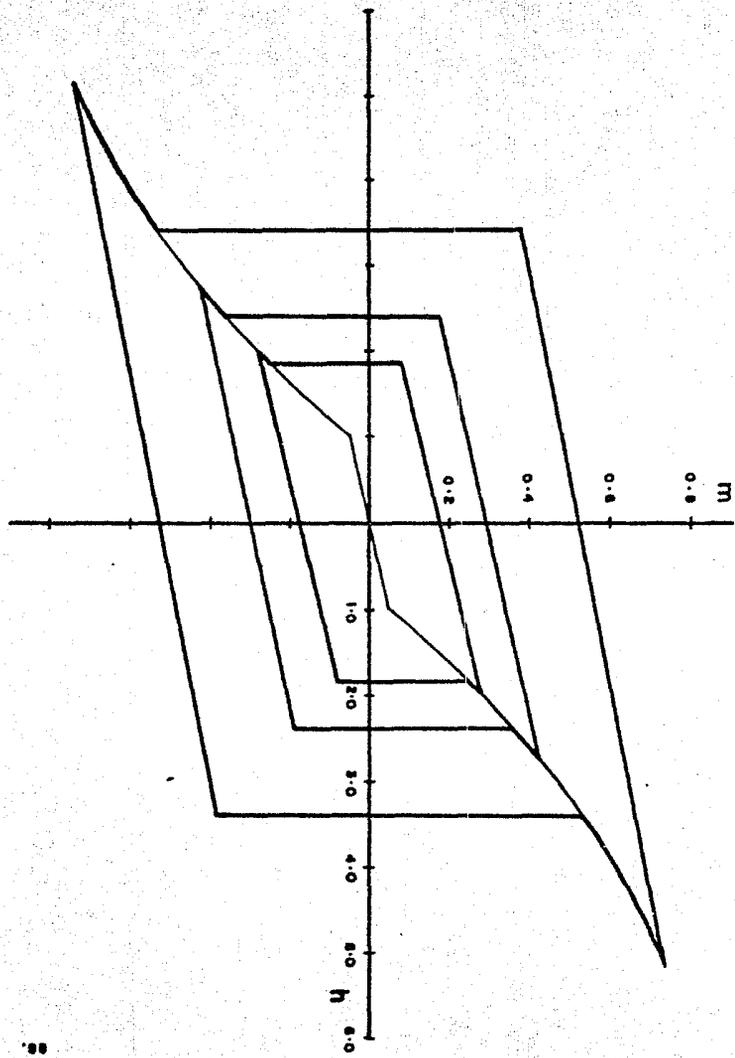


Fig. IV.2. Anidamiento de ciclos de histéresis ferromagnética, con $\eta = f/\gamma = 0.12$ y diferentes valores del máximo campo aplicado.



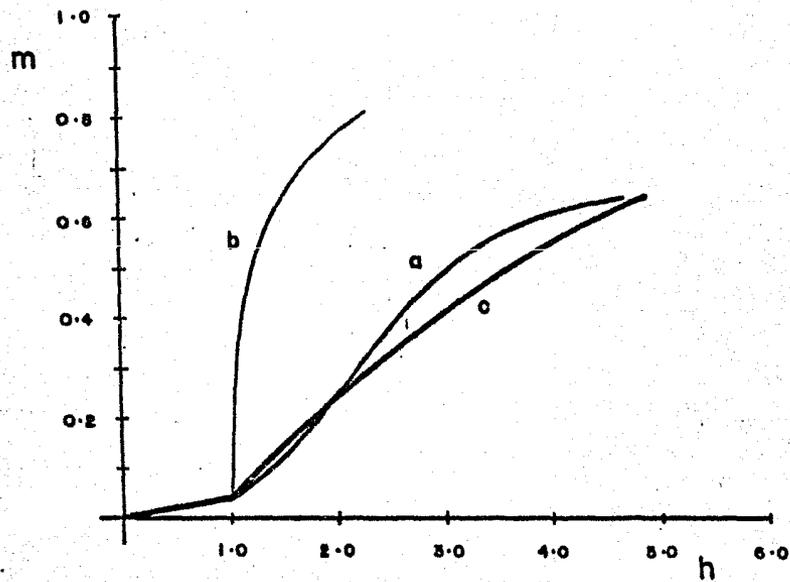


Fig. IV.3. Comparación de la curva de magnetización experimental (a), con la curva teórica dada por Globus (b) y la predicha en este trabajo (c) .

Fig. IV.4. Comparación del ciclo de histéresis ferromagnética obtenido a partir de resultados experimentales (a), con el predicho en este trabajo (b).

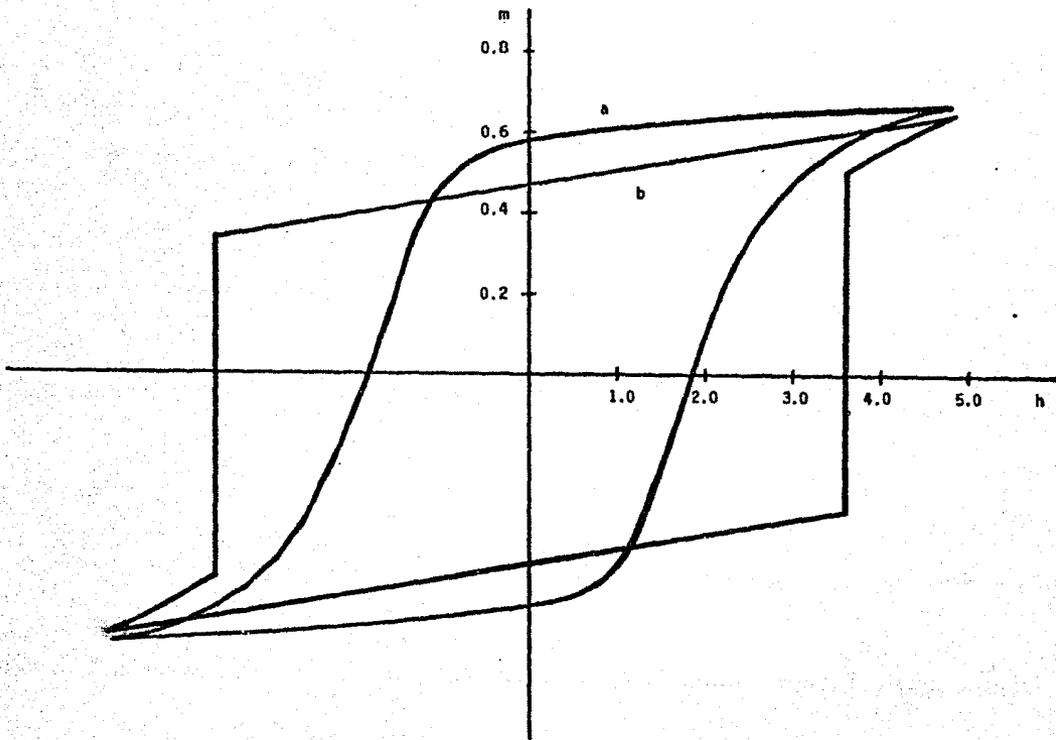
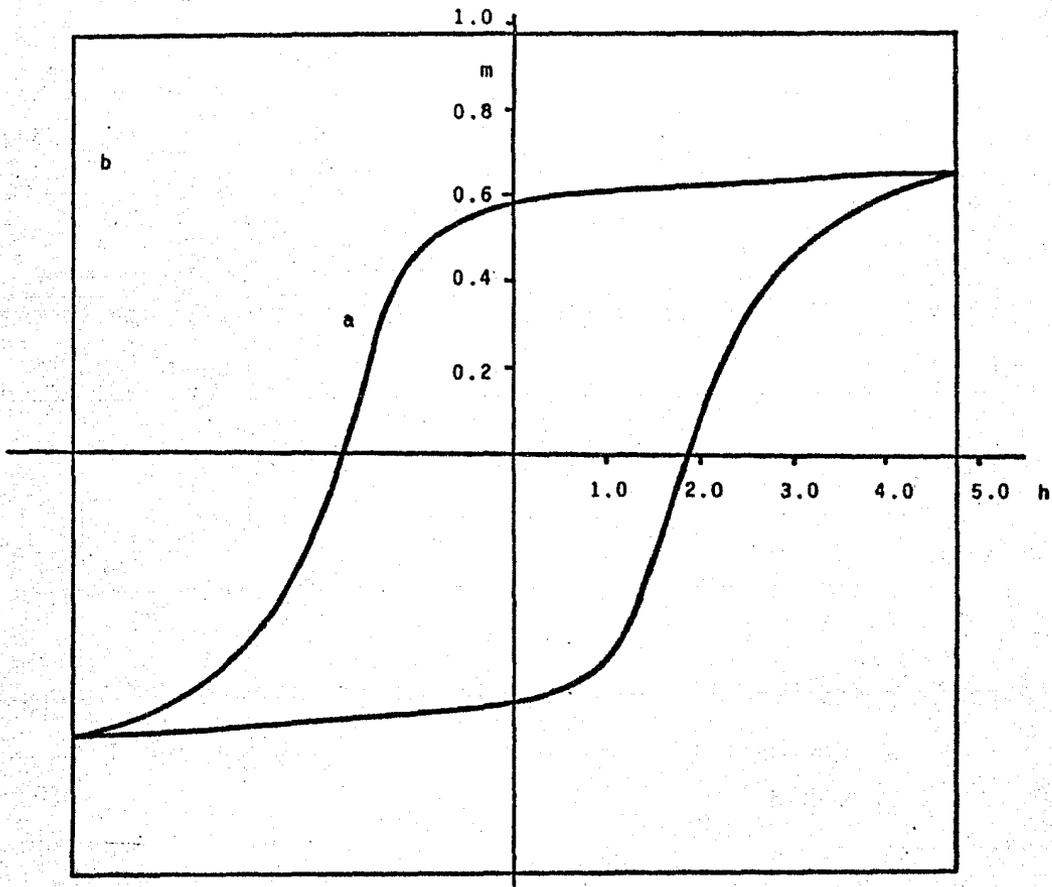


Fig. IV.5. Comparación del ciclo de histéresis ferromagnética obtenido de resultados experimentales (a), con el predicho por Globus (b) .



A P E N D I C E I

OBTENCION DE UN CICLO DE HISTERESIS EXPERIMENTAL.

Dado que un ciclo de histéresis se obtiene midiendo la intensidad de magnetización, M , (ó el campo de inducción magnética, B) del material, como una función del campo magnético externo aplicado, H , tienen que combinarse estas características dentro de un dispositivo experimental para obtener dicho ciclo.

El dispositivo experimental, mostrado en la Fig. A.I.1, consiste en considerar a la muestra en estudio, como el núcleo de un pequeño transformador, con dos bobinados, uno primario que recibe la señal, y otro secundario que nos da la respuesta del comportamiento del material de acuerdo a las características del mismo y de la señal de entrada.

La muestra es de forma toroidal para hacer cero el factor de desmagnetización.

Cuando la señal de entrada es suministrada por una fuente de corriente alterna, que alimenta el bobinado primario (Fig. A.I.1), se produce un campo magnético, H , en la bobina y la muestra responde a ese campo magnetizándose. La inversión del campo magnético sobre la muestra, se realiza cíclicamente de acuerdo con la frecuencia de la corriente y esto nos representa el cambio de polaridad en la fuente alimentadora. Cada vez que se invierte la polaridad de la fuente, conectada al primario, el campo magnético inducido se invierte y la magnetización se

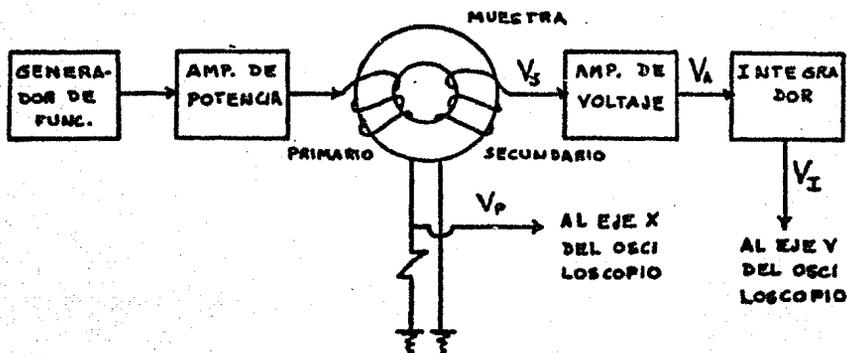


Fig. A.I.1. Diagrama esquemático de un dispositivo experimental para obtener ciclos de histéresis (33).

- invierte también. De esta manera podemos obtener el ciclo de histéresis magnética completo, variando el campo magnético aplicado, desde un cierto valor $H_{m\acute{a}x}$, hasta $-H_{m\acute{a}x}$ y viceversa. La expresión para el campo magnético H , está dada por la siguiente ecuación:

$$H = n_p i_p / 2\pi r_m \quad (\text{A.I.1})$$

donde

- r_m = radio medio de la muestra
- n_p = número de espiras en el primario
- i_p = corriente del primario = v_p / R_p
- v_p = voltaje en el primario
- R_p = resistencia en el primario

De la ecuación anterior, podemos escribir la siguiente relación:

$$V_p = H(2\pi R_p r_m / n_p) \quad (\text{A.I.2})$$

Por otra parte, se tiene que la variación de flujo magnético, asociado con la magnetización de la muestra, induce un voltaje, V_s , en el embobinado secundario (ver Fig. A.I.1), el cual nos da información acerca del comportamiento del material; esto debido a que la inducción magnética del material (o bien la magnetización), puede expresarse en función del voltaje, V_s , que es la señal de salida. Este voltaje está dado por:

$$V_s = -n_s \frac{d\phi}{dt}$$

donde n_s es el número de espiras en el secundario, y $d\phi$ (variación de flujo magnético inducido en el material por el embobinado primario) está dado a su vez por:

$$d\phi = -Bda$$

donde da es una diferencial de área de la muestra dada por: $da = e dr$, ver Fig. A.I.2.

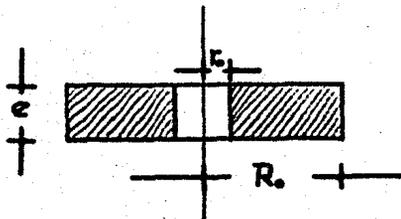


Fig. A.I.2. Corte transversal de una muestra con forma toroidal.

De esta manera, con las ecuaciones anteriores y de acuerdo al diagrama de la Fig. A.I.1, se puede obtener la siguiente expresión para el campo de inducción magnética del material:

$$B = \frac{\int V_s dt}{n_s e(R_o - r_o)} = \frac{V_I RC}{An_s e(R_o - r_o)} \quad (\text{A.I.3})$$

donde V_I = voltaje integrado
 R = resistencia
 C = capacitor
 A = factor de amplificación

Despejando V_I de la ecuación anterior, obtenemos:

$$V_I = B \left(\frac{An_s e(R_o - r_o)}{RC} \right) \quad (\text{A.I.4})$$

Ahora bien, de la Fig. A.I.1, tenemos que el amplificador de potencia amplifica la señal proporcionada por el generador, misma que circula por el embobinado primario de la muestra y posteriormente es disipada por una resistencia que está en serie con el embobinado.

Entre el embobinado y la resistencia, se saca una terminal que va al eje X del osciloscopio. La señal que llega a éste, es el voltaje V_p , dado por la ecuación (A.I.2), que es proporcional al campo aplicado H .

En el embobinado secundario, se manifiesta el efecto de la inducción magnética del material, a través de una señal de salida, dada por el voltaje V_s (ver Fig. A.I.1). Esta señal pasa por un amplificador de

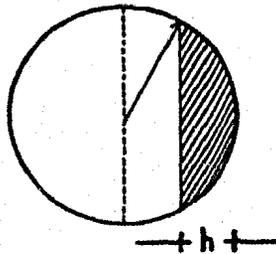
voltaje el cual, a su vez, está conectado en serie a un integrador que - actúa como un operador integral sobre la función de voltaje y la función integrada, V_I , es enviada al eje Y del osciloscopio.

De esta manera, enviando los voltajes V_p y V_I , dados por las ecuaciones (A.I.2) y (A.I.4), a los ejes X y Y de un osciloscopio respectivamente, se obtiene finalmente el ciclo de histéresis deseado. El lector interesado puede consultar la referencia (33).

A P E N D I C E II

DEDUCCION DE LAS RELACIONES PARA ΔA Y ΔV DADAS EN LAS ECUACIONES III.2,
III.3 Y III.19.

Para obtener las ecuaciones antes mencionadas, consideramos - primeramente el casquete esférico, de volumen y área conocidos, dado en la siguiente figura (Fig. A.II.1):



$$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R-h) \quad (\text{A. II.1})$$

$$A = 2\pi Rh \quad (\text{A. II.2})$$

Fig. A.II.1. Casquete esférico de volumen y área conocidos.

Consideremos ahora la región sombreada de la Fig. A.II.2. Pa- ra calcular el volumen de esta región, se hace una extensión de la Fig.- A.II.1, al caso que nos interesa.

El volumen total de la región sombreada de la Fig. A.II.2, pue- de expresarse de la siguiente manera:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (\text{A. II.3})$$

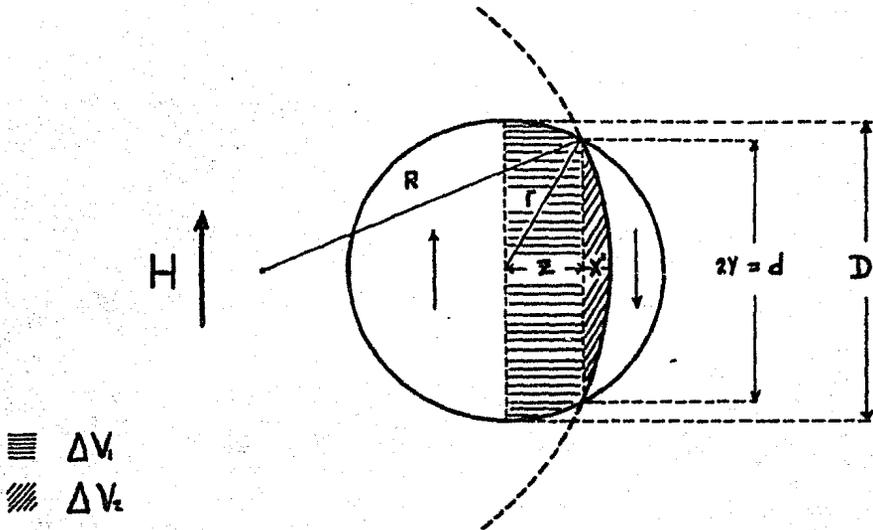


Fig. A.II.2. Descripción geométrica del grano, cuando se encuentra bajo la acción de un campo magnético $H > H_{cr}$.

donde ΔV_1 = volumen encerrado por la pared plana, localizada en una posición Z , y la pared en su posición inicial ($Z=0$).

ΔV_2 = volumen encerrado por la pared plana en la posición Z , y la pared deformada.

De la figura anterior y de la ecuación (A.II.1), se tiene que:

$$\Delta V_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 - \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h) \quad (\text{A.II.4})$$

donde $h = r - Z$

Sustituyendo el valor de h , en la ecuación anterior, se obtiene:

ne:

$$\Delta V_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 - \frac{1}{3} \pi (r^2 - 2rZ + Z^2)(3r - r + Z)$$

de donde
$$\Delta V_1 = \pi Z \left(r^2 - \frac{1}{3} Z^2 \right) \quad (\text{A.II.5})$$

Por otro lado, ΔV_2 puede calcularse también a partir de la ecuación (A.II.1) y de la Fig. A.II.2, de tal manera que:

$$\Delta V_2 = \frac{1}{3} \pi X'^2 (3R - X') \quad (\text{A.II.6})$$

donde R está dado por (ver Fig. A.II.2):

$$R^2 = Y^2 + (R - X')^2$$

de donde
$$R = \frac{Y^2 + X'^2}{2X'} \quad (\text{A.II.7})$$

por tanto, sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (A.II.6), se obtiene:

$$\Delta V_2 = \frac{1}{6} \pi X' (3Y^2 + X'^2) \quad (\text{A.II.8})$$

donde $Y^2 = r^2 - Z^2$.

Esta ecuación, corresponde al volumen dado por la ecuación (III.2).

Por otra parte, tenemos que $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$, por tanto sustituyendo las ecuaciones (A.II.5) y (A.II.8) en la ecuación (A.II.3), obtenemos la siguiente expresión para el volumen dado por la región sombreada de la Fig. A.II.2:

$$\Delta V = \pi \left(r^2 Z - \frac{Z^3}{3} \right) + \frac{1}{6} \pi X' (3Y^2 + X'^2)$$

es decir:
$$\Delta V = \pi \left\{ \frac{X^1}{2} (r^2 - Z^2) + \frac{X^{13}}{6} + r^2 Z - \frac{Z^3}{3} \right\} \quad (\text{A.II.9})$$

Este volumen corresponde así, al volumen dado en la ecuación - (III.19).

Finalmente, el cambio en el área, ΔA , dado por la ecuación - (III.3), puede obtenerse a partir de la ecuación (A.II.2) y de la Fig. A. II.2, de la siguiente manera.

De la ecuación (A.II.2), tenemos que el área del casquete esférico de la Fig. A.II.1 es:

$$A = 2\pi R h$$

en nuestro caso, R está dado por la ecuación (A.II.7). Por tanto, el área del casquete que estamos considerando, representado por diagonales en la Fig. A.II.2, estará dada por:

$$A = \pi(Y^2 + X^{12}) \quad (\text{A.II.10})$$

donde $Y^2 = r^2 - Z^2$.

Por tanto:
$$\Delta A = \pi(Y^2 + X^{12}) - \pi Y^2$$

de donde
$$\Delta A = \pi X^{12} \quad (\text{A.II.11})$$

que corresponde al cambio en el área dado en la ecuación (III.3).

A P E N D I C E III

FACTOR DE FRICCIÓN Y TÉRMINO DE ENERGÍA DE LA PARED MAGNÉTICA EN EL MO -
DELO DE GLOBUS.

The friction term and the energy term in the bulged wall Globus model 104.

M. A. Escobar,¹ L. F. Magaña, and R. Valenzuela

Instituto de Investigaciones en Materiales, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-160, 04510 México, D. F.

Globus model for magnetization processes in polycrystalline materials has led to significant improvements in the recognition of the contribution from different microstructural parameters. In this paper we present an analysis of the friction (pinning) term and the wall energy term that appear in the model. Experimental results show that the ratio of these terms is a constant, independent of temperature and the same for two different ferrites, YIG and $Ni_0.8Zn_{0.2}Fe_2O_4$. This result is analyzed by considering that the origin of the friction is the destruction of the wall, the shape of the grains, and the effect of demagnetizing fields.

PACS numbers: 75.60.Ch, 75.60.Ej

INTRODUCTION

The Globus model (1) for magnetization mechanisms in polycrystalline materials has led to the recognition of the contribution of microstructural parameters, especially the grain diameter, to the initial magnetic permeability (2), initial magnetization curve (3), and hysteresis loops (4). In this model, the sample is represented by a spherical grain divided in two magnetic domains by a magnetic domain wall. The domain wall is pinned to the grain boundary and the effect of an external applied field is to produce an "elastic" bulging of the wall. This reversible deformation leads to a difference of the relative volumes of the magnetic domains and hence to a nonzero net magnetization. The initial magnetic permeability is thus explained by this mechanism. If the external field increases, the force due to the magnetic "pressure" on the wall surface increases, and eventually equals the pinning force. This is the condition for the critical field that separates the reversible zone from the irreversible (hysteresis) range. In this paper we present a detailed analysis of the two terms, the pinning force f and the wall energy γ that appear in the Globus model by solving the exact equation. Comparison to experimental results obtained (3,5) on YIG and $Ni_{0.8}Zn_{0.2}Fe_2O_4$ show that the ratio f/γ is a constant independent of temperature and composition, and that the critical bulging (x/D) is also a constant. An analysis of the influence of the shape of the grains on the ratio f/γ and the influence of demagnetizing fields is also presented.

MODEL EQUATIONS

The reversible magnetization results from the bulging of the wall while it is pinned to the grain boundary. For a bulging x , Fig. 1, we have a energy change:

$$\Delta E = -2M_s H \Delta V + \gamma \Delta S \quad (1)$$

where:

- ΔE = change in total energy of the grain due to wall bulging,
- ΔV = change in domain volume,
- ΔS = change in wall surface,
- M_s = saturation magnetization,
- H = external applied field,
- γ = wall energy, energy by unit surface.

The changes in domain volume and wall surface are:

$$\Delta V = w(3r^2 + x^2)x/6 \quad (2)$$

$$\Delta S = w(r^2 + x^2) \quad (3)$$

with r = radius of the grain. The equilibrium state is determined by the minimum of ΔE , which gives:

$$3\Delta E/\Delta x = 0 = -M_s H (r^2 + x^2)^{-1/2} + 2\gamma/x \quad (4)$$

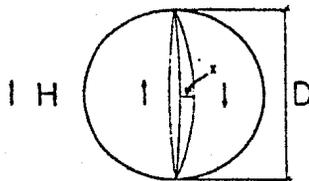


Fig. 1. The external field H produces a bulging x of the domain wall.

Globus (1) simplified this second order equation in x by neglecting quadratic terms, thus obtaining:

$$x = M_s H r^2 / 2 \gamma \quad (5)$$

while the solution to the exact equation can be written:

$$x = [1 - (1 - M_s^2 H^2 r^4 / \gamma^2)^{1/2}]^{1/2} \gamma / M_s H \quad (6)$$

A comparison between both solutions can be made by considering (x/D) rather than x , and using experimental data (5) of YIG at room temperature. The ratio $(x/D)_{\text{exp}} / (x/D)_{\text{exact}}$ gives ~ 0.9962 up to the critical field H_{crit} which means that the Globus approximation is rather good for practical purposes, at least in the range of values of the applied field we used.

The critical field indicates the passage from reversible magnetization processes to hysteresis and makes appear the friction term f , proposed by Globus as a force by unit length, that opposes to the wall movement. The external magnetic field is supposed to produce a "magnetic pressure" on the wall from which the magnetic force is:

$$F_m = 2 M_s H w D^2 / A \quad (7)$$

while the pinning force is:

$$F_p = f \cdot D \quad (8)$$

At $H = H_{cr}$, $F_p = F_{cr}$, which gives:

$$f = H_{cr} D/2 \quad (9)$$

with this result, Eq(5) can be expressed as:

$$(x/D)_{cr} = f/4\gamma \quad (10)$$

that is a relationship between the f/γ term and the critical bulging. The f term can be obtained from initial magnetization curves and Eq(9), while γ can be determined from initial permeability value, by using the Glöbus approximation that leads to:

$$(\mu-1) = 3\pi^2 D^2/4\gamma \quad (11)$$

with μ - initial permeability. Experimental data from references (5,6) allow a determination of f and γ at different temperatures for two samples, one of YIG and the other $\text{Ni}_2\text{Fe}_2\text{O}_4$. The results are shown in Fig. 2, where a clear linear relationship can be seen. The slope, f/γ is ≈ 0.116 and some dispersion is only seen for low temperature values. This results indicate that the dimensional ratio of the pinning force by unit length (a force by unit length is dimensionally equivalent to an energy by unit surface) to the wall energy by unit surface, is the same for practically all the ranges of temperatures and the two samples of different composition and crystalline structure. Guyot (7) have found a similar value of f/γ (0.1368) by a different approach by considering that the energy needed to build and destroy the wall during an hysteretic loop can be evaluated by means of the area within the loop. In this case, the applied field corresponds to the irreversible slope,

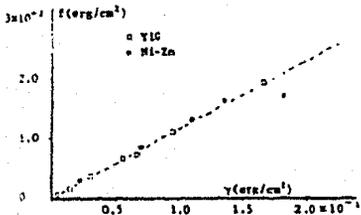


Fig. 2. The values of f and γ for two ferrite samples from experimental data.

DISCUSSION

The fact that the ratio f/γ is constant strongly suggests that both terms have the same origin. The wall energy by unit surface seems to have a clear physical meaning; the energy of a magnetic domain wall is easy to understand on the basis of a combination of anisotropy, magnetostriction and exchange energy. The friction term, that represents the pinning of the magnetic domain walls to the lattice defects can also be easily understood; however, it seems to be much more difficult to handle.

A first assumption can be made: the origin of the f term, as proposed by Guyot (5) for irreversible processes, is the destruction of the wall, i.e., the energy represented by the ring (Fig. 3) during the wall movement. An energy balance for this situation can be written:

$$2\pi dy dy = F_p dx \quad (12)$$

where:

F_p - net pinning force in the x -direction,
 d_p - width of the ring,
 dx - wall displacement

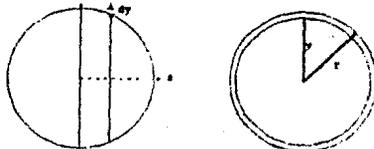


Fig. 3. The ring of domain wall destroyed during the wall movement in the x -direction.

Eq (12) reduces to:

$$f/\gamma = -x/(r^2-x^2)^{1/2} \quad (13)$$

The minus sign corresponds to the wall surface reduction during its displacement and it is convenient to consider only its absolute value. In the limit of very small displacements of the wall, Eq (13) becomes:

$$f/\gamma = x/r \quad (14)$$

The ratio f/γ tends to zero as x goes to zero which is not consistent with previous results. On the other hand, if an average over x is taken in Eq (13), we have:

$$\langle f \rangle = (\gamma/r) \int_0^r dx/(r^2-x^2)^{1/2} = \gamma \quad (15)$$

that is, $\langle f \rangle/\gamma = 1$

This analysis could be improved by considering the movement of a bulged wall (not a plane wall as in the former case). According to Fig. 4, we have:

$$\langle f \rangle/\gamma = -x/(r^2-x^2)^{1/2} [1 - (H_{cr} D/\gamma)^2 (r^2-x^2)^2]^{1/2} \quad (16)$$

which for very small values of x , also reduces to

$$\langle f \rangle/\gamma = x/r \quad (17)$$

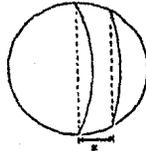


Fig. 4. Movement of the bulged wall.

Again, if we take an average of Eq (16), one obtains:

$$\langle f \rangle/\gamma = \frac{1}{r} \int_0^r x dx / (r^2-x^2)^{1/2} [1 - \Delta^2 (r^2-x^2)^2]^{1/2} \quad (18)$$

where:

$$\Delta = H_{cr} D/\gamma$$

$$\langle f \rangle/\gamma = (\gamma/H_{cr} D) \sin^{-1} (\Delta^2 H_{cr}^2 (r^2-x^2)^2) \quad (19)$$

If $(H_{cr} D/\gamma) \ll 1$, i.e., low fields,

$$\langle f \rangle = H_{cr} D/2 = f \quad (20)$$

which is Eq (9).

It is rather interesting that the same result can be found from different initial assumptions. In any case,

however, this seems to indicate that the origin of f is not completely the destruction of the wall surface, at least for the reversible magnetization range.

On the other hand, if we consider that the grain is not a sphere but an ellipsoid of revolution, a similar analysis can be carried out, yielding:

$$f/\gamma = -(b/a)^2 a / (r^2 - z^2)^{1/2} \quad (21)$$

where:

a = major semi-axis of the ellipsoid.
 b = minor semi-axis of the ellipsoid.

For very small values of z becomes:

$$f/\gamma = (b/a)^2 a / r \quad (22)$$

which is essentially the same result as before but with a $(b/a)^2$ term that depends of the shape. If we take the average of Eq (21) as before, we find:

$$\langle f \rangle = \gamma a / b \quad (23)$$

An alternative approach to find the ratio f/γ can be performed as follows. For each position of the domain wall, a critical field exists. To find this field it is necessary to find first the corresponding value of $x(z)$ which is the bulging of the wall at the z position. To get this, we minimize the total energy of the system - which consists of two terms: a magnetic contribution - and a surface contribution. Once we have this, we proceed to find the corresponding magnetization, and from it, the magnetic energy. Then we determine the magnetic force due to the applied field and we equal this force to the pinning force. The magnetic force is given by:

$$F_m = 2M_0 H (r^2 - z^2) \left\{ 1 - \frac{aH_0 H/\gamma}{[1 - H_0^2 M^2 (r^2 - z^2)/\gamma^2]} \right\} \quad (24)$$

and the pinning force:

$$F_A = 2\gamma (r^2 - z^2)^{1/2} \ell \quad (25)$$

Equating Eqs. (24) and (25) and taking the denominator of Eq (24) within the curly brackets very near to - unit, we have for the critical field:

$$H_{cc}(z) = [1 - 4\ell(\ell/\gamma)z(r^2 - z^2)^{-1/2}]^{1/2} \gamma / 2M_0 z \quad (26)$$

From this expression, we can get the ratio f/γ as: 106.

$$f/\gamma = (H_0 H_{cc}(z)/\gamma - a) [H_0 H_{cc}(z)/\gamma]^2 (r^2 - z^2)^{1/2} \quad (27)$$

which reduces to the usual definition of f/γ [Eq (9)] for $z = 0$. This equation predicts a deviation from the linear behavior of f versus γ for high applied fields.

Once again, we can take an average of this expression:

$$\langle f \rangle / \gamma = \frac{1}{r} \int_0^r [(a - x)^2] (r^2 - x^2)^{1/2} dx \quad (28)$$

with $A = H_0 H_{cc}(z)/\gamma$, yielding:

$$\langle f \rangle / \gamma = \pi A r / 4 - (A r)^2 / 3 \quad (29)$$

$$\text{If } x=0, \text{ and } \langle f \rangle = \ell / 3r \quad (30)$$

$$\langle f \rangle = \ell (r/\ell - \ell/3r) \quad (31)$$

The model does not consider any demagnetizing field around the grain. In other words, the grain is not isolated and there exists a certain continuity of the magnetic flux. If the model does not consider a magnetostatic energy term (i.e., free poles in the surface of the grain), the magnetic domain walls are continuous across the grain boundaries and f represents the friction of the wall through a grain boundary, rather than the free surface of the grain.

REFERENCES

a) Scholarship holder URAM-COMACYT.

- (1) A. Globus, Thesis, Paris (1963).
- (2) A. Globus and P. Duplex, IEEE Trans. Magn. MAG-2 441(1966).
- (3) A. Globus, P. Duplex and M. Goyot, IEEE Trans. - Magn. MAG-7 417 (1971).
- (4) A. Globus and M. Goyot, Phys. Stat. Sol. (b) 52 427 (1972).
- (5) M. Goyot, Thesis, Orsay, France (1973).
- (6) A. Globus, J. de Phys. 38 C-1 (1977).
- (7) M. Goyot, Phys. Stat. Sol. (b) 59 447 (1973).

LISTA DE FIGURAS

	<u>Página:</u>	
I.1	Campo magnético producido por una corriente directa .	6
I.2	Líneas de campo de un dipolo magnético.	7
I.3	Circuito de corriente mostrando el momento magnético , asociado con el movimiento orbital del electrón.	11
I.4	(a) Vector de spin \vec{s} , (b) Módulo del spin, y (c) Orientaciones del spin electrónico.	11
I.5	Diamagnetismo.	17
I.6	Representación esquemática del alineamiento de un momento magnético atómico, en la dirección del campo H .	19
I.7	Paramagnetismo.	20
I.8	Arreglos de spin, ilustrando posibles órdenes (a) ferromagnéticos, (b) antiferromagnéticos y (c) ferrimagnéticos.	23
I.9	Curva para la magnetización espontánea en función de la temperatura, correspondiente a un estado ferromagnético.	24
I.10	Orientación ordenada de los spines en una "pequeña región" de un cristal de hierro. Cada flecha representa el momento magnético de un átomo de Fe.	26
I.11	Susceptibilidad recíproca v.s. T , para un material para- y ferromagnético, arriba de la temperatura de Curie.	28
I.12	Comportamiento de la integral de intercambio como función de la distancia interatómica.	30
I.13	Direcciones de fácil magnetización: a) en el hierro y b) en el níquel.	32
I.14	Reducción de la energía magnetostática por la generación de una estructura de dominios.	33
I.15	Representación esquemática de una porción de pared de Bloch, mostrando (a) una pared de 180° y (b) la estructura de la frontera entre dos dominios.	34

Página:

I.16	Estructura microscópica de un material ferromagnético no magnetizado.	35
I.17	a) Para ilustrar el concepto de Histéresis; b) Ciclo de Histéresis y Curva de Magnetización Inicial, mostrando algunos parámetros importantes.	37
I.18	Trabajo por unidad de volumen necesario para saturar un material ferromagnético.	39
I.19	El área encerrada por el ciclo es proporcional a la pérdida de energía, como calor, cuando se invierte el sentido de la magnetización.	40
I.20	Formas típicas de Ciclos de Histéresis.	41
I.21	Clasificación de materiales ferromagnéticos.	42
II.1	Modelo de Ewing.	45
II.2	Curva de magnetización y ciclo de histéresis obtenido a partir del modelo de Ewing.	47
II.3	Mecanismos de magnetización: a) Estructura de dominios en una muestra no magnetizada; b) La muestra en un campo débil que favorece el spin hacia arriba. El volumen de los dominios favorablemente orientados con respecto al campo, crece a expensas de los dominios no orientados favorablemente, debido al desplazamiento de la pared; En c), el campo aplicado es intenso y empieza a tener lugar la rotación de dominios en la dirección del campo.	48
II.4	Curva de magnetización, mostrando los principales mecanismos de magnetización que tienen lugar en las diferentes regiones de la curva: a - desplazamientos reversibles de la pared; b - desplazamientos irreversibles de la pared; c - rotación de dominios.	49
II.5	Deformación de la pared por un campo aplicado $H < H_{cr}$, en el modelo de Globus.	53
II.6	Descripción cualitativa usual del ciclo de histéresis ferromagnética con el modelo de Globus.	56
III.1	Deformación positiva de la pared, localizada a una distancia Z del centro del grano.	63
III.2	Desplazamiento, Z , de la pared. La energía superficial destruída está dada por la diferencia de áreas.	70

Página:

III.3	Deformación negativa de la pared localizada a una distancia Z del centro del grano.	74
III.4	Predicción analítica del ciclo de histéresis ferromagnética, obtenido en este trabajo, con base en las hipótesis de Globus.	79
IV.1	Parte reversible de la curva de magnetización para diferentes valores de $\eta = f/\gamma$.	86
IV.2	Anidamiento de ciclos de histéresis ferromagnética, con $\eta = f/\gamma = 0.12$ y diferentes valores del máximo campo aplicado.	88
IV.3	Comparación de la curva de magnetización experimental (a), con la curva teórica dada por Globus (b) y la predicha en este trabajo (c).	89
IV.4	Comparación del ciclo de histéresis predicho en este trabajo, con el obtenido de resultados experimentales.	91
IV.5	Comparación del ciclo de histéresis predicho por Globus, con el obtenido de resultados experimentales.	93
A.I.1	Diagrama esquemático de un dispositivo experimental para obtener ciclos de histéresis (33).	95
A.I.2	Corte transversal de una muestra con forma toroidal.	96
A.II.1	Casquete esférico de volumen y área conocidos.	99
A.II.2	Descripción geométrica del grano, cuando se encuentra bajo la acción de un campo magnético $H > H_{cr}$.	100

REFERENCIAS

- (1) J.D. JACKSON; Classical Electrodynamics; Chap. 5, 6; Second Edition; John Wiley and Sons; New York (1975).
- (2) R.P. FEYNMAN, R.B. LEIGHTON and M. SANDS; The Feynman Lectures on Physics; Vol. II: Electromagnetism and Matter; Chap. 34, 37; Addison-Wesley; Reading, Mass. (1975).
- (3) E.M. PURCELL; Berkeley Physics Course; Vol. 2: Electricity and Magnetism; Chap. 7, 10; McGraw-Hill; New York (1971).
- (4) C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU and F. LALOE; Quantum Mechanics; Vol. I, II; Chap. VII, IX; Second Edition; John Wiley and Sons; - New York (1977) .
- (5) E. MERZBACHER; Quantum Mechanics; Chap. 13, 22; Second Edition; Wiley; New York (1970).
- (6) E. DELLA TORRE and C.V. LONGO; The Electromagnetic Field; Chap. 10, 11; Allyn and Bacon; Boston (1969).
- (7) J.B. MARION and M.A. HEALD; Classical Electromagnetic Radiation; Chap. 1; Second Edition; Academic Press; New York (1980).
- (8) D. WAGNER; Introduction to the Theory of Magnetism; Chap. III; Pergamon Press; Oxford (1972).
- (9) L.V. AZAROFF and J.J. BROPHY; Electronic Processes in Materials; Chap. 13, 19; McGraw-Hill; New York (1963).
- (10) C. KITTEL; Introduction to Solid State Physics; Chap. 14; Fifth Edition; Wiley; New York (1976).
- (11) S. CHIKAZUMI; Physics of Magnetism; Chap. 2, 3, 22; Wiley; - New York (1964).
- (12) N.W. ASCHROFT and N.D. MERMIN; Solid State Physics; Chap. 17; - Holt, Rinehart and Winston; New York (1976).
- (13) S.V. TYABLIKOV; Methods in the Quantum Theory of Magnetism; - Chap. 1; Plenum Press; New York (1967).
- (14) R. BOLL; Soft Magnetic Materials; Chap. 2, 9, 10; Heyden and Son LTD; London (1979).
- (15) G.T. RADO and H. SUHL; Magnetism; Vol. III; Chap. 9, 10, 11; Academic Press; New York (1972).

- (16) A.J. DEKKER; Solid State Physics; Chap. 19; Macmillan Press ; London (1975).
- (17) W.B. BOAST; Vector Fields; Chap. 15; Harper and Row; New York (1964).
- (18) R.M. BOZORTH; Ferromagnetism; Chap. 1, 10, 11, 12; D. Van Nostrand; New York (1953).
- (19) A. DIAZ, R. VALENZUELA y F. HERMOSILLO; "Energía de la pared de Bloch y mecanismos de magnetización reversible en ferrimagnéticos policristalinos", Memoria del V Congreso de la ANIAC (1979).
- (20) J.A. EWING; The Electrician; 3d Edition; London (1900).
- (21) J.A. EWING and H.G. KLAASSEN; Trans. Roy. Soc.(London), A 184A, 985 - 1039 (1893).
- (22) P. WEISS; J. Phys., 6[4], 661 (1907).
- (23) W.G. MOFFATT, G.W. PEARSALL and J. WULFF; Introducción a la Ciencia de los Materiales; Vol. I: Estructura; Cap. 4; Limusa; México (1976) .
- (24) H. BARKHAUSEN; Physik. Z. , 20, 401 (1919) .
- (25) A. GLOBUS; Thesis, Paris (1963).
- (26) A. GLOBUS; J. de Physique, 38, C1-1 (1977).
- (27) A. GLOBUS; Proceedings, II International Conference on Ferrites. Billerue, France (1976).
- (28) A. GLOBUS and R. VALENZUELA; IEEE Trans. Magnetics, MAG-11 [5], 1300 (1975) .
- (29) M. GUYOT; Thesis, Orsay France (1975).
- (30) R. VALENZUELA; "Efecto del tamaño de grano sobre el campo magnético crítico en ferritas policristalinas", Memoria del VII Congreso de la ANIAC (1981).
- (31) M.A. ESCOBAR, L.F. MAGAÑA and R. VALENZUELA; Journal of Appl. - Physics, 53[3], 2692 (1982).
- (32) L. NEEL; IEEE Trans. on Magnetics, MAG-17 [6], 2516 (1981) .
- (33) C.E. MEDINA; Tesis profesional, Fac. de Ciencias, UNAM (1982).
- (34) C.D. GRAHAM; "Control of Losses in Magnetic Materials and Devices", Conferencia impartida en el IIM (UNAM), el 18 de Noviembre de 1981.