

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS



ENFRIAMIENTO POR RECOMBINACION  
DE UN PLASMA CALIENTE

*1ejem*  
*18*

TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
F I S I C O  
P R E S E N T A

Plutarco Alejandro Constantino González y Hernández

MEXICO, D. F.

6593

1979



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	Página
PROLOGO.....	1
CAPITULO I	
REACCIONES TERMONUCLEARES Y PLASMA.	
Introducción.....	6
1.1. Necesidades de Energía.....	6
1.2. Fisión y Fusión Nuclear.....	9
1.3. Rapidez de Liberación de Energía en una Reacción Termonuclear. Valor Q de una - Reacción.....	11
1.4. Sección Eficaz y Tasa de Reacción.....	18
1.5. Cálculo Analítico de la Tasa de Reacción Nuclear no-Resonante.....	22
1.6. Plasma y su Uso en la Fusión Nuclear.....	34
1.7. Impurezas y Enfriamiento en un Plasma....	44
CAPITULO II	
MECANISMOS DE IONIZACION Y RECOMBINACION EN - UN PLASMA.	
Introducción.....	47
2.1. Ionización Colisional por Electrones.....	47
2.2. Ionización y Recombinación Radiativa.....	50
2.3. Sección Efectiva de Fotoionización.....	54
2.4. Gráficas.....	59

## CAPITULO III

## MODELO DE ENFRIAMIENTO DE UN PLASMA.

Introducción.....	91
3.1. Sección Efectiva de Recombinación.....	92
3.2. Coeficiente de Recombinación Radiativa....	92
3.3. Concentraciones Relativas de los Iones....	95
3.4. Enfriamiento Radiativo de un Plasma a - Baja Densidad.....	97

## CAPITULO IV

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Introducción.....	98
4.1. Diagrama de Flujo.....	100
4.2. Gráficas.....	102
4.3. Conclusiones.....	127
BIBLIOGRAFIA.....	132

## PROLOGO

En los últimos años, los problemas de energéticos en el mundo se han agudizado, fundamentalmente por dos aspectos: primero, la utilización de energéticos en el mundo se incrementa día a día a razones considerablemente elevadas y segundo, el petróleo, que hoy en día es el principal insumo energético del mundo, está por agotarse en un futuro próximo.

Ha sido necesario por tanto, tomar medidas urgentes que eviten el colapso en que puede caer el mundo. En la actualidad, estas medidas están encaminadas a encontrar nuevas fuentes de energía diferentes de las tradicionales y que en un futuro cercano, puedan aceptar el compromiso de surtir la energía que se necesita, sin tener que agotar los recursos no renovables, que como en el caso del petróleo, son indispensables para otros usos.

Afortunadamente, son varios los diferentes tipos de energéticos que hoy en día se estudian (nuclear, solar, geotérmico, etc.) y que pueden resolver los problemas que se originarían por la escasez del combustible tradicional. Y más aún, las perspectivas que se tienen de estos energéticos son muy optimistas, en el sentido de que podrán ser utilizados por largo tiempo y a costos relativamente bajos.

El interés particular de este trabajo, es el de estudiar la producción de energía por medio de reacciones termonucleares (reacciones por fusión nuclear) y analizar uno de los mecanismos de enfriamiento que ocurren en el combustible de fusión (gas de -

hidrógeno en un estado completamente ionizado -plasma- con los - electrones separados de los núcleos) y que consiste en la recombinación de los electrones libres con los iones del gas, originándose una pérdida de energía y consecuentemente un enfriamiento que lleva a la terminación de la reacción termonuclear.

El enfriamiento debido a este mecanismo, se acentúa por - la recombinación de electrones con impurezas (pequeñas cantidades de átomos con número atómico  $Z > 1$ ) existentes en el plasma - y que han sido un serio problema para el éxito de la reacción -- termonuclear.

El propósito fundamental de esta tesis, es el de determinar las pérdidas de energía por recombinación en un plasma, ocasionadas por impurezas de  $Z < 18$  y el de tener elementos de juicio para decidir que impurezas contribuyen más al enfriamiento del plasma, en el intervalo de temperaturas de  $10^3$  a  $10^8$  °K.

La tesis, se desarrolla de la siguiente forma:

En el capítulo I se examinan cuestiones relacionadas con las reacciones nucleares. Se hace un análisis de la necesidad de emplear energía producida por fusión nuclear y se determinan cálculos teóricos que dan lugar a una reacción de este tipo. Se tocan aspectos relevantes en el estudio de los plasmas, básicos para la fusión nuclear y se discute brevemente el efecto que causan las impurezas en la producción y mantenimiento de un plasma de hidrógeno.

En los capítulos II y III se discuten y desarrollan las -

fórmulas necesarias para establecer un modelo de enfriamiento de un plasma.

En estos capítulos, se establece la fórmula para el coeficiente de ionización colisional, dada por Cox y Tucker<sup>(9)</sup>.

$$C_{Z,z} = 1.3 \times 10^{-8} T^{1/2} \zeta F(Z,z) I_{eV}^{-2} \exp(-I_{Z,z}/kT)$$

donde  $\zeta$  es el número de electrones efectivos en la capa de valencia y  $F(Z,z)$  toma en cuenta la distorsión de la función de onda del electrón incidente por el campo coulombiano del núcleo.

Se establece también, la fórmula que permite calcular el coeficiente de recombinación radiativa.

$$\alpha_{rec} = \int_{v_{th}}^{\infty} \sigma_{rec}(v) v f(v) dv$$

donde  $\sigma_{rec}(v)$  es la sección efectiva de recombinación y  $f(v)dv$  es la función de distribución de Boltzman.

Para calcular  $\sigma_{rec}(v)$ , se empleó la fórmula empírica dada por Mac Alpine<sup>(16)</sup> para la sección de fotoionización

$$\sigma_{fot}(v) = \sigma_0 \left[ \alpha \left( \frac{v_{th}}{v} \right)^s + (1 - \alpha) \left( \frac{v_{th}}{v} \right)^{s+1} \right]$$

con  $\alpha$  y  $s$  parámetros que se obtienen en forma empírica. Y la fórmula de Milne

$$\sigma_{rec} = \frac{(h\nu)^2}{m_e^2 c^2 v^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} \sigma_{fot}$$

siendo  $w_i$  y  $w_{i+1}$  los pesos estadísticos de las partículas que interactúan.

Con este último cálculo, también se puede calcular el enfriamiento por especie iónica por la fórmula

$$\beta_{\text{enf}} = \int_{v_{\text{th}}}^v (h\nu) \sigma_{\text{rec}}(v) v f(v) dv$$

Y finalmente, para calcular el enfriamiento total del plasma, producido por todos los átomos considerados en este trabajo, fue necesario determinar las concentraciones relativas de cada especie iónica de estos átomos y desarrollar las fórmulas que las involucran y que son explicadas con detalle en el capítulo III.

Los datos de los parámetros que aparecen en las fórmulas anteriores y que son necesarios para su cálculo analítico, aparecen en una tabla dada en el capítulo II y corresponden a especies iónicas de átomos de  $Z < 18$ . Las gráficas que siguen a esta tabla, sirven para calcular estos mismos parámetros para aquellos átomos para los cuales no se encontraron valores numéricos en la literatura y que se tuvieron que calcular por interpolación gráfica a partir de los que se conocían.

El IV y último capítulo de esta tesis, se dedica a dar los resultados y las conclusiones a los que se llegaron, después de aplicar las fórmulas anteriores a los datos de los átomos ya mencionados. Al principio del capítulo se escribe el diagrama de flujo que se empleó para determinar las gráficas que le siguen y que corresponden a las concentraciones relativas para los iones de todos los átomos analizados aquí y al enfriamiento que se produce por cada átomo presente en un gas ionizado, en donde se considera

que todos los elementos del gas tienen igual abundancia. Finalmente, el capítulo termina con las conclusiones que se obtienen al hacer el análisis de estas gráficas.

## CAPITULO I

### REACCIONES TERMONUCLEARES Y PLASMA

#### INTRODUCCION.

La demanda de energía durante los últimos años de nuestro siglo, se ha incrementado tan rápidamente que las reservas de petróleo, serán agotadas en las próximas décadas, aún haciendo su uso razonable de ellas. Es prudente por esto, estudiar hoy en día nuevas fuentes de energía y desarrollar métodos que hagan posible su uso.

En este capítulo, hablaremos someramente de las necesidades de la energía nuclear y de las ventajas de la utilización del combustible nuclear de fusión sobre el de fisión, de la utilización de plasmas en las reacciones nucleares de fusión y de los tipos de producción, confinamiento y calentamiento de estos últimos. Se hace un análisis también de la obtención de energía en una reacción nuclear, de las temperaturas y tiempos apropiados que deben alcanzar los plasmas para su producción y se describe brevemente el efecto de impurezas en un plasma y la importancia del estudio de estas en los reactores nucleares.

#### 1.1. NECESIDADES DE ENERGÍA.

Para cualquier estudio de nuevas fuentes de energía diferentes a las tradicionales, es de gran interés conocer los requerimientos del mundo y sus reservas esperadas. Es difícil sin embargo, determinar con buena aproximación las necesidades de la --

energía y las reservas disponibles; pero extrapolaciones sobre -- los gastos actuales de la energía, permiten predecir las necesida des futuras y determinar en márgenes amplios la utilización de -- las reservas conocidas. La unidad utilizada para discutir tan --- grandes cantidades de energía es el  $Q = 10^{18}$  Btu (aproximadamente  $1.05 \times 10^{21}$  joules) y para dar una idea de su tamaño haremos no- tar que un Q elevaría la temperatura de  $2400 \text{ Km}^3$  de agua de  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ .

Es notable el aumento del consumo de energía en el mundo - en los últimos años y los siguientes datos nos permitirán confir- mar esta idea. En 1860 se consumieron 0.017 Q/año, en 1946 el con- sumo se elevó a 0.093 Q/año y en 1977 podemos decir, sin equivo-- carnos demasiado que el consumo es ya de 0.2 Q/año. En la actuali- dad se proyecta un crecimiento anual de 3% a 5% en todo el mundo, de tal forma que se predice un gasto de 0.55 - 1.0 Q para el año- 2000 y en general grandes cifras para el consumo de energía en -- los próximos siglos.

Hay que considerar, no obstante, que hay un límite superior a los gastos de energía. La radiación solar se absorbe (y se rera- dia) en la tierra, a razón de 4 Q/día. Para no alterar drasticamen- te el clima, la energía adicional usada debe limitarse a alrededor de 1% de este valor, aproximadamente 15 Q/año. A una razón de in- cremento del 4%, esta cifra será alcanzada aproximadamente en 110- años.

El suministro de energía en el mundo, se ha logrado, hasta-

ahora, por el uso de fuentes tradicionales de energía (madera, -- carbón, petróleo, gas, etc.), pero nuevas alternativas han surgido para obtener grandes cantidades de energía que pueden reducir sustancialmente la presión que sobre estas fuentes de energía se tendrá a finales del siglo. Entre las fuentes de energía más prometedoras que podrán existir en un futuro próximo, están las que producen energía por procesos nucleares de fisión y fusión.

La fisión nuclear, puede resolver los problemas de energía, sin embargo, tiene serias desventajas; entre otras, daños potenciales por radiación, desechos radiactivos contaminantes y desechos térmicos. Uno de los objetivos principales en la investigación de los reactores nucleares es el de mantener bajos los niveles de radiactividad; por otra parte, el uso de refrigerantes para el enfriamiento de los reactores es fundamental, ya que después de apagar un reactor, los materiales radiactivos en el corazón del mismo continúan emitiendo rayos gamma, los cuales producen calor que es absorbido por la estructura del corazón y aunque la producción de este calor decae del mismo modo que los materiales radiactivos, se debe tener la previsión de usar un refrigerante durante un período largo de tiempo. El uso de este refrigerante suministra diferentes problemas térmicos de contaminación y de desechos térmicos, como una posible contaminación del refrigerante por los productos de fisión y dificultades de su eliminación en el medio circundante.

La fusión nuclear como fuente de energía y la cual trataremos en este estudio, ofrece grandes ventajas de servicio a la so-

lución de los problemas energéticos, sin embargo, para alcanzar - estas ventajas habrá que resolver diversos problemas que existen - en la actualidad para su funcionamiento.

## 1.2. FISION Y FUSION NUCLEAR.

Existen dos procesos nucleares diametralmente opuestos que producen energía: fisión y fusión. En la fisión, átomos pesados - son divididos por neutrones en dos o más partes, casi siempre de - diferente masa. La energía se libera en este proceso por neutro- - nes rápidos, que a la vez pueden usarse para causar la fisión de - otros núcleos pesados, manteniéndose en esta forma por sí mismo - el proceso y llamándose, por ello reacción en cadena. En fusión - los núcleos muy ligeros se combinan, si ellos tienen suficiente - energía y crean varios productos de reacción ligeros que tienen - mucha más energía cinética que los reactantes.

Entre los núcleos que se encuentran en la naturaleza, úni- camente el del  $U^{235}$  es fisionable por neutrones térmicos y es el - apropiado para usarse en la mayoría de los reactores (los reacto- res que producen energía con neutrones rápidos y que pueden usar - otros combustibles tienden a ser bastante pequeños y por lo tanto - impropios para la generación y extracción de grandes cantidades - de energía, sin embargo, ellos se encuentran en etapa de desarro- llo).

El  $U^{233}$  y el  $Pu^{239}$  también son adecuados para utilizarlos como combustibles nucleares y se pueden producir del  $Th^{232}$  y del -  $U^{238}$  que son isótopos naturales del torio y del uranio respecti-

vamente y que son los llamados combustibles fértiles. Si consideramos que se calcula una gran cantidad de combustible fértil en la corteza terrestre y si fuera posible utilizarlo totalmente, la reserva energética debería de alcanzar para varios cientos de años a las razones mayormente permitidas de gastos de energía. Sin embargo, solamente un pequeño porcentaje de material ( $\sim 0.1\%$ ) produce energía y a su vez, solamente una parte de esta energía -- ( $< 30\%$ ) se aprovecha actualmente, de tal forma que la reserva no es tan grande.

Las fuentes de energía disponible para procesos de fusión, por otra parte, son enormes y disponibles a bajo costo. El deuterio (D) es el más útil de los núcleos disponibles para fusión y se encuentra en la naturaleza en un  $0.015\%$  del hidrógeno del agua de mar. Esta cantidad de material nuclear aún a la razón de  $15 \text{ Q/año}$  se calcula que podría suministrar energía para los siguientes  $10^9$  años.

El desarrollo de tan importante fuente de energía aún no está completo. En los años 30, se detectaron las primeras reacciones de fusión y se investigaron teóricamente. Después de la II -- Guerra Mundial se empezó a desarrollar en la llamada "bomba H", -- la cual tuvo su primera explosión exitosa en el año de 1952. A -- partir de esta fecha, las investigaciones se encaminaron a "domesticar" a la bomba H o dicho de otra forma, a intentar la fusión nuclear controlada.

Muy pronto, se vió que unicamente el plasma caliente servi

ría para estos propósitos, por lo que las investigaciones sobre plasma se incrementaron. Los trabajos sobre este tema, que al principio eran clasificados, en la segunda Conferencia de Genova en 1958, se dieron a conocer casi por completo y se encontró posteriormente, que el optimismo inicial sobre la fusión controlada no estaba justificado.

Las investigaciones decayeron durante los años sesenta, a medida que se incrementaban las dificultades para obtener la fusión controlada y los gastos de las investigaciones, hasta que los éxitos obtenidos en los sistemas de confinamiento de plasma en los Tokamak rusos dieron nuevas esperanzas. En los años setenta, se han construido en el mundo un buen número de estos sistemas experimentales, obteniéndose buenos resultados. Para los próximos años se tiene planeado un vasto programa de desarrollo de estos sistemas y de otros nuevos que hagan posible el completo control de la fusión.

### 1.3. RAPIDEZ DE LIBERACION DE ENERGIA EN UNA REACCION TERMONUCLEAR. VALOR Q DE UNA REACCION.

En una reacción nuclear, la carga eléctrica, el número total de nucleones, la masa-energía y el momento lineal y angular son cantidades que se conservan y que gobiernan a la reacción.

La conservación del momento lineal en la reacción nuclear, sugiere que la descripción cinemática, sea en términos del movimiento del centro de masas del sistema nuclear y del movimiento de las partículas relativas al centro de masas. Expliquemos porque es

así:

Para dos partículas  $m_1$  y  $m_2$  con velocidades no relativistas  $\vec{v}_1$  y  $\vec{v}_2$ , la velocidad  $\vec{v}_0$  del centro de masa (C.M.) es dada, por la conservación del momento:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_0$$

o bien

$$\vec{v}_0 = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

El momento de las partículas 1 y 2 relativas al C.M., son respectivamente

$$m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = \mu \vec{v}$$

y

$$m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_0) = -\mu \vec{v},$$

donde  $\mu$  es la masa reducida

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

y  $\vec{v}$  es la velocidad relativa de  $m_1$  y  $m_2$ .

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

Debido a esto, en el centro de masas de las partículas, cada una se aproxima con momentos iguales y opuestos; el momento total es cero en el sistema del C.M. y la conservación del momento se obtendrá pidiendo que la velocidad del centro de masas no cambie por la colisión y que el momento en el sistema del centro de masas sea cero después de la colisión, justamente como antes de -

la misma.

La energía cinética antes de la colisión, es

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2,$$

o bien

$$K_1 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 + \frac{1}{2} \mu v^2$$

que indica que la energía cinética de las partículas puede verse como la energía de una masa  $(m_1 + m_2)$  que se mide con la velocidad -- del centro de masas, (energía cinética del C.M.), más la energía de una masa  $\mu$  que se mueve con la velocidad relativa (energía cinética de las partículas en el sistema C.M.).

Estas fórmulas no relativistas, son alteradas ligeramente -- por la ganancia de energía que se obtiene de la masa reducida en la relatividad especial, y que de acuerdo a la relación de Einstein, -- es:

$$\Delta K = - \Delta Mc^2$$

Sin embargo  $\Delta M/M \approx 10^{-3}$  a  $10^{-4}$ , de tal forma que la consideración de que la masa es constante es correcta dentro de un 0.1% por lo -- que, para nuestros propósitos, es adecuado considerar la igualdad -- entre las masas combinadas de las partículas iniciales y la masa -- combinada de las partículas finales.

En una reacción nuclear, que se puede indicar en la forma



(que quiere decir que una partícula a que es bombardeada contra un núcleo X produce un núcleo Y y una nueva partícula b), o en su forma corta  $X(a,b)Y$ , el principio de la conservación de la energía,

pide que

$$K_{aX} + (m_a + m_X)c^2 = K_{bY} + (m_b + m_Y)c^2$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Energía cinética} \\ \text{de las partícu--} \\ \text{las a y X en el} \\ \text{C.M.} \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} \text{Energía en re--} \\ \text{poso de las --} \\ \text{partículas a y} \\ \text{X.} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Energía cinética} \\ \text{de las partícu--} \\ \text{las b y Y en el} \\ \text{C.M.} \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} \text{Energía en repo} \\ \text{so de las partí} \\ \text{culas b y Y.} \end{array} \right)$$

Los segundos términos de cada miembro de la ecuación indican que las masas en reposo, antes y después de la reacción, no son iguales y que la energía cinética puede ser liberada o absorbida para lograr la igualdad.

Valor  $Q$  de una reacción.-

La diferencia entre las masas en reposo de las partículas iniciales y las correspondientes de las partículas finales, definen el valor  $Q$  de una reacción, esto es

$$Q = [(m_a + m_X) - (m_b + m_Y)] c^2 = K_{bY} - K_{aX}$$

De esta expresión se nota que si  $m_a + m_X > m_b + m_Y$ , entonces  $K_{bY} > K_{aX}$  y  $Q > 0$  queriendo decir que se ha perdido algo de masa en la forma de energía, la cual se ha creado a expensas de la masa. La energía creada es la diferencia entre la energía cinética de salida y la energía cinética de entrada habiendo una transformación de masa en energía, de acuerdo a la ecuación

$$(\Delta m)c^2 = \Delta E = Q$$

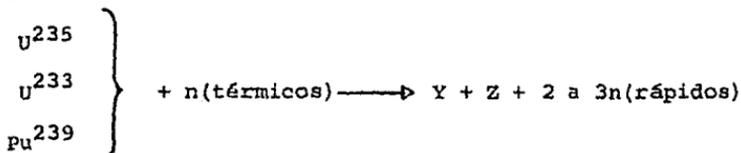
siendo  $\Delta m$  el defecto de masa y  $\Delta E$  la correspondiente energía que se ha creado. Las reacciones en donde  $Q > 0$  se llaman exoenergéticas, pues en ellas se libera energía.

Quando  $m_a + m_X < m_b + m_Y$ , entonces  $K_{bY} < K_{aX}$ . En este caso la masa de salida es mayor que la masa de entrada y se tiene un incremento de masa a expensas de la energía cinética de salida, de acuerdo a la ecuación

$$m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

Como  $Q < 0$ , la energía debe ser proporcionada por una fuente externa, llamándose este tipo de reacción endoenergética.

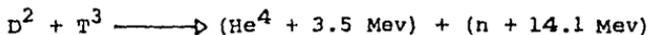
Las siguientes reacciones de fisión debidas a la acción de neutrones térmicos, producen una energía aproximada de 200 Mev -- por fisión.



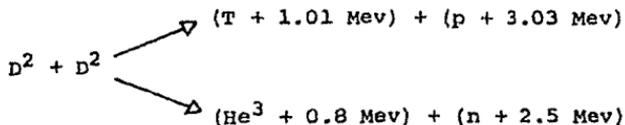
siendo Y y Z los fragmentos de fisión.

Los neutrones de fisión debidos a la reacción tienen una distribución de energías entre 50 Kev y 17 Mev, su energía es --- aproximadamente 2 Mev; ellos pueden producir fisión directamente o después de ser termalizados por materiales moderadores adecuados.

En las reacciones de fusión, el deuterio, isótopo natural del hidrógeno y el tritio, que se genera artificialmente, son utilizados en las siguientes reacciones:



que describe la reacción D-T.



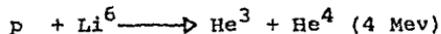
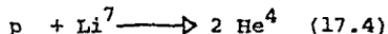
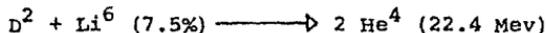
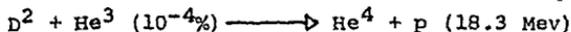
que describe la reacción D-D, con dos ramas de probabilidad casi-igual.

(Cada rama se puede continuar en las reacciones de fusión



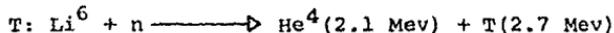
respectivamente).

En estas reacciones los productos que se obtienen son, tanto neutrones como isótopos radiactivos (T), es deseable que en -- las reacciones se obtengan productos finales estables; por ejem-- plo

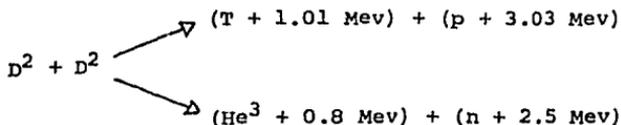


Sin embargo, la utilización de estas reacciones es obstaculizada por la baja probabilidad de ocurrencia.

El T o el  $He^3$  se producen a través de las siguientes reacciones de creación:



$He^3$ : La reacción D-D en su segunda rama.



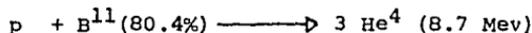
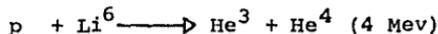
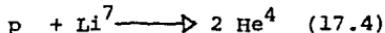
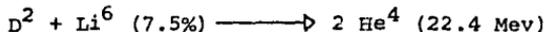
que describe la reacción D-D, con dos ramas de probabilidad casi-igual.

(Cada rama se puede continuar en las reacciones de fusión



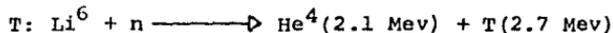
respectivamente).

En estas reacciones los productos que se obtienen son, tan to neutrones como isótopos radiactivos (T), es deseable que en -- las reacciones se obtengan productos finales estables; por ejem-- plo



Sin embargo, la utilización de estas reacciones es obstacu lizada por la baja probabilidad de ocurrencia.

El T o el He<sup>3</sup> se producen a través de las siguientes reacci ones de creación:

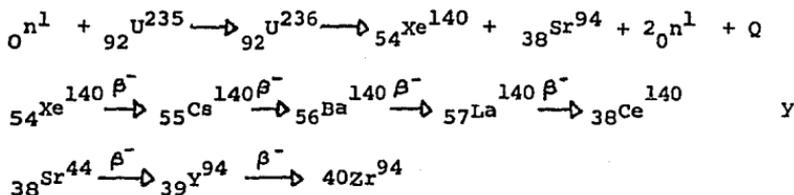


He<sup>3</sup>: La reacción D-D en su segunda rama.

Ejemplos para el cálculo del valor Q.

Dos ejemplos de reacciones exoenergéticas para calcular el valor Q, se describen enseguida utilizando la reacción de fisión-que se produce con el  $U^{235}$  y la reacción D-T.

La energía liberada en la fisión nuclear del  $U^{235}$  por neutrones térmicos, se determina de las siguientes ecuaciones



Las masas atómicas de las partículas de la reacción son:

Antes de la reacción

Después de la reacción

$${}_{92}U^{235} = 235.0439 \text{ amu}$$

$${}_{58}Ce^{140} = 139.9054 \text{ amu}$$

$${}_0n^1 = \frac{1.0087 \text{ amu}}{236.0526 \text{ amu}}$$

$${}_{40}Zr^{94} = 93.9036 \text{ amu}$$

$$2{}_0n^1 = 2.0173 \text{ amu}$$

$$6\beta^- = \frac{0.0033 \text{ amu}}{235.8296 \text{ amu}}$$

El defecto de masa, es:

$$\Delta M = 236.0526 \text{ amu} - 235.8296 \text{ amu} = 0.223 \text{ amu}$$

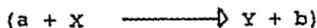
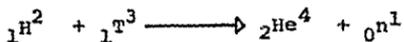
y el valor Q, es:

$$Q = 0.223 \text{ amu} \times 931 \text{ Mev/amu} = 208 \text{ Mev}$$

Reacción D-T

El valor Q de la reacción  ${}_1T^3(d,n){}_2He^4 \dots$ , se calcula como sigue:

La reacción se escribe también como



De una lista de masas atómicas se obtienen las siguientes -  
masas que corresponden a las partículas de la reacción:

$$\text{masa de } {}_1\text{H}^2 = m_a = 2.014102 \text{ amu}$$

$$\text{masa de } {}_1\text{T}^3 = m_x = \underline{3.016049 \text{ amu}}$$

$$m_a + m_x = 5.030151 \text{ amu}$$

$$\text{masa de } {}_2\text{He}^4 = m_y = 4.002603 \text{ amu}$$

$$\text{masa de } {}_0\text{n}^1 = m_b = \underline{1.008605 \text{ amu}}$$

$$m_y + m_b = 5.011268 \text{ amu}$$

entonces el defecto de masa, es:

$$m_a + m_x = 5.030151 \text{ amu}$$

$$m_y + m_b = \frac{5.011268 \text{ amu}}{0.018883 \text{ amu}}$$

y el valor Q, es:

$$Q = 0.018883 \text{ amu} \times 931 \text{ Mev/amu} = 17.6 \text{ Mev}$$

Como en una reacción nuclear normal, la carga eléctrica se conserva, el número de electrones de los átomos son iguales en ambos lados de la ecuación de reacción, por lo que el valor Q, como en el ejemplo, se puede calcular a partir de las masas atómicas, puesto que el número de electrones permanece igual y la diferencia de energías de enlace de estos electrones, es despreciable.

#### 1.4. SECCIÓN EFECTIVA Y TASA DE REACCION.

La ecuación de balance de energía, da la energía liberada -

por cada reacción nuclear. De esta energía y del número de reacciones por unidad de volumen, por segundo, se puede calcular la energía liberada por unidad de volumen, por segundo, por su simple producto.

Para calcular el número de reacciones por unidad de volumen y por segundo, es necesario usar el concepto de sección eficaz por reacción.

La sección eficaz para una reacción, mide la probabilidad de ocurrencia de reacción nuclear, por par de partículas.

Para calcular la sección eficaz, consideraremos una vez más la reacción  $a + X \rightarrow b + Y$ . Si algunos núcleos  $X$  son bombardeados por un flujo de partículas  $a$ , entonces la sección eficaz - bajo estas consideraciones, se define como:

$$\sigma (\text{cm}^2) = \frac{\text{número de reacciones/núcleos } X/\text{unidad de tiempo}}{\text{número de partículas incidentes/cm}^2/\text{unidad de tiempo}}$$

(Una unidad más adecuada para medir las secciones eficaces es el barn que equivale a  $10^{-24} \text{ cm}^2$ ).

Si consideramos una densidad uniforme  $N_X$  de núcleos blancos  $X$  en forma de gas, entonces la rapidez de reacción  $R$  por unidad de volumen, por unidad de tiempo, es proporcional a  $N_X$  y al flujo de partículas  $a$ . Si las partículas  $a$  de densidad  $N_a$  se trasladan con velocidad uniforme  $v$ , el flujo de partículas  $a$  es igual a  $N_a v$  y  $R$  está dada como

$$R = \sigma (v) v N_a N_X$$

En el caso de que ambas partículas  $a$  y  $X$  estén en movimiento

to,  $v$  es la magnitud de su velocidad relativa.

Si existe una distribución de velocidades relativas  $f(v)$  - entre las partículas, entonces  $R$  se modifica de la siguiente forma:

$$R_{aX} = N_a N_X \int_0^{\infty} v \sigma(v) f(v) dv = N_a N_X \langle \sigma v \rangle$$

Si la reacción ocurre entre partículas idénticas del tipo  $a$ , el número de pares de partículas es de  $\frac{1}{2} N_a^2$  y el factor  $\frac{1}{2}$  se debe incluir en la fórmula anterior para evitar doble conteo de par de partículas. Este factor se introduce formalmente en la fórmula de tasa de reacción en la siguiente forma:

$$R_{aX} = (1 + \delta_{aX})^{-1} N_a N_X \langle \sigma v \rangle$$

La vida media  $\tau_a(X)$  de especies  $X$ , contra reacciones con especies  $a$  se puede escribir en términos de la tasa de reacción. Si  $\tau_a(X)$  se define de tal modo que, la razón de cambio de la abundancia  $X$ , debida a reacciones  $a$ , satisface la ecuación

$$\frac{\partial N_X}{\partial t} = - \frac{N_X}{\tau_a(X)}$$

pero como  $\frac{\partial N_X}{\partial t} = - R_{aX}$ ,

tenemos que  $\tau_a(X) = \frac{N_X}{R_{aX}} = (N_a \langle \sigma v \rangle)^{-1}$

Es de notar que el factor  $1 + \delta_{aX}$  desaparece en esta ecuación; si las partículas  $a$  y  $X$  son diferentes, el factor es igual a 1, si son iguales aparece un factor 2 dividiendo la ecuación, pero como cada reacción destruye dos partículas, entonces  $\frac{\partial N_X}{\partial t} = -2R_{aX}$

y el producto dá la ecuación anterior.

Si  $Q$  es la energía por reacción, la densidad de potencia - se obtiene multiplicando  $R_{aX}$  por la energía del proceso de reacción, i.e.

$$P = QN_a N_X \langle \sigma v \rangle$$

Para lograr una reacción termonuclear controlada, es necesario que las partículas del gas que interaccionan y que están en un estado completamente ionizado (plasma), sean calentadas a una temperatura suficientemente alta para vencer la repulsión electrostática entre las partículas que chocan y producir así, la reacción de fusión. El calentamiento constante del gas, se logra por la inyección de partículas neutras altamente energéticas en el plasma, que al ser frenadas por las partículas del gas, lo calientan. Aunque por este proceso no es posible calentar por completo el plasma a una temperatura total de ignición, las partículas del gas altamente energéticas de la "cola maxwelliana" causan los procesos de fusión. Las pérdidas de energía aparecen por recombinación o radiación bremsstrahlung de los electrones que están bajo la acción del campo iónico del plasma.

Entre las reacciones de fusión que requieren el menor calentamiento del plasma, se encuentran la reacción DT y la reacción DD. Estas reacciones son las que actualmente se exploran en los experimentos de fusión para obtener un balance de energía positivo.

Por ejemplo, para la reacción DD, la densidad de potencia

de los iones secundarios producidos en la reacción de fusión, es-

$$P_i = P - P_n = \frac{1}{2} N_D^2 \langle \sigma v_{DD} \rangle Q - P_n$$

donde  $N_D$  es la densidad de iones D/cm<sup>3</sup> y  $P_n$  la densidad de potencia de los neutrones de fusión. Si  $P_r$  es la densidad de potencia de pérdida de energía, la temperatura de ignición de un plasma se obtiene cuando la diferencia  $\frac{P_i}{N^2} - \frac{P_r}{N^2} > 0$ . Cuando la diferencia anterior es máxima, se llega a la temperatura de combustión óptima.

#### 1.5. CALCULO ANALITICO DE LA TASA DE REACCION NUCLEAR NO RESONANTE.

Como ya se mencionó en la sección anterior, las reacciones termonucleares ocurren a ciertas temperaturas, lo que hace necesario conocer la dependencia de la tasa de reacción con la temperatura.

La esencia fundamental de la tasa de reacción, se encuentra en el cálculo de la sección efectiva. Las reacciones nucleares solo se producen si las partículas penetran la barrera coulombiana repulsiva que las separa. Si la barrera coulombiana está dada por

$$V = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} = \frac{1.44}{R(\text{fm})} Z_1 Z_2 \text{ Mev}$$

y la energía cinética de las partículas que interaccionan está dada por la distribución Maxwelliana de velocidades, correspondiente a una energía térmica:

$$kT = 8.62 \times 10^{-8} T \text{ KeV}$$

es evidente, que de la comparación de estos dos números para temperaturas de 10 a 100 millones de grados, la energía cinética -- promedio, es muchos ordenes de magnitud más pequeña que la barrera coulombiana que lo separa (para unos cuantos fermis el potencial repulsivo es del orden del Mev, sin embargo, para temperaturas térmicas de  $10^7 - 10^8$  °K, la mayoría de las partículas solo alcanzan una energía promedio del orden del KeV, que no les permite alcanzar estas distancias de separación). Las partículas -- que mayor oportunidad tienen de penetrar la barrera coulombiana, son aquéllas de mayores energías en la distribución Maxwelliana de velocidades; sin embargo, la expresión para la distribución -- de velocidades

$$\rho(v)dv = \left( \frac{\mu}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{\mu v^2}{2kT} \right) 4\pi v^2 dv$$

demuestra que el número de partículas con energías del centro de masas mayor que  $kT$ , decrece rápidamente con la energía. El resultado es que debe haber algún compromiso entre la demanda de las partículas más energéticas de la distribución y el rápido decremento del número de partículas de energías mayores.

Gamow demostró en relación al decaimiento alfa, que la -- probabilidad para que dos partículas de carga  $Z_1$  y  $Z_2$  que se -- mueven con velocidad relativa  $v$  penetren su barrera de repulsión electrostática, es proporcional a

$$t \propto \exp - \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \quad * \quad \dots (\Lambda)$$

donde  $t$  es el factor de penetración.

## \*Cálculo del factor de penetración t.

El factor de penetración  $t$  de una barrera de potencial de anchura  $d$ , de masa reducida  $\mu$  y de energía del centro de masa  $W$ , se calcula usando la mecánica cuántica y para el caso de una di mensión está dada por

$$t = \frac{4 \sqrt{(V_{20} - W)(W - V_1)}}{(V_{20} - V_1)} e^{-\gamma},$$

en la que

$$\gamma = \frac{2}{\hbar} \int_0^d \sqrt{2\mu (V(x) - W)} dx,$$

$V_1$  es el valor de la energía potencial fuera de la barrera y  $V_{20}$  es el valor  $V(0)$  en el interior de la barrera de potencial.

Para un potencial esférico simétrico en tres dimensiones, - se tiene una expresión análoga para el factor de penetración, siem pre que exista un momento orbital cinético nulo.

Si  $V(r)$  es la función potencial en el interior de la barrera de potencial ( $R_0 \leq r \leq R$ ), se tiene que, para  $l=0$

$$t \propto e^{-\frac{2\sqrt{2\mu}}{\hbar} \int_{R_0}^R \sqrt{V(r) - W} dr.}$$

Si  $V(r)$  es un potencial coulombiano  $V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$ ; el -- factor de penetración, es por tanto

$$t \propto \exp - \left( \frac{2\sqrt{2\mu}}{\hbar} \int_{R_0}^R \left[ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - W \right]^{1/2} dr \right)$$

El cálculo de  $\gamma$  da

$$\gamma = \frac{\sqrt{2\mu}}{\hbar} \frac{2Z_1 Z_2 e^2}{\sqrt{W}} \left[ \arccos \left( \frac{W}{V_m} \right)^{1/2} - \left( \frac{W}{V_m} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{W}{V_m} \right)^{1/2} \right],$$

$$\text{donde } v_m = \frac{z_1 z_2 e^2}{R_0}$$

Si  $W$  es pequeño comparado con  $v_m$ , entonces

$$y \quad \left(\frac{W}{v_m}\right)^{1/2} \left(1 - \left(\frac{W}{v_m}\right)^{1/2}\right) \cong \left(\frac{W}{v_m}\right)^{1/2}$$

$$\text{arc cos} \left(\frac{W}{v_m}\right)^{1/2} \cong \frac{\pi}{2} - \left(\frac{W}{v_m}\right)^{1/2}$$

de donde

$$\gamma = \frac{\pi \sqrt{2\mu} z_1 z_2 e^2}{\hbar \sqrt{W}} - \frac{4 \sqrt{2\mu} z_1 z_2 e^2}{\hbar \sqrt{v_m}} = \gamma_1 + \gamma_2 \dots (a)$$

donde

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{v_m}{W}}$$

Si  $W/v_m \ll 1$ , en el caso de bajas energías, se puede despreciar el segundo término de la fórmula (a) y entonces,

$$t \propto e^{-\frac{\pi \sqrt{2\mu} z_1 z_2 e^2}{\hbar \sqrt{W}}}$$

Y finalmente, si la velocidad relativa entre las partículas es  $v$ , así se sigue:

$$t \propto e^{-\frac{2\pi z_1 z_2 e^2}{\hbar v}}$$

que es la fórmula de Gamow.

Se sigue, de que las reacciones difícilmente pueden ocurrir, a menos que las partículas sobrepasen el valor de este factor, que la sección eficaz tenderá también a ser proporcional a -

este factor. Además la interacción cuántica entre dos partículas es proporcional al factor geométrico  $\pi \lambda^2$ , donde  $\lambda$  es la longitud de Broglie

$$\pi \lambda^2 \propto \left(\frac{1}{p}\right)^2 \propto \frac{1}{E} \quad \dots (B)$$

A bajas energías ambas ecuaciones, (A) y (B) son funciones que varían rápidamente con la energía. Estas consideraciones dan la motivación para elegir la definición de sección efectiva a bajas energías como un producto de tres factores separados, dependientes de la energía

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp - \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \quad \dots (C)$$

o bien

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-bE^{-1/2}} \quad \dots (D)$$

donde  $b = 31.28 Z_1 Z_2 A \text{ KeV}^{1/2}$  y  $A = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}$ .

Las ecuaciones (C) o (D) se utilizan para definir el factor  $S(E)$ . Esto es,

$$S(E) = \sigma(E) E \exp + \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$$

En circunstancias favorables,  $S(E)$  puede ser extremadamente simple. Este factor representa las partes nucleares intrínsecas de la probabilidad de ocurrencia de una reacción nuclear, --- mientras que los otros dos factores representan las bien conocidas dependencias de la energía que son de naturaleza no-nuclear.

Experimentalmente se obtiene que en una reacción nuclear - la sección efectiva varía mucho a bajas energías, alcanza un máxi

mo y luego decae. La caída extrema a bajas energías se debe al -- efecto del factor exponencial en la sección efectiva. El factor -- exponencial llamado a veces "factor de velocidades de Gamow" es -- proporcional a la probabilidad de penetración a través de la ba-- rrrera coulombiana. Los experimentos también muestran que el fac-- tor  $S(E)$  es casi independiente de la temperatura a bajas energías y mientras que la sección efectiva cambia por varios ordenes de -- magnitud, el factor  $S(E)$  permanece casi constante. Estos hechos -- corroboran la afirmación de que el factor de sección efectiva --  $S(E)$  es una función de la energía que varía suavemente y que pue-- de representarse sobre ciertos intervalos limitados de energías -- como constante o como una función lineal de la energía que se in-- crementa suavemente.

La distribución de velocidades, por otra parte, puede es-- cribirse como la siguiente función normalizada

$$\psi(E) dE = \rho(v) dv = - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{E}{kT} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \frac{dE}{(kTE)} 1/2$$

Y para el caso no resonante, el factor de sección efectiva--  $S(E)$  lo consideramos variable ligeramente, en un intervalo de ba-- jas energías y entonces el cálculo de la tasa de reacción por par-- de partículas se hace sustituyendo  $\sigma(E)$  de la fórmula i.e.,

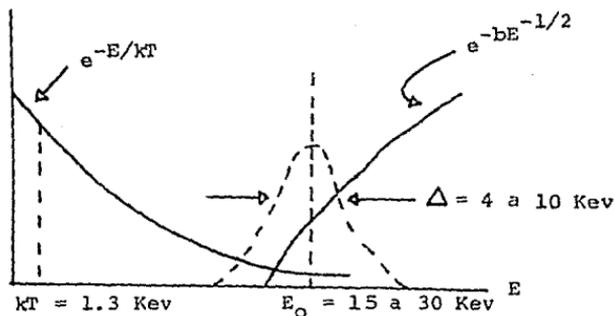
$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &= \int_0^{\infty} \sigma(E) v(E) \psi(E) dE \\ &= \int_0^{\infty} \frac{S(E)}{E} \exp(-bE^{-1/2}) \sqrt{\frac{2E}{\mu}} \frac{2}{kT} \frac{E}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \frac{dE}{(kTE)} 1/2 \\ &= \left(\frac{8}{\mu\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{1/2}} \int_0^{\infty} S(E) \exp\left(-\frac{E}{kT} - bE^{-1/2}\right) dE \end{aligned}$$

El comportamiento de la integral está determinado principalmente por el factor exponencial, ya que es una función que varía rápidamente con la energía. Se nota que el factor  $\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$  va rápidamente a cero dado que E es grande, mientras que  $\exp\left(-bE^{-1/2}\right)$  va rápidamente a cero como E es pequeño, obteniéndose la mayor contribución de la integral de los valores de la energía, que son tales que el factor exponencial es cercano a su máximo. A bajas energías el factor de sección efectiva  $S(E)$ , será cercano a una constante, en una banda de energías y una buena aproximación para el cálculo de la ecuación (D), es reemplazar  $S(E)$  por un valor constante, en las energías para las cuales el factor exponencial tiene su máximo. Sea  $S_0$  el valor constante de  $S(E)$  (estrictamente hablando, el valor promedio de  $S(E)$ , siendo tomado con respecto al factor exponencial), entonces

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\mu\pi}\right)^{1/2} \frac{S_0}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{E}\right) dE \quad \dots (E)$$

la cual puede ser evaluada, aproximando el integrando por una función gaussiana apropiada.

El integrando de la fórmula E es una función con un pico agudo, ya que es el producto de una exponencial que desaparece para grandes energías,  $\exp(-E/kT)$ , y un factor exponencial que desaparece para bajas energías,  $\exp(-bE^{-1/2})$ , como se ilustra en la siguiente figura



El producto de los factores exponenciales, da un pico agudo cercano a una energía designada por  $E_0$ , la cual es, generalmente, mucho mayor que  $kT$ . El pico se aleja de esta energía, debido al factor de penetración, y es comunmente llamado "pico de Gamow".

Las partículas que son más efectivas en causar reacciones nucleares, son aquellos pares que tienen energías cercanas a  $E_0$ . Los valores de  $E_0$  se determinan de la localización del máximo del integrando

$$\frac{d}{dE} \left( \frac{E}{kT} + bE^{-1/2} \right)_{E=E_0} = \frac{1}{kT} - \frac{1}{2} bE_0^{-3/2} = 0$$

de donde

$$E_0 = \left( \frac{bkT}{2} \right)^{2/3} \quad \dots (F)$$

o bien

$$E_0 = 1.22 (Z_1^2 Z_2^2 AT_6^2)^{1/3} \text{ Kev} \quad \dots (G)$$

donde  $T_6$  es la temperatura en millones de grados. Esta energía es frecuentemente llamada "la energía más eficiente para reacciones termonucleares".

Para núcleos ligeros normales y temperaturas de algunas decenas de millones de grados, la ecuación (G) muestra que la energía  $E_0$  más efectiva, es generalmente de 10 a 30 Kev. Estas energías son mayores que  $kT = 0.086T_6$  Kev, reflejando el hecho de que el factor de penetración ha favorecido la selección de partículas de la cola de altas energías de la distribución de energías de -- Maxwell-Boltzman.

Una aproximación a la integral de la ecuación (E) se obtiene reemplazando la función exponencial con el pico agudo, por una función gaussiana que tenga un máximo del mismo tamaño y la misma curvatura en el máximo, en este caso en  $E = E_0$ . Es decir, la integral será evaluada usando la aproximación

$$\exp\left(-\frac{E}{kT} - bE^{-1/2}\right) \approx C \exp\left(-\frac{E - E_0}{\Delta/2}\right)^2$$

donde la constante C se evalúa en  $E=E_0$

$$C = \exp\left(-\frac{E_0}{kT} - bE_0^{-1/2}\right) \quad \dots (H)$$

O bien, si se despeja b de la fórmula F y se sustituye en H, se tiene que

$$C = \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right)$$

y el ancho  $\Delta/2$ , (1/e) se estima por el requerimiento de que las segundas derivadas se igualen en  $E_0$ , esto es,

$$\text{Si } f(E) = -\exp\left(-\frac{E}{kT} - bE^{-1/2}\right)$$

entonces

entonces

$$f''(E_0) = \left[ \left( -\frac{1}{kT} + \frac{b}{2} E_0^{-3/2} \right)^2 - \frac{3b}{4} E_0^{-3/2} \right] \exp \left( -\frac{E_0}{kT} - bE_0^{-1/2} \right)$$

pero de la ecuación (F) se tiene que  $b = 2E_0^{3/2}/kT$ , que sustituimos en la ecuación anterior, así como también se sustituye el factor - exponencial por su valor constante C, obteniéndose que

$$f''(E_0) = C \left[ \left( -\frac{1}{kT} + \frac{1}{kT} \right)^2 - \frac{3}{2} \frac{E_0^{-1}}{kT} \right] = -\frac{3C}{2E_0 kT}$$

Por otra parte, si

$$g(E) = C \exp - \left( \frac{E - E_0}{\Delta/2} \right)^2,$$

la segunda derivada, es

$$g''(E) = 2C \left( \frac{1}{\Delta/2} \right)^2 \left[ 2 \left( \frac{E - E_0}{\Delta/2} \right)^2 - 1 \right] \exp - \left( \frac{E - E_0}{\Delta/2} \right)^2$$

y calculada en  $E_0$ ,

$$g''(E_0) = -2C \left( \frac{1}{\Delta/2} \right)^2$$

igualando las segundas derivadas, tenemos

$$-\frac{3C}{2E_0 kT} = -2C \left( \frac{1}{\Delta/2} \right)^2$$

de donde despejamos  $\Delta$ , obteniendo

$$\Delta = \frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt{E_0 kT}$$

o bien

$$\Delta = 0.75 (z_1^2 z_2^2 A T_6^2)^{1/3}$$

Si hacemos  $\tau = \frac{3E_0}{kT}$ , entonces

$$\exp \left( -\frac{E}{kT} - b E^{-1/2} \right) \approx e^{-\tau} \exp \left( \frac{E - E_0}{\Delta/2} \right)^2$$

y la rapidez de reacción por par de partículas puede escribirse - como

$$\langle \sigma v \rangle = \left( \frac{8}{\mu \pi} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{kT} \right)^{3/2} e^{-T} \int_0^{\infty} S(E) \exp \left[ - \left( \frac{E - E_0}{2} \right)^2 \right] dE \dots (I)$$

Las partículas más efectivas para producir reacción tienen energías que fluctúan alrededor de  $E_0$  en un dominio de 10 Kev. Este intervalo de energías es bastante pequeño comparado con la separación de energías promedio de estados nucleares cuasi-estáticos en los núcleos ligeros y tomando en cuenta de que los efectos de las fuerzas nucleares, los cuales son incluidos en  $S(E)$ , pueden a menudo considerarse constantes. Sin embargo, el factor  $S(E)$  generalmente cambiará por un gran porcentaje de su valor sobre el intervalo  $\Delta$ , únicamente si hay una resonancia nuclear cercana al rango de energía efectiva, pero en estos casos la razón resonante debe emplearse.

La sección efectiva  $\sigma$  en el caso resonante, puede verse modificada en bandas muy angostas de energías, por picos agudos que incrementarían grandemente su valor. Sin embargo, si estos picos están lejanos de la energía más efectiva  $E_0$ , no contribuirán en nada a la tasa de reacción, pero en el caso de que coincidan estos valores, a la sección efectiva  $\sigma$  no-resonante se le tendrá que sumar el o los términos resonantes dando como resultado que la tasa de reacción sea mayor.

Si  $S(E)$  toma el valor constante  $S_0$  y se expresa en erg  $\text{cm}^2$ , la tasa de reacción por par de partículas calculada de la fórmula (I) se expresa numericamente como:

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{4.50 \times 10^{14}}{A Z_1 Z_2} S_0 \tau^2 e^{-\tau} \text{ cm}^3/\text{seg}$$

y la tasa de reacción se obtiene multiplicando por el número de pares por unidad de volumen

$$R_{aX} = (1 + \delta_{aX})^{-1} N_a N_X \langle \sigma v \rangle,$$

o bien

$$R_{aX} = \frac{4.50 \times 10^{14}}{AZ_a Z_X} (1 + \delta_{aX})^{-1} N_a N_X S_0 \tau^2 e^{-\tau} \text{ cm}^{-3} \text{ seg}^{-1}$$

La ventaja de escribir la tasa de reacción de esta forma, es que la dependencia importante con la temperatura está enteramente contenida en el parámetro  $\tau$ .

Para cualquier reacción,  $\tau$  es proporcional a  $T^{-1/3}$ , dicha dependencia se obtiene de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{3E_0}{kT} = \frac{3(bkT/2)^{2/3}}{kT} = 3 \left( \frac{b^2}{4kT} \right)^{1/3}$$

o bien, numericamente

$$\tau = 3 \left( \frac{31.28 \times Z_a Z_X^{1/2}}{4 \times 34.4 \times 10^{-2} T_6} \right)^{1/3} = 42.5 \left( \frac{Z_a^2 Z_X^2 A}{T_6} \right)^{1/3}$$

donde  $T_6$  es la temperatura en millones de grados.

Si hacemos  $B = 42.5 (Z_a^2 Z_X^2 A)^{1/3}$ , entonces se puede escribir como

$$\tau = B T_6^{-1/3}$$

La dependencia de  $\tau$  con la temperatura se exhibe de esta forma explícitamente en forma analítica. De tal manera que esta aproximación permite determinar a la tasa de reacción de acuerdo a

su dependencia con la temperatura.

#### 1.6. PLASMA Y SU USO EN LA FUSION NUCLEAR.

Un plasma es un conjunto de partículas cargadas (iones y electrones) en gran número, de tal forma, que el movimiento de las partículas del plasma es dominado por la repulsión y atracción electrostática a largo alcance que existe entre las partículas, junto con campos magnéticos producidos por el movimiento de las cargas eléctricas, pero a una densidad suficientemente baja para que la fuerza debida a partículas cercanas sea mucho menor que la fuerza coulombiana de largo alcance ejercida por una gran cantidad de partículas distantes.

La utilización de plasmas en la fusión nuclear se debe a que en los experimentos hechos para producir procesos de fusión, se han encontrado que solo en plasmas calientes estos procesos son suficientemente abundantes para producir un balance de energía positivo. Esto se debe a que en un plasma las colisiones elásticas entre partículas semejantes producen unicamente un intercambio de energía, sin pérdida de la energía del conjunto completo, a diferencia, de lo que sucede en otros experimentos; por ejemplo, en el bombardeo de blancos sólidos en donde la energía se pierde por colisiones elásticas e inelásticas de electrones ligados.

El uso de plasmas para producir fusión, permite hablar de la fusión termonuclear y de la obtención de energía por este medio, al lograr generar plasmas y poder mantenerlos estables durante los periodos deseados de tiempo.

En los siguientes párrafos estudiaremos las ecuaciones MHD que describen gran variedad de fenómenos en el plasma, revisaremos diferentes sistemas de confinamiento y posibles mecanismos de calentamiento.

#### Aproximación Magnetohidrodinámica (MHD) en un Plasma.

El estudio de un sistema de muchos cuerpos, como en el caso de un plasma, muchas de las propiedades del sistema pueden describirse por medio de sus variables macroscópicas, tales como la densidad, la temperatura, la velocidad promedio, la presión, etc.; por lo que las ecuaciones útiles para describir un plasma, son: - la ecuación de continuidad, la ecuación de transporte de momento, la ley de Ohm y las ecuaciones de Maxwell. Sin embargo, por su complejidad, es necesario incluir ciertas restricciones al plasma para poder determinar las soluciones a estos casos especiales pero frecuentes en el estudio de los plasmas. Las siguientes son algunas de las restricciones más comúnmente usadas en plasmas.

Cuando en un plasma son estudiados fenómenos en grandes escalas espaciales  $L$ , es común hacer la suposición de que la densidad de carga de los iones es igual a la densidad de carga de los electrones. Lo anterior se apoya en la consideración de que el plasma como un entero es neutro ( $N_e = ZN_i$ ) y que la consideración de que  $\rho_{qe} = \rho_{qi}$  debe ser válida en alguna escala. Esta escala es la longitud de Debye: un exceso de carga en reposo es escudada o rodeada por una carga igual y opuesta en una distancia  $\lambda_D$ . Si además consideramos movimientos del plasma a baja frecuencia,-

tales que los movimientos de sus elementos sean lentos, es decir, de tamaño mayor que  $\lambda_D$ , entonces se puede considerar que  $n_e = Zn_i$ .

Si a las restricciones anteriores agregamos la consideración de que las colisiones sean lo suficientemente frecuentes para conservar el sistema isotrópico durante todo el tiempo, al conjunto de ecuaciones que se obtienen y que son bastante más simples que las no restringidas, se les denomina ecuaciones MHD, validas en los límites  $\omega \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow \infty$ ,  $\nabla \cdot P = \nabla p$ , donde  $\omega$  es la frecuencia de oscilación del plasma,  $L$  la escala espacial considerada,  $P$  el tensor de presión y  $p$  la presión isotrópica. Las ecuaciones bajo estas condiciones, son:

Ecuación de continuidad.

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

Ecuación de transporte de momento

$$\rho_m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\vec{j} \times \vec{B}}{c} - \nabla p$$

ley de Ohm

$$\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} = \eta \vec{j}$$

Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi \rho_m, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

donde  $\rho_m$ ,  $\vec{V}$ ,  $p$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\eta$  y  $c$  son respectivamente la densidad de masa, la velocidad del centro de masas, la presión isotrópica, la corriente total, el campo eléctrico y el campo magnético, la resistividad del medio y la velocidad de la luz.

Las ecuaciones anteriores se cierran por una ecuación de estado o por algún otro modelo que relacione la presión con la densidad.

En el caso de que el plasma se encuentra en estado estacionario, la ecuación de transporte de momento se convierte en

$$\frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c} = \nabla p$$

de donde se sigue:

$$\vec{B} \cdot \nabla p = 0$$

$$\vec{J} \cdot \nabla p = 0$$

que significa que las superficies de presión constante también son superficies magnéticas, es decir, las líneas de campo magnético no atraviesan las superficies isobáricas; pero esto no implica que  $B^2$  sea constante sobre la superficie, ya que sustituyendo  $\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi \vec{J}}{c}$  en la ecuación de transporte de momento, tenemos

$$\frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c} = \frac{(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}}{4} = -\frac{\nabla B^2}{8\pi} + \frac{1}{4\pi} \vec{B} \nabla B^2$$

y por tanto.

$$\frac{\nabla B^2}{8\pi} = \frac{\vec{B} \cdot \nabla B^2}{4\pi} \quad \text{sobre una superficie isobárica}$$

si multiplicamos la ecuación de transporte de momento vectorialmente por  $\vec{B}$ , obtenemos que

$$\frac{\vec{B} \times (\vec{J} \times \vec{B})}{c} = \vec{B} \times \nabla p$$

$$\frac{B \hat{e}_\parallel \times (J_\parallel \hat{e}_\parallel + J_\perp \hat{e}_\perp) \times B \hat{e}_\parallel}{c} = \vec{B} \times \nabla p$$

$$\frac{B \hat{e}_\parallel \times (B J_\perp \hat{e}_\parallel \times \hat{e}_\perp)}{c} = \vec{B} \times \nabla p$$

$$\frac{B^2 J_\perp \hat{e}_\perp}{c} = \frac{B^2 \vec{J}_\perp}{c} = \vec{B} \times \nabla p$$

y

$$\vec{J}_\perp = \frac{\vec{B} \times \nabla p}{B^2} c$$

Sin embargo, la existencia de  $\vec{J}$  no necesariamente implica un flujo de partículas a través del campo magnético, es decir, la corriente  $\vec{J}_\perp$  no se origina del movimiento de partículas simples, sino más bien de un gradiente en el número de partículas que giran en el campo magnético y que se debe a la diferencia de densidad en un plano perpendicular al campo magnético, originado por el gradiente de presión.

Pero un campo magnético, si produce flujo de masa aun con una presión constante y con corriente cero.

En el estado estacionario aplicamos la ley de Ohm simplificada, obteniendo

$$\vec{E} + \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} = 0$$

y multiplicando vectorialmente por  $B$ , tenemos

$$\frac{(\vec{V} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{c} = - \vec{E} \times \vec{B}$$

de donde

$$\vec{V}_\perp = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} c$$

inversamente un movimiento del plasma a través del campo magnético da origen a un campo eléctrico perpendicular a  $\vec{V}$  y  $B$ , esto puede-

usarse para convertir la energía de flujo del plasma en energía eléctrica.

Cuando hay un gradiente de presión, en condiciones de equilibrio habrá también un gradiente de presión magnética, ya que, de la ecuación de transporte de momento se obtuvo que

$$-\frac{\nabla B^2}{8\pi} + \frac{1}{4\pi} \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} = \nabla p$$

entonces

$$\nabla \left( p - \frac{B^2}{8\pi} \right) = \frac{1}{4\pi} \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B}$$

y si las líneas de campo magnético son rectas y paralelas la expresión se reduce a un balance de presión

$$\nabla \left( p - \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0$$

que indica que un campo magnético ejerce una presión sobre el plasma y  $\frac{B^2}{8\pi}$  es llamada la presión magnética.

Principios de Confinamiento.- Los plasmas confinados magnéticamente tienen como se mostró en la sección precedente, la siguiente característica: un campo magnético impone una presión magnética

$$P_m = \frac{B^2}{8\pi}$$

a un conjunto de partículas cargadas, es decir, a un plasma; y el plasma de densidad  $N$  y temperatura  $T$  ofrece una presión termodinámica

$$p = NkT$$

Los sistemas confinados con  $p < p_m$  se llaman sistemas de baja  $\beta$  ( $\beta = p/p_m \ll 1$ ); ejemplo de ellos son los llamados "Stellarator" y los "Tokamak", que suministran marcado confinamiento. -- Por otra parte los sistemas de  $\beta \sim 1$ , como los "Pinch", son los -- llamados de alta  $\beta$  y proporcionan unicamente confinamientos tran sitorios.

El tiempo de confinamiento  $\tau$  se determina principalmente - por dos fenómenos. Primero, el plasma tiene que permanecer macros cópicamente estable durante el período de confinamiento; segundo, la difusión de partículas a través de las líneas de campo debe -- evitarse tanto como sea posible. Este tiempo  $\tau$  de confinamiento, está ligado a la densidad  $N$  del plasma por el criterio de Lawson, que nos dice que "para que exista una temperatura óptima de calen tamiento para la mejor eficiencia de la reacción, debe cumplirse- que:

$$N\tau \gg 10^{14} \frac{s}{cm^3} \quad \text{para fusión D-T}$$

o bien

$$N\tau \gg 10^{16} \frac{s}{cm^3} \quad \text{para fusión D-D"}$$

Demostración del Criterio de Lawson.

En un plasma, en condiciones de equilibrio, su energía to- tal se conserva; es decir, si consideramos la energía  $W_p$  que se - produce en el plasma, la energía  $W_r$  que se radia del plasma y su energía interna  $W_i$ , obtenemos que la suma de estas energías es una constante, i.e.,

$$W_p + W_r + W_i = \text{cte.}$$

para determinar  $W_p$  basta considerar la energía producida por la reacción termonuclear entre iones de la misma especie, en el intervalo de tiempo  $\tau$ , obteniéndose que

$$W_p = \frac{1}{2} n^2 \langle \sigma v \rangle W \tau$$

donde  $\langle \sigma v \rangle$  es el factor de probabilidad de fusión y  $W$  es la energía promedio liberada por fusión.

para determinar  $W_r$  se considera la pérdida de energía del plasma por radiación bremsstrahlung, durante el intervalo de tiempo  $\tau$ , es decir

$$W_r = P_B \tau$$

donde  $P_B$  es la pérdida por radiación por bremsstrahlung.

Y Finalmente,  $W_i$  se calcula considerando la energía interna de cualquier gas  $U = 3/2 NkT$  y que  $N = 2n$ , donde  $2n$  es la densidad de par de partículas que reaccionan, por tanto

$$W_i = 3nkT$$

o bien

$$W_i = 3nT_i$$

si  $T_i$  es la temperatura de los iones en Mev.

Ahora, consideremos la probabilidad  $\xi$  de producir la energía  $1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \tau$  en el tiempo  $\tau$

$$\xi = \frac{1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \tau}{3nT + P_B \tau + 1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \tau}$$

es decir,  $\xi = 1 - \eta$ , donde  $\eta$  es la probabilidad de tener la energía del plasma, más una energía radiada, y por tanto,

$$\xi + \eta = 1$$

Si consideramos la probabilidad  $\eta$ , la cual se puede interpretar como la eficiencia total con la cual se recobra la energía de los productos de fusión y del plasma que no interactúan, tenemos

$$\eta = \frac{3nT_i + P_B \tau}{3nT_i + P_B \tau + 1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \tau}$$

de donde

$$3nT_i + P_B \tau = \eta (3nT_i + P_B \tau + 1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \tau)$$

despejando el valor de  $\tau$  en esta ecuación, tenemos

$$[(1 - \eta) P_B - 1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \eta] \tau = (\eta - 1) 3nT_i$$

o sea que

$$\tau = \frac{(\eta - 1) 3nT_i}{(1 - \eta) P_B - 1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \eta}$$

o bien

$$n\tau = \frac{(\eta - 1) 3n^2 T_i}{(1 - \eta) P_B - 1/2 n^2 \langle \sigma v \rangle W \eta}$$

dividiendo numerador y denominador por  $(\eta - 1)n^2$ , obtenemos

$$n\tau = \frac{3T_i}{1/2 [\eta/(1 - \eta)] \langle \sigma v \rangle - P_B/n^2}$$

que determina el criterio de Lawson.

Sistemas de Confinamiento.- Se distinguen dos tipos de confinamiento: los magnéticos y los inerciales. La geometría de los confinamientos magnéticos es de dos formas: la cerrada, en donde la trayectoria de las partículas es casi cerrada; y la abierta, en donde la trayectoria de las partículas es rectilínea. Generalmente las partículas en cualquier geometría siguen las líneas de

campo magnéticas en movimientos helicoidales alrededor de ellas.- Las partículas en esta situación, pueden saltar de una línea de campo guía a otra, ya sea por colisión o por deriva a través de las líneas de campo por la acción de campos eléctricos.

Para confinamientos inerciales (laser, fusión por haces -- electrónicos, sistemas explosivos) el tiempo de confinamiento está dado por el tiempo de expansión media de un plasma, generalmente después de una rápida compresión. El compromiso en estos -- sistemas es cumplir el criterio de Lawson para alcanzar una suficiente densidad y temperatura del plasma dentro de este periodo.

Métodos de calentamiento de un Plasma RTC.- Existen diversos métodos de calentamiento de un plasma, entre los cuales tenemos los siguientes:

Calentamiento por Compresión Adiabática: Un plasma ya generado se puede calentar y comprimir, aumentando la fuerza del campo magnético.

Calentamiento por Ondas de Choque: Fuertes ondas de choque que viajan en el plasma, producen calentamiento.

Calentamiento por Inyección de Partículas: Haces de partículas neutras pueden inyectarse en el plasma; estas partículas altamente energéticas, por medio de la interacción con las partículas del plasma aumentan la energía media de la distribución Maxwelliana del plasma.

Calentamiento Ohmico: El paso de grandes corrientes a través del plasma, acelera a los electrones y a su vez calienta a --

los iones; la interacción entre los iones y electrones predomina a bajas energías, por lo que el método es útil principalmente para las etapas de precalentamiento.

Calentamiento por Bombeo Magnético: Rápidas variaciones de la razón en que están los espejos de un sistema de confinamiento magnético, puede transformar la energía de las partículas del plasma, de un grado de libertad a otro, de tal forma que la energía se gana del campo magnético.

#### 1.7. IMPUREZAS Y ENFRIAMIENTO EN UN PLASMA.

Entre los problemas que aparecen en un plasma de hidrógeno, están los originados por impurezas, es decir, pequeñas cantidades de átomos con número atómico  $Z > 1$ . La influencia de las impurezas en el comportamiento del plasma son: primero, las de incrementar la potencia radiada de un plasma caliente con el incremento del número atómico  $Z$ . Segundo, para una densidad electrónica  $n$  fija del plasma, la presencia de impurezas ocasiona un decremento de la razón termonuclear y un incremento en la temperatura de ignición.

Las impurezas básicamente se originan por la interacción del plasma caliente con la primera pared sólida que lo rodea y limita. Las impurezas influyen considerablemente en el alcance de los parámetros del plasma en los Tokamak actuales y todavía no se ha podido, por ningún medio, evitar el influjo de estas impurezas. Extrapoliciones a reactores de fusión indican que se espera grandes concentraciones de impurezas. Sin embargo, por otra parte, en

los estudios de diseños de reactores se introducen deliberadamente impurezas para estabilizar térmicamente el plasma.

Algunos autores han aconsejado la utilización de materiales de número atómico bajo para la primera pared y los materiales estructurales blancos de los reactores de fusión. La contaminación y los efectos de enfriamiento en el plasma, según ellos, son disminuídos por el uso de estos materiales. La pérdida de energía por radiación de impurezas en un plasma es una función completa de la temperatura del plasma y del número atómico de los átomos impuros, sin embargo, parece claro que esta pérdida se minimiza disminuyendo, tanto el número atómico, como la concentración de impurezas.

Las pérdidas por radiación en un plasma, se vuelven importantes a altas temperaturas (0.002 a 100 Kev) y a baja densidad ( $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ). En los plasmas a baja densidad, los fotones radiados no son capturados y en este caso, la razón de ionización colisional por impacto de electrones es mayor que la razón de fotoionización; se establece equilibrio estable en el gas, cuando esta razón se balancea exactamente por la razón de recombinación.

En las condiciones anteriores, después de haber una excitación colisional y antes de que el electrón quede liberado por el impacto de otro electrón, el átomo emite espontáneamente cayendo a su estado base. Para los electrones que se recombinan, el mecanismo que se sigue, es a través de la fotorecombinación o recombinación radiativa que domina a la recombinación dielectrónica.

nica (recombinación por la colisión de tres cuerpos). Esta última recombinación, tiene importancia cuando el gas es suficientemente denso para permitir que la probabilidad de ocurrencia de este mecanismo, aumente.

## CAPITULO II

### MECANISMOS DE IONIZACION Y RECOMBINACION EN UN PLASMA.

#### INTRODUCCION:

En este capítulo se discuten los mecanismos de ionización -- colisional, recombinación radiativa y fotoionización en gases a altas temperaturas; se calcula teóricamente el coeficiente de ionización colisional dado por Cox y Tucker (1969) y la fórmula de Milne que relaciona a la sección eficaz de recombinación radiativa con la sección eficaz de ionización, basado en el principio de balance detallado. Se establece una fórmula empírica dada por G. D. Mac Alpine (1971) para calcular la sección eficaz de fotoionización. Se tabulan los parámetros indicados por la fórmula de Mac Alpine y por los de Cox y Tucker y Daltabuit para las diferentes etapas de ionización de los átomos H, He, Li, Be, B, C, N, O, F, Ne, Na, Mg, Al, Si, P, S y Cl. Los datos fueron recopilados en su mayoría para las fórmulas respectivas por Mac Alpine y Cox. para los átomos Li, Be, B, F, Na, Al, P y Cl para los cuales no se encontraron datos, se calcularon en este trabajo los parámetros correspondientes por interpolación de los ya conocidos y se agregaron a la lista que ya se tenía.

#### 2.1. IONIZACION COLISIONAL POR ELECTRONES.

La ionización de un átomo producido por el impacto inelástico de un electrón, da como consecuencia que un electrón ligado al átomo

mo se desprenda de éste, originándose un intercambio de energía - entre el electrón que incide en el átomo y el electrón saliente. El estudio de este proceso se puede hacer a partir de la formulación dada por Thompson para procesos de ionización colisional. La integración de la sección eficaz diferencial de Rutherford para - electrones que chocan con especies de carga  $Z$  y potencial de ionización  $I_{Z,Z}$  teniendo  $\zeta$  electrones en la capa exterior, conduce a una expresión dada por Tucker y que puede escribirse como

$$= \frac{2.2 \pi a_0^2 \zeta I_H}{\mu} \left( \frac{1}{I_{Z,Z}} - \frac{1}{\mu} \right)$$

donde  $\mu$  es la energía del electrón incidente,  $I_H$  es el potencial de ionización del átomo de hidrógeno y  $a_0$  el radio de Bohr.

La tasa de ionización colisional de los átomos o iones con carga  $Z$  se calcula considerando  $N_i$  especies de este tipo en su estado base y  $N_e$  electrones con energías que siguen la función de distribución de Maxwell  $f(\mu)d\mu$  y entonces el número de ionizaciones de estas especies por unidad de volumen, por unidad de tiempo, es

$$Z_e = N_i N_e \int_{I_{Z,Z}}^{\infty} \sigma(\mu) v_e f(\mu) d\mu = C_{Z,Z} N_i N_e$$

donde  $C_{Z,Z}$  es el coeficiente de ionización colisional cuyo cálculo, es:

$$\begin{aligned} C_{Z,Z} &= \int_{I_{Z,Z}}^{\infty} \sigma(\mu) v_e f(\mu) d\mu \\ &= \frac{2.2 \pi a_0^2}{(kT)^{3/2}} \left( \frac{8}{\pi m} \right)^{1/2} \zeta I_H^2 \int_{I_{Z,Z}}^{\infty} \left( \frac{1}{I_{Z,Z}} - \frac{1}{\mu} \right) e^{-\mu/kT} d\mu \end{aligned}$$

o bien

$$C_{Z,z} = \frac{2.2 \pi a_0^2}{(kT)^{3/2}} \left( \frac{\theta}{\pi m} \right)^{1/2} \zeta I_H^2 \int_{x_z}^{\infty} \left( \frac{1}{x_z} - \frac{1}{x'} \right) e^{-x'} dx'$$

donde se aplicó el cambio de variable  $x' = \mu/kT$  y consecuentemente  $x_z = I_{Z,z}/kT$ .

La integral

$$\Psi_z = \int_{x_z}^{\infty} \left( \frac{1}{x_z} - \frac{1}{x'} \right) e^{-x'} dx' = \frac{e^{-x_z}}{x_z} - E_1(x_z)$$

donde  $E_1(x) \approx \frac{e^{-x}}{x} \left( 1 - \frac{1}{x} \right)$  si  $x \gg 1$

Por tanto

$$\Psi_z = \frac{e^{-x_z}}{x_z} - \frac{e^{-x_z}}{x_z} \left( 1 + \frac{1}{x_z} \right) = \frac{e^{-x_z}}{x_z^2}$$

y

$$C_{Z,z} = 2.2 \pi a_0^2 \frac{\theta kT}{\pi m}^{1/2} \zeta \left( \frac{I_H}{I_{Z,z}} \right)^2 e^{-I_{Z,z}/kT}$$

El coeficiente de ionización colisional es modificado por Tucker por un factor  $F(Z, z)$  que toma en cuenta la distorsión de la función de onda del electrón incidente por el campo coulombiano del núcleo, quedando finalmente la fórmula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} C_{Z,z} &= 2.2 \pi a_0^2 \left( \frac{\theta kT}{\pi m} \right)^{1/2} \zeta F(Z, z) \left( \frac{I_H}{I_{Z,z}} \right)^2 \exp(-I_{Z,z}/kT) \\ &= 1.3 \times 10^{-8} T^{1/2} \zeta F(Z, z) I_{e.v.}^{-2} \exp(-I_{Z,z}/kT) \end{aligned}$$

Donde  $T$  es la temperatura en Kelvins,  $\zeta$  es el número "efectivo" de electrones en la capa de valencia,  $I_{Z,z}$  es el potencial de ionización "efectivo" de la especie  $Z, z$ , medido en ergs y por último  $I_{e.v.}$  es la misma cantidad pero medida en electron-volts.

## 2.2 IONIZACION Y RECOMBINACION RADIATIVA.

El proceso de recombinación radiativa consiste en la captura de un electrón libre por un ión, formándose un átomo neutro y emitiendo al mismo tiempo un fotón. El proceso de fotoionización consiste en la ionización de un átomo por la absorción de un fotón  $h\nu$  y se puede considerar el proceso inverso de la recombinación radiativa.

El principio de balance detallado nos permite relacionar - ambos procesos de la siguiente forma: Si  $w_{if}$  es la probabilidad de que el sistema de dos partículas (electrón + ión) que chocan - en un volumen  $\Omega$  del espacio fase pasen del estado inicial  $i$  a un estado final  $f$  y  $w_{f^*i^*}$  es la probabilidad de que el sistema de - partículas (átomo + fotón) que chocan en el mismo volumen  $\Omega$  pasen de un estado  $f^*$  a un estado  $i^*$ , en donde el estado inicial se ha convertido en final y el final en inicial; el principio de balance detallado señala que ambas probabilidades son iguales i.e.

$$w_{if} = w_{f^*i^*}$$

Esta igualdad de probabilidades, permite relacionar las -- secciones eficaces de choque de la siguiente manera: La sección eficaz diferencial de choque correspondiente a la velocidad  $v_i$  e impulso  $p_i$  relativas a las dos partículas que chocan y como consecuencia del choque  $v_f$  que resulta dirigida al elemento de ángulo sólido  $d\Omega_f$ , se puede escribir como

$$d\sigma_{if} \delta(E_f - E_i) dE_f$$

donde el factor  $\delta(E_f - E_i) dE_f$  considera formalmente a la sección

eficaz referida al intervalo  $dE_f$  de valores de la energía en el estado final consideradas como magnitudes variables y donde la función  $\delta$  que aquí figura garantiza el cumplimiento de la ley de conservación de la energía (es decir, solo ocurre el proceso si  $E_i = E_f$ ).

Por definición de sección eficaz, como ya se ha visto, ésta se obtiene al dividir la probabilidad del proceso entre la densidad de flujo de partículas incidentes, siendo esta última  $N(\Omega)v_i = v_i/\Omega$  (donde  $N(\Omega) = 1/\Omega$  es la densidad del número de partículas correspondiente a una partícula en el volumen  $\Omega$ ). Antes de hacer este cociente, consideremos primero que la sección diferencial corresponde a un elemento de ángulo sólido y a un intervalo de energías  $dE_f$  y en cambio  $w_{if}$  se refiere a los valores estrictamente de  $v_f$  y  $E_f$ . Para obtener entonces  $d\sigma_{if}$  hay que multiplicar a  $w_{if}$  por el número de estados cuánticos correspondientes al intervalo dado de direcciones y magnitudes de las velocidades  $v_f$ . Este último número es igual a

$$\frac{\Omega p_f^2 dp_f d\omega_f}{h^3}$$

por lo que

$$d\sigma_{if} \delta(E_f - E_i) dE_f = \frac{w_{if}}{v_i/\Omega} \frac{\Omega p_f^2 dp_f d\omega_f}{h^3}$$

de donde

$$w_{if} = \frac{h^3}{\Omega^2} \frac{v_i d\sigma_{if} \delta(E_f - E_i) dE_f}{p_f^2 dp_f d\omega_f} = \delta(E_f - E_i) \frac{h^3 v_i v_f}{\Omega^2} \frac{d\sigma_{if}}{p_f^2 d\omega_f}$$

donde se ha considerado que  $dE_f/dp_f = v_f$ .

Obteniendo mediante un razonamiento semejante la expresión

para  $w_{f+i^*}$  e igualándola con la expresión para  $w_{if}$  se obtiene, después de simplificar.

$$\frac{d\sigma_{if}}{p_f^2 d\omega_f} = \frac{d\sigma_{f+i^*}}{p_i^2 d\omega_i}$$

o bien

$$p_i^2 d\sigma_{if} d\omega_i = p_f^2 d\sigma_{f+i^*} d\omega_f \quad (*)$$

La diferencia entre las transiciones  $i \rightarrow f$  e  $i^* \rightarrow f^*$  desaparece por completo si las secciones eficaces se integran respecto a todas las direcciones  $\vec{p}_f$ , se suman respecto a las direcciones de los espines de las partículas finales  $\vec{s}_{1f}$ ,  $\vec{s}_{2f}$  y se promedian respecto a las direcciones de los impulsos  $\vec{p}_i$  y de los espines  $\vec{s}_{1i}$ ,  $\vec{s}_{2i}$  de las partículas incidentes. Si designamos esta sección por  $\sigma_{if}$ , entonces

$$\sigma_{if} = \frac{1}{4\pi (2s_{1i} + 1)(2s_{2i} + 1)} \sum_{(m_g)} \iint d\sigma_{if} d\omega_f$$

la suma se extiende a las proyecciones de los espines de todas las partículas finales, el factor que figura antes de la suma y la integral se debe a que respecto de las magnitudes relativas de las dos partículas iniciales no se efectúa una suma, sino un promedio. Si se realizan en (\*) las operaciones indicadas, se obtiene entonces

$$g_i w_i p_i^2 d\sigma_{if} = g_f w_f p_f^2 d\sigma_{fi}$$

donde  $g_i w_i$  y  $g_f w_f$  son los pesos estadísticos de las partículas iniciales y finales respectivamente.

Por último, aplicaré la fórmula obtenida a los procesos de ionización y recombinación radiativa: si el estado inicial lo consideramos igual al sistema electrón + ión y el estado final al sistema átomo + fotón, la expresión se reduce a

$$2 w_i + 1 p^2 \sigma_{\text{rec}} = 2 w_i (h\nu/c)^2 \sigma_{\text{fot}}$$

donde  $g_i = g_f = 2$  se refieren a las dos direcciones del espín del electrón (estado i) y a las dos direcciones de polarización del fotón (estado f) respectivamente,  $w_i = (2J_{\text{átomo}} + 1)$  y  $w_{i+1} = (2J_{\text{ión}} + 1)$  a los pesos estadísticos del átomo y del ión,  $p = mv$  al momento del electrón y  $h\nu/c$  al momento del fotón y finalmente  $\sigma_{\text{rec}}$  a la sección eficaz de recombinación y  $\sigma_{\text{fot}}$  a la sección eficaz de ionización.

despejando  $\sigma_{\text{rec}}$  y simplificando, obtenemos

$$\sigma_{\text{rec}} = \frac{(h\nu)^2}{m_e^2 c^2 v^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} \sigma_{\text{fot}}$$

que es una expresión que relaciona a la sección eficaz de recombinación con la sección eficaz de fotoionización y que fue derivada por primera vez por Milne.

La fórmula de Milne es útil cuando se conoce una de las secciones efectivas de la fórmula y que permite calcular la otra. La fórmula de Milne se utiliza aquí para calcular la sección efectiva de recombinación a partir de la sección efectiva de ionización establecida en la fórmula dada por Mac Alpine en su tesis doctoral y que se escribe en la siguiente sección.

### 2.3. SECCION EFECTIVA DE FOTOIONIZACION.

Para calcular la sección efectiva de fotoionización se hacen las siguientes simplificaciones: Se considera un gas a baja densidad y altas temperaturas que es ópticamente transparente a toda radiación, las colisiones inelásticas son insuficientes para llegar a la distribución de Boltzman entre los átomos y electrones que se recombinan y que caen en cascada a los niveles inferiores disponibles en un tiempo menor al intervalo entre fotoionizaciones. Por eso se puede considerar que todas las fotoionizaciones toman lugar con los átomos en su estado base.

Para calcular los efectos que un flujo de fotones de altas energías tiene en la estructura de ionización de un gas, es necesario conocer las secciones de fotoionización de todas las especies iónicas que existen en el plasma. Mac Alpine (1971) resumió la información disponible de las secciones efectivas de fotoionización para todas las etapas de ionización para los elementos comúnmente abundantes, excepto para iones "hidrogénicos" de elementos de alta Z, recolectó la información disponible en la literatura y calculó las secciones efectivas. Esta información la presenta en una forma simple y sistemática, escribiendo las secciones efectivas en la forma

$$\sigma_{\text{fot}} = \sigma_{\text{th}} \left[ \alpha (E_{\text{th}}/h\nu)^s + (1 - \alpha) (E_{\text{th}}/h\nu)^{s+1} \right]$$

y tabulando los valores de umbral de las secciones efectivas y --

los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $s$ . Los valores para aquellos -- parámetros de iones no dados en esta lista dada por Mac Alpine se pueden calcular por interpolación o extrapolación a lo largo de - la secuencia isoelectrónica.

PARAMETROS UTILIZADOS PARA CALCULAR EL COEFICIENTE DE IONIZACION COLISIONAL Y LA SECCION EFECTIVA DE FOTOIONIZACION DE ESPECIES IONICAS DE  $Z \leq 17$ .

Ion	Secuencia Isoelectrónica.	I (eV)	$w_i$	$w_{i+1}$	$t_h$ ( $\times 10^{-18}$ )	$s$	$\zeta$	$F(Z, z)$	
HI	H	13.6	2	1	6.3	1.338	2.99	1	0.83
HeI	He	24.6	1	2	7.84	1.663	2.05	2	0.63
HeII	H	54.4	2	1	1.575	1.338	2.99	1	1.30
(*)LiI	Li	5.	2	1	2.79	1.99	2.16	1	3.00
LiII	He	75.6	1	2	2.90	1.47	2.32	2	1.10
LiIII	H	122.4	2	1	0.74	1.312	2.98	1	1.50
(*)BeI	Be	9.3	1	2	4.39	2.6	3.0	2	1.80
BeII	Li	18.2	2	1	1.50	1.90	2.16	1	2.50
BeIII	He	153.9	1	2	1.43	1.40	2.50	2	1.40
BeIV	H	217.7	2	1	0.42	1.303	2.96	1	1.65
(*)BI	B	8.3	2	1	9.57	2.19	2.0	3	0.24
BII	Be	25.2	1	2	2.52	2.6	3.0	2	1.80
BIII	Li	37.9	2	1	0.92	1.82	2.16	1	2.20
BIV	He	259.3	1	2	0.83	1.35	2.64	2	1.60
BV	H	340.1	2	1	0.28	1.294	2.96	1	1.70
CI	C	11.3	1	2	12.19	3.317	2.0	4	0.36
CII	B	24.2	2	1	4.6	1.950	3.0	3	0.60
CIII	Be	47.9	1	2	1.6	2.6	3.0	2	1.8
CIV	Li	64.5	2	1	0.618	1.737	2.16	1	2.0
CV	He	392.	1	2	0.526	1.325	2.76	2	1.9
CVI	H	490.	2	1	0.194	1.287	2.95	1	1.70
NI	N	14.5	4	1	11.42	4.29	2.0	5	0.20
NII	C	29.6	1	2	6.65	2.86	3.0	4	0.74
NIII	B	47.4	2	1	2.06	1.63	3.0	3	1.1
NIV	Be	77.5	1	2	1.08	2.6	3.0	2	1.8
NV	Li	97.9	2	1	0.449	1.669	2.22	1	1.8
NVI	He	552.	1	2	0.371	1.314	2.79	2	1.9
NVII	H	667.	2	1	0.142	1.287	2.95	1	1.9
OI	O	13.6	5	4	9.05	4.378	1.5	6	0.25
OII	N	35.1	4	1	7.32	3.837	2.5	5	0.67
OIII	C	54.9	1	2	3.65	2.014	3.0	4	0.96
OIV	B	77.4	2	1	1.27	0.831	3.0	3	1.2
OV	Be	114.	1	2	0.78	2.6	3.0	2	1.8
OVI	Li	138.	2	1	0.337	0.611	2.26	1	1.6
OVII	He	739.	1	2	0.275	1.308	2.81	2	1.9
OVIII	H	871.	2	1	0.109	1.287	2.95	1	1.6

## PARAMETROS (Cont.)

(*)PI	F	17.4	4	5	10.96	3.89	1.35	7	0.04
FII	O	35.0	5	4	7.14	2.95	2.16	6	0.55
FIII	N	62.7	4	1	5.30	2.99	2.77	5	1.20
FIV	C	87.1	1	2	3.10	1.56	3.0	4	1.15
FV	B	114.2	2	1	0.756	1.01	3.0	3	1.20
FVI	Be	157.1	1	2	0.520	2.1	2.48	2	1.75
FVII	Li	185.1	2	1	0.259	1.57	2.29	1	1.60
FVIII	He	953.6	1	2	0.23	1.29	2.88	2	1.80
FIX	H	1103.	2	1	0.089	1.26	2.92	1	1.60
NeI	Ne	21.6	1	4	5.35	3.769	1.0	8	0.1
NeII	F	41.1	4	5	7.39	2.717	1.5	7	0.24
NeIII	O	63.7	5	4	5.78	2.346	2.5	6	0.87
NeIV	N	97.0	4	1	3.11	1.963	3.0	5	1.5
NeV	C	126.	1	2	1.4	1.471	3.0	4	1.3
NeVI	B	158.	2	1	0.49	1.145	3.0	3	1.2
NeVII	Be	207.	1	2	0.315	1.900	2.06	2	1.7
NeVIII	Li	239.	2	1	0.207	1.561	2.31	1	1.6
NeIX	He	1195.	1	2	0.18	1.28	2.95	2	1.7
NeX	H	1360.	2	1	0.075	1.25	2.90	1	1.6
(*)NaI	Na	5.1	2	1	0.120	5.25	0.91	1	0.4
NaII	Ne	47.3	1	4	5.271	3.16	1.68	8	0.48
NaIII	F	71.7	4	5	5.198	2.113	1.63	7	0.8
NaIV	O	98.9	5	4	3.820	1.91	2.52	6	1.00
NaV	N	138.	4	1	3.0	1.39	2.40	5	1.40
NaVI	C	172.	1	2	1.160	1.24	2.65	4	1.25
NaVII	B	208.	2	1	0.58	1.072	2.64	3	1.20
NaVIII	Be	264.	1	2	0.34	1.81	2.1	2	1.6
NaIX	Li	292.	2	1	0.168	1.541	2.32	1	1.4
NaX	He	1455.	1	2	0.16	1.27	2.93	2	1.65
NaXI	H	1649.	2	1	0.064	1.236	2.9	1	1.5
MgI	Mg	7.6	1	2	1.2	3.0	1.4	2	0.2
MgII	Na	15.0	2	1	0.24	3.708	0.91	1	1.0
MgIII	Ne	80.1	1	4	5.2	2.65	2.0	8	1.1
MgIV	F	109.	4	5	3.83	1.0	2.0	7	1.2
MgV	O	141.	5	4	2.54	1.0	2.3	6	1.1
MgVI	N	186.	4	1	2.31	1.2	1.97	5	1.2
MgVII	C	224.	1	2	1.19	1.072	2.18	4	1.1
MgVIII	B	266.	2	1	0.449	1.018	2.38	3	1.2
MgIX	Be	328.	1	2	0.239	1.75	2.15	2	1.3
MgX	Li	367.	2	1	0.139	1.533	2.34	1	1.2
MgXI	He	1761.	1	2	0.13	1.25	2.9	2	1.6
MgXII	H	1963.	2	1	0.055	1.22	2.9	1	1.4
(*)AlI	Al	6.0	2	1	10.0	5.01	0.74	3	0.88
AlII	Mg	18.8	1	2	1.8	1.81	1.91	2	0.63

## PARAMETROS (Cont.)

ALIII	Na	28.4	2	1	0.48	2.512	1.84	1	1.2
ALIV	Ne	120.	1	4	4.041	2.21	2.20	8	1.1
ALV	F	154.	4	5	2.794	1.567	1.81	7	1.2
ALVI	O	190.	5	4	1.367	1.45	2.14	6	1.1
ALVII	N	241.	4	1	1.759	1.135	2.05	5	1.25
ALVIII	C	284.	1	2	0.919	0.95	2.35	4	1.2
ALIX	B	330.	2	1	0.352	1.04	2.46	3	1.2
ALX	Be	395	1	2	0.225	1.71	2.18	2	1.4
ALXI	Li	439.	2	1	0.117	1.524	2.35	1	1.3
ALXII	He	2082.	1	2	0.11	1.23	2.96	2	1.6
ALXIII	H	2303.	2	1	0.049	1.213	2.9	1	1.4
SI	Si	8.2	1	2	23.9	2.066	1.6	2	1.0
SII	Al	16.3	2	1	4.69	2.563	1.88	1	1.0
SIII	Mg	33.5	1	2	2.99	1.553	2.32	2	1.1
SIV	Na	45.1	2	1	0.954	1.508	3.14	1	1.6
SIv	Ne	167.	1	4	3.20	1.0	2.3	8	1.3
SIvI	F	205.	4	5	2.06	1.341	1.88	7	1.2
SIvII	O	246.	5	4	0.771	1.163	2.02	6	1.1
SIvIII	N	303.	4	1	1.36	1.099	2.12	5	1.3
SIx	C	351.	1	2	0.721	1.030	2.28	4	1.2
SIx	B	401.	2	1	0.28	1.046	2.52	3	1.2
SIxI	Be	476.	1	2	0.181	1.670	2.21	2	1.5
SIxII	Li	523.	2	1	0.0998	1.517	2.36	1	1.2
SIxIII	He	2438.	1	2	0.10	1.20	3.0	2	1.6
SIxIV	H	2673.	2	1	0.044	1.20	2.99	1	1.4
(*)PI	P	10.5	4	1	17.8	1.384	1.86	3	1.0
PII	Si	19.7	1	2	13.	1.413	2.13	2	1.0
PIII	Al	30.2	2	1	1.5	0.74	2.48	1	1.05
PIV	Mg	51.4	1	2	1.9	1.5	2.94	2	1.4
PV	Na	65.0	2	1	0.4	0.83	3.02	1	1.3
PVI	Ne	220.	1	4	3.172	1.66	2.07	8	1.3
PVII	F	263.	4	5	1.641	1.24	1.93	7	1.25
PVIII	O	309.	5	4	0.562	1.17	2.09	6	1.1
PIX	N	380.	4	1	1.088	1.08	2.18	5	1.3
PX	C	434.	1	2	0.583	1.03	2.32	4	1.25
PXI	B	494.	2	1	0.229	1.06	2.58	3	1.2
PXII	Be	576.	1	2	0.159	1.64	2.24	2	1.5
PXIII	Li	621.	2	1	0.086	1.513	2.37	1	1.25
PXIV	He	2830.	1	2	0.087	1.20	3.0	2	1.6
PXV	H	3066.	2	1	0.039	1.193	2.9	1	1.4
SI	S	10.4	5	4	5.8	2.849	1.35	4	0.3
SII	P	23.4	4	1	17.8	1.384	1.86	3	1.0
SIII	Si	35.0	1	2	6.0	1.085	2.67	2	1.0
SIV	Al	47.3	2	1	0.669	0.30	3.0	1	1.1
SV	Mg	72.5	1	2	1.29	1.481	3.02	2	1.3
SVI	Na	88.0	2	1	0.195	0.40	3.0	1	1.1
SVII	Ne	281.	1	4	3.0	1.351	1.87	8	1.3

## PARAMETROS (Cont.)

SVIII	F	329	4	5	1.31	1.19	1.98	7	1.3
SIX	O	379	5	4	0.481	1.088	2.14	6	1.1
SX	N	447	4	1	0.88	1.051	2.22	5	1.3
SXI	C	505	1	2	0.447	1.015	2.35	4	1.3
SXII	B	565	2	1	0.19	1.07	2.62	3	1.2
SXIII	Be	652	1	2	0.141	1.621	2.25	2	1.5
SXIV	Li	707	2	1	0.0749	1.506	2.38	1	1.3
SXV	He	3224	1	2	0.08	1.2	3.0	2	1.6
SXVI	H	3494	2	1	0.035	1.19	2.9	1	1.4
(*) CII	Cl	1310.	4	5	10.0	2.0	1.5	5	1.0
CIII	S	23.8	5	4	5.8	2.849	1.35	4	0.3
CIIII	P	39.9	4	1	17.8	1.384	1.86	3	1.0
CLIV	Si	63.5	1	2	3.5	0.891	2.99	2	1.0
CLV	Al	67.8	2	1	0.25	0.15	3.43	1	1.15
CLVI	Mg	96.7	1	2	0.46	1.45	3.40	2	1.55
CLVII	Na	114.3	2	1	0.011	0.20	2.85	1	0.9
CLVIII	Ne	348.3	1	4	2.688	0.15	1.72	8	1.4
CLIX	F	380	4	5	1.031	1.10	2.03	7	1.3
CLX	O	420	5	4	0.388	1.02	2.16	6	1.1
CLXI	N	510	4	1	0.715	1.04	3.18	5	1.3
CLXII	C	647	1	2	0.392	0.99	2.40	4	1.3
CLXIII	B	718	2	1	0.157	1.096	2.68	3	1.2
CLXIV	Be	803	1	2	0.120	1.59	2.28	2	1.55
CLXV	Li	843	2	1	0.065	1.503	2.39	1	1.25
CLXVI	He	3702	1	2	0.068	1.20	3.0	2	1.6
CLXVII	H	3939	2	1	0.032	1.178	2.90	1	1.4

(\*) Elementos cuyos valores de sus parámetros fueron calculados por extrapolación gráfica.

## 2.4 GRAFICAS

En las siguientes figuras, se determinan los parámetros desconocidos para todas las etapas de ionización de los átomos Li, Be, B, F, Na, Al, P y Cl que se obtienen por interpolación gráfica de los valores dados por Mac Alpine y Cox. Las ocho primeras corresponden a la energía de umbral ( $E_{th}$ ) de los iones respectivos. Para la determinación de los parámetros  $\alpha$  y  $s$  se emplearon las figuras 9-12 y 13-16, respectivamente y para el cálculo de la sección eficaz

tiva de umbral ( $\sigma_{th}$ ) las figuras 17-23 se utilizaron para este fin. Para el factor de enfocamiento de Cox se emplearon las figuras 24-30 Los valores calculados se muestran en las gráficas por medio de círculos, mientras que los valores conocidos aparecen solamente como puntos.

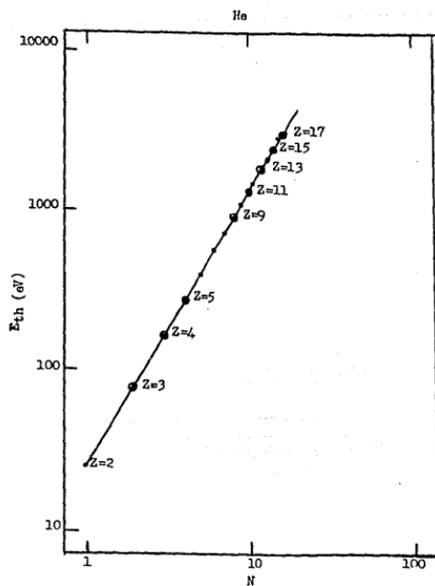
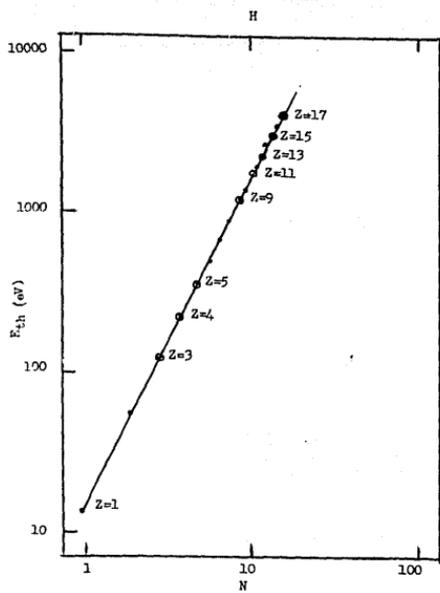


Fig.1

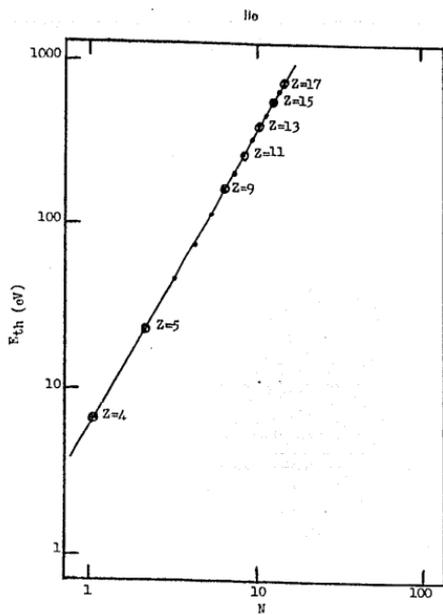
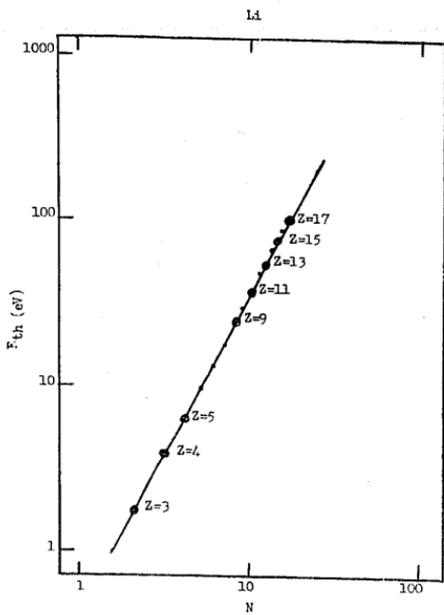


Fig. 2

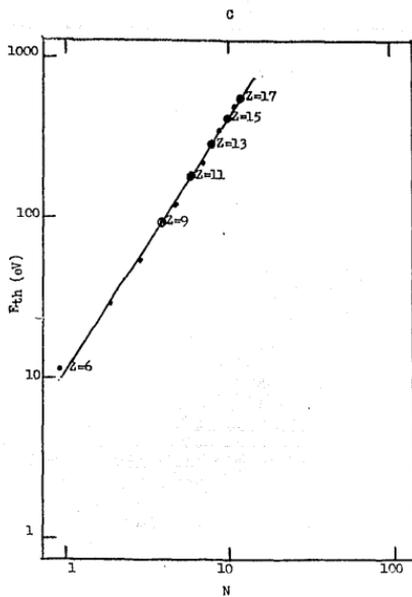
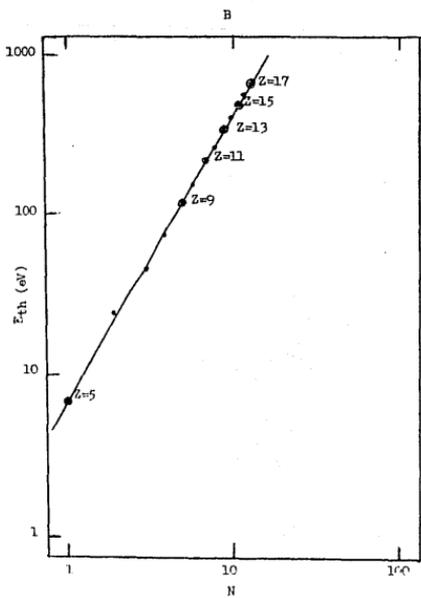


Fig. 3

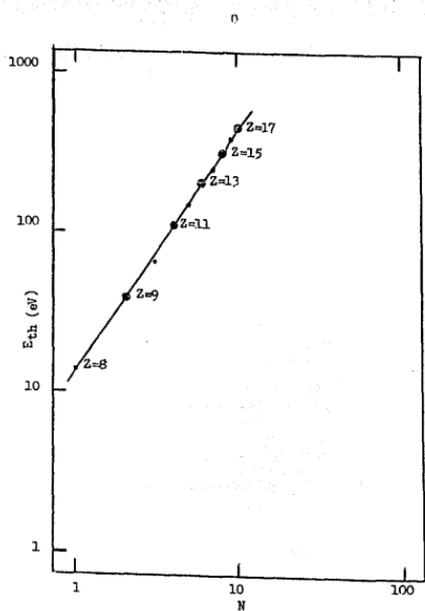
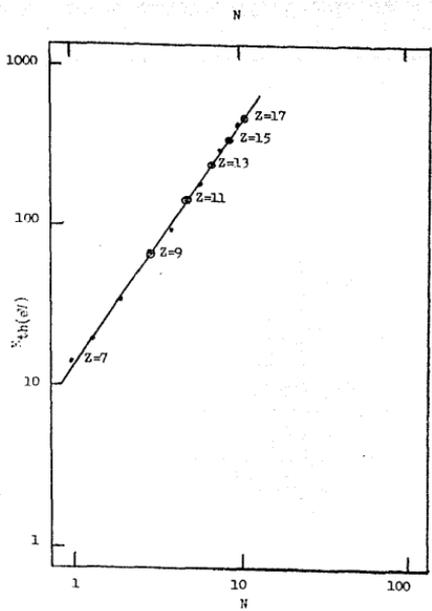


Fig.4

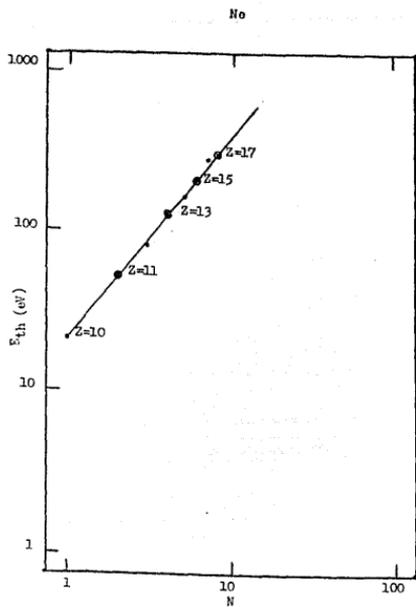
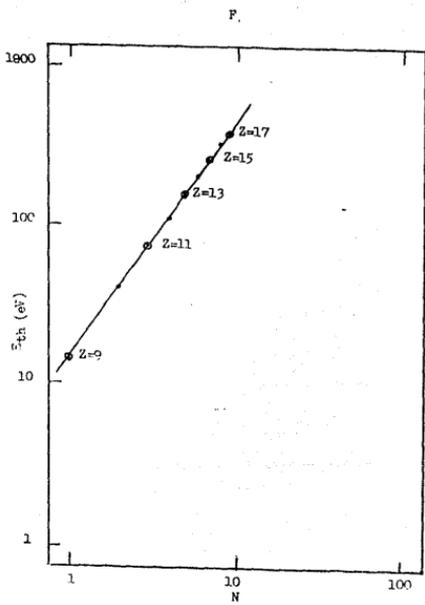
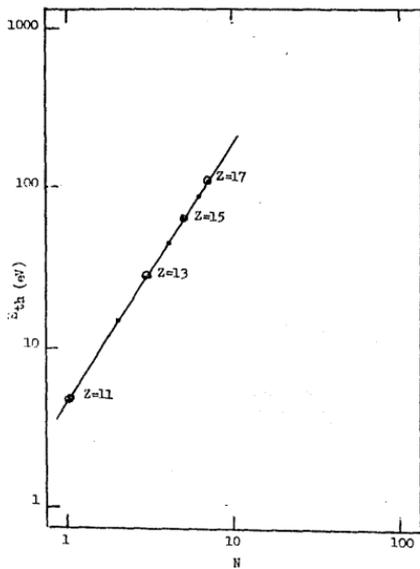


Fig. 5

Na



Mg

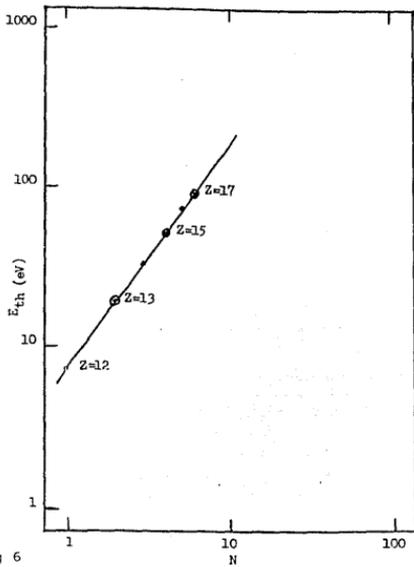
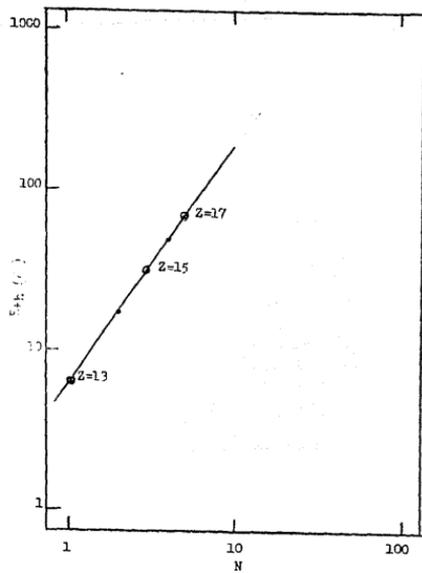


Fig. 6

A1



B1

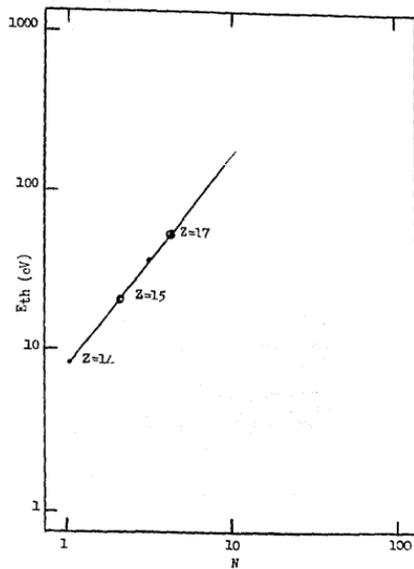


Fig. 7

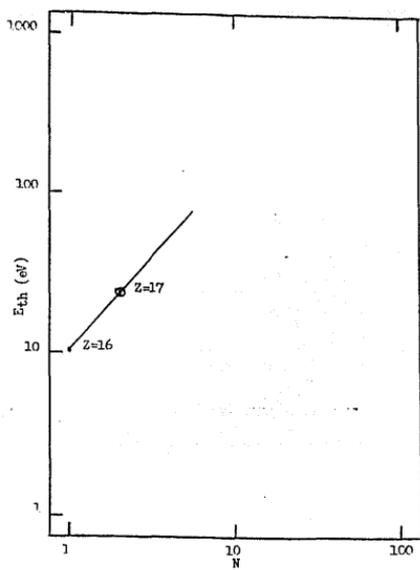
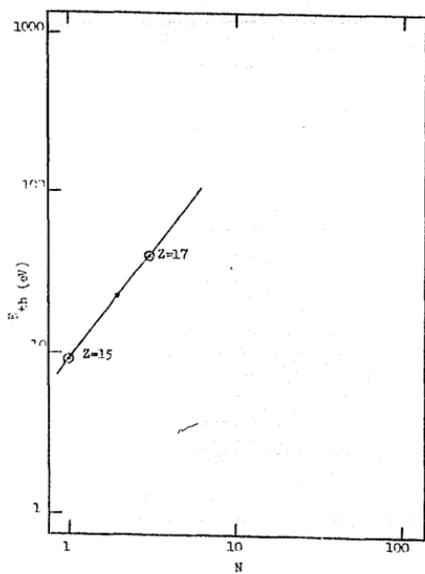
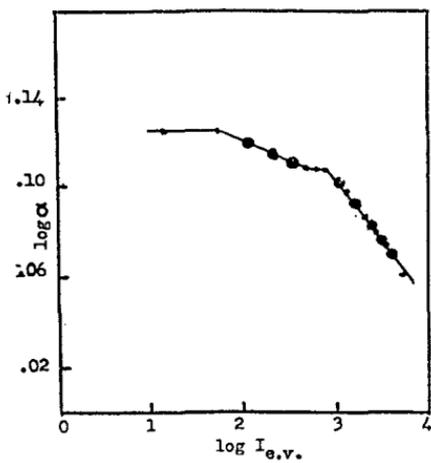
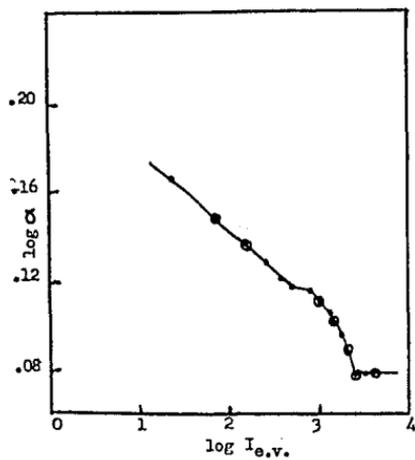


Fig. 8

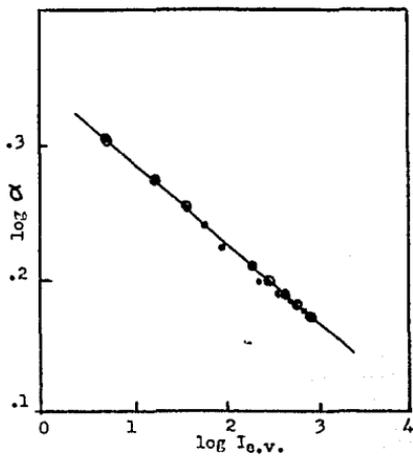
H



He



Li



Be

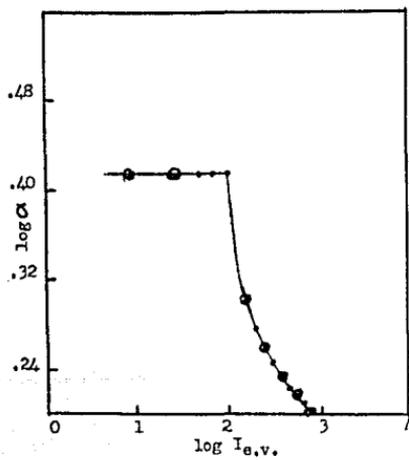
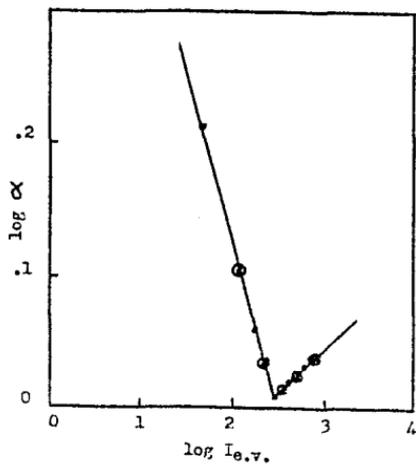
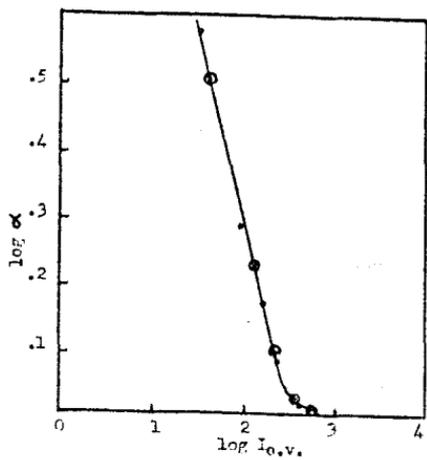


Fig.9

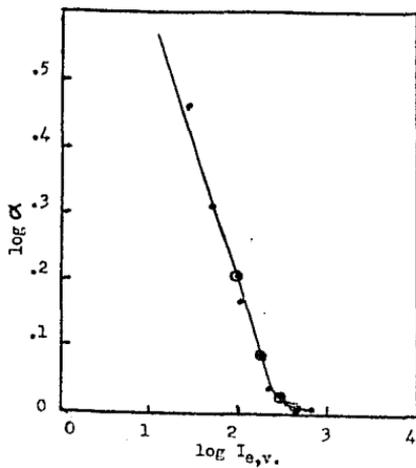
B



Ni



C



O

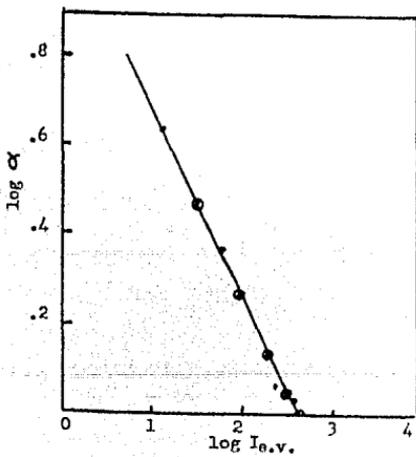
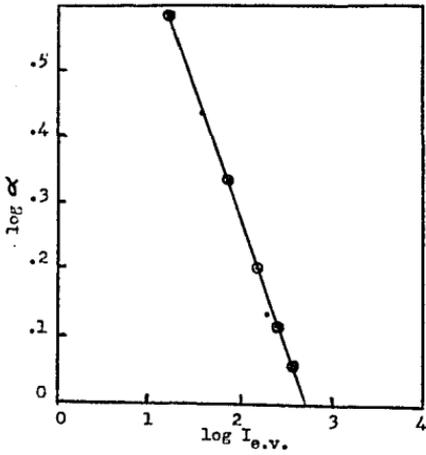
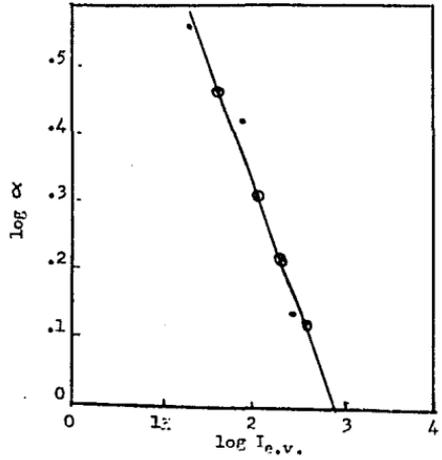


Fig.10

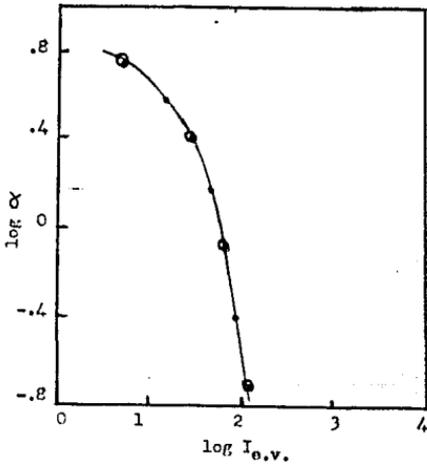
P



Ne



Na



Mg

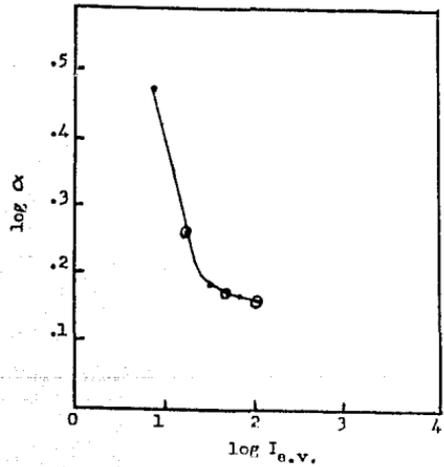
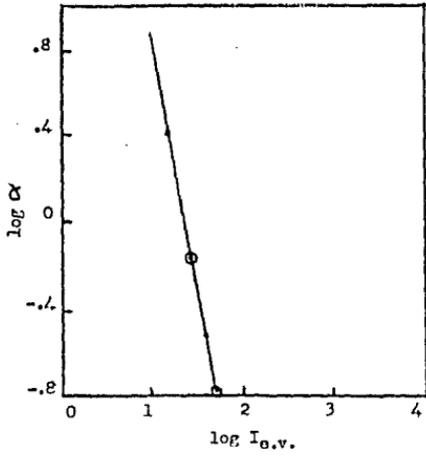


Fig. 11

A1



S1

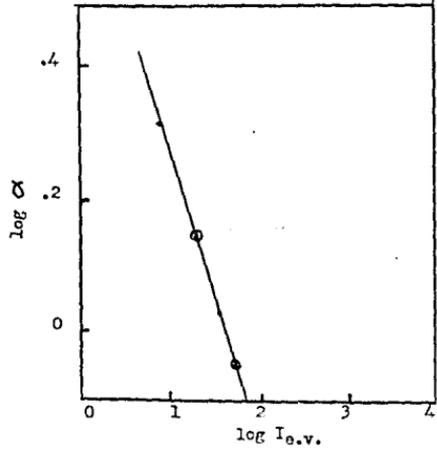
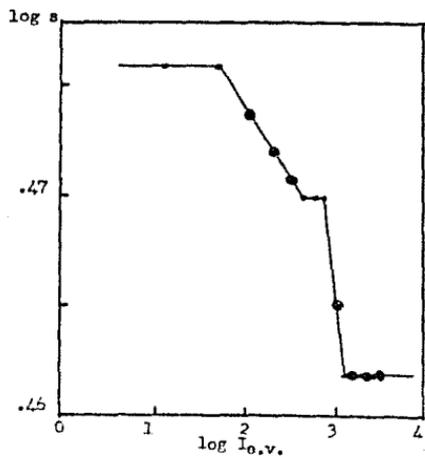
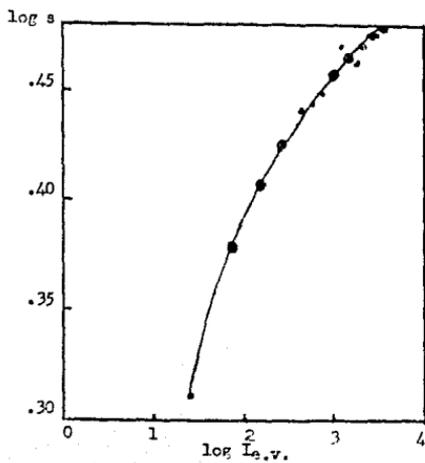


Fig.12

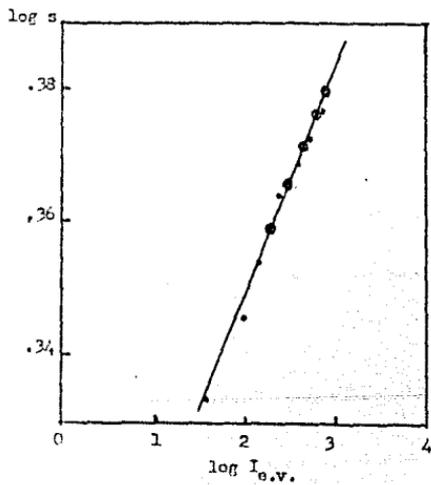
H



He



Li



Be

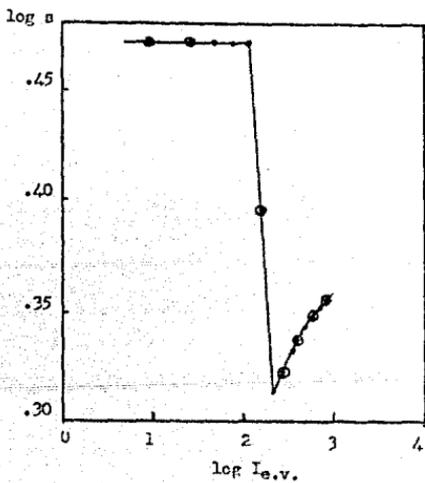


Fig.13

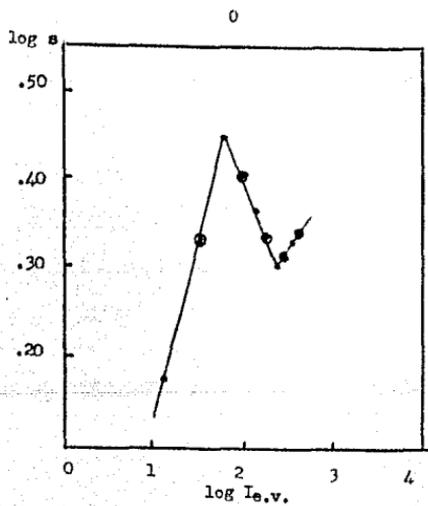
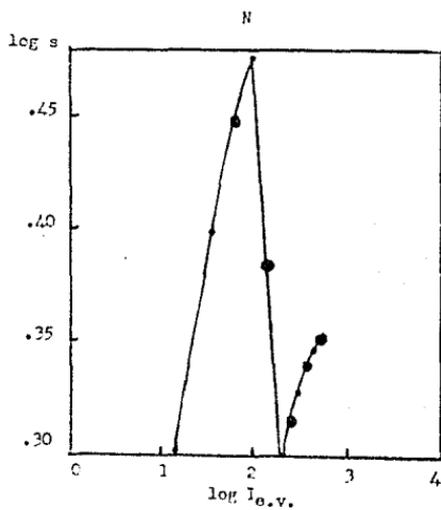
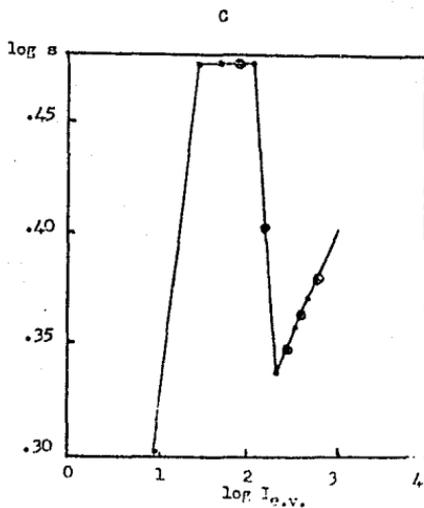
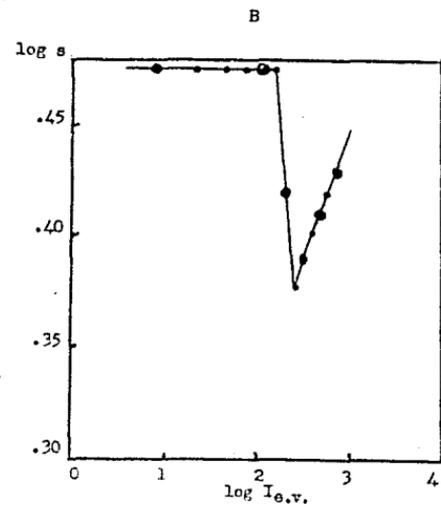
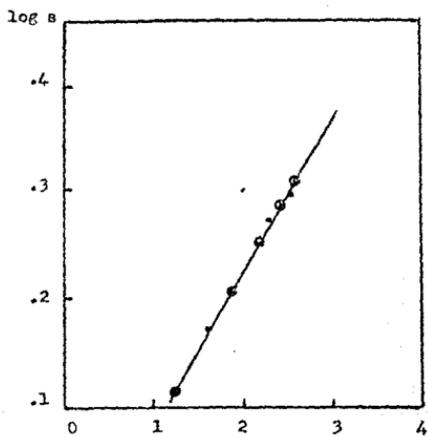
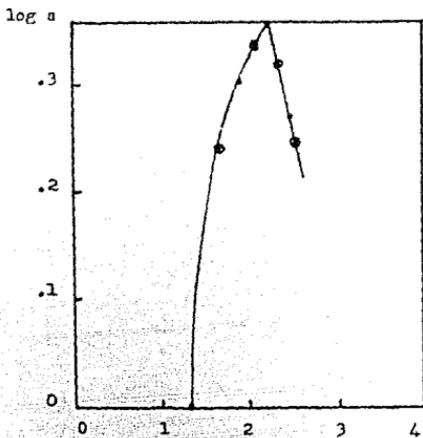


Fig. 14

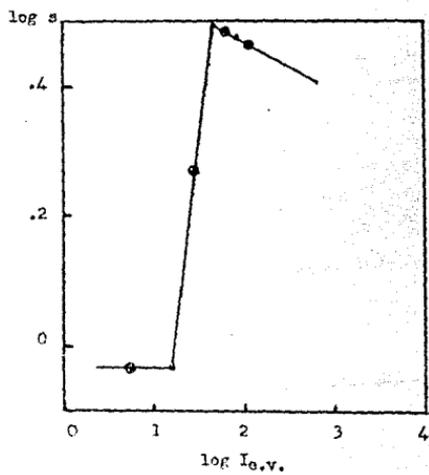
F



Ne



Na



Hg

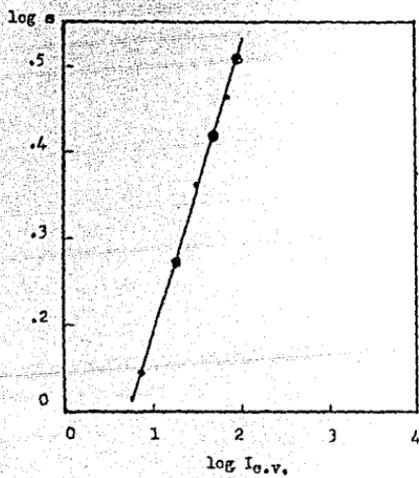


Fig. 15

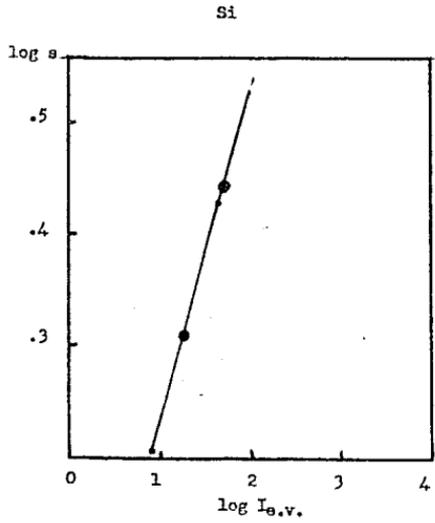
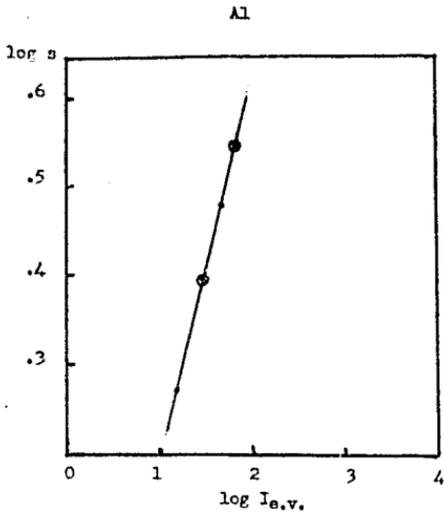
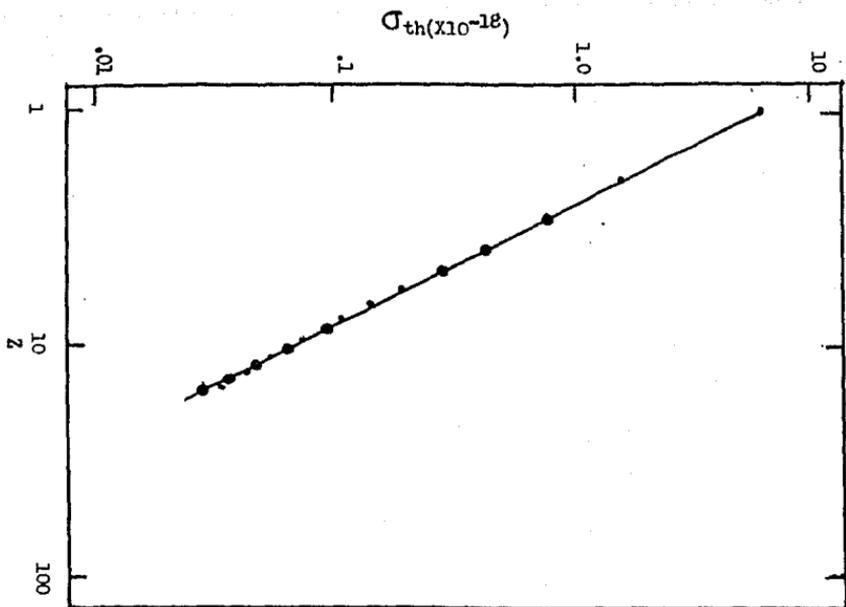


Fig.16

H



He

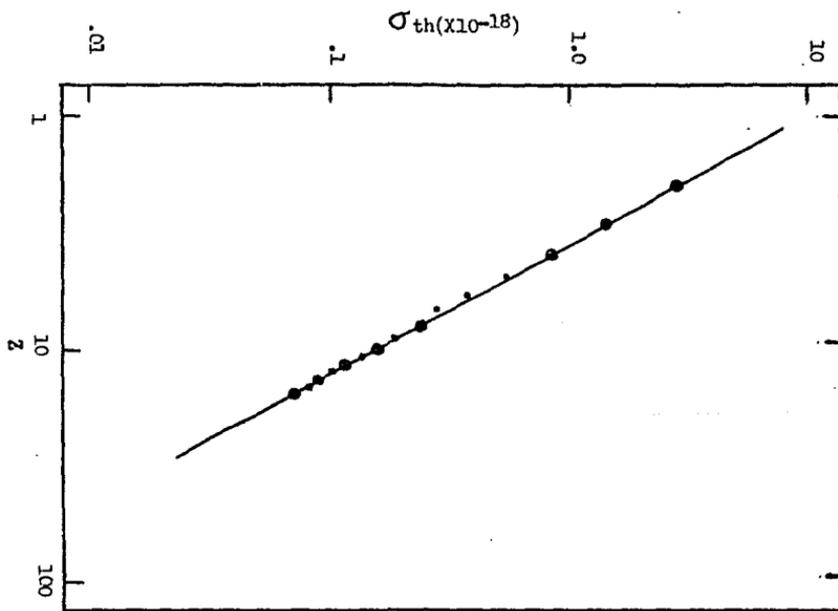
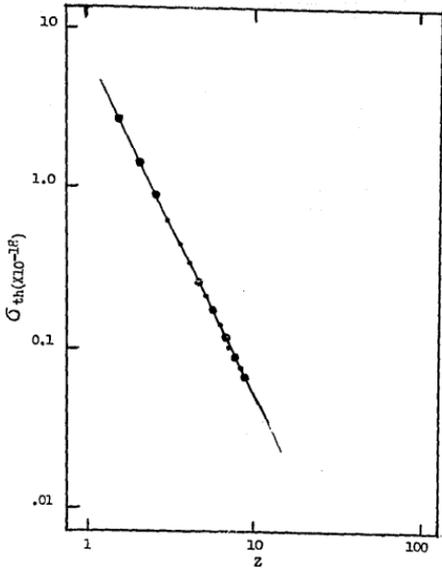


Fig. 17

L1



B0

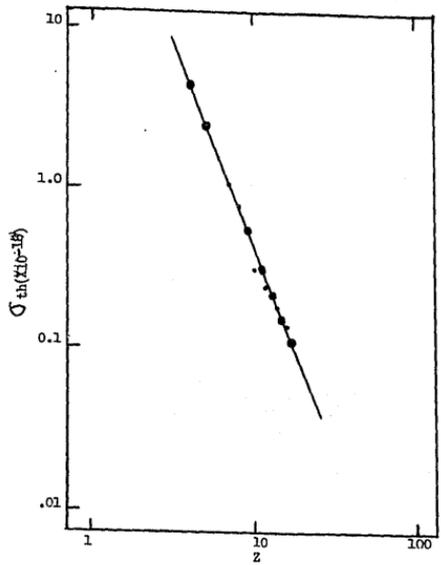


Fig. 18

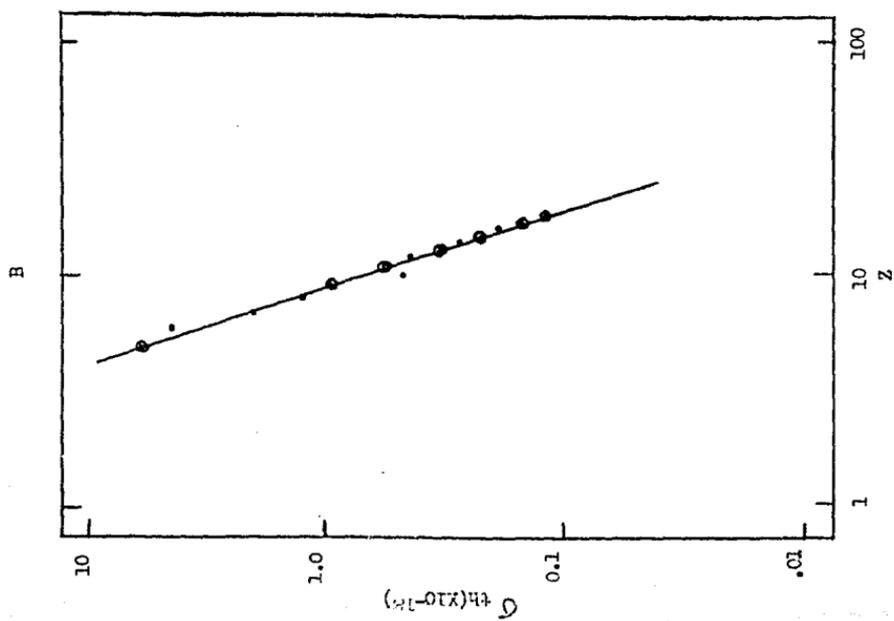
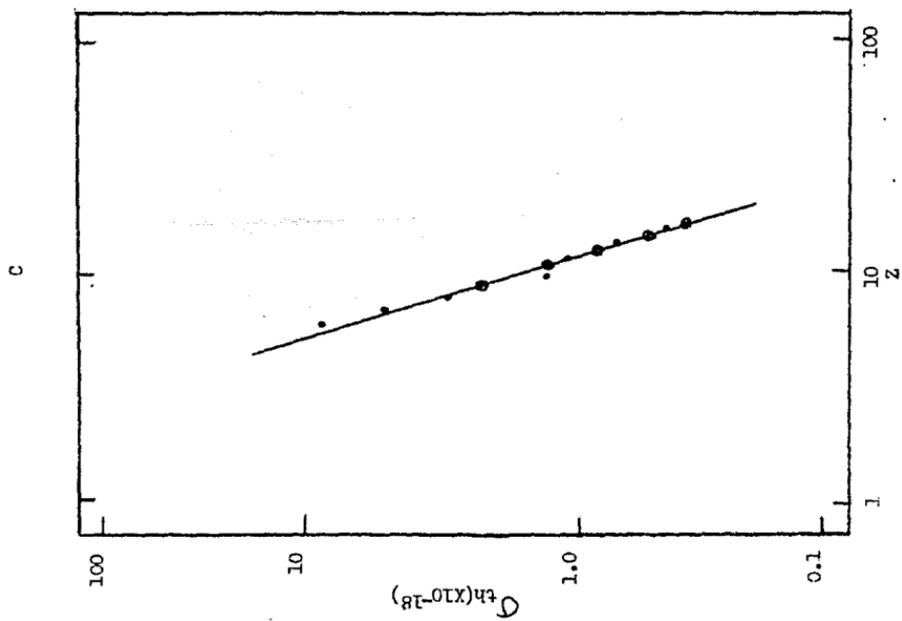


Fig. 19

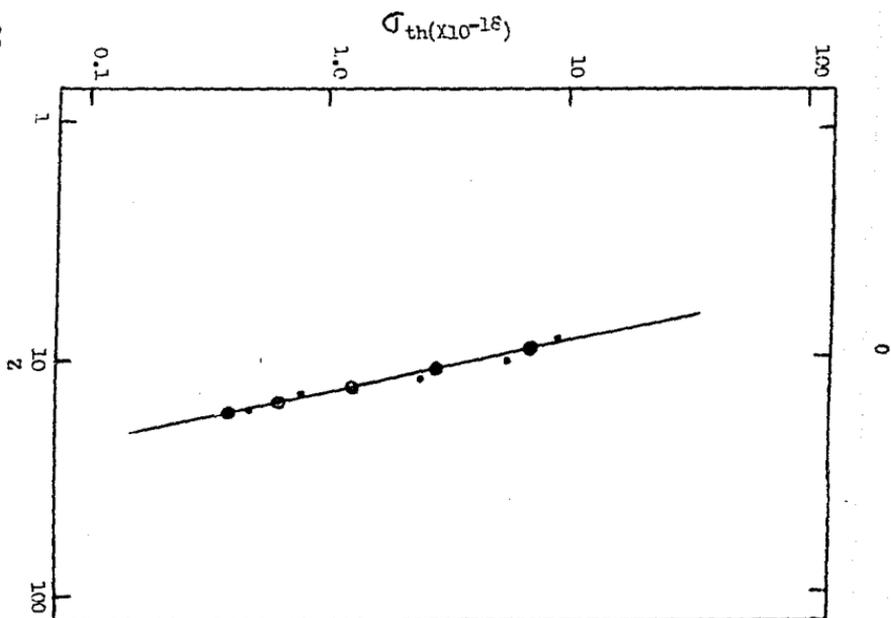
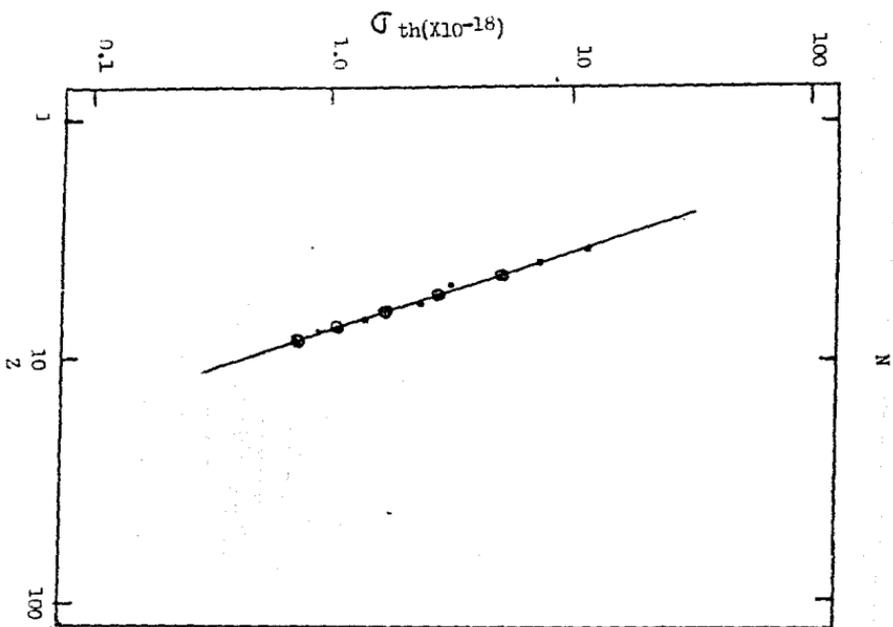


Fig. 20

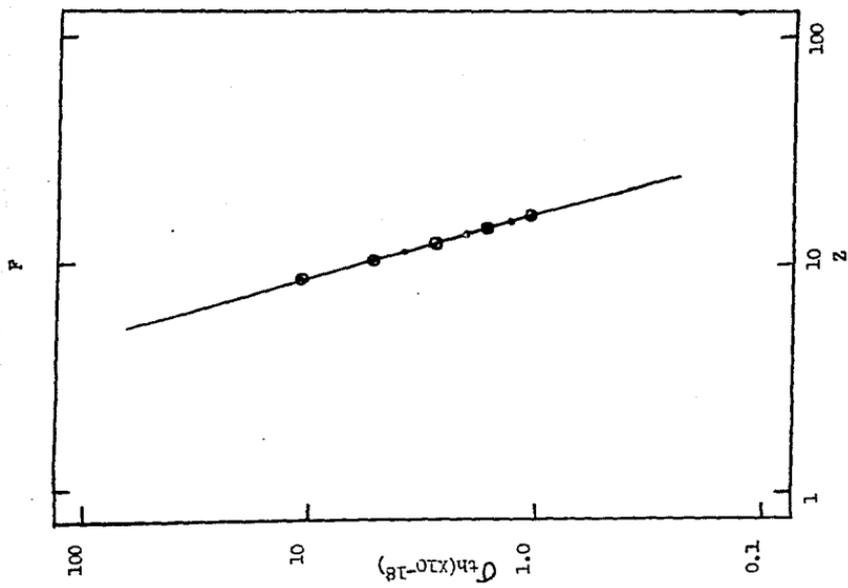
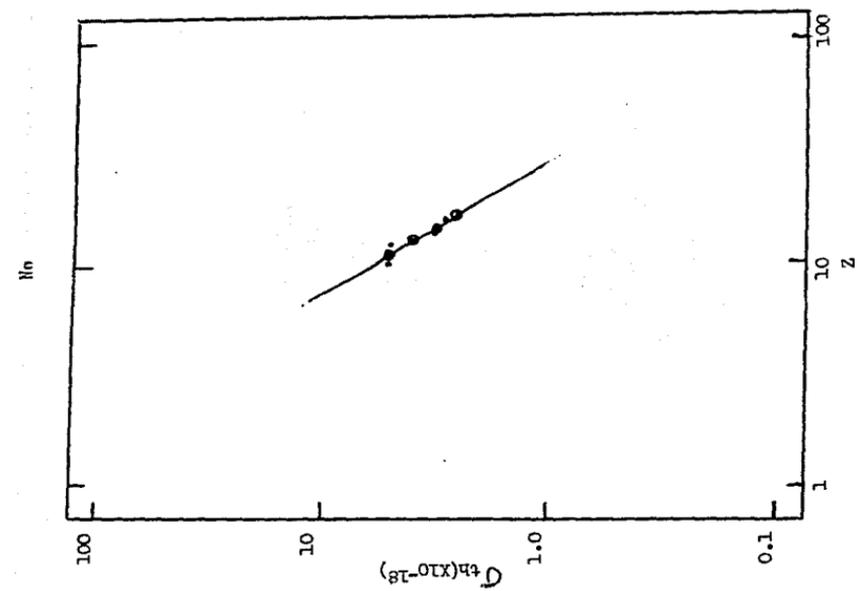


Fig. 21

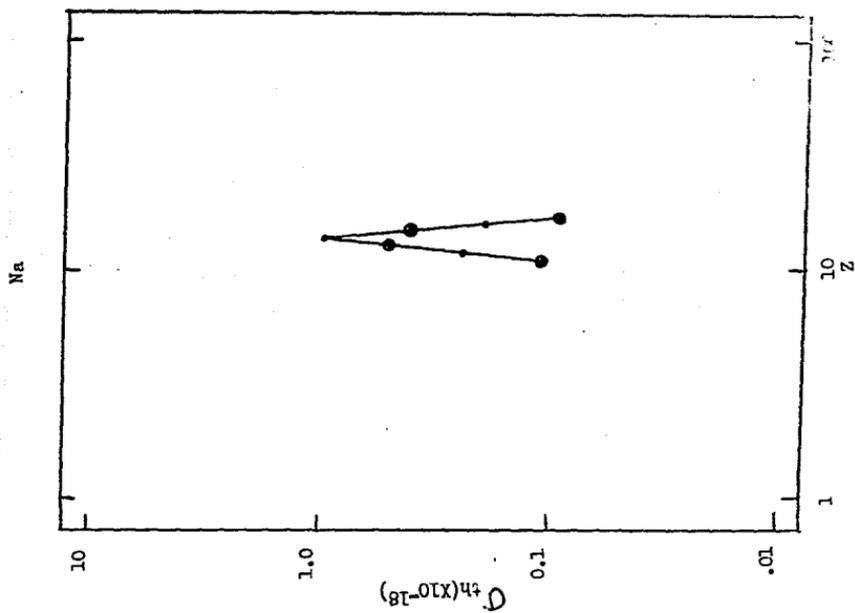
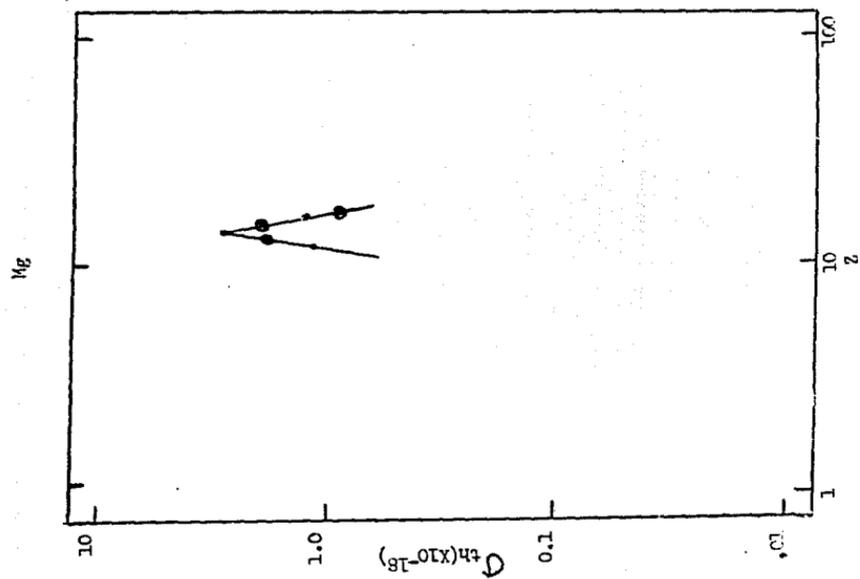
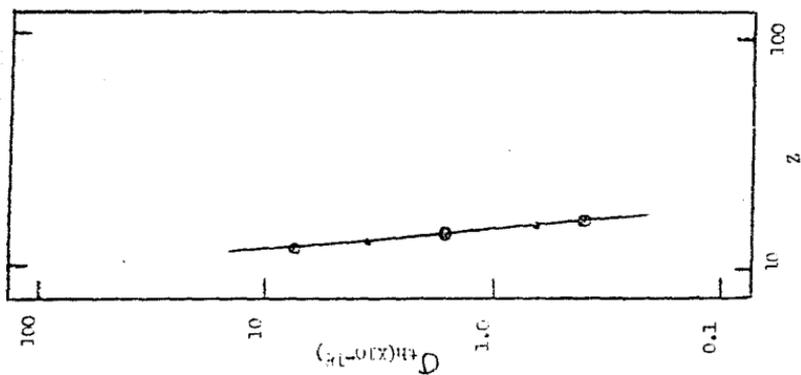
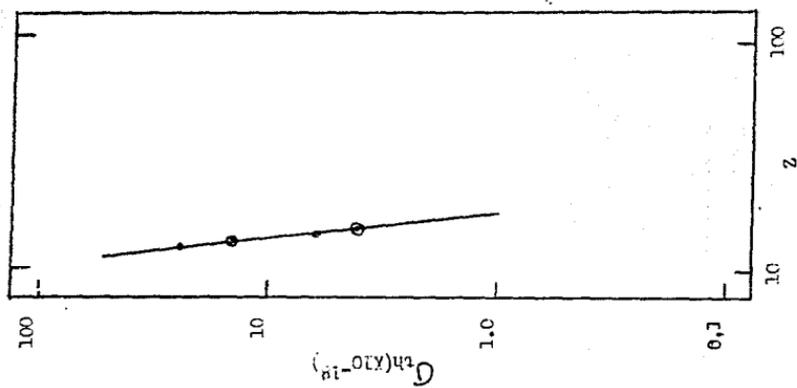
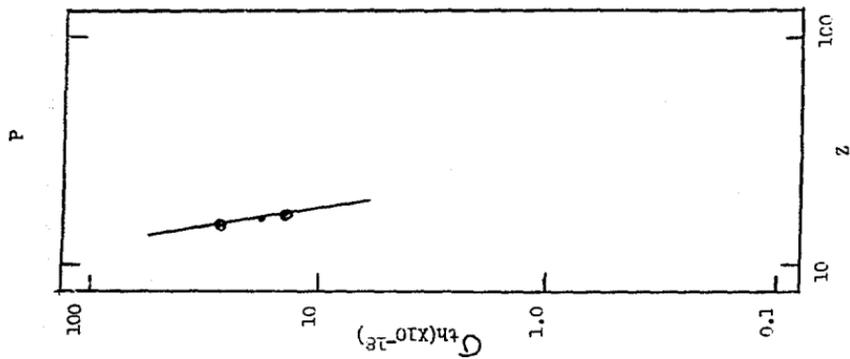


Fig. 22



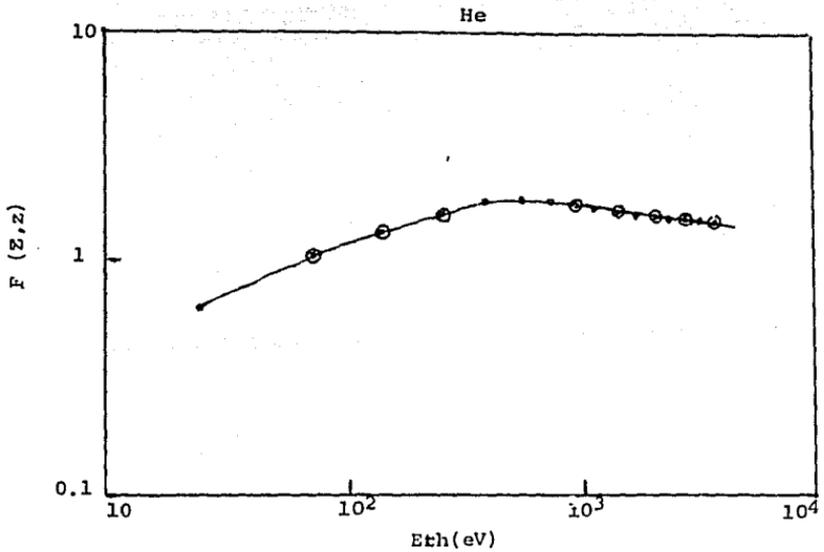
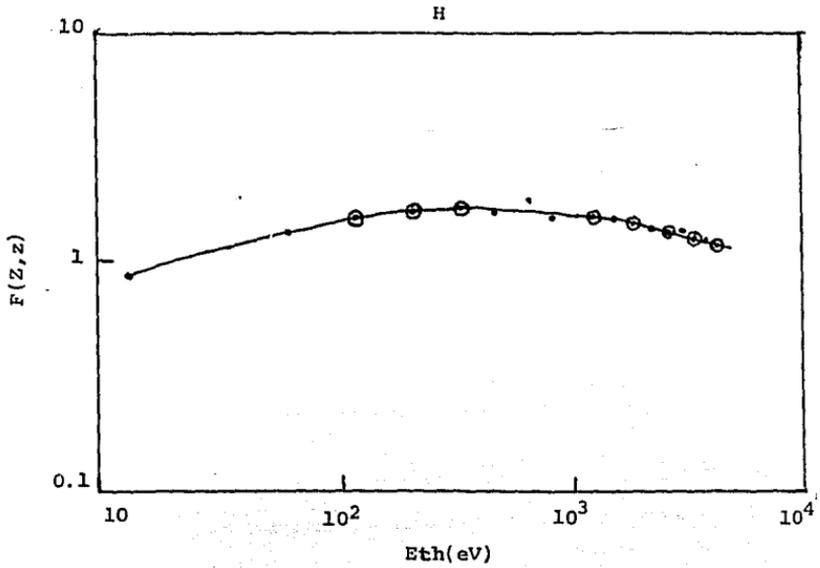
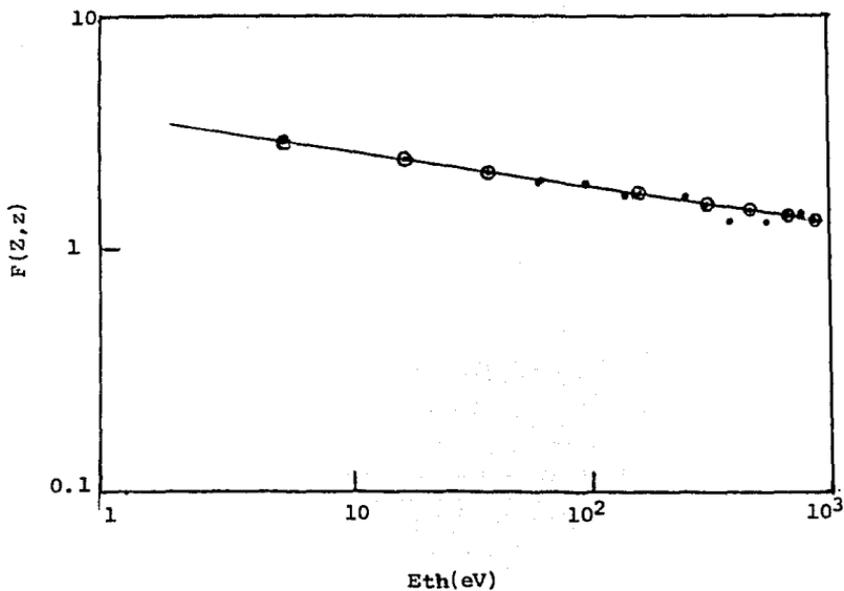


Fig.24

Li



Be

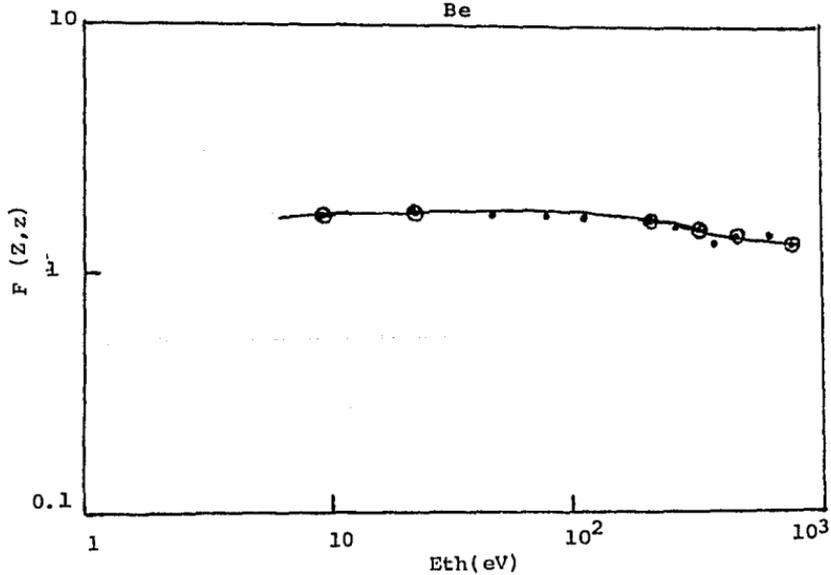


Fig. 25

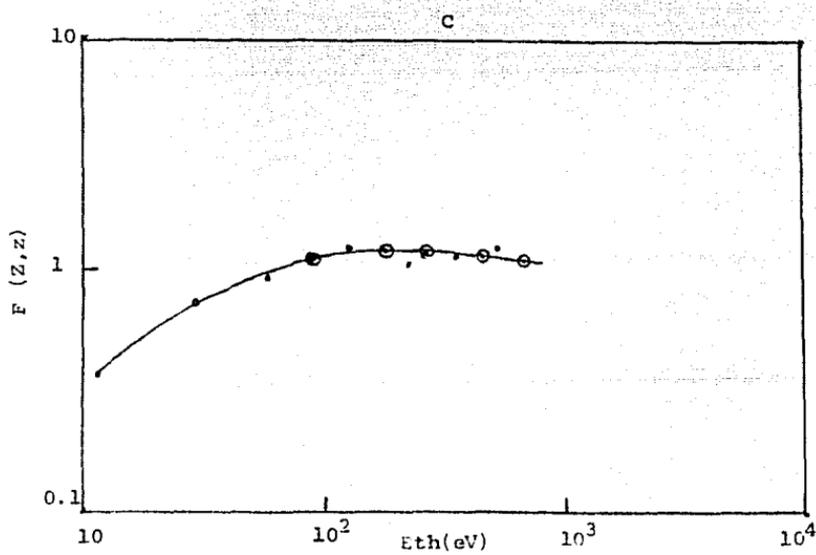
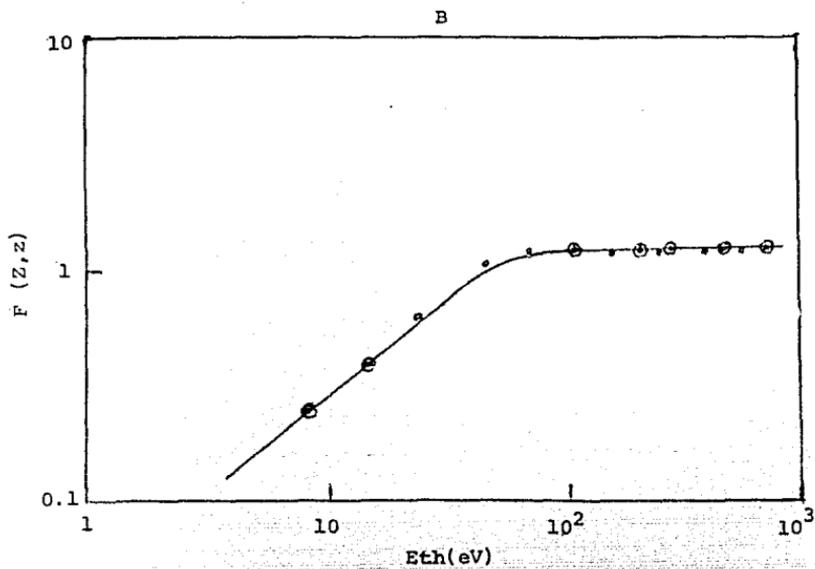


Fig. 26

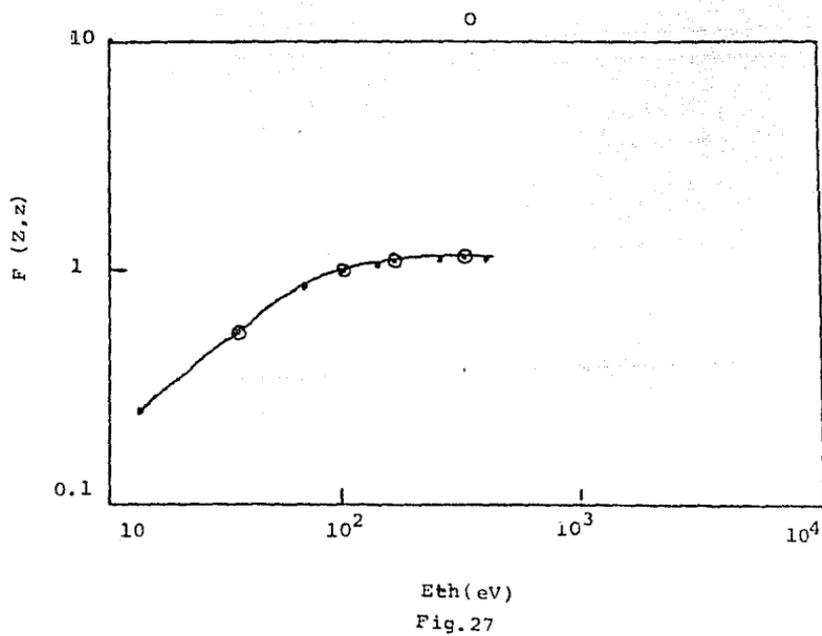
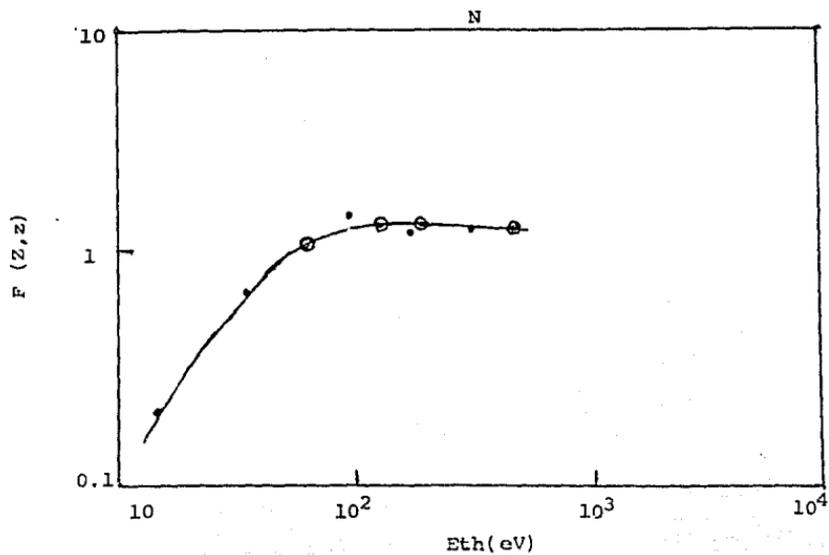


Fig. 27

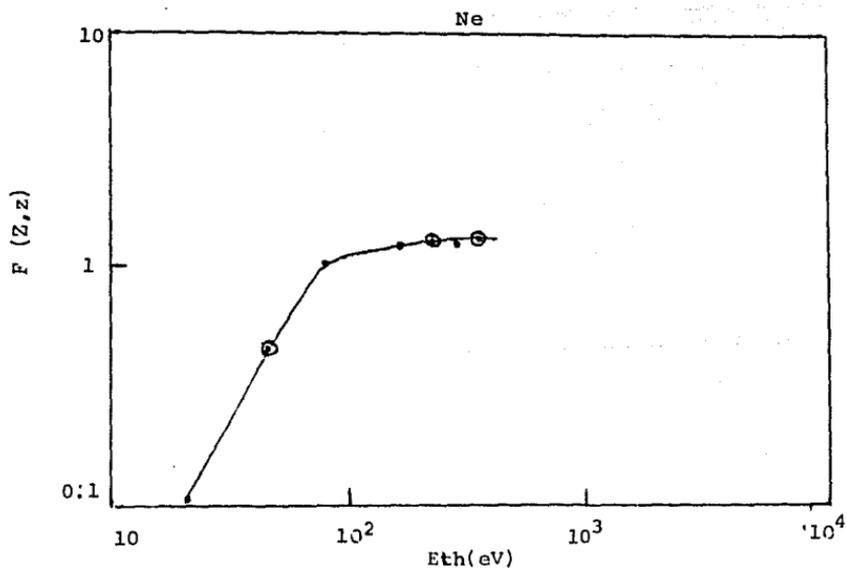
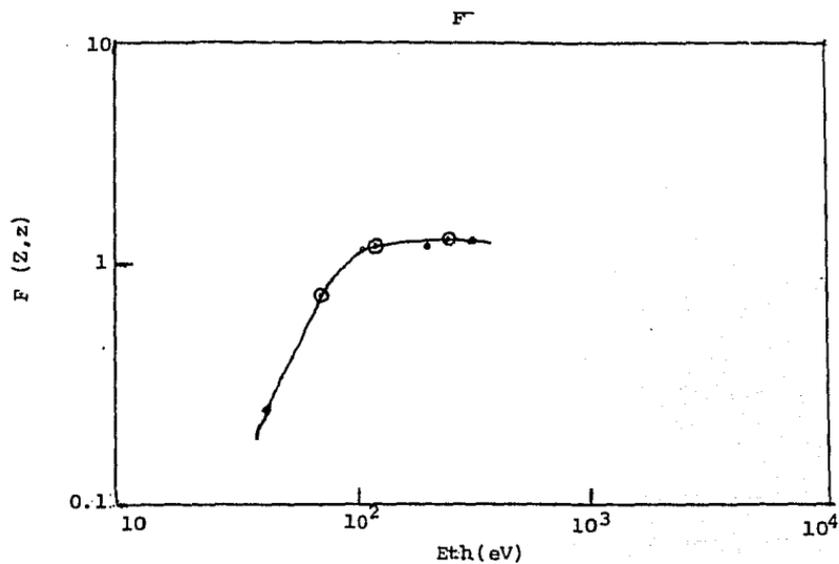


Fig. 28

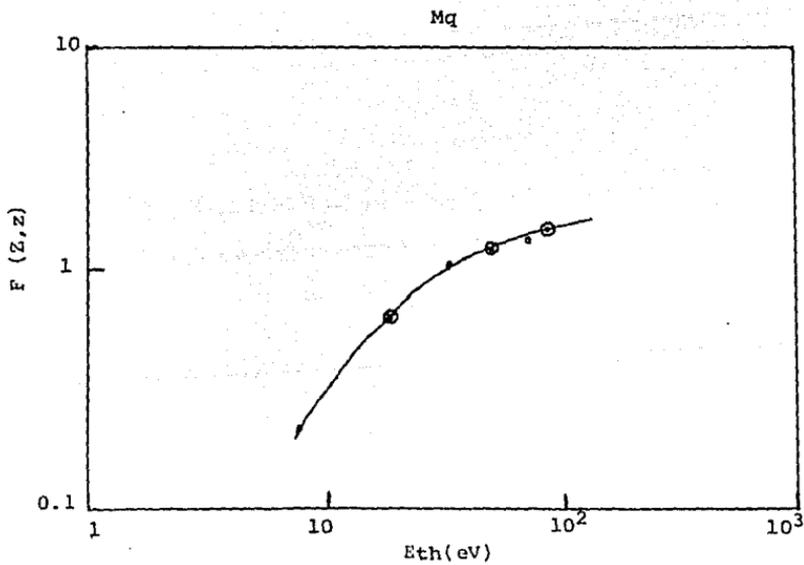
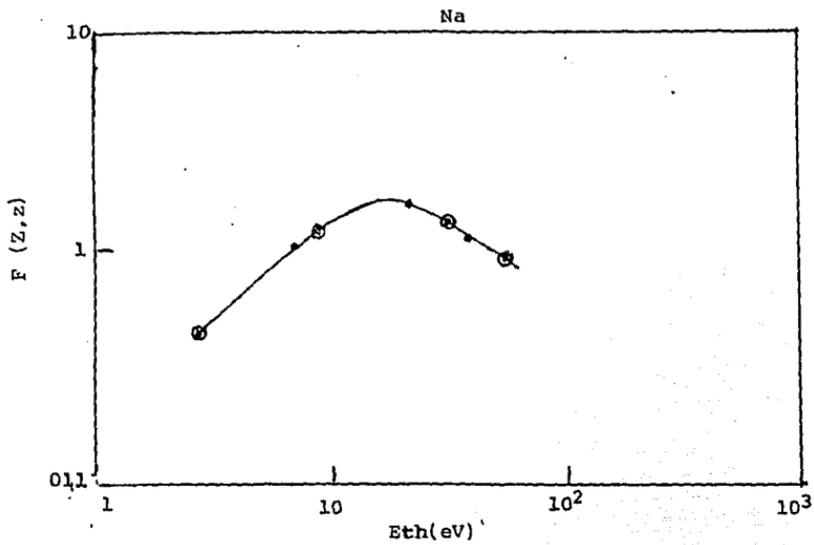


FIG. 29

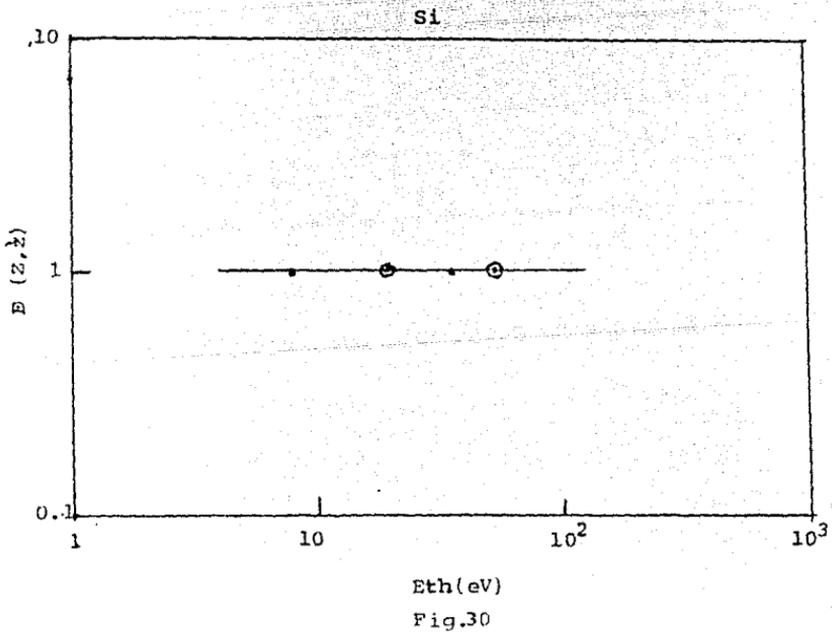
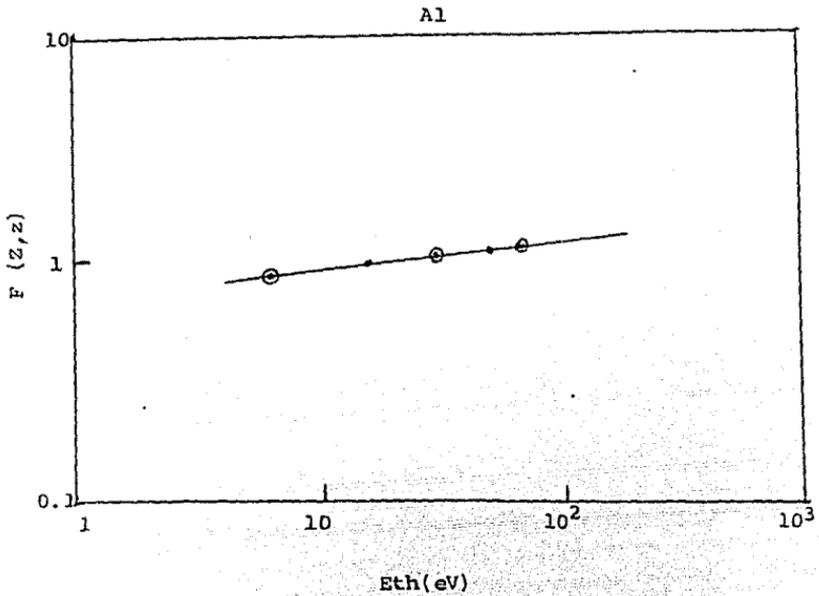


Fig.30

### CAPITULO III

#### MODELO DE ENFRIAMIENTO DE UN PLASMA.

##### INTRODUCCION:

Las tasas de radiación y los estados ionizados de átomos a altas temperaturas ( $10^3$ - $10^8$  K) y bajas densidades ( $10^{16}$  cm<sup>-3</sup>) de plasmas, son de gran interés tanto en fusión controlada como en astrofísica. Las impurezas de iones de elementos pesados son un serio problema en plasmas confinados. En los experimentos actuales de Tokamak se han determinado que las impurezas contribuyen significativamente a las pérdidas de energía que enfrían un plasma.

Como ya se dijo, los plasmas a bajas densidades son transparentes a su propia radiación y consecuentemente un equilibrio de ionización colisional aparece cuando la tasa de ionización colisional es balanceada exactamente por la tasa de recombinación radiativa.

En este capítulo, presentaremos un modelo para determinar las pérdidas de energía en un plasma a bajas densidades y que se basa en el equilibrio de ionización del plasma y en las secciones de recombinación y ionización que se establecen en este trabajo. Se empieza calculando la sección efectiva de recombinación a partir de la ecuación de Milne y de la sección efectiva de ionización dada por Mac Alpine. Se utiliza esta sección para calcular el coeficiente de recombinación y la densidad de radiación emitida del modelo propuesto. Se determinan las concentraciones relativas de las etapas de ionización del átomo, se obtiene la tasa de radiación de ca

da especie iónica y, para completar el modelo de enfriamiento, se suman las pérdidas de energía de las diferentes etapas de ionización del átomo. La formulación empleada, permite en principio, el tratamiento de elementos con Z arbitraria y la única restricción es la carencia de los datos de los parámetros de las fórmulas.

### 3.1 SECCION EFECTIVA DE RECOMBINACION.

La sección efectiva de recombinación, se obtiene al sustituir en la relación de Milne la correspondiente sección efectiva de fotoionización, dada por Mac Alpine y descrita en el capítulo anterior, obteniéndose la siguiente fórmula:

$$\sigma_{\text{rec}} = \frac{(h\nu)^2}{m^2 c^2 \nu^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} \sigma_{\text{th}} \left[ \alpha (E_{\text{th}}/h)^s + (1-\alpha) (E_{\text{th}}/h)^{s+1} \right]$$

### 3.2 COEFICIENTE DE RECOMBINACION RADIATIVA.

La tasa de recombinación radiativa de los iones con z electrones y correspondiente al átomo de carga Z, es

$$Z_{\text{ión}} = \frac{dER_{Z,z}}{dt dv} = N_z N_e \int_{v_{\text{th}}}^{\infty} f(v) v \sigma_{\text{rec}}(v) dv = N_z N_e \alpha_{Z,z}$$

donde  $\alpha_{Z,z}$  es el coeficiente de recombinación cuyo cálculo es

$$\begin{aligned} \alpha_{Z,z} &= \int_{v_{\text{th}}}^{\infty} f(v) v \sigma_{\text{rec}}(v) dv = \\ &= \frac{4\pi (m/2 \pi kT)^{3/2}}{m^3 c^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} \int_{v_{\text{th}}}^{\infty} (h\nu)^2 \sigma_{\text{fot}}(\nu) \exp(-m\nu^2/2kT) \nu d\nu \\ &= \frac{4\pi (m/2 \pi kT)^{3/2}}{m^3 c^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} \int_{v_{\text{th}}}^{\infty} (h\nu)^2 \sigma_{\text{fot}}(\nu) \exp(-E/kT) dE \end{aligned}$$

donde  $mv^2/2 = E$  y  $v dv = dE/m$ . Anora bien, ya que  $E = h\nu - |E_{th}| = h\nu - I_{Z, z'}$ , entonces

$$\alpha_{Z, z} = \frac{4\pi (m/2\pi kT)^{3/2}}{m^3 c^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^{h\nu_{th}/kT} \sigma_{th} \int_{h\nu_{th}}^{\infty} (h\nu)^2 \left[ \alpha \left( \frac{I_{Z, z'}}{h\nu} \right)^s + (1-\alpha) \left( \frac{I_{Z, z'}}{h\nu} \right)^{s+1} \right] e^{-h\nu/kT} d(h\nu)$$

$$= \frac{4\pi (m/2\pi kT)^{3/2}}{c^2} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^X \sigma_{th} \int_X^{\infty} x^2 \left[ \alpha \left( \frac{x}{X} \right)^s + (1-\alpha) \left( \frac{x}{X} \right)^{s+1} \right] e^{-x} dx$$

donde se ha sustituido la sección de recombinación determinada - arriba y donde  $x = h\nu/kT$  y  $X = h\nu_{th}/kT$ .

calculando la integral, se obtiene que

$$\alpha_{Z, z} = \frac{4\pi}{c^2} (kT/2\pi m)^{3/2} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^X \sigma_{th} \left[ \alpha X^s \int_X^{\infty} x^{2-s} e^{-x} dx + (1-\alpha) X^{s+1} \int_X^{\infty} x^{1-s} e^{-x} dx \right]$$

$$= \frac{4\pi}{c^2} (kT/2\pi m)^{3/2} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^X \sigma_{th} \left[ \alpha X^s \Gamma(3-s, X) + (1-\alpha) X^{s+1} \Gamma(2-s, X) \right]$$

$$= 5.235 \times 10^{-5} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^X \sigma_{th} T^{3/2} \left[ \alpha X^s \Gamma(3-s, X) + (1-\alpha) X^{s+1} \Gamma(2-s, X) \right] \frac{cm^3}{sej}$$

El coeficiente de recombinación calculado hasta ahora solo considera que la captura del electrón ocurren en el estado base del ión que lo atrapa, sin considerar que esta captura puede ocurrir en un estado excitado del ión y caer luego en cascada al estado base. Osterbrock (1974) considera estas posibilidades y determina el coeficiente de recombinación total mediante la siguiente formulación.

$$\alpha_{Tot}(Z, z, T) = \sum_{n=G} \alpha_n(Z, z, T) = \alpha_G(Z, z, T) + \sum_{n=G+1} \alpha_n(Z, z, T)$$

donde las  $\alpha_n(Z, z, T)$  son los coeficientes de recombinación para las capturas del electrón en los diferentes niveles de energía --

del átomo Z con z electrones a partir de su estado base G,

$\alpha_G(Z, z, T) = \alpha_{Z, z}$ . La suma de la derecha, que depende de las secciones efectivas de recombinación de los diferentes niveles n del ión, fue calculada por J. G. Franco (1975) para las diferentes capas electrónicas M, N, L, etc. del átomo, obteniendo la siguiente fórmula empírica

$$\sum_{n \in G}^{\infty} \alpha_n(Z, z, T) = C_G z (T/z^2)^{m_G}$$

donde  $C_G$  y  $m_G$  son coeficientes que dependen de la capa electrónica a la que pertenece el estado base G y z es el número de electrones del ión.

La densidad de radiación por recombinación en el estado base está determinada por

$$\begin{aligned} P_{Z, z} &= N_z N_e \int_{v_{th}}^{\infty} (h\nu) f(\nu) \nu \sigma_{rec}(\nu) d\nu = \beta_{Z, z} N_z N_e \\ &= 4\pi \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{3/2} (kT) \frac{w_i}{w_{i+1}} e^{X} \sigma_{th} \left[ \alpha X^s \int_0^{\infty} x^{3-s} e^{-x} dx + (1-\alpha) X^{s+1} \int_0^{\infty} x^{2-s} e^{-x} dx \right] N_z N_e \\ &= 7.22 \times 10^{-21} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^X \sigma_{th} T^{5/2} \left[ \alpha X^s \Gamma(4-s, X) + (1-\alpha) X^{s+1} \Gamma(3-s, X) \right] N_z N_e \\ &= 7.22 \times 10^{-24} \frac{w_i}{w_{i+1}} e^X \sigma_{18} T_o^{5/2} \left[ \alpha X^s \Gamma(4-s, X) + (1-\alpha) X^{s+1} \Gamma(3-s, X) \right] N_z N_e \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{seg}} \end{aligned}$$

donde  $x = h\nu/kT$ ,  $X = h\nu_{th}/kT$ ,  $\sigma_{18} = \sigma_{th}/10^{-18}$  y  $T_6 = T/10^6$ .

La densidad de radiación total, determinada por Osterbrock,

es

$$P_{\text{Tot}} = N_z N_e kT \beta_A (Z, z, T)$$

$$\text{donde } \beta_A (Z, z, T) = \sum_{n=G} \beta_n (Z, z, T) = \beta_G (Z, z, T) + \sum_{n=G+1} \beta_n (Z, z, T)$$

$$\text{donde } \beta_G (Z, z, T) = \beta_{Z, z} / kT \text{ y}$$

$$\beta_n = \frac{1}{kT} \int_{v_0}^{\infty} (h\nu) f(v) v \sigma_n(v) dv$$

$$= \frac{1}{kT} \int_{v_0}^{\infty} \frac{1}{2} mv^2 f(v) v \sigma_n(v) dv + \frac{h\nu_0}{kT} \int_{v_0}^{\infty} f(v) v \sigma_{\text{rec}} dv$$

$$= \frac{1}{kT} \int_{v_0}^{\infty} \frac{1}{2} mv^2 f(v) \sigma_n(v) dv + \frac{h\nu_0}{kT} \alpha_n(Z, z, T)$$

$$= \beta_n'(Z, z, T) + \frac{h\nu_0}{kT} \alpha_n(Z, z, T)$$

Por lo tanto.

$$P_{\text{Tot}} (Z, z, T) = N_z N_e \left( \beta_{Z, z} + kT \sum_{n=G+1} \beta_n'(Z, z, T) + h\nu_0 \sum_{n=G+1} \alpha_n(Z, z, T) \right)$$

El segundo sumando de la derecha, también fue calculado por J.G. Franco y queda determinado por la fórmula empírica.

$$\sum_{n>G} \beta_n'(Z, z, T) = D_G z (T/z^2)^{L_G}$$

Siendo  $D_G$  y  $L_G$  constantes que dependen de la capa electrónica en que se encuentra el estado base.

### 3.3 CONCENTRACIONES RELATIVAS DE LOS IONES.

Determinado el coeficiente de recombinación  $\alpha_{\text{Tot}} (Z, z, T)$  y -

el coeficiente de ionización colisional  $C_{Z,Z}$  y considerando que - bajo las condiciones de baja densidad del plasma y altas temperaturas, son los procesos primordiales en el plasma, podemos determinar las concentraciones relativas de los iones partiendo de las ecuaciones siguientes que determinan la estructura de ionización para cada ión  $Z, i$ :

$$\frac{dN_i(Z)}{dt} = \alpha_{i-1} N_{i-1} N_e - (\alpha_i + C_i) N_i N_e + C_{i+1} N_{i+1} N_e, \quad i=0, \dots, Z$$

con  $\alpha_{i-1} = C_i = 0$  para  $i=0$  y  $\alpha_i = C_{i+1} = 0$  para  $i=Z$ ; y donde  $\alpha_j = \alpha_{\text{Tot}}(Z, j, T)$  y  $C_j = C_{Z, j}$ ,  $Z$  es el número de electrones del átomo y  $N_j$  las densidades de los iones con  $j$  electrones del átomo  $ZX$  a la temperatura  $T$ .

En condiciones de equilibrio de ionización, tenemos que

$$\frac{dN_i}{dt} = 0 \quad \text{para } i=0, \dots, Z$$

determinando  $Z+1$  ecuaciones homogéneas. Tales ecuaciones no son - independientes, pues debe cumplirse que

$$\sum_{i=1}^Z N_i = N(Z)$$

donde  $N(Z)$  es la densidad de partículas del átomo  $ZX$ .

Dividiendo las ecuaciones entre  $N(Z)$ , tenemos un sistema - de  $Z+2$  ecuaciones cuyas incógnitas son las concentraciones, que - se pueden escribir de la forma

$$\alpha_{i-1} \xi_{i-1} - (\alpha_i + C_i) \xi_i + C_{i+1} \xi_{i+1} = 0, \quad i = 0, \dots, Z$$

y

$$\sum_{i=0}^Z \xi_i = 1$$

siendo  $\xi_j = \frac{N(Z, z, T)}{N(Z)}$  las concentraciones del ión con  $j$  electrones del elemento  $Z$ .

Para determinar la solución de este sistema de ecuaciones, se elimina cualquiera de las primeras  $Z+1$  ecuaciones, quedando un sistema de  $Z+1$  ecuaciones independientes con  $Z+1$  incógnitas que se pueden resolver por los métodos acostumbrados de solución de ecuaciones.

### 3.4 ENFRIAMIENTO RADIATIVO DE UN PLASMA A BAJA DENSIDAD.

Para determinar el enfriamiento de un plasma producido por un átomo a la temperatura  $T$ , hay que considerar la emisión de energía de cada ión del átomo y sumarlas. La emisividad de un ión, queda determinada como sigue

$$E_i(Z, T) = \frac{P_{T(Z, i, T)}}{N_e N(Z)} = \xi_i \sum_{n=G}^{\infty} \int_0^{\infty} (h\nu) \sigma_n(\nu) f(\nu) d\nu$$

sumando entonces sobre todos los iones del elemento  $Z$  se determina el enfriamiento del plasma producido por este átomo a la temperatura  $T$ , i.e.,

$$E(Z, T) = \sum_{i=1}^Z E_i(Z, T)$$

Por último, para determinar el enfriamiento total del plasma debido a todas las impurezas presentes en el plasma, la emisividad por átomo tendrá que multiplicarse por la abundancia  $N(Z, T)/N(H, T)$  del elemento con respecto al hidrógeno y sumar sobre todas estas emisividades.

## CAPITULO IV

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

#### INTRODUCCION:

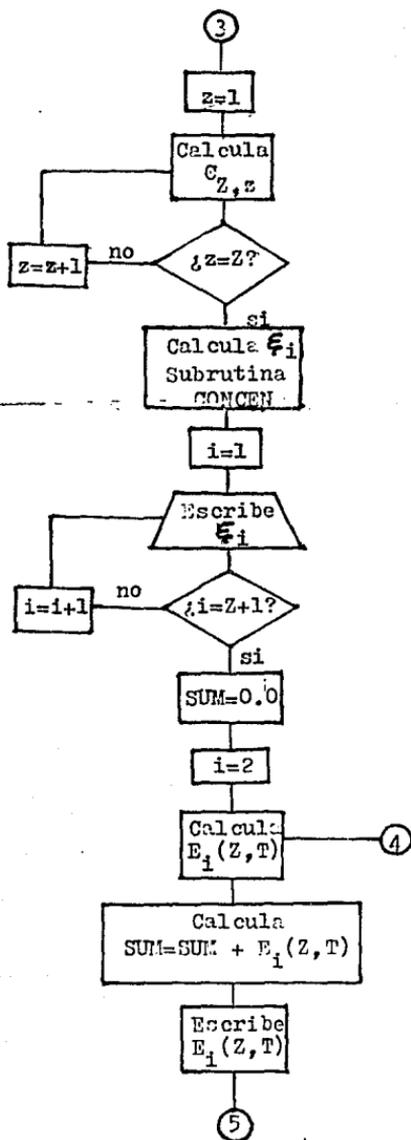
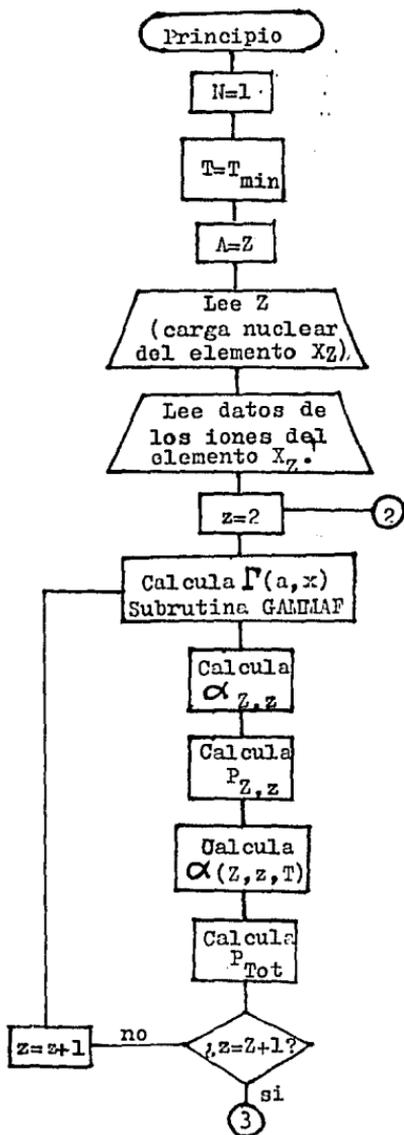
Para determinar el enfriamiento producido por átomo presente en el plasma, se calcularon empleando métodos numéricos los coeficientes  $\alpha_{\text{Tot}}(Z, z, T)$ ,  $C_{Z, z}$  y la densidad de radiación  $P_{\text{Tot}}(Z, z, T)$  a partir de las fórmulas del capítulo anterior y utilizando los datos enlistados en el capítulo dos. Se calcularon también las concentraciones  $\xi_i$  relativas de los iones del átomo y finalmente se calculó la emisividad  $E_i(Z, T)$  por ión y sumando para todos los iones del átomo se obtuvo la emisividad  $E(Z, T)$  del átomo. Los valores de la temperatura que se emplearon están en el intervalo de  $10^3$  a  $10^8$  °K. La determinación del enfriamiento total del plasma no fue posible obtenerla, por carecer de datos en la literatura de las abundancias de los elementos empleados en este trabajo; solo se realizó la suma de enfriamientos de los átomos considerando una abundancia igual al hidrógeno para todos ellos.

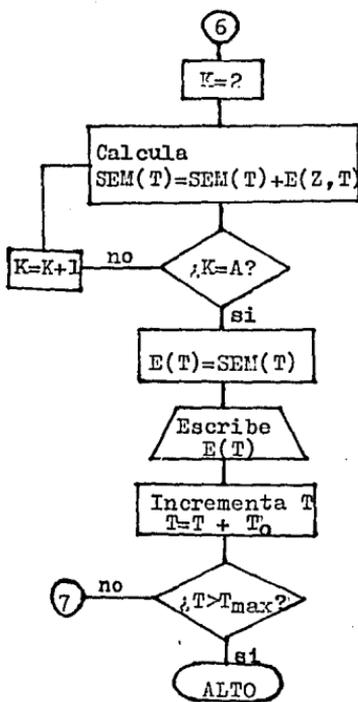
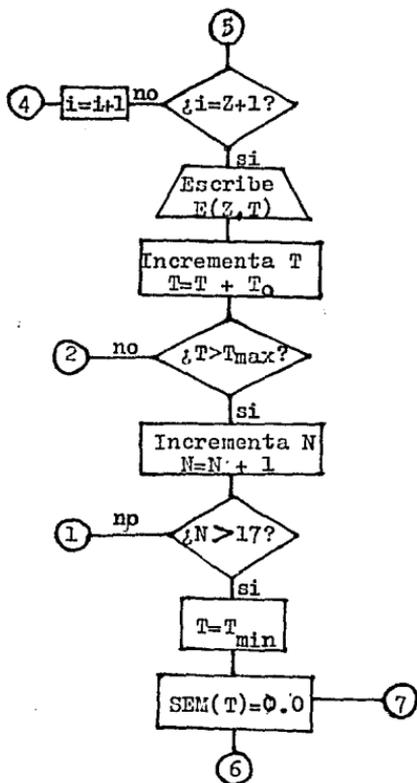
Para la determinación de los cálculos anteriores, se construyó un programa que consta del programa principal y dos subrutinas con las siguientes características: En la primera subrutina se calcula la función gama incompleta utilizando las fórmulas programadas en la tesis doctoral de E. Daltabuit (1972), en la segunda subrutina se considera la matriz aumentada del sistema de ecuaciones para calcular las concentraciones relativas y se construye un-

algoritmo para resolver esta matriz, basado en el método de eliminación de Gauss-Jordan. La estructura del programa principal se describe en la siguiente sección en un diagrama de flujo.

Para terminar de describir los cálculos completos del programa daré los datos empleados (proporcionados por J.G. Franco) para determinar las fórmulas  $C_G z(T/z^2)^{m_G}$  y  $D_G z(T/z^2)^{l_G}$  de las fórmulas de recombinación total y emisividad por ión. Para  $C_G$  se dieron los valores de  $3.7 \times 10^{-10}$ ,  $5.02 \times 10^{-10}$  y  $6 \times 10^{-10}$  y para  $m_G$  se dieron los valores de  $-0.79$ ,  $-0.86$  y  $-0.916$ , correspondientes por parejas a los empleados en la recombinación de electrones en las capas K, L y M de los átomos investigados. Para los parámetros  $D_G$  y  $l_G$  se emplearon los valores  $7.254 \times 10^{-10}$  y  $-0.906$  respectivamente y correspondientes a la capa K y que se utilizaron también para las capas L y M considerando que estos valores permanecen casi constantes para estas tres capas.

## 4.1 DIAGRAMA DE FLUJO.





#### 4.2 GRAFICAS.

En las siguientes figuras, se grafican los resultados obtenidos del programa para las concentraciones relativas de los iones correspondientes a los átomos con  $Z \leq 17$ , así como de las emisividades - por átomo en este mismo dominio de  $Z$ . Las primeras 17 figuras corresponden a las concentraciones para todas las etapas de ionización de los átomos analizados. Las siguientes seis, muestran las emisividades para estos mismos átomos y la figura 24 corresponde a la suma de las emisividades anteriores; se agrega para mostrar el efecto de todos los átomos, considerando una abundancia igual al Hidrógeno para todos ellos.

HIDROGENO

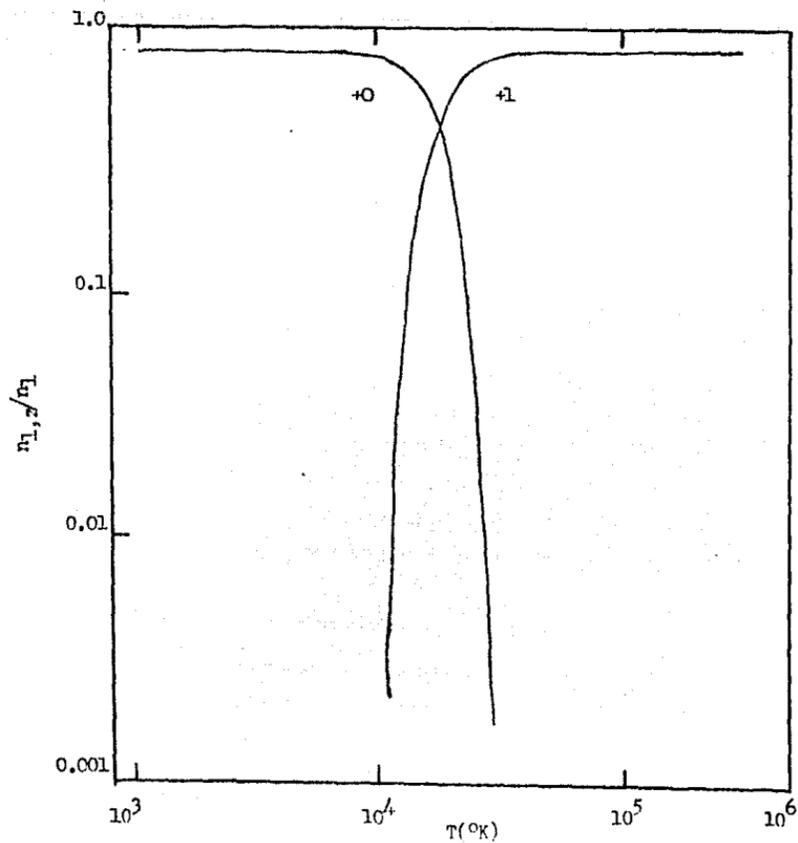


Fig.1

HELIO

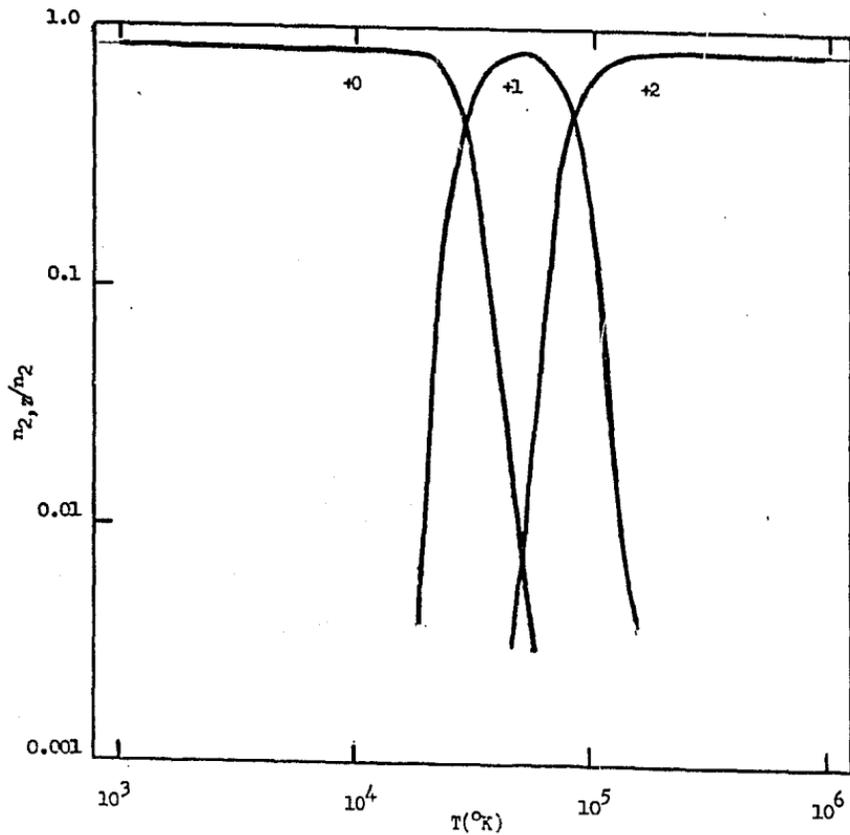


Fig. 2

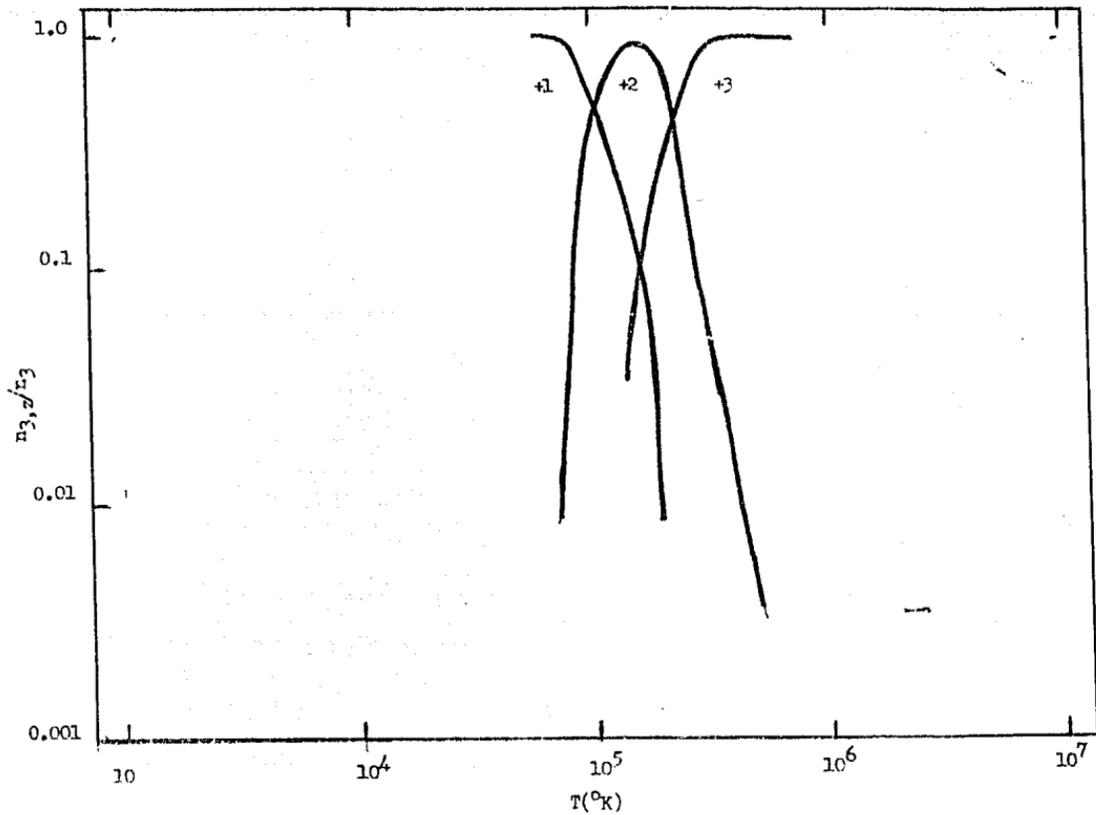


Fig.3

FERILIO

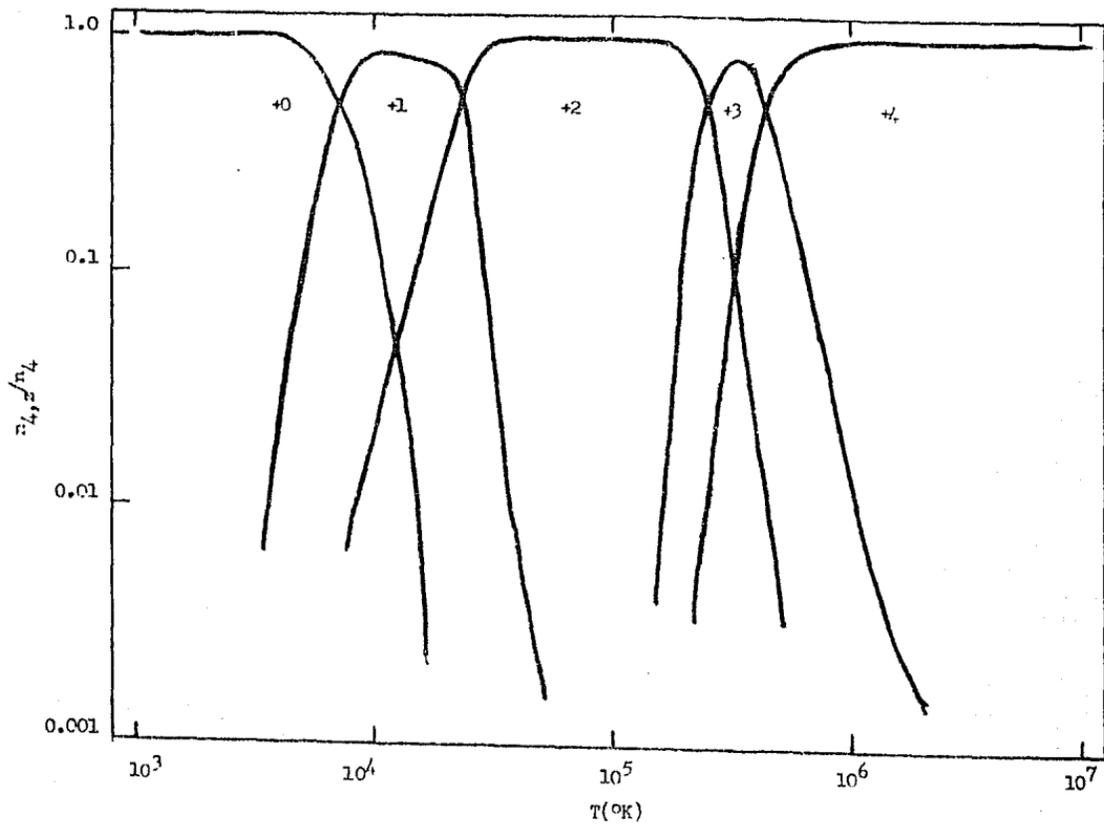


Fig. 4

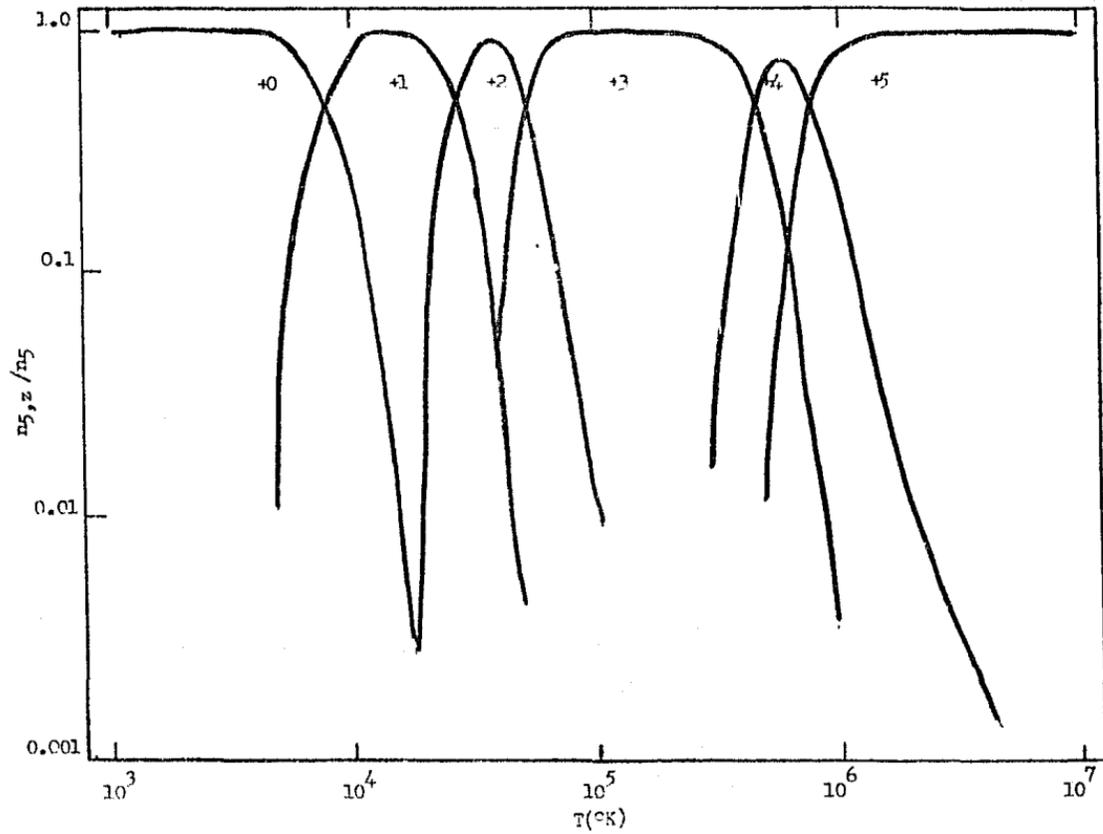


Fig. 5

## CARBON

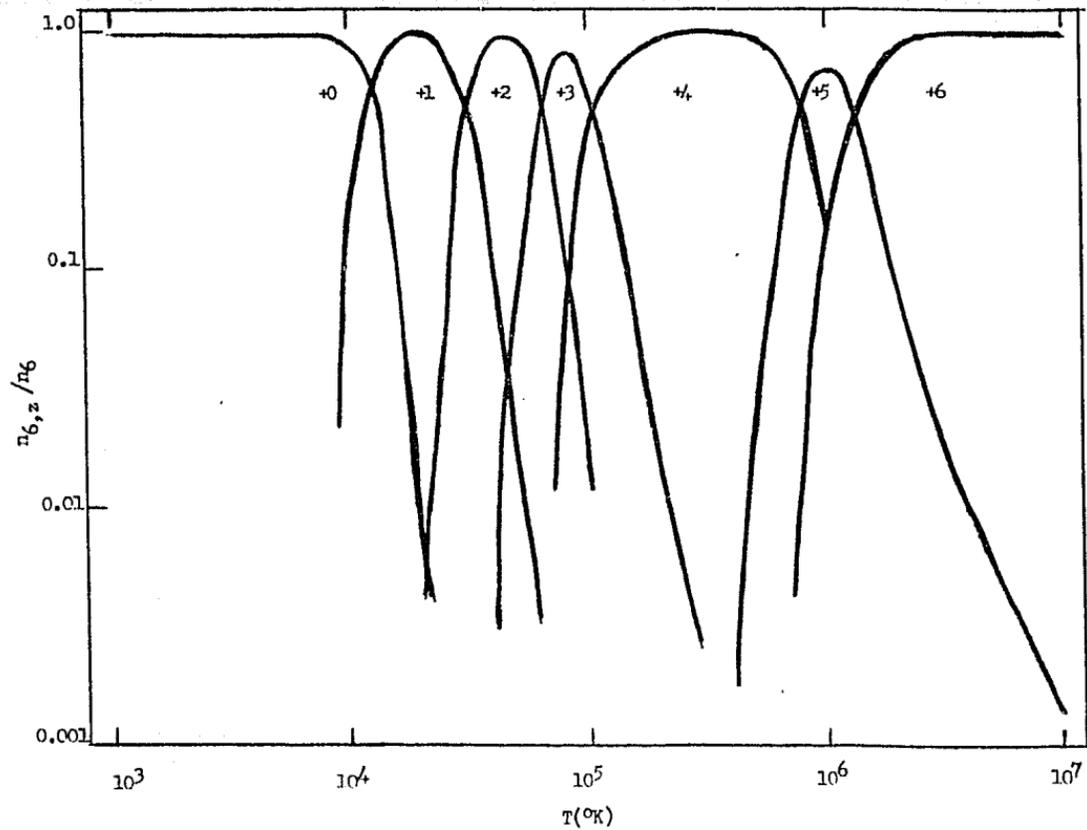


Fig. 6

NITROGEN

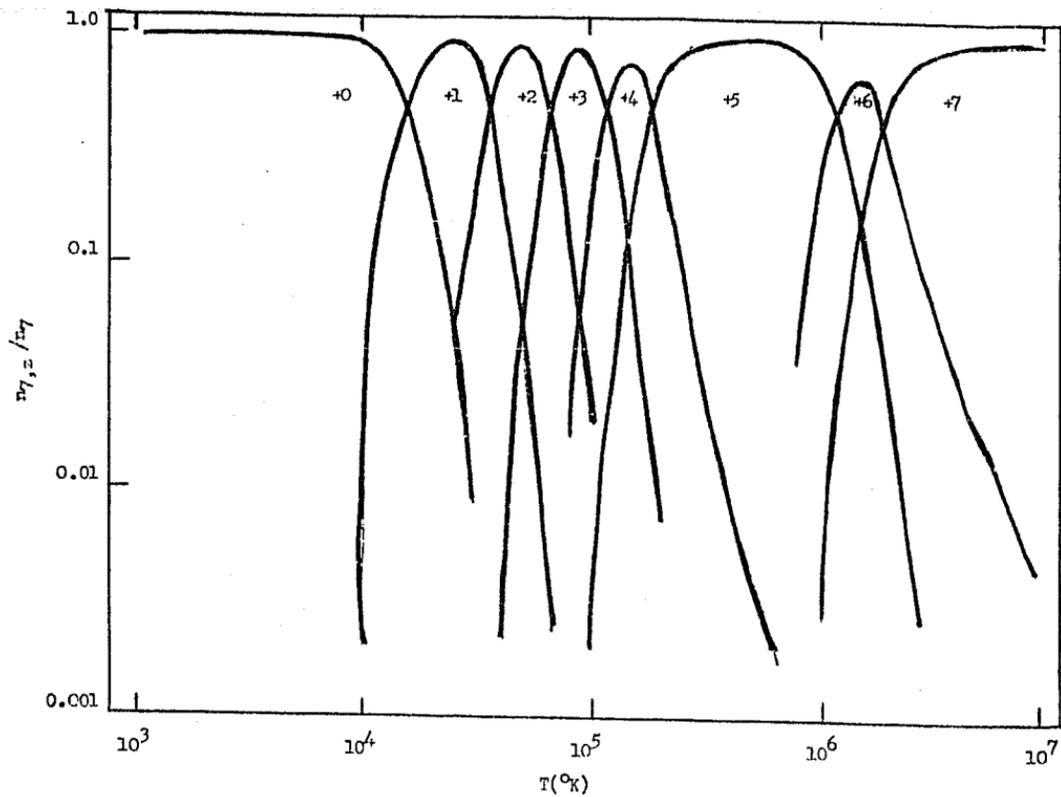


Fig. 7

FLUOR

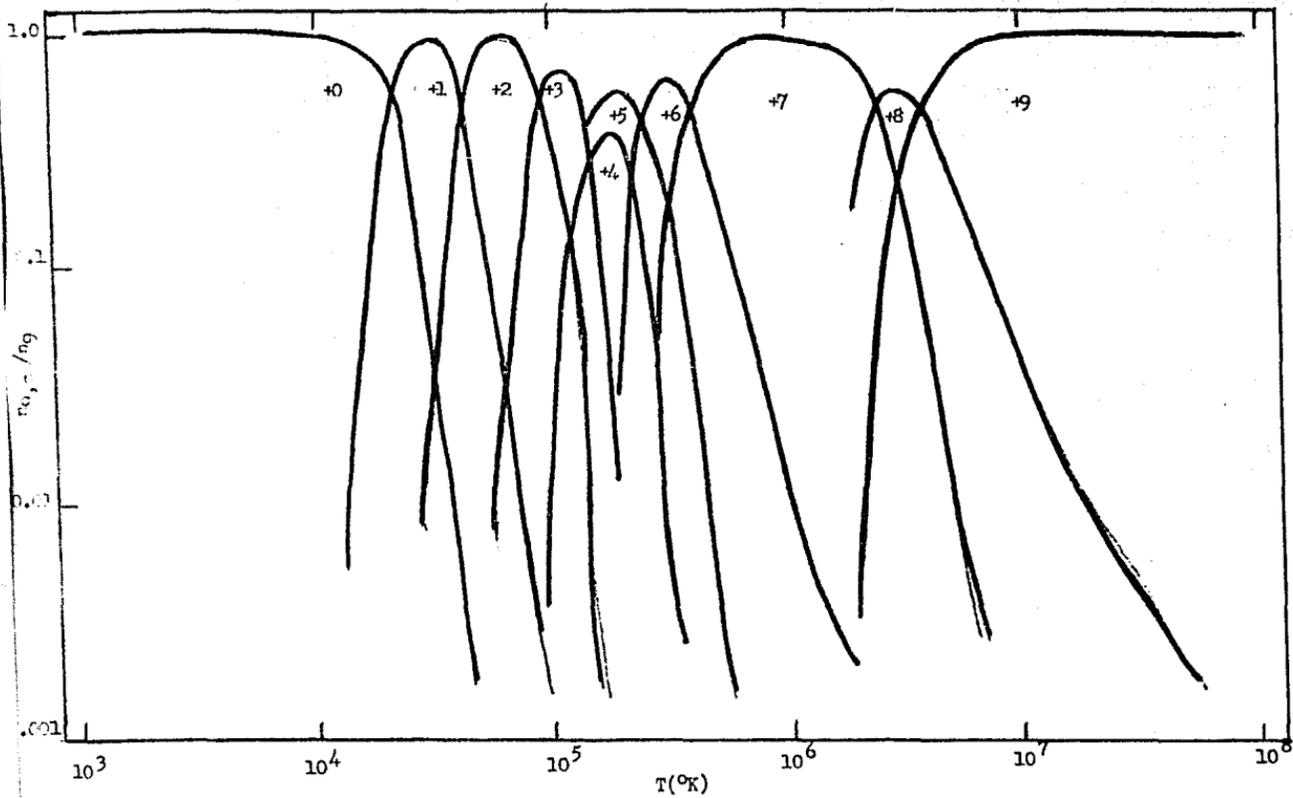


Fig. 9

OXIGENO

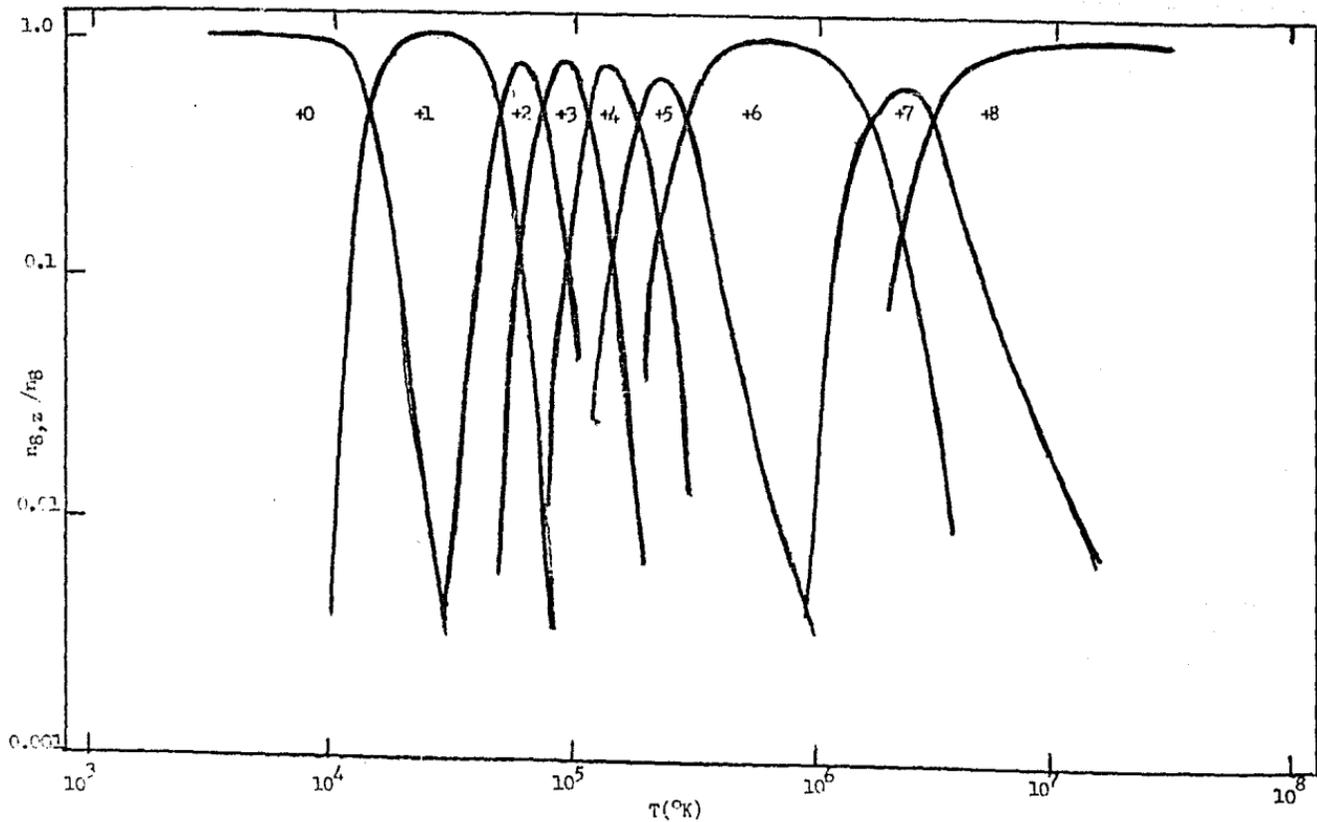


Fig. 8

OXIGENO

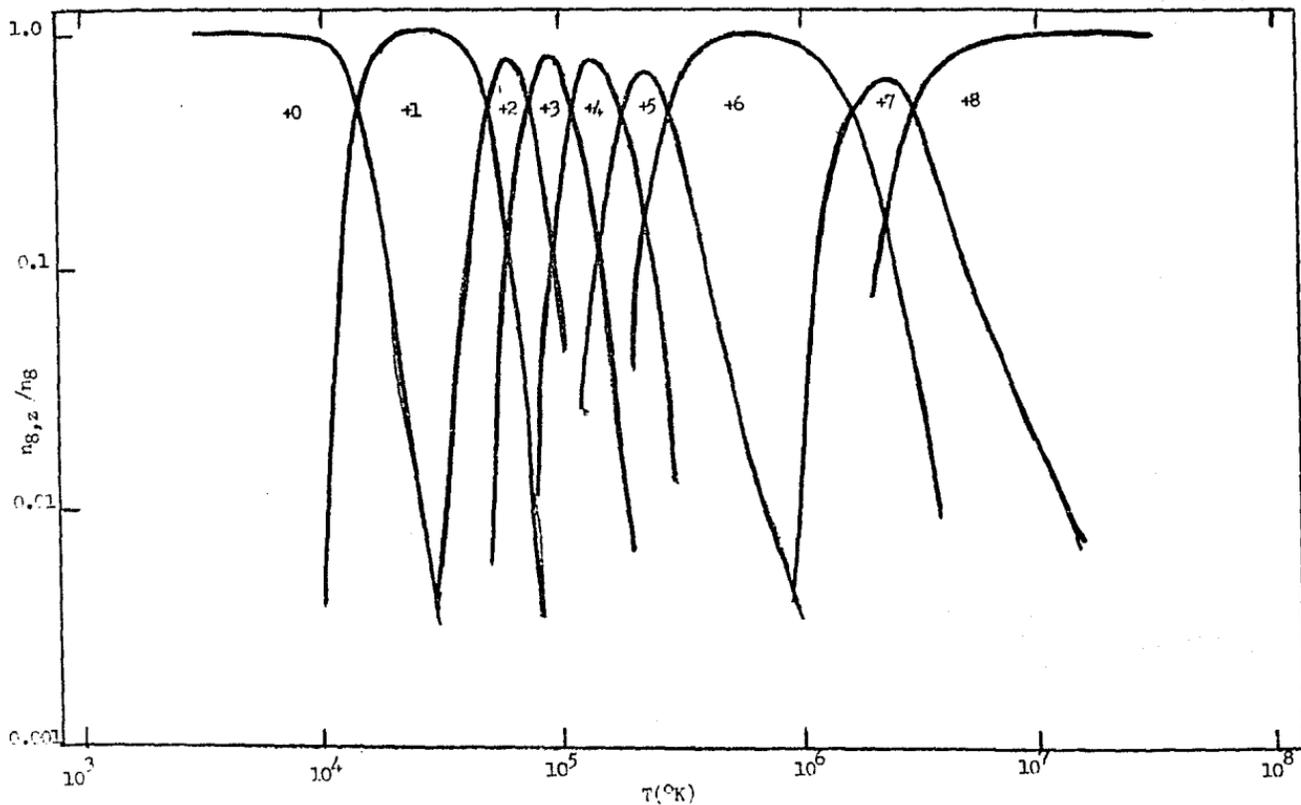


Fig. 8

FLUOR

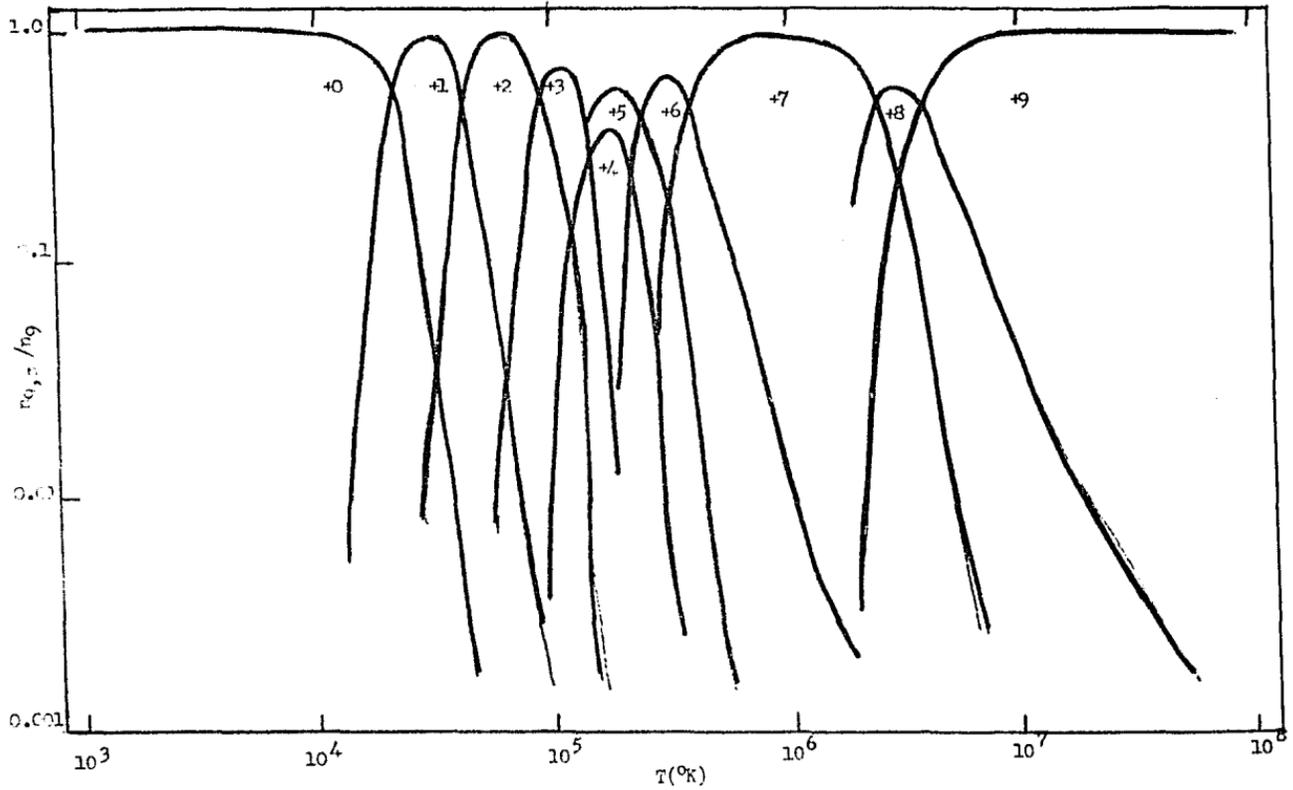


Fig. 9

## NEON

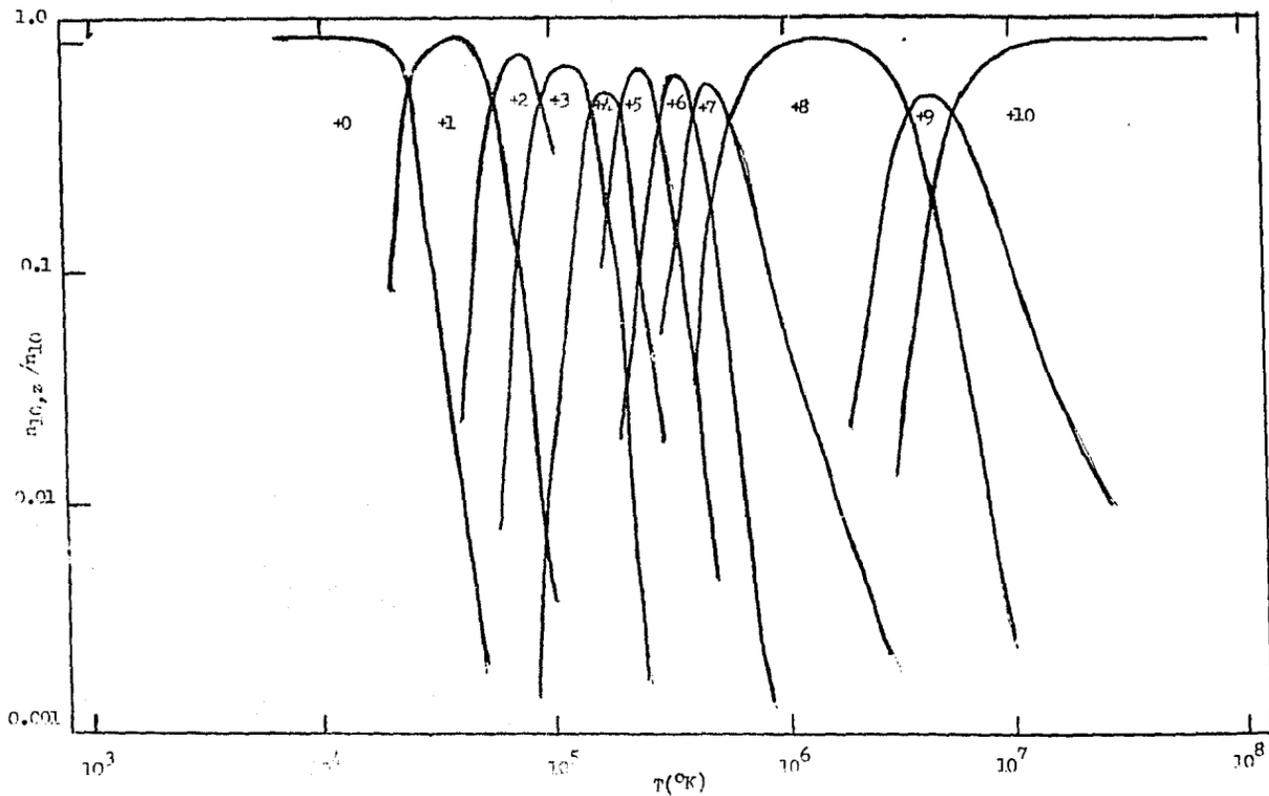


Fig.10

SODIO

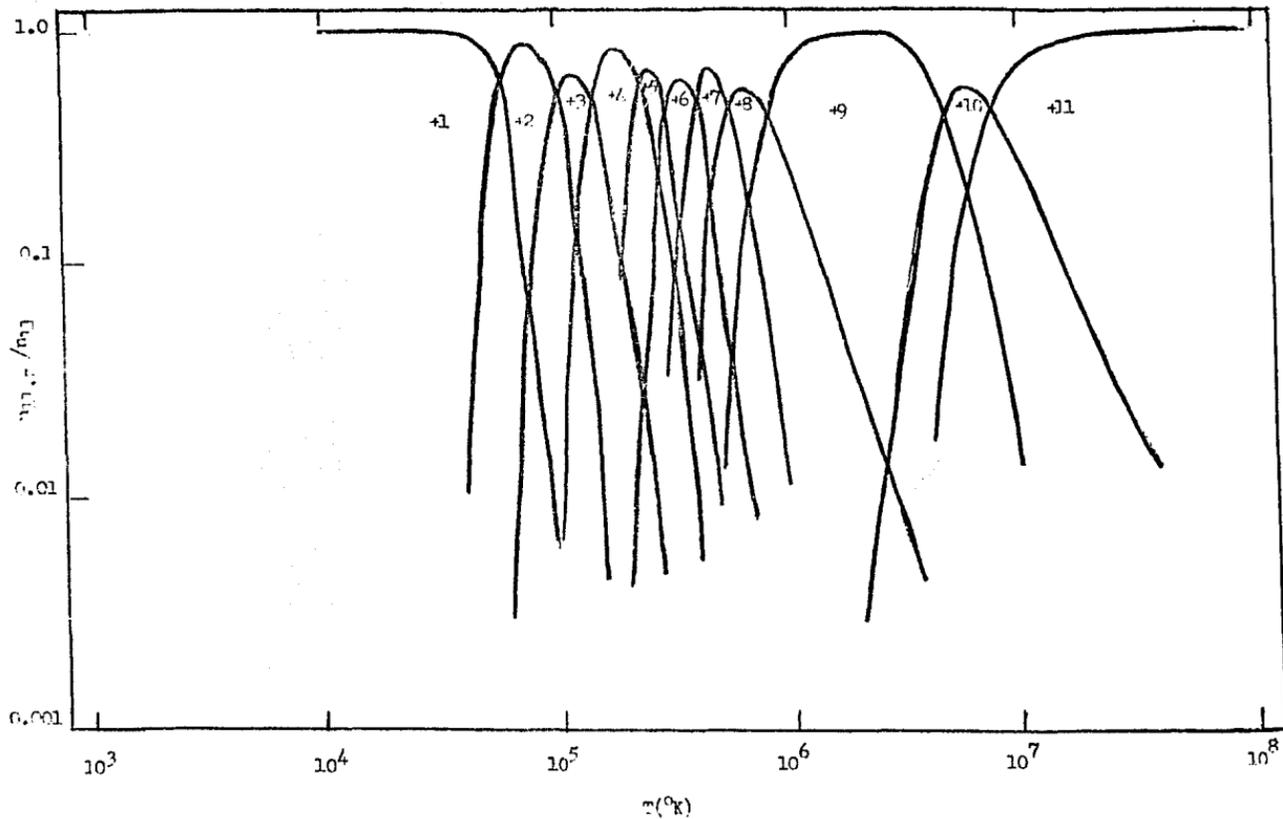


Fig. 11

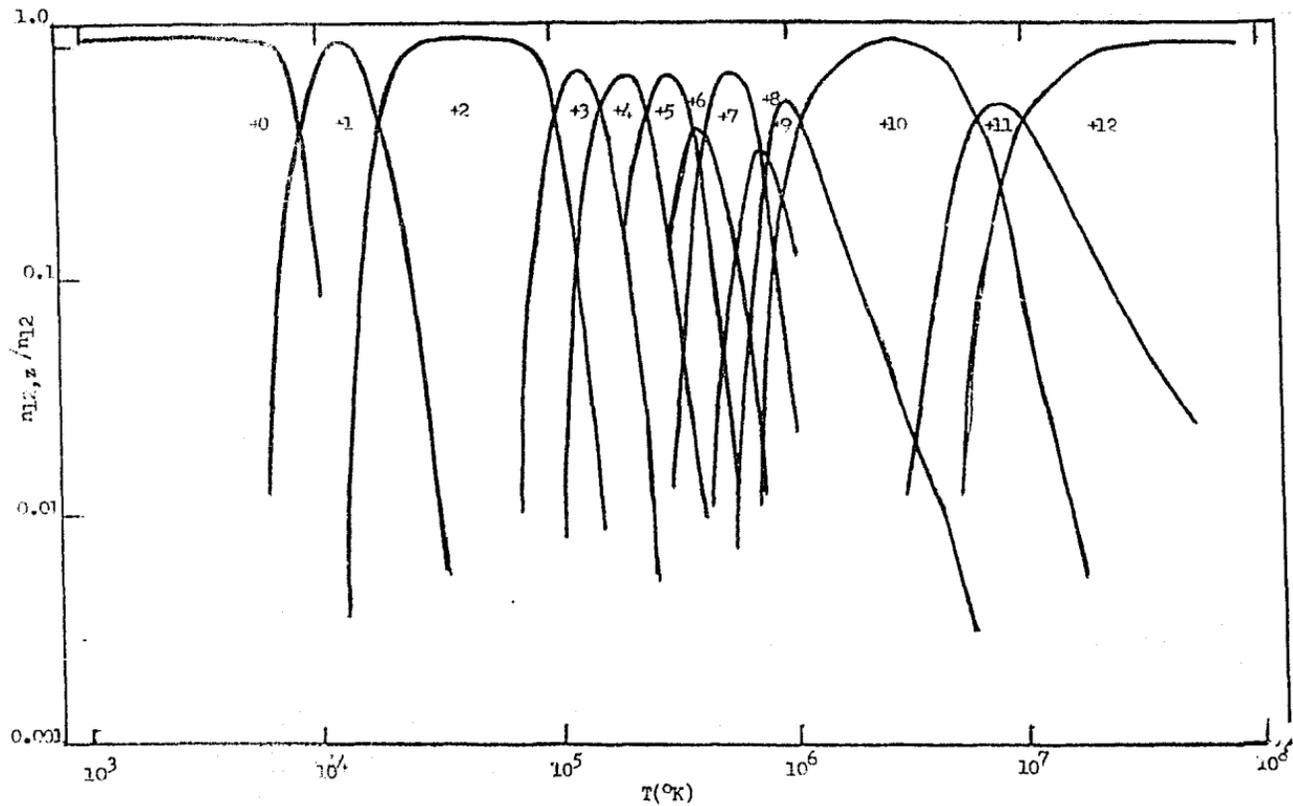


Fig.12

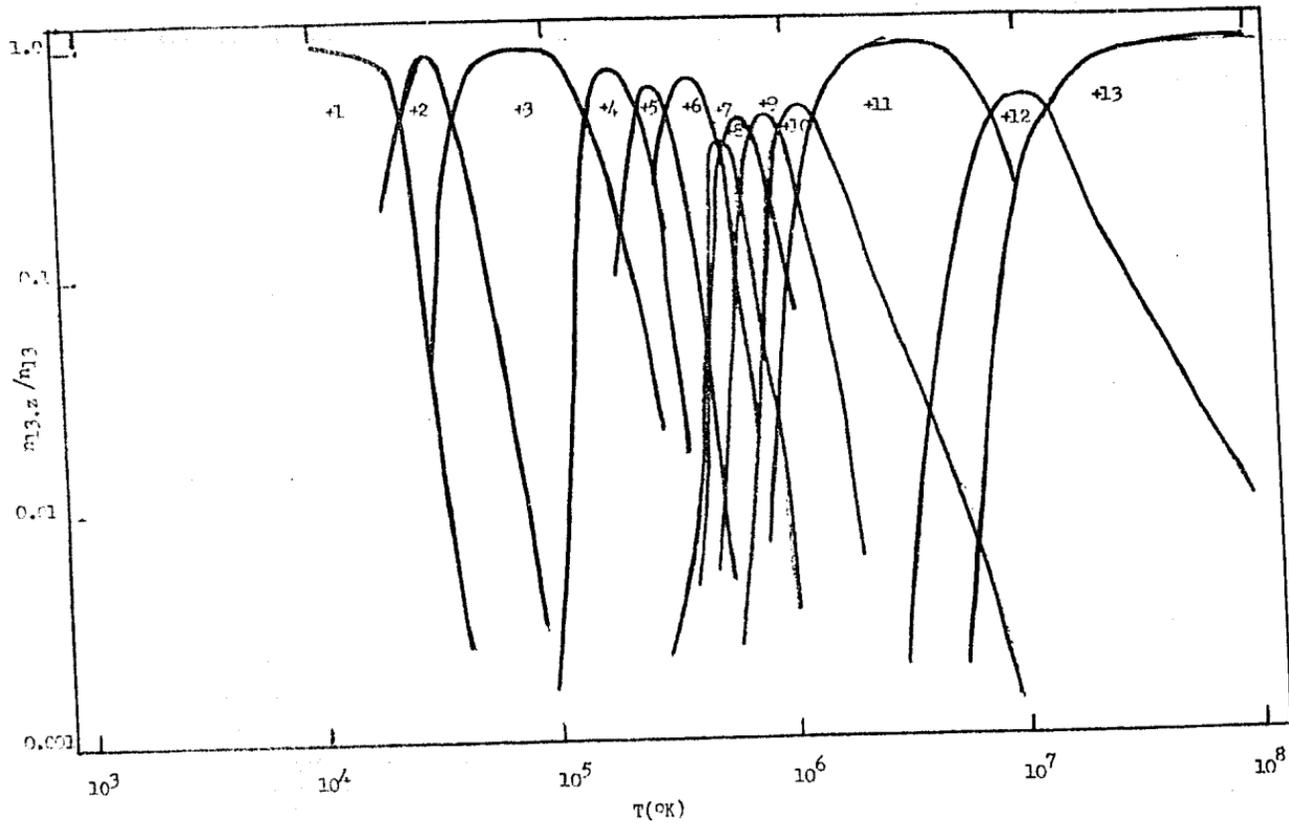


Fig. 13

SILICIO

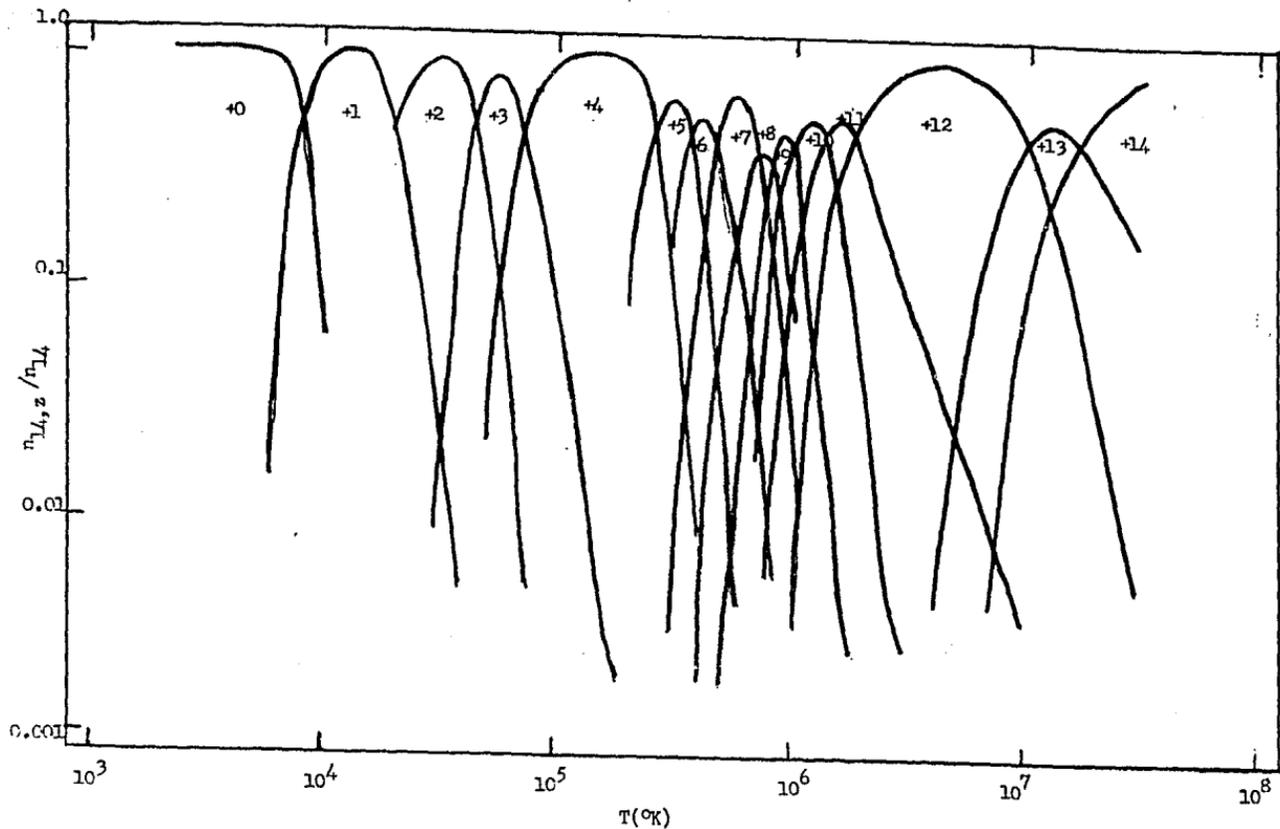


Fig. 14

POSPORO

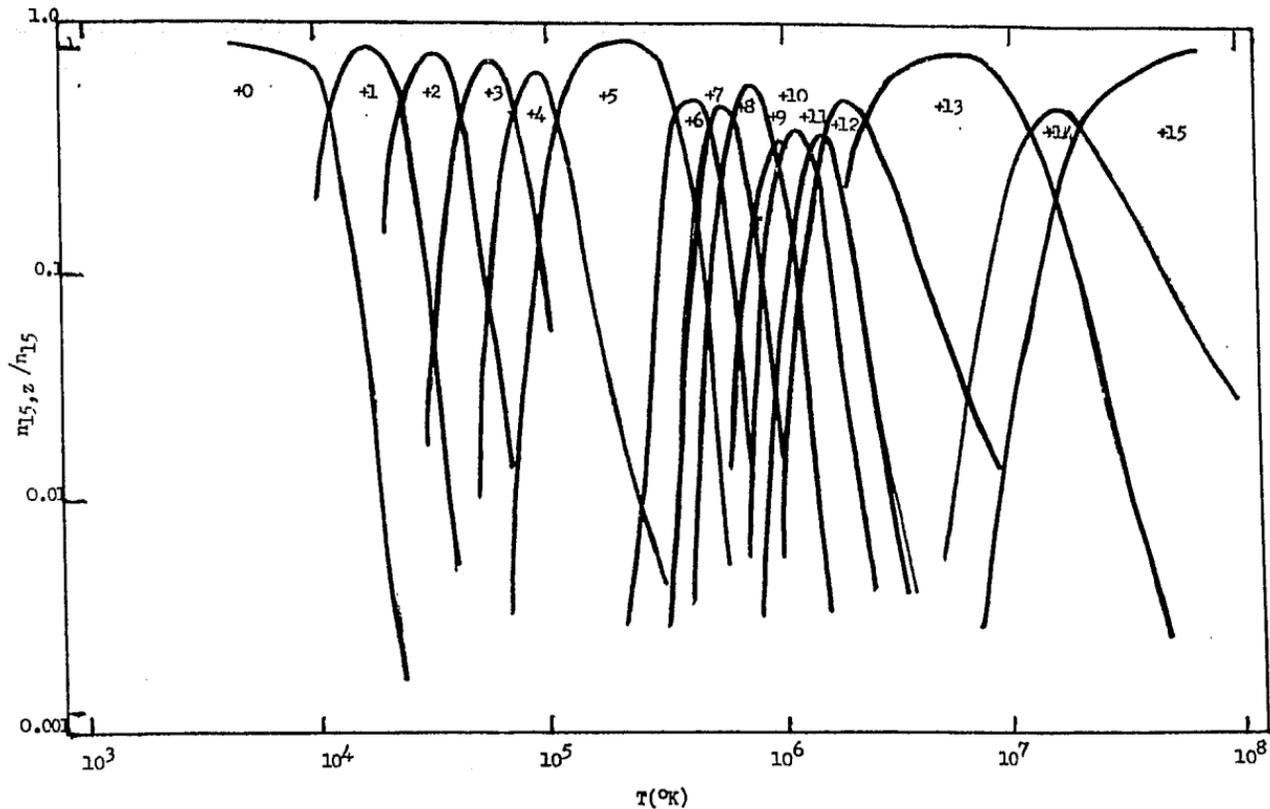


Fig.15

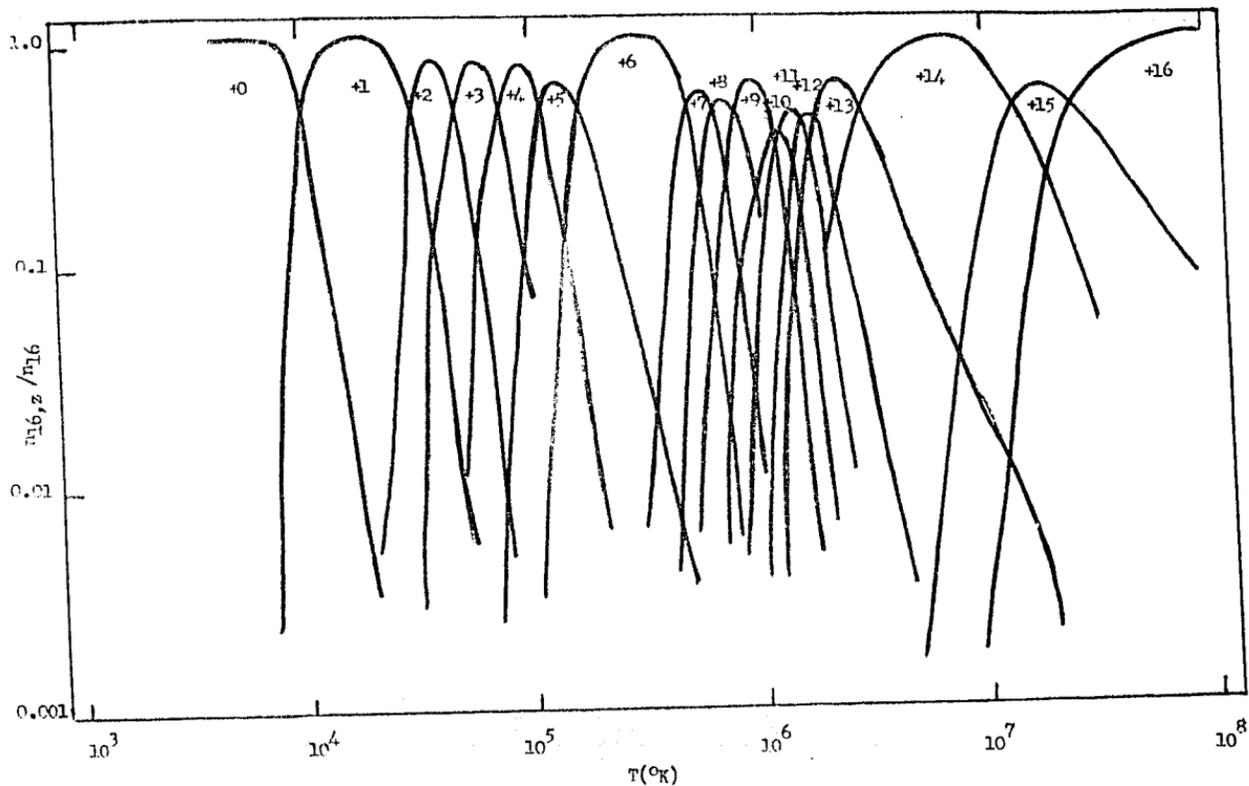


Fig.16

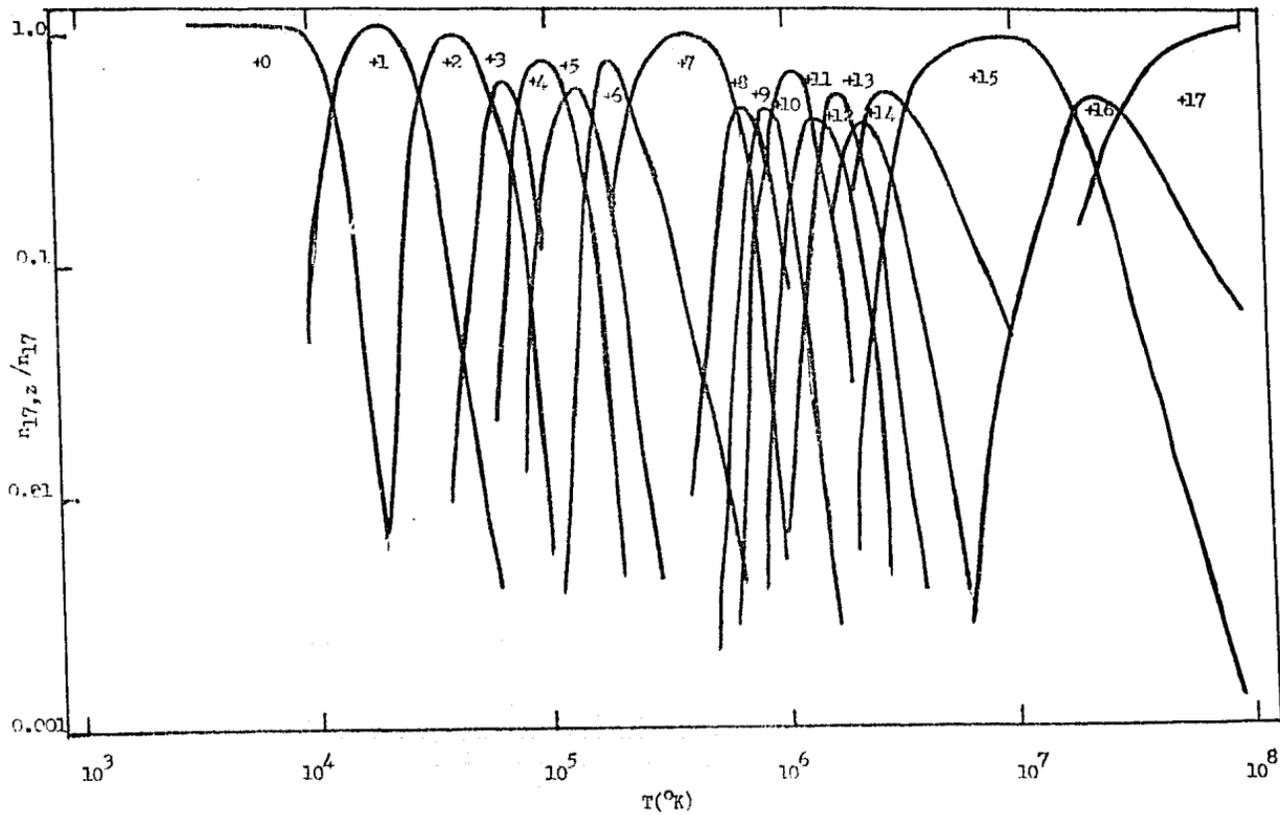


Fig.17

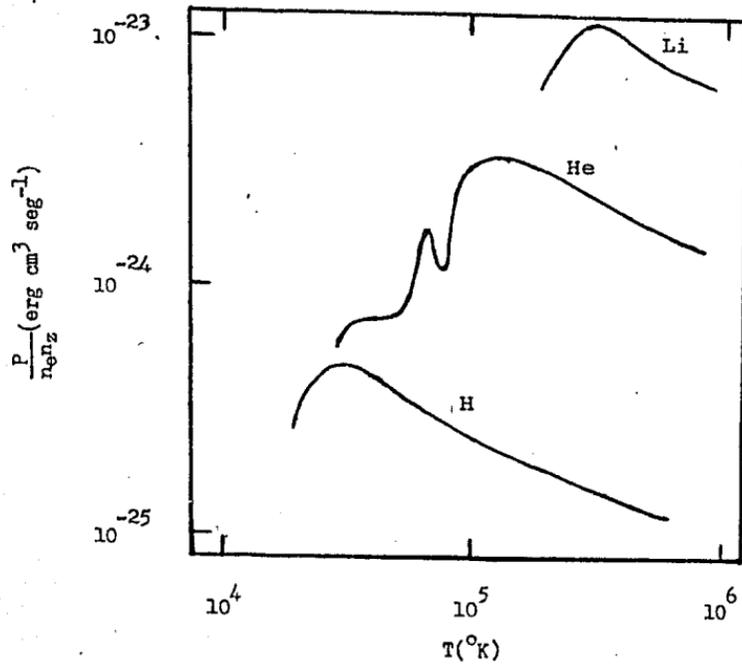


Fig.18

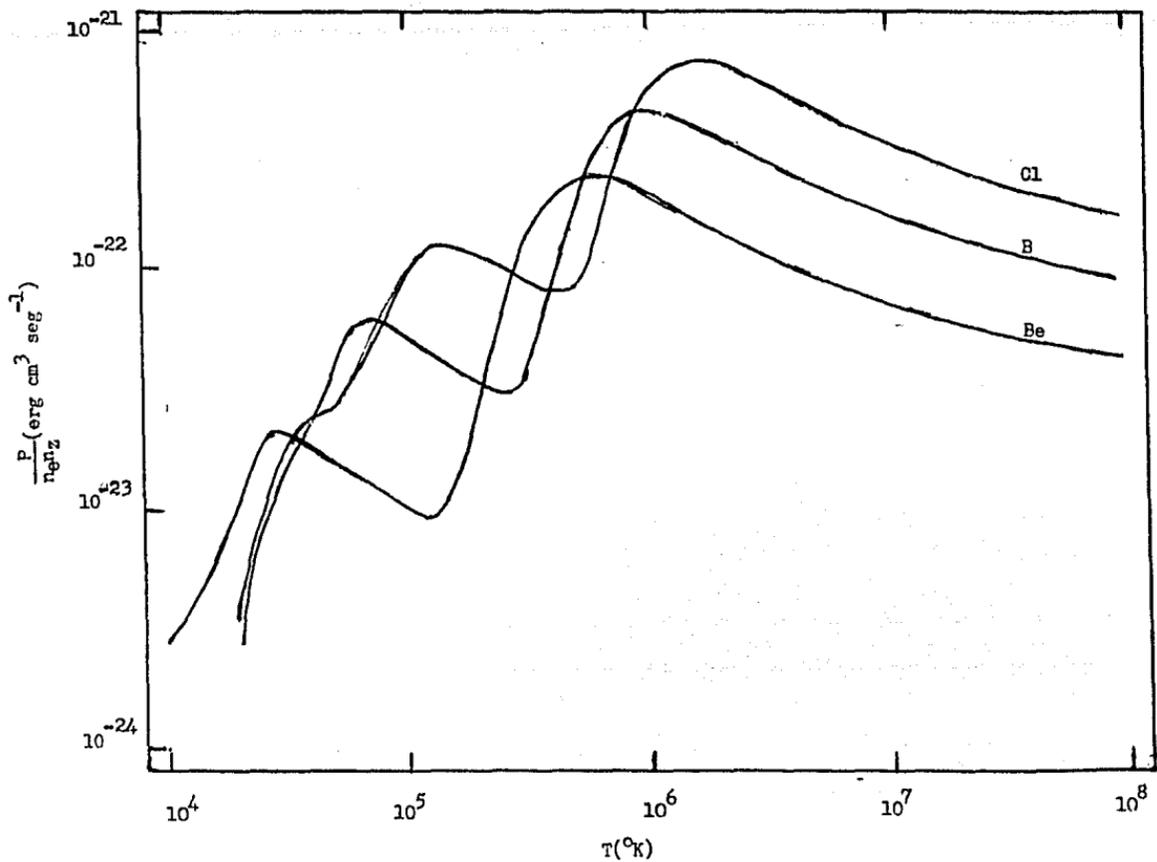


Fig. 19

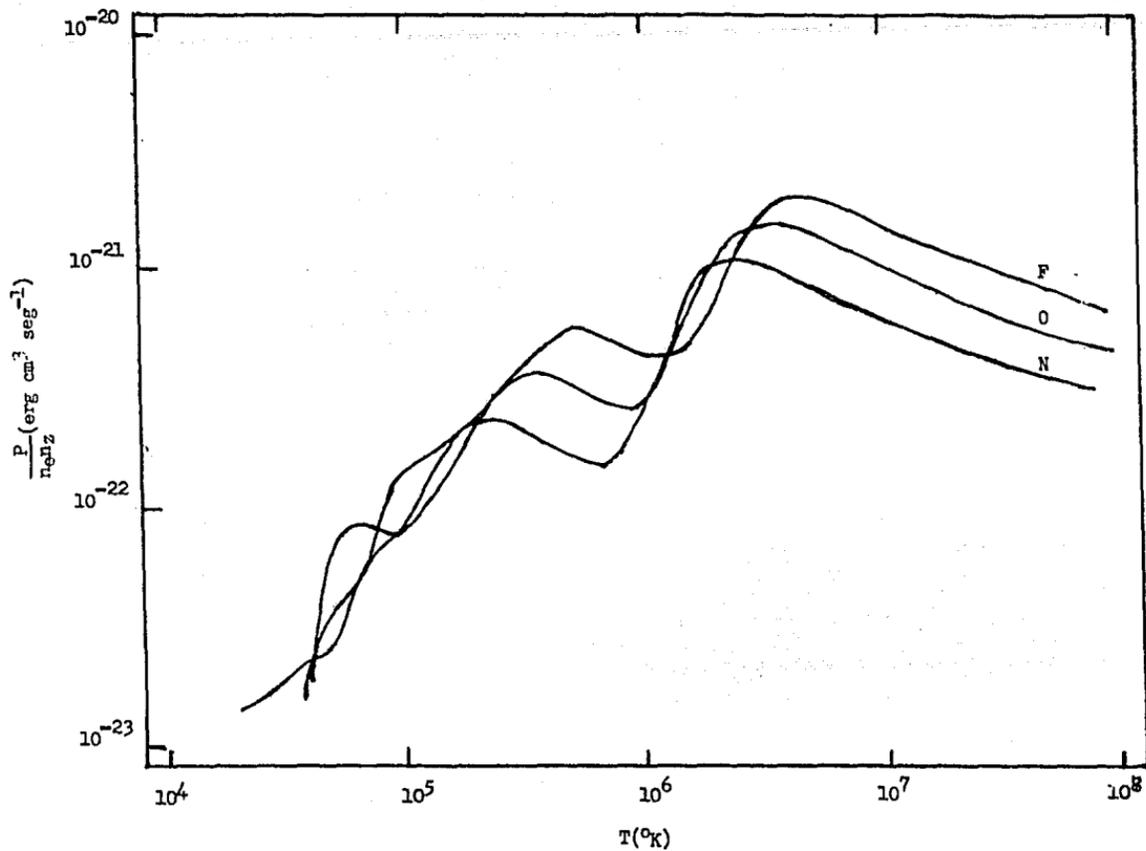


Fig. 20

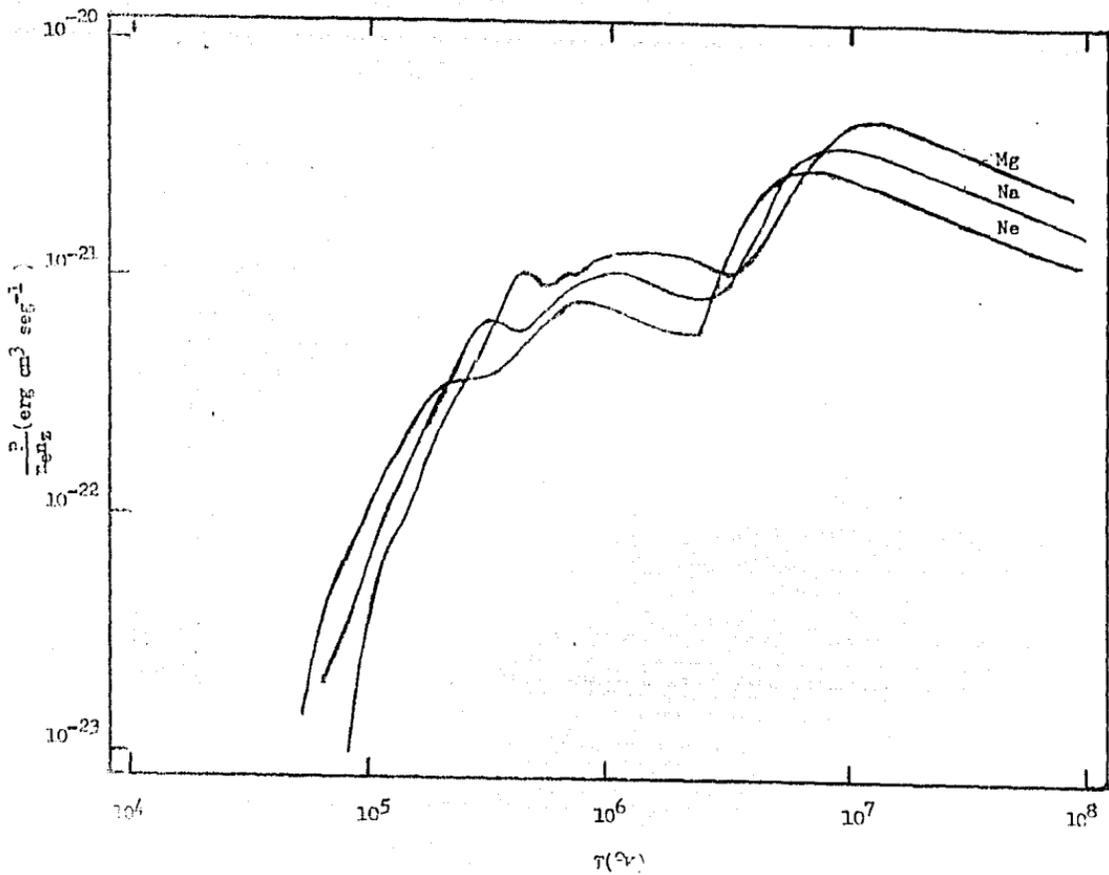


Fig. 21

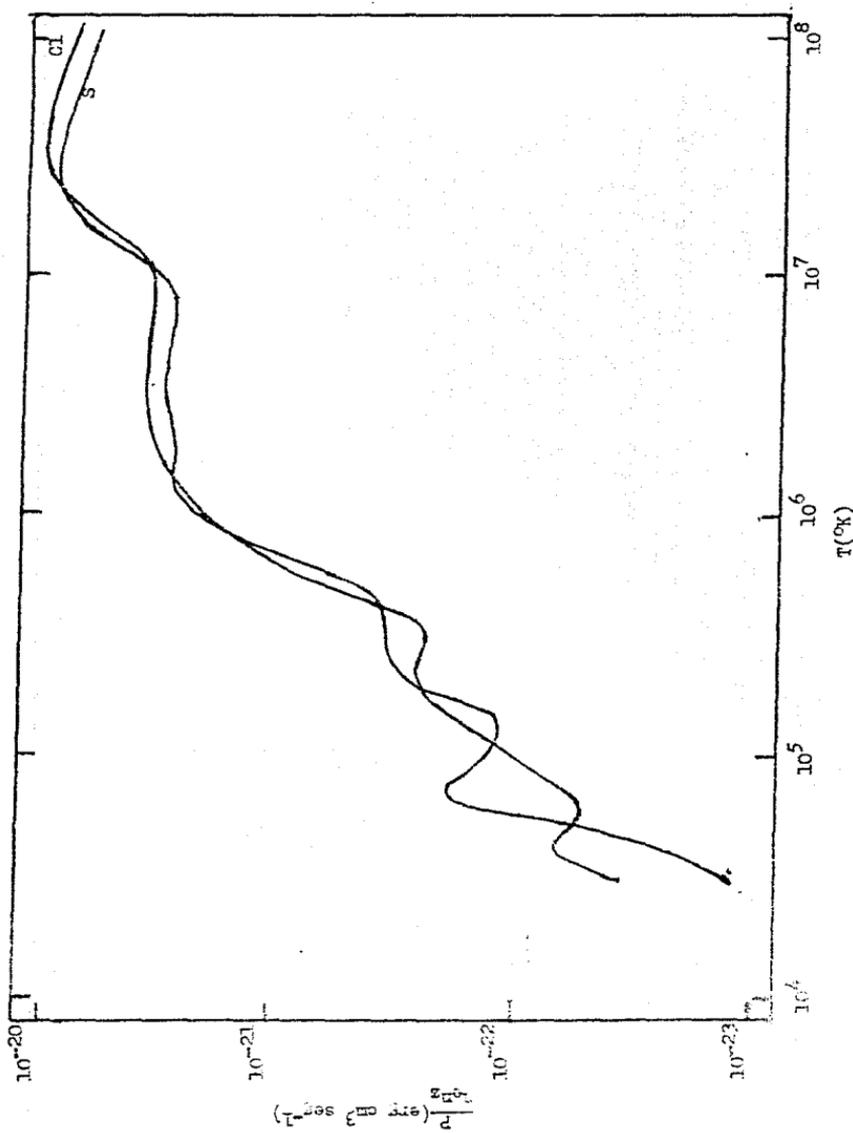


Fig. 22

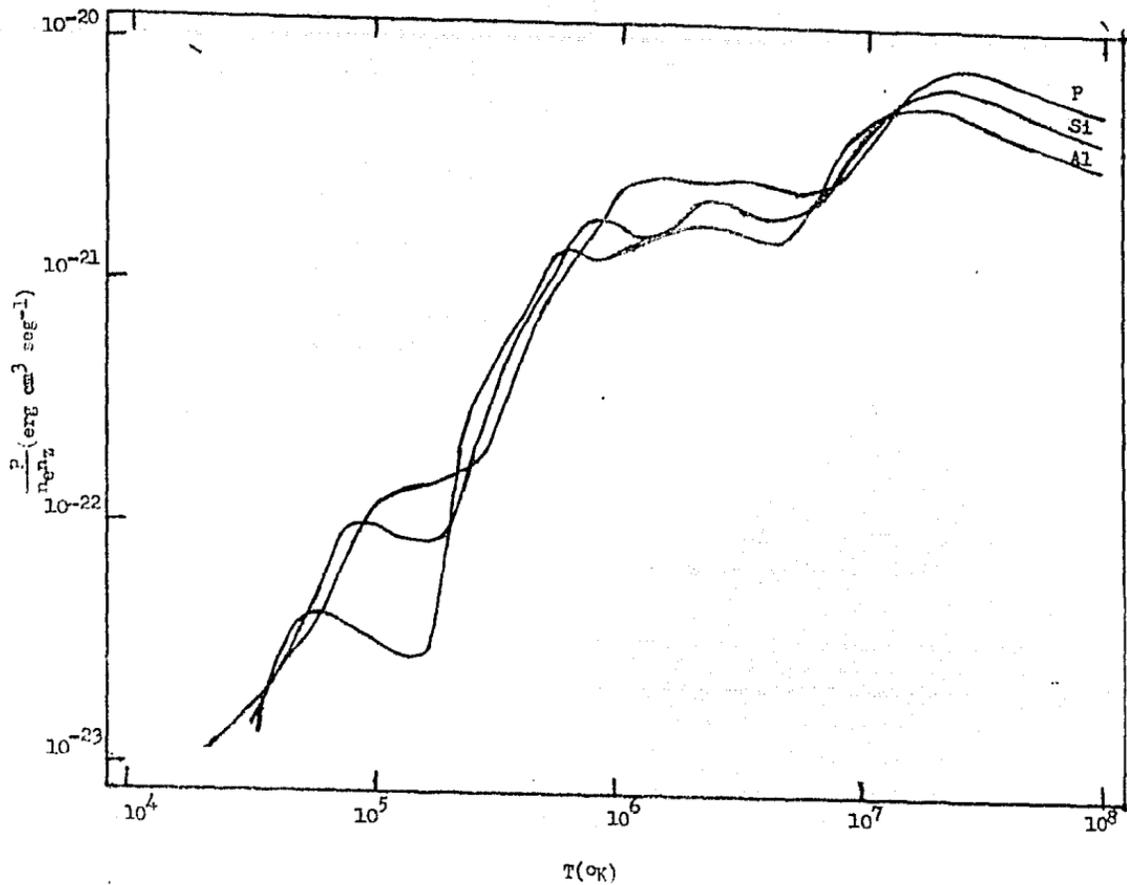


Fig.23

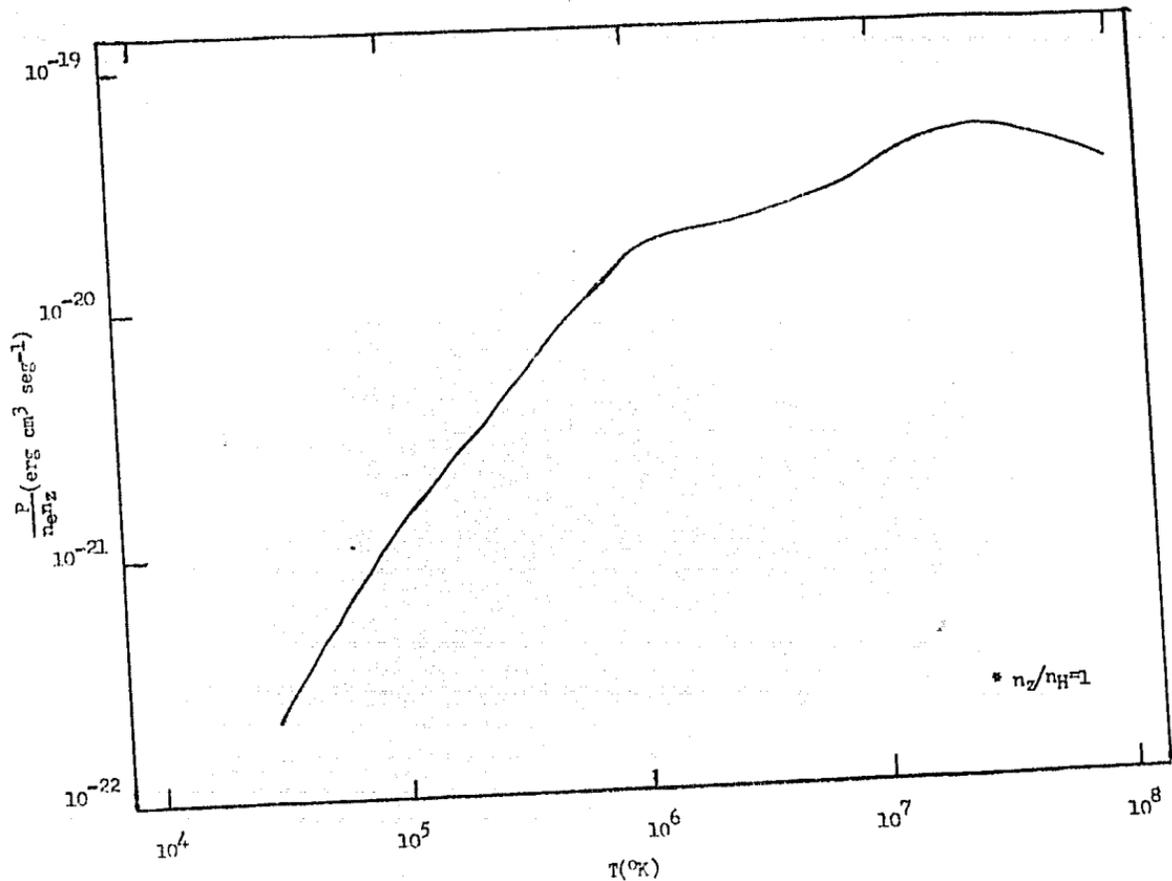


Fig. 24

#### 4.3 CONCLUSIONES

Las gráficas de emisividad por átomo, contra temperatura,-- muestran un aumento progresivo del enfriamiento, hasta alcanzar un máximo y luego decaer aproximadamente como  $T^{-2/5}$ . Es importante notar que en los actuales experimentos de plasmas realizados en botellas magnéticas, la temperatura óptima de ignición para un plasma,-- es de aproximadamente 40 millones de grados; por lo que, si determinamos el pico máximo de los átomos de baja Z analizados y los escribimos en una tabla (tabla I), notamos que contribuyen sensiblemente al enfriamiento del plasma antes de esta temperatura. Por lo anterior, no será deseable tener presente estos átomos en una abundancia relativamente grande y sobre todo para aquellos iones que determinan este pico. En las gráficas de enfriamiento, también se puede apreciar que además del máximo absoluto, existen otros máximos relativos productos de las etapas intermedias de ionización de cada átomo y cuya secuencia no es monótona creciente sino por el contrario, los máximos se van alternando según varían los átomos, dando por resultado que en ocasiones la contribución al enfriamiento por un átomo a una temperatura dada sea menor que la de otro átomo, aunque su Z sea menor, cambiando a la inversa para otra temperatura y así sucesivamente hasta alcanzar un enfriamiento mayor neto del átomo de Z-mayor. Lo anterior, que depende de la distribución de concentraciones de los iones de cada átomo en el intervalo de temperaturas en que se dan, muestran que para una temperatura dada de operación, el átomo de mayor Z no necesariamente contribuye al enfriamiento del--

plasma.

Hasta ahora he supuesto abundancias relativamente iguales -- para todos los átomos, pero es obvio que muchos de los elementos -- estudiados, no necesariamente estarán en el plasma y que los restantes, (los que si se encuentran) estarán en abundancias relativas -- diferentes. La única diferencia con lo dicho anteriormente es que -- los máximos absolutos no necesariamente seguiran este comportamiento creciente, puesto que las curvas de enfriamiento se habrán desplazado de diferente forma, según la abundancia relativa del átomo -- en cuestión por la cual tenga que multiplicarse el enfriamiento debido a este átomo para todas las temperaturas. Para un estudio completo, será necesario conocer estas abundancias para las impurezas -- presentes, multiplicarla por la correspondiente emisividad de la im pureza y de acuerdo con la temperatura que se este operando, identificar la impureza que mayormente contribuye al enfriamiento, determinar el (o los) ión (es) que determinan fundamentalmente este enfriamiento para en caso de que sea importante este enfriamiento y, comparado con otros mecanismos de enfriamiento, pueda establecerse control sobre de él.

TABLA I

Pico Máximo de Enfriamiento para Átomos de  $Z \leq 17$ 

Elemento	Z	Temperatura ( $^{\circ}\text{K}$ ) $\times 10^6$	Enfriamiento ( $\text{erg cm}^3 \text{seg}^{-1}$ )
H	1	.02	$4.8 \times 10^{-24}$
He	2	.11	$3.4 \times 10^{-23}$
Li	3	.34	$1.2 \times 10^{-22}$
Be	4	.60	$2.3 \times 10^{-22}$
B	5	1.0	$4.4 \times 10^{-22}$
Cl	6	1.7	$7.4 \times 10^{-22}$
N	7	2.4	$1.1 \times 10^{-21}$
O	8	3.2	$1.6 \times 10^{-21}$
F	9	5.0	$2.3 \times 10^{-21}$
Ne	10	6.5	$2.8 \times 10^{-21}$
Na	11	9.0	$3.6 \times 10^{-21}$
Mg	12	12	$4.6 \times 10^{-21}$
Al	13	18	$5.6 \times 10^{-21}$
Si	14	21	$6.8 \times 10^{-21}$
P	15	25	$8.0 \times 10^{-21}$
S	16	31	$9.4 \times 10^{-21}$
Cl	17	35	$1.1 \times 10^{-20}$

A pesar de carecer de datos para el enfriamiento de elementos con  $Z > 17$ , podemos extrapolar resultados para ellos a partir de la tabla I y decir que el enfriamiento máximo será mayor de  $1,1 \times 10^{-20}$  erg  $\text{cm}^3 \text{seg}^{-1}$  y que ocurrirá a una temperatura mayor de los 35 millones de Kelvins para estos átomos y a pesar de ir creciendo este máximo de temperatura también ira en ascenso. Por esto, debemos esperar que para una cierta temperatura máxima de operación en el plasma no sea necesario tomar en cuenta aquéllos átomos cuyo pico máximo esté después de esta temperatura, aunque por supuesto no habrá que despreciar los máximos relativos de iones primarios en el caso de que existan gran abundancia de los elementos cercanos a esta temperatura.

Diferentes mecanismos se ensayan para evitar el enfriamiento del plasma debido a las impurezas; entre estos se encuentran diferentes tipos de configuraciones de las botellas magnéticas, campos magnéticos adicionales para el control de impurezas, métodos de ignición más eficientes, perfeccionamiento de las paredes que confinan el plasma, etc., sin embargo, si se desea minimizar el efecto de las impurezas, habrá que conocer estos efectos en los rangos de temperatura en que se trabaja y operar en aquéllas temperaturas en que son mínimos.

#### CONSIDERACIONES FINALES

He planteado desde un principio que de acuerdo al consumo --cient de energía y a la escasez de combustibles y agotamiento, la --

energía producida por fusión termonuclear será básica en un futuro lejano para el desarrollo de la humanidad. Pero para alcanzar este fin deberán quedar resueltos los problemas que impiden construir los reactores termonucleares, que harán útil este tipo de energía, incluyendo los problemas provocados por impurezas. En la actualidad se prueban en el mundo varios tipos de reactores experimentales que, desde principios de esta década, se aproximan a lograr el criterio de Lawson, ejemplos de ellos son: el ORMAK TOKAMAK (1976) de E.U., el Tokamak francés TFR (1976), los Tokamak PLT (1977) de E.U. y el T-10 de la U.R.S.S. (1977); un poco antes el DII ATC (General Atomic no-Circular Tokamak, 1974) y el ST Stellarator (1977).

Y todavía más, se tiene pensando para los próximos años, construir reactores que funcionen con combustible de fusión D-T para así alcanzar mayor ganancia de energía (el Tokamak TFTR) u otros diseños que resulten más eficaces que los anteriores, como el EPR y el T-20 de la General Atomic y de la Unión Soviética respectivamente.

Los países de mediano o bajo desarrollo que estén o se den posibilidades para adquirir tecnología nuclear futura, deberán dedicarse desde ahora a preparar científicos en el campo de las reacciones termonucleares en forma masiva, para crear una tecnología nuclear propia que permita la construcción de reactores nucleares a bajo costo y con altos grados de eficiencia.

## BIBLIOGRAFIA

- |  |   |
|--|---|
| I Abramowitz, M., 1972   | Handbook of Mathematical Functions, --<br>Dover.  |
| 2 Acosta, V., Cowan, C.<br>and Graham, B. 1973 .                                   | Essentials of Modern Physics. Harper--<br>and Row.  |
| 3 Aller, L. 1961.  | The Abundances of the Elements. New --<br>York. Interscience Publishers.                      |
| 4 Aller, L. 1963   | The Atmospheres of the Sun and Stars.-<br>New York-Ronald.                                    |
| 5 Boley, F. 1964   | Plasmas en el Laboratorio y en el Cos-<br>mos. Reverté.                                       |
| 6 Bretz, N. and Dimack, D.<br>IAEA-CN-33/A I5-4 p.<br>605-619.                     | Radiation from Plasmas in the ST-Toka-<br>mak.  |
| 7 Cantó, J. y Daltaubuit, E.<br>1974 Astronomía y Astro-<br>física. Vol. I P. 5-9. | Empirical Computation of Collisional -<br>Ionization Rates of Atoms and Ions by<br>Electrons. |
| 8 Clayton, D. 1968   | Principles of Stellar Evolution and --<br>Nucleosynthesis. Mc Graw-Hill.                      |
| 9 Cox, D. P. And Tucker, N-H.<br>1969 Ap. j. I57, II57 -<br>II67.                  | Ionization Equilibrium and Radiative-<br>Cooling of a Low-Density Plasma.                     |
| 10 Daltaubuit, E.  | Thesis  |
| II Franeau, J. 1966  | Física. URMO.   |

- 12 Goldstein, H. 1968. Classical Mechanics. Addison -Wes-  
ley.
- 13 Landau, L. y Lifshitz, E. 1974 Mecánica Cuántica. MIR.
- 14 Landau, L. y Lifshitz, E. 1971 Mecánica y Electrodinámica.--  
MIR.
- 15 Lawson, J.D. 1957 Proc. Phys. Soc. London B70,6
- 16 Mac Alpine, G. 1971 Thesis. Wisconsin University.
- 17 McCracken, D. 1976 Programación Fortran IV. Limusa.
- 18 Mende, D.M. and Furth, H.P. The Effects of Impurities and Mag-  
IAEA-CN-33/A 15 p.605-619. netic Divertors on High-Temperature Tokamak.
- 19 Michelis, C. 7°European Conference and Contro-  
lled Fusión and Plasma Physics. --  
Lausanne, Switzerland. P. 60-70.
- 20 Osterbrock Astrophysics of Gaseous Nebulae.
- 21 Pearson. 1963 Nuclear Power Technology. London-  
University Press.
- 22 Pos. P and Jensen, R. 1977 Plasma Physics Laboratory. Princen  
ton University.
- 23 Post, P. and Jensen, R 1977 Stady-State Radiactive Cooling Ra-  
tes for Low-Density High-Temperatu  
re Plasma. Princenton University.
- 24 Rose, J. 1965 Plasmas and Controlled Fusion. The  
M.I.T. Press.

- 25 Stevens, C. 1978 Fusion Vol. 1 n°10 p. 22-34.  
The Current Status of Fusion Techno  
logy and Research.
- 26 Tucker, W.H. 1967 Ap. J. 146. 745
- 27 Tucker, W.H. and Gould, R.J. 1966 Ap. J. 144, 244
- 28 White, H 1934 Introduction to Atomic Spectra. Mc -  
Graw-Hill.
- 29 Winter, H. 1975 Vacuum Vol. 25 n° 11/12 p. 497-511  
The Present State of Controlled ---  
Nuclear Fusion.
- 30 Zel'dovich, Ya.B. and Rayser. Physics of Shock Waves and High - -  
Ya.D. 1967 Temperature Hydrodynamic Phenomena.  
New York and London Academic Press.