



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

**FUNDAMENTACION TEORICA DEL CALCULO
NUMERICO DE LOS PARAMETROS DE REACTORES
NUCLEARES DE POTENCIA TIPO BWR.**

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el Título de
F I S I C O
P r e s e n t a

FERNANDO A. CHAVEZ ISLAS

1 EJEN.
7

6580

MEXICO, D. F.

1979



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

INTRODUCCION	VIII
CAPITULO I. CALCULO DE LOS PARAMETROS RAPIDOS DE UN - REACTOR TERMICO HOMOGENEO	
1.1 Componentes de un Reactor Nuclear	1
1.2 Reactores Homogéneos y Heterogéneos	6
1.3 Reactores Térmicos	6
1.4 Reactores de Potencia Tipo BWR (Reactor de Agua Hirviente)	7
1.5 La Ecuación de Transporte	11
1.6 Condiciones de Frontera y de Continuidad	24
1.7 La Ecuación de Transporte Monoenergética	25
1.8 La Ecuación de Difusión	28
1.9 Condiciones de Frontera y de Continuidad en la Teoría de Difusión	33
1.10 La Teoría de Transporte Asintótica	35
1.10.1 Condición de Criticidad	36
1.11 Aproximaciones B_N y P_N a la Ecuación de Trans- porte	49
1.12 Aproximaciones B_1 y P_1 a la Ecuación de Trans- porte	62

1.13	Cálculo de la Función de Transferencia por Dispersión Elástica	72
1.14	Densidad de Moderación para el Hidrógeno	80
1.15	Densidades de Moderación para Elementos con Números de Masa Mayores que 1	83
1.16	Sistema de Ecuaciones Diferenciales para las -- Transformadas de Fourier del Flujo y de las Densidades de Moderación en la Aproximación B ₁	95
1.17	Solución Numérica del Sistema de Ecuaciones Diferenciales para el Flujo, la Corriente y las -- Densidades de Moderación	102
1.17.1	Estructura de Grupos del Código MUFT-IV	114
1.17.2	Parámetros Calculados por el Código MUFT-IV ...	117
1.18	Referencias	124

CAPITULO II. CALCULO DE LOS PARAMETROS TERMICOS DE UN REACTOR TERMICO HOMOGENEO

2.0	Modelo para el Cálculo de los Parámetros Térmicos	130
2.1	La Ecuación de Transporte para Neutrones Térmicos	131
2.2	Densidad Neutrónica Maxwelliana	134
2.3	Secciones Eficaces Térmicas Promedio	138
2.4	Coefficiente de Difusión Térmico Promedio	144
2.5	Potencia de un Reactor Térmico	148

2.6	Temperatura Efectiva	151
2.7	Función de Transferencia por Dispersión Elástica para un Gas Monoatómico	154
2.8	Ecuación de Wigner - Wilkins para la Densidad - Neutrónica	161
2.9	Solución Numérica de la Ecuación de Wigner-Wilkins por el Código SOFOCATE	177
2.10	Cálculo Numérico de los Parámetros Térmicos Promedio. Descripción del Código SOFOCATE	181
2.10.1	Datos Utilizados por el Código	181
2.10.2	Estructura de Grupos del Código	183
2.10.3	Parámetros Calculados por el Código	184
2.10.4	Datos de Salida Impresos por el Código	186
2.11	Referencias	187

CAPITULO III. CALCULO DE PROBABILIDADES DE ESCAPE EN BARRAS DE COMBUSTIBLE

3.0	Disposición del Combustible en Reactores Heterogéneos	189
3.1	Relaciones de Reciprocidad	192
3.2	Probabilidad de Escape para un Cuerpo Convexo - de Forma Arbitraria	196
3.3	Probabilidad de Escape para un Cilindro Infinito	204
3.4	Aproximación de Sauer para la Probabilidad de Escape para un Cilindro Infinito	210

3.5	Aproximación de Amouyal y Benoist para la Probabilidad de Escape Total de una Barra de Combustible	218
3.6	Cálculo de la Probabilidad de Escape P_{FO} para una Barra de Combustible Situada en una Reticula	224
3.7	Aproximación de Sauer para el Factor de Dancoff en Reticulas Exagonales y Cuadradas	230
3.8	Referencias	241

CAPITULO IV. CALCULO DE LA CONSTANTE DE MULTIPLICACION INFINITA DE UN REACTOR TERMICO HETEROGENEO

4.0	Procedimiento de Cálculo de la Constante de Multiplicación Infinita	243
4.1	Eta	245
4.2	Cálculo del Factor de Utilización Térmica por el Método de Wigner - Seitz	246
4.3	Cálculo del Factor de Utilización Térmica por el Método de Amouyal, Benoist y Horowitz (ABH) ..	257
4.4	Efecto del Encamisado de la Barra de Combustible sobre el Factor de Desventaja	266
4.5	Cálculo de los Parámetros Térmicos Promedio para un Reactor Heterogéneo	272
4.6	Probabilidad de Escape a la Resonancia	276
4.6.1	Aproximaciones NR y NRIM para la Integral de Resonancia Efectiva	277
4.6.2	Dependencia Geométrica de la Integral de Resonancia	291

4.6.3	Dependencia de la Integral de Resonancia Efectiva de la Temperatura	293
4.6.4	Ecuaciones Empíricas para la Integral de Resonancia Efectiva	294
4.7	Cálculo del Factor de Utilización Rápida	299
4.8	Cálculo del Factor de Autoblindaje en Resonancia	309
4.9	Cálculo del Factor de Fisión Rápida	312
4.10	Evaluación del Método de Strawbridge para el Cálculo de los Parámetros de un Reactor Heterogéneo Térmico de Potencia Tipo BWR	314
4.11	Referencias	320

CAPITULO V. SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO PARA UN REACTOR DE POTENCIA TIPO BWR

5.0	Aproximaciones para el Cálculo del Quemado	323
5.1	Ecuación General de Quemado	326
5.2	Solución de las Ecuaciones de Quemado de la Cadena del U-238	332
5.3	Solución de las Ecuaciones de Quemado de la Cadena del Th - 232	343
5.4	Envenenamiento por Productos de Fisión	355
5.5	Solución de las Ecuaciones de Quemado de la Cadena del I - 135	359
5.6	Solución de las Ecuaciones de Quemado de la Cadena del Pm - 149	363

5.7	Cálculo de las Densidades Isotópicas	366
5.8	Solución de las Ecuaciones de Quemado en el Código CANDLE	368
5.8.1	Ecuaciones de Grupo en el Código CANDLE	369
5.8.2	Constantes de Grupo en el Código CANDLE	373
5.8.3	Flujos de Grupo Normalizados	379
5.8.4	Ecuaciones Diferenciales de Quemado en el Código CANDLE	381
5.8.5	Datos de Salida del Código CANDLE	386
5.9	Referencias	388

CAPITULO VI. CALCULO NUMERICO DE LOS PARAMETROS DE UN REACTOR DE POTENCIA TIPO BWR (DESCRIPCION DEL CODIGO LEOPARD)

6.0	El Código LEOPARD	391
6.1	Cálculos Básicos Realizados por el Código LEOPARD	392
6.2	Datos de la Geometría del Reactor	393
6.2.1	Dimensiones Corregidas con Respecto a la Temperatura	394
6.3	Densidades Atómicas	396
6.4	Secciones Eficaces Macroscópicas de Dispersión	397
6.5	Cálculo de los Parámetros Térmicos	402
6.6	Cálculo de los Parámetros No - Térmicos	406
6.7	Solución de las Ecuaciones de Quemado. Cadenas de los Productos de Fisión	410

VII

6.8	Descripción de los Datos de Entrada	416
6.8.1	Codificación de los Datos de Entrada	418
6.9	Instrucciones de Perforación de los Datos de Entrada	436
6.10	Datos de Salida	439
6.11	Formación de la Biblioteca del Código LEOPARD ..	457
6.12	Referencias	459

CAPITULO VII. CONCLUSIONES

7.1	Cálculos para el Reactor Homogéneo	460
7.2	Cálculos para el Reactor Heterogéneo	468
7.3	Cálculos de Quemado	473
7.4	Cálculos Numéricos Realizados por el Código LEOPARD	477
7.5	Conclusiones	493

APENDICE A	Identities para la Integración del Angulo-Sólido	A-1
APENDICE B	Dinámica de las Dispersiones Elásticas	B-1
APENDICE C	Efecto Doppler	C-1

I N T R O D U C C I O N

En este trabajo se derivan las expresiones matemáticas empleadas por el código LEOPARD para el cálculo numérico de los parámetros de un reactor nuclear de potencia tipo BWR. Este código ha sido empleado en el Depto. de Combustibles del Proyecto Nucleo-eléctrico Laguna Verde de la Comisión Federal de Electricidad para calcular los parámetros de los reactores que se instalarán en la planta de Laguna Verde, Veracruz.

Para la derivación de esas expresiones matemáticas se ha partido en cada caso de las ecuaciones generales dadas por la física de reactores nucleares y haciendo las simplificaciones adecuadas se han obtenido las aproximaciones empleadas para el cálculo numérico.

Esencialmente el método del código LEOPARD consiste en introducir las correcciones heterogéneas necesarias en los cálculos de los códigos MUFT-IV y SOFOCATE, los cuales calculan los parámetros de un reactor homogéneo moderado con H_2O .

En el primer capítulo se derivan las ecuaciones de multigrupos utilizadas por el código MUFT-IV para el cálculo de los parámetros de un reactor homogéneo moderado con H_2O en el intervalo de energía

$$0.625 \text{ eV} \leq E \leq 10 \text{ MeV}$$

En el segundo capítulo se deriva la ecuación diferencial de Wigner - Wilkins para la densidad neutrónica para neutrones térmicos en equilibrio con un gas de átomos de Hidrógeno y se describe la forma en que el código SOFO-CATE hace el cálculo numérico de los parámetros de un reactor homogéneo moderado con H_2O en el intervalo de energía

$$0 < E \leq 0.625 \text{ eV}$$

En el tercer capítulo se derivan las expresiones utilizadas por el código LEOPARD para el cálculo de las probabilidades de escape de un neutrón de una barra de combustible cilíndrica, y del factor de Dancoff.

En el cuarto capítulo se derivan las expresiones utilizadas por el código LEOPARD para el cálculo de los factores de desventaja del moderador y del encamisado, considerando una celda unitaria equivalente de tres regiones, de la integral de resonancia efectiva y del factor de fi-

sión rápida y se describe el método de Struwwbridge (en el cual se basa el código LEOPARD) para el cálculo de la constante de multiplicación infinita de un reactor tipo BWR.

En el quinto capítulo se establecen y resuelven las ecuaciones diferenciales de quemado utilizadas por el código LEOPARD para los isótopos de las cadenas de U-238, Th-232, Pm-149, I-135.

En el sexto capítulo se describe el código LEOPARD haciendo notar como se introducen las correcciones heterogéneas derivadas en los capítulos III y IV en los cálculos efectuados por los códigos MUFT-IV y SOFOCATE.

En el séptimo capítulo se destacan los aspectos esenciales de la fundamentación del método de cálculo del código LEOPARD y se presentan en forma sumaria las expresiones matemáticas que utiliza este código.

México, D.F.

Noviembre de 1977.

C A P I T U L O I
CALCULO DE LOS PARAMETROS RAPIDOS
DE UN REACTOR TERMICO HOMOGENEO

1.1 COMPONENTES DE UN REACTOR NUCLEAR

Un reactor nuclear es un sistema fisico formado por combustible, moderador, refrigerante, reflector, materiales estructurales y de control, y blindajes; dispuestos en determinada configuraci3n geométrica y en concentraciones tales para que pueda ocurrir una reacci3n en cadena automantenida y controlada.

Es decir, un proceso nuclear en el que la relaci3n entre el número de neutrones producidos por fisi3n en cada generaci3n al número total de neutrones perdidos por absorpci3n y por escape en la generaci3n inmediatamente precedente es exactamente la unidad. Esta condici3n de criticidad se alcanza controlando el número de neutrones que producen fisiones, mediante los materiales de control que absorben el exceso de neutrones.

Los componentes principales de un reactor nuclear son:

El núcleo del reactor que es la parte central -- formada por el combustible y el moderador, Fig. 1.1. El combustible es el material que contiene los isótopos fisio nables como U-238, U-235, U-233, Pu-239. y puede ser sólido o líquido. Sólido se utiliza en forma de pastillas de uranio metálico (natural o enriquecido), de UO_2 enriquecido, o de las aleaciones $UO_2 - ThO_2$, $BeO - UO_2$, $UO_2 - PuO_2$. Estas pastillas se encuentran en tubos de acero, Aluminio, Circonio o de una aleación, formando las barras de combustible. En los combustibles líquidos el material que contiene el isótopo fisiónable está disuelto o suspendido en el moderador.

El moderador es un material cuya función es reducir la energía de los neutrones que se originan por fisión de los núcleos del combustible hasta energías térmicas.

Esto se consigue principalmente por dispersiones elásticas de los neutrones por los núcleos del moderador. Los moderadores son materiales formados por elementos de bajo número de masa y con secciones eficaces de absorción pequeñas. Ejemplos de moderadores utilizados en reactores son: H_2O , D_2O , Be, BeO y C (en forma de grafito).

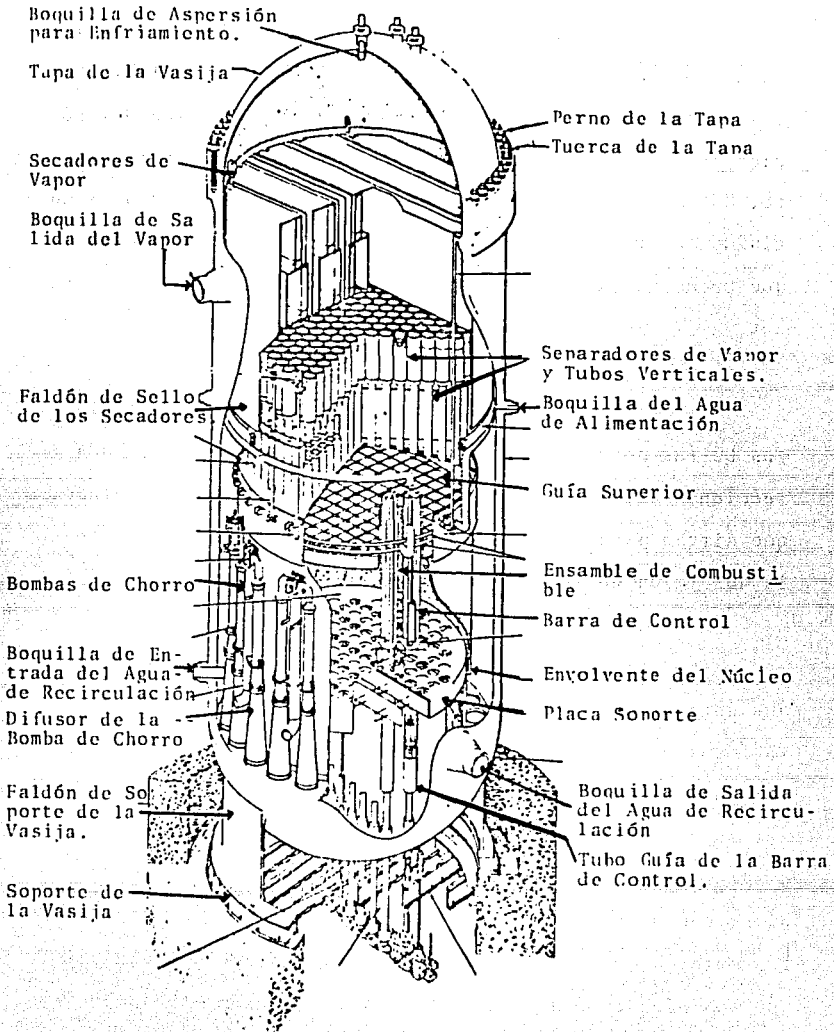


Fig. 1.1 Corte de un Reactor BWR (1)

En el núcleo del reactor es donde aparece en forma de calor la energía liberada en el proceso de fisión de los núcleos del combustible. Este calor se extrae del núcleo del reactor mediante la circulación de un refrigerante, que puede ser el mismo moderador y es transferido a un fluido de trabajo para producir vapor o un gas caliente -- que puede usarse en un sistema convencional turbina-generador.

En el núcleo del reactor, se encuentran también las barras de control formadas de materiales con elevadas secciones eficaces de absorción como Boro, Cadmio, Hafnio, que sirven para controlar la reacción en cadena mediante la absorción de neutrones.

La región que circunda el núcleo del reactor y que no contiene material combustible es el reflector y está formado por un material cuyas características están determinadas por la distribución de energías de los neutrones en el núcleo del reactor. La función del reflector es disminuir el escape de neutrones del núcleo del reactor, dispersando hacia éste aquellos neutrones que han escapado. Los materiales empleados como reflectores deben tener baja sección eficaz de absorción y elevada sección eficaz de dispersión, por consiguiente se puede emplear como reflector el mismo material del moderador.

Algunos tipos de reactores (llamados de cría) tienen una capa de material fértil localizada entre el núcleo y el reflector; este material fértil puede convertirse en material fisionable por captura de neutrones. El material fértil puede utilizarse como reflector.

La vasija del reactor contiene todos los elementos internos y actúa también como blindaje térmico.

El material del blindaje térmico es generalmente acero y su función es absorber la radiación gamma y moderar o absorber los neutrones rápidos que escapan del núcleo del reactor. El blindaje biológico rodea el blindaje térmico y es externo al reactor.

El blindaje biológico consiste de un material -- que contenga algún buen moderador como el Hidrógeno, con objeto de moderar los neutrones que atraviesan el blindaje térmico y subsecuentemente absorber estos neutrones; además debe ser suficientemente denso para atenuar la radiación gamma hasta un nivel aceptable desde el punto de vista biológico. El material usado para el blindaje biológico es generalmente el concreto.

1.2 REACTORES HOMOGENEOS Y HETEROGENEOS

Desde el punto de vista de la distribución del combustible en el núcleo de un reactor, éste puede ser homogéneo o heterogéneo.

En un reactor homogéneo la concentración del combustible es la misma en cualquier punto del núcleo del reactor, ya que se encuentra suspendido o disuelto en el moderador.

En un reactor heterogéneo el combustible se encuentra en forma de placas o de barras dispuestas en un arreglo regular formando una retícula, la cual se encuentra sumergida en el moderador (Fig. 1.1)

1.3 REACTORES TERMICOS

Con respecto a la energía de los neutrones que producen la mayoría de las fisiones en el núcleo de un reactor, éste puede ser rápido o térmico. En un reactor rápido la mayoría de las fisiones son producidas por neutrones con energías desde ~ 1 keV hasta ~ 100 keV.

En un reactor térmico, la mayoría de las fisio--

nes (más del 99%) son producidas por neutrones con energías menores de 1 eV. El combustible utilizado en los reactores térmicos es Uranio, natural o enriquecido ya que la sección eficaz microscópica de fisión para el U-235 a la energía de 0.025 eV es 577 barns mientras que a la energía de 2 MeV es solamente 1.3 barns.

En un reactor térmico, los neutrones emitidos en el proceso de fisión (2.5 para U-235) que tienen una energía promedio de 1.98 MeV son moderados hasta energías térmicas (menores de 0.625 eV) por dispersiones con los núcleos del moderador. Una vez que adquieren energías térmicas, producen fisiones térmicas en el isótopo fisible del combustible, manteniendo así la reacción en cadena.

1.4 REACTORES DE POTENCIA TIPO BWR (REACTOR DE AGUA HIRVIENTE)

En un reactor tipo BWR el combustible (UO_2 ligeramente enriquecido) se encuentra en forma de barras las cuales están agrupadas formando los ensambles de combustible Fig. 1.2. Los ensambles de combustible se encuentran sumergidos en el moderador y dispuestos en un arreglo regular formando el núcleo del reactor, Fig. 1.1

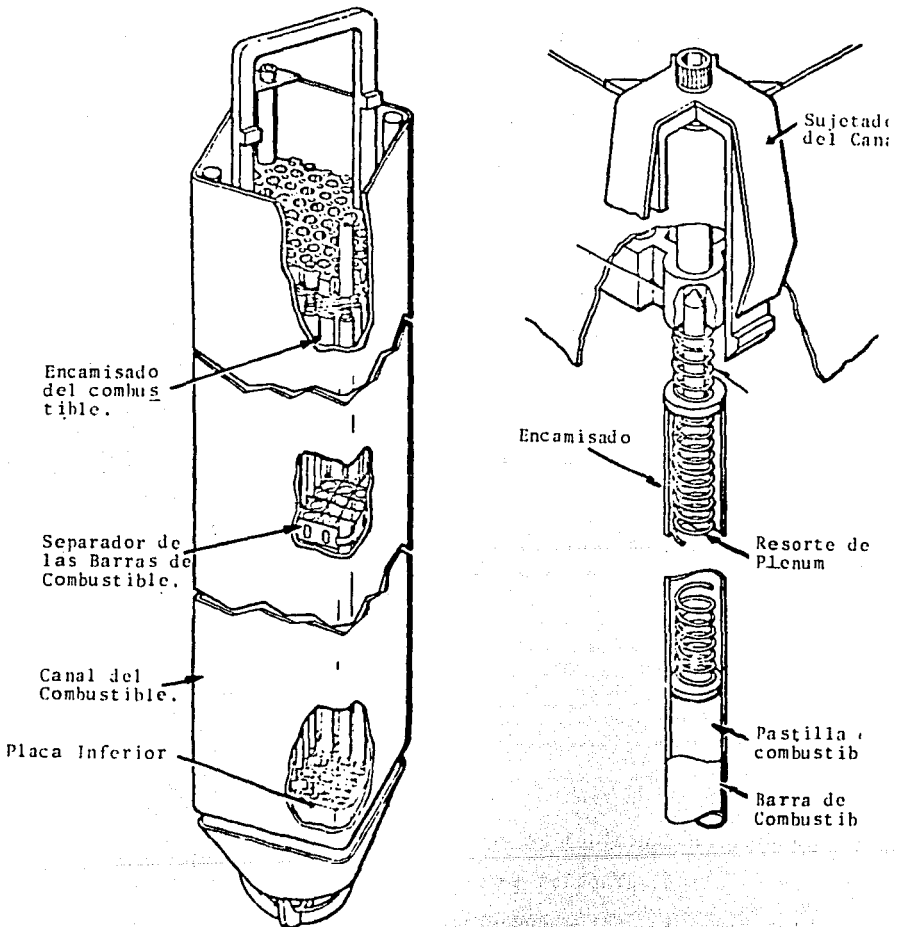


Fig. 1.2 Ensamble de Combustible (2)

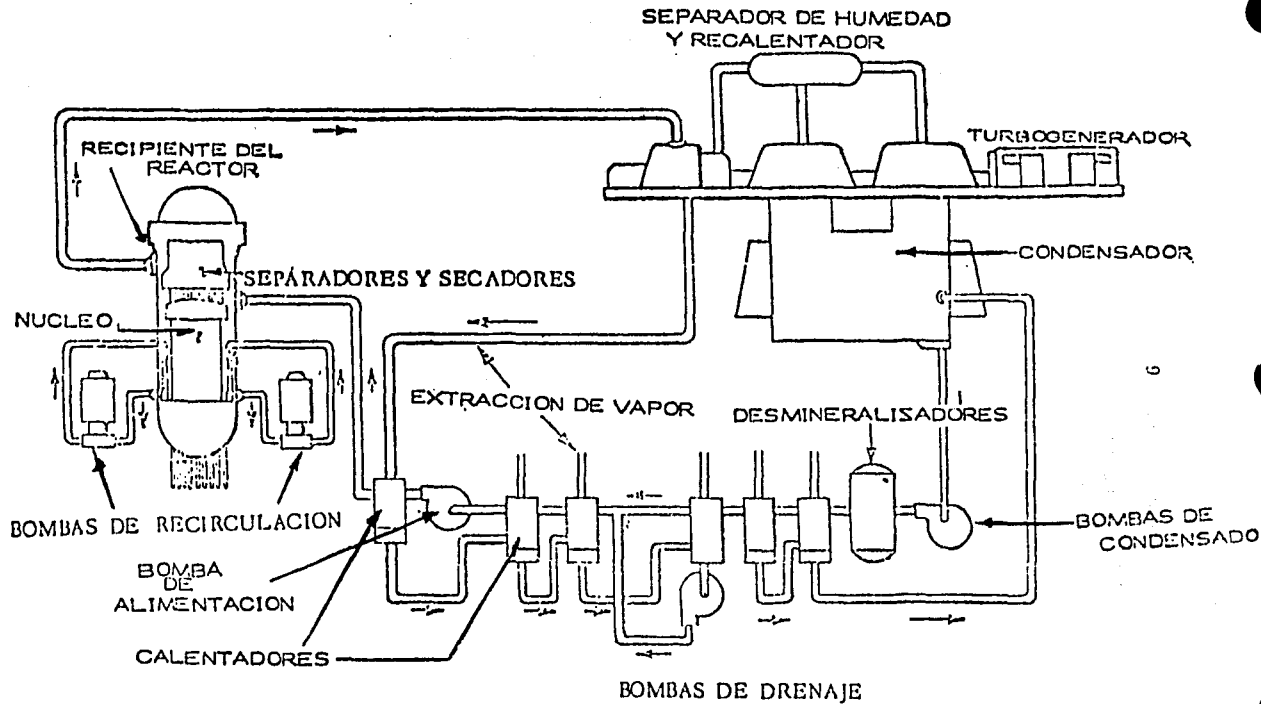


Fig. 1.3 Diagrama Esquemático de una Planta Nuclear de Potencia de Ciclo Directo con un Reactor BWR⁽²⁾

En la Fig. 1.3 se muestra en forma esquemática el ciclo del refrigerante en una planta nuclear de ciclo-directo que utiliza un reactor tipo BWR.

El agua de alimentación entra al reactor y por medio de las bombas de chorro es impulsada de abajo hacia arriba a través del núcleo del reactor.

El calor generado por fisión en las barras de combustible es transmitido al agua por radiación por conducción y por convección produciendo la ebullición del agua. El vapor generado pasa a los separadores de humedad y después a los secadores y sale como vapor seco hacia las turbinas donde realiza trabajo. A continuación pasa al condensador donde es condensado.

El condensado pasa después a los desmineralizadores donde son separados los productos corrosivos y a continuación pasa a los calentadores para entrar finalmente como agua de alimentación al reactor. El líquido saturado que se separa del vapor en los separadores fluye hacia abajo y se mezcla con el agua de alimentación.

1.5 LA ECUACION DE TRANSPORTE

Un centímetro cúbico típico del núcleo de un reactor de potencia en operación puede contener del orden de 10^{22} núcleos y 10^{10} neutrones (3); además, la vida de un neutrón en un reactor desde su nacimiento hasta su absorción o escape es del orden de 10^{-5} a 10^{-3} segundos (4). En cualquier cálculo que implique tales números de partículas no es posible determinar el comportamiento físico de cada partícula, sino que es suficiente determinar el comportamiento probable de las partículas y calcular el número probable de interacciones. El gran número de eventos considerados garantiza que las desviaciones del comportamiento de cada partícula, con respecto al comportamiento probable, serán pequeñas.

Como consecuencia de su movimiento en el reactor, los neutrones que inicialmente estaban en una región del reactor moviéndose con determinadas energías y en ciertas direcciones, aparecen después en otra región del reactor moviéndose con otras energías y en otras direcciones; por consiguiente, los neutrones han sido transportados de una región de espacio y energía a otra.

La descripción matemática de la distribución de los neutrones, en espacio, energía y tiempo, en un reac

tor está basada en una ecuación de conservación, llamada la ecuación de transporte, que se derivará bajo las siguientes suposiciones:

1.- El neutrón se considera como una partícula puntual, es decir no se consideran sus propiedades ondulatorias y se supone que su movimiento puede describirse completamente por su posición y su velocidad. Esto se justifica porque aún para un neutrón con una energía de 0.01 eV, su longitud de onda reducida es 4.55×10^{-9} cm. (5), la cual es casi un orden de magnitud menor que la distancia entre átomos en un sólido y varios órdenes de magnitud menor que las trayectorias libres medias de neutrones.

2.- Los núcleos con los que interaccionan los neutrones se consideran en reposo, lo cual implica que las rapidezces de los neutrones se consideran mucho mayores que las rapidezces de los núcleos en movimiento térmico (del orden de 2200 m/s). (6)

3.- Se desprecia la contribución debida a la interacción neutrón-neutrón lo cual se justifica en base a que la densidad neutrónica aún para un flujo del orden de 10^{16} neu/cm²-s es menor de 10^{11} neu/cm³, (7) que es pequeña comparada con la densidad nuclear, del orden de 10^{22} núcleos por cm³ y por consiguiente las interacciones neu-

trón-neutrón son mucho menos probables que las interacciones neutrón-núcleo.

4.- No se hace distinción entre los neutrones inmediatos y los neutrones retardados, es decir, todos los neutrones se consideran inmediatos. Esto se justifica por que menos del 1% (8) de los neutrones de fisión son retardados.

5.- Se considera que la moderación de los neutrones puede ocurrir por dispersión elástica e inelástica.

6.- Se supone que el medio donde ocurre el transporte de neutrones es isotrópico, esto implica que las secciones eficaces son independientes de la dirección.

Antes de establecer la ecuación de transporte se requiere definir las siguientes funciones de la posición, de la energía, de la dirección y del tiempo.

La posición de un neutrón queda determinada por el vector de posición \vec{r} referido al sistema de coordenadas del laboratorio X Y Z (Fig. 1.4), y su dirección queda determinada por el vector unitario \vec{n} el cual, referido al sistema X' Y' Z' paralelo al sistema X Y Z, está determinado en coordenadas esféricas por los ángulos θ y ϕ que

tienen los mismos valores para todos los vectores paralelos a $\vec{\Omega}$.

$d\Omega$ es el elemento de ángulo sólido alrededor del vector unitario $\vec{\Omega}$, y en coordenadas esféricas está dado por, (ecuación (A-1) apéndice A)

$$d\Omega = \frac{1}{4\pi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (1-1)$$

Si v es la rapidez del neutrón, su velocidad \vec{v} está dada por

$$\vec{v} = v \vec{\Omega} \quad (1-2)$$

dV es el elemento de volumen alrededor del punto P, Fig. -

1.4.

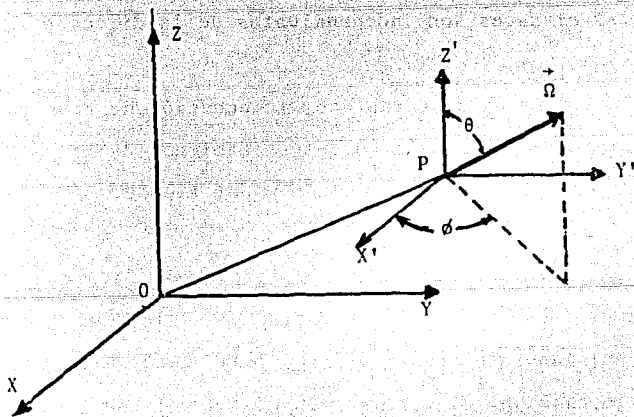


Fig. 1.4. Especificación de un vector unitario $\vec{\Omega}$ con respecto a un sistema cartesiano de coordenadas.

La densidad neutrónica direccional $N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ está definida de tal manera que $N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV dE d\Omega$ es el número probable de neutrones en el elemento de volumen dV alrededor del punto \vec{r} , cuyas energías se encuentran en el elemento de energía dE alrededor de la energía E , y cuyas direcciones se encuentran dentro del ángulo sólido diferencial $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$, en el tiempo t .

La densidad neutrónica direccional tiene unidades de neutrones por unidad de volumen, por unidad de energía y por unidad de ángulo sólido.

La densidad neutrónica escalar, $n(\vec{r}, E, t)$ está definida por

$$n(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad (1-3)$$

donde el símbolo 4π indica que la integración se realiza sobre todas las direcciones. $n(\vec{r}, E, t) dV dE$ es el número probable de neutrones en el elemento de volumen dV alrededor de \vec{r} y con energías en dE alrededor de E , en el tiempo t . La densidad neutrónica escalar, tiene unidades de neutrones por unidad de volumen y por unidad de energía.

El flujo vectorial $\vec{\phi}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ está definido por

$$\vec{\phi}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \vec{\Omega} v N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (1-4)$$

$\phi \cdot \vec{\mu} \, dA \, dE \, d\Omega$ es el número probable de neutrones con energías en dE alrededor de E y con direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ que en el punto \vec{r} y en el tiempo t cruzan el elemento de superficie dA , por unidad de tiempo, en la dirección del vector unitario $\vec{\mu}$, perpendicular al elemento de superficie. Las unidades del flujo vectorial son neutrones por unidad de superficie, por unidad de energía, por unidad de ángulo sólido y por unidad de tiempo.

El flujo direccional $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ se define como

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = v \cdot N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (1-5)$$

$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \, dE \, d\Omega$ es el número probable de neutrones con energías en dE alrededor de E y con direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ que en el punto \vec{r} y en el tiempo t pasan por unidad de superficie y por unidad de tiempo. Las unidades del flujo direccional son neutrones por unidad de superficie, por unidad de energía, por unidad de ángulo sólido y por unidad de tiempo.

El flujo total $\phi(\vec{r}, E, t)$ está definido como

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r}, E, t) &= \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \, d\Omega \\ &= v \cdot n(\vec{r}, E, t) \end{aligned} \quad (1-6)$$

$\phi(\vec{r}, E, t) \, dE$ es el número probable de neutrones con energías en dE alrededor de E que en el tiempo t y en el punto \vec{r} pasan por unidad de superficie y por unidad de tiempo. Las uni-

dades del flujo total son neutrones por unidad de superficie, por unidad de energía y por unidad de tiempo.

La corriente neutrónica $\vec{J}(\vec{r}, E, t)$ está definida como

$$\vec{J}(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} \vec{u} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad (1-7)$$

$\vec{u} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) dE$ es el número neto de neutrones con energías en dE alrededor de E que en el tiempo t y en el punto \vec{r} cruzan por unidad de superficie y por unidad de tiempo en la dirección del vector unitario \vec{u} . Las unidades de la corriente neutrónica son neutrones por unidad de superficie, por unidad de energía y por unidad de tiempo.

La probabilidad de transferencia por dispersión $f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega})$ está definida de tal manera que $f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E') dE d\Omega$ es la probabilidad de que después de que un neutrón con energía E' y dirección $\vec{\Omega}'$ ha experimentado una dispersión en el punto \vec{r} , emergerá en dicho punto un neutrón con energía en dE alrededor de E y con dirección en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$; $\Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E')$ es la sección eficaz macroscópica de dispersión.

Si se separan las dispersiones elástica e inelástica, entonces:

$$\begin{aligned}
 & f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E') = \\
 & f_s(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_s(\vec{r}, E') \\
 + & f_i(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_i(\vec{r}, E')
 \end{aligned}
 \tag{1-8}$$

donde f_s y Σ_s son la función de transferencia y la sección eficaz para dispersión elástica respectivamente, y f_i y Σ_i son la función de transferencia y la sección eficaz para dispersión inelástica, respectivamente.

Las funciones de transferencia se consideran normalizadas, es decir:

$$\int_{4\pi} \int_0^{\infty} f_s(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) dE d\Omega = 1
 \tag{1-9}$$

y

$$\int_{4\pi} \int_0^{\infty} f_i(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) dE d\Omega = 1
 \tag{1-10}$$

La rapidez de interacción para el tipo de interacción x está dada por

$$\Sigma_x(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) dE d\Omega
 \tag{1-11}$$

y es el número probable de interacciones del tipo x en el punto \vec{r} por unidad de volumen y por unidad de tiempo para-

neutrones con energías en dE alrededor de E y direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$. $\Sigma_x(\vec{r}, E)$ es la sección eficaz macroscópica para la interacción del tipo x , a la energía E en el punto \vec{r} .

La densidad de fuente $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ independiente de la densidad neutrónica está definida de tal manera que $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV dE d\Omega$ es el número de neutrones que aparecen por unidad de tiempo en el elemento de volumen dV alrededor de \vec{r} con energías en dE alrededor de E y direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ en el tiempo t .

Para establecer la ecuación de transporte se considerará el balance de neutrones en un elemento arbitrario de volumen δV , entonces:

Variación con respecto al tiempo del número de neutrones en el elemento del espacio fase $\delta V dE d\Omega$ alrededor de \vec{r} , E y $\vec{\Omega}$ en el tiempo t :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\delta V} N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV dE d\Omega$$

= + Número de neutrones que aparecen en $\delta V dE d\Omega$ por unidad de tiempo procedentes de fuentes -

independientes en el tiempo t :

$$+ \int_{\delta V} Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV dE d\Omega$$

- Número neto de neutrones que escapan del elemento de volumen δV por unidad de tiempo con energías en dE alrededor de E y direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ en el tiempo t :

$$- dE d\Omega \int_S N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) v \vec{\Omega} \cdot \vec{u} dA$$

donde \vec{u} es un vector unitario perpendicular al elemento de superficie dA , y la integral se extiende a la superficie S que limita el volumen δV .

Aplicando el teorema de Gauss esta expresión se transforma en

$$- dE d\Omega \int_{\delta V} v \vec{\Omega} \cdot \nabla N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV$$

- Número de neutrones que salen del elemento $dE d\Omega \delta V$ por unidad de tiempo por interacciones de absorción o de dispersión en el tiempo t :

$$- \int_{\delta V} \Sigma_t(\vec{r}, E) v N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dV dE d\Omega$$

donde $\Sigma_c(\vec{r}, E)$ es la sección eficaz macroscópica total.

- + Número de neutrones producidos por fisión por unidad de tiempo que aparecen en el elemento δV dE $d\Omega$ en el tiempo t : (9)

$$+ \int_{\delta V} dV' \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \int_{\delta V} \Sigma_{A^j} \chi^j(E) v^j \Sigma_f^j(\vec{r}, E') v' N(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE d\Omega$$

donde $\chi^j(E)$, v^j , y $\Sigma_f^j(\vec{r}, E')$ son el espectro de fisión, el número promedio de neutrones emitidos por fisión, y la sección eficaz macroscópica de fisión del isótopo con número de masa A^j

- + Número de neutrones que entran al elemento δV dE $d\Omega$ por unidad de tiempo por dispersiones desde otras energías y direcciones: (10)

$$+ \int_{\delta V} dV \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' f_s(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_s(\vec{r}, E') v' N(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE d\Omega$$

Puesto que δV es arbitrario, las integrales en ambos miembros de la ecuación anterior pueden igualarse dando por resultado

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} N(\vec{r}, E, \vec{n}, t) &= Q(\vec{r}, E, \vec{n}, t) - v \vec{n} \cdot \nabla N(\vec{r}, E, \vec{n}, t) \\
&\quad - v \Sigma_t(\vec{r}, E) N(\vec{r}, E, \vec{n}, t) \\
&+ \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \left[\Sigma_A^j(E) \chi^j(E) v^j \Sigma_f^j(\vec{r}, E') + \right. \\
&\quad \left. + f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{n}' \rightarrow E, \vec{n}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E') \right] v' N(\vec{r}, E', \vec{n}', t)
\end{aligned} \tag{1-12}$$

En términos del flujo direccional la ecuación de transporte queda:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, E, \vec{n}, t) &= Q(\vec{r}, E, \vec{n}, t) - \vec{n} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{n}, t) \\
&\quad - \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{n}, t) \\
&+ \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \left[\Sigma_A^j(E) \chi^j(E) v^j \Sigma_f^j(\vec{r}, E') + \right. \\
&\quad \left. + f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{n}' \rightarrow E, \vec{n}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E') \right] \phi(\vec{r}, E', \vec{n}', t)
\end{aligned} \tag{1-13}$$

En esta ecuación se define la densidad de moderación $q_{\alpha}(\vec{r}, E, \vec{n}, t)$ por:

$$\begin{aligned}
 q_{\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) &= \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) \\
 &= \sum_{A^j} \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' f_{\alpha}^j(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_{\alpha}^j(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t)
 \end{aligned}
 \tag{1-14}$$

$q_{\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) dE d\Omega$ es el número de neutrones por unidad de volumen y por unidad de tiempo que aparecen en el tiempo t y en el punto \vec{r} con energías inferiores a E' en el intervalo dE alrededor de E y con direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ por moderación. Siendo f_{α}^j y Σ_{α}^j la función de transferencia por dispersión y la sección eficaz macroscópica de dispersión para el núcleo j .

El kernel de moderación $K(\vec{r}', E', \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ está definido de tal manera que $K(\vec{r}', E', \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega}) * dV dE d\Omega$ es la probabilidad de que un neutrón originado en el punto \vec{r}' con energía E' y dirección $\vec{\Omega}'$ aparecerá con una energía menor en dE alrededor de E y con dirección en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ en el elemento de volumen dV alrededor del punto \vec{r} .

En términos del kernel de moderación, la densidad de moderación puede escribirse como

$$q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \int_R dV' \int_E^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' S(\vec{r}', E', \vec{\Omega}', t) K(\vec{r}', E', \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega})
 \tag{1-15}$$

donde $S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ es la densidad de fuente de neutrones rápidos y el símbolo R en la integral de volumen indica que la integral se extiende a todo el volumen del reactor.

1.6 CONDICIONES DE FRONTERA Y DE CONTINUIDAD

Para determinar una solución única de la ecuación de transporte para un problema físico determinado se requiere la especificación de una condición inicial y de una condición de frontera sobre el flujo direccional.

En un reactor la frontera externa es una superficie convexa tal que un neutrón que cruza esta superficie no puede cruzarla otra vez. Por consiguiente, la condición de frontera para la frontera externa del reactor es -

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = 0, \quad \vec{s} \cdot \vec{\Omega} < 0 \quad (1-16)$$

para todo \vec{r} sobre la superficie externa del reactor y -- siendo \vec{s} un vector unitario en la dirección de la normal hacia afuera en cualquier punto de la superficie.

La condición de frontera en una superficie entre dos materiales diferentes requiere que el flujo direccional debe ser una función continua de la posición, es decir

$$\phi_A(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \phi_B(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (1-17)$$

en la superficie entre dos regiones diferentes A y B. Además, las soluciones de la ecuación de transporte que tendrán significado físico son aquellas para las cuales.

$\phi(\vec{r}, E, \vec{n}, t)$ sea real, y no negativo para toda \vec{r}, \vec{n}, E, t ; además debe ser - (1-18) finito para toda \vec{r} , excepto en fuentes puntuales o en puntos singulares de algunas distribuciones de fuentes.

1.7 LA ECUACION DE TRANSPORTE MONOENERGETICA

Para derivar la ecuación de transporte monoenergética se considera que todos los neutrones tienen la misma energía y que no existe cambio de energía cuando son dispersados. En estas condiciones la función de transferencia depende solamente del coseno del ángulo de dispersión, (11) es decir

$$f_s(\vec{r}, \vec{n}' \cdot \vec{n}) = f(\vec{r}, \mu)$$

donde

$$\mu = \vec{n}' \cdot \vec{n}$$

Bajo estas suposiciones la ecuación de transporte monoenergética, en la cual la energía interviene co-

mo un parámetro resulta

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) &= Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\
 &\quad - \Sigma_t(\vec{r}) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \\
 + \sum_j \int_{4\pi} d\Omega^j \chi^j_{\nu^j} \Sigma^j_f(\vec{r}) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}^j, t) \\
 + \int_{4\pi} d\Omega^{\mu} f_{\alpha}(\vec{r}, \mu) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) \quad (1-19)
 \end{aligned}$$

Integrando la ecuación (1-19) sobre todas las direcciones $\vec{\Omega}$, se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega &= \int_{4\pi} Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega \\
 &\quad - \int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega \\
 &\quad - \Sigma_t \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{A^j} \chi^j v^j \Sigma_f^j(\vec{r}) \int_{4\pi} d\Omega' \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', t) \int_{4\pi} d\Omega \\
& + \Sigma_\alpha(\vec{r}) \int_{4\pi} d\Omega' \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', t) \int_{4\pi} d\Omega f_\alpha(\vec{r}, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})
\end{aligned} \tag{1-20}$$

Tomando en cuenta las ecuaciones (1-6) a (1-10),
la relación

$$\begin{aligned}
\int_{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega &= \nabla \cdot \int_{4\pi} \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega \\
&= \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t)
\end{aligned}$$

y definiendo

$$Q(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} d\Omega Q(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$$

y

$$S(\vec{r}, t) = Q(\vec{r}, t) + \sum_{A^j} \chi^j v^j \Sigma_f^j(\vec{r}) \phi(\vec{r}, t)$$

la ecuación (1-20) queda

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) + \Sigma_a(\vec{r}) \phi(\vec{r}, t) = S(\vec{r}, t) \quad (1-21)$$

donde

$$\Sigma_a(\vec{r}) = \Sigma_t(\vec{r}) - \Sigma_a(\vec{r})$$

La ecuación (1-21) no es suficiente para determinar $\phi(\vec{r}, t)$ y $\vec{J}(\vec{r}, t)$, sino que para obtener soluciones únicas para el flujo y la corriente se requiere de una relación entre ϕ y \vec{J} .

1.8 LA ECUACION DE DIFUSION

En un medio homogéneo infinito con fuentes uniformes e isotrópicas de neutrones, (como las fuentes de neutrones de fisión) el flujo direccional es isotrópico puesto que no existe una dirección preferencial en el espacio. Por otra parte, en una interfase reactor - vacío debe cumplirse la condición de frontera (1-16); por consiguiente el flujo direccional será marcadamente anisotrópico en la frontera externa del reactor.

Quando el reactor es suficientemente grande con respecto a una trayectoria libre media de transporte, el

flujo a unas cuantas (2 ó 3) trayectorias libres medias - de transporte de la frontera externa puede considerarse ca si isotrópico. Bajo esta suposición, la representación -- más simple del flujo direccional "casi - isotrópico" es un desarrollo en armónicos esféricos del flujo direccional -- hasta el término de orden 1 (12) :

$$\phi(\vec{r}, \vec{n}, t) = \phi(\vec{r}, t) + 3 \vec{n} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (1-22)$$

Si el flujo direccional fuera isotrópico, solamente se incluiría el primer término; la inclusión del se gundo término significa que el flujo direccional es "casi-isotrópico".

Sustituyendo la ecuación (1-22) en la ecuación - de transporte (1-19) y considerando únicamente dispersión-elástica, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi(\vec{r}, t) + 3 \vec{n} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \right] &= S(\vec{r}, \vec{n}, t) \\ - \vec{n} \cdot \nabla \left[\phi(\vec{r}, t) + 3 \vec{n} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \right] & \\ - \Sigma_t(\vec{r}) \left[\phi(\vec{r}, t) + 3 \vec{n} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \right] & \\ + \int_{4\pi} d\Omega' f_s(\vec{r}, \mu) \Sigma_s(\vec{r}) \left[\phi(\vec{r}, t) + 3 \vec{n}' \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \right] & \end{aligned} \quad (1-23)$$

donde

$$S(\vec{r}, \vec{n}, t) = Q(\vec{r}, \vec{n}, t) + \sum_{Aj} \int_{4\pi} d\Omega' \chi^j v^j \Sigma_f^j(\vec{r}) \left[\phi(\vec{r}, t) + 3 \vec{n}' \cdot \vec{j}(\vec{r}, t) \right]$$

Considerando la densidad de fuente total como isotrópica, se obtiene

$$\int S(\vec{r}, \vec{n}, t) d\Omega = s^0(\vec{r}, t)$$

Multiplicando la ecuación (1-23) por \vec{n} , integrando sobre todas las direcciones \vec{n} y aplicando las identidades (A-3) a (A-9) del apéndice A, se obtiene (13)

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \vec{j}(\vec{r}, t) + \left[\vec{\Sigma}_t(\vec{r}) - \Sigma_s(\vec{r}) \overline{\mu(\vec{r})} \right] \vec{j}(\vec{r}, t) \\ = - \frac{1}{3} \nabla \phi(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (1-24)$$

puesto que

$$3 \Sigma_s(\vec{r}) \int_{4\pi} d\Omega' \left[\vec{n}' \cdot \vec{j}(\vec{r}, t) \right] = \int_{4\pi} d\Omega \vec{n} f_s(\vec{r}, \vec{n}, \vec{n})$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 \Sigma_s(\vec{r}) \int_{4\pi} d\Omega' \left[\vec{n}' \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \right] \vec{n}' \int_{4\pi} \vec{n} \cdot \vec{n}' f_s(\vec{r}, \vec{n}, \vec{n}') d\Omega \\
 &= \Sigma_s(\vec{r}) \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot \overline{\mu(\vec{r})}
 \end{aligned}$$

ya que (14)

$$\int_{4\pi} \vec{n} f_s(\vec{r}, \vec{n}, \vec{n}') d\Omega = \vec{n}' \int_{4\pi} \vec{n} \cdot \vec{n}' f_s(\vec{r}, \vec{n}, \vec{n}') d\Omega$$

y

$$\overline{\mu(\vec{r})} = \int_{4\pi} \vec{n} \cdot \vec{n}' f_s(\vec{r}, \vec{n}, \vec{n}') d\Omega$$

es el valor promedio del coseno del ángulo de dispersión.

Definiendo la sección eficaz macroscópica de transporte $\Sigma_{tr}(\vec{r})$ como

$$\Sigma_{tr}(\vec{r}) = \Sigma_t(\vec{r}) - \Sigma_s(\vec{r}) \overline{\mu(\vec{r})} \quad (1-26)$$

la ecuación (1-24) queda

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}, t) + \Sigma_{tr}(\vec{r}) \vec{J}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{3} \nabla \cdot \vec{\phi}(\vec{r}, t)$$

(1-27)

despreciando el término $\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \bar{J}(\vec{r}, t)$ en la ecuación

(1-27) se obtiene la ley de Fick:

$$\bar{J}(\vec{r}, t) = -D(\vec{r}) \nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (1-28)$$

donde $D(\vec{r})$ es el coeficiente de difusión definido como

$$D(\vec{r}) = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}(\vec{r})} \quad (1-29)$$

En la ecuación (1-27) se puede despreciar el primer término porque es mucho menor que los otros dos ya que para neutrones térmicos es del orden de 10^5 cm/s y $\bar{J}(\vec{r}, t)$ generalmente no cambia en tiempos del orden de 10^{-5} s (15).

Sustituyendo la ecuación (1-28) en la ecuación (1-21) se obtiene la ecuación de difusión dependiente del tiempo:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, t) - \nabla \cdot [D(\vec{r}) \nabla \phi(\vec{r}, t)] + \Sigma_a(\vec{r}) \phi(\vec{r}, t) = S(\vec{r}, t) \quad (1-30)$$

La ecuación de difusión es una versión simplifi-

cada de la ecuación de transporte y es aplicable solamente a neutrones de la misma energía y en aquellas regiones -- del reactor que se encuentran a más de dos trayectorias libres medias de dispersión de fuentes neutrónicas, de absorbentes intensos o de superficies límites, y en las cuales $\Sigma_s(\vec{r}) \gg \Sigma_a(\vec{r})$; condición que implica que el flujo no varía bruscamente.

1.9 CONDICIONES DE FRONTERA Y DE CONTINUIDAD EN LA TEORÍA DE DIFUSIÓN

En la teoría de difusión, la condición de frontera sobre el flujo direccional (1-16) se transforma en una condición sobre la corriente incidente sobre la superficie externa del reactor, es decir:

$$\vec{s} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{con} \quad \vec{s} \cdot \vec{n} < 0$$

que puede escribirse como

$$\int_{\vec{s} \cdot \vec{n} < 0} \vec{s} \cdot \vec{n} \, v \, N(\vec{r}, \vec{n}) \, d\Omega = 0 \quad (1-31)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_s$$

Empleando las ecuaciones (1-22) y (1-29) y la ley de Fick, (1-28), la ecuación (1-31) queda (16)

$$\left[\frac{\vec{s} \cdot \nabla \phi(\vec{r})}{\phi(\vec{r})} \right]_{r=r_s} = - \frac{1}{2D(\vec{r}_s)} \quad (1-32)$$

y para una superficie plana (15)

$$\left[\frac{1}{\phi(z)} \frac{d\phi(z)}{dz} \right]_{z=z_s} = \frac{3}{2\lambda_{tr}} \quad (1-33)$$

donde λ_{tr} es la trayectoria libre media de transporte. La distancia $d_1 = \frac{2}{3} \lambda_{tr}$ es la distancia de extrapolación Fig. (1.6). Entonces, la condición de corriente incidente nula sobre la superficie externa del reactor da por resultado que si $\frac{d\phi(z)}{dz}$ permanece constante a partir de la superficie externa del reactor, entonces $\phi(z)$ será cero en la superficie extrapolada del reactor. (Fig. 1.6)

Puesto que no puede haber acumulación de neutrones en la superficie de separación entre dos materiales diferentes, debe existir continuidad en la corriente, es decir

$$J_A(\vec{r}) = J_B(\vec{r}) \quad (1-34)$$

en la superficie de separación entre dos regiones A y B. Así mismo, la condición de continuidad del flujo queda

$$\phi_A(\vec{r}) = \phi_B(\vec{r}) \quad (1-35)$$

Además el flujo debe permanecer finito, real, y no negativo en aquellas regiones donde se aplique la ecuación de difusión.

1.10 LA TEORÍA DE TRANSPORTE ASINTÓTICA

Esencialmente, la teoría de transporte asintótica establece que es posible encontrar un kernel de moderación para un medio infinito $K_{\infty}(\vec{r}; E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ tal que la solución de la ecuación de transporte establecida para una región finita con un kernel de moderación para un medio finito $K(\vec{r}; E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ y con las condiciones de frontera para esta región, es idéntica a la solución de la ecuación de transporte establecida para un medio infinito con las mismas condiciones de frontera. Además, las secciones eficaces se consideran independientes de la posición.

Los resultados más importantes de la teoría asintótica de transporte son: (18)

Teorema I. El flujo direccional en un reactor crítico desnudo se puede expresar como el producto de dos funciones, una de la posición y otra de la energía.

Teorema II. En un reactor homogéneo desnudo la transformada de Fourier del kernel de moderación es igual a la probabilidad de permanencia en el reactor, de los neutrones durante la moderación.

1.10.1 CONDICION DE CRITICIDAD

En un reactor crítico el número total de neutrones producidos por fisión por unidad de tiempo en todo el reactor es exactamente igual al número total de neutrones perdidos por unidad de tiempo por absorción o por escape del reactor.

Para obtener la condición de criticidad para un reactor homogéneo desnudo se partirá de la ecuación de transporte (1-13) para régimen constante, sin fuente y para un solo isótopo fisionable:

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = & \\ \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \chi(E) \nu \Sigma_f(\vec{r}', E') \phi(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') & \\ + \left[\int_R dV' \int_0^{\infty} dE' \chi(E') \nu K(\vec{r}', E' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \right] & \\ \times \int_0^{\infty} dE'' \Sigma_f(\vec{r}, E'') \int_{4\pi} \phi(\vec{r}', E'', \vec{\Omega}') d\Omega' & \end{aligned} \quad (1-36)$$

donde la densidad de moderación se ha escrito en términos del kernel de moderación de acuerdo con la ecuación (1-15), donde la fuente de neutrones rápidos $S(\vec{r}', E', \vec{\Omega}')$ es la fuente de fisión dada por

$$\chi(E') \nu \int_0^{\infty} dE'' \Sigma_F(\vec{r}, E'') \phi(\vec{r}', E'', \vec{\Omega}')$$

que es la única fuente en un reactor crítico. Aplicando ahora la teoría de transporte asintótica se reemplaza en la ecuación (1-36) el kernel de moderación para el reactor por un kernel de moderación para un medio infinito el cual es un kernel de desplazamiento y depende no de \vec{r} y \vec{r}' sino de $\vec{r}' - \vec{r}$ (19). Definiendo

$$\int_0^{\infty} K_{\infty}(\vec{r}' - \vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \chi(E') dE' = K_{\infty}(\vec{r}' - \vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

y considerando como isotrópica la fuente de neutrones de fisión, la ecuación (1-36) queda

$$\begin{aligned} & \vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \\ &= \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu \chi(E) \Sigma_f(E') \phi(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') \\ &+ \int_0^{\infty} dV' \nu K_{\infty}(\vec{r}' - \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \int_0^{\infty} dE' \Sigma_f(E') \int_{4\pi} \phi(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') d\Omega' \end{aligned} \quad (1-37)$$

Tomando la transformada de Fourier de la ecuación (1-37) se obtiene (19)

$$\begin{aligned}
 & \left[\Sigma_t(E) - i \vec{n} \cdot \vec{k} \right] \phi(\vec{k}, E, \vec{n}) \\
 &= v \chi(E) \int_0^{\infty} \Sigma_f(E') dE' \int_{4\pi} d\Omega' \phi(\vec{k}, E', \vec{n}') \\
 &+ v K_{\infty}(\vec{k}, E, \vec{n}) \int_0^{\infty} \Sigma_f(E') dE' \int_{4\pi} \phi(\vec{k}, E', \vec{n}') d\Omega'
 \end{aligned} \tag{1-38}$$

en donde $\phi(\vec{k}, E, \vec{n})$ es la transformada de Fourier del flujo direccional dada por

$$\phi(\vec{k}, E, \vec{n}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\vec{r}, E, \vec{n}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3r$$

y $K_{\infty}(\vec{k}, E, \vec{n})$ es la transformada de Fourier del kernel de moderación dada por

$$K_{\infty}(\vec{k}, E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} K_{\infty}(\vec{r}' - \vec{r}, E, \vec{\Omega}) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})} d^3(\vec{r}' - \vec{r})$$

y se ha aplicado el teorema de convolución a la convolución de $K_{\infty}(\vec{r}' - \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ y $\phi(\vec{r}', E', \vec{\Omega}')$

Dividiendo la ecuación (1-38) por $[\Sigma_t(E) - i\vec{\Omega} \cdot \vec{k}]$, multiplicando por $\Sigma_f(E)$ e integrando sobre E y $\vec{\Omega}$, se obtiene

$$\int_0^{\infty} \Sigma_f(E) dE \int_{4\pi} \phi(\vec{k}, E, \vec{\Omega}) d\Omega = \int_{4\pi} d\Omega \int_0^{\infty} dE \left[\frac{\chi(E) \Sigma_f(E)}{\Sigma_t - i\vec{\Omega} \cdot \vec{k}} + \frac{K_{\infty}(\vec{k}, E, \vec{\Omega}) \Sigma_f(E)}{\Sigma_t(E) - i\vec{\Omega} \cdot \vec{k}} \right] \times \int_0^{\infty} \Sigma_f(E') dE' \int_{4\pi} \phi(\vec{k}, E, \vec{\Omega}') d\Omega' \quad (1-39)$$

Para que se cumpla esta ecuación si $\phi(\vec{k}, E, \vec{\Omega}) \neq 0$ se debe satisfacer:

$$\begin{aligned}
 1 = & \nu \int_0^{\infty} \Sigma_f(E) dE \int_{4\pi} \frac{K_{\infty}(\vec{k}, E, \vec{\Omega}) d\Omega}{\Sigma_t(E) - i\vec{\Omega} \cdot \vec{k}} \\
 & + \nu \int_0^{\infty} \int_{4\pi} \frac{\chi(E) \Sigma_f(E)}{\Sigma_t(E) - i\vec{\Omega} \cdot \vec{k}} dE d\Omega \quad (1-40)
 \end{aligned}$$

Esta última ecuación es la condición de criticidad expresada en términos de la transformada de Fourier -- del kernel de moderación. Por otra parte, si se elige para el vector \vec{k} la dirección del eje Z entonces

$$K_{\infty}(\vec{k}, E, \vec{\Omega}) = K_{\infty}(k, E, \mu)$$

donde

$$\mu = \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{k}}{k} \quad \text{y} \quad d\Omega = \frac{1}{4\pi} d\phi d\mu$$

por consiguiente la ecuación (1-40) queda

$$\begin{aligned}
 1 = & \frac{\nu}{2} \int_0^{\infty} \Sigma_f(E) dE \int_{-1}^1 \frac{K_{\infty}(k, E, \mu) d\mu}{\Sigma_t(E) - ik\mu} \\
 & + \frac{\nu}{2} \int_0^{\infty} \chi(E) \Sigma_f(E) dE \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{\Sigma_t(E) - ik\mu} \quad (1-41)
 \end{aligned}$$

Desarrollando la transformada de Fourier del kernel de moderación en una serie de polinomios de Legendre - se obtiene

$$K_{\infty}(k, E, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) F_n(k, E) P_n(\mu) \quad (1-42)$$

donde $F_n(k, E)$ son las transformadas de Fourier de las funciones que aparecen en el desarrollo del flujo direccional en una serie de polinomios de Legendre (17):

$$\Phi(z, E, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) \phi_n(z, E) P_n(\mu)$$

es decir

$$F_n(k, E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n(z, E) e^{ikz} dz$$

y $P_n(\mu)$ es el polinomio de Legendre de orden n

Sustituyendo la ecuación (1-42) en la ecuación (1-41) y tomando únicamente hasta el término de orden 1, se obtiene.

$$\begin{aligned}
 1 = & \frac{v}{2} \left[\int_{-1}^1 \frac{d\nu}{\Sigma_t - i k \nu} \int_0^{\infty} F_0(k, E) \Sigma_f(E) dE \right. \\
 & + \int_{-1}^1 \frac{3\nu d\nu}{\Sigma_t - i k \nu} \int_0^{\infty} F_1(k, E) \Sigma_f(E) dE \\
 & \left. + \int_{-1}^1 \frac{d\nu}{\Sigma_t(E) - i k \nu} \int_0^{\infty} \chi(E) \Sigma_f(E) dE \right] \quad (1-43)
 \end{aligned}$$

que puede escribirse como

$$\begin{aligned}
 1 = & v \left[\frac{\tan^{-1} \alpha}{\alpha} \left(\int_0^{\infty} F_0(k, E) \Sigma_f(E) dE + \int_0^{\infty} \chi(E) \Sigma_f(E) dE \right) \right. \\
 & \left. + 3 \frac{(1 - \beta) i}{\alpha} \int_0^{\infty} F_1(k, E) \Sigma_f(E) dE \right] \quad (1-44)
 \end{aligned}$$

ya que (20)

$$\int_{-1}^1 \frac{d\mu}{\Sigma_t - ik\mu} = \frac{2 \tan^{-1} \alpha}{\alpha} \quad (1-45)$$

donde

$$\alpha = \frac{k}{\Sigma_t}$$

y

$$\int_{-1}^1 \frac{\mu d\mu}{\Sigma_t - ik\mu} = i \frac{(-1 + \beta)}{\alpha} \quad (1-46)$$

con

$$\beta(E) = \frac{\tan^{-1} \alpha}{\alpha}$$

además $F_1(k, E)$ es imaginaria, como se demostrará mas -- adelante.

La ecuación de criticidad (1-44) es una ecuación implícita en k^2 y tiene solamente una raíz real y positiva $k^2 = B_m^2$, siendo B_m el "buckling" material del reactor. (19)

En la teoría de difusión la condición de criticidad para un reactor homogéneo térmico desnudo se obtiene de manera semejante a partir de la ecuación de difusión --

(1-30) considerando constante el coeficiente de difusión y el flujo independiente del tiempo: (21)

$$D\nabla^2 \phi_T(\vec{r}) - \Sigma_a \phi_T(\vec{r}) + p q(\vec{r}, E_T) = 0 \quad (1-47)$$

donde $\phi_T(\vec{r})$ es el flujo térmico, p es la probabilidad de escape a la resonancia y $q(\vec{r}, E_T)$ es la densidad de moderación hasta la energía térmica E_T , es decir, es la densidad de fuente de neutrones térmicos, dada por (22)

$$q(\vec{r}, E_T) = \int_R \frac{k_\infty}{p} \Sigma_a \phi(\vec{r}') K_T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E_T) dV' \quad (1-48)$$

donde k_∞ es la constante de multiplicación infinita, $\frac{k_\infty}{p} \Sigma_a \phi(\vec{r}')$ es la densidad de fuente de neutrones rápidos, esto es, el número total de neutrones de fisión producidos por unidad de volumen y por unidad de tiempo, y $K_T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E_T)$ es el kernel de termalización, es decir, la probabilidad de que un neutrón de fisión originado isotrópicamente en el punto \vec{r}' , aparecerá en el punto \vec{r} isotrópicamente, con la energía térmica E_T .

Aplicando la teoría asintótica se puede reemplazar el kernel de termalización en la ecuación (1-48) por-

un kernel de termalización para un medio infinito - -
 $K_{\infty T}(\vec{r}' - \vec{r}, E_T)$, extender la integración a todo el espacio-
 y con las condiciones de frontera

$$\phi(\vec{r}) = q(\vec{r}, E_T) = 0 \quad (1-49)$$

en la frontera extrapolada del reactor.

Bajo estas condiciones la ecuación (1-47) queda

$$\nabla^2 \phi_T(\vec{r}) - \Sigma_a \phi_T(\vec{r}) + \int_0^{\infty} k_{\infty} \Sigma_a \phi(\vec{r}') K_{\infty T}(\vec{r}' - \vec{r}, E_T) dV' = 0 \quad (1-50)$$

Además, se puede demostrar que (23)

$$\int_0^{\infty} \phi(\vec{r}') k_{\infty T}(\vec{r}' - \vec{r}, E) dV' = \phi(\vec{r}) K_{\infty T}(B_m, E_T)$$

(1-51)

donde $k_{\infty T}(B_m, E_T)$ es la transformada de Fourier del kernel
 de moderación $K_{\infty T}(\vec{r}' - \vec{r}, E_T)$

Por otra parte, el flujo en un reactor crítico -
 satisface la ecuación (24)

$$\nabla^2 \phi_T(\vec{r}) + B_m^2 \phi_T(\vec{r}) = 0 \quad (1-52)$$

donde B_m es el "buckling" material del reactor.

Sustituyendo las ecuaciones (1-51) y (1-52) en la ecuación (1-50), se obtiene

$$\frac{k_{\infty} K_{\infty T} (B_m, E_T)}{1 + L^2 B_m^2} = 1 \quad (1-53)$$

donde $L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$ es el cuadrado de la longitud de difusión

La ecuación (1-53) es la condición de criticidad en la teoría de difusión para un reactor térmico homogéneo desnudo, y significa que la ecuación de difusión (1-47) es satisfecha por la solución de la ecuación (1-52) siempre que B_m sea una raíz de la ecuación de criticidad (1-53). Para un reactor específico y dados los parámetros k_{∞} , p , L^2 y $K_{\infty T}(B_m, E_T)$ esta raíz es única.

Desde el punto de vista del ciclo que siguen los neutrones en un reactor térmico, la condición de criticidad expresa la condición que debe satisfacer la constante de multiplicación efectiva k_{ef} para que exista en el reactor una reacción en cadena automantenida. La constante de multiplicación efectiva k_{ef} está definida como la razón -

del número de neutrones absorbidos en una generación al número de neutrones absorbidos en la generación inmediatamente anterior y está dada por (25)

$$k_{ef} = k_{\infty} P_f P_T \quad (1-54)$$

donde P_f es la probabilidad de permanencia rápida, es decir, es la probabilidad de que los neutrones rápidos no escapen durante la moderación y, como se indicó antes, está dada por

$$P_f = K_{\infty} (B_m, E_T) \quad (1-55)$$

y P_T es la probabilidad de permanencia térmica, es decir, es la probabilidad de que los neutrones térmicos no escapen del reactor.

En la teoría de moderación de Fermi la densidad de moderación debe satisfacer la ecuación (26)

$$\nabla^2 q(\vec{r}, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} q(\vec{r}, \tau) \quad (1-56)$$

donde τ es la edad de Fermi definida por

$$\tau(u) = \int_0^u \frac{D(u) du}{\xi \Sigma_s(u)} \quad (1-57)$$

donde u es la letargia que a la energía E está definida por $u = \ln(E_0/E)$ siendo E_0 una energía arbitraria y ξ es el incremento promedio de letargia. Además (27):

$$\bar{r}^2 = \frac{1}{6} \overline{r^2} \quad (1-58)$$

donde $\overline{r^2}$ es el valor promedio del cuadrado de la distancia más corta desde el punto de la emisión de un neutrón - (con edad cero) hasta el punto donde su edad es τ .

El kernel de moderación para una fuente puntual en un medio infinito, obtenido resolviendo la ecuación -- (1-56) es (28)

$$K_{\infty}(r, \tau) = \frac{1}{(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4\tau}\right) \quad (1-59)$$

y la transformada de Fourier de este kernel resulta (29)

$$K_{\infty}(B_m \tau) = \exp(-B_m^2 \tau) \quad (1-60)$$

Sustituyendo esta expresión para la transformada de Fourier del kernel de moderación en la ecuación (1-52) - se obtiene

$$\frac{K_{\infty} \exp(-B_m^2 \tau)}{1 + L^2 B_m^2} = 1 \quad (1-61)$$

que es la ecuación de criticidad en la teoría de "difusión - edad".

1.11 APROXIMACIONES B_N Y P_N DE LA ECUACION DE TRANSPORTE

El problema de resolver la ecuación de transporte tridimensional en un reactor, se reducirá ahora a un problema más simple que consiste en resolver la ecuación de transporte en geometría plana (en una dimensión) en un medio infinito, aplicando la teoría de transporte asintótica. Así mismo, se obtendrán las aproximaciones B_N y P_N a la ecuación de transporte que resultan al desarrollar el flujo direccional y la densidad de moderación en series de armónicos esféricos que para el caso de geometría plana se reducen a los polinomios de Legendre.

Se partirá entonces de la ecuación de transporte tridimensional para un medio infinito que para régimen constante de las ecuaciones (1-13) y (1-15) resulta

$$\vec{n} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{n}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{n}) =$$

$$\int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \sum_{A^j} \chi^j(E) \nu^j \sum_f \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{n}') \\ + \int_0^\infty dV' \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' S(\vec{r}', E', \vec{n}') K_\infty(\vec{r}' - \vec{r}; E', \vec{n}' + E, \vec{n}) \quad (1-62)$$

puesto que (30)

$$\int_0^\infty dV' S(\vec{r}', E', \vec{n}') K_\infty(\vec{r}' - \vec{r}; E', \vec{n}' + E, \vec{n}) = \\ S(\vec{r}, E', \vec{n}') K_\infty(B_m; E', \vec{n}' + E, \vec{n})$$

la ecuación (1-62) queda

$$\vec{n} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{n}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{n}) = \\ \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \sum_{A^j} \chi^j(E) \nu^j \sum_f \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{n}') \\ + \int_E^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' S(\vec{r}, E', \vec{n}') K_\infty(B_m; E', \vec{n}' + E, \vec{n})$$

(1-63)

en esta ecuación la densidad de moderación está expresada en términos de la transformada de Fourier tridimensional del kernel de moderación para una fuente puntual en un medio infinito dada por.

$$K_{\infty}(B_m; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} K_{\infty}(\vec{r}' - \vec{r}, E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \times \exp [i\vec{B}_m \cdot (\vec{r}' - \vec{r})] d^3|\vec{r}' - \vec{r}|$$

Por otra parte, puesto que la transformada de Fourier tridimensional del kernel de moderación para una fuente puntual en un medio infinito es igual a la transformada de Fourier del kernel de moderación para una fuente plana en un medio infinito, ⁽³¹⁾ el problema de resolver la ecuación de transporte tridimensional (1-63) se puede reducir al de resolver la ecuación de transporte en una dimensión. Habiendo justificado el uso de la ecuación de transporte en una dimensión y en un medio infinito para determinar el flujo direccional y la densidad de moderación en un reactor, se establecerá ahora la ecuación de transporte en geometría plana y se resolverá la transformada de Fourier de esta ecuación por el método de armónicos esféricos para determinar el flujo, la corriente y la densidad de moderación en el intervalo de energía $0.625\text{eV} \leq E \leq 10\text{ MeV}$

Eligiendo la fuente plana paralela al plano xy -

(Fig. 1.5) la ecuación (1-13) en una dimensión, queda para una situación de régimen constante como

$$\begin{aligned} & \mu \frac{\partial}{\partial z} \phi(z, E, \mu) + \Sigma_t(E) \phi(z, E, \mu) = \\ & \int_0^{\infty} dE' \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} \Sigma_{A^j} \chi^j(E) \nu^j \Sigma_f^j(E') \phi(z, E', \mu') \\ & + \int_0^{\infty} dE' \int_0^{2\pi} \frac{d\phi'}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} f_{\alpha}(E' \rightarrow E, \mu_0) \Sigma_{\alpha}(E') \phi(z, E', \mu') \end{aligned} \quad (1-64)$$

donde $\mu = \vec{n} \cdot \vec{k}$

y $\mu' = \vec{n}' \cdot \vec{k}$

siendo \vec{k} un vector unitario paralelo al eje z , y

$$\mu_0 = \vec{n}' \cdot \vec{n}, \quad (\text{Fig. 1.5})$$

además, se ha supuesto que la dispersión es isotrópica y por consiguiente la función de transferencia por dispersión depende solamente de μ_0 y no de las direcciones \vec{n} y \vec{n}' además, de acuerdo con la teoría de transporte asintótica la función de transferencia por dispersión y las secciones eficaces se suponen independientes de la posición.

Tomando la transformada de Fourier de la ecuación (1-64) se obtiene.

$$\begin{aligned}
 & -i\mu B_m \phi(B_m, E, \mu) + \Sigma_t(E) \phi(B_m, E, \mu) = \\
 & \int_0^\infty dE' \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} \Sigma_s^j(E) \chi^j(E) v^j \Sigma_f^j(E') \phi(B_m, E', \mu') \\
 & + \int_0^\infty dE' \int_0^{2\pi} \frac{d\phi'}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} f_\alpha(E'+E, \mu_0) \Sigma_\alpha(E') \phi(B_m, E', \mu')
 \end{aligned}$$

ya que (1-65)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial z} \phi(z, E, \mu) e^{iB_m z} dz = -iB_m \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, E, \mu) e^{iB_m z} dz$$

y

$$\phi(B_m, E, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, E, \mu) e^{iB_m z} dz$$

Ahora se representará el flujo direccional y la función de transferencia por desarrollos en armónicos esféricos que son las funciones que representarán la dependencia angular.

Estos desarrollos están justificados porque el -

flujo direccional y la densidad de moderación son casi isotrópicos en el núcleo de un reactor ya que los procesos nucleares de fisión y dispersión elástica son casi isotrópicos y por consiguiente el flujo y la densidad de moderación se pueden representar con suficiente exactitud con unos cuantos términos del desarrollo (32); entonces

$$\phi(\vec{r}, z, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \phi_n(z, E) P_n(\mu) \quad (1-66)$$

$$f_{\alpha}(E' \rightarrow E, \mu_0) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) f_{\alpha n}(E' \rightarrow E) P_n(\mu_0) \quad (1-67)$$

donde

$$\phi_n(z, E) = \int_{-1}^1 \phi(z, E, \mu) P_n(\mu) \frac{d\mu}{2} \quad (1-68)$$

$$f_{\alpha n}(E' \rightarrow E) = \int_{-1}^1 f_{\alpha}(E' \rightarrow E, \mu_0) P_n(\mu_0) \frac{d\mu_0}{2} \quad (1-69)$$

$P_n(\mu)$ y $P_n(\mu_0)$ son los polinomios de Legendre.

de orden n

Tomando la transformada de Fourier de la ecuación (1-66) se obtiene.

$$\phi(B_m, E, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_n(B_m, E) P_n(\mu) \quad (1-70)$$

donde

$$F_n(B_m, E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n(z, E) e^{iB_m z} dz \quad (1-71)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1-67) y (1-70) en la ecuación (1-65), se obtiene

$$\begin{aligned} & \left[-i\mu B_m + \Sigma_t(E) \right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_n(B_m, E) P_n(\mu) \right] = \\ & \int_0^{\infty} dE' \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} \sum_A \chi^j(E) \nu^j \Sigma_f^j(E') \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_n(B_m, E') P_n(\mu') \\ & + \int_0^{\infty} dE' \int_0^{2\pi} \frac{d\phi'}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \Gamma_{\alpha n}(E' \rightarrow E) P_n(\mu_0) \Sigma_{\alpha}(E') \right. \\ & \left. \times \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_n(B_m, E') P_n(\mu') \right] \quad (1-72) \end{aligned}$$

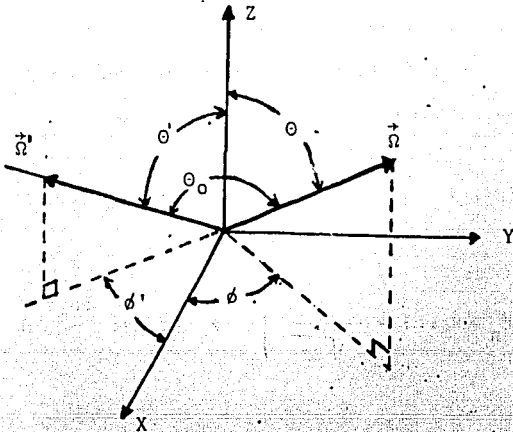


Fig. 1.5 Angulos que intervienen en la ley de adición de los polinomios de Legendre.

Para expresar $P_n(\mu_0)$ en términos de μ' , μ , ϕ' y ϕ se emplea la ley de adición angular de los polinomios de Legendre dada por (33)

$$P_n(\mu_0) = P_n(\mu')P_n(\mu) + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\mu')P_n^m(\mu) \cos m(\phi' - \phi)$$

(1-73)

donde $P_n^m(\mu')$ y $P_n^m(\mu)$ son los polinomios asociados de Legendre de orden n y $\mu_0 = \cos \theta_0$, $\mu = \cos \theta$, $\mu' = \cos \theta'$ (Fig. 1.5).

Sustituyendo la ecuación (1-73) en la ecuación (1-72) y empleando las relaciones (34)

$$(2n+1) \mu P_n(\mu) = n P_{n-1}(\mu) + (n+1) P_{n+1}(\mu) \quad (1-74)$$

$$y \int_{-1}^1 (2r+1) P_r(\mu) P_s(\mu) \frac{d\mu}{2} = \delta_{rs} \quad (1-75)$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -i B_m \left[(n+1) P_n(\mu) F_{n+1}(B_m, E) + n P_n(\mu) F_{n-1}(B_m, E) \right] \right. \\ & \quad \left. + \Sigma_t(E) (2n+1) P_n(\mu) F_n(B_m, E) \right\} = \\ & \int_0^{\infty} dE' \sum_{A^j} \chi^j(E) \nu^j \Sigma_f^j(E') \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} (2n+1) P_0(\mu') P_n(\mu') F_n(B_m, E') \\ & + \int_0^{\infty} dE' \int_0^{2\pi} \frac{d\phi'}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{d\mu'}{2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) f_{an}(E'+E) \Sigma_a^j(E') \left[P_n(\mu') P_n(\mu) \right. \right. \\ & \left. \left. + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\mu') P_n^m(\mu) \cos m(\phi' - \phi) \right] \right\} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\mu') F_n(B_m, E') \end{aligned} \quad (1-76)$$

ya que

$$\sum_{m=0}^{\infty} m P_{m-1}(\mu) F_m(B_m, E) = \sum_{n=-1}^{\infty} (n+1) P_n(\mu) F_{n+1}(B_m, E)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) P_n(\mu) F_{n+1}(B_m, E)$$

y

$$\sum_{m=0}^{\infty} (m+1) P_{m+1}(\mu) F_m(B_m, E) = \sum_{n=1}^{\infty} n P_n(\mu) F_{n-1}(B_m, E)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n P_n(\mu) F_{n-1}(B_m, E)$$

$$y P_0(\mu) = 1 \quad (34)$$

Puesto que la integración sobre ϕ' da cero, (35)
la ecuación (1-76) queda:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -i B_m \left[(n+1) P_n(\mu) F_{n+1}(B_m, E) + n P_n(\mu) F_{n-1}(B_m, E) \right] \right. \\ \left. + \Sigma_{\tau}(E) (2n+1) P_n(\mu) F_n(B_m, E) \right\} =$$

$$\sum_{n \neq 0} \left\{ \delta_{0n} \int_0^{\infty} dE' \Sigma_{A^j} \chi^j(E) \nu^j \Sigma_f^j(E') F_0(B_m, E') \right. \\ \left. + \int_0^{\infty} dE' (2n+1) f_{\alpha n}(E' \rightarrow E) \Sigma_{\alpha}(E') P_n(\mu) F_n(B_m, E') \right\} \quad (1-77)$$

La ecuación (1-77) se cumple si para toda n

$$\begin{aligned}
 -i B_m \left[(n+1) P_n(\mu) F_{n+1}(B_m, E) + n P_n(\mu) F_{n-1}(B_m, E) \right] \\
 + \Sigma_t(E) (2n+1) P_n(\mu) F_n(B_m, E) = \\
 \delta_{on} \int_0^\infty dE' \Sigma_A^j(E) v^j \Sigma_f^j(E') F_0(B_m, E') \\
 + \int_0^\infty dE' (2n+1) f_{an}(E'+E) \Sigma_\alpha(E') P_n(\mu) F_n(B_m, E')
 \end{aligned}
 \tag{1-78}$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación (1-78) por $\frac{1}{2} (2n+1) P_n(\mu)$, integrando sobre μ y aplicando la relación de ortogonalidad (1-75), se obtiene

$$\begin{aligned}
 -i B_m \left[(n+1) F_{n+1}(B_m, E) + n F_{n-1}(B_m, E) \right] + (2n+1) \Sigma_t(E) F_n(B_m, E) \\
 = \delta_{on} \int_0^\infty dE' \Sigma_A^j(E) v^j \Sigma_f^j(E') F_0(B_m, E') \\
 + (2n+1) \int_0^\infty dE' f_{an}(E'+E) \Sigma_\alpha(E') F_n(B_m, E')
 \end{aligned}
 \tag{1-79}$$

Este sistema de ecuaciones acopladas es equivalente a la ecuación (1-65).

La aproximación P_N se obtiene cuando en la ecuación (1-79) se toma $n = N$ y se desprecian todos los términos con $n > N$.

Esto da por resultado un sistema de $N+1$ ecuaciones acopladas para las funciones $F_0(B_m, E)$, $F_1(B_m, E)$, ..., $F_N(B_m, E)$ que pueden resolverse por el método de multigrupos (36).

La aproximación B_N de la ecuación de transporte se obtiene a partir de la ecuación (1-72) empleando las ecuaciones (1-73) y (1-75), resultando:

$$\left[-i\mu B_m + \Sigma_t(E) \right] \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) F_n(B_m, E) P_n(\mu) =$$

$$n \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \delta_{on} \int_0^{\infty} dE' \Sigma_A^j(E) \nu^j \Sigma_f^j(E') F_0(B_m, E') \right.$$

$$\left. + \int_0^{\infty} dE' (2n+1) f_{an}(E' \rightarrow E) \Sigma_{\alpha}(E') P_n(\mu) F_n(B_m, E') \right\}$$

(1-80)

dividiendo la ecuación (1-80) entre $\Sigma_t - i\mu B_m$ multiplicando por $P_s(\mu) \frac{d\mu}{2}$ e integrando sobre μ , se obtiene

$$\begin{aligned}
 F_s(B_m, E) = & \delta_{0n} \int_0^\infty dE' \sum_{A^j} \chi^j(E) \nu^j \sum_f^j (E') F_0(B_m, E) A_{0s}(B_m, E) \\
 & + \sum_{n=0}^\infty (2n+1) A_{sn}(B_m, E) \int_0^\infty f_{\alpha n}(E'+E) \Sigma_\alpha(E') F_n(B_m, E') dE' \\
 & (s = 0, 1, 2, \dots) \quad (1-81)
 \end{aligned}$$

donde los coeficientes $A_{sn}(B_m, E)$ están definidos por

$$A_{sn}(B_m, E) = \int_{-1}^1 \frac{P_s(\mu) P_n(\mu)}{\Sigma_t(E) - i\mu B_m} \frac{d\mu}{2} \quad (1-82)$$

La aproximación B_N se obtiene despreciando los términos con $n > N$ en la ecuación (1-81) y resolviendo las $(N+1)$ ecuaciones para las funciones $F_0(B_m, E), F_1(B_m, E), \dots, F_N(B_m, E)$.

La aproximación B_N tiene la propiedad de que si se han computado las componentes $F_n(B_m, E)$ ($n = 0, 1, \dots, N$); la computación de las componentes $F_n(B_m, E)$ para $n > N$ no cambiará los valores de las $F_n(B_m, E)$ ya determinadas para $n \leq N$.

La aproximación P_N no tiene esta propiedad, ya que al calcular los valores de las componentes $F_n(B_m, E)$ de orden superior a N , incluyendo más ecuaciones del tipo (1-79), se alterarán los valores ya encontrados para las $F_n(B_m, E)$ con $n \leq N$. (37)

1.12 APROXIMACIONES B_1 Y P_1 A LA ECUACION DE TRANSPORTE

Dentro del núcleo de un reactor típico el valor de Σ_t está entre 0.1 y 1.0 cm^{-1} , esto implica que la trayectoria libre media $1/\Sigma_t$ puede tener valores entre 1 y 10 cm y como resultado de esto el flujo direccional es casi isotrópico. Por consiguiente es posible representar el flujo direccional con suficiente precisión solo con dos términos del desarrollo (1-66) (38).

La aproximación P_1 a la ecuación de transporte se obtiene de la ecuación (1-79) con $n = 0$ y $n = 1$; para $n = 0$ se obtiene

$$-i B_m F_1(B_m, E) + \Sigma_t(E) F_0(B_m, E) =$$

$$\int_0^\infty dE' \left[\Sigma_A^j \chi^j(E) \nu^j \Sigma_f^j(E') + f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) \Sigma_\alpha(E') \right] F_0(B_m, E')$$

(1-83)

y para $n = 1$

$$-i B_m F_0(B_m, E) + 3 \Sigma_t(E) F_1(B_m, E) = 3 \int_0^\infty dE' f_{s1}(E' \rightarrow E) \times \\ \times \Sigma_s(E') F_1(B_m, E')$$

(1-84)

Así mismo, la aproximación B_1 a la ecuación de transporte se obtiene de la ecuación (1-81) tomando $s = 0$ y $s = 1$ y despreciando los términos con $n > 1$. Para $s = 0$ se obtiene

$$F_0(B_m, E) = \frac{1}{\Sigma_t(E)} \int_0^\infty dE' \left\{ \left[\Sigma_j X^j(E) v^j \Sigma_f^j(E') + \Sigma_\alpha(E') f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) \right] \times F_0(B_m, E') - \beta + 3 \Sigma_\alpha(E') f_{\alpha 1}(E' \rightarrow E) \frac{i(1-\beta)}{\alpha} F_1(B_m, E') \right\}$$

y para $s = 1$

(1-85)

$$F_1(B_m, E) = \frac{1}{\Sigma_t(E)} \int_0^\infty dE' \left\{ \left[\Sigma_j X^j(E) v^j \Sigma_f^j(E') + \Sigma_\alpha(E') \times f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) \right] F_0(B_m, E') \frac{(1-\beta)}{\alpha} i + 3 \Sigma_\alpha(E') f_{\alpha 1}(E' \rightarrow E) \times F_1(B_m, E') \frac{(1-\beta)}{\alpha^2} \right\}$$

(1-86)

ya que (20)

$$\Lambda_{00}(B_m, E) = \frac{\tan^{-1} \alpha}{\alpha} = \beta; \Lambda_{01} = i \left(\frac{1-\beta}{\alpha} \right)$$

$$\Lambda_{11} = \frac{1-\beta}{\alpha^2}$$

(1-87)

con

$$\alpha = \frac{B_m}{\Sigma_t(E)}$$

Para transformar las ecuaciones (1-85) y (1-86) a una forma semejante a la de las ecuaciones P_1 , se multiplica la ecuación (1-86) por $i\alpha$ y el resultado se resta de la ecuación (1-85), con lo que se obtiene

$$-i B_m F_1(B_m, E) + \Sigma_t(E) F_0(B_m, E) = \int_0^{\infty} dE' \left[\Sigma_{Aj} \chi^j(E) \times \right. \\ \left. \times v^j \Sigma_f^j(E') + \Sigma_{\alpha}(E') f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) \right] F_0(B_m, E') \quad (1-88)$$

Análogamente, multiplicando la ecuación (1-86) por $\frac{i\alpha\beta}{1-\beta}$ y sumando el resultado a la ecuación (1-85) se obtiene

$$-i B_m F_0(B_m, E) + 3 \gamma(E) \Sigma_t(E) F_1(B_m, E) = 3 \int_0^{\infty} \Sigma_{\alpha}(E') \times \\ \times f_{\alpha 1}(E' \rightarrow E) F_1(B_m, E') dE' \quad (1-89)$$

donde (39)

$$\gamma(E) = \frac{\beta \alpha^2}{3(1-\beta)} = 1 + \frac{4}{15} \alpha^2 = 1 + \frac{4}{15} \left[\frac{B_m}{\Sigma_t} \right]^2$$

(1-90)

Comparando las ecuaciones (1-84) y (1-89) y (1-83) y (1-88) se observa que las ecuaciones B_1 difieren de las ecuaciones P_1 por la presencia de la función $\gamma(E)$ en la ecuación (1-89); además, de la ecuación (1-90) se observa que $\gamma(E) \rightarrow 1$ cuando $B_m^2 \rightarrow 0$.

Por consiguiente, las aproximaciones B_1 y P_1 a las funciones $F_0(B_m, E)$ y $F_1(B_m, E)$ son casi iguales cuando el "buckling" material es pequeño, como es generalmente el caso en reactores térmicos de potencia grandes.

De las ecuaciones (1-83) y (1-88) se observa que si $F_0(B_m, E)$ es real, entonces $F_1(B_m, E)$ debe ser imaginaria y $-i F_1(B_m, E)$ debe ser real.

Se puede demostrar que, en efecto, $F_0(B_m, E)$ es real y que $F_1(B_m, E)$ es imaginaria. (40)

La condición de frontera (1-31) de corriente incidente nula en la superficie externa del reactor en las aproximaciones P_1 y B_1 está dada por (41)

$$\int_0^1 \mu \phi(0, \mu) d\mu = \int_0^1 \mu \phi(a, -\mu) d\mu = 0 \quad (1-91)$$

donde a es el espesor del reactor. A partir de esta condición de frontera se obtiene una distancia de extrapolación⁽³⁶⁾

$$d_2 = \frac{2}{3} \lambda_{tr} \left[1 - \frac{4}{9} (c - 1) \right] \text{ con } c = \frac{v\Sigma_f + \Sigma_s}{\Sigma_t}$$

donde el flujo se anula sobre la continuación analítica de

$\phi(x)$ (Fig. 1.6)

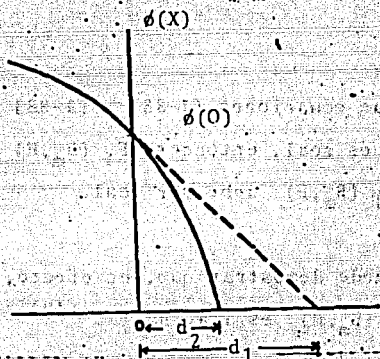


Fig. 1.6 Distancias de extrapolación en la teoría de difusión (d_1), y en la aproximación B_1 (d_2) (41)

Empleando las ecuaciones (1-6), (1-7) y (1-70) - las transformadas de Fourier del flujo total y de la corriente en las aproximaciones P_1 y B_1 resultan:

$$\begin{aligned} \phi(B_m, E) &= \int_{-1}^1 \left[F_0(B_m, E) P_0(\mu) + 3 F_1(B_m, E) P_1(\mu) \right] \frac{d\mu}{2} \\ &= \int_{-1}^1 \left[F_0(B_m, E) + 3 F_1(B_m, E) \mu \right] \frac{d\mu}{2} \end{aligned}$$

de donde

$$\phi(B_m, E) = F_0(B_m, E) \quad (1-92)$$

Asimismo,

$$\begin{aligned} \vec{J}(B_m, E) &= \int_{4\pi} \left[F_0(B_m, E) + 3 F_1(B_m, E) \mu \right] \vec{n} \, d\Omega \\ &= \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \left[F_0(B_m, E) + 3 F_1(B_m, E) \mu \right] \\ &\quad \times \left[\sqrt{1-\mu^2} \cos\phi \, \vec{i} + \sqrt{1-\mu^2} \sin\phi \, \vec{j} + \mu \vec{k} \right] \end{aligned}$$

ya que

$$\vec{n} = \sin\theta \cos\phi \, \vec{i} + \sin\theta \sin\phi \, \vec{j} + \cos\theta \, \vec{k}$$

(Apéndice A)

después de evaluar las integrales sobre ϕ se obtiene

$$\tilde{J}(B_m, E) = \int_{-1}^1 3 F_{1,0}(B_m, E) \mu^2 d\mu \vec{k}$$

que da por resultado

$$\tilde{J}(B_m, E) = F_1(B_m, E) \vec{k} \quad (1-93)$$

Puesto que $F_1(B_m, E)$ es imaginaria, el módulo de $\tilde{J}(B_m, E)$ es

$$|\tilde{J}(B_m, E)| = -i F_1(B_m, E) \quad (1-94)$$

La transformada de Fourier de la densidad de moderación $q_\alpha(B_m, E)$ está dada por

$$q_\alpha(B_m, E, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dE' (2n+1) f_{\alpha n}(E' \rightarrow E) \left\{ \Sigma_\alpha(E') \times \right. \\ \left. \times P_n(\mu) F_n(B_m, E') \right\} \quad (1-95)$$

por consiguiente, $q(B_m, E)$ en las aproximaciones B_1 y P_1 resulta

$$q_{\alpha}(B_m, E) = \int_0^{\infty} dE' \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} \left[f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) F_0(B_m, E') + 3 f_{\alpha 1}(E' \rightarrow E) \times \right. \\ \left. \times F_1(B_m, E') \mu \right] \Sigma_{\alpha}(E') \quad (1-96)$$

$$q_{\alpha}(B_m, E) = \int_0^{\infty} dE' \left[f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) \Sigma_{\alpha}(E') F_0(B_m, E') \right] \quad (1-97)$$

En el caso de geometría plana, la edad $\tau(u)$ a la letargia u , de acuerdo con la ecuación (1-58) está dada - por (42)

$$\tau(u) = \frac{1}{6} \overline{r^2}(u) = \frac{1}{2} \overline{z^2}(u) \quad (1-98)$$

Puesto que $\overline{z^2}(u)$ se puede definir de dos maneras, resultan dos definiciones para la edad

$$\tau_f(u) = \frac{1}{2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, u) z^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, u) dz} \quad (1-99)$$

$$\tau_d(u) = \frac{1}{2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} q(z, u) z^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} q(z, u) dz} \quad (1-100)$$

en términos de las transformadas de Fourier del flujo y de la densidad de moderación, las ecuaciones (1-99) y (1-100) en las aproximaciones P_1 y B_1 quedan (44)

$$\tau_f(u) = -\frac{1}{2} \left[\frac{\frac{\partial^2}{\partial B_m^2} \phi_0(B_m, u)}{\phi_0(B_m, u)} \right]_{B_m=0} \quad (1-101)$$

y

$$\tau_d(u) = -\frac{1}{2} \left[\frac{\frac{\partial^2}{\partial B_m^2} q(B_m, u)}{q(B_m, u)} \right]_{B_m=0} \quad (1-102)$$

En la teoría de la difusión -edad estas dos definiciones son iguales, ya que la densidad de moderación es proporcional al flujo.

Se establecerán ahora las ecuaciones B_1 en el intervalo de moderación $E_c \leq E \leq 10$ MeV con $E_c = 0.625$ eV que es la energía que separa el intervalo epitérmico del intervalo térmico.

Además se supondrá que no aparecen neutrones con energías superiores a E_c como resultado de ganar energía en dispersiones con energías iniciales inferiores a E_c ; ya que la probabilidad de que un neutrón con una energía inicial inferior a E_c adquiera una energía superior a E_c como resultado de una dispersión, es muy pequeña. (45)

Los resultados que se obtengan para las ecuaciones B_1 se podrán aplicar a las ecuaciones P_1 haciendo $\gamma(E) = 1$, ya que las ecuaciones B_1 (1-88) y (1-89) difieren de las ecuaciones P_1 (1-83) y (1-84) por la presencia de la función $\gamma(E)$.

Entonces, para $E > E_c$ $f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E)$ y $f_{\alpha 1}(E' \rightarrow E)$ se anulan para $E' < E$ y entonces las ecuaciones (1-88) y (1-89) quedan.

$$\begin{aligned}
 -i B_m F_1(B_m, E) + \Sigma_t(E) F_0(B_m, E) &= \Sigma_{\Lambda j} \chi^j(E) \int_0^{\infty} dE' v^j \Sigma_f^j(E') \times \\
 \times F_0(B_m, E') &+ \int_0^{\infty} dE' \Sigma_{\alpha}(E') f_{\alpha 0}(E' \rightarrow E) F_0(B_m, E')
 \end{aligned}
 \tag{1-103}$$

$$\begin{aligned}
 -i B_m F_0(B_m, E) + 3 \gamma(E) \Sigma_t(E) F_1(B_m, E) &= \\
 = 3 \int_0^{\infty} dE' \Sigma_{\alpha}(E') f_{\alpha 1}(E' \rightarrow E) F_1(B_m, E') &
 \end{aligned}
 \tag{1-104}$$

1.13 CALCULO DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA POR DISPERSION ELASTICA.

Separando las dispersiones elástica e inelástica las componentes de la transformada de Fourier de la densidad de moderación para cada núcleo pueden escribirse de acuerdo con las ecuaciones (1-8) y (1-95) como

$$q_{\alpha n}^j(B_m, E) = (2n+1) \int_0^{\infty} f_{in}^j(E'+E) \Sigma_i^j(E') F_n(B_m, E') dE' + (2n+1) \int_0^{\infty} f_{sn}^j(E'+E) \Sigma_s^j(E') F_n(B_m, E') dE' \quad (1-105)$$

Para cada j la transformada de Fourier de la componente n de la densidad de moderación para dispersión elástica está definida por

$$q_n^j(B_m, E) = (2n+1) \int_0^{\infty} f_{sn}^j(E'+E) \Sigma_s^j(E') F_n(B_m, E') dE' \quad (1-106)$$

Por consiguiente, para calcular $q_n^j(B_m, E)$ es necesario determinar primero la función de transferencia por dispersión elástica $f_{sn}^j(E'+E)$.

Para dispersión elástica (no necesariamente iso-

trópica) de un neutrón (de masa m) por un núcleo (de masa M) se tiene, ecuación (B-55) apéndice B, que

$$\frac{E}{E'} = \frac{A^2 + 2A\mu_c + 1}{(A+1)^2} \quad (1-107)$$

donde $A = \frac{m}{M}$, y E' y E son las energías inicial y final respectivamente del neutrón en el sistema de laboratorio - y μ_c es el coseno [del ángulo de dispersión en el sistema del centro de masa. Además, la relación entre los cosenos de los ángulos de dispersión en el sistema de laboratorio - μ_0 y en el sistema del centro de masa es, ecuación (B-54) - apéndice B,

$$\mu_0 = \frac{A\mu_c + 1}{\sqrt{A^2 + 2\mu_c A + 1}} \quad (1-108)$$

Es conveniente ahora cambiar de las energías E y E' a las letargias correspondientes u y u' ; por consiguiente

$$\frac{E}{E'} = \exp \left[-(u-u') \right] = \exp(-U) \quad (1-109)$$

ya que el cambio en letargia U como resultado de la dispersión es

$$U = u - u' = -\ln \frac{E}{E'} \quad (1-110)$$

Entonces, en términos de letargias, la función de transferencia por dispersión elástica está dada por

$$f_s(u'+u, \mu_0) d\mu_0 = f_s(E'+E, \mu_0) dE d\mu_0 \quad (1-111)$$

además, de las ecuaciones (1-107) y (1-109) se obtiene

$$\mu_c = 1 - \frac{(A+1)^2}{2A} \left[1 - \exp(-U) \right] \quad (1-112)$$

y sustituyendo la ecuación (1-112) en la ecuación (1-108) se obtiene.

$$\mu_0(U) = \frac{A+1}{2} \exp\left(-\frac{U}{2}\right) - \frac{A-1}{2} \exp\left(\frac{U}{2}\right) \quad (1-113)$$

En la función de transferencia esta relación entre U y μ_0 se puede expresar en términos de la función del ta de Dirac escribiendo

$$f_s(u'+u, \mu_0) = f_s(u', \mu_0) C(u, u', \mu_0) \delta(\mu_0 - \mu_0(U)) \quad (1-114)$$

lo que implica que $f_s(u'+u, \mu_0)$ se anula a menos que U y μ_0 estén relacionadas según la ecuación (1-113) y $C(u, u', \mu_0)$ es una función que puede depender de u, u' o de μ_0 y puede determinarse requiriendo que la función de transferencia -

cumpla la siguiente condición de normalización

$$\int du \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} f_s(u'+u, \mu_0) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} f_s(u', \mu_0) = 1 \quad (1-115)$$

donde la ecuación intermedia define a $f_s(u', \mu_0)$ y donde el intervalo de integración sobre u comprende todos los valores accesibles como resultado de la dispersión.

Por otra parte, de las ecuaciones (1-107) y (1-110) se deduce que la ganancia máxima de letargia U_{\max} (pérdida máxima de energía) ocurre cuando $\mu_c = -1$ y de la ecuación (1-112) se obtiene que

$$U_{\max} = -\ln \alpha \quad (1-116)$$

donde

$$\alpha = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2} \quad (1-117)$$

por consiguiente

$$0 \leq U \leq -\ln \alpha \quad (1-118)$$

$$u' \leq u \leq u' - \ln \alpha \quad (1-119)$$

$$y \quad u + \ln \alpha \leq u' \leq u \quad (1-120)$$

Sustituyendo la ecuación (1-114) en la ecuación (1-115) e integrando sobre μ_0 se obtiene

$$\int_{u'}^{u'-\ln a} du \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} f_S(u', \mu_0) C(u, u', \mu_0) \delta(\mu_0 - \mu_0(U)) =$$

$$\int_{u'}^{u'-\ln a} \frac{d\mu}{2} C(u, u', \mu_0(U)) f_S(u', \mu_0(U)) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} f_S(u', \mu_0)$$

(1-121)

Ahora, en la ecuación (1-121) se hará primero un cambio de variable de u a U y puesto que u' permanece fija, $du = dU$. Después se hará otro cambio de variable de U a $\mu_0(U)$ y entonces $dU = \frac{dU}{d\mu_0} d\mu_0$ y los límites de integración sobre μ_0 obtenidos de la ecuación (1-113) resultan

$$\mu_0 = 1 \text{ para } U = 0$$

$$\mu_0 = -1 \text{ para } U = -\ln a$$

Haciendo los cambios de variable mencionados, la ecuación (1-121) queda

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{-1na} \frac{dU}{2} C(U, u', \mu_0(U)) f_s(u', \mu_0(U)) = \\
 & \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} \left[-C(u', \mu_0(U)) \frac{dU}{d\mu_0} \right] f_s(u', \mu_0) \\
 & = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} f_s(u', \mu_0) \quad (1-122)
 \end{aligned}$$

y por consiguiente

$$C(U) = - \frac{d\mu_0(U)}{dU} \quad (1-123)$$

Sustituyendo la ecuación (1-123) en la ecuación (1-114), se obtiene

$$f_s(u' \rightarrow u, \mu_0) = f_s(u', \mu_0) \left[- \frac{d\mu_0(U)}{dU} \right] \delta(\mu_0 - \mu_0(U)) \quad (1-124)$$

Por otra parte, de las definiciones (1-106) para $q_n^j(B_m, E)$ y (1-69) para $f_{sn}(E' \rightarrow E, \mu_0)$ se tiene que

$$q_n^j(B_m, E) = \int_0^\infty dE' \int_{-1}^1 \frac{d\mu_0}{2} f_s^j(E' \rightarrow E, \mu_0) \Sigma_s^j(E') P_n(\mu_0) F_n(B_m, E') \quad (1-125)$$

Empleando la ecuación (1-111) para cambiar de energía a letargia y sustituyendo la ecuación (1-124), la-

ecuación (1-125) queda

$$q_n^j(B_m, u) = \int_{u+1n\alpha}^u du' \int_{-1}^1 \frac{d\mu_o}{2} \left[f_s^j(u', \mu_o) \left[-\frac{d\mu_o(U)}{dU} \right] \delta(\mu_o - \mu_o(U)) \times \right. \\ \left. \times \sum_s^j(u') P_n(\mu_o) F_n(B_m, u') \right] \quad (1-126)$$

después de integrar sobre μ_o , la ecuación (1-126) queda

$$q_n^j(B_m, u) = \frac{1}{2} \int_{u+1n\alpha}^u du' f_s^j(u', \mu_o(U)) \left[\frac{d\mu_o(U)}{dU} \right] \sum_s^j(u') P_n(\mu_o(U)) F_n(B_m, u') \quad (1-127)$$

Para evitar la dependencia de la función de transferencia de μ_o , se define una función de transferencia en el sistema del centro de masa $f_s^c(u', \mu_c)$, lo que se justifica porque las dos funciones cumplen la relación (46)

$$f_s^c(u'+u, \mu_c) d\mu_c = f_s(u'+u, \mu_o) d\mu_o \quad (1-128)$$

por consiguiente,

$$f_s^c(u', \mu_c) d\mu_c = du f_s^c(u'+u, \mu_c) d\mu_c \\ = du f_s(u'+u, \mu_o) d\mu_o \\ = f_s(u', \mu_o) d\mu_o \quad (1-129)$$

de donde

$$f_s(u', \mu_0(U)) = f_s^c(u', \mu_c(U)) \frac{d\mu_c(U)}{dU} \quad (1-130)$$

Sustituyendo la ecuación (1-130) en la ecuación (1-127) se obtiene

$$q_n^j(B_m, u) = -\frac{1}{2} \int_{u+1\alpha}^u du' f_s^j(u', \mu_c(U)) \Sigma_s^j(u') P_n(\mu_0(U)) F_n(B_m, u') \frac{d\mu_c(U)}{dU} \quad (1-131)$$

en donde la sección eficaz de dispersión $\Sigma_s^j(u')$ está referida al sistema del centro de masa.

Haciendo el cambio de variable de u' a U , la ecuación (1-131) queda

$$q_n^j(B_m, u) = \frac{1}{2} \int_{-1\alpha}^0 dU f_s^j(u-U, \mu_c(U)) \Sigma_s^j(u-U) P_n(\mu_0(U)) \times \\ \times F_n(B_m, u-U) \frac{d\mu_c(U)}{dU} \quad (1-132)$$

Haciendo otro cambio de variable de U a $\mu_c(U)$ y empleando la relación $dU = \frac{d\mu_c}{d\mu_c} d\mu_c$, la ecuación (1-132) queda

$$q_n^j(B_m, u) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} f_s^j(u-U(\mu_c), \mu_c) \Sigma_s^j(u-U(\mu_c)) P_n(\mu_0(\mu_c)) \times \\ \times F_n(B_m, u-U(\mu_c)) \quad (1-133)$$

El problema de determinar las densidades de moderación para los diversos núclidos se dividirá ahora en dos partes, primero se determinará la densidad de moderación - debida a los núcleos de Hidrógeno y después se determinarán las densidades de moderación debidas a los núclidos - con números de masa mayores que 1. Esta separación se - justifica en base a que de acuerdo con la ecuación (1-107) un neutrón puede perder toda su energía en una sola disper - sión elástica con un núcleo de Hidrógeno mientras que para dispersiones con otros núcleos puede perder cuando más una fracción de su energía original. Así por ejemplo, para el Carbono, $\alpha = 0.716$ ⁽⁴⁷⁾ y la pérdida fraccional máxima - de energía resulta $(1 - \alpha) \% = 28.4\%$; para el U-238 ⁽⁴⁷⁾ - $\alpha = 0.983$ y en este caso un neutrón puede perder cuando - más 1.7% de su energía original en una sola dispersión.

1.14 DENSIDAD DE MODERACION PARA EL HIDROGENO

El problema de determinar la densidad de modera - ción de los neutrones en H_2O puede reducirse al problema - de determinar la densidad de moderación por los núcleos de Hidrógeno, ya que para energías superiores a 1eV la molécula de H_2O se desintegra cuando un neutrón es dispersado - por alguno de los átomos que la forman ⁽⁴⁸⁾ y por consi - guiente la moderación puede tratarse en términos de las -

dispersiones que experimentan los neutrones con los núcleos de Hidrógeno separados. Además, la pérdida fraccional - - máxima de energía que pueden experimentar los neutrones por dispersiones con los núcleos de Oxígeno ($\alpha = 0.779$) (47) - es solamente de 22.1%.

Para el Hidrógeno $A = 1$ y $\alpha = 0$, y de las ecuaciones (1-112) y (1-113) se obtiene

$$\mu_o^c(U) = \exp\left(-\frac{U}{2}\right) \quad (1-134)$$

$$y \quad \mu_c(U) = 2\exp(-U) - 1 \quad (1-135)$$

y $f_s^c(u', \mu_c)$ no es una función de μ_c puesto que la dispersión por el Hidrógeno puede considerarse como isotrópica - en el sistema del centro de masa.

Bajo esta suposición, de las ecuaciones (1-115) - y (1-129) se obtiene

$$\int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} f_s^c(u', \mu_c) = f_s^c(u', \mu_c) \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} = \int_{-1}^1 f_s(u', \mu_o) \frac{d\mu_o}{2} = 1$$

de donde resulta que

$$f_s^c(u', \mu_c) = 1 \quad (1-136)$$

Tomando en cuenta este resultado en la ecuación-
(1-131), la transformada de Fourier de la componente n de
la densidad de moderación para el Hidrógeno resulta

$$q_n^H(B_m, u) = \int_{-\infty}^u -\frac{du'}{2} \Sigma_S^H(u') P_n(\exp(-\frac{u'}{2})) F_n(B_m, u') \left[-2\exp(-U) \right]$$

$$q_n^H(B_m, u) = \int_0^u du' \Sigma_S^H(u') P_n(\exp(-\frac{u'}{2})) F_n(B_m, u') \exp(-U) \quad (1-137)$$

donde el superíndice H se refiere al Hidrógeno, y el límite inferior en la integral es cero porque $F_n(B_m, u') = 0$ para toda $u' < 0$. Para $n = 0$ de la ecuación (1-137) se obtiene

$$q_0^H(B_m, u) = \int_0^u du' \Sigma_S^H(u') F_0(B_m, u') \exp[-(u-u')] \quad (1-138)$$

Tomando en la ecuación (1-138) la derivada parcial con respecto a u , resulta

$$\frac{\partial}{\partial u} q_0^H(B_m, u) = \Sigma_S^H(u) F_0(B_m, u) - q_0^H(B_m, u) \quad (1-139)$$

Para $n = 1$, de la ecuación (1-137) se obtiene

$$q_1^H(B_m, u) = \int_0^u du' \Sigma_S^H(u') F_1(B_m, u') \exp\left[-\frac{3}{2}(u-u')\right] \quad (1-140)$$

tomando la derivada parcial con respecto a u en esta

ecuación, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial u} q_1^{II}(B_m, u) = \gamma_s^{II}(u) F_1(B_m, u) - \frac{3}{2} q_1^{II}(B_m, u) \quad (1-141)$$

Entonces, una vez determinadas las funciones $F_0(B_m, u)$ y $F_1(B_m, u)$ las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para el Hidrógeno se pueden determinar resolviendo las ecuaciones diferenciales (1-139) y (1-141) y no se ha introducido ninguna aproximación al determinarlas de esta manera.

1.15 DENSIDADES DE MODERACION PARA ELEMENTOS CON NUMEROS-DE MASA MAYORES QUE 1.

La letargia promedio \bar{u}_n de un neutrón después de experimentar n dispersiones es $\bar{u}_n = n \xi$ (49) donde ξ es el aumento promedio de letargia por dispersión.

Es decir, un neutrón gana ξ unidades de letargia en promedio en cada dispersión y por consiguiente la letargia cambia discretamente en unidades de ξ . Puesto que es conveniente tratar con variables continuas en lugar de variables discretas, la teoría de la moderación continua postula que la letargia es una variable continua. Además, puesto que $\xi = \frac{2}{\Lambda + \frac{2}{5}}$ (50) el número de dispersiones -

requerido para aumentar el valor promedio de la letargia de un neutrón hasta un valor \bar{u}_n es

$$n = \frac{1}{\xi} \bar{u}_n \approx \frac{A + \frac{2}{3}}{2} \bar{u}_n$$

y entonces el número de dispersiones requerido aumenta al aumentar el número de masa. Así, el número de dispersiones requerido para aumentar la letargia promedio de un neutrón desde una energía de 2MeV a un valor cuya energía correspondiente es 1eV, suponiendo dispersión isotrópica en el sistema del centro de masa es, para H, 14.5 y 1730 para U (49).

En base a estos resultados, el modelo de la moderación continua es apropiado para moderadores pesados, ya que la desviación fraccional del valor promedio de la letargia de un neutrón después de cierto número de dispersiones decrece al aumentar este número y al aumentar el número de masa (51)

La determinación de las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para isótopos con números de masa mayores que 1, no puede hacerse como para el caso del Hidrógeno ya que $ln \alpha$ en la ecuación (1-138) resulta finito y la diferenciación de $q_n^j(B_m, u)$ con respecto a u no elimina la integral sobre u'

y por tanto no se puede obtener una ecuación diferencial. -
 Se empleará entonces una aproximación basada en el hecho -
 de que la ganancia máxima de letargia $-ln\alpha$ es finita para -
 $A > 1$ y en que resulta muy pequeña para elementos pesados -
 ya que:

$$-ln\alpha = 2 \ln \left(\frac{A+1}{A-1} \right) = 4 \left[\frac{1}{A} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{A} \right)^3 \right] \quad (1-142)$$

La idea esencial es desarrollar el término

$$f_s^{jc}(u - U(\mu_c), \mu_c) \Sigma_s^j(u - U(\mu_c)) F_n(B_m, u - U(\mu_c))$$

de la ecuación (1-133) en una serie de Taylor alrededor de u , es decir

$$\begin{aligned} & f_s^{jc}(u - U(\mu_c), \mu_c) \Sigma_s^j(u - U(\mu_c)) F_n(B_m, u - U(\mu_c)) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left[-U(\mu_c) \right]^m \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[f_s^{jc}(u, \mu_c) \Sigma_s^j(u) F_n(B_m, u) \right] \end{aligned} \quad (1-143)$$

Introduciendo este desarrollo en la ecuación (1-133) se obtiene

$$q_n^j(B_m, u) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} P_n(\mu_c) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left[-U(\mu_c) \right]^m \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[f_s^{jc}(u, \mu_c) \Sigma_s^j(u) F_n(B_m, u) \right] \quad (1-144)$$

Puesto que el intervalo de $U(\mu_c)$ es de 0 a $-2 \ln \left(\frac{A^j - 1}{A^j + 1} \right)$ -

con uno o dos términos del desarrollo es posible obtener suficiente precisión cuando $A^j \gg 1$.

Definiendo la función

$$G_n^{jm}(u) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} P_n(\mu_c(\mu_c)) \frac{1}{m!} [-U(\mu_c)]^m f_s^{jc}(u, \mu_c) \Sigma_s^j(u) \quad (1-145)$$

la ecuación (1-144) puede escribirse como (52)

$$q_n^j(B_m, u) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{jm}(u) F_n(B_m, u) \right] \quad (1-146)$$

En la aproximación de la edad, para $n = 0$ basta retener solamente los términos $m = 0$ y $m = 1$ en el desarrollo (1-146); mientras que para $n \geq 1$ basta retener solamente el término $m = 0$, (53) por tanto, con estas aproximaciones se obtiene

$$\begin{aligned} q_0(B_m, u) &= \sum_{A^j \neq 1} q_0^j(B_m, u) \\ &= F_0(B_m, u) \sum_{A^j \neq 1} G_0^{j0}(u) + \frac{\partial}{\partial u} \left[F_0(B_m, u) \sum_{A^j \neq 1} G_0^{j1}(u) \right] \end{aligned} \quad (n = 0) \quad (1-147)$$

y

$$q_n(B_m, u) = \sum_{A^j \neq 1} q_n^j(B_m, u) = F_n(B_m, u) \sum_{A^j \neq 1} G_n^{j0}(u) \quad (n \geq 1) \quad (1-148)$$

Si se supone que la dispersión es isotrópica en el sistema del centro de masa, entonces, de acuerdo con la ecuación (1-136) $f_s^c(u, \mu_c) = 1$, y de la ecuación (1-145) se obtiene

$$G_0^{j0}(u) = \Sigma_s^j(u) \quad (1-149)$$

además,

$$G_1^{j0}(u) = \Sigma_s^j(u) \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} \mu_c^j \mu_0^j \equiv \Sigma_s^j(u) \overline{\mu_0^j} \quad (1-150)$$

y empleando la ecuación (1-108) se obtiene

$$\begin{aligned} G_1^{j0}(u) &= \Sigma_s^j(u) \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} \frac{A^j \mu_c + 1}{\sqrt{(A^j)^2 + 2A^j \mu_c + 1}} \\ &= \frac{A^j}{2} \left\{ \frac{-2 \left[2(A^j)^2 + 2 - 2A^j \mu_c \right]}{12(A^j)^2} \sqrt{(A^j)^2 + 1 + 2A^j \mu_c} \right\}_{-1}^1 \\ &\quad + \left[\frac{1}{2A^j} \sqrt{(A^j)^2 + 1 + 2A^j \mu_c} \right]_{-1}^1 \end{aligned}$$

que da por resultado

$$G_1^{j0}(u) = \frac{2}{3A^j} \Sigma_s^j(u) \quad (1-151)$$

Además,

$$G_0^{j1}(u) = -\Sigma_s^j(u) \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} U^j(\mu_c)$$

empleando la ecuación (1-112) se obtiene

$$G_0^{j1}(u) = -\Sigma_s^j(u) \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} \left\{ -\ln \left[1 - \frac{2A^j}{(A^j+1)^2} + \frac{2A^j \mu_c}{(A^j+1)^2} \right] \right\}$$

La evaluación de la integral da por resultado -

$$\begin{aligned} G_0^{j1}(u) &= -\frac{\Sigma_s^j(u)}{2} \left\{ -\mu_c \ln \left[1 - \frac{2A^j}{(A^j+1)^2} + \frac{2A^j \mu_c}{(A^j+1)^2} \right] \right\}_{-1}^1 \\ &\quad + \frac{(A^j+1)^2}{2A^j} \left\{ 1 - \frac{2A^j}{(A^j+1)^2} + \frac{2A^j \mu_c}{(A^j+1)^2} \right. \\ &\quad \left. - \left[1 - \frac{2A^j}{(A^j+1)^2} \right] \ln \left[1 - \frac{2A^j}{(A^j+1)^2} + \frac{2A^j \mu_c}{(A^j+1)^2} \right] \right\}_{-1}^1 \\ &= -\Sigma_s^j(u) \left[1 + \frac{\alpha^j}{1-\alpha^j} \ln \alpha^j \right] ; \alpha^j = \frac{(A^j-1)^2}{(A^j+1)^2} \end{aligned}$$

por tanto

$$G_0^{j1}(u) = -\Sigma_s^j(u) \xi^j \quad (1-152)$$

Además,

$$G_1^{j1}(u) = -\Sigma_s^j(u) \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} \mu_o(\mu_c) U(\mu_c)$$

que puede escribirse como (54)

$$G_1^{j1}(u) \equiv -\Sigma_s^j(u) \overline{\mu_o^j U^j} > 0 \quad (1-153)$$

y

$$G_0^{j2}(u) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} \frac{1}{2} \left[-U(\mu_c) \right]^2 \Sigma_s^j(u)$$

que puede escribirse

$$G_0^{j2}(u) \equiv \Sigma_s^j(u) \frac{1}{2} \overline{(U^j)^2} > 0 \quad (1-154)$$

Además,

$$G_1^{j2}(u) = \int_{-1}^1 \frac{d\mu_c}{2} \mu_o(\mu_c) \frac{1}{2} \left[-U(\mu_c) \right]^2 \Sigma_s^j(u)$$

que puede escribirse como (55)

$$G_1^{j2}(u) = \Sigma_s^j(u) \frac{1}{2} \overline{\mu_o^j (U^j)^2} < 0 \quad (1-155)$$

Además, sustituyendo la ecuación (1-129) en la ecuación (1-145) se obtiene

$$G_n^{jm}(u) = \int_{-1}^1 \frac{du_0}{2} P_n(u_0) \frac{1}{m!} \left[-U(u_0) \right]^m f_s^j(u, u_0) \Sigma_s^j(u) \quad (1-156)$$

de donde para $m = 0$, se obtiene

$$G_n^{j0}(u) = \int_{-1}^1 \frac{du_0}{2} P_n(u_0) f_s^j(u, u_0) \Sigma_s^j(u) \quad (1-157)$$

Para obtener la aproximación de Greuling - Goertzel (56) para las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para los elementos pesados, se definen

$$q_n^j(B_m, u) = - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{jm+1}(u) F_n(B_m, u) \right] \quad (1-158)$$

$$\text{y} \quad \lambda_n^j(u) = - \frac{G_n^{j2}(u)}{G_n^{j1}(u)} \quad (1-159)$$

donde el signo negativo en la ecuación (1-158) se debe a que $G_n^{j2}(u) < -G_n^{j1}(u)$ (55) ya que $q_n^j(B_m, u)$ debe ser positiva. Además $\lambda_n^j(u)$ también resulta positiva para $n = 0$ y $n = 1$.

De la ecuación (1-158) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial q_n^j(B_m, u)}{\partial u} &= - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^{m+1}}{\partial u^{m+1}} \left[G_n^{j, m+1}(u) F_n(B_m, u) \right] \\
 &= - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\partial^s}{\partial u^s} \left[G_n^{j, s}(u) F_n(B_m, u) \right] \\
 &= - \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\partial^s}{\partial u^s} \left[G_n^{j, s}(u) F_n(B_m, u) \right] + G_n^{j, 0}(u) F_n(B_m, u)
 \end{aligned}$$

y tomando en cuenta la ecuación (1-146) la ecuación anterior queda

$$\frac{\partial q_n^j(B_m, u)}{\partial u} = - q_n^j(B_m, u) + G_n^{j, 0}(u) F_n(B_m, u) \quad (1-160)$$

Por otra parte, de las ecuaciones (1-158) y (1-159) se obtiene que

$$\begin{aligned}
 q_n^j(B_m, u) + \lambda_n^j(u) \frac{\partial}{\partial u} q_n^j(B_m, u) &= - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{j, m+1}(u) F_n(B_m, u) \right] \\
 &\quad - \lambda_n^j(u) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^{m+1}}{\partial u^{m+1}} \left[G_n^{j, m+1}(u) F_n(B_m, u) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{j, m+1}(u) F_n(B_m, u) \right] - \lambda_n^j \sum_{s=2}^{\infty} \frac{\partial^s}{\partial u^s} \left[G_n^{j, s}(u) F_n(B_m, u) \right] \\
&- G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) - \frac{\partial}{\partial u} \left[G_n^{j, 2}(u) F_n(B_m, u) \right] - \lambda_n^j \frac{\partial}{\partial u} \left[G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) \right] \\
&= - \sum_{m=2}^{\infty} \left\{ \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{j, m+1}(u) F_n(B_m, u) \right] + \lambda_n^j \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{j, m}(u) F_n(B_m, u) \right] \right\} \\
&- G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) - \frac{d}{du} \left[G_n^{j, 2}(u) F_n(B_m, u) \right] - \lambda_n^j \frac{d}{du} \left[G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) \right]
\end{aligned} \tag{1-161}$$

y tomando en cuenta que

$$\begin{aligned}
&- G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) - \frac{d}{du} \left[G_n^{j, 2}(u) F_n(B_m, u) \right] - \lambda_n^j \frac{d}{du} \left[G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) \right] \\
&= - G_n^{j, 1}(u) F_n(B_m, u) - F_n(B_m, u) \frac{d}{du} G_n^{j, 2}(u) - G_n^{j, 2}(u) \frac{d}{du} F_n(B_m, u) \\
&+ \frac{G_n^{j, 2}(u)}{G_n^{j, 1}(u)} \left[F_n(B_m, u) \frac{d}{du} G_n^{j, 1}(u) + G_n^{j, 1}(u) \frac{d}{du} F_n(B_m, u) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -G_n^{j1}(u) F_n(B_m, u) + F_n(B_m, u) G_n^{j1}(u) \left[-\frac{1}{G_n^{j1}(u)} \frac{d}{du} G_n^{j2}(u) + \frac{G_n^{j2}(u)}{[G_n^{j1}(u)]^2} \frac{d}{du} G_n^{j1}(u) \right] \\
 &= -G_n^{j1}(u) F_n(B_m, u) \left[1 - \frac{d}{du} \lambda_n^j(u) \right]
 \end{aligned}$$

se obtiene que la ecuación (1-161) queda

$$\begin{aligned}
 q_n^j(B_m, u) + \lambda_n^j \frac{\partial}{\partial u} q_n^j(B_m, u) &= -G_n^{j1}(u) F_n(B_m, u) \left[1 - \frac{d}{du} \lambda_n^j(u) \right] \\
 - \sum_{m=2} \left\{ \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{jm+1}(u) F_n(B_m, u) \right] + \lambda_n^j(u) \frac{\partial^m}{\partial u^m} \left[G_n^{jm}(u) F_n(B_m, u) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

(1-162)

Para dispersión isotrópica en el sistema del centro de masa, $\lambda_n(u)$ no depende de u (55) y entonces, - despreciando la suma sobre m la ecuación (1-162) queda

$$q_n^j(B_m, u) + \lambda_n^j \frac{\partial}{\partial u} q_n^j(B_m, u) = -G_n^{j1}(u) F_n(B_m, u)$$

(1-163)

y definiendo

$$q_n^i(B_m, u) = \sum_{\lambda^j \neq 1} q_n^j(B_m, u)$$

(1-164)

se obtiene la aproximación de Greuling - Goertzel:

$$q_n'(B_m, u) + \sum_{A^j \neq 1} \lambda_n^j \frac{\partial}{\partial u} q_n^{j,j}(B_m, u) = - \sum_{A^j \neq 1} G_n^{j,1}(u) F_n(B_m, u) \quad (1-165)$$

que para $n = 0$ y $n = 1$ resulta

$$q_0'(B_m, u) + \sum_{A^j \neq 1} \lambda_0^j \frac{\partial}{\partial u} q_0^{j,j}(B_m, u) = - \sum_{A^j \neq 1} G_0^{j,1}(u) F_0(B_m, u) \quad (1-166)$$

$$q_1'(B_m, u) + \sum_{A^j \neq 1} \lambda_1^j \frac{\partial}{\partial u} q_1^{j,j}(B_m, u) = - \sum_{A^j \neq 1} G_1^{j,1}(u) F_1(B_m, u) \quad (1-167)$$

donde (55)

$$\lambda_0^j = - \frac{G_0^{j,2}(u)}{G_0^{j,1}(u)} = \frac{1 - \alpha^j \left[1 - \ln \alpha^j + \frac{1}{2} (-\ln \alpha^j)^2 \right]}{1 + \frac{\alpha^j}{1 - \alpha^j} \ln \alpha^j} \quad (1-168)$$

además (55)

$$\lambda_0^j \rightarrow \frac{4}{3A^j} \text{ para } A^j \gg 1 \quad (1-169)$$

$$y \lambda_1^j = - \frac{G_1^{j,2}(u)}{G_1^{j,1}(u)} + \frac{4}{5A^j} \text{ para } A^j \gg 1 \quad (1-170)$$

1.16 SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARA LAS TRANS--
 FORMADAS DE FOURIER DEL FLUJO Y DE LAS DENSIDADES DE
 MODERACION EN LA APROXIMACION B_1

Antes de escribir las ecuaciones B_1 (1-103) y (1-104) en la forma de multigrupos, se reemplazará el espectro de fisión de cada isótopo $\chi^j(E)$ en la ecuación (1-103) por un "espectro promedio de fisión" $\bar{\chi}(E)$, lo cual está justificado porque los espectros de fisión de los diversos isótopos fisionables son muy semejantes, además en la ecuación (1-103) el número

$$\sum_{A^j} \int_0^{\infty} dE' v^j \Sigma_f^j(E') F_0(B, E')$$

se considerará arbitrariamente como la unidad lo cual no afectará los resultados finales.

Después de estas simplificaciones y cambiando de energía a letargia, las ecuaciones (1-103) y (1-104) quedan

$$-i B_m F_1(B_m, u) + \Sigma_t(u) F_0(B_m, u) =$$

$$\int_0^u du' \Sigma_a(u') f_{\alpha 0}(u'+u) F_0(B_m, u') + \bar{\chi}(u) \quad (1-171)$$

y

$$- i B_m F_0(B_m, u) + 3 \gamma(u) \Sigma_t(u) F_1(B_m, u) =$$

$$3 \int_0^u du' \Sigma_\alpha(u') f_{\alpha 1}(u'+u) F_1(B_m, u') \quad (1-172)$$

Separando en estas ecuaciones la densidad de moderación por dispersión elástica y la densidad de moderación por dispersión inelástica y suponiendo que ésta es isotrópica en el sistema de laboratorio y separando las densidades de moderación elástica del Hidrógeno y de los elementos pesados, de acuerdo con las ecuaciones (1-8) y (1-14) se obtiene

$$- i B_m F_1(B_m, u) + \Sigma_t(u) F_0(B_m, u) =$$

$$\int_0^u du' \Sigma_1(u') f_{i0}(u'+u) F_0(B_m, u') +$$

$$+ q_0^H(B_m, u) + \Sigma_{A^j \neq 1} q_0^j(B_m, u) + \bar{\chi}(u) \quad (1-173)$$

$$- i B_m F_0(B_m, u) + 3 \gamma(u) \Sigma_t(u) F_1(B_m, u) =$$

$$3 q_1^H(B_m, u) + 3 \Sigma_{A^j \neq 1} \Sigma_s^j(u) \bar{\mu}_0^j F_1(B_m, u) \quad (1-174)$$

donde $f_{i0}(u'+u)$ es la componente de orden cero de la función de transferencia por dispersión inelástica, y

$f_{i1}(u'+u) = 0$ porque la dispersión inelástica es isotrópica en el sistema de laboratorio, (57) además

$$\int_0^{\infty} du' \Sigma_s(u') f_{s0}(u'+u) F_0(B_m, u') = \Sigma_{A^j} q_0^j(B_m, u) \quad (1-175)$$

$$\int_0^{\infty} du' \Sigma_s(u') f_{s1}(u'+u) F_1(B_m, u') = \Sigma_{A^j} q_1^j(B_m, u) \quad (1-176)$$

y de acuerdo con las ecuaciones (1-148) y (1-150)

$$q_1^j(B_m, u) = F_1(B_m, u) G_1^{j0}(u) \quad A^j \neq 1$$

$$q_1^j(B_m, u) = F_1(B_m, u) \Sigma_s^j(u) \bar{u}_0^j \quad (1-177)$$

Por otra parte, de las ecuaciones (1-160) y (1-149) se obtiene

$$q_0^j(B_m, u) = -\frac{\partial}{\partial u} q_0^{j'}(B_m, u) + F_0(B_m, u) \Sigma_s^j(u) \quad (1-178)$$

y de la ecuación (1-139) resulta

$$q_0^H(B_m, u) = -\frac{\partial}{\partial u} q_0^H(B_m, u) + \Sigma_s^H(u) F_0(B_m, u) \quad (1-179)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1-177) y (1-178) en la ecuación (1-173), resulta

$$\left[\Sigma_a(u) + \Sigma_i(u) \right] F_0(B_m, u) - i B_m F_1(B_m, u) = \int_0^{\infty} du' \Sigma_j(u') F_{i0}(u' \rightarrow u) F_0(B_m, u')$$

$$- \frac{\partial}{\partial u} q_0^H(B_m, u) - \Sigma_{A^j \neq 1} \frac{\partial}{\partial u} q_0^j(B_m, u) + \bar{\chi}(u) \quad (1-180)$$

ya que

$$\Sigma_t(u) - \Sigma_{A^j} \Sigma_s^j(u) = \Sigma_a(u) + \Sigma_i(u)$$

Despejando $q_1^H(B_m, u)$ de la ecuación (1-141) y sustituyendo el resultado en la ecuación (1-174) resulta -

$$\left[\gamma(u) \Sigma_t(u) - \Sigma_{A^j} \Sigma_s^j(u) \bar{\mu}_0^j \right] F_1(B_m, u) = i \frac{B_m}{3} F_0(B_m, u) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial u} q_1^H(B_m, u) \quad (1-181)$$

ya que $\Sigma_s^H(u) \bar{\mu}_0^H = \frac{2}{3} \Sigma_s^H(u)$, de acuerdo con la ecuación (1-151)

De acuerdo con estos resultados, el sistema de ecuaciones que se requiere resolver para determinar las transformadas de Fourier del flujo total, de la corriente, y de las densidades de moderación para el Hidrógeno y para los elementos pesados en un reactor homogéneo es

$$\left[\Sigma_a(u) + \Sigma_i(u) \right] F_0(B_m, u) - i \frac{B_m}{3} F_1(B_m, u) = \int_0^u du' \Sigma_i(u') f_{i0}(u' \rightarrow u) F_0(B_m, u')$$

$$- \frac{\partial}{\partial u} q_0^H(B_m, u) - \sum_{A^j \neq 1} \frac{\partial}{\partial u} q_0^j(B_m, u) + \bar{\chi}(u) \quad (1-180)$$

$$\left[\gamma(u) \Sigma_t(u) - \sum_{A^j} \Sigma_s^j(u) \bar{v}_0^j \right] F_1(B_m, u) - i \frac{B_m}{3} F_0(B_m, u) = \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial u} q_1^H(B_m, u) \quad (1-181)$$

$$\frac{\partial}{\partial u} q_0^H(B_m, u) = \sum_S^H(u) F_0(B_m, u) - q_0^H(B_m, u) \quad (1-139)$$

$$\frac{\partial}{\partial u} q_1^H(B_m, u) = \sum_S^H(u) F_1(B_m, u) - \frac{3}{2} q_1^H(B_m, u) \quad (1-141)$$

$$\sum_{A^j \neq 1} \lambda_0^j \frac{\partial}{\partial u} q_0^{j'}(B_m, u) = - \sum_{A^j \neq 1} q_0^{j'}(B_m, u) + \sum_{A^j \neq 1} \xi^j(u) \sum_S^j(u) F_0(B_m, u) \quad (1-182)$$

donde la última ecuación (1-182) se ha obtenido sustituyendo la ecuación (1-152) en la ecuación (1-166)

Para obtener una relación aproximada entre las funciones $F_0(B_m, u)$ y $F_1(B_m, u)$ se empleará la ecuación (1-174) en la forma P_1 , es decir, con $\gamma(u) = 1$ y se despreciará $q_1^H(B_m, u)$ entonces la ecuación (1-174) queda

$$-i B_m F_0(B_m, u) + 3 \sum_{\lambda^j \neq 1} \xi^j(u) F_1(B_m, u) = 3 \sum_{\lambda^j \neq 1} F_1(B_m, u) \sum_S^j(u) \mu_0^j$$

de donde se obtiene

$$F_1(B_m, u) = i B_m D(u) F_0(B_m, u) \quad (1-183)$$

con

$$D = \frac{1}{3 \left[\Sigma_t(u) - \sum_{A \neq 1} \frac{\Sigma_s^j(u)}{A} \overline{\mu_0^j} \right]}$$

que es el coeficiente de difusión obtenido anteriormente. Si se toma la transformada de Fourier inversa de la ecuación (1-183) se obtiene (58)

$$\phi_1(z, u) = -D(u) \frac{\partial}{\partial z} \phi_0(z, u)$$

que es la ley de Fick puesto que en la aproximación P_1 , $\phi_1(z, u)$ es la corriente.

Así mismo, de la ecuación (1-173) se puede obtener la ecuación de la edad de Fermi (1-56) haciendo algunas aproximaciones (59).

Se puede concluir entonces que la teoría de la difusión-edad resulta de las aproximaciones que se hicieron para obtener las densidades de moderación para elementos con números de masa mayores de uno, que consistieron en retener en el desarrollo (1-146) los términos $m = 0$

y $m = 1$ para $n = 0$; y el término $m = 0$ para $n \geq 1$. La aproximación para $n = 0$ en la ecuación (1-173) representa el aspecto de la aproximación de la edad; y la aproximación para $n = 1$ en la ecuación (1-174) representa el aspecto de la aproximación de difusión.

1.17 SOLUCION NUMERICA DEL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARA EL FLUJO, LA CORRIENTE Y LAS DENSIDADES DE MODERACION.

El sistema de ecuaciones diferenciales (1-180) a (1-182) que resultan de la aproximación B_1 , ecuaciones (1-103) y (1-104), de la transformada de Fourier, con respecto a la coordenada espacial, de la ecuación de transporte en una dimensión, ecuación (1-64), con una fuente plana en un medio homogéneo infinito, de las ecuaciones diferenciales para las componentes cero y uno de la transformada de Fourier de la densidad de moderación para el Hidrógeno, ecuaciones (1-139) y (1-141), y de la aproximación de Greuling-Goertzel para las transformadas de Fourier de las densidades de moderación para núclidos con números de masa mayores que uno, ecuación (1-182), puede resolverse numéricamente por el método de multigrupos con el código MUFT-IV.⁽⁶⁰⁾ Este código resuelve el sistema de ecuaciones (1-180) a (1-182), establecidas en forma de multigrupos, empleando

una estructura de 54 microgrupos de letargia en el intervalo de energía $0.625 \text{ eV} \leq E \leq 10 \text{ MeV}$ dando para cada microgrupo de letargia las transformadas de Fourier del flujo, $F_0(B_m, u)$, de la corriente $-iF_1(B_m, u)$, de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para el Hidrógeno $q_0^H(B_m, u)$, y $q_1^H(B_m, u)$, y de la componente cero de la densidad de moderación para elementos con números de masa mayores que uno $q_0'(B_m, u)$. Con estos parámetros el código calcula los parámetros "de unos cuantos grupos" para uno, dos y tres macrogrupos en el intervalo de energía $0.625 \text{ eV} \leq E \leq 10 \text{ MeV}$.

Con objeto de escribir el sistema de ecuaciones, para $F_0(B_m, u)$, $F_1(B_m, u)$, $q_0^H(B_m, u)$, $q_1^H(B_m, u)$ y $q_0'(B_m, u)$ en la forma en que se presenta en el código. MUFT-IV se definirán las siguientes funciones en las que se omitirá la dependencia explícita del "buckling" material B_m

$$H(u) = \Sigma_a^S(u) + \Sigma_i(u) \quad (1-184)$$

$$R(u) = \Sigma_a^R(u) \quad (1-185)$$

$$G(u) = \gamma(u) \Sigma_t(u) - \Sigma_A \int_0^{\infty} \mu_0^j \Sigma_s^j \quad (1-186)$$

$$C(u) = \Sigma_S^H(u) \quad (1-187)$$

$$M(u) = \sum_{A^j \neq 1} N_j^j \xi^j(u) \Sigma_S^j(u) \quad (1-188)$$

$$t(u) = \sum_{A^j} N_j^j \nu^j(u) \sigma_f^j(u) \quad (1-189)$$

$$F(u) = F_0(B_m, u) \quad (1-190)$$

$$J(u) = -i F_1(B_m, u) \quad (1-191)$$

$$n(u) = q_0^H(B_m, u) \quad (1-192)$$

$$\rho(u) = -i q_1^H(B_m, u) \quad (1-193)$$

$$\omega(u) = \int_0^u du' \Sigma_i^-(u') f_{i0}(u'+u) F_0(B_m, u') \quad (1-194)$$

donde la sección eficaz macroscópica de absorción se ha separado en dos partes $\Sigma_a^S(u)$ para absorción fuera de resonancia y $\Sigma_a^R(u)$ para absorción en resonancia, y N_j^j y $\sigma_f^j(u)$ son la densidad atómica y la sección eficaz microscópica de fisión para el isótopo j respectivamente.

Con las definiciones anteriores, el sistema de ecuaciones (1-180), (1-181), (1-139), (1-141) y (1-182) -

para las cinco funciones queda:

$$H(u) F(u) + R(u) F(u) + B_m J(u) = -\frac{\partial}{\partial u} \eta(u) - \frac{\partial}{\partial u} q'_0(u) + \bar{\chi}(u) + \omega(u) \quad (1-195)$$

$$G(u) J(u) = \frac{B_m}{3} F(u) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial u} \rho(u) \quad (1-196)$$

$$\frac{\partial}{\partial u} \eta(u) = C(u) F(u) - \eta(u) \quad (1-197)$$

$$\frac{\partial}{\partial u} \rho(u) = C(u) J(u) - \frac{3}{2} \rho(u) \quad (1-198)$$

$$\lambda \frac{\partial}{\partial u} q'_0(u) = -q'_0(u) + M(u) F(u) \quad (1-199)$$

donde $q'_0(u) = \sum_{A^j \neq 1} q'^j_0(u)$ y las constantes λ^j_0 han sido sustituidas por un valor promedio dado por (62)

$$\lambda = \frac{\sum_{A^j \neq 1} \xi^j(u) \sum_s^j(u) \lambda^j_0}{\sum_{A^j \neq 1} \xi^j(u) \sum_s^j(u)} \quad (1-200)$$

de acuerdo con la aproximación del código MUFT-IV.

Las ecuaciones (1-195) a (1-199) se establecerán ahora en la forma de multigrupos integrando cada término -

sobre el grupo de letargia n con una anchura $(\Delta u)_n = u_{n-1} - u_n$ y con $u_0 = 0$ para $E = 10$ Mev y $u_N = 16$ para $E = 0.625$ eV.

Además, se supondrá que, excepto para el término de absorción en resonancia, la anchura del grupo es suficientemente pequeña de manera que la variación del flujo y de las secciones eficaces son comparables y entonces se podrá reemplazar el promedio de un producto por el producto de los promedios individuales. A su vez, estos promedios individuales se tomarán como los promedios aritméticos de los valores extremos. Con estas aproximaciones, el sistema de ecuaciones diferenciales (1-195) a (1-199) en forma de multigrupos queda.

$$\begin{aligned} \bar{H}_n \bar{F}_n (\Delta u)_n + B_m \bar{J}_n (\Delta u)_n = & - \eta_n + \eta_{n-1} - a_{0n}^1 + a_{0n-1}^1 \\ & + \bar{X}_{0n} (\Delta u)_n + \bar{w}_n (\Delta u)_n - \overline{R(u) F(u)} (\Delta u)_n \end{aligned} \quad (1-201)$$

$$\bar{G}_n \bar{J}_n (\Delta u)_n = \frac{B_m}{3} \bar{F}_n (\Delta u)_n - \frac{2}{3} \left[\rho_n - \rho_{n-1} \right] \quad (1-202)$$

$$\eta_n - \eta_{n-1} = \bar{C}_n \bar{F}_n (\Delta u)_n - \bar{\eta}_n (\Delta u)_n \quad (1-203)$$

$$\rho_n - \rho_{n-1} = \bar{C}_n \bar{J}_n (\Delta u)_n - \frac{3}{2} \bar{\rho}_n (\Delta u)_n \quad (1-204)$$

$$\lambda_n (q'_{0n} - q'_{0n-1}) = \bar{M}_n \bar{F}_n (\Delta u)_n - \bar{q}'_n \quad (1-205)$$

donde
$$\bar{H}_n = \frac{(\Sigma_a^S)_n}{2} + \frac{(\Sigma_1)_n}{2} \quad (1-206)$$

$$\bar{F}_n = \frac{(u_n)_1 - (u_{n-1})_1}{2} \quad (1-207)$$

$$\bar{J}_n = \frac{J(u_n) - J(u_{n-1})}{2} \quad (1-208)$$

$$\eta_n = \eta(u_n), \quad \eta_{n-1} = \eta(u_{n-1}) \quad (1-209)$$

$$q'_{0n} = q'_0(u_n), \quad q'_{0n-1} = q'_0(u_{n-1}) \quad (1-210)$$

$$\bar{X}_{\alpha n} = \frac{\bar{X}(u_n) - \bar{X}(u_{n-1})}{2} \quad (1-211)$$

$$\bar{\omega}_n = \sum_{A^j} \left[\sum_{n' < n} N^j \bar{\sigma}_{n',n}^j F_{n'} (\Delta u)_{n'} \right]; \quad \bar{\omega}_1 = 0 \quad (1-212)$$

donde $\bar{\sigma}_{n',n}^j$ es la sección eficaz microscópica de remoción del elemento j del grupo n' al grupo n . Empleando matrices $\bar{\omega}_n$ puede escribirse (63)

$$\begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_1 \\ \bar{\varepsilon}_2 \\ \bar{\varepsilon}_3 \\ \bar{\varepsilon}_4 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \sum_A i N^j \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \bar{\sigma}_{12}^j & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \bar{\sigma}_{13}^j & \bar{\sigma}_{23}^j & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \bar{\sigma}_{14}^j & \bar{\sigma}_{24}^j & \bar{\sigma}_{34}^j & 0 & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{F}_1 \Delta_1 \\ \bar{F}_2 \Delta_2 \\ \bar{F}_3 \Delta_3 \\ \bar{F}_4 \Delta_4 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

donde $\Delta_n = (u_n - u_{n-1})$ (1-213)

donde la sección eficaz de dispersión inelástica para cada elemento j está representada por una matriz triangular. - Además.

$$\bar{C}_n = \bar{Y}_n \bar{\Sigma}_t^n - \sum_A \frac{\bar{\mu}_o^j \bar{\Sigma}_s^j}{A_j} = \bar{Y}_n \bar{\Sigma}_t - \bar{Y}_n \quad (1-214)$$

$$\rho_n = \rho(u_n), \quad \rho_{n-1} = \rho(u_{n-1}) \quad (1-215)$$

$$\bar{C}_n = \overline{(\bar{C}_s^H)}_n \quad (1-216)$$

$$\bar{M}_n = \sum_{A^j} \overline{(\epsilon^j)}_n \overline{(\Sigma_s^j)}_n \quad (1-217)$$

$$\lambda_n = \frac{\sum_{A^j \neq 1} \overline{(\epsilon^j)}_n \overline{(\Sigma_s^j)}_n \lambda_0^j}{M_n} \quad (1-218)$$

$$\overline{(\Sigma_a^s)}_n = \sum_{A^j} N^j \overline{(\sigma_c^{sj})}_n + \sum_{A^j} N^j \overline{(\sigma_f^j)}_n \quad (1-219)$$

donde σ_c^{sj} es la sección eficaz microscópica de absorción fuera de resonancia y σ_f^j es la sección eficaz microscópica de fisión para el isótopo j . Además

$$\overline{(\Sigma_s)}_n = \sum_{A^j} N^j \overline{(\sigma_s^j)}_n \quad (1-220)$$

$$\overline{(\Sigma_i)}_n = \sum_{A^j} N^j \overline{(\sigma_i^j)}_n \quad (1-221)$$

$$\bar{\Sigma}_{tn} = \overline{(\Sigma_s)}_n + \overline{(\Sigma_a)}_n + \overline{(\Sigma_i)}_n \quad (1-222)$$

$$\gamma_n = \frac{\alpha_n^2 \tan^{-1} \alpha_n}{3 (\alpha_n - \tan^{-1} \alpha_n)} \quad (1-223)$$

$$\alpha_n = \frac{B_m}{\bar{\Sigma}_{tn}} \quad (1-224)$$

En la ecuación (1-201) el término de absorción en resonancia puede escribirse como (64)

$$\frac{R(u) F(u)}{(\Delta u)_n} = (1 - p_{an}) (\eta_{n-1} + \alpha_{on-1}) \quad (1-225)$$

donde p_{an} es la probabilidad de escape a la resonancia -- no de fisión en el grupo n , y está dada por:

$$p_{an} = \prod_{A^j} \exp \left[- \sum_{i=1}^j (RI_a)_{ni}^j \right] \quad (1-226)$$

que puede escribirse como

$$p_{an} = \exp \left[- \sum_{A^j} \sum_{i=1}^j (RI_a)_{ni}^j \right] \quad (1-227)$$

donde $(RI_a)_{ni}^j$ es la integral de resonancia para absorción no de fisión para la i -ésima resonancia en el grupo n para el elemento j , y está dada por (65)

$$(RI_a)_{ni}^j = \frac{\pi}{2} \frac{\binom{m}{a}_{ni}^j (L_{ni}^j)}{\xi_n \sqrt{\Lambda_n^j [\Lambda_n^j + (\gamma_a)_{ni}^j]}} \quad (1-228)$$

donde L_{ni}^j es el factor de autoblindaje para la i -ésima resonancia del elemento j en el grupo n .

Además, los parámetros de resonancia $(m_a)_{ni}^j$, y $(\gamma_a)_{ni}^j$ están dados por (66)

$$(m_a)_{ni}^j = \frac{\sigma_{0i}^j \Gamma_{ai}^j}{E_{0i}^j} \quad (1-229)$$

$$(\gamma_a)_{ni}^j = \frac{\sigma_{0i}^j \Gamma_{ai}^j}{\Gamma_i} \quad (1-230)$$

donde σ_{0i}^j es la sección eficaz microscópica total en el pico de la i -ésima resonancia en el grupo n que ocurre a la energía E_{0i}^j y para la cual la anchura de absorción es Γ_{ai} y la anchura total es Γ_i , para el elemento j en el grupo n .

El parámetro de resonancia A_n^j está dado por (67)

$$A_n^j = \frac{1}{N^j} \bar{d}_{n-1} + \epsilon_1 \frac{B_m^2}{3G_{n-1}} = \frac{1}{N^j} \bar{d}_{n-1} \quad (1-231)$$

donde

$$\bar{d}_{n-1} = \bar{c}_{n-1} + \sum_{A^j \neq 1} (\bar{\epsilon}_s^j)_n = \bar{c}_{n-1} + \bar{v}_{n-1} \quad (1-232)$$

y

$$\bar{\xi}_n = \bar{c}_n + \sum_{A \neq 1} (\bar{\sigma}_s^j)_n (\bar{\xi})_n^j \bar{d}_n \quad (1-233)$$

Sustituyendo la ecuación (1-225) en la ecuación (1-201) y empleando los parámetros δ_1 y δ_2 , para incluir cuatro aproximaciones, las ecuaciones (1-201) a (1-205) quedan

$$\bar{\Pi}_n \bar{F}_n \Delta_n + \bar{B}_m \bar{J}_n \Delta_n = \bar{X}_{0n} \Delta_n - \eta_n - q'_{0n} + p_{an} (\eta_{n-1} + q_{n-1}) + \bar{w}_n \Delta_n \quad (1-234)$$

$$\bar{G}_n \bar{J}_n \Delta_n = \frac{\bar{B}_m}{3} \bar{F}_n \Delta_n - \frac{2}{3} \delta_1 (\rho_n - \rho_{n-1}) \quad (1-235)$$

$$\eta_n - \eta_{n-1} = -\bar{\Pi}_n \Delta_n + \bar{C}_n \bar{F}_n \Delta_n \quad (1-236)$$

$$\delta_1 (\rho_n - \rho_{n-1}) = -\frac{3}{2} \bar{\rho}_n \Delta_n + \bar{C}_n \bar{F}_n \Delta_n \quad (1-237)$$

$$\delta_2 \lambda_n (q'_{0n} - q'_{0n-1}) = -\bar{q}'_{0n} \Delta_n + \bar{M}_n \bar{F}_n \Delta_n \quad (1-238)$$

El código MUFT-IV presenta cuatro opciones para la solución de este sistema de ecuaciones donde las incógnitas son \bar{F}_n , \bar{J}_n , η_n , ρ_n y q'_{0n} a través de los siguientes valores de los parámetros δ_1 , δ_2 :

$$\gamma_n = 1, \quad \delta_1 = 1$$

P₁

γ_n dado por la ecuación (1-223), $\delta_1 = 1$ B_1 - Consistente.

$\gamma_n = 1$, $\delta_1 = 0$ P_1 - S.G.

γ_n dado por, la ecuación (1-223), $\delta_1 = 0$ B_1 - S.G.

La solución del sistema de ecuaciones (1-234) a-
(1-238) dada por el código es

$$\bar{F}_n = \frac{a_{13n} a_{22n} - a_{12n} a_{23n}}{D} \quad (1-239)$$

$$\bar{J}_n = \frac{a_{11n} a_{23n} - a_{13n} a_{21n}}{D} \quad (1-240)$$

$$\eta_n = \frac{2 \bar{C}_n \Delta_n}{2 + \Delta_n} \bar{F}_n + \frac{2 - \Delta_n}{2 + \Delta_n} \eta_{n-1} \quad (1-241)$$

$$\rho_n = \frac{4 \bar{C}_n \Delta_n}{4\delta_1 + 3\Delta_n} \bar{J}_n + \frac{4\delta_1 - 3\Delta_n}{4\delta_1 + 3\Delta_n} \rho_{n-1} \quad (1-242)$$

$$q'_{0n} = \frac{2 \bar{M}_n \Delta_n}{2 \delta_2 \lambda_n + \Delta_n} \bar{F}_n + \frac{2 \delta_2 \lambda_n - \Delta_n}{2 \delta_2 \lambda_n + \Delta_n} q'_{0n-1} \quad (1-243)$$

donde (68)

$$a_{11n} = \bar{H}_n + \frac{2 \bar{C}_n}{2 + \Delta_n} + \frac{2 \bar{M}_n}{2 \delta_2 \lambda_n + \Delta_n} \quad (1-244)$$

$$a_{12n} = B_m \quad (1-245)$$

$$a_{13n} = (\bar{X}_{0n} + \bar{w}_n) + \frac{1}{\Delta_n} \left[p_{an} (\eta_{n-1} + q'_{0n-1}) - \eta_{n-1} \frac{2 - \Delta_n}{2 + \Delta_n} - q'_{0n-1} \frac{2\delta_2 \lambda_n - \Delta_n}{2\delta_2 \lambda_n + \Delta_n} \right] \quad (1-246)$$

$$a_{21n} = -B_m \quad (1-247)$$

$$a_{22n} = 3 \bar{G}_n + \frac{8 \bar{C}_n \delta_1}{4\delta_1 + 3 \Delta_n} \quad (1-248)$$

$$a_{23n} = \frac{12\delta_1}{4\delta_1 + 3 \Delta_n} p_{n-1} \quad (1-249)$$

$$D = a_{11n} a_{22n} - a_{21n} a_{12n} \quad (1-250)$$

1.17.1 ESTRUCTURA DE GRUPOS DEL CODIGO MUFT-IV

El Código tiene una estructura de 54 grupos de letargia como indica la tabla 1.1

TABLA 1.1 Estructura de Microgrupos del Código MUFT-IV (66)

Número de Grupo	Energía Inferior (eV)	Letargia Inferior	Anchura de Letargia	Número de Grupo	Energía Inferior	Letargia Inferior	Anchura de Letargia
0	10×10^6	0		29	750	9.50	0.50
1	7.79	0.25	0.25	30	454	10.00	
2	6.07	0.50		31	275	10.50	
3	4.72	0.75		32	167	11.00	0.50
4	3.68	1.00		33	130	11.25	0.25
5	2.86	1.25		34	101	11.50	
6	2.23	1.50		35	78.7	11.75	
7	1.74	1.75		36	61.3	12.00	
8	1.35	2.00		37	47.8	12.25	
9	1.05×10^6	2.25	0.25	38	37.2	12.50	0.25
10	821×10^3	2.50	0.25	39	29.0	12.75	0.25
11	639	2.75		40	22.6	13.00	
12	498	3.00		41	17.6	13.25	
13	387	3.25		42	13.7	13.50	
14	302	3.50		43	10.7	13.75	
15	235	3.75		44	8.32	14.00	
16	183	4.00		45	6.50	14.25	
17	143	4.25		46	5.10	14.50	
18	111×10^3	4.50	0.25	47	3.97	14.75	0.25
19	86.5×10^3	4.75	0.25	48	3.06	15.00	0.25
20	67.4	5.00	0.25	49	2.58	15.25	0.25
21	40.9	5.50	0.50	50	1.855	15.50	0.25
22	24.8	6.00		51	1.440	15.7538	0.2538
23	15.0	6.50		52	1.125	16.00	0.2462
24	9.12	7.00		53	0.835	16.30	0.3000
25	5.53	7.50		54	0.625	16.5884	0.2884
26	3.35	8.00					
27	2.03	8.50					
28	1.23×10^3	9.50	0.50				

TABLA 1.2 Estructura de Macrogrupos del Código MUFT-IV (66)

Número de Grupo	Energía Inferior (eV)	Letargia Inferior	Anchura de Letargia
0	10×10^6	0	-
1	821×10^3	2.50	2.50
2	5.53×10^3	7.50	5.00
3	0.625	16.5884	9.0384

Además, el código tiene una biblioteca de los siguientes parámetros microscópicos para cada isótopo y para cada grupo:

- $\bar{\sigma}_s$ Sección eficaz microscópica de dispersión elástica.
- $\bar{\sigma}_c$ Sección eficaz microscópica de captura que incluye las reacciones (n,γ) , (n,p) , y (n,α) .
- $\bar{\sigma}_f$ Sección eficaz microscópica de fisión.
- $\bar{\sigma}_i$ Sección eficaz microscópica total de dispersión inelástica.
- $\bar{\nu}$ Número promedio de neutrones emitidos por fisión.
- $\bar{\mu}_0$ Promedio del coseno del ángulo de dispersión en el sistema de laboratorio.
- ξ Incremento promedio de letargia.
- $\bar{\sigma}_{n'n}$ Matriz inelástica.
- $(m_a)_{ni}^j, (\gamma_a)_{ni}^j$ Parámetros de resonancia para absorción - no de fisión.
- $(m_f)_{ni}^j, (\gamma_f)_{ni}^j$ Parámetros de resonancia para fisión

$\Delta_n = u_n - u_{n-1}$ Anchura del n-ésimo grupo de letargia.

1.17.2 PARAMETROS CALCULADOS POR EL CODIGO MUFT-IV

Para cada uno de los 54 grupos, el código calcula los parámetros \bar{F}_n , \bar{J}_n , η_n , ρ_n y q_{0n} de acuerdo con las ecuaciones (1-239) a (1-243). A partir de estos valores calcula los siguientes parámetros de unos cuantos grupos para tres macrogrupos m dados en la tabla 1.2 y de acuerdo con las siguientes definiciones.

1. Flujo de Grupo

$$\Gamma_m^3 = k_m \left\langle \frac{\Sigma}{n} \right\rangle_{\leq \ell_m} \Gamma_n ; \Gamma_n = \bar{F}_n \Delta_n \quad (1-251)$$

$$m = 1, 2, 3,$$

2. Corriente de Grupo

$$\Lambda_m^3 = k_m \left\langle \frac{\Sigma}{n} \right\rangle_{\leq \ell_m} \Lambda_n ; \Lambda_n = \bar{J}_n \Delta_n \quad (1-252)$$

3. Espectro de Fisión de Grupo

$$T_m^3 = k_m \left\langle \frac{\Sigma}{n} \right\rangle_{\leq \ell_m} X_{0n} \Delta_n \quad (1-253)$$

4. Rapidez de Absorción de Grupo

$$\beta_m^3 = k_m \sum_{n < m} \left\{ (\bar{\nu}_a) \Gamma_n + (1-p) (\eta_{n-1} + q'_{0n-1}) \right\} \quad (1-254)$$

5. Número Promedio de Neutrones Producidos por Fisión en el Grupo:

$$\alpha_m^3 = k_m \sum_{n < m} \left\{ \bar{\nu}_n \Gamma_n + \sum_A^j \nu_n^j (1-p_{fn}^j) (\eta_{n-1} + q'_{0n-1}) \right\} \quad (1-255)$$

donde p_{fn}^j es la probabilidad de escape a la fisión en resonancia en el grupo n para el isótopo j y está dada por.

$$p_{fn}^j = \exp \left[- \sum_i (RI_f)_{ni}^j \right] \quad (1-256)$$

donde $(RI_f)_{ni}^j$ es la integral de resonancia de fisión para el isótopo j para la resonancia i en el grupo n y está dada por (70)

$$(RI_f)_{ni}^j = \frac{(\alpha_{ni}^j) (m_f)_{ni}^j (L_{ni}^j)}{2 \bar{\nu}_n \sqrt{A_n^j [A_n^j + (\gamma_f)_{ni}^j]}} \quad (1-257)$$

$$\bar{\tau}_n = \sum_{A^j} N^j (\bar{\sigma}_f)_n^j \bar{v}_n^j \quad (1-258)$$

y $(m_f)_{ni}^j$, $(\gamma_f)_{ni}^j$ son los parámetros de fisión en resonancia.

6. Rapidez de Fisión de Grupo:

$$\beta_m^3 = k_m < \frac{\Sigma}{n} \leq \lambda_m \left\{ \bar{S}_n \Gamma_n + (1 - p_{fn})(\eta_{n-1} + q'_{0n-1}) \right\} \quad (1-259)$$

donde

$$\bar{S}_n = \sum_{A^j} N^j (\bar{\sigma}_f)_n^j \quad (1-260)$$

es la sección eficaz macroscópica de fisión total para el grupo n. y

$$p_{fn} = \exp \left[\sum_{A^j} \sum_i (RI_f)_{ni}^j \right] \quad (1-261)$$

es la probabilidad de escape a la fisión en resonancia total de grupo.

7. Coefficiente de Difusión de Grupo

$$D_m^3 = \frac{\Lambda_m^3}{B_m \Gamma_m^3}, \quad D = 0 \quad \text{para} \quad B_m = 0 \quad (1-262)$$

que se obtiene de las ecuaciones (1-92), (1-93) y (1-183)

8. Sección Eficaz Macroscópica de Absorción de Grupo.

$$\Sigma_{am}^3 = \frac{\Sigma_{am}^3}{\Gamma_m^3} \quad (1-263)$$

9. Sección Eficaz Macroscópica de Fisión de Grupo:

$$\Sigma_{fm}^3 = \frac{\beta_m^3}{\Gamma_m^3} \quad (1-264)$$

10. v Veces la Sección Eficaz Macroscópica de Fisión de Grupo:

$$v \Sigma_{fm}^3 = \alpha_m^3 \frac{\beta_m^3}{\Gamma_m^3} \quad (1-265)$$

11. Sección Eficaz Macroscópica de Absorción más Sección Eficaz Macroscópica de Remoción de Grupo.

$$\Sigma_{am}^3 + \Sigma_{rm}^3 = \frac{\Gamma_m^3 + \Sigma_{rm-1}^3 \cdot \Gamma_{m-1}^3}{\Gamma_m^3} - \beta_m^2 D_m^3 \quad (1-266)$$

$$\Sigma_{r0} = 0$$

12. Probabilidades de Escape del Grupo por Remoción.

$$p_m^3 = \frac{\Sigma_{rm}^3}{\Sigma_{rm}^3 + \Sigma_{am}^3} \quad (1-267)$$

13. Area de Difusión de Grupo

$$T_m^3 = \frac{D_m^3}{\Sigma_{rm}^3 + \Sigma_{am}^3} \quad (1-268)$$

14. Edad

$$\tau_m^3 = \sum_{j=1}^3 T_m^3 \left(\sum_{j=m}^3 T_j^3 \right) \quad (1-269)$$

15. Sección Eficaz Macroscópica de Absorción Fuera de Resonancia de Grupo para el Elemento j

$$(\Sigma_a^s)_m^{3j} = \frac{(\Xi_a^s)_m^{3j}}{\Gamma_m} \quad (1-270)$$

donde

$$(\Xi_a^s)_m^{3j} = k_m < \sum_n \leq \ell_m (\Sigma_a^s)_n^j \Gamma_m \quad (1-271)$$

16. Sección Eficaz Macroscópica de Absorción en Resonancia de Grupo para el Elemento j.

$$(\Sigma_a^R)_m^{3j} = \frac{(\Sigma_a^R)_m^{3j}}{\Gamma_m} \quad (1-272)$$

donde

$$(\Sigma_a^R)_m^{3j} = \sum_{k < n \leq \ell_m} (1 - p_{an}^j) (\eta_{n-1} + q_{n-1}) \quad (1-273)$$

es la rapidez de absorción en resonancia (no de fisión) de grupo para el elemento j.

17. Sección Eficaz Macroscópica de Fisión de Grupo para el elemento j:

$$(\Sigma_f)_m^{3j} = \frac{(\beta_m^3)^j}{\Gamma_m^3} \quad (1-274)$$

18. $\nu \Sigma_f$ de Grupo para el Elemento j.

$$(\nu \Sigma_f)_m^{3j} = \frac{(\alpha_m^3)^j}{\Gamma_m^3} \quad (1-275)$$

En estos cálculos de los parámetros de unos cuan

tos grupos $k_1 = 0$, $k_2 = b_1$, $k_3 = b_2$, $l_1 = b_1$, --
 $l_2 = b_2$, $l_3 = N$, siendo b_1 y b_2 los puntos de
 corte en la estructura de macrogrupos.

En la impresión de los datos de salida el Código
 MUFT-IV presenta tres opciones:

Edición 1. Imprime tres series de parámetros de
 unos cuantos grupos para tres, dos y un macrogrupo, para -
 los siguientes parámetros :

$$D_m^3, \Sigma_{am}^3, \Sigma_{rm}^3, \nu \Sigma_{fm}^3$$

Edición 2. Imprime los datos de la edición 1 y
 además las tres series para los siguientes parámetros:

$$\Sigma_{fm}^3, T_m^3, p_m^3, \tau, \Gamma_m^3, \alpha_m^3, \beta_m^3$$

$$\Lambda_m^3, \Xi_m^3 \text{ y } \bar{F}_n, J_n, \eta_n, \rho_n, q_{on}$$

para cada uno de los 54 microgrupos

Edición 3. Imprime los datos de las ediciones 1

y 2, además para cada macrogrupo y cada elemento j imprime los parámetros siguientes.

$$(\Sigma_f)_m^{3j}, (\nu\Sigma_f)_m^{3j}, (\Sigma_a^R)_m^{3j}, (\Sigma_a^S)_m^{3j}, \alpha_m^{3j}$$

$$\beta_m^{3j}, \Xi_{am}^{3j}$$

y para cada microgrupo

$$(n_n + q_{0n}^j)$$

El Código MUFT-IV modificado por la introducción de un factor de autoblandaje L , ecuación (1-257), heterogéneo se utilizará para calcular los parámetros rápidos de un reactor de potencia tipo BWR. El procedimiento para obtener este factor de autoblandaje heterogéneo se describirá en el capítulo IV.

1.18 REFERENCIAS

1. General Electric Company: "General Description of a Boiling Water Reactor". 1973 p. 2-2.
2. Ref. 1 p. 3-8

3. George I. Bell and Samuel Glasstone: "Nuclear Reactor Theory", Van Nostrand Reinhold Company 1970, p.37.
4. Robert V. Meghreblian and David K. Holmes: "Reactor Analysis", Mc Graw-Hill Book Company 1960, p. 17.
5. Ref. 3, p. 2
6. John R. Lamarsh: "Introduction to Nuclear Reactor Theory", Addison - Wesley Publishing Company Inc. - - 1966, p. 252
7. Ref. 3, p. 37
8. Ref. 6, p. 418
9. Alan F. Henry: "Nuclear - Reactor Analysis" The MIT Press, 1975 p. 338.
10. Ref. 9, p. 338
11. P.F. Zweifel: "Reactor Physics" Mc Graw - Hill - Book Company 1973, p. 21
12. Ref. 11, p. 25
13. Ref. 11, p. 27
14. Joel H. Ferziger and P.F. Zweifel:

"The Theory of Neutron Slowing Down in Nuclear Reactors", Pergamon Press, 1966 p. 18.

15. Ref. 11, p. 28
16. Ref. 14, p. 32
17. Ref. 14, p. 283
18. Alvin M. Weinberg and Eugene P. Wigner:
"The Physical Theory of Neutron Chain Reactors", The University of Chicago Press 1958, p. 379-406.
19. Ref. 14, p. 289
20. Ref. 14, p. 183
21. Ref. 6, p. 292
22. Samuel Glasstone and Milton C. Edlund:
"The Elements of Nuclear Reactor Theory", Van Nostrand Company Inc. 1952, p. 350.
23. Ref. 22, p. 360
24. Ref. 6, p. 293
25. Ref. 6, p. 299.
26. Ref. 6, p. 184

27. Ref. 6, p. 198
28. Ref. 6, p. 195
29. Ref. 22, p. 365
30. Ref. 22, p. 335
31. Ref. 14, p. 129
32. Ref. 9, p. 123
33. Ref. 9, p. 356
34. Ref. 9, p. 354
35. Ref. 3, p. 103
36. Ref. 9, p. 402
37. Ref. 9, p. 363
38. Ref. 9, p. 355
39. Ref. 9, p. 409
40. Ref. 9, p. 365
41. Ref. 3, p. 98
42. Ref. 14, p. 132
43. Ref. 14, p. 155

44. Ref. 4, p. 406
45. Ref. 9, P. 410
46. Ref. 9, p. 417
47. Ref. 6, p. 168
48. Ref. 6, p. 46
49. Ref. 6, p. 185
50. Ref. 6, p. 176
51. Ref. 6, p. 187
52. Ref. 9, p. 419
53. Ref. 9, p. 420
54. Ref. 14, p. 59
55. Ref. 14, p. 91, 167
56. Ref. 14, p. 161
57. Ref. 9, p. 421
58. Ref. 14, p. 147
59. Ref. 3, p. 210
60. H. Bohl Jr., E.M. Gelbard, G.H. Ryan:
"MUFT-IV Fast Neutron Spectrum Code Report WADP--
TM-22, 1957.

61. R.L. Hellens, B.H. Mount, W.R. Long: "Multigroup - Fourier Transform Calculation Description of MUFT-3 - Code" WAPD-TM-4, 1956.
62. Ref. 60, p. 5
63. Ref. 61, p. 10
64. Ref. 61, p. 8
65. Ref. 60, p. 9
66. Reactor Physics Constants U.S. Atomic Energy Commission Report ANL - 5800 2nd. Ed. 1963, p. 141.
67. Ref. 60, p. 9
68. Ref. 60, p. 9 - 12
69. Ref. 66, p. 139-142
70. Ref. 55, p. 13

C A P I T U L O I I
CALCULO DE LOS PARAMETROS
TERMICOS DE UN REACTOR TERMICO
HOMOGENEO

2.0 MODELO PARA EL CALCULO DE LOS PARAMETROS TERMICOS

Para calcular la sección eficaz macroscópica de absorción, la sección eficaz macroscópica de fisión y el coeficiente de difusión promediados sobre el flujo térmico en el intervalo de energías térmicas $0 < E \leq 0.625$ eV se determinará la densidad neutrónica escalar considerando los neutrones en equilibrio térmico con el moderador (H_2O) para el caso en que se supone que no existe absorción (espectro de Maxwell) y para el caso en que se toma en cuenta la absorción (espectro de Wigner-Wilkins).

Para neutrones térmicos, las interacciones nucleares pueden dividirse en dos categorías: aquellas en las que emergen neutrones térmicos que son las dispersiones elásticas e inelásticas, y aquellas en que no emergen neutrones térmicos que son las reacciones (n, γ) , (n, α) y fisión.

Como la energía de los neutrones térmicos es del orden de magnitud de la energía de unión química de los átomos en las moléculas, la energía transferida por un neutrón a un núcleo es insuficiente para romper el enlace químico del núcleo con la molécula y por consiguiente los núcleos ya no pueden considerarse libres.

No obstante, el modelo que se empleará para calcular la densidad neutrónica a partir de la ecuación de transporte consistirá en considerar al moderador como un gas de átomos libres en equilibrio con los neutrones térmicos, ya que con este modelo se han obtenido resultados suficientemente precisos para reactores moderados con H_2O .

2.1 LA ECUACION DE TRANSPORTE PARA NEUTRONES TERMICOS

Considerando que en el intervalo de energías térmicas los neutrones pueden ganar o perder energía como resultado de dispersiones con los núcleos del moderador, la función de transferencia por dispersión $f_g(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega})$ ya no se anula para $E' < E$ y por consiguiente la ecuación de transporte (1-12) queda

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) &= Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) - \vec{v} \cdot \nabla N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\
 &\quad - v \Sigma_a(\vec{r}, E) N(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\
 &+ \int_0^{\infty} dE' d\Omega' \left[f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E') N(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) v \right] \\
 &- \int_{E_c}^{\infty} dE' d\Omega' \left[f_s(\vec{r}; E', \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) \Sigma_s(\vec{r}, E) N(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) v \right] \quad (2-1)
 \end{aligned}$$

donde el término de producción de neutrones de fisión ha sido omitido ya que la energía de estos neutrones está fuera del intervalo de energías térmicas, $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ es la densidad de fuente de neutrones térmicos independiente de la densidad neutrónica, el cuarto término del miembro derecho de la ecuación (2-1) es la densidad de fuente de neutrones térmicos producidos por moderación, el quinto término multiplicado por $dE d\Omega$ es el número de neutrones por unidad de volumen y por unidad de tiempo con energías en dE alrededor de E y direcciones en $d\Omega$ alrededor de $\vec{\Omega}$ que adquieren energías superiores a las térmicas por dispersiones elásticas; en este término $E' > E$ con $0 \leq E \leq 0.625\text{eV}$.

Para reducir la ecuación de transporte (2-1) a una forma más simple se aplicará el modelo de Wigner-Willkins ⁽¹⁾ que consiste en lo siguiente:

Los neutrones se consideran en equilibrio térmi-

co con un gas monoatómico. Se considera que el medio es infinito, homogéneo e isotrópico. La dispersión elástica se considera isotrópica en el sistema del centro de masa. La sección eficaz macroscópica de dispersión elástica se considera independiente de la energía.

En el intervalo de energías térmicas no existe dispersión inelástica.

Bajo estas suposiciones la ecuación (2-1) cambiando de energía a rapidez queda

$$\int_0^{\infty} f_s(v'+v)v' N(v')dv' = [U(v) + \gamma(v)] N(v) \quad (2-2)$$

donde

$$U(v) = \int_{E_c}^{\infty} f_s(v+v')v dv' \quad (2-3)$$

y

$$\gamma(v) = \frac{\sum_a(v)v}{\sum_s} \quad (2-4)$$

ya que

$$N(\vec{r}; E, \vec{\Omega}, t) dE d\Omega = N(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) dv d\Omega \quad (2-5)$$

$$f_s(\vec{r}; E, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}' \rightarrow E, \vec{\Omega}) dE d\Omega = f_s(\vec{r}; v', \vec{\Omega}' \rightarrow v, \vec{\Omega}) dv d\Omega \quad (2-6)$$

$$f_s(\vec{r}; E, \vec{\Omega} \rightarrow E', \vec{\Omega}') dE' d\Omega' = f_s(\vec{r}; v, \vec{\Omega} \rightarrow v', \vec{\Omega}') dv' d\Omega' \quad (2-7)$$

2.2 DENSIDAD NEUTRONICA MAXWELLIANA

En el caso en que no existe absorción, la densidad neutrónica es una distribución de Maxwell $M(E)$ que debe satisfacer la condición de balance detallado (2)

$$M(E) f_s(E \rightarrow E') = M(E') f_s(E' \rightarrow E) \quad (2-8)$$

que establece que en un sistema en el que los neutrones se encuentran en equilibrio térmico con los núcleos del moderador el número de neutrones con energías en cualquier intervalo dE alrededor de E que por unidad de tiempo y por unidad de volumen son dispersados a cualquier otro intervalo de energía dE' alrededor de E' , es igual al número de neutrones con energías en el intervalo dE' que son dispersados al intervalo dE , por unidad de volumen y por unidad de tiempo.

La distribución de Maxwell de energías para una temperatura T esta dada por (3)

$$M(E) dE = \frac{2\pi W}{(\pi kT)^{3/2}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \sqrt{E} dE \quad (2-9)$$

donde $M(E) dE$ es el número de partículas por unidad de volumen con energías entre E y $E + dE$ y W es la densidad total, es decir

$$W = \int_0^{\infty} M(E) dE \quad (2-10)$$

k es la constante de Boltzman y T la temperatura absoluta.

En términos de rapidez, la distribución de Maxwell esta dada por (3)

$$M(v) dv = W \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv \quad (2-11)$$

donde m es la masa de las partículas y v su rapidez.

La energía promedio de los neutrones está definida por

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E n(E) dE}{\int_0^{\infty} n(E) dE} \quad (2-12)$$

para el caso de una distribución de Maxwell, la energía promedio resulta, sustituyendo la ecuación (2-9) en la ecuación (2-12)

$$\bar{E} = \int_0^{\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \left(\frac{E}{kT}\right)^{\frac{3}{2}} dE$$

de donde $\bar{E} = \frac{3}{2} kT \quad (2-13)$

ya que $\int_0^{\infty} e^{-ax} x^m dx = \frac{\Gamma(m+1)}{a^{m+1}} \quad (2-14)$

donde $\Gamma(m+1)$ es la función gamma y $\Gamma(\frac{5}{2}) = \frac{3}{4} \sqrt{\pi}$ (4)

La energía más probable E_t que es la energía a la que $M(E)$ es máxima, se obtiene igualando a cero la derivada de $M(E)$ con respecto a E y despejando, resultando

$$E_T = kT \quad (2-15)$$

Por consiguiente, la rapidez más probable v_t a la temperatura T es

$$v_T = \sqrt{\frac{2 E_T}{m}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2-16)$$

Para $T = 293.6$ °K (20.4° C) la energía más probable resulta (con $k = 8.617065 \times 10^{-5} \frac{eV}{^\circ K}$)

$$E_0 = 0.0253 \text{ eV}$$

y la rapidez más probable para esta temperatura es

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT_0}{m}} = 2200 \frac{m}{s}$$

Por otra parte, la rapidez promedio \bar{v} está definida por

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{\infty} v n(v) dv}{\int_0^{\infty} n(v) dv} \quad (2.17)$$

Para el caso de una distribución de Maxwell, la rapidez promedio resulta, sustituyendo la ecuación (2-11) en la ecuación (2-17), y tomando en cuenta la ecuación (2-16).

$$\bar{v} = \frac{4c}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{v}{v_T}\right)^2\right] \left(\frac{v}{v_T}\right)^3 dv$$

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_T = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (2-18)$$

donde se ha empleado la ecuación (2-14) con $m = 1$

El flujo térmico $\phi_T(\vec{r})$ está definido por

$$\phi_T(\vec{r}) = \int_0^E c \phi(\vec{r}, E) dE \quad (2-19)$$

para el caso en que la densidad neutrónica escalar es Maxwelliana, el flujo térmico resulta

$$\phi_T(\vec{r}) = \int_0^E c \sqrt{\frac{2E}{m}} n(\vec{r}) M(E) dE$$

$$= \int_0^E c \frac{2\pi n(\vec{r})}{(nkT)^{3/2}} \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE$$

donde se ha separado la dependencia espacial - -

y la dependencia de la energía de la densidad neutrónica, de acuerdo con el teorema I de la teoría asintótica. Si en la ecuación anterior, se extiende la integración hasta ∞ , el error introducido es despreciable ya que la exponencial decrece rápidamente mas allá de E_c y entonces el flujo térmico resulta

$$\phi_T(\vec{r}) = \frac{2\pi n(\vec{r})}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{2}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE$$

$$\phi_T(\vec{r}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n(\vec{r}) \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2-20)$$

donde se ha empleado la ecuación (2-14) con $m = 1$. Tomando en cuenta la ecuación (2-16) en la ecuación (2-20) se obtiene

$$\phi_T(\vec{r}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n(\vec{r}) v_T \quad (2-21)$$

además, puesto que $\phi_0 = n(\vec{r}) v_0 = n(\vec{r}) \sqrt{\frac{2kT_0}{m}}$ se obtiene

$$\phi_T(\vec{r}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{2}} \phi_0$$

2.3 SECCIONES EFICACES TERMICAS PROMEDIO

Para definir las secciones eficaces en el intervalo de energías térmicas, es necesario tomar en cuenta el movimiento de los núcleos. Para interacciones de absor-

ción se puede considerar que los neutrones interaccionan con los núcleos libres, ⁽⁵⁾ de manera que estas interacciones pueden describirse en términos de las secciones eficaces microscópicas. Como se ha indicado antes, esto no es posible para dispersiones y por tanto las siguientes definiciones de secciones eficaces promedio se limitarán a las secciones eficaces de absorción.

La sección eficaz macroscópica térmica promedio de absorción, $\bar{\Sigma}_a$ está definida por ⁽⁶⁾

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} v_r n(v) N(V) \sigma_a(v_r) dv dV}{\int_0^{\infty} v n(v) dv} \quad (2-22)$$

donde $v_r = |\vec{v} - \vec{V}|$ es la rapidez relativa de un neutrón de velocidad \vec{v} con respecto a un núcleo de velocidad \vec{V} , $n(v) dv$ es el número de neutrones por unidad de volumen en cualquier punto del reactor con rapidez entre v y $v + dv$, $N(V)dV$ es el número de núcleos por unidad de volumen en cualquier punto del reactor con rapidez entre V y $V + dV$ y $\sigma_a(v_r)$ es la sección eficaz microscópica de absorción para los núclidos considerados, dependiente de la rapidez relativa.

Si se define

$$\Sigma_a(v) = \int_0^{\infty} v_r N(v) \sigma_a(v_r) dv \quad (2-23)$$

la ecuación (2-22) queda

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int_0^{\infty} \Sigma_a(v) n(v) dv}{\int_0^{\infty} v n(v) dv} \quad (2-24)$$

Como para la mayoría de los núcleos a energías térmicas la sección eficaz microscópica de absorción varía como $1/v_r$, se tiene (7)

$$\sigma_a(v_r) = \sigma_a(v_{ro}) \frac{v_{ro}}{v_r} \quad (2-25)$$

donde v_{ro} es una rapidez relativa arbitraria y $\sigma_a(v_{ro}) = \sigma_{ao}$ es la sección eficaz microscópica correspondiente. Sustituyendo la ecuación (2-25) en la ecuación (2-22) se obtiene

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int_0^{\infty} N(v) \sigma_a(v_{ro}) v_{ro} dv}{\int_0^{\infty} v n(v) dv} \quad (2-26)$$

$$\int_0^{\infty} n(v) dv$$

y tomando en cuenta la definición de la rapidez promedio, -
ecuación (2-17), la ecuación anterior queda

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{N \sigma_{a0} v_{r0}}{\bar{v}} \quad (2-27)$$

Puesto que en esta expresión no interviene la rapidez de los núcleos, se puede considerar que v_{r0} está referida a un núcleo en reposo, y entonces v_{r0} es una rapidez arbitraria en el sistema de laboratorio que generalmente se toma igual a 2200 m/s.

Entonces, la ecuación (2-27) queda

$$\bar{\Sigma}_a = \Sigma_a (E_0) \frac{v_0}{\bar{v}}$$

y tomando en cuenta las ecuaciones (2-16) y (2-18) la ecuación anterior queda

$$\bar{\Sigma}_a = \Sigma_a (E_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2-28)$$

puesto que v_0 es la rapidez más probable a la temperatura $T_0 = 293,6 \text{ }^\circ\text{K}$.

Para la sección eficaz macroscópica de fisión se obtiene un resultado semejante:

$$\bar{\Sigma}_f = \Sigma_f (E_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2-29)$$

Para aquellos núcleos que presentan absorción en resonancia a energías cercanas a las térmicas las secciones eficaces de absorción no varían como $1/v_r$, tal es el caso de



Puesto que este comportamiento de la sección eficaz de absorción ocurre para núcleos pesados e intermedios, los sistemas de laboratorio y del centro de masa son prácticamente el mismo y entonces $v_c = v$ ecuación (B-12)-apéndice B y v_r en la ecuación (2-22) puede considerarse como la rapidez de los neutrones en el sistema de laboratorio, y entonces se obtiene

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{N \int_0^{\infty} v n(v) \sigma_a(v) dv}{\int_0^{\infty} v n(v) dv} \quad (2-30)$$

que puede escribirse como

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \phi(E) dE}{\int_0^{\infty} \phi(E) dE} = \frac{1}{\phi_T} \int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \phi(E) dE \quad (2-31)$$

ya que $n(v)dv = n(E) dE$

Empleando un flujo Maxwelliano, la evaluación numérica de la integral en la ecuación (2-31) da por resultado (8)

$$\int_0^{\infty} \phi(E) \Sigma_a(E) dE = g_a(T) \Sigma_a(E_0) \phi_0 \quad (2-32)$$

donde $g_a(T)$ es el factor de corrección para el caso en que la sección eficaz de absorción no varía como $1/v$ y es una función tabulada dependiente de la temperatura, y

$$\phi_0 = n(\vec{r}) v_0 \quad (2-33)$$

es el flujo neutrónico para $v = v_0$

Sustituyendo la ecuación (2-33) en la ecuación (2-31) y tomando en cuenta las ecuaciones (2-16) y (2-21) se obtiene

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\sqrt{\pi}}{2} g_a(T) \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{1}{2}} \Sigma_a(E_0) \quad (2-34)$$

Para la sección eficaz macroscópica de fisión se obtiene un resultado semejante

$$\bar{\Sigma}_f = \frac{\sqrt{\pi}}{2} g_f(T) \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{1}{2}} \Sigma_f(E_0) \quad (2-35)$$

2.4 COEFICIENTE DE DIFUSION TERMICO PROMEDIO

En un reactor crítico el número de neutrones con energías en cualquier intervalo es independiente del tiempo. Considerando solamente el comportamiento promedio de los neutrones en un reactor térmico, puede suponerse que todos los neutrones con energías en el intervalo entre E y $E + dE$ permanecen en este intervalo cuando se difunden y entonces el flujo dependiente de la energía satisface la ecuación de difusión independiente del tiempo (9)

$$D(E) \nabla^2 \phi(\vec{r}, E) dE - \Sigma_a(E) \phi(\vec{r}, E) dE + S(\vec{r}, E) dE = 0 \quad (2-36)$$

donde $S(\vec{r}, E)$ es la densidad de fuente de neutrones térmicos.

Para obtener ahora una ecuación de difusión independiente de la energía, se integra la ecuación (2-36) sobre el intervalo de energías térmicas, con lo que se obtiene

$$\int_0^{E_c} D(E) \nabla^2 \phi(\vec{r}, E) dE - \int_0^{E_c} \Sigma_a(E) \phi(\vec{r}, E) dE + \int_0^{E_c} S(\vec{r}, E) dE = 0 \quad (2-37)$$

El valor promedio del coeficiente de difusión en el intervalo térmico \bar{D} se define como

$$\bar{D} = \frac{\int_0^{E_c} D(E) \nabla^2 \phi(\vec{r}, E) dE}{\int_0^{E_c} \nabla^2 \phi(\vec{r}, E) dE} \quad (2-38)$$

Aplicando el primer teorema de la teoría asintótica se puede suponer que el flujo puede escribirse como el producto de dos funciones, una función de la posición, por una función de la energía. De acuerdo con esto, la parte espacial se cancela en la ecuación (2-38) y se obtiene

$$\bar{D} = \frac{\int_0^{E_c} D(E) \phi(E) dE}{\int_0^{E_c} \phi(E) dE} \quad (2-39)$$

Por otra parte, el primer término de la ecuación (2-37) puede escribirse como

$$\begin{aligned} \int_0^{E_c} D(E) \nabla^2 \phi(\vec{r}, E) dE &= \bar{D} \int_0^{E_c} \nabla^2 \phi(\vec{r}, E) dE \\ &= \bar{D} \nabla^2 \phi_T(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2-40)$$

donde $\phi_T(\vec{r})$ es el flujo térmico en el punto \vec{r} del reactor.

El segundo término de la ecuación (2-37) es la rapidez de absorción total que, de acuerdo con la ecuación (2-19) puede escribirse como

$$\int \Sigma_a(E) \phi(\vec{r}, E) dE = \bar{\Sigma}_a \phi_T(\vec{r}) \quad (2-41)$$

donde $\bar{\Sigma}_a$ es la sección eficaz macroscópica de absorción térmica promedio. Así mismo la integral de la densidad de fuente puede escribirse como

$$\int_0^{E_c} S(\vec{r}, E) dE = S(\vec{r}) \quad (2-42)$$

donde $S(\vec{r})$ es el número de neutrones térmicos emitidos por unidad de volumen y por unidad de tiempo en el punto \vec{r} .

Sustituyendo las ecuaciones (2-40), (2-41) y (2-42) en la ecuación (2-37) se obtiene

$$\bar{D} \nabla^2 \phi_T(\vec{r}) - \bar{\Sigma}_a \phi_T(\vec{r}) + S(\vec{r}) = 0 \quad (2-43)$$

Esta es la ecuación de difusión independiente del tiempo para neutrones térmicos

Para evaluar \bar{D} en la ecuación (2-39) debe tomarse en cuenta que el coeficiente de difusión es función de la sección eficaz de dispersión, de acuerdo con la defi-

nición (1-29). Para H_2O la sección eficaz de dispersión de crece al aumentar la energía de acuerdo con la fórmula empírica (10)

$$\Sigma_s(E) = \Sigma_s(E_0) \left(\frac{E_0}{E}\right)^m \quad (2-44)$$

donde $E_0 = 0.0253$ eV y $m = 0.470$

Puesto que, de acuerdo con la ecuación (1-29), el coeficiente de difusión es inversamente proporcional a la sección eficaz de dispersión, se deduce que

$$D(E) = D(E_0) \left(\frac{E}{E_0}\right)^m \quad (2-45)$$

Sustituyendo la ecuación (2-45) en la ecuación (2-38) y suponiendo que el flujo es Maxwelliano, se obtiene

$$D(E) = D(E_0) E_0^{-m} \frac{\int_0^{\infty} E^{m+1} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE}{\int_0^{\infty} E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE} \quad (2-46)$$

donde la integración se ha extendido hasta ∞ porque el error introducido con esto es despreciable ya que la exponencial decrece rápidamente mas allá de $E_c = 0.625$ eV.

Aplicando la fórmula (2-14) en la ecuación (2-46) se obtiene

$$\bar{D} = \Gamma(m+2) D(E_0) \left(\frac{kT}{E_0}\right)^m = \Gamma(m+2) D(E_0) \left(\frac{T}{T_0}\right)^m \quad (2-47)$$

Se concluye entonces que el coeficiente de difusión térmico promedio para H_2O es directamente proporcional a la temperatura.

En la tabla 2.1 se presentan los valores de \bar{D} y $\bar{\Sigma}_a$ para varios moderadores.

Tabla 2.1
Parámetros de Difusión Térmicos para Algunos
Moderadores a 20°C (11)

Moderador	Densidad (gm/cm ³)	\bar{D} (cm)	$\bar{\Sigma}_a$ (cm ⁻¹)
H ₂ O	1	0.16	0.0197
D ₂ O	1.10	0.87	2.9 X 10 ⁻⁵
Be	1.85	0.50	1.04 X 10 ⁻³
BeO	2.96	0.47	6.0 X 10 ⁻⁴
Grafito	1.60	0.84	2.4 X 10 ⁻⁴

2.5 POTENCIA DE UN REACTOR TERMICO

La potencia térmica de un reactor térmico está definida como la energía producida por unidad de tiempo en forma de calor en el núcleo del reactor como resultado de las fisiones que ocurren en el combustible.

Si se supone que el material ffsil está uniformemente distribuido en las regiones del reactor donde se encuentra, la sección eficaz macroscópica de fisión es independiente de la posición y la rapidez total de fisión en el reactor es

$$\int_V dV \int_0^{\infty} dE \Sigma_f(E) \phi(\vec{r}, E) \quad (2-48)$$

donde la integral sobre el volumen se extiende a todo el volumen del material ffsil V_f .

Designando por $\gamma = 200 \text{ MeV} = 3.20 \times 10^{-11} \text{ Joules}$ la energía que se transforma en calor en cada fisión, la potencia térmica P resulta

$$P = \gamma \int_{V_f} dV \int_0^{\infty} dE \Sigma_f(E) \phi(\vec{r}, E) \quad (2-49)$$

Si la densidad atómica del material ffsil es N_f , y M_f es su masa total, la sección eficaz macroscópica de fisión resulta

$$\Sigma_f(E) = N_f \sigma_f(E) = \frac{N_f N_0}{A V_f} \sigma_f(E) \quad (2-50)$$

donde N_0 es el número de Avogadro y $\sigma_f(E)$ la sección eficaz microscópica de fisión y A el número de masa del isóto

po fisil.

Sustituyendo la ecuación (2-50) en la ecuación (2-49) se obtiene

$$P = \frac{\gamma M_f N_0}{A V_f} \int_{V_f} dV \int_0^{\infty} dE \sigma_f(E) \phi(\vec{r}, E) \quad (2-51)$$

Definiendo el flujo promedio $\bar{\phi}(E)$ sobre el volumen del material fisionable por

$$\bar{\phi}(E) = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \phi(\vec{r}, E) dV \quad (2-52)$$

la potencia térmica resulta

$$P = \frac{\gamma M_f N_0}{A} \int_0^{\infty} \sigma_f(E) \bar{\phi}(E) dE \quad (2-53)$$

Para un reactor térmico con un flujo Maxwelliano la integral de la ecuación (2-53) da por resultado $g_f(T) \sigma_f(E_0) \bar{\phi}_0$ de acuerdo con la ecuación (2-32), por tanto la potencia térmica en este caso resulta

$$P = \frac{\gamma M_f N_0}{A} g_f(T) \sigma_f(E_0) \bar{\phi}_0 \quad (2-54)$$

y empleando la ecuación (2-35) se obtiene

$$P = \frac{\gamma M_f N_0}{A} \sqrt{\frac{\pi}{2}} g_f(T) \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{1}{2}} \sigma_f(E_0) \bar{\phi}_T \quad (2-55)$$

ya que

$$\bar{\phi}_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{1}{2}} \bar{\phi}_T$$

donde $\bar{\phi}_0$ y $\bar{\phi}_T$ son el flujo para $v_0 = 2200 \frac{m}{s}$ y el flujo-térmico promediados sobre el volumen del material fisionable respectivamente.

2.6 TEMPERATURA EFECTIVA

La distribución de Maxwell de los neutrones térmicos está basada en un modelo simplificado de las interacciones entre los neutrones y los núcleos en el que se supone que no existe absorción, sino sólo dispersión.

Estas condiciones no se cumplen rigurosamente en un reactor térmico ya que los neutrones producidos en el proceso de fisión son termalizados por dispersiones elásticas con los núcleos del moderador; después los neutrones térmicos son absorbidos en reacciones de fisión y de captura radiativa.

El efecto principal de las interacciones de absorción es disminuir la densidad neutrónica sobre el intervalo de energía donde la sección eficaz de absorción es relativamente grande.

Puesto que para la mayoría de los materiales la sección eficaz microscópica de absorción varía como $1/v$, la densidad neutrónica quedará apreciablemente reducida con respecto a los valores que adquiere cuando únicamente existe dispersión. Como consecuencia de esto, la gráfica de la densidad neutrónica queda distorsionada con respecto a la forma Maxwelliana y tiende a presentar el máximo en valores de la energía un poco mayores. Este desplazamiento del máximo y la distorsión en la forma de la función de distribución de la densidad neutrónica se llama el "endurecimiento" y es más pronunciado a medida que el valor de Σ_a aumenta.

En la Fig. 2.1 está ilustrado este efecto sobre la función de distribución de la densidad neutrónica.

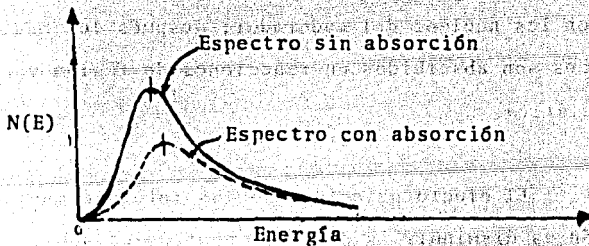


Fig. 2.1 Distorsión del espectro neutrónico térmico debida a la presencia de materiales absorbentes. (13)

Aunque el flujo neutrónico endurecido ya no es precisamente Maxwelliano, es posible representarlo aproximadamente por un flujo Maxwelliano introduciendo el concepto de temperatura efectiva. Esta temperatura se define (14) como el valor de T que, utilizado en la ecuación (2-9) da el mejor ajuste de mínimos cuadrados al flujo calculado con absorción.

Una relación aproximada entre T_{ef} y T es (15)

$$T_{ef} = T \left(1 - C \frac{\Sigma_{ao}}{\xi \Sigma_{so}} \right) \quad (2-56)$$

donde C es una constante que tiene un valor de 1.6 para moderadores con bajo número de masa, Σ_{ao} y Σ_{so} son las secciones eficaces macroscópicas de absorción y de dispersión respectivamente evaluadas en $E_0 = kT$ y ξ es el incremento promedio de letargia.

Para determinar la densidad neutrónica $N(v)$ considerando absorción, se empleará el modelo de Wigner-Wilkins en el cual la ecuación de transporte se reduce a

$$\int_0^{\infty} f_s(v'+v) v' N(v') dv' = [U(v) + \gamma(v)] N(v) \quad (2-2)$$

donde

$$U(v) = \int_{E_c}^{\infty} f_s(v+v') v dv' \quad (2-3)$$

y

$$\gamma(v) = \frac{\Sigma_a(v) v}{\Sigma_s} \quad (2-4)$$

Para determinar la densidad neutrónica $N(v)$ a partir de esta ecuación se determinará primero la función de transferencia por dispersión elástica considerando que el moderador es un gas monoatómico con una distribución de Maxwell de velocidades dada por

$$M(V)dV = 4\pi \left[\frac{M}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} V^2 \exp\left(-\frac{MV^2}{2kT}\right) dV \quad (2-57)$$

donde M es la masa de los átomos y V su rapidez

2.7 FUNCION DE TRANSFERENCIA POR DISPERSION ELASTICA PARA UN GAS MONOATOMICO.

Se considerará una dispersión entre un neutrón con velocidad inicial \vec{v}' y un núcleo con velocidad \vec{V} , referidas ambas velocidades al sistema de laboratorio.

La velocidad relativa \vec{v}_r del neutrón con respecto al núcleo es

$$\vec{v}_r = \vec{v}' - \vec{V} \quad (2-58)$$

Si μ es el coseno del ángulo formado por \vec{v}' y \vec{V} , es decir

$$\mu = \frac{\vec{v}' \cdot \vec{V}}{v'V} \quad (2-59)$$

entonces la rapidez relativa resulta

$$\vec{v}_r = \sqrt{v'^2 + v^2 + 2v'v\mu} \quad (2-60)$$

Para determinar la probabilidad $g(v' \rightarrow v)dv$ de que el neutrón tenga una rapidez entre v y $v + dv$ después de la dispersión e independientemente del ángulo de dispersión, es conveniente referir v_r al sistema del centro de masa de las dos partículas.

La velocidad del centro de masa V_0 con respecto al sistema de laboratorio está dada por (ecuación (B-10), apéndice B)

$$\vec{V}_0 = \frac{\vec{v}' + A\vec{v}}{A + 1} \quad (2-61)$$

donde $A = \frac{M}{m}$ es la razón de la masa del núcleo a la masa del neutrón.

La dispersión se supondrá isotrópica en el sistema del centro de masa. En este sistema las rapidez inicial v'_c y final v_c del neutrón están dadas por (ecuaciones (B-4) y (B-10) apéndice B).

$$v'_c = v_c = \frac{A}{A + 1} v_r \quad (2-62)$$

Si θ_c es el ángulo entre \vec{V}_0 y \vec{v}_c entonces la

rapidez v del neutrón después de la dispersión en el sistema de laboratorio está dada por (ecuación (B-50) apéndice-B)

$$v = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{A}{A+1}\right)^2 v_r^2 + 2V_0 \left(\frac{A}{A+1}\right) v_r \cos \theta_c} \quad (2-63)$$

De esta ecuación se obtiene que los valores de v máximo para $\cos \theta_c = 1$ y mínimo para $\cos \theta_c = -1$ están dados por

$$v_{\max} = V_0 + \frac{A}{A+1} v_r \quad (2-64)$$

$$v_{\min} = \left| V_0 - \frac{A}{A+1} v_r \right| \quad (2-65)$$

Puesto que la dispersión se ha supuesto isotrópica en el sistema del centro de masa, la probabilidad $g(v' \rightarrow v) dv$ está dada por (16)

$$\begin{aligned} g(v' \rightarrow v) dv &= - \frac{d\Omega}{4\pi} = - \frac{2\pi \sin \theta_c d\theta_c}{4\pi} \\ &= \frac{1}{2} d\mu_c \end{aligned} \quad (2-66)$$

donde $\mu_c = \cos \theta_c$

De la ecuación (2-66) se obtiene

$$g(v' \rightarrow v) = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{dv}{d\mu_c}} \quad (2-67)$$

Por otra parte, de la ecuación (2-63) se obtiene

$$\frac{dv}{dv_c} = v_r V_0 \left(\frac{A}{A+1} \right) \frac{1}{v} \quad (2-68)$$

y

$$\frac{1}{\frac{dv}{dv_c}} = \frac{v}{\left(\frac{A}{A+1} \right) v_r V_0} \quad (2-69)$$

además, de las ecuaciones (2-64) y (2-65) resulta

$$\frac{A}{A+1} v_r V_0 = \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{4} \quad (2-70)$$

por consiguiente, sustituyendo la ecuación (2-70) en la ecuación (2-69) resulta

$$\frac{1}{\frac{dv}{dv_c}} = \frac{4v}{v_{\max}^2 - v_{\min}^2} \quad (2-71)$$

y sustituyendo la ecuación (2-71) en la ecuación (2-67) se obtiene

$$g(v'+v) = \frac{2v}{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}, \quad v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$$

$$= 0 \quad v_{\min} > v > v_{\max}$$

(2-72)

La probabilidad $\Sigma_s \int_S (v'+v) dv$ de que un neutrón tenga una rapidez final entre v y $v+dv$ después de una dispersión elástica con un núcleo cuya rapidez está entre V y

$V + dV$ se obtiene multiplicando la probabilidad de dispersión por unidad de distancia del movimiento del neutrón, $\Sigma_s(V)$, con un núcleo con rapidez entre V y $V+dV$ y en cualquier dirección, por la probabilidad de que después de la dispersión, el neutrón tenga una rapidez entre v y $v+dv$ e integrando sobre todos los valores de V y sobre todas las direcciones. A su vez, $\Sigma_s(V)$ se obtiene dividiendo la probabilidad de dispersión por unidad de tiempo por un núcleo con rapidez entre V y $V + dV$ y en cualquier dirección, entre v' es decir,

$$\Sigma_s(V) = \frac{1}{v'} \Sigma_s v_r M(V) dV d\Omega \quad (2-73)$$

entonces

$$\Sigma_s f_s(v'+v) dv = \frac{1}{v'} \int_0^\infty dV \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} \Sigma_s v_r M(V) g(v'+v) dv \quad (2-74)$$

de donde se obtiene

$$f_s(v'+v) = \frac{1}{v'} \int_0^\infty dV \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} v_r M(V) g(v'+v) \quad (2-75)$$

Después de sustituir las ecuaciones (2-57), (2-60) y (2-72) en la ecuación (2-75) se obtiene

$$f_s(v' \rightarrow v) = \frac{1}{v'} \int_0^{\infty} dV \int_{-1}^1 d\mu \sqrt{v'^2 + V^2 + 2v'V\mu} \\ \times 2\pi \left(\frac{A}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{AV^2}{2kT}\right] V^2 \left(\frac{2v}{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}\right) \quad (2-76)$$

Después de evaluar las integrales se obtiene (18)

$$f_s(v' \rightarrow v) = n^2 \frac{v}{v'^2} \left\{ \operatorname{erf}\left[\beta(nv' - \rho v)\right] \right. \\ \left. \pm \operatorname{erf}\left[\beta(nv + \rho v')\right] + \right. \\ \left. + \exp\left[\beta^2(v'^2 - v^2)\right] \left(\operatorname{erf}\left[\beta(nv' - \rho v)\right] \right. \right. \\ \left. \left. \mp \operatorname{erf}\left[\beta(nv' + \rho v)\right]\right) \right\} \quad (2-77)$$

donde

$$\beta^2 = \frac{1}{2kT} \quad (2-78)$$

$$\eta = \frac{A+1}{2\sqrt{A}} \quad (2-79)$$

$$\rho = \frac{A-1}{2\sqrt{A}} \quad (2-80)$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) du \quad (2-81)$$

y el signo superior se aplica para $v' > v$ y el inferior para $v' < v$.

La función $U(v) = \int_0^{E_c} f_s(v-v') v dv'$ se puede obtener de la ecuación (2-75) integrando primero sobre v' y tomando en cuenta que

$$\int_0^{\infty} g(v+v') dv' = 1$$

entonces:

$$U(v) = v \int_0^{\infty} dv' \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{2} v_r N(v) \quad (2-82)$$

después de sustituir las ecuaciones (2-57) y (2-60) en la ecuación (2-82) y evaluar las integrales se obtiene (19)

$$U(v) = \left[v + \frac{1}{2A\beta^2 v} \right] \operatorname{erf}(\sqrt{A} \beta v) + \frac{1}{\sqrt{\pi} A \beta} \exp(-A \beta^2 v^2) \quad (2-83)$$

Habiendo obtenido la función de transferencia por dispersión elástica para la moderación en un gas monoatómico, así como la función $U(v)$ que multiplicada por $\int \Sigma_s N(v) dv$ da el número de neutrones térmicos por unidad de volumen con rapidez entre v y $v + dv$ que adquieren una rapidez mayor que las rapidezes térmicas como resultado de una dispersión elástica con los núcleos del moderador, se procederá a determinar la densidad neutrónica $N(v)$ en un reactor homogéneo moderado con H_2O considerando únicamente

la moderación con los núcleos de Hidrógeno.

2.8 ECUACION DE WIGNER-WILKINS PARA LA DENSIDAD NEUTRONICA. (1)

Se partirá ahora de la ecuación de transporte simplificada (2-2) para obtener la densidad neutrónica considerando el moderador (H_2O) como un gas de protones en equilibrio térmico con los neutrones térmicos.

Para el Hidrógeno, la función de transferencia dada por la ecuación (2-77) con $A=1$ resulta.

$$f_S(v'+v) = 2 \frac{v}{v'} \operatorname{erf}(\beta v), \quad v' > v \quad (2-84)$$

$$y \quad f_S(v'+v) = 2 \frac{v}{v'} \exp\left[\beta^2(v'^2 - v^2)\right] \operatorname{erf}(\beta v'), \quad v' < v \quad (2-85)$$

En la figura 2.2 se presenta la gráfica de $f_S(E' \rightarrow E)$ contra $\frac{E}{E'}$ para el Hidrógeno. En esta gráfica se nota que para energías iniciales del orden de kT es decir para energías térmicas existe una probabilidad considerable de que un neutrón adquiera una energía E mayor que E' como resultado de la dispersión. Para energías del orden de $10kT$ es decir en la región de transición, se observa que la probabilidad de que un neutrón gane energía como

resultado de una dispersión es mucho menor que la probabilidad de que pierda energía. Para energías iniciales del orden de $100kT$ es decir en la región de moderación la probabilidad de que un neutrón gane energía como resultado de una dispersión es cero.

En la figura 2.3 se presenta la gráfica de $f_s(E' \rightarrow E)$ contra $\frac{E}{E_0}$ para la moderación en un gas de átomos de Oxígeno; en la que se observa que a medida que tiende a kT la probabilidad de que un neutrón gane energía como resultado de una dispersión, aumenta.

Comparando las gráficas de la figura 2.2 con las gráficas de la figura 2.3 se nota que la probabilidad de que un neutrón gane energía por dispersión con núcleos pesados es mucho menor que por dispersión con núcleos ligeros y que la probabilidad de que pierda energía por dispersión es mucho mayor para núcleos ligeros que para núcleos pesados.

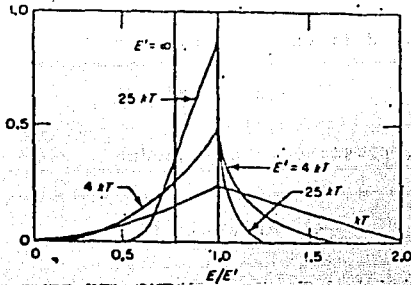


Fig. 2.2 Gráficas de la función de transferencia por dispersión elástica $f_s(E'+E)$ para un gas de átomos de Oxígeno. (20)

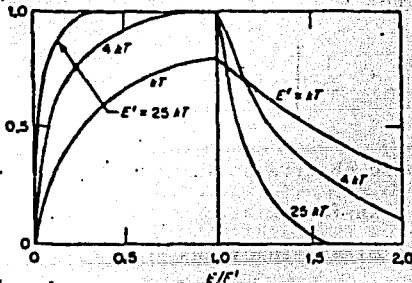


Fig. 2.2 Gráficas de la función de transferencia por dispersión elástica $f_s(E'+E)$ como función de la razón E/E' para un gas de átomos de Hidrógeno. El area bajo las curvas es igual a la unidad. (20)

Si se definen $x = \beta v$ (2-86)

y $x' = \beta v'$

las ecuaciones (2-84) y (2-85) quedan

$$f_s(x' \rightarrow x) = 2 \frac{x}{x'} \operatorname{erf}(x), \quad x' > x \quad (2-87)$$

$$= 2 \frac{x}{x'} \exp(x'^2 - x^2) \operatorname{erf}(x') \quad (2-88)$$

y la función $U(v)$ dada por la ecuación (2-83) para el caso del Hidrógeno resulta

$$U(v) = \left[v + \frac{1}{2\beta^2 v} \right] \operatorname{erf}(\beta v) + \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} \exp(-\beta^2 v^2) \quad (2-89)$$

y en términos de x

$$U(x) = \frac{1}{\beta} \left[x + \frac{1}{2x} \right] \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \quad (2-90)$$

Como se observa en las ecuaciones (2-87) y (2-88) la función de transferencia no es simétrica, es decir, no se obtienen las mismas funciones si en estas ecuaciones se reemplaza x por x' . No obstante, aplicando el principio del balance detallado a la función $f_s(x' \rightarrow x)$ es posible encontrar otra función equivalente que será simétrica. Entonces, de la ecuación (2-8) que expresa el principio del balance detallado se obtiene en términos de las variables x y x' que

$$M(x) f_S(x \rightarrow x') = M(x') f_S(x' \rightarrow x) \quad (2-91)$$

donde $M(x)$, $M(x')$ es la distribución de Maxwell que en términos de las variables x , x' y con $M = 1$ de la ecuación (2-57) resulta

$$M(x) dx = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \beta x^2 \exp(-x^2) dx \quad (2-92)$$

La ecuación (2-91) puede escribirse como

$$\frac{\sqrt{M(x)}}{\sqrt{M(x')}} f_S(x \rightarrow x') = \frac{\sqrt{M(x')}}{\sqrt{M(x)}} f_S(x' \rightarrow x) \quad (2-93)$$

Se definirá ahora la función $S(x \rightarrow x')$ que sustituirá a la función $f_S(x \rightarrow x')$ en el desarrollo subsiguiente como

$$S(x' \rightarrow x) = \frac{\sqrt{M(x')}}{\sqrt{M(x)}} f_S(x' \rightarrow x) \quad (2-94)$$

y entonces se obtendrá que

$$S(x \rightarrow x') = S(x' \rightarrow x)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-87) y (2-92) en la ecuación (2-94) se obtiene

$$S(x' \rightarrow x) = 2 \exp\left[-\frac{1}{2}(x'^2 - x^2)\right] \operatorname{erf}(x) \quad (2-95)$$

$x' > x$

y después de sustituir la ecuación (2-88) en la ecuación (2-94) se obtiene.

$$S(x' \rightarrow x) = 2 \exp \left[-\frac{1}{2}(x^2 - x'^2) \right] \operatorname{erf}(x') \quad (2-96)$$

$x' < x$

Se escribirá ahora la ecuación (2-2) en términos de las variables x y x' ; haciendo el cambio de variable - se obtiene

$$\int_0^{\infty} f_s(x' \rightarrow x) N(x') dx' = \left[\beta U(x) + \beta \gamma(x) \right] N(x) \quad (2-97)$$

además, puesto que de acuerdo con la ecuación (2-94)

$$f_s(x' \rightarrow x) = \frac{\sqrt{M(x)}}{\sqrt{M(x')}} S(x' \rightarrow x)$$

en términos de $S(x' \rightarrow x)$, la ecuación (2-97) queda

$$\int_0^{\infty} S(x' \rightarrow x) \frac{N(x') dx'}{\sqrt{M(x')}} = \left[\beta U(x) + \beta \gamma(x) \right] \frac{N(x)}{\sqrt{M(x)}} \quad (2-98)$$

Definiendo

$$\varepsilon(x) = \frac{N(x)}{\sqrt{M(x)}} \quad (2-99)$$

y

$$V(x) = \beta U(x) \quad (2-100)$$

la ecuación (2-98) queda

$$\int_0^{\infty} S(x' \rightarrow x) \varepsilon(x') dx' = \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \varepsilon(x) \quad (2-101)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-95) y (2-96) en la ecuación (2-101) se obtiene

$$\begin{aligned} & \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \int_0^x \exp\left(\frac{1}{2}u^2\right) \operatorname{erf}(u)\varepsilon(u) du \\ & + \exp\left(\frac{1}{2}x^2\right) \operatorname{erf}(x) \int_x^\infty \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right)\varepsilon(u) du \\ & = \frac{1}{2} \left[V(x) + \beta\gamma(x) \right] \varepsilon(x) \end{aligned} \quad (2-102)$$

donde se ha empleado u en lugar de x' en las integrales.

La función $S(x' \rightarrow x)$ de las ecuaciones (2-95) y (2-96) tiene la forma de una función de Green en una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden y por tanto el operador integral de la ecuación (2-102) es el inverso de un operador diferencial de segundo orden.

Entonces, para transformar la ecuación integral (2-102) en una ecuación diferencial se debe encontrar un operador diferencial de la forma (21)

$$L(x) = \frac{d}{dx} \frac{1}{P(x)} \frac{d}{dx} + R(x) \quad (2-103)$$

donde $P(x)$ y $R(x)$ son dos funciones que se determinarán a partir de las condiciones

$$L(x) \exp\left(-\frac{1}{2}x\right) = 0 \quad (2-104)$$

$$L(x) \left[\operatorname{erf}(x) \exp\left(\frac{1}{2} x^2\right) \right] = 0 \quad (2-105)$$

como se justificará mas adelante.

Antes de aplicar el operador $L(x)$ a la ecuación (2-102) se deducirá una fórmula para cuando se aplica al producto de dos funciones $F_1(x)$ y $F_2(x)$, entonces

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d}{dx} \frac{1}{P(x)} \frac{d}{dx} + R(x) \right] F_1(x) F_2(x) = \\ & \frac{d}{dx} \frac{1}{P(x)} \frac{d}{dx} F_1(x) F_2(x) + R(x) F_1(x) F_2(x) \\ & = \frac{d}{dx} \frac{1}{P(x)} \left[F_1(x) F_2'(x) + F_2(x) F_1'(x) \right] + R(x) F_1(x) F_2(x) \end{aligned}$$

donde las primas indican derivadas con respecto a x . Continuando el proceso de derivación se obtiene

$$\begin{aligned} L(x) \left[F_1(x) F_2(x) \right] &= \left[\frac{1}{P(x)} \right]' F_1(x) F_2'(x) + \frac{1}{P(x)} F_1'(x) F_2'(x) \\ &+ \frac{1}{P(x)} F_1(x) F_2''(x) + \left[\frac{1}{P(x)} \right]' F_2(x) F_1'(x) + \frac{1}{P(x)} F_2'(x) F_1'(x) \\ &+ \frac{1}{P(x)} F_2(x) F_1''(x) + R(x) F_1(x) F_2(x) \quad (2-106) \end{aligned}$$

Por otra parte, el operador $L(x)$ aplicado a una sola función $F(x)$ da por resultado

$$\left[\frac{d}{dx} \frac{1}{P(x)} \frac{d}{dx} + R(x) \right] F(x) = \left[\frac{1}{P(x)} \right]' F'(x) + F''(x) \frac{1}{P(x)} + R(x) F(x)$$

tomando en cuenta este resultado la ecuación (2-106) puede escribirse como

$$L(x) \left[F_1(x) F_2(x) \right] = F_2(x) L(x) F_1(x) + \frac{2}{P(x)} F_1'(x) F_2'(x) + \left\{ \left[\frac{1}{P(x)} \right]' F_2'(x) + \frac{1}{P(x)} F_2''(x) \right\} F_1(x) \quad (2-107)$$

Aplicando el operador $L(x)$ a la ecuación (2-102)

se obtiene

$$L(x) \left[F_1(x) F_2(x) \right] - L(x) \left[F_3(x) F_4(x) \right] = L(x) \left\{ \frac{1}{2} \left[V(x) + B\gamma(x) \right] \epsilon(x) \right\} \quad (2-108)$$

donde

$$F_1(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right), \quad F_2(x) = \int_0^x \exp\left(\frac{1}{2}u^2\right) \operatorname{erf}(u) \epsilon(u) du \quad (2-109)$$

$$F_3(x) = \exp\left(\frac{1}{2}x^2\right) \operatorname{erf}(x), \quad F_4(x) = \int_0^x \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) \epsilon(u) du$$

y donde se han intercambiado los límites de la segunda integral.

Aplicando la fórmula (2-107) se obtiene que la ecuación (2-108) queda

$$F_2(x) L(x) F_1(x) + \left\{ \left[\frac{1}{P(x)} \right]' F_2'(x) + \frac{1}{P(x)} F_2''(x) \right\} F_1(x)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{P(x)} F_1'(x) F_2'(x) - F_4(x) L(x) F_3(x) \\
& - \left\{ \left[\frac{1}{P(x)} \right]' F_4'(x) + \frac{1}{P(x)} F_4''(x) \right\} F_3(x) - \frac{2}{P(x)} F_3'(x) F_4'(x) \\
& = L(x) \left\{ \frac{1}{2} \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \varepsilon(x) \right\} \quad (2-110)
\end{aligned}$$

Como al aplicar el operador se trata de transformar la ecuación integral a una ecuación diferencial se debe cumplir que: (21)

$$L(x) F_1(x) = 0 \quad (2-111)$$

$$y \quad L(x) F_3(x) = 0 \quad (2-112)$$

ya que en todos los demás términos de la ecuación (2-110) se obtienen derivadas.

La primera condición (2-111) da por resultado -

$$L(x) F_1(x) = \left[P(x) F_1''(x) - F_1'(x) P'(x) \right] \frac{1}{[P(x)]^2} + R(x) F_1(x) = 0$$

de donde

$$P(x) F_1''(x) - P'(x) F_1'(x) + [P(x)]^2 R(x) F_1(x) = 0 \quad (2-113)$$

$$\text{Además} \quad F_1(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right)$$

por tanto,

$$F_1'(x) = -x F_1(x)$$

$$\begin{aligned}
 y \quad F_1''(x) &= -x F_1'(x) - F_1(x) = x^2 F_1(x) - F_1(x) \\
 &= (x^2 - 1) F_1(x)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos resultados en la ecuación (2-113) se obtiene

$$P(x) \left[(x^2 - 1) F_1'(x) \right] - P'(x) \left[-x F_1(x) \right] + \left[P(x) \right]^2 R(x) F_1(x) = 0$$

de donde

$$P(x) (x^2 - 1) + x P'(x) + \left[P(x) \right]^2 R(x) = 0 \quad (2-114)$$

La segunda condición (2-112) da por resultado

$$P(x) F_3''(x) - P'(x) F_3'(x) + \left[P(x) \right]^2 R(x) F_3(x) = 0 \quad (2-115)$$

y puesto que

$$F_3(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \operatorname{erf}(x)$$

se obtiene que

$$\begin{aligned}
 F_3'(x) &= x \operatorname{erf}(x) \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \\
 &= x F_3(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right)
 \end{aligned}$$

y

$$F_3''(x) = x F_3'(x) + F_3(x) - \frac{2x}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= x \left[x F_3(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \right] \\
 &\quad + F_3(x) - \frac{2x}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \\
 &= (x^2 + 1) F_3(x)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (2-115) las expresiones obtenidas para $F_3'(x)$ y $F_3''(x)$ se obtiene

$$\begin{aligned}
 P(x) (x^2 + 1) F_3(x) - P'(x) \left[x F_3(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \right] \\
 + [P(x)]^2 R(x) F_3(x) = 0
 \end{aligned}$$

(2-116)

y de la ecuación (2-114) se obtiene

$$[P(x)]^2 R(x) = P(x) (1 - x^2) - x' P'(x)$$

sustituyendo este resultado en la ecuación (2-116) se obtiene

$$\begin{aligned}
 P(x) (x^2 + 1) F_3(x) + (1 - x^2) P(x) F_3(x) \\
 - \left[2x F_3(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \right] P'(x) = 0
 \end{aligned}$$

de donde se obtiene que

$$F_3(x) P(x) - \left[x F_3(x) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \right] P'(x) = 0$$

(2-117)

y sustituyendo $F_3(x)$ dado en (2-109) resulta

$$\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(x) P(x) - \left[\sqrt{\pi} x \operatorname{erf}(x) + \exp(-x^2) \right] P'(x) = 0 \quad (2-118)$$

La solución de esta ecuación diferencial es (20)

$$P(x) = x \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(x) + \exp(-x^2) \quad (2-119)$$

De la ecuación (2-114) se obtiene

$$[P(x)]^2 R(x) = -x^2 P(x) + P(x) - x P'(x)$$

puesto que de (2-119), $P'(x) = \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(x)$,

$$[P(x)]^2 R(x) = -x^2 P(x) + \exp(-x^2)$$

de donde

$$R(x) = \frac{\exp(-x^2)}{[P(x)]^2} - \frac{x^2}{P(x)} \quad (2-120)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-109) en la ecuación (2-110) se obtiene

$$\begin{aligned} & \exp(-\frac{1}{2} x^2) \left\{ -\frac{P'(x)}{[P(x)]^2} \left[\exp(\frac{1}{2} x^2) \operatorname{erf}(x) \epsilon(x) \right] \right. \\ & + \frac{1}{P(x)} \left[x \exp(\frac{1}{2} x^2) \operatorname{erf}(x) \epsilon(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\frac{1}{2} x^2) \epsilon(x) \right. \\ & \left. \left. + \exp(\frac{1}{2} x^2) \operatorname{erf}(x) \epsilon'(x) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{P(x)} \left[-x \operatorname{erf}(x) \varepsilon(x) \right] \\
& - \exp\left(\frac{1}{2} x^2\right) \operatorname{erf}(x) \left\{ - \frac{P'(x)}{[P(x)]^2} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \varepsilon(x) \right. \\
& \left. + \frac{1}{P(x)} \left[-x \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \varepsilon(x) + \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \varepsilon'(x) \right] \right\} \\
& - \frac{2}{P(x)} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) + x \exp\left(\frac{1}{2} x^2\right) \operatorname{erf}(x) \right] \varepsilon(x) \exp\left(-\frac{1}{2} x^2\right) \\
& = L(x) \left\{ \frac{1}{2} \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \varepsilon(x) \right\} \quad (2-121)
\end{aligned}$$

Después de simplificar, el primer miembro de la ecuación (2-121) queda

$$- \frac{2}{P(x)} \left[x \varepsilon(x) \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \varepsilon(x) \exp(-x^2) \right]$$

y sustituyendo la ecuación (2-119) resulta $-\frac{2}{\sqrt{\pi}} \varepsilon(x)$, por consiguiente, la ecuación (2-121) queda

$$L(x) \left\{ \frac{1}{2} \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \varepsilon(x) \right\} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \varepsilon(x) = 0$$

y empleando la definición (2-103) del operador $L(x)$ esta última ecuación queda

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx} \frac{1}{P(x)} \frac{d}{dx} \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \varepsilon(x) + R(x) \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \varepsilon(x) \\
+ \frac{4}{\sqrt{\pi}} \varepsilon(x) = 0 \quad (2-122)
\end{aligned}$$

Esta es la ecuación diferencial de Wigner - Wilkins para $\varepsilon(x)$. Esta ecuación diferencial lineal homogénea

de segundo orden puede reducirse a una ecuación de Riccati mediante las sustituciones siguientes (21)

$$u(x) = \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \epsilon(x) \quad (2-123)$$

$$y(x) = \frac{1}{P(x)} \frac{1}{u(x)} \frac{d}{dx} u(x) \quad (2-124)$$

En términos de estas funciones la ecuación (2-122) queda

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{P(x)} \frac{d}{dx} u(x) \right] + R(x)u(x) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{u(x)}{V(x) + \beta \gamma(x)} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left[y(x) u(x) \right] + \left[R(x) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{V(x) + \beta \gamma(x)} \right) \right] u(x) = 0$$

efectuando la derivación se obtiene

$$y(x) \frac{d}{dx} u(x) + u(x) \frac{d}{dx} y(x) + \left[R(x) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{V(x) + \beta \gamma(x)} \right) \right] u(x) = 0$$

que puede escribirse como

$$y(x) \left[y(x) P(x) u(x) \right] + u(x) \frac{d}{dx} y(x) + \left[R(x) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{V(x) + \beta \gamma(x)} \right) \right] u(x) = 0$$

de donde se obtiene que

$$\frac{d}{dx} y(x) = - \left[y(x) \right]^2 P(x) - \left[R(x) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{V(x) + \beta \gamma(x)} \right) \right] = 0 \quad (2-125)$$

La ecuación (2-125) es una ecuación de Riccati para $y(x)$.

De la ecuación (2-124) se obtiene

$$u(x) = \exp \left[\int_0^x y(u) P(u) du \right] \quad (2-126)$$

Por otra parte, sustituyendo la ecuación (2-99) en la ecuación (2-123) se obtiene

$$u(x) = \left[V(x) + \beta \gamma(x) \right] \frac{N(x)}{\sqrt{M(x)}} \quad (2-127)$$

además, de las ecuaciones (2-90) y (2-100) se obtiene

$$V(x) = \left[x + \frac{1}{2x} \right] \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \quad (2-128)$$

Puesto que $u(x)$ debe cumplir la condición $u(0)=0$, pero ya que esta función presenta una singularidad en $x=0$, como se deduce de las ecuaciones (2-127) y (2-128), y puesto que esta singularidad debe ser removida, la ecuación (2-126) se reemplaza por ⁽²¹⁾

$$u(x) = \exp \left\{ \int_0^x \left[y(u)P(u) - \frac{1}{u} \right] du \right\} \quad (2-129)$$

Entonces, una vez determinada la función $y(x)$ resolviendo la ecuación (2-125) se puede obtener la función $u(x)$ con la ecuación (2-129); y obtenida esta función la -

densidad neutrónica $N(x)$ puede obtenerse con la relación

$$N(x) = \frac{u(x) \sqrt{M(x)}}{V(x) + \beta\gamma(x)} \quad (2-130)$$

obtenida de la ecuación (2-127)

2.9 SOLUCION NUMERICA DE LA ECUACION DE WIGNER-WILKINS - POR EL CODIGO SOFOCATE.

El código SOFOCATE ⁽²²⁾ resuelve numéricamente la ecuación de Wigner-Wilkins en la forma (2-125) y calcula los parámetros térmicos promedio \bar{D} , $\bar{\Sigma}_a$, $\bar{\nu}\bar{\Sigma}_f$ promediados sobre la densidad neutrónica obtenida en el intervalo de energía $0 \leq E \leq 0.625\text{eV}$.

Para escribir la ecuación (2-125) en la forma en que se encuentra en el código SOFOCATE, se define la función $J(x)$ por

$$J(x) = x y(x) - 1 \quad (2-131)$$

de donde se obtiene

$$y(x) = \frac{J(x) + 1}{x} \quad (2-132)$$

de donde

$$\frac{d}{dx} y(x) = \frac{x \frac{dJ(x)}{dx} - [J(x) + 1]}{x^2} \quad (2-133)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-132) y (2-133) en la ecuación (2-125) se obtiene

$$\frac{dJ(x)}{dx} = - \frac{P(x) [J(x)]^2}{x} + \frac{[1-2P(x)] J(x)}{x} + \frac{1-P(x)}{x} - \left[R(x) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{V(x)} + \beta\gamma(x)} \right) \right] x \quad (2-134)$$

En esta ecuación se hará el cambio de variable de x a E empleando la definición de x (2-86),

$$x = \beta v$$

de donde $x^2 = \beta^2 v^2 = \frac{1}{2kT} (2E)$

ya que la masa del neutrón se toma como la unidad. Definien do

$$U = kT \quad (2-135)$$

se obtiene

$$x^2 = \frac{E}{U} \quad (2-136)$$

y

$$\frac{dE}{dx} = 2Ux = 2\sqrt{EU} \quad (2-137)$$

Entonces

$$\frac{d}{dx} J(x) = \frac{dJ(E)}{dE} \frac{dE}{dx} = 2\sqrt{EU} \frac{d}{dE} J(E) \quad (2-138)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2-136) y (2-138) en la ecuación (2-134) se obtiene

$$\frac{d}{dE} J(E) = - \frac{P(E)}{2E} [J(E)]^2 + \frac{[1-2P(E)] J(E)}{2E} + \frac{1-P(E)}{2E} - \left[R(E) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{V(E)+\beta\gamma(E)} \right) \right] \frac{1}{2U}$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dE} J(E) = - \frac{P(E)}{2E} [J(E)]^2 + \frac{[1-2P(E)] J(E)}{2E} + \frac{S(E)}{2U} \quad (2-139)$$

donde

$$S(E) = \frac{1-P(E)}{2E} - \left[R(E) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{V(E)+\beta\gamma(E)} \right) \right] \quad (2-140)$$

y

$$P(E) = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{E}{U}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{E}{U}}\right) + \exp\left(-\frac{E}{U}\right) \quad (2-141)$$

que se obtiene de la ecuación (2-119) al cambiar de x a E .

$$y \quad R(E) = \frac{\exp\left(-\frac{E}{U}\right)}{[P(E)]^2} - \frac{E}{UP(E)} \quad (2-142)$$

que se obtiene de la ecuación (2-120) al cambiar de x a E .

Además

$$V(E) = \left[\sqrt{\frac{E}{U}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{U}{E}} \right] \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{E}{U}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{E}{U}\right) \quad (2-143)$$

que se obtiene de la ecuación (2-128) al cambiar de x a E .

En términos de la función $J(E)$ la ecuación (2-129) queda

$$u(E) = \exp \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{E}{U}}} \left[J(E') + 1 \right] P(E') \sqrt{\frac{U}{E'}} - \sqrt{\frac{U}{E'}} \right\} \frac{dE'}{2 \sqrt{E'U}}$$

$$u(E) = \exp \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{E}{U}}} \frac{1}{2} \left[J(E') + 1 \right] P(E') - 1 \right\} \frac{dE'}{E'} \quad (2-144)$$

Sustituyendo la ecuación (1-144) en la ecuación (2-130) y empleando para $\sqrt{M(E)}$ la expresión que utiliza el código:

$$\sqrt{M(E)} = \sqrt{\frac{E}{U}} \exp\left(-\sqrt{\frac{E}{U}}\right)$$

obtenida de la ecuación (2-92), la densidad neutrónica resulta

$$N(E) = \exp \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{E}{U}}} \frac{1}{2} \left[J(E') + 1 \right] P(E') - 1 \right\} \frac{dE'}{E'} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\frac{E}{U}} \exp\left(-\sqrt{\frac{E}{U}}\right)}{V(E) + B\gamma(E)} \quad (2-145)$$

El código SOFOCATE resuelve la ecuación diferencial (2-139) para $J(E)$ y sustituye esta función en la ecuación (2-145) para obtener la densidad neutrónica $N(E)$.

La función $\gamma(E)$ utilizada por el código es

$$\gamma(E) = \frac{\Sigma_a v + B_m^2 D v}{\Sigma_s} \quad (2-146)$$

que difiere de la función $\gamma(E)$ en la ecuación de Wigner -- Wilkins (2-122) en que se ha considerado el escape de neutrones a través del término $B_m^2 D v$ donde B_m es el "buckling" material del reactor y D el coeficiente de difusión.

2.10 CALCULO NUMERICO DE LOS PARAMETROS TERMICOS PROMEDIO. DESCRIPCION DEL CODIGO SOFOCATE.

2.10.1 DATOS UTILIZADOS POR EL CODIGO

El código tiene una biblioteca de los siguientes parámetros para cada isótopo identificado por un subíndice i que puede tomar los valores comprendidos entre 000 y 099 inclusive. (23):

$$N_i \quad \text{Densidad Atómica}$$

$$C_i(E) = \sigma_a^i E^{-\frac{1}{2}} \quad (2-147)$$

Es una función dependiente de la energía; - σ_a^i es la sección eficaz microscópica de absorción.

$$C_{i+100}(E) = \sigma_f^i E^{-\frac{1}{2}} \quad (2-148)$$

Es una función dependiente de la energía; - σ_f^i es la sección eficaz microscópica de fisión.

ν_{i+200} Número promedio de neutrones producidos por fisión.

$$\nu_{i+200} C_{i+200}(E) = (1 - \bar{\mu}) \sigma_s^i \quad (2-149)$$

donde $\bar{\mu}$ es el promedio del coseno del ángulo de dispersión y σ_s^i es la sección eficaz microscópica de dispersión elástica.

Para otras funciones dependientes de la energía como $\xi \sigma_s$ el valor de i está entre 300 y 999 inclusive.

La constante de difusión dependiente de la energía se calcula con la aproximación de Selengut - Goertzel ⁽²⁴⁾

$$E^{\frac{1}{2}} D(E) = \frac{\frac{1}{3} E}{\sum_{i=0}^{99} N_i \left[C_i(E) + E^{\frac{1}{2}} \nu_{i+200} C_{i+200}(E) \right]} \quad (2-150)$$

Las $C_i(E)$'s para i entre 200 y 299 inclusive entran en las secciones eficaces de dispersión que son usadas para evaluar el coeficiente de difusión.

Puesto que la sección eficaz de dispersión del moderador interviene en la determinación del flujo aún cuando no exista escape, y puesto que su valor debe ser constante de acuerdo con el modelo de Wigner - Wilkins,

ecuación (2-2), en el código se considera que la sección eficaz de dispersión del Hidrógeno usada para el cálculo del coeficiente de difusión, ecuación (2-150), es diferente de aquella (constante) usada para la sección eficaz de dispersión del moderador en el término $\gamma(v)$ ecuación (2-4).

Las secciones eficaces usadas para cálculos de moderación están almacenadas en el conjunto de $C_i(E)$'s y se obtienen especificando el subíndice como dato de entrada.

2.10.2 ESTRUCTURA DE GRUPOS DEL CODIGO

El código SOFOCATE utiliza 172 grupos de energía en el intervalo $0 \leq E \leq 0.625\text{eV}$.

Además, tienen dos opciones para la anchura de los grupos de energía:

Si se especifica "malla fina" la anchura inicial ΔE se toma como 0.0001 y en $E=0.005$ se cambia a $\Delta E=0.001$ y en $E=0.05$ se cambia a $\Delta E=0.01$.

Si se especifica "malla gruesa" la anchura inicial es 0.001 y se cambia a 0.01 en $E=0.05$.

2.10.3 PARAMETROS CALCULADOS POR EL CODIGO

El código calcula los siguientes parámetros promedio:

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\int_0^{E_{\max}} C_i(E) N(E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \frac{1}{E^2} N(E) dE} \quad (2-151)$$

para aquellas i 's deseadas.

$$\bar{D} = \frac{\int_0^{E_{\max}} \frac{1}{E^2} D(E) N(E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \frac{1}{E^2} N(E) dE} \quad (2-152)$$

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int_0^{E_{\max}} G(E) N(E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \frac{1}{E^2} N(E) dE} \quad (2-153)$$

donde

$$G(E) = \sum_{i=0}^{99} N_i C_i(E) \quad (2-154)$$

$$v \bar{\Sigma}_f = \sum_{i=0}^{99} N_i v_{i+100} \bar{\sigma}_{fi+100} \quad (2-155)$$

El código calcula estos parámetros promedio con un espectro de Wigner-Wilkins con $N(E)$ dado por la ecuación (2-145) o con un espectro Maxwelliano con $N(E)$ dado por

$$N(E) = \frac{E}{U^2} \exp\left(-\frac{E}{U}\right) \quad (2-156)$$

que se obtiene de las ecuaciones (2-92), (2-135) y (2-136) y donde se han suprimido las constantes, lo cual no afecta los resultados ya que al evaluar los promedios dichas constantes se cancelan.

Los parámetros promedio están titulados "Maxwelliano" o "Wigner-Wilkins" según el espectro empleado.

Las unidades empleadas en el código son

E en electrón - volts

T en grados Kelvin

Todas las secciones eficaces microscópicas en barns

Todas las secciones eficaces macroscópicas en cm^{-1}

N_i en $(\text{barns-cm})^{-1}$

B^2 en cm^{-2}

\bar{D} en cm.

2.10.4 DATOS DE SALIDA IMPRESOS POR EL CODIGO

1. $\bar{\Sigma}_a$
2. $v \bar{\Sigma}_f$
3. \bar{D}
4. Imprime todos los datos de entrada y de salida requeridos.
5. Opcionalmente, imprime una tabla de las siguientes funciones contra la energía.

Densidad Neutrónica $N(E)$

Flujo $E^{\frac{1}{2}} N(E)$

E veces el Flujo $E^{\frac{3}{2}} N(E)$

El código SOFOCATE, en una forma modificada, se utilizará para calcular los parámetros, térmicos promedio de un reactor de potencia (heterogéneo) tipo BWR multiplicando cada uno de los parámetros térmicos de grupo por un factor de desventaja de grupo (que es el parámetro que toma en cuenta la disposición heterogénea del combustible) - antes de promediar estos parámetros sobre el flujo térmico. Este método se describirá en el capítulo IV.

2.11 REFERENCIAS

1. E.P. Wigner and J.E. Wilkins
AECD - 2275 (1944).
2. George I. Bell and Samuel Glasstone:
"Nuclear Reactor Theory" Van Nostrand Reinhold Company
1970, p. 326.
3. K.H. Beckurts and K. Wirtz:
"Neutron Physics", Springer - Verlag 1964 p. 182
4. W.W. Bell: "Special Functions for Scientists and
Engineers". D. Van Nostrand Company LTD.
5. John R. Lamarsh: "Introduction to Nuclear Reactor
Theory" Addison - Wesley Publishing Company Inc. 1966,
p. 46.
6. Robert V. Meghreblian and David K. Holmes:
"Reactor Analysis" Mc Graw-Hill Book Company 1960
p. 132.
7. Ref. 5, p. 252
8. Ref. 5, p. 254
9. Ref. 5, p. 260
10. Ref. 5, p. 261
11. Ref. 5, p. 262
12. Ref. 5, p. 258
13. Ref. 6, p. 131
14. Ref. 6, p. 136 .

15. Ref. 2, p. 383
16. Ref. 5, p. 169
17. Ref. 3, p. 182
18. Ref. 3, p. 183
19. Ref. 2, p. 331
20. Ref. 2, p. 336
21. Cohen E.R.: Geneva 1955 P/611 Vol. 5, p. 533
22. H. Amster and R. Suarez: "The Calculation of Thermal-Constants Averaged over a Wigner-Wilkins Flux Spectrum: Description of the SOFOCATE Code". WAPD-TM-39 (1957)
23. Ref. 22 p. 2
24. D.S. Selengut, APEX-121.

C A P I T U L O I I I

CALCULO DE PROBABILIDADES DE ESCAPE EN BARRAS DE COMBUSTIBLE



3.0 DISPOSICION DEL COMBUSTIBLE EN REACTORES HETEROGENEOS

Habiendo desarrollado en los dos capítulos anteriores los métodos para calcular los parámetros rápidos y térmicos en un reactor homogéneo, se desarrollarán ahora métodos para calcular los parámetros rápidos y térmicos para un reactor heterogéneo aprovechando los códigos MUFT-IV y SOFOCATE ya descritos.

En un reactor heterogéneo el combustible se encuentra en forma de pastillas las cuales se encuentran encerradas en un tubo que puede ser de Aluminio, Circonio, o de una aleación de estos metales formando lo que se llama una barra de combustible. A su vez, las barras de combustible están colocadas en forma simétrica en el núcleo del reactor formando una retícula que puede ser cuadrada Fig. 3.1 o exagonal Fig. 3.2

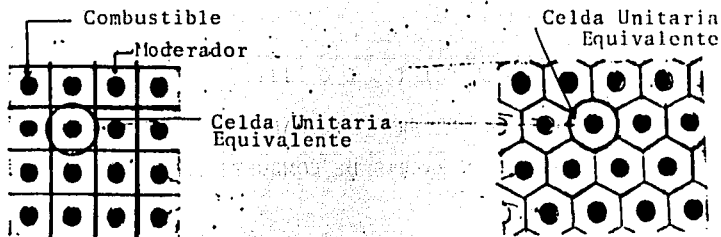


Fig. 3.1 Retícula Cuadrada

Fig. 3.2 Retícula exagonal

En el tratamiento de los reactores heterogéneos es conveniente considerar que la retícula está formada por cierto número de celdas unitarias equivalentes que reemplazan a las celdas originales cuadradas o exagonales. Una celda unitaria equivalente es un cilindro en cuyo eje se encuentra la barra de combustible y con un radio tal que el área de la sección circular sea igual al área del cuadrado o del exágono originales Fig. 3.3

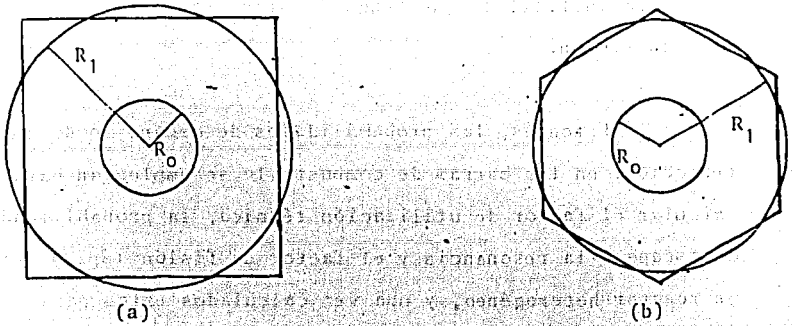


Fig. 3.3 Celdas unitarias equivalentes: (a) de una retícula cuadrada, (b) de una retícula exagonal

La disposición heterogénea del combustible en un reactor heterogéneo hace que el movimiento de los neutrones en el núcleo del reactor sea diferente con respecto a su movimiento en un reactor homogéneo y por consiguiente los parámetros de un reactor heterogéneo no pueden calcularse de la misma manera que para un reactor homogéneo. En un reactor heterogéneo, la región representativa del núcleo del reactor es la celda unitaria equivalente y por tanto el problema del movimiento de los neutrones en la celda unitaria equivalente, es útil formularlo en términos de la probabilidad de que un neutrón que aparece en alguna región (combustible o moderador) escape de esta región, y

de la probabilidad de que tenga su siguiente interacción - en esta región.

Entonces, las probabilidades de escape o de interacción, en las barras de combustible se emplearán para calcular el factor de utilización térmica, la probabilidad de escape a la resonancia y el factor de fisión rápida en un reactor heterogéneo, y una vez calculados estos parámetros se podrá calcular la constante de multiplicación infinita.

3.1 RELACIONES DE RECIPROCIDAD

Con referencia a una celda unitaria equivalente - Fig. 3.4 la probabilidad P_{FM} de que un neutrón originado en la región del combustible sea absorbido en la región del moderador está definida por

$$P_{FM} = \frac{\int_{V_1} \phi_1(r) \Sigma_a^1(r) dV_1}{\int_{V_0} Q_0(r) dV_0} \quad (3-1)$$

Así mismo la probabilidad P_{MF} de que un neutrón originado en la región del moderador sea absorbido en

la región del combustible está definida por

$$P_{MF} = \frac{\int_{V_0} \phi_0(r) \Sigma_a^0(r) dV_0}{\int_{V_1} Q_1(r) dV_1} \quad (3-2)$$

donde $\phi_0(r)$ y $\phi_1(r)$ son los flujos, $\Sigma_a^0(r)$ y $\Sigma_a^1(r)$ son las secciones eficaces macroscópicas de absorción, $Q_0(r)$ y $Q_1(r)$ son las densidades de fuente y V_0 y V_1 son los volúmenes de las regiones del combustible y del moderador respectivamente. En las ecuaciones (3-1) y (3-2) se considera que la energía interviene como un parámetro a través de las secciones eficaces.

En lo sucesivo, los parámetros del combustible se identificarán con el índice 0, los del moderador con el índice 1 y los del encamisado con el índice 2. Para las probabilidades de escape o de interacción se emplearán los índices F para el combustible y M para el moderador.

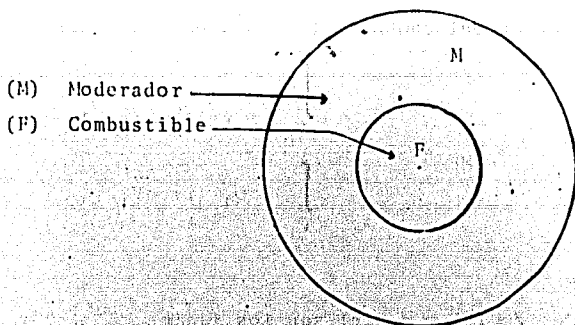


Fig. 3.4 Celda unitaria equivalente de dos regiones

Considerando como constantes las secciones eficaces y las densidades de fuente en las ecuaciones anteriores y expresando los flujos en términos de los "kernels" de difusión se obtiene

$$P_{FM} = \frac{\Sigma_a^1}{Q_0 V_0} \int_{V_1} dV_1 \int_{V_0} Q_0 K_1(\vec{r}_0 \rightarrow \vec{r}_1) dV_0 \quad (3-3)$$

y

$$P_{MF} = \frac{\Sigma_a^0}{Q_1 V_1} \int_{V_0} dV_0 \int_{V_1} Q_1 K_0(\vec{r}_1 \rightarrow \vec{r}_0) dV_1 \quad (3-4)$$

Por el teorema de reciprocidad, ⁽¹⁾ las integrales dobles en las ecuaciones (3-3) y (3-4) son iguales y entonces

$$P_{FM} = \frac{V_1 \Sigma_a^1}{V_0 \Sigma_a^0} P_{MF} \quad (3-5)$$

Se denotarán por P_{F0} y P_{M0} las probabilidades de que un neutrón originado uniforme e isotrópicamente en la región F o en la región M escape de dichas regiones sin tener ninguna interacción; y por P_F y P_M las probabilidades totales de escape de las regiones respectivas, es decir, las probabilidades de que un neutrón escape después de tener un número cualquiera de dispersiones. Si las regiones F y M son completamente absorbentes entonces $P_F = P_{F0}$ y $P_M = P_{M0}$.

Por otra parte, las probabilidades p_M^{ab} de que un neutrón que ha escapado del combustible será absorbido en el moderador y p_F^{ab} de que un neutrón que ha escapado del moderador será absorbido en el combustible están relacionadas con P_{FM} y P_{MF} para cuerpos completamente absorbentes por las siguientes ecuaciones ⁽²⁾:

$$p_M^{ab} = \frac{4V_1 \Sigma_a^1}{S_1} P_{MF} \quad (3-6)$$

y

$$p_F^{ab} = \frac{4V_o \Sigma_a^o}{S_o} p_{FM} \quad (3-7)$$

donde $S_1 = S_o$ es la superficie que separa las dos regiones.

Cabe hacer notar que p_{FM} y p_M^{ab} así como p_{MF} y p_F^{ab} están relacionadas según las siguientes ecuaciones $p_{FM} = p_F p_M^{ab}$ y $p_{MF} = p_M p_F^{ab}$ que se derivan de sus definiciones.

Estas relaciones de reciprocidad se emplearán en el capítulo IV para calcular probabilidades de absorción en función de probabilidades de escape.

3.2 PROBABILIDAD DE ESCAPE PARA UN CUERPO CONVEXO DE FORMA ARBITRARIA

Para calcular esta probabilidad se considerará un cuerpo convexo de volumen V y superficie S (Fig. 3.5) formado por material cuya sección eficaz macroscópica total Σ_t se supone independiente de la posición; además se supondrá que la densidad de fuente en este cuerpo es -- uniforme e isotrópica de magnitud Q neutrones por unidad-

de volumen, por unidad de ángulo sólido y por unidad de tiempo.

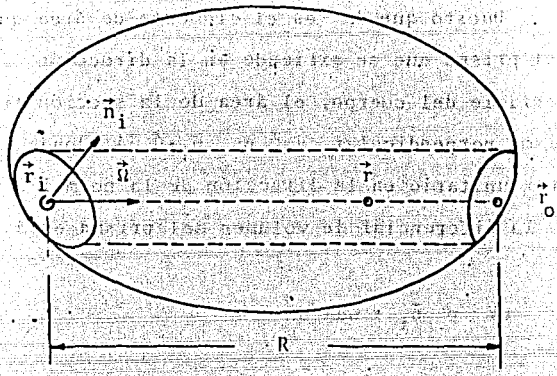


Fig. 3.5 Cuerda típica en un cuerpo convexo de forma arbitraria

Considerando ahora un punto cualquiera en el cuerpo cuyo vector de posición es \vec{r} y una dirección cualquiera dada por el vector unitario \vec{n} , se tiene:

Número de neutrones emitidos en $dVd\Omega$ alrededor de \vec{r} , \vec{n} y que escapan del cuerpo por unidad de tiempo por el elemento de área dA alrededor del punto \vec{r}_o situado sobre la superficie del cuerpo

$$= Q \exp(-\Sigma_t |\vec{r}_0 - \vec{r}|) dV d\Omega \quad (3-8)$$

Puesto que dA es el elemento de área que interseca el prisma que se extiende en la dirección \vec{n} sobre la superficie del cuerpo, el área de la sección transversal del prisma perpendicular a \vec{n} es $\vec{n}_1 \cdot \vec{n} dA$, donde \vec{n}_1 es un vector unitario en la dirección de la normal a dA . Entonces la diferencial de volumen del prisma está dada por

$$dV = \vec{n}_1 \cdot \vec{n} dA dR$$

donde dR es la diferencial de longitud alrededor de \vec{r} paralela a \vec{n} .

Empleando este resultado en la ecuación (3-8) e integrando desde \vec{r}_1 a \vec{r}_0 se obtiene:

Número de neutrones originados en $R \vec{n} \cdot \vec{n}_1 dA d\Omega$ que escapan del cuerpo por unidad de tiempo a través de dA .

$$= Q \vec{n} \cdot \vec{n}_1 dA d\Omega \int_0^R \exp(-\Sigma_t |\vec{r}_0 - \vec{r}|) dR$$

$$= \frac{Q \vec{n} \cdot \vec{n}_1}{\Sigma_t} dA d\Omega \left[1 - \exp(-\Sigma_t R) \right]$$

Para obtener la rapidez total a la que los neutrones que se originan en V escapan sin interacción, se debe integrar la expresión anterior sobre todas las direcciones $\vec{\Omega}$ para las cuales $\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1 > 0$ y sobre toda la superficie; por consiguiente:

Rapidez a la que los neutrones originados en V escapan sin interacción

$$= \frac{Q}{\Sigma_t} \int_S dA \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1 > 0} d\Omega \left\{ \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1 \left[1 - \exp(-\Sigma_t R) \right] \right\}$$

Puesto que la rapidez total de producción de neutrones en V es (*)

$$\int_{4\pi} d\Omega \int_V dV \quad Q = 4\pi VQ$$

La probabilidad de que un neutrón originado uniforme e isotrópicamente en el cuerpo escape sin interacción, resulta

(*) En este capítulo se utilizará la diferencial de ángulo sólido sin el factor $\frac{1}{4\pi}$

$$P_{Fo} = \frac{1}{4\pi V \Sigma_t} \int_S dA \int_{\vec{n} \cdot \vec{n}_i > 0} d\Omega \left\{ \vec{n} \cdot \vec{n}_i \left[1 - \exp(-\Sigma_t R) \right] \right\} \quad (3-9)$$

P_{Fo} puede evaluarse, para un cuerpo de forma determinada, por el método de Dirac ⁽³⁾, llamado el método de la cuerda que se basa en que la integral sobre $d\Omega$ en la ecuación (3-9) puede considerarse como un promedio de una distribución de cuerdas R que entran a la superficie del cuerpo con una distribución isotrópica de direcciones. Bajo esta suposición, si \vec{n} es una dirección cualquiera desde el elemento de superficie dA tal que la longitud de la cuerda, en esa dirección, que parte del punto \vec{r}_i es R , y $d\Omega$ es la diferencial de ángulo sólido alrededor de \vec{n} tal que todas las cuerdas en este ángulo sólido tienen longitudes entre R y $R + dR$, entonces el número de cuerdas en este ángulo sólido es proporcional a $\vec{n} \cdot \vec{n}_i dA d\Omega$ y el número total de cuerdas en el cuerpo con longitudes entre R y $R + dR$ es proporcional a la integral

$$\int_S dA \int_{\vec{n}(R)} \vec{n} \cdot \vec{n}_i d\Omega$$

en la que las direcciones $\vec{n}(R)$ sobre las que se realiza la integral están restringidas a aquellas para las cuales las longitudes de cuerda están entre R y $R + dR$.

La función de distribución de cuerda $H(R)dR$ - - que da la probabilidad de que la longitud de una cuerda es té entre R y $R + dR$ se obtiene dividiendo la integral an terior entre el número total de cuerdas, entonces.

$$H(R) dR = \frac{\int_S dA \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i}^{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1} d\Omega}{\int_S dA \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i > 0}^{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1} d\Omega} \quad (3-10)$$

En coordenadas esféricas, la integral del denomi nador resulta

$$\int_S dA \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i}^{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1} d\Omega = \int_S dA \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin \theta d\theta = \pi S$$

por consiguiente:

$$H(R) dR = \frac{1}{\pi S} \int_S dA \int_{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i}^{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_1} d\Omega \quad (3-11)$$

El promedio de la longitud de cuerda \bar{R} está de finido por

$$\bar{R} = \int H(R) R dR \quad (3-12)$$

que, empleando la ecuación (3-11), resulta

$$\bar{R} = \frac{1}{\pi S} \int_V \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i R dA \int_{4\pi} d\Omega = \frac{4V}{S} \quad (3-13)$$

ya que $\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i R dA$ es la diferencial de volumen y la primera integral se extiende a todo el volumen.

Empleando las ecuaciones (3-11) y (3-13) la probabilidad de escape dada por la ecuación (3-9) puede expresarse en términos de la función de distribución de cuerda como

$$P_{Fo} = \frac{1}{\Sigma_t \frac{4V}{S}} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \left[1 - \exp(-\Sigma_t R) \right] \frac{1}{\pi S} \int_S dA \int_{\vec{\Omega}(R)} \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i d\Omega$$

que resulta

$$P_{Fo} = \frac{1}{\bar{R} \Sigma_t} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \left[1 - \exp(-\Sigma_t R) \right] H(R) dR \quad (3-14)$$

Para cuerpos muy pequeños, $\Sigma_t R \ll 1$ y $1 - \exp(-\Sigma_t R) \approx \Sigma_t R$ y por consiguiente

$$P_{Fo} = \frac{1}{\bar{R}} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} R H(R) dR = 1$$

Para cuerpos muy grandes, $\Sigma_t R \gg 1$ y entonces $1 - \exp(-\Sigma_t R) \approx 1$ y

$$P_{Fo} = \frac{1}{\bar{R} \Sigma_t} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} H(R) dR = \frac{1}{\bar{R} \Sigma_t}$$

La aproximación racional derivada por Wigner (4) para P_{Fo} está entre estos dos extremos y está dada por

$$P_{Fo}^r = \frac{1}{\bar{R} \Sigma_t + 1} \quad (3-15)$$

La aproximación racional no toma en cuenta la geometría del cuerpo, puesto que no depende de la función de distribución de cuerda, sino solamente de la longitud de cuerda promedio.

3.3 PROBABILIDAD DE ESCAPE PARA UN CILINDRO INFINITO

Con referencia a la Fig. 3.6 la diferencial de ángulo sólido está dada por

$$d\Omega = \frac{\mu R_0 d\alpha dz}{R^2} \quad (3-16)$$

ya que la diferencial de área perpendicular a la cuerda R en el punto T es $\mu R_0 d\alpha dz$ con $\mu = \vec{n}_1 \cdot \vec{n}$ y porque la diferencial de área en la superficie del cilindro es $R_0 d\alpha dz$.

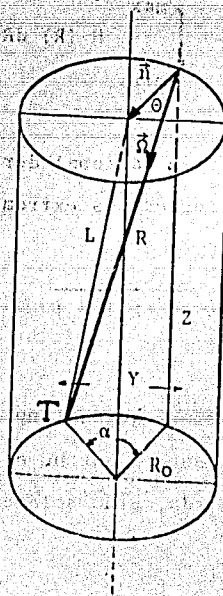


Fig. 3.6 Cuerda típica en un cilindro infinito

Es conveniente poner $d\Omega$ en función de R y z --
solamente, para esto es necesario hacer el cambio de variable
de α a z empleando la relación

$$d\alpha = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial R} \right)_z dR$$

por la ley de los cosenos se obtiene

$$L^2 = R^2 + R_0^2 - 2 R R_0 \mu$$

también, por otra parte

$$L^2 = R_0^2 + z^2$$

de estas dos últimas ecuaciones resulta

$$\mu = \frac{R^2 - z^2}{2 R_0 R} \quad (3-17)$$

$$\text{Además } Y^2 = 2 R_0^2 (1 - \cos \alpha)$$

$$\text{y también } Y^2 = R^2 - z^2$$

$$\text{entonces } 1 - \cos \alpha = \frac{R^2 - z^2}{2 R_0^2}$$

de donde se obtiene que

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial R}\right)_z = \frac{R}{R_0^2 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$$

pero por otra parte

$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{2 R_0^2} \sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{4R_0^2 + z^2 - R^2}$$

por consiguiente

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial R}\right)_z = \frac{2 R}{\sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{4R_0^2 + z^2 - R^2}} \quad (3-18)$$

después de sustituir las ecuaciones (3-17) y (3-18) en la ecuación (3-16), se obtiene

$$d\Omega = \frac{\sqrt{R^2 - z^2}}{R^2 \sqrt{4R_0^2 + z^2 - R^2}} dR dz \quad (3-19)$$

sustituyendo las ecuaciones (3-17) y (3-19) en la ecuación (3-11) la función de distribución de cuerda para un cilindro infinito resulta, después de efectuar la integración sobre el área

$$H(R) = \frac{1}{\pi} \int_{\bar{\Omega}(R)} \mu \frac{d\Omega}{dR}$$

$$H(R) = \frac{4}{2\pi R_0 R^3} \int_{z_0}^R \frac{(R^2 - z^2)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{4R_0^2 + z^2 - R^2}} dz \quad (3-20)$$

donde

$$z_0 = \begin{cases} \sqrt{R^2 - 4R_0^2} & R > 2R_0 \\ 0 & R < 2R_0 \end{cases}$$

Puesto que la función de distribución de cuerda debe ser real, del radical de la ecuación (3-20) se deduce que el valor mínimo que puede tomar z para $R < 2R_0$ es 0, y para $R > 2R_0$ el valor mínimo es $\sqrt{R^2 - 4R_0^2}$.

Por otra parte, el factor 4 que aparece en la ecuación (3-20) proviene de que el ángulo sólido subtendido puede estar arriba o abajo del punto considerado y porque α varía de 0 a 2π , por consiguiente se puede hacer la integración sobre un cuarto del cilindro y multiplicar por 4.

De la ecuación (3-13) la longitud promedio de la cuerda para un cilindro de radio R_0 resulta

$$R = 2R_0 \quad (3-21)$$

Después de sustituir las ecuaciones (3-20) y -- (3-21) en la ecuación (3-14) la probabilidad de escape para un cilindro infinito resulta

$$P_{Fo} = \frac{1}{2R_o \Sigma_t} \left[1 - \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\Sigma_t R)}{R^3} dR \right] \int_{z_o}^R \frac{2(R^2 - z^2)^{\frac{3}{2}} dz}{\pi R_o \sqrt{4R_o^2 + z^2 - R^2}} \quad (3-22)$$

La evaluación de las integrales da por resultado (5)

$$P_{Fo} = \frac{2}{3} R_o \Sigma_t \left\{ 2 \left[R_o \Sigma_t K_1(R_o \Sigma_t) I_1(R_o \Sigma_t) + K_0(R_o \Sigma_t) I_0(R_o \Sigma_t) \right] + \frac{K_1(R_o \Sigma_t) I_1(R_o \Sigma_t)}{R_o \Sigma_t} - K_0(R_o \Sigma_t) I_1(R_o \Sigma_t) + K_1(R_o \Sigma_t) I_0(R_o \Sigma_t) \right\} \quad (3-23)$$

donde $I_n(R_o \Sigma_t)$ y $K_n(R_o \Sigma_t)$ son las funciones de Bessel modificadas de primera y segunda clase respectivamente.

En la Fig. 3.7 están representadas las gráficas de P_{Fo} como función de $\bar{R} \Sigma_t$ para cilindro esfera y placa, y en la tabla 3.1 están dados los valores de P_{Fo} exacto y racional para diversos valores de $\bar{R} \Sigma_t$

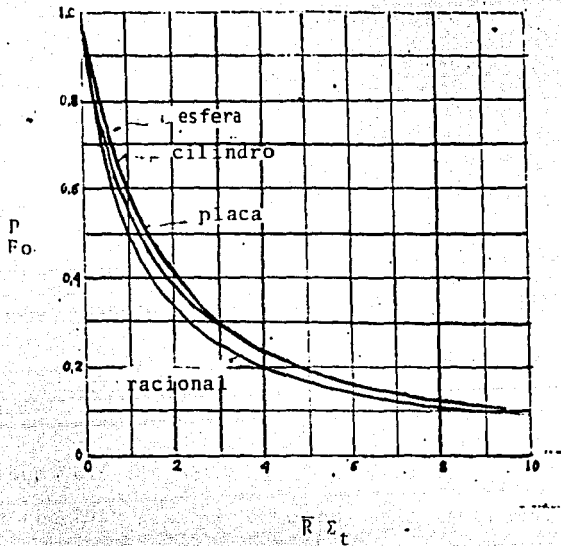


Fig. 3.7 Probabilidades de escape racional y exactas para cilindro, esfera y placa.

Tabla 3.1 Probabilidades de Escape en Función de $\bar{R} \Sigma_t$ ⁽⁷⁾

$\bar{R} \Sigma_t$	ESFERA	CILINDRO	PLACA	RACIONAL
0.04	0.978	0.974	0.952	0.962
0.1	0.946	0.939	0.902	0.909
0.2	0.896	0.885	0.837	0.823
0.3	0.850	0.819	0.785	0.769
0.5	0.767	0.753	0.701	0.667
1	0.607	0.596	0.557	0.500
2	0.411	0.407	0.390	0.333
3	0.302	0.302	0.295	0.250
10	0.099	0.099	0.100	0.091

En la tabla 3.1 se puede apreciar que la aproximación racional tiene un error de casi 20% con respecto al valor exacto, no obstante se empleará en el cálculo de la probabilidad de escape a la resonancia en reactores heterogéneos para derivar las relaciones de equivalencia -- respecto a reactores homogéneos.

3.4 APROXIMACION DE SAUER PARA LA PROBABILIDAD DE ESCAPE DE UN CILINDRO INFINITO

Desde el punto de vista de las técnicas de compu

tación actuales la aproximación racional ya no es suficientemente precisa y por tanto se requiere una aproximación más precisa, pero que tenga una forma analítica sencilla. Esta aproximación ha sido derivada por Sauer (8) de la manera siguiente:

La función de distribución de cuerda que da por resultado la aproximación racional es (9)

$$H_r(R) dR = \exp\left(-\frac{R}{\bar{R}}\right) d\left(\frac{R}{\bar{R}}\right) \quad (3-24)$$

La característica esencial de la función de distribución de cuerda dada por la ecuación (3-20) es que tiene un máximo infinito en $R/\bar{R}_0 = 1$ (Fig. 3.8)

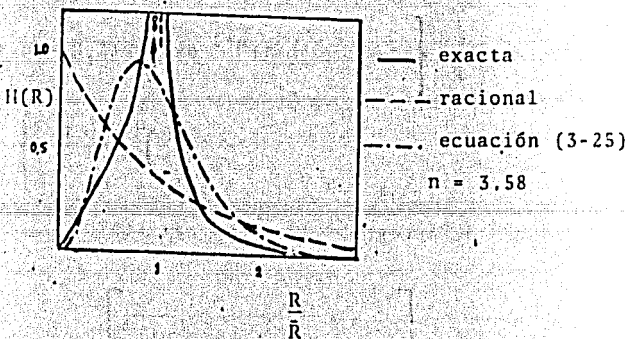


Fig. 3.8 Gráficas de las funciones de distribución de cuerda(9)

En la Fig. 3.8 están representadas las gráficas de las funciones de distribución de cuerda: racional, exacta y la encontrada por Sauer. Se observa que la función de distribución racional no presenta el máximo que -- presenta la exacta, pero la función encontrada por Sauer y que sí presenta este máximo es (9)

$$H_n(R) dR = \frac{1}{n!} \left[(n+1) \frac{R}{\bar{R}} \right]^n \exp \left[- (n+1) \frac{R}{\bar{R}} \right] d \left[(n+1) \frac{R}{\bar{R}} \right] \quad (3.25)$$

donde n es un parámetro geométrico que se determinará -- más adelante.

Sustituyendo la ecuación (3-25) en la ecuación (3-14) se obtiene

$$p_{Fo}^{(n)} = \frac{1}{\Sigma_t \bar{R}} \left\{ 1 - \int_0^{\infty} \frac{(n+1)^{n+1}}{n!} \exp \left[- (\Sigma_t \bar{R} + n + 1) \frac{R}{\bar{R}} \right] \times \left(\frac{R}{\bar{R}} \right)^n d \left(\frac{R}{\bar{R}} \right) \right\}$$

y después de integrar n veces resulta

$$p_{Fo}^{(n)} = \frac{1}{\Sigma_t \bar{R}} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{\Sigma_t \bar{R}}{n+1} \right)^{n+1}} \right] \quad (3-26)$$

en esta expresión para $n = 0$ se obtiene la aproximación racional.

El parámetro geométrico n se determina a partir de la condición de que los momentos logarítmicos de las distribuciones de cuerda exacta y aproximada deben ser iguales (10), esta condición es

$$\int_0^{\infty} H_{\text{ex}}(R) \ln \left(\frac{R}{R} \right) dR = \int_0^{\infty} H_n(R) \ln \frac{R}{R} dR \quad (3-27)$$

donde $H_{\text{ex}}(R)$ es la función de distribución de cuerda exacta.

Utilizando la ecuación (3-25) el momento logarítmico aproximado resulta.

$$\int_0^{\infty} H_n(R) \ln \left(\frac{R}{R} \right) dR = \int_0^{\infty} \frac{1}{n!} \left[(n+1) \frac{R}{R} \right]^n \times \exp \left[- (n+1) \frac{R}{R} \right] \ln \left(\frac{R}{R} \right) d \left[(n+1) \frac{R}{R} \right]$$

haciendo $x = (n+1) \frac{R}{R}$ se obtiene

$$\int_0^{\infty} H_n(R) \ln \left(\frac{R}{R} \right) dR = \int_0^{\infty} \frac{1}{n!} x^n e^{-x} \left[\ln x - \ln (n+1) \right] dx$$

y empleando la siguiente expresión para la derivada de la función gamma:

$$\frac{d}{dn} \Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} x^n e^{-x} \ln x \, dx = \frac{d}{dn} (n!)$$

se obtiene

$$\int_0^{\infty} H_n(R) \ln \left(\frac{R}{\bar{R}} \right) dR = \frac{d}{dn} \{ \ln(n!) - \ln(n+1) \} \quad (3-28)$$

En la Fig. 3.9 está mostrada la gráfica de la ecuación (3-28) en la que se ha interpolado entre los valores enteros de n

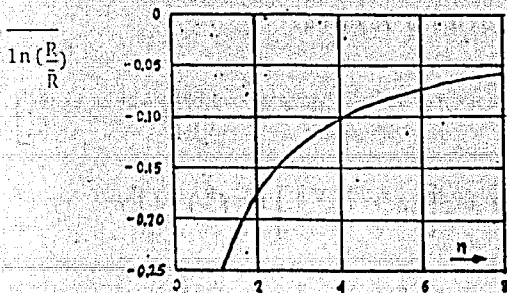
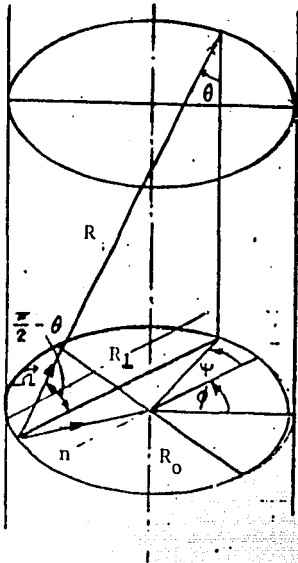


Fig. 3.9 Dependencia del momento logarítmico $\ln R/\bar{R}$ del índice geométrico n de acuerdo con la ecuación (3-28) (10)



$$-\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{n}_i = \text{sen } \theta \cos \psi$$

$$d\Omega = \text{sen } \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$\frac{dA}{S} = \frac{d\psi}{2\pi}$$

Fig. 3.10 Cuerda Típica R en un Cilindro infinito.

$$R = \frac{R_{\perp}(\phi, \psi)}{\text{sen } \theta}$$

$$R_{\perp} = 2 R_0 \sqrt{1 - \text{sen}^2 \psi}$$

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \psi}}{\text{sen } \theta}$$

Para calcular el momento logarítmico exacto se utilizará la figura 3.10 y la ecuación (3-10) así como las relaciones anotadas en la figura; entonces

$$\int_0^{\infty} H_{\text{ex}}(R) \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) dR = \frac{\iint \vec{n} \cdot \vec{n}_i \ln\left[\frac{R(\theta, \phi, \psi)}{R_0}\right] d\Omega dA}{\iint \vec{n} \cdot \vec{n}_i d\Omega dA} \quad (3-29)$$

$$\int_0^{\infty} H_{\text{ex}}(R) \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) dR = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \sin^2 \theta \cos \psi \ln\left[\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \psi}}{\sin \theta}\right]}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \sin^2 \theta \cos \psi}$$

haciendo $x = \sin \psi$, $y = \sin \theta$ se obtiene

$$\int_0^{\infty} H_{\text{ex}}(R) \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) dR = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta d\theta \int_{-1}^1 \ln(1-x^2)^{\frac{1}{2}} dx - \int_{-1}^1 \frac{y^2 \ln y}{\sqrt{1-y^2}} dy \int_{-1}^1 dx \right]$$

ya que las integrales del denominador dan por resultado $\frac{\pi}{2}$.

La evaluación de las integrales da por resultado

$$\int_0^{\infty} H_{\text{ex}}(R) \ln \left(\frac{R}{R} \right) dR = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \ln(1-x^2)^{\frac{1}{2}} dx - \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{y^2 \ln y}{\sqrt{1-y^2}} dy$$

$$= \frac{1}{2} (2 \ln 2 - 2) - \frac{4}{\pi} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4} \ln 2 \right)$$

$$= -2 \ln 2 + \frac{3}{2} = -0.1137 \quad (3-30)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3-28) y (3-30) en la ecuación (3-27) se obtiene

$$\frac{d}{dn} \ln(n!) - \ln(n+1) = -0.1137 \quad (3-31)$$

y empleando la gráfica de la Fig. 3.9 para determinar n , se obtiene

$$n = 3.58 \quad (3-32)$$

Sustituyendo este valor del parámetro geométrico en la ecuación (3-26) se obtiene la siguiente expresión

$$P_{F0} = \frac{1}{2R_0 \Sigma_t} \left[1 - \left(1 + \frac{R_0 \Sigma_t}{2.29} \right)^{-4.58} \right] \quad (3-33)$$

Esta es la aproximación de Sauer para P_{F0} la cual da un error menor de 1% con respecto al valor exacto.

3.5 APROXIMACION DE AMOUYAL Y BENOIST PARA LA PROBABILIDAD DE ESCAPE TOTAL DE UNA BARRA DE COMBUSTIBLE.

Amouyal y Benoist han calculado esta aproximación⁽¹¹⁾ considerando que la densidad de fuente Q en la barra de combustible es uniforme e isotrópica y que la probabilidad de absorción total $(1 - P_F)$ puede dividirse en tres partes:

1. La probabilidad de que un neutrón de fuente sea absorbido en la primera interacción.

$$= (1 - \delta) P_{a1}$$

donde

$$\delta = \frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} \text{ y } P_{a1} = 1 - P_{F0}$$

siendo Σ_s^0 y Σ_t^0 las secciones eficaces macroscópicas de dispersión y total respectivamente del combustible, y P_{a1} y P_{F0} la probabilidad de absorción en la primera interacción y la probabilidad de escape sin interacción respectivamente para la barra de combustible.

2. La probabilidad de que un neutrón de fuente, después de haber tenido una primera dispersión en la barra

de combustible sea absorbido en la barra después de un número cualquiera de dispersiones en la barra.

$$= (1 - P_F) \delta$$

3. Como resultado de la difusión de los neutrones de fuente en la barra de combustible, se establece en ésta una densidad neutrónica isotrópica pero no uniforme dada por

$$N(r) = \int_0^{R_0} Q K_c(r'+r) \cdot 2\pi r' dr'$$

donde $K_c(r'+r)$ es el "kernel" de difusión para una cáscara cilíndrica situada en r' .

Puesto que la expresión analítica para $K_c(r'+r)$ es complicada ya que resulta en términos de las funciones de Bessel modificadas (12) Amouyal y Benoist, en base al valor medio obtenido para la densidad neutrónica:

$\bar{N}(r) = Q\delta(1 - P_{a1})$, dan un valor suficientemente aproximado para $N(r)$ pero que tiene una forma analítica sencilla, esta expresión es (13)

$$N_a(r) = Q\delta(1 - P_{a1} - L)$$

donde L es una función del parámetro $R_0 \Sigma_t$, como se indica en la gráfica de la Fig. 3.11

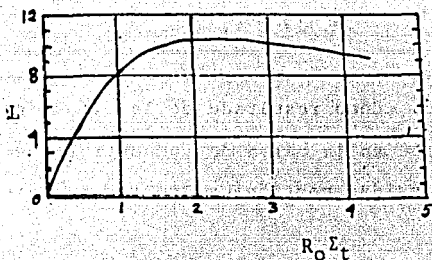


Fig. 3.11 Gráfica de la función L (14)

Entonces, la probabilidad P_a de que un neutrón procedente de la fuente $N_a(r)$ sea absorbido en la barra de combustible después de un número cualquiera de dispersiones en la misma barra se divide a su vez en dos partes:

La probabilidad de que un neutrón procedente de $N_a(r)$ sea absorbido en la primera interacción

$$= \delta (1 - \delta) P_{a1} (1 - P_{a1} - L)$$

y la probabilidad de que un neutrón procedente de $N_a(r)$ - después de haber tenido una primera dispersión en la barra sea absorbido en ésta después de un número cualquiera de dispersiones en la misma barra:

$$= \delta^2 P_{a1} (1 - P_{a1} - L) (1 - P_F)$$

Entonces, la probabilidad de que un neutrón originado uniforme e isotrópicamente en la barra de combustible sea absorbido después de un número cualquiera de dispersiones resulta (15)

$$1 - P_F = (1 - \delta) P_{a1} + \delta (1 - P_F) - \delta (1 - \delta) \times \\ \times P_{a1} (1 - P_{a1} - L) - \delta^2 P_{a1} (1 - P_{a1} - L) (1 - P_F)$$

de donde

$$P_F = \frac{(1 - \delta) (1 - P_{a1}) + \delta P_{a1} (1 - P_{a1} - L)}{(1 - \delta) + \delta^2 P_{a1} (1 - P_{a1} - L)} \quad (3-34)$$

que puede escribirse como

$$P_F = \frac{1 - P_{a1}}{1 - \delta P_{a1}} (1 - \epsilon) \quad (3-35)$$

donde

$$\epsilon = \frac{\delta (1 - \delta) P_{a1} L}{(1 - P_{a1}) \left[1 - \delta + \delta^2 P_{a1} (1 - P_{a1} - L) \right]} \quad (3-36)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta (1 - \delta) P_{a1} L}{(1 - P_{a1}) (1 - \delta P_{a1}) \left[1 - \delta (1 - P_{a1}) \right]} \quad (3-38)$$

ya que para los casos usuales (13)

$$\delta^2 P_{a1} L \leq 1 - \delta + \delta^2 P_{a1} (1 - P_{a1})$$

Después de sustituir la ecuación (3-38) en la ecuación (3-36) y empleando la definición de

$$\delta = \frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} \quad \text{se obtiene}$$

$$\frac{1}{P_F} = 1 + \frac{\Sigma_a^0}{\Sigma_t^0} \left\{ A \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} + \beta \left(\frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} \right)^2 \right] + R_0 \Sigma_t^0 \right\}$$

donde

(3-39)

$$A = \frac{1 - P_{Fo}}{P_{Fo}} - R_0 \Sigma_t \quad (3-40)$$

$$\alpha = \frac{1 - P_{Fo}}{P_{Fo}^2} \left(\frac{L}{\Lambda} \right) \quad (3-41)$$

$$\beta = \frac{1 - P_{Fo}}{P_{Fo}} \left(\frac{L}{\Lambda} \right) \quad (3-42)$$

En la Fig. 3.12 están representadas las gráficas de α y β como funciones de $R_0 \Sigma_t^0$

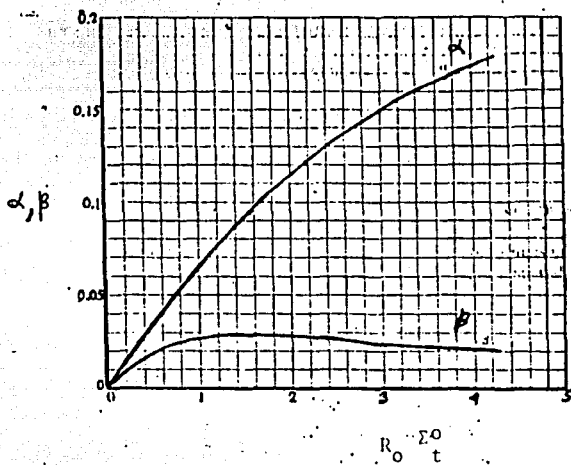


Fig. 3.12 Gráficas de los parámetros α y β como funciones de $R_0 \Sigma_t^0$ (16)

La expresión para P_F dada por la ecuación (3-39) se empleará para calcular el factor de utilización térmica para un reactor heterogéneo, ya que esta expresión es adecuada para cálculos numéricos.

3.6 CALCULO DE LA PROBABILIDAD DE ESCAPE P_{FO} PARA UNA BARRA DE COMBUSTIBLE SITUADA EN UNA RETICULA

En un reactor heterogéneo, las barras de combustible están colocadas formando una retícula. En estas condiciones un neutrón que escape de una barra puede no tener su siguiente interacción en el moderador, sino en alguna otra barra. Para tomar en cuenta estas posibles interacciones en el cálculo de P_{FO} para una barra situada en una retícula, se considera un haz de neutrones con dirección \vec{n} , (Fig. 3.13), que pasa alternativamente a través del combustible y del moderador atravesando varias celdas de la retícula.

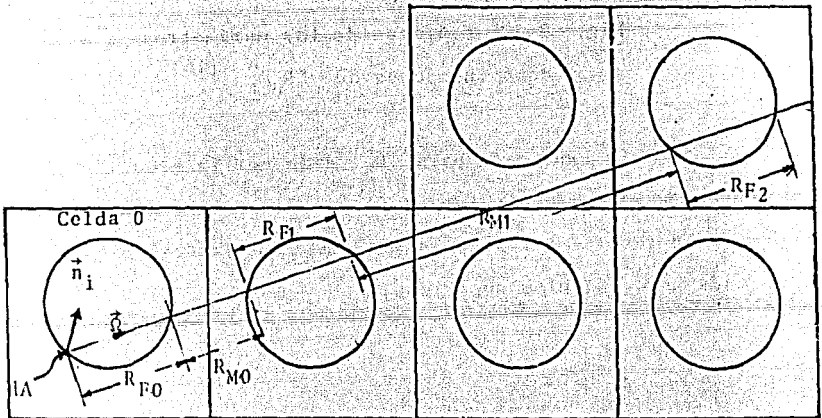


Fig. 3.13 Trayectoria de interacción de un neutrón en una retícula.

La probabilidad de que un neutrón recorra la distancia R_{Fi} en el combustible sin tener ninguna interacción es

$$G_{Fi} = \exp(-\Sigma_t^0 R_{Fi})$$

La probabilidad de que un neutrón recorra la distancia R_{Mj} en el moderador sin tener ninguna interacción es

$$G_{Mj} = \exp(-\Sigma_t^1 R_{Mj})$$

donde R_{Fi} y R_{Mj} son las distancias sucesivas en el combustible y en el moderador situadas sobre la prolongación de la cuerda R_{Fo} y Σ_t^0 y Σ_t^1 son las secciones eficaces macroscópicas totales del combustible y del moderador, respectivamente.

Siguiendo un procedimiento análogo al empleado en la derivación de la ecuación (3-9) se tiene:

Número de neutrones originados en R_{Fo} $\vec{n} \cdot \vec{n}_i dA d\Omega$ que escapan de la barra de combustible de la celda (0) por unidad de tiempo y alrededor de la dirección \vec{n} en la diferencial de ángulo sólido $d\Omega$

$$= \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}_i}{\Sigma_t^0} Q (1 - G_{Fo}) dA d\Omega$$

donde \vec{n} , \vec{n}_i , dA y $d\Omega$ son un vector unitario en la dirección de R_{F0} ; un vector unitario perpendicular a la superficie de la barra, la diferencial de área sobre la superficie de la barra y la diferencial de ángulo sólido alrededor de \vec{n} respectivamente.

La probabilidad de que un neutrón, después de escapar de la barra de combustible de la celda (0), tenga su primera interacción en el moderador, en alguna de las distancias R_{Mj} es:

$$1 - G_{M0} + G_{M0} G_{M1} (1 - G_{M1}) + G_{M0} G_{F1} G_{M1} G_{F2} (1 - G_{M2}) + \dots$$

Por consiguiente, el número de neutrones originados en la barra de combustible de la celda (0) que después de escapar de la barra tienen su primera interacción en el moderador es, por unidad de tiempo

$$\iint_{S} \frac{\vec{n} \cdot \vec{n}_i}{4\pi} \frac{Q}{\Sigma_t^F} (1 - G_{F0}) \left[1 - G_{M0} + G_{M0} G_{F1} (1 - G_{M1}) + G_{M0} G_{F1} G_{M1} G_{F2} \times \right. \\ \left. \vec{n} \cdot \vec{n}_i > 0 \quad \times (1 - G_{M2}) + \dots \right] dA \, d\Omega$$

Dividiendo esta expresión entre la rapidez total de generación de neutrones en la barra de combustible, se obtiene la probabilidad P_{F0}^* de que un neutrón originado en una barra de combustible situada en una retícula escape

de la barra y tenga su primera interacción en el moderador.
Entonces:

$$P_{F0}^* = \frac{1}{4\pi V_0 \Sigma_t^0} \int_S dA \int_{\substack{\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i > 0 \\ \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i < 0}} \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i (1-G_{F0}) \left[1-G_{M0} + G_{M0} G_{F1} (1-G_{M1}) + \right. \\ \left. + G_{M0} G_{F1} G_{M1} G_{F2} (1-G_{M2}) + \dots \right] d\Omega \quad (3-43)$$

Para poder evaluar esta integral se definen las probabilidades promedio $\langle G_F \rangle$ y $\langle G_M \rangle$ sobre todas las longitudes de cuerda que corresponden a diferentes posiciones de dA y diferentes direcciones $\vec{\Omega}$, es decir:

$$\langle G_F \rangle = \int G_{F1} H_F(R) dR \quad (3-44)$$

$$\langle G_M \rangle = \int G_{Mj} H_M(R) dR \quad (3-45)$$

donde $H_F(R)$ y $H_M(R)$ son las funciones de distribución de cuerda de la barra de combustible y del moderador en una celda unitaria, respectivamente.

Tomando en cuenta las ecuaciones (3-44) y (3-45) y haciendo la aproximación de que el promedio del producto

de los factores en la ecuación (3-43) es igual al producto de los promedios de los factores, y empleando el paréntesis triangular para indicar promedios se obtiene.

$$\begin{aligned}
 P_{F_0}^* &= \frac{1}{R_F \Sigma_t^F} \left\{ \left[1 - \langle G_F \rangle \right] \left[1 - \langle G_M \rangle + \langle G_M \rangle \langle G_F \rangle (1 - \langle G_M \rangle) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (\langle G_M \rangle \langle G_F \rangle)^2 (1 - \langle G_M \rangle) + \dots \right] \right\} \\
 &= \frac{[1 - \langle G_F \rangle] \langle [1 - \langle G_M \rangle] \rangle}{R_F \Sigma_t^F [1 - \langle G_F \rangle \langle G_M \rangle]} \\
 &= \frac{P_{F_0} [1 - \langle G_M \rangle]}{1 - \langle G_M \rangle [1 - R_F \Sigma_t^F P_{F_0}]} \quad (3-46)
 \end{aligned}$$

ya que:

$$P_{F_0} = \frac{1}{R_F \Sigma_t^F} [1 - \langle G_F \rangle], \text{ de acuerdo con --}$$

las ecuaciones (3-14) y (3-44)

La probabilidad de transmisión promedio para el moderador $\langle G_M \rangle$ evaluada en la celda unitaria se conoce como el factor de Dancoff C y está definida por

$$C = \langle G_M \rangle = \int_0^{\infty} H_M(R) \exp(-\Sigma_t^1 R) dR \quad (3-47)$$

Si en la ecuación (3-46) se sustituye la aproximación racional para P_{Fo} dada por la ecuación (3-15), se obtiene

$$P_{Fo}^{*r} = \frac{1}{1 + \frac{R_o \Sigma_t^o}{1-C}} \quad (3-48)$$

Comparando la ecuación (3-48) con la ecuación (3-15) se observa que en la aproximación racional para P_{Fo}^{*r} la introducción del factor de Dancoff implica aumentar la longitud media de la cuerda por el factor $1/(1 - C)$ o a disminuir el área superficial de la barra de combustible en el factor $(1 - C)$.

En la tabla 3.2 están tabulados los valores exactos y los obtenidos con la aproximación racional para P_{Fo}^* para barras de combustible de diversos diámetros en una retícula cuadrada moderada con H_2O en la que el volumen del combustible es igual al volumen del agua.

Tabla 3.2 Valores Exacto y Aproximado para P_{Fo}^* para barras de Combustible en una Reticula Cuadrada. (17)

Diámetro de la Barra (pulgadas)	$\bar{R}_F \Sigma_t^F$	C	P_{Fo}^* (exacto)	P_{Fo}^* (ecuación 3-46)
0.25	0.5	0.464	0.572	0.571
0.25	1	0.464	0.397	0.393
0.25	6	0.464	0.088	0.088
0.60	0.5	0.208	0.691	0.689
0.60	1	0.208	0.522	0.520
0.60	6	0.208	0.133	0.130

La aproximación racional para P_{Fo}^* se empleará en el cálculo de la probabilidad de escape a la resonancia para un reactor heterogéneo en el capítulo IV.

3.7 APROXIMACION DE SAUER PARA EL FACTOR DE DANCOFF EN -- RETICULAS EXAGONALES Y CUADRADAS

Para poder calcular el factor de Dancoff dado por la ecuación (3-47) es necesario conocer la forma analítica de la función de distribución de cuerda para el moderador. La función aproximada dada por Sauer es (18)

$$H_M^{(t)}(R) dR = \begin{cases} 0 & R < t \\ \exp \left[- \left(\frac{R-t}{\bar{R}_1-t} \right) \right] d \left(\frac{R-t}{\bar{R}_1-t} \right) & R \geq t \end{cases}$$

(3-49)

donde R_1 es la longitud de cuerda promedio en el moderador y donde el parámetro geométrico t es la distancia más corta entre dos barras de combustible adyacentes, Fig. 3.14

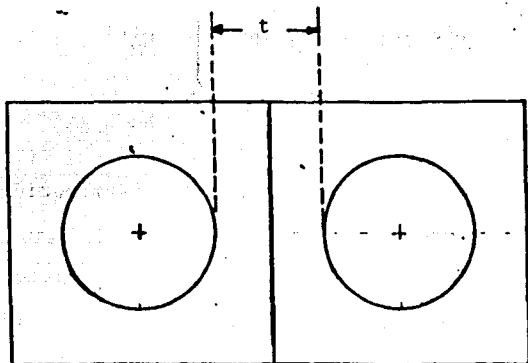


Fig. 3.14 Parámetro geométrico t de la función de distribución de cuerda del moderador.

Después de sustituir la ecuación (3-49) en la ecuación (3-47) se obtiene

$$C = \frac{\exp(-\tau \Sigma_t^1 R_1)}{1 + (1 - \tau) \Sigma_t^1 R_1} \quad (3-50)$$

donde

$$\tau = \frac{t}{R_1}$$

El parámetro geométrico se obtiene a partir de la igualdad entre los momentos logarítmicos exacto y aproximado para el moderador (18)

$$\int_0^{\infty} H_M^{\text{ex}}(R) \ln \left(\frac{R}{R} \right) dR = \int_0^{\infty} H_M^{(t)}(R) \ln \left(\frac{R}{R} \right) dR \quad (3-51)$$

donde $H_M^{\text{ex}}(R)$ es la función de distribución de cuerda exacta para el moderador.

Empleando la ecuación (3-49) el momento logarítmico aproximado resulta.

$$\int_t^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{R-t}{R_1-t} \right) \right] \ln \left(\frac{R}{R_1} \right) \left[\frac{1}{R_1-t} \right] dR$$

$$= \ln \tau + \exp \left(\frac{\tau}{1-\tau} \right) E_1 \left(\frac{\tau}{1-\tau} \right)$$

donde

(3-52)

$$E_1(z) = \int_z^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$

En la Fig. 3.15 está mostrada la gráfica de la ecuación (3-52) obtenida por Sauer. (18)

El momento logarítmico exacto para el caso de --
 una retícula cuadrada se obtiene aplicando la ecuación --
 (3-29); solo que en este caso, de acuerdo con la Fig. 3.16
 se tiene:

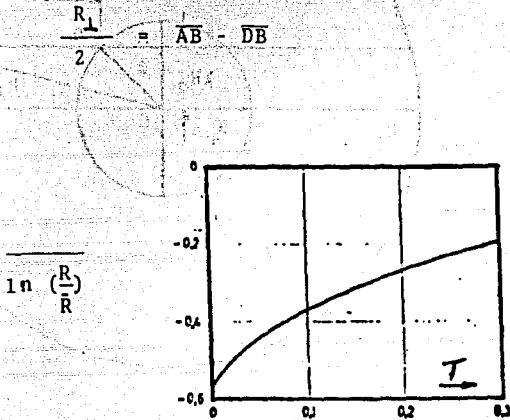


Fig. 3.15 Dependencia del momento logarítmico de la función de distribución de -- cuerda del moderador del parámetro geométrico τ de acuerdo con la ecuación (3-52) (18)

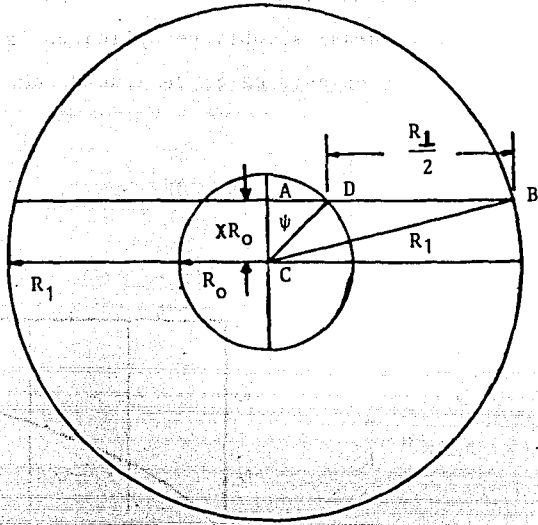


Fig. 3.16 Proyección de una cuerda típica de la región del moderador en una celda unitaria equivalente.

del triángulo ABC

$$AB = \sqrt{R_1^2 - x^2 R_0^2}$$

y del triángulo ADC

$$DB = \sqrt{R_0^2 - x^2 R_0^2}$$

Por consiguiente:

$$R_1 = 2 \left[\sqrt{R_1^2 - X^2 R_0^2} - \sqrt{R_0^2 - X^2 R_0^2} \right]$$

En términos de los volúmenes del combustible V_0 y del moderador V_1 en la celda unitaria equivalente se obtiene

$$\begin{aligned} R_1 &= 2R_0 \left[\sqrt{\frac{R_1^2}{R_0^2} - X^2} - \sqrt{1 - X^2} \right] \\ &= 2R_0 \left[\sqrt{\frac{R_1^2 - R_0^2}{R_0^2} - X^2} - \sqrt{1 - X^2} \right] \\ &= 2R_0 \left[\sqrt{\frac{V_1}{V_0} - X^2 + 1} - \sqrt{1 - X^2} \right] \end{aligned}$$

además, el valor de R obtenido por Sauer (18) es

$$R_1 = 2R_0 \frac{V_0}{V_1}$$

por consiguiente

$$\frac{R_1}{R_1} = \frac{V_0}{V_1} \left[\sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1 - X^2} - \sqrt{1 - X^2} \right]$$

(3-53)

y entonces

$$\int_0^{\infty} H_M^{ex} (R) \ln \left(\frac{R}{R_1} \right) dR =$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-1}^1 dX \left\{ \ln \left[\frac{V_0}{V_1} \sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1 - X^2} - \sqrt{1 - X^2} \right] - \ln \sin \theta \right\} \sin^2 \theta$$

(3-54)

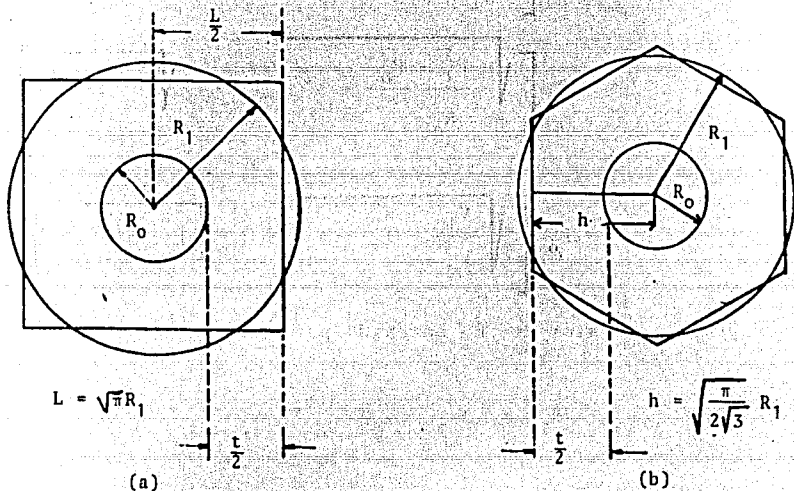


Fig. 3.17 Cálculo del parámetro geométrico t - del factor de Dancoff (a) para una redicula cuadrada (b) para una redicula exagonal.

Por otra parte de la figura 3.17 (a) se obtiene

ne

$$\frac{t}{2} = \frac{L}{2} - R_0$$

$$\begin{aligned}
 \frac{t}{2} &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} R_1 - R_0 \\
 t &= 2 R_0 \left[\sqrt{\frac{\pi}{4}} \frac{R_1}{R_0} - 1 \right] \\
 &= 2 R_0 \left[\sqrt{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{R_1^2 - R_0^2}{R_0^2} + 1} - 1 \right] \\
 &= 2 R_0 \left[\sqrt{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1} - 1 \right] \\
 \frac{t}{R_1} &= \frac{V_0}{V_1} \left[\sqrt{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1} - 1 \right] \quad (3-55)
 \end{aligned}$$

Así mismo, para la retícula exagonal de la Fig. 3.17 (b) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{t}{2} &= h - R_0 \\
 &= \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}} R_1 - R_0 \\
 &= 2 R_0 \left[\sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}} \frac{R_1}{R_0} - 1 \right]
 \end{aligned}$$

y

$$\frac{t}{R_1} = \frac{V_0}{V_1} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}} \sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1} - 1 \right] \quad (3-56)$$

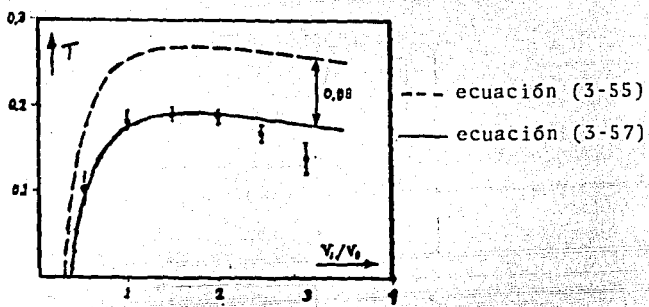


Fig. 3.18 Gráficas del parámetro geométrico del factor de Dancoff en función de la razón V_1/V_0 (18)

En la Fig. 3.18 están representados diversos valores de T correspondientes a diversos valores de V_1/V_0 calculados evaluando el momento logarítmico exacto por integración numérica de la ecuación (3-54) y empleando la ecuación (3-51) y la gráfica de la Fig. 3.15, estos valores están representados por (18). En esta figura también está representada la gráfica de la ecuación (3-55). Se observa que esta gráfica tiene aproximadamente la misma forma que la gráfica que pasa por los puntos (18). Puesto

que para valores de interés de V_1/V_0 esta gráfica se encuentra desplazada en 0.08, la ecuación que mejor representa la relación entre τ y V_1/V_0 para retículas cuadradas es

$$\tau_c = \frac{V_0}{V_1} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{4} \sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1} - 1 \right] - 0.08 \quad (3-57)$$

Para retículas hexagonales, Sauer (18) obtiene por el mismo método la relación.

$$\tau_e = \frac{V_0}{V_1} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}} \sqrt{\frac{V_1}{V_0} + 1} - 1 \right] - 0.12 \quad (3-58)$$

En la tabla 3.3 se encuentran tabulados los valores de $1 - C$ obtenidos con la aproximación racional para C dada por la ecuación (3-50) con $\tau = 0$, con la aproximación de Sauer dada por la ecuación (3-50) con τ dado por las ecuaciones (3-57) y (3-58) y con C obtenido por el método de Monte Carlo. (18)

Se observa en esta tabla que la aproximación de Sauer da valores de $1 - C$ suficientemente precisos, en tanto que la aproximación racional presenta errores hasta de 15%.

Hasta aquí se ha calculado el factor de Dancoff-

considerando una celda aislada, el valor efectivo de $1 - C$ obtenido por Levine considerando la retícula es

$$(1 - C)_{ef} = \frac{1 - C}{1 + 0.1 C} \quad (3-59)$$

Tabla 3.3 Factor de Dancoff Calculado por Diversos Métodos (18)

Configuración.	V_1/V_0	ecuaciones (3-57) (3-58)	diámetro de la barra $2R_0$ (pulgadas)	$\Sigma_t R_1$	Factor de Dancoff		
					Racional $\tau = 0$	Ecuación (3-50)	Montecarlo
Cuadrada	0.273	-	0.25	0.2587	0.206	0.202	0.200 + 0.005
			0.60	0.6207	0.383	0.358	0.362 + 0.001
	0.06	0.122	0.25	0.5685	0.362	0.378	0.372 + 0.001
			0.60	1.3643	0.577	0.615	0.609 + 0.003
	1.0	0.173	0.25	0.9474	0.486	0.524	0.521 + 0.002
			0.60	2.2738	0.695	0.764	0.778 + 0.005
3.0	0.178	0.25	2.8423	0.740	0.819	0.826 + 0.006	
		0.60	6.8214	0.872	0.955	0.976 + 0.009	
Exagonal	1.0	0.227	0.25	0.9474	0.486	0.534	0.526 + 0.002
			0.60	2.2738	0.695	0.784	0.783 + 0.005
	3.0	0.182	0.25	2.8423	0.740	0.821	0.821 + 0.006
			0.60	6.8214	0.872	0.956	0.960 + 0.011

Las expresiones analíticas derivadas para P_{F0} , P_F , P_{F0}^* y C y que son adecuadas para cálculos numéricos se emplearán en el siguiente capítulo para calcular los parámetros que intervienen en el cálculo de la constante de multiplicación infinita de un reactor heterogéneo.

3.8 REFERENCIAS

1. George I. Bell and Samuel Glasstone "Nuclear Reactor-Theory" Van Nostrand Reinhold Company, 1970 p. 108.
2. Kenneth M. Case and P.F. Zweifel: "Linear Transport Theory", Addison - Wesley Publishing Company Inc. p. 51.
3. P.A.M. Dirac: "Approximate Rate of Neutron Multiplication for a Solid of Arbitrary Shape and Uniform Density" Declassified British Report MS - D - 5 part - I, 1943.
4. Wigner E.P. J. Appl. Phys. 2,254-271 (1955)
5. Case K.M., F. de Hoffman, and G. Placzek: "Introduction to the theory of Neutron Diffusion". U.S. Government Printing Office, 1953, p. 33
6. Robert V. Meghreblian and David K. Holmes "Reactor --

Analysis" Mc Graw - Hill 1960 p. 671

7. P.F. Zweifel: "Reactor Physics" Mc Graw-Hill Book - Company 1973 p. 166
8. A. Sauer: "Approximate Escape Probabilities" Nuclear Science and Engineering 16, 329 - 335 (1963).
9. Ref. 8, p. 330
10. Ref. 8, p. 331
11. A. Amouyal et P. Benoist: "Nouvelle Methode de Determination du Facteur D'utilisation Thermique D'une - Ce llule". Rapport C.E.A. No. 571 (1956).
12. Ref. 11 p. 9.
13. Ref 11 p. 12
14. Ref 11 p. 34
15. Ref. 11 p. 10
16. John R. Lamarsh: "Introduction to Nuclear Reactor -- theory", Addison - Wesley Publishing Company Inc. -- 1966 p. 387
17. Ref. 7, p. 167
18. Ref. 8, p. 334
19. Melvin M. Levine: Nuclear Science and Engineering 16, 271 - 279 (1963)

C A P I T U L O I V

CALCULO DE LA CONSTANTE DE MULTIPLICACION INFINITA DE UN REACTOR TERMICO HETEROGENEO.

4.0 PROCEDIMIENTO DE CALCULO DE LA CONSTANTE DE MULTIPLICACION INFINITA.

En un reactor heterogéneo es posible definir la constante de multiplicación infinita de la misma manera - que para un reactor homogéneo ⁽¹⁾, es decir

$$k_{\infty} = \eta_T f p \epsilon \quad (4-1)$$

donde η_T es el número promedio de neutrones de fisión emitidos por cada neutrón térmico absorbido en el combustible, f es el factor de utilización térmica, p la probabilidad - de escape a la resonancia y ϵ el factor de fisión rápida.

Aunque cada uno de estos parámetros tiene esencialmente el mismo significado que para un reactor homogéneo, no pueden calcularse, excepto η_T , de la misma manera que para un reactor homogéneo.

Así, el factor de utilización térmica f se calculará empleando las probabilidades de escape P_{FO} y P_F ya calculadas en el capítulo III. Una vez calculado f se podrá calcular el factor de desventaja del moderador. También se calculará el factor de desventaja del encamisado. Estos factores de desventaja monoenergéticos se calcularán para cada grupo de energía del código SOFOCATE tratado en el capítulo II, para calcular las secciones eficaces macroscópicas térmicas de absorción y de fisión, así como el coeficiente de difusión promediados sobre un flujo de Wigner-Wilkins o sobre un flujo Maxwelliano para un reactor heterogéneo de potencia moderado con H_2O , utilizando el código SOFOCATE.

Así mismo, se calculará la probabilidad de escape a la resonancia, el factor de utilización rápida, el factor de autoblandaje, el "factor de ventaja" y el factor de fisión rápida empleando la probabilidad de escape P_{FO} y el factor de Dancoff.

Introduciendo los parámetros rápidos heterogéneos en el código MUFT-IV, se podrán calcular los parámetros rápidos de un reactor heterogéneo de potencia moderado con H_2O .

En este método de cálculo de los parámetros rápidos y térmicos desarrollado por Strawbridge (2) está basado el código LEOPARD (3) que se describirá en el capítulo VI.

4.1 ETA

El factor η_T está definido como el número promedio de neutrones de fisión emitidos por cada neutrón térmico absorbido en el combustible.

Si el combustible consiste de una mezcla de isótopos ffsiles y no-ffsiles η_T está dado por

$$\eta_T = \frac{\sum v^j \bar{\Sigma}_f^j}{\Sigma_a} \quad (4-2)$$

donde v^j es el número promedio de neutrones emitidos por cada fisión térmica que ocurre en el isótopo j , $\bar{\Sigma}_f^j$ es la sección eficaz macroscópica térmica promedio de fisión para el isótopo j y Σ_a es la sección eficaz macroscópica térmica promedio de absorción para la mezcla de combustible. Para el caso del UO_2 η_T está dada por

$$\eta_T = \frac{v^{25} N^{25} \bar{\sigma}_f^{25}}{N^{25} \bar{\sigma}_a^{25} + N^{28} \bar{\sigma}_a^{28}} \quad (4-3)$$

donde los índices 25 y 28 se refieren a U^{235} y U^{238} respectivamente

tivamente. En la Fig. 4.1 se presentan las gráficas de η_T y σ_a para el Uranio como función del enriquecimiento.

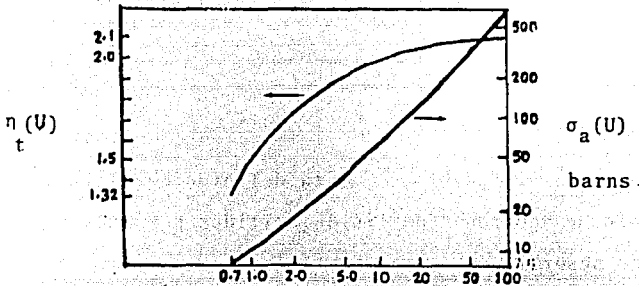


Fig. 4.1 η_T y la sección eficaz microscópica de absorción del Uranio como función del enriquecimiento (4)

4.2 CALCULO DEL FACTOR DE UTILIZACION TERMICA POR EL METODO DE WIGNER-SEITZ.

El factor de utilización térmica f , está definido como la razón de la rapidez de absorción de neutrones térmicos en el combustible a la rapidez de absorción total de neutrones térmicos en el combustible y en el moderador dentro el reactor, entonces:

$$f = \frac{\int_{V_0} \Sigma_a^0 \phi_0(\vec{r}) dV}{\int_{V_0} \Sigma_a^0 \phi_0(\vec{r}) dV + \int_{V_1} \Sigma_a^1 \phi_1(\vec{r}) dV} \quad (4-4)$$

donde las integraciones se extienden a todo el reactor, y Σ_a^0 , Σ_a^1 , ϕ_0 , y ϕ_1 ya han sido definidos en el capítulo III.

Definiendo los flujos promedio en el combustible y en el moderador por

$$\bar{\phi}_0 = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \phi_0(\vec{r}) dV \quad (4-5)$$

$$\bar{\phi}_1 = \frac{1}{V_1} \int_{V_1} \phi_0(\vec{r}) dV \quad (4-6)$$

y considerando que las secciones eficaces son constantes en las respectivas regiones, la ecuación (4-4) queda

$$f = \frac{\Sigma_a^0 V_0}{\Sigma_a^0 V_0 + \Sigma_a^1 V_1 \left(\frac{\bar{\phi}_1}{\bar{\phi}_0}\right)} \quad (4-7)$$

El factor de desventaja del moderador ζ_1 se define como

$$\zeta_1 = \frac{\bar{\phi}_1}{\bar{\phi}_0} \quad (4-8)$$

por consiguiente

$$\zeta_1 = \left(\frac{1}{F} - 1 \right) \frac{V_0 \Sigma_a^0}{V_1 \Sigma_a^1} \quad (4-9)$$

La característica esencial del método de Wigner-Seitz es que una región típica del núcleo del reactor se representa por una celda unitaria equivalente cuyas dimensiones se determinan requiriendo que las razones V_1/V_0 en la celda y en el núcleo completo del reactor sean iguales.

El método de Wigner-Seitz para el cálculo de k implica las siguientes suposiciones:

1. Cualquier región del núcleo del reactor se representa por la celda unitaria equivalente (Fig. 4.2).
2. Todas las dimensiones características del reactor son grandes comparadas con el radio de la celda unitaria equivalente.
3. Existe una fuente uniforme de neutrones térmicos en la región del moderador, pero ningún neutrón se termaliza en la región del combustible, es decir, la densidad de moderación térmica es cero en el combustible.
4. La corriente neta de neutrones es cero en la frontera de la celda.

5. Todos los neutrones térmicos en la celda tienen la misma energía.
6. La teoría de difusión se considera válida en el combustible y en el moderador.

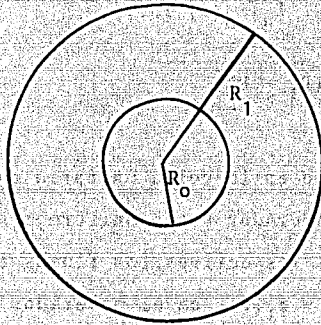


Fig. 4.2 Celda unitaria equivalente de dos regiones

Bajo estas suposiciones el factor de utilización térmica está dado por.

$$f = \frac{\text{Número de neutrones absorbidos en la barra de combustible por unidad de longitud y por unidad de tiempo.}}{\text{Número de neutrones absorbidos por unidad de longitud y por unidad de tiempo en la celda.}}$$

Puesto que la corriente neta de neutrones en la frontera de la celda se supone nula (suposición 4) el número de neutrones absorbidos por unidad de longitud y por unidad de tiempo en la celda es igual al número de neutro-

nes moderados por unidad de longitud y por unidad de tiempo en la celda. Por tanto, si q es la densidad de moderación, f resulta

$$f = \frac{2 \int_0^{R_0} \Sigma_a^0 \phi_0(r) r dr}{q(R_1^2 - R_0^2)} \quad (4-10)$$

Puesto que en la celda unitaria equivalente, el combustible y el moderador están uniformemente distribuidos en sus regiones respectivas, los flujos térmicos en el combustible $\phi_0(r)$ y $\phi_1(r)$ en el moderador tendrán simetría axial, y las ecuaciones de difusión para neutrones térmicos en el combustible y en el moderador quedan

$$D_0 \nabla^2 \phi_0(r) - \Sigma_a^0 \phi_0(r) = 0 \quad 0 < r < R_0 \quad (4-11)$$

$$D_1 \nabla^2 \phi_1(r) - \Sigma_a^1 \phi_1(r) + q = 0 \quad R_0 < r < R_1 \quad (4-12)$$

que pueden escribirse como

$$\nabla^2 \phi_0(r) - \kappa_0^2 \phi_0(r) = 0 \quad (4-13)$$

$$\nabla^2 \phi_1(r) - \kappa_1^2 \phi_1(r) + \frac{q}{D_1} = 0 \quad (4-14)$$

donde $\kappa_{0,1}^2 = \frac{\Sigma_a^{0,1}}{D_{0,1}}$ (4-15)

En coordenadas cilíndricas las ecuaciones (4-13) y (4-14) quedan

$$\frac{d^2}{dr^2} \phi_0(r) + \frac{1}{r} \frac{d\phi_0(r)}{dr} - \kappa_0^2 \phi_0(r) = 0 \quad (4-16)$$

y

$$\frac{d^2}{dr^2} \phi_1(r) + \frac{1}{r} \frac{d\phi_1(r)}{dr} - \kappa_1^2 \phi_1(r) + \frac{q}{D_1} = 0 \quad (4-17)$$

La ecuación (4-16) es la ecuación diferencial de Bessel modificada de orden cero cuyas dos soluciones son $I_0(\kappa_0 r)$ y $K_0(\kappa_0 r)$. Puesto que la función $K_0(\kappa_0 r)$ es singular en $r = 0$ y puesto que $\phi_0(r)$ debe permanecer finito cuando $r \rightarrow 0$, la solución de (4-16) es

$$\phi_0(r) = A_0 I_0(\kappa_0 r) \quad 0 < r < R_0 \quad (4-18)$$

donde A_0 es una constante que debe determinarse a partir de las condiciones en la frontera.

La ecuación (4-17) es también una ecuación de Bessel, pero inhomogénea y por consiguiente la solución es

$$\phi_1(r) = A_1 I_0(\kappa_1 r) + C_1 K_0(\kappa_1 r) + \phi_{1p} \quad (4-19)$$

donde ϕ_{1p} es una solución particular.

Sustituyendo (4-19) en (4-17) se obtiene

$$\phi_{1p} = \frac{q}{\Sigma_a}$$

entonces;

$$\phi_1(r) = A_1 I_0(\kappa_1 r) + C_1 K_0(\kappa_1 r) + \frac{q}{\Sigma_a} \quad (4-20)$$

$$R_0 < r < R_1$$

La condición de corriente cero en la frontera de la celda, aplicando la ley de Fick, da por resultado

$$-D_1 \left[\kappa_1 A_1 I_0'(\kappa_1 r) + \kappa_1 C_1 K_0'(\kappa_1 r) \right]_{r=R_1} = 0$$

donde las primas indican derivadas con respecto a $\kappa_1 r$.

Empleando las identidades

$$\frac{d}{du} I_0(u) = -I_1(u) \quad (4-21)$$

$$\frac{d}{du} K_0(u) = -K_1(u) \quad (4-22)$$

de obtiene

$$C_1 = A_1 \frac{I_1(\kappa_1 R_1)}{K_1(\kappa_1 R_1)}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación (4-20)

se obtiene

$$\phi_1(r) = A_1 \left[K_1(\kappa_1 R_1) I_0(\kappa_1 r) + I_1(\kappa_1 R_1) K_0(\kappa_1 r) \right] + \frac{q}{\Sigma_a}$$

(4-23)

$$\text{donde } A_1' = \frac{A_1}{K_1(\kappa_1 R_1)}$$

Aplicando las condiciones de continuidad del flujo y de la corriente en la superficie de separación combustible - moderador, se obtienen dos ecuaciones simultáneas para A_0 y A_1' cuya solución es (5)

$$\frac{1}{A_0} = \frac{\Sigma_a^1}{q} \left\{ I_0(\kappa_1 R_0) - \frac{D_0 \kappa_0 I_1(\kappa_0 R_0) [I_0(\kappa_1 R_0) K_1(\kappa_1 R_1) + K_0(\kappa_1 R_0) I_1(\kappa_1 R_1)]}{D_1 \kappa_1 [I_1(\kappa_1 R_0) K_1(\kappa_1 R_1) - K_1(\kappa_1 R_0) I_1(\kappa_1 R_1)]} \right\} \quad (4-24)$$

$$y \quad \frac{1}{A_1'} = \frac{\Sigma_a^1}{q} \left\{ \frac{D_1 \kappa_1}{D_0 \kappa_0} \left[I_1(\kappa_1 R_0) K_1(\kappa_1 R_1) - K_1(\kappa_1 R_0) I_1(\kappa_1 R_1) \right] I_0(\kappa_1 R_0) - I_1(\kappa_0 R_0) \left[I_0(\kappa_1 R_0) K_1(\kappa_1 R_1) + K_0(\kappa_1 R_0) I_1(\kappa_1 R_1) \right] \right\} \quad (4-25)$$

Empleando las ecuaciones (4-18) y (4-24) en la ecuación (4-10) se obtiene

$$\frac{1}{F} = \frac{\Sigma_a^1 \kappa_0 (R_1^2 - R_0^2)}{2 \Sigma_a^0 R_0} \left\{ \frac{I_0(\kappa_0 R_0)}{I_1(\kappa_0 R_0)} + \frac{D_0 \kappa_0 \left[I_0(\kappa_1 R_0) K_1(\kappa_1 R_1) + K_0(\kappa_1 R_0) I_1(\kappa_1 R_1) \right]}{D_1 \kappa_1 \left[I_1(\kappa_1 R_1) K_1(\kappa_1 R_0) - K_1(\kappa_1 R_1) I_1(\kappa_1 R_0) \right]} \right\} \quad (4-26)$$

Definiendo las funciones reticulares $F(\kappa_0 R_0)$ y $E(\kappa_1 R_0, \kappa_1 R_1)$ por

$$F(\kappa_0 R_0) = \frac{\kappa_0 R_0 I_0(\kappa_0 R_0)}{2 I_1(\kappa_0 R_0)} \quad (4-27)$$

$$E(\kappa_1 R_0, \kappa_1 R_1) = \frac{\kappa_1 (R_1^2 - R_0^2)}{2 R_0} \left[\frac{I_0(\kappa_1 R_0) K_1(\kappa_1 R_1) + K_0(\kappa_1 R_0) I_1(\kappa_1 R_1)}{I_1(\kappa_1 R_1) K_1(\kappa_1 R_0) - K_1(\kappa_1 R_1) I_1(\kappa_1 R_0)} \right] \quad (4-28)$$

la ecuación (4-22) puede escribirse como

$$\frac{1}{f} = \frac{\sum_a^1 V_1}{\sum_a V_0} F(\kappa_0 R_0) + E(\kappa_1 R_0, \kappa_1 R_1) \quad (4-29)$$

La función $F(\kappa_0 R_0)$ es igual a la razón del flujo en la superficie de la barra de combustible al valor promedio del flujo en la barra, ya que

$$\phi_0(R_0) = A_0 I_0(\kappa_0 R_0)$$

y

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_0 &= \frac{1}{\pi R_0^2} \int_0^{R_0} A_0 I_0(\kappa_0 r) 2\pi r dr \\ &= \frac{2 A_0}{\kappa_0 R_0} I_1(\kappa_0 R_0) \end{aligned} \quad (4-30)$$

por consiguiente

$$\frac{\phi_0(R_0)}{\bar{\phi}_0} = F(\kappa_0 R_0) \quad (4-31)$$

Puesto que $\bar{\phi}_0 < \phi_0(R_0)$, $F(\kappa_0 R_0)$ siempre es mayor que 1. (6)

La función $E(\kappa_1 R_0, \kappa_1 R_1)$ es igual a la razón del número de neutrones absorbidos en exceso en el moderador con respecto al número que sería absorbido si el flujo en el moderador fuera constante e igual a su valor en la superficie del combustible; ya que

$$\begin{aligned}
 & \frac{\pi(R_1^2 - R_0^2) q - 2\pi R_0 J_1(R_0) - \pi(R_1^2 - R_0^2) \Sigma_a^1 \phi_1(R_0)}{\int_0^{R_0} \phi_0(r) 2\pi r dr} \\
 &= \frac{(R_1^2 - R_0^2) [q - \Sigma_a^1 \phi_1(R_0)] - 2A_0 D_0 \kappa_0 R_0 I_1(\kappa_0 R_0)}{2A_0 D_0 \kappa_0 R_0 I_1(\kappa_0 R_0)} \\
 &= \frac{(R_1^2 - R_0^2) [q - \Sigma_a^1 \phi_1(R_0)]}{2A_0 D_0 \kappa_0 R_0 I_1(\kappa_0 R_0)} - 1 = E - 1 \quad (4-32)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo la ecuación (4-29) en la ecuación (4-9) se obtiene

$$\zeta_1 = F(\kappa_0 R_0) + \frac{V_0 \Sigma_a^0}{V_1 \Sigma_a^1} [E(\kappa_0 R_0, \kappa_1 R_1) - 1] \quad (4-33)$$

Puesto que en un reactor térmico heterogéneo, los neutrones térmicos se originan en la región del moderador y casi todos son absorbidos por el combustible debido a que su sección eficaz de absorción es mucho mayor que la

del moderador, existe una corriente neta de neutrones desde el moderador hacia el combustible en la celda unitaria; y puesto que, de acuerdo con la ley de Fick, la dirección de la corriente es la dirección en que decrece el flujo, se deduce que el flujo térmico promedio en el combustible es menor que el flujo térmico promedio en el moderador y por consiguiente β_1 es menor que la unidad. Este efecto está mostrado en la figura 4.3 donde se observa que el flujo presenta una "depresión" la cual está relacionada con el valor del factor de desventaja.

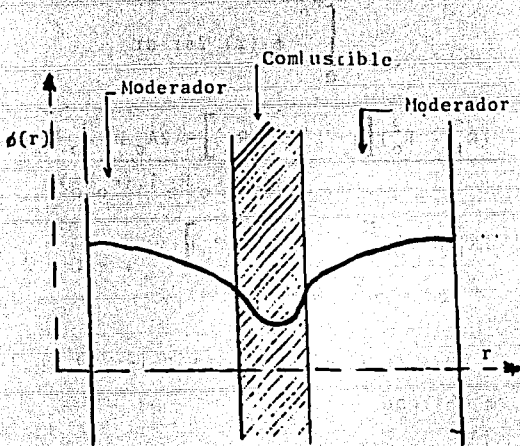


Fig. 4.3 Variación del flujo de neutrones en una celda unitaria.

La expresión obtenida para el factor de utilización térmica empleando la teoría de difusión es una primera aproximación. Con objeto de obtener una expresión más precisa para f y por tanto para el factor de desventaja se

empleará un método basado en probabilidades de escape.

4.3 CALCULO DEL FACTOR DE UTILIZACION TERMICA POR EL METODO DE AMOUYAL, BENOIST Y HOROWITZ (ABH). (7)

En este método la celda unitaria se considera formada también por el combustible y el moderador, pero se supone que existe un vacío entre el combustible y el moderador Fig. 4.4.

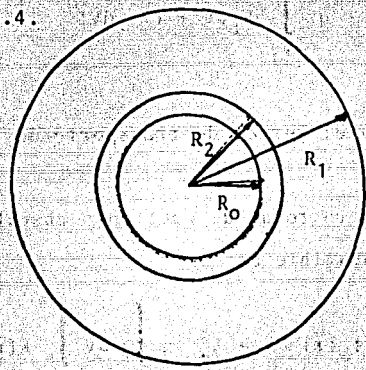


Fig. 4.4 Celda unitaria equivalente de tres regiones

Además, las suposiciones 1 a 5 del método de Wigner - Seitz siguen siendo válidas, pero la suposición 6 se sustituye por otras mas precisas:

- 6a. La teoría de difusión sólo es válida en el moderador.
- 6b. La condición de frontera en R_2 es

$$\left[\frac{1}{\phi_1(r)} \frac{d\phi_1(r)}{dr} \right]_{r=R_2} = \frac{\Sigma_t^1}{\lambda} \tag{4-34}$$

donde λ es una longitud de extrapolación dada por la ecuación (1-33).

Si \vec{r} y \vec{r}' son puntos cualesquiera en el combustible y en el moderador, respectivamente, el flujo $\phi_0(\vec{r})$ en el punto \vec{r} en el combustible debido a los neutrones que son termalizados en el moderador es

$$\phi_0(\vec{r}) = q \int_{V_1} K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV'$$

donde $K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}')$ el kernel de transporte de la celda.

El número total de neutrones absorbidos por segundo en el combustible es

$$\Sigma_a^0 \int_{V_0} \phi_0(\vec{r}) dV = \Sigma_a^0 q \int_{V_0} dV \int_{V_1} K(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV'$$

dividiendo esta expresión entre el número total de neutrones absorbidos en la celda, qV_1 , se obtiene el factor de utilización térmica

$$f = \frac{\Sigma_a^0}{V_1} \int_{V_0} dV \int_{V_1} K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV' \quad (4-35)$$

Aplicando el teorema de reciprocidad se obtiene

$$f = \frac{\Sigma_a^0}{V_1} \int_{V_1} dV' \int_{V_0} K_t(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}) dV \quad (4-36)$$

en esta ecuación, f está ahora en términos de una integral sobre fuentes en el combustible, y así, la situación física original en que los neutrones van del moderador al combustible ha sido reemplazada por otra en que los neutrones van del combustible al moderador y son absorbidos por éste. Por otra parte, de la ecuación (3-3) se obtiene

$$P_{FM} = \frac{\Sigma_a^1}{V_0} \int_{V_1} dV' \int_{V_0} K_t(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}) dV \quad (4-37)$$

Además, P_{FM} puede considerarse como el producto de la probabilidad P_F de que un neutrón originado uniforme e isotrópicamente en la barra de combustible escape de ésta, por la probabilidad P_M^{ab} de que una vez que ha escapado del combustible, sea absorbido por el moderador, es decir

$$P_{FM} = P_F P_M^{ab} \quad (4-38)$$

De las ecuaciones (4-36), (4-37) y (4-38) se obtiene

$$f = \frac{\Sigma_a^0 V_0}{\Sigma_a^1 V_1} P_F P_M^{ab} \quad (4-39)$$

Esta ecuación puede escribirse como

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\Sigma_a^1 V_1}{\Sigma_a^0 V_0} \frac{1}{P_F} + \frac{1 - f - p_M^{ab}}{f} \quad (4-40)$$

La ecuación (4-29) puede escribirse como

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\Sigma_a^1 V_1}{\Sigma_a^0 V_0} F(\kappa_0 R_0) + E(\kappa_1 R_0, \kappa_1 R_1) - 1 \quad (4-41)$$

Comparando las ecuaciones (4-40) y (4-41) se obtienen las siguientes conclusiones:

$$\frac{1}{P_F} = \frac{\phi_0(R_0)}{\phi_0} \quad (4-42)$$

además, puesto que en la mayoría de los casos $E - 1 \approx 0$,⁽⁶⁾ f no es sensible al valor de p_M^{ab} , pero es sensible al valor de P_F . En consecuencia p_M^{ab} no necesita calcularse tan exactamente como P_F .

Para evaluar p_M^{ab} se considera que $\Sigma_t^1 = \Sigma_a^1$ y bajo estas condiciones, de la ecuación (3-6) se obtiene

$$p_M^{ab} = \frac{4V_1 \Sigma_a^1}{S_1} P_{MF} \quad (4-43)$$

donde P_{MF} es la probabilidad de que un neutrón cruce la superficie entre el moderador y el combustible y sea absorbido en el combustible.

Sustituyendo la ecuación (4-43) en la ecuación (4-40) se obtiene

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\Sigma_a^1 V_1}{\Sigma_a^0 V_0} \frac{1}{P_F} + \frac{1-f}{f} - \frac{4 \Sigma_a^1 V_1 P_{MF}}{S_1 f} \quad (4-44)$$

Si la barra de combustible se considera completamente absorbente, la fracción de los neutrones procedentes del moderador que son absorbidos en el combustible será -- igual a P_{MF} ; y puesto que esta es la definición de f , en estas condiciones $P_{MF} = f$ y los términos segundo y tercero de la ecuación (4-44) quedan,

$$\frac{1-f}{f} - \frac{4 \Sigma_a^1 V_1 P_{MF}}{S_1 f} = \frac{1-P_{MF}}{P_{MF}} - \frac{4 \Sigma_a^1 V_1}{S_1}$$

por consiguiente, la ecuación (4-44) queda

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{\Sigma_a^1 V_1}{\Sigma_a^0 V_0} \frac{1}{P_F} + \frac{1-P_{MF}}{P_{MF}} - \frac{4 \Sigma_a^1 V_1}{S_1} \quad (4-45)$$

La probabilidad de escape del moderador está dada

por

$$P_{MF} = \frac{\text{Número de neutrones, por unidad de longitud y por unidad de tiempo, que atraviesan la superficie interna del moderador.}}{\text{Número de neutrones, por unidad de longitud y por unidad de tiempo, moderados en el moderador.}}$$

es decir (4-46)

$$P_{MF} = \frac{2\pi R_2 \vec{J}_M(R_2) \cdot \vec{n}}{q(R_1^2 - R_2^2)} \quad (4-47)$$

donde $\vec{J}_M(R_2)$ es la corriente que proviene del moderador - evaluada en R_2 , y \vec{n} es vector unitario dirigido hacia el - centro de la barra de combustible.

La aplicación de la teoría de difusión en el moderador y la condición de corriente cero en la frontera de

la celda da por resultado la ecuación (4-23)

$$\phi_1(r) = A_1' \left[K_1(\kappa_1 R_1) I_0(\kappa_1 r) + I_1(\kappa_1 R_1) K_0(\kappa_1 r) \right] + \frac{q}{\Sigma_a'} \quad (4-23)$$

Como en este método se ha supuesto que la teoría de difusión no es válida en el combustible, la constante A_1' se determina aplicando la condición de frontera en R_2 , es decir

$$\left[\frac{1}{\phi_1(r)} \frac{d\phi_1(r)}{dr} \right]_{r=R_2} = \frac{\Sigma_{tr}'}{\lambda} \quad (4-34)$$

De las ecuaciones (4-23) y (4-34) se obtiene

$$\frac{1}{A_1'} = \frac{\lambda \Sigma_a'}{q \Sigma_{tr}'} \left[K_1(\kappa_1 R_1) I_1(\kappa_1 R_2) - I_1(\kappa_1 R_1) K_1(\kappa_1 R_2) \right] - \frac{\Sigma_a'}{q} \left[K_1(\kappa_1 R_1) I_0(\kappa_1 R_2) + I_1(\kappa_1 R_1) K_0(\kappa_1 R_2) \right] \quad (4-48)$$

Sustituyendo la ecuación (4-48) en la ecuación (4-23), utilizando la ley de Fick para obtener $J_M(R_2)$ y empleando la ecuación (4-47) se obtiene:

$$\frac{1}{P_{MF}} = \frac{\lambda \Sigma_a^1 (R_1^2 - R_2^2)}{2 D_1 \Sigma_{tr}^1 R_2} + \frac{\kappa_1^2 (R_1^2 - R_2^2)}{2 R_2 \kappa_1} \left[\frac{K_1(\kappa_1 R_1) I_0(\kappa_1 R_2) + I_1(\kappa_1 R_1) K_0(\kappa_1 R_2)}{I_1(\kappa_1 R_1) K_1(\kappa_1 R_2) - K_1(\kappa_1 R_1) I_1(\kappa_1 R_2)} \right] \quad (4-49)$$

Empleando las relaciones

$$\frac{\Sigma_a^1}{D_1} = \kappa_1^2, \quad \kappa_1^2 = 3 \Sigma_{tr}^1 \Sigma_a^1$$

y la aproximación dada por Wigner (8) para:

$$\frac{\kappa_1^2 (R_1^2 - R_2^2)}{2 \kappa_1 R_2} \left[\frac{I_1(\kappa_1 R_1) I_0(\kappa_1 R_2) + I_0(\kappa_1 R_2) K_1(\kappa_1 R_1)}{I_1(\kappa_1 R_1) K_1(\kappa_1 R_2) - I_1(\kappa_1 R_2) K_1(\kappa_1 R_1)} \right] - 1 = \frac{\kappa_1^2 R_1^2}{2} \left[\frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \ln \left(\frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{R_2^2}{4 R_1} - \frac{3}{4} \right] \quad (4-50)$$

que da una aproximación suficientemente precisa cuando $\kappa_1 R_1, \kappa_1 R_2 < 0.75$, se obtiene

$$\frac{1}{P_{MF}} = \frac{3 \Sigma_a^1 \lambda (R_1^2 - R_2^2)}{2 R_2} + 1 + \frac{1}{2} \kappa_1^2 R_1^2 \left[\frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \ln \left(\frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{R_2^2}{4 R_1} - \frac{3}{4} \right] \quad (4-51)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3-39) y (4-51) en la ecuación (4-45) se obtiene

$$\begin{aligned}
\frac{1}{F} - 1 = & \frac{\Sigma_a^1 (R_1^2 - R_2^2)}{\Sigma_a^0 R_0^2} \left\{ 1 + \frac{\Sigma_a^0}{\Sigma_t^0} \left[A \left(1 + \alpha \frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} + \beta \left(\frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} \right)^2 \right) + R_0 \Sigma_t^0 \right] \right\} \\
+ & \frac{3 \Sigma_a^1 \lambda (R_1^2 - R_2^2)}{2 R_2} + \frac{1}{2} \kappa_1^2 R_1^2 \left[\frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \ln \left(\frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{R_2^2}{4 R_1^2} - \frac{3}{4} \right] \\
- & \frac{2 \Sigma_a^1 (R_1^2 - R_2^2)}{R_2}
\end{aligned} \tag{4-52}$$

Sustituyendo la ecuación (4-52) en la ecuación (4-9) se obtiene, empleando la aproximación,

$$\Sigma_a R_0 \left(1 - \frac{R_0}{R_2} \right) \approx 0 \tag{4-53}$$

$$\begin{aligned}
\zeta_1 = & 1 + \left[\frac{1 - P_{F0}}{P_{F0}} - R_0 \Sigma_t^0 \right] \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} + \beta^2 \left(\frac{\Sigma_s^0}{\Sigma_t^0} \right)^2 \right] \frac{\Sigma_a^0}{\Sigma_t^0} \\
+ & \frac{3}{2} \Sigma_a^0 R_0^2 \left\{ \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \left[\frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \ln \left(\frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{R_2^2}{4 R_1^2} - \frac{3}{4} \right] \Sigma_t^1 + \frac{1}{R_2} \left(\lambda - \frac{2}{3} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{4-54}$$

En la tabla 4.1 se encuentran tabulados los valores de ζ_1 calculados por las aproximaciones P_1 y P_3 de armónicos esféricos y por el método de ABH para celdas de Uranio natural y grafito para diversos valores de R_2 y para -

valores constantes de R_0 y R_1 y con los siguientes valores de los secciones eficaces

$$\Sigma_a^0 = 0.3230 \text{ cm}^{-1} \quad \Sigma_a^1 = 3.118 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_t^0 = 0.7221 \text{ cm}^{-1} \quad \Sigma_t^1 = 0.3721 \text{ cm}^{-1}$$

$$R_0 = 1.30 \text{ cm.}$$

$$R_1 = 11.28 \text{ cm}$$

Tabla 4.1 valores de ζ_1 calculados por los métodos P_1 , P_3 y ABH para celdas de Uranio natural y Grafito⁽⁹⁾.

R_2 (cm)	ζ_1			
	P_1	P_3	ABH (λ exacta)	ABH (λ por P_3)
1.30	1.586	1.784	1.877	1.798
1.60	1.569	1.755	1.838	1.786
2.50	1.567	1.669	1.760	1.736
3.50	1.558	1.638	1.704	1.694

Tabla 4.2 valores de ζ_1 calculados por los métodos P_1 , P_3 , P_5 y ABH para celdas de Uranio natural y grafito con $R_2 = R_0$ (10)

R_0 (cm)	$\frac{1}{\beta_F}$	ζ_1				
		P_1	P_3	P_5	ABH (λ exacta)	ABH (λ por P_3)
1.30	1.613	1.510	1.708	1.756	1.791	1.721
1.50	1.724	1.594	1.842	1.893	1.931	1.855
1.70	1.836	1.736	1.994	2.032	2.070	1.988

En la tabla 4.2 se encuentran trabulados los valores de ζ_1 calculados por las aproximaciones P_1 , P_3 y P_5 de armónicos esféricos y por el método de ABH para celdas de Uranio natural y grafito con $R_2 = R_0$ y $R_1 = 7.93$ cm., constante y con las mismas secciones eficaces correspondientes a la tabla 4.1 excepto Σ_t^1 que para esta tabla fué 0.3925 cm⁻¹.

En estas tablas se observa que el valor de ζ_1 calculado por las aproximaciones de armónicos esféricos se aproxima al valor calculado por el método de ABH al pasar de P_1 a P_5 además el valor de ζ_1 calculado por el método de ABH tiene un error del orden de 5% con respecto al valor calculado por teoría de transporte. (10)

4.4 EFECTO DEL ENCAMISADO DE LA BARRA DE COMBUSTIBLE SOBRE EL FACTOR DE DESVENTAJA.

Basado en la expresión (4-54) obtenida por ABH, Strawbridge (11) ha encontrado la siguiente expresión para el factor de desventaja del moderador para un reactor heterogéneo moderado con H₂O tomando en cuenta el efecto del encamisado y la dispersión anisotrópica.

$$\begin{aligned} \zeta_1 = & 1 + \frac{\Sigma_a^{O*}}{\Sigma_t^{O*}} \left[\frac{1 - P_{Fo}}{P_{Fo}} - R_o \Sigma_t^{O*} \right] \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_s^{O*}}{\Sigma_t^{O*}} + \beta \left(\frac{\Sigma_s^{O*}}{\Sigma_t^{O*}} \right)^2 \right] \\ & + \frac{3}{2} R_o^2 \Sigma_a^O \left(1 + \frac{V_2 \Sigma_a^2}{V_o \Sigma_a^O} \zeta_2 \right) \times \\ & \times \left\{ \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \left[\frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \ln \left(\frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{R_2^2}{4R_1^2} - \frac{3}{4} \right] \Sigma_t^1 + \frac{1}{R_2} \left(\lambda - \frac{2}{3} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\Delta \phi_2}{\phi_o} \times \frac{\Sigma_a^2 V_2}{\Sigma_a^O V_o} \end{aligned} \quad (4-55)$$

donde V_2 , Σ_a^2 , $\zeta_2 = \frac{\bar{\phi}_2}{\phi_o}$, y $\Delta \phi_2$ son el volumen, la sección eficaz macroscópica de absorción, el factor de desventaja, y el incremento del flujo en el encamisado, respectivamente y

$$\Sigma_s^{O*} = \Sigma_s^O (1 - \bar{\mu}) \quad (4-56)$$

$$\Sigma_t^{O*} = \Sigma_s^O (1 - \bar{\mu}) + \Sigma_a^O \quad (4-57)$$

son las secciones eficaces del combustible corregidas con respecto a transporte para tomar en cuenta la dispersión anisotrópica, donde $\bar{\mu}$ es el promedio del ángulo de dispersión.

Además de que en la ecuación (4-54) las secciones eficaces del combustible han sido corregidas, en el tercer término de esta ecuación Σ_a^O ha sido reemplazada por - -

$\Sigma_a^0 \left(1 + \frac{V_2 \Sigma_a^2}{V_0 \Sigma_a^0} \xi_2\right)$ para tomar en cuenta la absorción de neutrones en el encamisado; además difiere de la ecuación

$$(4-54) \text{ en que se ha aumentado el término } \frac{1}{2} \frac{\Delta\phi_2}{\phi_0} \frac{\Sigma_a^2 V_2}{\Sigma_a^0 V_0}$$

para tomar en cuenta la variación del flujo a través del encamisado.

En la Fig. 4.5 se muestra la gráfica de la longitud de extrapolación λ medida en trayectorias libres medias de transporte en función de $R_2 \Sigma_{tr}^1$ para una barra cilíndrica completamente absorbente.

El flujo promedio en el encamisado puede calcularse aplicando una aproximación de la teoría de difusión que consiste en desarrollar el flujo en el encamisado alrededor de R_0 en una serie de Taylor y retener solamente hasta la primera potencia, es decir

$$\phi_2(R_0 + t) = \phi_2(R_0) + t \left[\frac{d\phi_2(r)}{dr} \right]_{r=R_0} \quad (4-58)$$

donde $t = R_2 - R_0$, entonces

$$\Delta\phi_2 = t \left[\frac{d\phi_2(r)}{dr} \right]_{r=R_0} \quad (4-59)$$

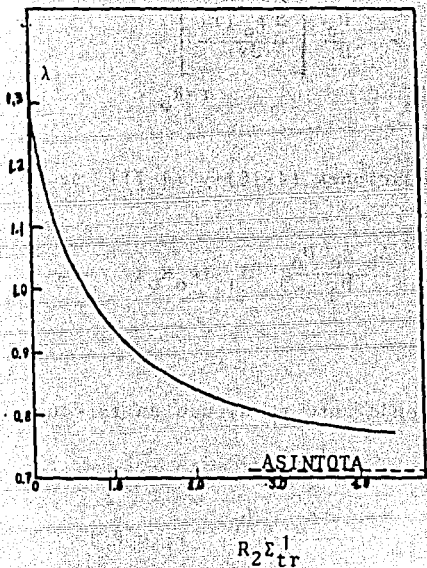


Fig. 4.5 Gráfica de la distancia de extrapolación (en trayectorias libres-medias de transporte) para un cilindro completamente absorbente (11)

La condición de continuidad de la corriente en la superficie combustible - encamisado es

$$J_0(R_0) = J_2(R_0)$$

aplicando la ley de Fick se obtiene

$$\left[\frac{d\phi_2(r)}{dr} \right]_{r=R_0} = \frac{D_0}{D_2} \left[\frac{d\phi_0(r)}{dr} \right]_{r=R_0}$$

y empleando las ecuaciones (4-18) y (4-21) se obtiene

$$\left[\frac{d\phi_2(r)}{dr} \right]_{r=R_0} = \frac{A_0 \kappa_0 D_0}{D_2} I_1(\kappa_0 R_0)$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación (4-59) se obtiene.

$$\Delta\phi_2 = \frac{t A_0 \kappa_0 D_0}{D_2} I_1(\kappa_0 R_0)$$

y empleando la ecuación (4-15)

$$\Delta\phi_2 = t A_0 \frac{\Sigma_a^0 \kappa_0^2}{\Sigma_a^2 \kappa_0} I_1(\kappa_0 R_0) \quad (4-60)$$

Puesto que el flujo en el encamisado se ha considerado como una función lineal de la distancia el flujo - promedio resulta.

$$\bar{\phi}_2 = \phi_2(R_0) + \frac{1}{2} \Delta\phi_2 \quad (4-61)$$

que por la continuidad del flujo se puede escribir como

$$\bar{\phi}_2 = \phi_0(R_0) + \frac{1}{2} \Delta\phi_2$$

Entonces, el factor de desventaja del encamisado resulta

$$\zeta_2 = \frac{\bar{\phi}_2}{\phi_0} = \frac{\phi_0(R_0)}{\phi_0} + \frac{1}{2} \frac{\Delta\phi_2}{\phi_0} \quad (4-62)$$

Sustituyendo en esta ecuación las ecuaciones (4-42), (4-60) y (4-30), resulta

$$\zeta_2 = \frac{1}{P_F} + \frac{t \Sigma_a^0}{4 \Sigma_a^2} \kappa_2^2 R_0 \quad (4-63)$$

y empleando la ecuación (3-39) se obtiene

$$\zeta_2 = 1 + \frac{\Sigma_a^{0*}}{\Sigma_t^{0*}} \left[\frac{1 - P_{F0}}{P_{F0}} - R_0 \Sigma_t^{0*} \right] \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_s^{0*}}{\Sigma_t^{0*}} + \beta \left(\frac{\Sigma_s^{0*}}{\Sigma_t^{0*}} \right)^2 \right] + \frac{t \Sigma_a^0}{4 \Sigma_a^2} \kappa_2^2 R_0 \quad (4-64)$$

Además,

$$\frac{\Sigma_a^2 V_2}{\Sigma_a^0 V_0} \times \frac{\Delta\phi_2}{\phi_0} = \frac{(R_2^2 - R_0^2) t \kappa_2^2}{2R_0}$$

$$= \frac{t^2 \kappa_2^2}{2} \left(2 + \frac{t}{R_0} \right)$$

$$\approx t^2 \kappa_2^2 \quad (4-65)$$

ya que para reactores del tipo BWR t es del orden de 0.025" y R_0 es del orden de 0.2" y por consiguiente $\frac{t}{R_0} \ll 1$.

4.5 CALCULO DE LOS PARAMETROS TERMICOS PROMEDIO PARA UN REACTOR HETEROGENEO.

El metodo de Strawbridge ⁽¹²⁾ para el cálculo de los parámetros térmicos promedio para un reactor heterógeno consiste en calcular primero los flujos de grupo ψ^n de Winger- Wilkins (o de Maxwell) empleando el código SOFOCATE para un medio infinito con una composición idéntica a la de una celda unitaria equivalente homogénea, es decir una celda en la que el combustible, el moderador y el encamisado se consideran uniformemente distribuidos en el volumen V_c de la celda homogénea, con $V_c = V_0 + V_1 + V_2$.

A continuación se calculan los factores de desventaja τ_1 y τ_2 dados por las ecuaciones (4-55) y (4-64) para cada uno de los 172 grupos de energía del código SOFOCATE.

Las secciones eficaces macroscópicas de absorción, de transporte y de fisión para la celda heterogénea en cada grupo de energía del código SOFOCATE están dadas por ⁽¹²⁾

$$\Sigma_a^n = \sum_j \sum_k N_{jk} \sigma_{aj}^n \zeta_k^n \quad (4-66)$$

$$k = 0, 1, 2$$

$$v\Sigma_f^n = \sum_j N_{j0} v_j \sigma_{fj}^n \quad (4-67)$$

$$\Sigma_{tr}^n = \sum_j \sum_k N_{jk} \sigma_{trj}^n \zeta_k^n \quad (4-68)$$

$$k = 0, 1, 2$$

donde N_{jk} es la densidad atómica del isótopo j en la región k , σ_{aj}^n es la sección eficaz microscópica de absorción del isótopo j en el grupo n , ζ_k^n es el factor de desventaja de la región k evaluado en el grupo de energía n , σ_{fj}^n es la sección eficaz microscópica de fisión del isótopo fisionable j en el grupo de energía n , y σ_{trj}^n es la sección eficaz microscópica de transporte del isótopo j en el grupo n .

Las secciones eficaces macroscópicas promedio de absorción, de transporte y de fisión para el reactor heterogéneo están dadas por (12)

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\sum_{n=1}^{172} \Sigma_a^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-69)$$

$$v\bar{\Sigma}_f = \frac{\sum_{n=1}^{172} v\Sigma_f^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-70)$$

$$\bar{\Sigma}_{tr} = \frac{\sum_{n=1}^{172} \Sigma_{tr}^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-71)$$

Así mismo, el coeficiente de difusión térmico de grupo D^n está dado por (12)

$$D^n = \frac{1}{3 \sum_j \sum_k N_{jk} \sigma_{trj}^n \zeta_k^n} \quad (4-72)$$

y el coeficiente de difusión térmico promedio para el reactor heterogéneo resulta dado por

$$\bar{D} = \frac{\sum_{n=1}^{172} D^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-73)$$

Por otra parte, tomando en cuenta el encamisado - el factor de utilización térmica de grupo f^n resulta (13)

$$f^n = \frac{(\Sigma_a^0)^n v_0 \bar{\phi}_0^n}{(\Sigma_a^0)^n v_0 \bar{\phi}_0^n + (\Sigma_a^1)^n v_1 \bar{\phi}_1^n + (\Sigma_a^2)^n v_2 \bar{\phi}_2^n} \quad (4-74)$$

y en términos de los factores de desventaja resulta

$$f^n = \frac{(\Sigma_a^0)^n v_0}{(\Sigma_a^0)^n v_0 + (\Sigma_a^1)^n v_1 \zeta_1^n + (\Sigma_a^2)^n v_2 \zeta_2^n} \quad (4-75)$$

El factor de utilización térmica promedio para el reactor heterogéneo resulta dado por

$$\bar{f} = \frac{\sum_{n=1}^{172} f^n \cdot \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-76)$$

El valor de n empleado por Strawbridge para el cálculo de la constante de multiplicación infinita es (13)

$$n = v \frac{\bar{\Sigma}_f}{\bar{\Sigma}_a} = 2.43 \quad (4-77)$$

El parámetro térmico calculado por Strawbridge - para el reactor heterogéneo es

Número Promedio de
neutrones de fisión
liberados en cada fisión = $\bar{\nu}$ (2-78)
térmica producida en
el combustible.

Entonces el método de Strawbridge para el cálculo de los parámetros térmicos promedio consiste esencialmente en la introducción de los factores de desventaja de grupo en el cálculo de los parámetros térmicos de grupo, antes de promediarlos sobre los flujos térmicos de grupo.

4.6 PROBABILIDAD DE ESCAPE A LA RESONANCIA

En un reactor heterogéneo, los neutrones rápidos originados por fisión térmica en una barra de combustible y que escapan de ésta, alcanzan energías epitérmicas debido a la pérdida de energía que experimentan por dispersiones en el moderador. Cuando estos neutrones epitérmicos alcanzan una barra de combustible, son absorbidos por los núcleos que se encuentran cerca de la superficie de la barra con el resultado de que los núcleos del interior de la barra quedan "blindados" por los núcleos cercanos a la su-

perficie de ésta.

Los neutrones rápidos que no tienen energías iguales o próximas a las energías de resonancia del combustible y que penetran en una barra, tienen gran probabilidad de atravesarla ya que la pérdida de energía que experimentan al ser dispersados por los núcleos del combustible es muy pequeña; cuando estos neutrones llegan nuevamente al moderador y pierden más energía pueden pasar por las energías de resonancia del combustible antes de alcanzar energías térmicas y ser absorbidos definitivamente en el combustible y originar nuevas fisiones térmicas. Por consiguiente, el número de neutrones capturados en resonancia es menor para un reactor heterogéneo que para un reactor homogéneo equivalente y por tanto la probabilidad de escape a la resonancia es mayor para un reactor heterogéneo.

4.6.1. APROXIMACIONES NR Y NRIM PARA LA INTEGRAL DE RESONANCIA EFECTIVA.

La probabilidad de escape a la resonancia para una resonancia aislada en la energía E_i para una celda unitaria equivalente está dada por ⁽¹⁴⁾

$$p_i = 1 - \frac{V_o N_o l_i}{V \xi \Sigma_s(E_i)} \quad (4-79)$$

donde V es el volumen de la celda unitaria equivalente, I_i es la integral de resonancia de la i -ésima resonancia dada por (14)

$$I_i = \overline{\xi \Sigma_s}(E_i) \int_{\Delta E_i} \sigma_a^0(E) \overline{\phi}_0(E) dE \quad (4-80)$$

donde la integral se extiende al intervalo ΔE_i que contiene la resonancia

y

$$\overline{\xi \Sigma_s}(E_i) = \frac{\overline{\xi \Sigma_s}^1(E_i) V_1 + \overline{\xi \Sigma_s}^0(E_i) V_0}{V_0 + V_1} \quad (4-81)$$

La probabilidad de escape total para una serie de resonancias está dada por

$$p = \prod_i p_i = \prod_i \left[1 - \frac{V_0 N_0}{V} \frac{I_i}{\overline{\xi \Sigma_s}(E_i)} \right] \quad (4-82)$$

tomando logaritmos en esta ecuación y empleando la aproximación $\ln(1-x) \approx -x$ se obtiene

$$p = \exp \left[- \frac{V_0 N_0}{V} \sum_i \left(\frac{I_i}{\overline{\xi \Sigma_s}(E_i)} \right) \right] \quad (4-83)$$

que puede escribirse como

$$p = \exp \left[- \frac{V_0 N_0 I}{V \overline{\xi \Sigma_s}} \right] \quad (4-84)$$

donde $\overline{\xi \Sigma_s}$ es el promedio de $\xi \Sigma_s(E_1)$ sobre el intervalo de energías epitérmicas $1\text{eV} \leq E \leq 1000\text{eV}$ donde se encuentran las resonancias discretas, I es la integral de resonancia efectiva dada por

$$I = \sum_i I_i = \overline{\xi \Sigma_s} \int_{E_1}^{E_2} \sigma_a^0(E) \phi_0(E) dE$$

donde $E_1 = 1\text{eV}$, y $E_2 = 1000\text{eV}$ (4-85)

donde $E_1 = 1\text{eV}$, y $E_2 = 1000\text{eV}$

Para calcular $\phi_0(E)$ se considerará una celda unitaria equivalente (Fig. 4.2), además se supondrá que la región del combustible puede tener un moderador que puede ser diferente del moderador de la región M, como el Oxígeno en el UO_2 .

Las secciones eficaces de dispersión del moderador de la región F, Σ_{sm}^0 , y del moderador de la región M, Σ_s^1 , se supondrán sin resonancias, mientras que las secciones eficaces de los isótopos pesados del combustible Σ_a^0 y Σ_s^0 se considerarán con resonancias.

El flujo en la región del combustible debe satisfacer la ecuación de transporte independiente del tiempo.

$$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, E) + \Sigma_t(E) \phi(\vec{r}, E) = \int dE' f_s(E' \rightarrow E) \Sigma_s(E') \phi_0(\vec{r}, E')$$

(4-86)

que resulta de integrar la ecuación (1-19) sobre \vec{n} y con las fuentes de fisión e independientes iguales a cero. (15) por tanto

$$\nabla \cdot \vec{J}_0(\vec{r}, E) + \Sigma_t^0(E) \phi_0(\vec{r}, E) = \int dE' f_s^0(E' \rightarrow E) \Sigma_s^0(E') \phi_0(\vec{r}, E') + \int dE' f_{sm}^0(E' \rightarrow E) \Sigma_{sm}^0(E') \phi_0(\vec{r}, E')$$

integrando esta ecuación sobre el volumen V_0 se obtiene

$$\int_{V_0} \nabla \cdot \vec{J}_0(\vec{r}, E) dV + \Sigma_t^0(E) \bar{\phi}_0(E) V_0 = \int dE' f_s^0(E' \rightarrow E) \Sigma_s^0(E') \bar{\phi}_0(E') V_0 + \int dE' f_{sm}^0(E' \rightarrow E) \Sigma_{sm}^0(E') \bar{\phi}_0(E') V_0 \quad (4-87)$$

$$\text{donde } \bar{\phi}_0(E) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \phi_0(\vec{r}, E) dV_0$$

empleando el teorema de Gauss en la primera integral de la ecuación (4-87) se obtiene

$$\int_{V_0} \nabla \cdot \vec{J}_0(\vec{r}, E) dV = \int_{S_0} \vec{n} \cdot \vec{J}_0(\vec{r}, E) dA \quad (4-88)$$

Esta integral da el número neto de neutrones que salen de la región F. Existen dos contribuciones a esta corriente neta: Los neutrones que han experimentado una -

dispersión elástica en la región F y que después salen de esta región dan una contribución positiva; los neutrones que han experimentado una dispersión elástica en la región M y que después tienen su siguiente interacción en la región F dan una contribución negativa, entonces

$$\int_{S_0} \vec{n} \cdot \vec{J}_0(\vec{r}, E) dA = P_{F0} \left[\int dE' f_s^0(E' \rightarrow E) \Sigma_s^0(E') \bar{\phi}_0(E') V_0 + \int dE' f_{sm}^0(E' \rightarrow E) \Sigma_{sm}^0(E') \bar{\phi}_0(E') V_0 \right] - P_{M0} \int dE' f_s^1(E' \rightarrow E) \Sigma_s^1(E') \bar{\phi}_1(E') V_1 \quad (4-89)$$

puesto que la dispersión se considera isotrópica las funciones de transferencia están dadas por (16)

$$f_s^0(E' \rightarrow E) = \frac{1}{(1 - \alpha_0) E'}; \quad \alpha_0 E' < E < E' \quad (4-90)$$

$$f_{sm}^0(E' \rightarrow E) = \frac{1}{(1 - \alpha_{m0}) E'}; \quad \alpha_{m0} E' < E < E' \quad (4-91)$$

$$f_s^1(E' \rightarrow E) = \frac{1}{(1 - \alpha_1) E'}; \quad \alpha_1 E' < E < E' \quad (4-92)$$

donde

$$\alpha_j = \left(\frac{A^j - 1}{A^j + 1} \right)^2$$

Sustituyendo las ecuaciones (4-90), (4-91) y

y (4-92) en la ecuación (4-89) se obtiene

$$\int_{S_0} \vec{n} \cdot \vec{J}_0(\vec{r}, E) dA = V_0 P_{F0} \left[\int_E^{\frac{E}{\alpha_0}} \frac{\Sigma_S^0(E') \bar{\phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_0) E'} + \int_E^{\frac{E}{\alpha_{m0}}} \frac{\Sigma_{sm}^0(E') \bar{\phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_{m0}) E'} \right] - V_1 P_{M0} \left[\int_E^{\frac{E}{\alpha_1}} \frac{\Sigma_S^1(E') \bar{\phi}_1(E') dE'}{(1 - \alpha_1) E'} \right] \quad (4-93)$$

Sustituyendo la ecuación (4-93) en la ecuación (4-87) se obtiene

$$\Sigma_t^0(E) \bar{\phi}_0(E) = (1 - P_{F0}) \left[\int_E^{\frac{E}{\alpha_0}} \frac{\Sigma_S^0(E') \bar{\phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_0) E'} + \int_E^{\frac{E}{\alpha_{m0}}} \frac{\Sigma_{sm}^0(E') \bar{\phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_{m0}) E'} \right] + \frac{V_1}{V_0} P_{M0} \left[\int_E^{\frac{E}{\alpha_1}} \frac{\Sigma_S^1(E') \bar{\phi}_1(E') dE'}{(1 - \alpha_1) E'} \right] \quad (4-94)$$

Puesto que cualquier interacción remueve un neutrón de la energía E por absorción o por dispersión, con respecto a la energía el combustible y el moderador se comportan como totalmente absorbentes y entonces puede aplicarse la ecuación (3-5) obteniéndose

$$P_{Mo} = \frac{\Sigma_t^0 V_0}{\Sigma_s^1 V_1} P_{Fo} \quad (4-95)$$

Por otra parte, puesto que la pérdida promedio de energía de un neutrón en una dispersión elástica con los moderadores (m y M) es mucho mayor que la anchura práctica de las resonancias del combustible, puede hacerse la aproximación de resonancia estrecha (NR) para calcular las integrales segunda y tercera en la ecuación (4-93).

La condición de la aproximación de resonancia estrecha es que la pérdida promedio de energía de un neutrón en una dispersión elástica, que está dada por $\frac{(1-\alpha)}{2} E'$ (17) sea mucho mayor que la anchura práctica de la resonancia Γ_p es decir $\Gamma_p \ll \frac{(1-\alpha)}{2} E'$.

Entonces, las resonancias tendrán muy poco efecto en la evaluación de las integrales segunda y tercera de la ecuación (4-93) y por consiguiente se pueden reemplazar los flujos por su valor asintótico. (18)

$$\bar{\phi}_0^\infty(E') = \bar{\phi}_1^\infty(E') = \frac{1}{\xi \Sigma_s E'} \quad (4-96)$$

Sustituyendo la ecuación (4-96) en las integrales segunda y tercera de la ecuación (4-93) y empleando la ecuación

(4-95) se obtiene

$$\Sigma_t^0(E) \bar{\phi}_0(E) = (1 - P_{F0}) \int_E^{\frac{E}{\alpha_0}} \frac{\Sigma_s^0(E') \bar{\phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_0) E'} + \frac{1}{\xi \Sigma_s E} \left[\Sigma_{sm}^0 + P_{F0} (\Sigma_a^0 + \Sigma_s^0) \right] \quad (4-97)$$

donde se ha empleado la relación entre P_{Mo} y P_{F0} y Σ_{sm}^0 , Σ_a^0 y Σ_s^0 son valores promedio.

Para evaluar la integral en la ecuación (4-97) se utilizarán ahora las aproximaciones NR y NRIM (resonancia estrecha masa infinita).

Puesto que la condición para la aproximación NR implica que los neutrones generalmente no tienen más de una dispersión dentro de la resonancia, el flujo en la ecuación (4-97) puede reemplazarse por su valor asintótico; además, para tomar en cuenta que en la aproximación NR se considera que los neutrones son dispersados con energías dentro de la resonancia desde energías fuera de la resonancia, Σ_s^0 debe reemplazarse por Σ_p^0 , el valor promedio de la sección eficaz de dispersión por potencial. Entonces, en la aproximación NR el flujo en el combustible resulta

$$\bar{\phi}_{0NR}(E) = \frac{\Sigma_p^0 + \Sigma_{sm}^0 + P_{F0} (\Sigma_t^0 - \Sigma_p^0 - \Sigma_{sm}^0)}{\xi \Sigma_p \Sigma_t^0 E} \quad (4-98)$$

donde

$$\overline{\xi \bar{\epsilon}}_p = \frac{1}{V} (\xi \Sigma_p^0 V_0 + \xi \Sigma_s^1 V_1) \quad (4-99)$$

y donde todas las secciones eficaces representan valores - promedio.

Sustituyendo la ecuación (4-98) en la ecuación - (4-85) la integral de resonancia en la aproximación NR, -

I_{NR} resulta

$$I_{NR} = \int_{E_1}^{E_2} \left(\frac{\Sigma_{sm}^0 + \Sigma_p^0}{\Sigma_t^0} \right) \sigma_a^0(E) \frac{dE}{E} + \int_{E_1}^{E_2} \left(\frac{\Sigma_t^0 - \Sigma_p^0 - \Sigma_{sm}^0}{\Sigma_t^0} \right) p_{Fo} \sigma_a^0(E) \frac{dE}{E} \quad (4-100)$$

que puede escribirse como (19)

$$I_{NR} = I_{NR}^V + I_{NR}^S \quad (4-101)$$

donde

$$I_{NR}^V = \int_{E_1}^{E_2} \left(\frac{\Sigma_{sm}^0 + \Sigma_p^0}{\Sigma_t^0} \right) \sigma_a^0(E) \frac{dE}{E} \quad (4-102)$$

es la contribución volumétrica a la integral de resonancia en la aproximación NR y

$$I_{NR}^S = \int_{E_1}^{E_2} \left(\frac{\Sigma_t^0 - \Sigma_p^0 - \Sigma_{sm}^0}{\Sigma_t^0} \right) P_{F_0} \sigma_a^0(E) \frac{dE}{E} \quad (4-103)$$

es la contribución superficial a la integral de resonancia.

Quando la pérdida promedio de energía de un neutrón al ser dispersado por un núcleo pesado del combustible ya no es mucho mayor que la anchura práctica de las resonancias, ya no se puede utilizar la aproximación NR para evaluar la integral en la ecuación (4-97). No obstante -- puede utilizarse la aproximación NRIM (resonancia estrecha masa infinita) que consiste en suponer que las resonancias son estrechas para dispersiones con los moderadores, pero que son tan anchas con respecto a la pérdida promedio de energía de los neutrones por dispersiones con los núcleos pesados del combustible, es decir que $\Gamma_p \gg \frac{(1 - \alpha_0)E'}{2}$, -- que éstos se pueden considerar con masa infinita. En estas condiciones, $\Sigma_s^0(E') \bar{\phi}_0(E')$ se puede considerar constante en el intervalo $E \leq E' \leq E/\alpha_0$ y como cuando $A_0 \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow 1$ se obtiene

$$\lim_{\alpha_0 \rightarrow 1} \int_E^{\frac{E}{\alpha_0}} \frac{\Sigma_s^0(E') \bar{\phi}_0(E') dE'}{(1 - \alpha_0)E'} = \Sigma_s^0(E) \bar{\phi}_0(E)$$

por consiguiente de la ecuación (4-97) se obtiene que el-

flujo promedio en el combustible en la aproximación NRIM - $(\bar{\phi}_{oIM})$ es

$$\bar{\phi}_{oIM}(E) = \frac{\Sigma_{sm}^o + P_{Fo}(\Sigma_t^o - \Sigma_{sm}^o)}{\xi \Sigma_s^o [\Sigma_t^o - (1 - P_{Fo}) \Sigma_s^o]} E \quad (4-104)$$

Sustituyendo la ecuación (4-104) en la ecuación (4-85), la aproximación NRIM para la integral de resonancia efectiva (I_{IM}) resulta

$$I_{IM} = \int_{E_1}^{E_2} \frac{\Sigma_{sm}^o}{\Sigma_t^o - (1 - P_{Fo}) \Sigma_s^o} \sigma_a^o(E) \frac{dE}{E} + \int_{E_1}^{E_2} \frac{(\Sigma_t^o - \Sigma_{sm}^o) P_{Fo}}{\Sigma_t^o - (1 - P_{Fo}) \Sigma_s^o} \sigma_a^o(E) \frac{dE}{E} \quad (4-105)$$

donde las contribuciones superficial y volumétrica de la aproximación NRIM para la integral de resonancia efectiva son (19)

$$I_{IM}^S = \int_{E_1}^{E_2} \frac{(\Sigma_t^o - \Sigma_{sm}^o) P_{Fo}}{\Sigma_t^o - (1 - P_{Fo}) \Sigma_s^o} \sigma_a^o(E) \frac{dE}{E} \quad (4-106)$$

y

$$I_{IM}^V = \int_{E_1}^{E_2} \frac{\Sigma_{sm}^o}{\Sigma_t^o - (1 - P_{Fo}) \Sigma_s^o} \sigma_a^o(E) \frac{dE}{E} \quad (4-107)$$

Si la barra de combustible se considera situada en una retícula, P_{Fo} en las ecuaciones (4-100) y (4-105) debe reemplazarse por P_{Fo}^* que es la probabilidad de escape para una barra de combustible situada en una retícula.

Empleando la aproximación racional para P_{Fo}^* dada por la ecuación (3-48)

$$P_{Fo}^* = \frac{1 - C}{\Sigma_t^o + \frac{1 - C}{R_o}}$$

definiendo la sección eficaz macroscópica efectiva por

$$\Sigma_e = \frac{1 - C}{R_o} = (1 - C) \frac{S_o}{4V_o} \quad (4-108)$$

de donde la sección eficaz microscópica efectiva está dada por

$$\sigma_e = \frac{\Sigma_e}{N_o} = (1 - C) \frac{S_o}{4N_o V_o} \quad (4-109)$$

se obtiene

$$P_{Fo}^* = \frac{\Sigma_e}{\Sigma_t^o + \Sigma_e} \quad (4-110)$$

Sustituyendo la ecuación (4-110) en la ecuación (4-100) se obtiene

$$I_{NR} = \int_{E_1}^{E_2} \frac{\sigma_a^0(E)}{1 + \frac{\sigma_a^0 + \sigma_s^{0'}}{\sigma_{sm}^0 + \sigma_p^0 + \sigma_e}} \frac{dE}{E} \quad (4-111)$$

donde σ_s^0 se ha escrito como $\sigma_p^0 + \sigma_s^{0'}$ donde $\sigma_s^{0'}$ es la sección eficaz de dispersión anómala.

Sustituyendo la ecuación (4-110) en la ecuación (4-105) se obtiene

$$I_{IM} = \int_{E_1}^{E_2} \frac{(\sigma_{sm}^0 + \sigma_e) \sigma_a^0(E)}{\sigma_a^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e} \frac{dE}{E} \quad (4-112)$$

Por otra parte, las integrales de resonancia efectivas para una mezcla homogénea de combustible y moderador están dadas por (20)

$$I_{NR}^{ho} = \int_{E_1}^{E_2} \frac{\sigma_a^0(E)}{1 + \frac{\sigma_a^0 + \sigma_s^{0'}}{\sigma_{sp}}} \frac{dE}{E} \quad (4-113)$$

$$I_{IM}^{ho} = \int_{E_1}^{E_2} \frac{\sigma_p^0 \sigma_a^0(E)}{\sigma_a^0 + \sigma_s} \frac{dE}{E} \quad (4-114)$$

donde en la ecuación (4-113)

$$\sigma_{sp} = \frac{\Sigma_{s1}}{N_0} + \sigma_{p0} \quad (4-115)$$

y Σ_{s1} es la sección eficaz macroscópica de dispersión del moderador, N_0 es la densidad atómica del combustible y σ_{po} es la sección eficaz de dispersión por potencial del combustible; y en la ecuación (4-114)

$$\sigma_s^0 = \frac{\Sigma_{s1}}{N_0} \quad (4-116)$$

En las ecuaciones (4-111) y (4-112) las integrales de resonancia solo dependen de las secciones eficaces del combustible, de esto se deduce el primer teorema de equivalencia para las integrales de resonancia de reactores heterogéneos que establece:

Retículas con los mismos valores de $\sigma_e + \sigma_{sm}^0$ tienen las mismas integrales de resonancia independientemente del moderador de la celda.

Comparando las ecuaciones (4-111) y (4-113), y (4-112) y (4-114) se deduce el segundo teorema de equivalencia:

Un reactor homogéneo y uno heterogéneo tendrán las mismas integrales de resonancia siempre que

$$\sigma_p^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e = \sigma_{sp} \quad (\text{NR}) \quad (4-117)$$

$$\sigma_{sm}^0 + \sigma_e = \sigma_s \quad (\text{NRIM}) \quad (4-118)$$

4.6.2 DEPENDENCIA GEOMETRICA DE LA INTEGRAL DE RESONANCIA

Para un reactor homogéneo la integral de resonancia en la aproximación NR para una resonancia en la energía E_i sin ensanchamiento Doppler está dada por (21)

$$I_{NR, xi}^{ho} = I_{\infty, xi} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_t^o(E_i)}{\sigma_{s1} + \sigma_{po}} \left[1 + \frac{g\Gamma_n}{\Gamma} \left(\frac{\sigma_{po}}{\sigma_{s1} + \sigma_{po}} \right) \right]}} \quad (4-119)$$

donde $I_{\infty, xi}$ es la integral de resonancia para la reacción de absorción del tipo x para dilución infinita, $\sigma_t^o(E_i)$ es el valor de la sección eficaz microscópica total del combustible en la energía E_i , Γ_n es la anchura para decaimiento por emisión de neutrones, Γ es la anchura total de la resonancia y g es el factor estadístico dado en función de los espines del núcleo original y del núcleo compuesto (21)

Si en la ecuación (4-119) se desprecia el término de interferencia se obtiene.

$$I_{NR, xi}^{ho} = I_{\infty, xi} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_t^o(E_i)}{\sigma_{sm} + \sigma_{po}}}} \quad (4-120)$$

Aplicando el segundo teorema de equivalencia con la ecuación (4-117), la integral de resonancia $I_{NR, i}^{he}$ para el reactor heterogéneo en la aproximación NR resulta

$$I_{NR, xi}^{he} = I_{\infty, xi} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\sigma_t^0(E_i)}{\sigma_{sm}^0 + \sigma_e + \sigma_p^0}}} \quad (4-121)$$

además, considerando que $\sigma_t^0 \gg \sigma_{sm}^0 + \sigma_e + \sigma_p^0$ se obtiene

$$I_{NR, xi}^{he} = \frac{I_{\infty, xi}}{\sigma_t^0(E_i)} \sqrt{\sigma_{sm}^0 + \sigma_e + \sigma_p^0} \quad (4-122)$$

Sustituyendo la ecuación (4-109) en la ecuación (4-122) se obtiene

$$I_{NR, xi}^{he} = A_{xi} \sqrt{\frac{\Sigma_{sm}^0 + \Sigma_p^0}{N_0} + \frac{(1-C)S_0}{4N_0V_0}} \quad (4-123)$$

donde

$$A_{xi} = \frac{I_{\infty, xi}}{\sigma_t^0(E_i)}$$

Para una barra cilíndrica de radio R_0 para la cual $\frac{4V_0}{S_0} = 2R_0$ se obtiene

$$I_{NR, xi}^{he} = A_{xi} \sqrt{\frac{\Sigma_{sm}^0 + \Sigma_p^0}{N_0} + \frac{(1-C)}{2R_0 N_0}} \quad (4-124)$$

en esta ecuación el primer término dentro del radical es - la contribución volumétrica y el segundo es la contribución superficial a la integral de resonancia. La aproximación (4-124) también es válida para la aproximación NRIM. (21)

La aproximación (4-124) se empleará en el cálculo de la probabilidad de escape a la resonancia de un reactor heterogéneo tipo BWR.

4.6.3 DEPENDENCIA DE LA INTEGRAL DE RESONANCIA EFECTIVA - DE LA TEMPERATURA.

Las expresiones obtenidas hasta aquí para la integral de resonancia se aplican a una temperatura de cero °K. Las expresiones que reemplazan a las aproximaciones - NR y NRIM para la integral de resonancia a una temperatura diferente de 0°K son (22)

$$I_{NR, xi}^V = (\sigma_p^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e) \frac{\Gamma_{xi}}{E_i} J(\tau, \beta_i') \quad (4-125)$$

donde
$$\beta_i' = \frac{\sigma_p^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e}{\sigma_{t1}^0}$$

$$I_{NR, xi}^S = \frac{\sigma_t(E_i) \Gamma_{xi}}{E_i} L(t, \tau, \beta_i') \quad (4-126)$$

$$\text{donde } t = 2R_o (\Sigma_p^o + \Sigma_{sm}^o + \Sigma_e) \quad (4-127)$$

y para la aproximación NRIM

$$I_{IM,xi}^V = (\sigma_{sm}^o + \sigma_e) \frac{\Gamma}{E_i} J(\zeta, \alpha'_i) \quad (4-128)$$

$$I_{IM,xi}^S = \frac{(\sigma_{sm}^o + \sigma_e)}{\alpha'_i} \frac{\Gamma}{E_i} L(t', \zeta, \alpha'_i) \quad (4-129)$$

$$\text{donde } t' = 2R_o (\Sigma_{sm}^o + \Sigma_e)$$

y

$$\alpha'_i = \frac{(\sigma_{sm}^o + \sigma_e)}{\alpha_{ti}} \frac{\Gamma_{xi}}{\Gamma}$$

Las funciones $J(\zeta, \beta)$ y $L(t, \zeta, \beta)$ están definidos en el apéndice C.

4.6.4 ECUACIONES EMPÍRICAS PARA LA INTEGRAL DE RESONANCIA EFECTIVA.

En la Fig. 4.6 están mostradas las gráficas del cuadrado de la integral de resonancia efectiva contra la relación superficie/masa ($\frac{S}{M}$) para pastillas de Uranio Metálico y de óxido de Uranio (UO_2) obtenidas a partir de los parámetros de resonancia. También están representados al-

unos valores experimentales.

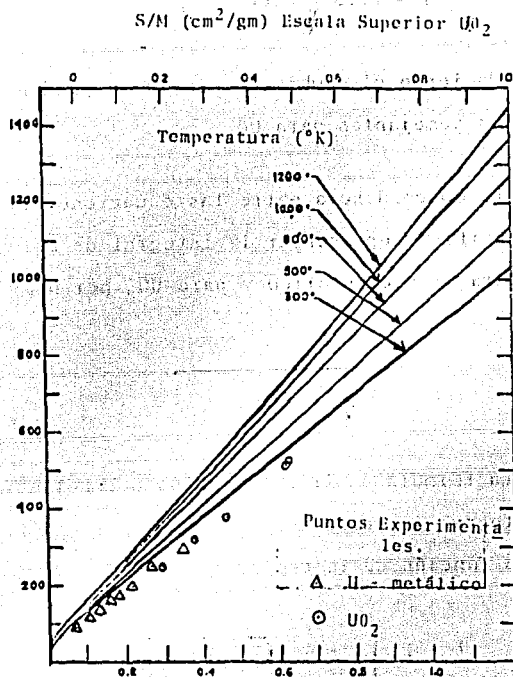


Fig. 4.6 Gráficas del cuadrado de la integral de resonancia efectiva del Uranio (23)

La fórmula empírica obtenida de los puntos experimentales para Uranio metálico a 300°K es

$$I = 27.8 \sqrt{0.04 + \frac{S}{M}} \quad (4-130)$$

La fórmula obtenida a partir de la curva correspondiente a 300°K que es una gráfica obtenida con los parámetros de resonancia, para Uranio metálico es

$$I = 28.5 \sqrt{0.06 + \frac{S}{M}} \quad (4-131)$$

Haciendo el cambio de escala se pueden obtener dos fórmulas semejantes para UO_2 .

La concordancia entre las ecuaciones (4-130) y (4-131) justifica representar la integral de resonancia efectiva para Uranio metálico y para UO_2 por una fórmula del tipo

$$I = A \sqrt{a + \frac{S}{M}}$$

La fórmula empírica obtenida por Hellstrand (24) para la integral de resonancia efectiva para pastillas de Uranio como función de la temperatura es

$$I = I_0 \left[1 + \beta (\sqrt{T} - \sqrt{T_0}) \right] \quad (4-132)$$

donde I_0 es la integral de resonancia para $T_0 = 293^\circ K$ y β es el coeficiente de temperatura de la integral de resonancia y está dado por

$$\beta = (0.51 + 0.5 \frac{S}{M}) \times 10^{-2} \quad (4-133)$$

para Uranio metálico y

$$\beta = (0.58 + 0.5 \frac{S}{M}) \times 10^{-2} \quad (4-134)$$

para dióxido de Uranio.

La fórmula obtenida por Strawbridge (25) para las integrales de resonancia efectivas del Uranio metálico y del dióxido de Uranio es

$$I = 2.16 X + 2.56 + (0.0279 X - 0.0537) \sqrt{T_{ef}} \quad (4-135)$$

donde

$$X = \sqrt{\frac{\Sigma_S^0}{N_0} P_{Fo} + \frac{(1 - C)_{ef}}{2 N_0 R_0}} \quad (4-136)$$

Σ_S^0 es la sección eficaz de dispersión del combustible

N_0 es la densidad atómica del combustible

P_{Fo} es la probabilidad de escape de la barra de combustible.

$$(1 - C)_{ef} = \frac{1 - C}{1 + 0.1C} \quad , \quad \text{ecuación (3-59)}$$

donde C es el factor de Dancoff dado por la aproximación de Sauer, ecuación (3-50), y T_{ef} es la temperatura efectiva.

En la Fig. 4.7 están representadas las gráficas de la ecuación (4-135) para tres temperaturas efectivas.

La ecuación (4-136) difiere de la ecuación (4-124) en que la contribución volumétrica se ha multiplicado por P_{Fo} para tomar en cuenta la depresión del flujo en la ba-

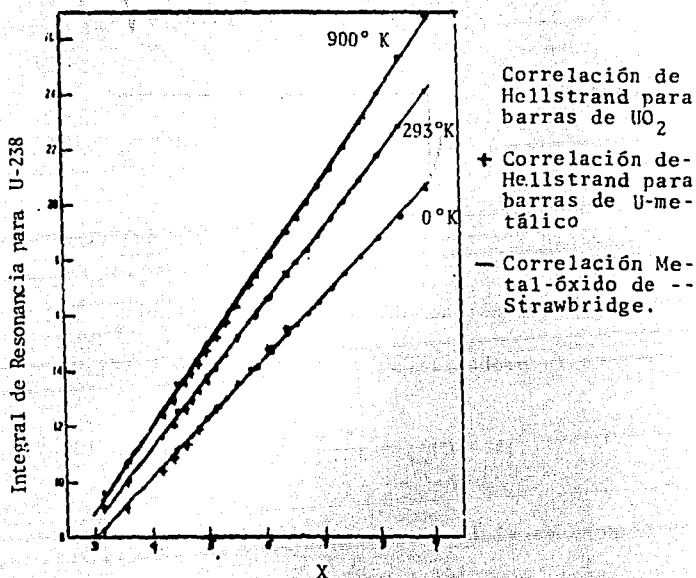


Fig. 4.7 Comparación de la correlación metal-óxido de Strawbridge con las correlaciones de Hellstrand para barras aisladas. (25)

rra de combustible ya que de acuerdo con la ecuación (4-42) para una barra completamente absorbente $\frac{\bar{\phi}_0}{\phi_0(R_0)} = P_{F0}$, y en que en la ecuación (4-122) se ha tomado un valor efectivo para (1-C).

La ecuación (4-135) se utilizará en el código LEOPARD para calcular los parámetros rápidos de un reactor de potencia tipo BWR.

4.7 CALCULO DEL FACTOR DE UTILIZACION RAPIDA

Puesto que casi todas las fisiones rápidas en el U-238 ocurren en los primeros diez grupos de energía del código MUFT-IV en el intervalo de 10MeV a 0.821 MeV es necesario tomar en cuenta la disposición heterogénea del combustible sobre las rapidezces de reacción rápidas.

Con objeto de calcular las rapidezces de reacción rápidas para un reactor heterogéneo moderado con H₂O a partir de las rapidezces de reacción calculadas por el código MUFT-IV para un reactor homogéneo, se derivará ahora una corrección heterogénea llamada el "factor de ventaja del flujo" en términos del "factor de utilización rápida" f_0 (26) definido, para cualquier microgrupo de energía, y con referencia a una celda unitaria equivalente de dos regiones combustible y moderador (Fig. 4.2) como

$$f_0 = \frac{\Sigma_{r0} V_0 \bar{\phi}_0}{\Sigma_{r0} V_0 \bar{\phi}_0 + \Sigma_{r1} V_1 \bar{\phi}_1} \quad (4-137)$$

donde Σ_{r0} , V_0 y $\bar{\phi}_0$ son la sección eficaz macroscópica de remoción, el volumen y el flujo promedio en el combustible

respectivamente y Σr_1 , V_1 , y $\bar{\phi}_1$ tienen un significado análogo para el moderador.

De la ecuación (4-137) se obtiene que el "factor de ventaja" del flujo $\bar{\phi}_0 / \bar{\phi}_1$ está dado por

$$\frac{\bar{\phi}_0}{\bar{\phi}_1} = \frac{\Sigma r_1 V_1}{\Sigma r_0 V_0} \left(\frac{f_0}{1-f_0} \right) \quad (4-138)$$

que puede escribirse como

$$\frac{\bar{\phi}_0}{\bar{\phi}_1} = \frac{(1 - C_1) V_1 \Sigma t_1}{(1 - C_0) V_0 \Sigma t_0} \left(\frac{f_0}{1-f_0} \right) \quad (4-139)$$

donde $1 - C_i = \frac{\Sigma r_i}{\Sigma t_i}$ $i = 0, 1$ (4-140)

Los flujos $\bar{\phi}_0$ y $\bar{\phi}_1$ están normalizados en cada grupo, sobre el volumen de la celda unitaria equivalente, de manera que

$$\bar{\phi}_0 V_0 + \bar{\phi}_1 V_1 = 1 \quad (4-141)$$

Entonces, para obtener los flujos y las rapidezces de reacción para el reactor heterogéneo cada flujo de grupo del código MUFT - IV ecuación (1-251) debe multiplicarse por $\frac{\bar{\phi}_0}{\bar{\phi}_1}$ para obtener los flujos y las rapidezces de reac

ción en el combustible.

En la determinación del factor de utilización rápida es necesario tomar en cuenta todas las reacciones que dan por resultado la remoción de un neutrón del microgrupo de energía, es decir: las absorciones, las dispersiones - inelásticas y una fracción de las dispersiones elásticas.

Para calcular el factor de utilización rápida - se emplearán las siguientes probabilidades que se definirán con referencia a una celda unitaria equivalente de dos - regiones (combustible y moderador).

P_0 = Probabilidad de que un neutrón originado uniforme e isotrópicamente en la barra de combustible escape - de ésta y sea removido del grupo por interacciones - en el moderador.

P_1 = Probabilidad de que un neutrón escape isotrópicamente desde cualquier punto del moderador y sea removido del grupo por interacciones en el combustible.

β_0 = Probabilidad de que un neutrón que ha escapado del moderador tenga alguna interacción en la barra de - combustible y sea removido del grupo.

β_1 = Probabilidad de que un neutrón que ha escapado del combustible tenga alguna interacción en el moderador y sea removido del grupo.

Estas probabilidades se modificarán ahora para tomar en cuenta la posibilidad de dispersiones múltiples en cada región de la celda unitaria equivalente.

Empezando con una fuente unitaria, isotrópica y uniforme en el combustible y suponiendo que la distribución de neutrones es uniforme e isotrópica en cada generación se tiene.

Primera Generación

1	Neutrón de fuente en el combustible.
P_0	Escapan del combustible
$1 - P_0$	Tienen su primera interacción en el combustible.
$(1 - P_0)(1 - C_0)$	Tienen su primera interacción en el combustible y son removidos del grupo.

Segunda Generación

$(1 - P_0)C_0$	Permanecen en la barra de combustible y en el grupo después de tener su primera dispersión en el combustible.
----------------	---

$(1-P_0)C_0P_0$ Escapan de la barra de combustible y del grupo después de tener su primera dispersión en el combustible.

$(1-P_0)C_0(1-P_0)(1-C_0)$ Son removidos del grupo después de tener dos dispersiones en el combustible.

Tercera Generación

$(1-P_0)C_0(1-P_0)C_0$ Permanecen en la barra de combustible y en el grupo después de tener dos dispersiones en el combustible.

$(1-P_0)C_0(1-P_0)C_0P_0$ Escapan de la barra de combustible y del grupo después de tener dos dispersiones en el combustible.

$(1-P_0)C_0(1-P_0)C_0(1-P_0)(1-C_0)$ Son removidos del grupo después de tener tres dispersiones en el combustible.

Para obtener la probabilidad de escape P_0^* del combustible después de un número cualquiera de dispersiones se suman las probabilidades de escape de cada generación, obteniéndose

$$\begin{aligned}
 P_0^* &= P_0 + (1-P_0)C_0P_0 + (1-P_0)C_0(1-P_0)C_0P_0 + \dots \\
 &= \frac{P_0}{1-C_0(1-P_0)} \quad (4-142)
 \end{aligned}$$

Empleando el mismo procedimiento, la probabilidad de escape del moderador después de un número cualquiera de dispersiones resulta

$$P_1^* = \frac{P_1}{1 - C_1(1 - P_1)} \quad (4-143)$$

Para calcular la probabilidad de que un neutrón que ha escapado del moderador sea removido del grupo después de cualquier número de dispersiones en el combustible se considera una corriente unitaria en la superficie del combustible obteniéndose:

Primera Generación

- | | |
|--------------------|--|
| 1 | Corriente neutrónica unitaria - del moderador al combustible en la superficie de la barra. |
| β_0 | Tienen una primera interacción en el combustible. |
| $\beta_0(1 - C_0)$ | Son removidos del grupo después de tener una primera interacción en el combustible. |

Segunda Generación

- | | |
|---------------|---|
| $\beta_0 C_0$ | Permanecen en el grupo después de tener una primera dispersión en el combustible. |
|---------------|---|

$$\beta_0 C_0 P_0^*$$

Escapan de la barra de combustible y del grupo en todas las generaciones sucesivas.

$$\beta_0 C_0 (1 - P_0^*)$$

Son removidos del grupo en todas las generaciones sucesivas.

Por consiguiente, la probabilidad β_0^* de que un neutrón que ha escapado del moderador sea removido del grupo después de un número cualquiera de dispersiones en el combustible es

$$\begin{aligned} \beta_0^* &= \beta_0 (1 - C_0) + \beta_0 C_0 (1 - P_0^*) \\ &= \beta_0 (1 - C_0 P_0^*) \end{aligned} \quad (4-144)$$

Aplicando el mismo procedimiento, la probabilidad β_1^* de que un neutrón que ha escapado del combustible sea removido del grupo después de un número cualquiera de dispersiones en el moderador resulta

$$\beta_1^* = \beta_1 (1 - C_1 P_1^*) \quad (4-145)$$

Para calcular el factor de utilización rápida para la región del combustible, es necesario calcular el factor de utilización rápida en el combustible para una fuente en el moderador, f_{01} , y para una fuente en el combusti-

ble, f_{00} .

Puesto que los neutrones pueden pasar a través del combustible y del moderador varias veces antes de ser removidos del grupo, se deben sumar todas las remociones por pasos sucesivos para obtener los factores f_{00} y f_{01} . Empezando con una fuente unitaria uniforme e isotrópica en el combustible se puede seguir a un neutrón hasta que sea removido del grupo; entonces

1	Neutrón de fuente en el combustible.
$1 - P_0^*$	Probabilidad de que sea removido del grupo después de un número cualquiera de dispersiones en el combustible.
P_0^*	Probabilidad de que entre al moderador después de un número cualquiera de dispersiones en el combustible.
$P_0^* \beta_1^*$	Probabilidad de que sea removido del grupo después de un número cualquiera de dispersiones en el moderador.
$P_0^* (1 - \beta_1^*)$	Probabilidad de que entre otra vez al combustible después de un número cualquiera de dispersiones en el moderador.

$$P_o^* (1 - \beta_1^*) \beta_o^*$$

Probabilidad de que sea removido del grupo después de un número cualquiera de dispersiones en el combustible.

$$P_o^* (1 - \beta_1^*) (1 - \beta_o^*)$$

Probabilidad de que entre otra vez al moderador después de un número cualquiera de dispersiones en el combustible.

$$P_o^* (1 - \beta_1^*) (1 - \beta_o^*) \beta_1^*$$

Probabilidad de que sea removido del grupo en el moderador.

$$P_o^* (1 - \beta_1^*) (1 - \beta_o^*) (1 - \beta_1^*)$$

Probabilidad de que vuelva a entrar al combustible.

$$P_o^* (1 - \beta_1^*) (1 - \beta_o^*) (1 - \beta_1^*) \beta_o^*$$

Probabilidad de que sea removido del grupo en el combustible.

Entonces,

$$\begin{aligned} f_{00} &= 1 - P_o^* + P_o^* (1 - \beta_1^*) \beta_o^* + P_o^* (1 - \beta_1^*) (1 - \beta_o^*) (1 - \beta_1^*) \beta_o^* + \dots \\ &= 1 - \frac{P_o^* \beta_1^*}{1 - (1 - \beta_o^*) (1 - \beta_1^*)} \end{aligned} \quad (4-146)$$

Aplicando el mismo procedimiento, el factor de utilización rápida en el moderador para una fuente en el moderador f_{11} resulta

$$f_{11} = 1 - \frac{P_1^* \beta_o^*}{1 - (1 - \beta_o^*) (1 - \beta_1^*)} \quad (4-147)$$

9. Ref. 7 p. 93
10. Ref. 7 p. 94
11. Ref. 2 p. 61
12. Ref. 2 p. 62
13. Ref. 2 p. 60
14. Alan F. Henry: "Nuclear-Reactor Analysis" the MIT Press
1975 p. 248.
15. P.F. Zweifel: "Reactor Physics" Mc Graw-Hill Book Com-
pany 1973 p. 243.
16. Ref. 1 p. 170
17. Ref. 1 p. 224
18. Ref. 1 p. 393
19. Ref. 15 p. 246-247
20. Ref. 1 p. 397
21. George I. Bell and Samuel Glasstone:
"Nuclear Reactor Theory" Van Nostrand Reinhold Company
1970 p. 452.
22. Ref. 15, p. 250-251
23. A.R. Vernon: "Calculation of the Effective Resonance -
Integral of U^{238} ". Nuclear Science and Engineering - -
7, 252-259 (1960).
24. E. Hellstrand, P. Blomberg, and S. Höner "The Tempera-
ture Coefficient of the Resonance Integral for Uranium
Metal and Oxide". Nuclear Science and Engineering 8,-
497-506 (1960).

Por consiguiente el factor de utilización rápida en el combustible para una fuente en el moderador resulta (26)

$$f_{01} = 1 - f_{11} = \frac{P_1^* \beta_0^*}{(1 - \beta_0^*)(1 - \beta_1^*)} \quad (4-148)$$

El factor de utilización rápida en el combustible resulta entonces

$$f_0 = \frac{f_{00} Q_0 V_0 + f_{01} Q_1 V_1}{Q_0 V_0 + Q_1 V_1} \quad (4-149)$$

donde Q_0 es la suma de las fuentes de fisión por unidad de volumen y la densidad de moderación del combustible de todos los grupos superiores, Q_1 es la densidad de moderación en el moderador de todos los grupos superiores.

El cálculo de f_0 se ha reducido así al cálculo de P_0 , P_1 , β_0 , y β_1 .

$1 - P_0$ está tabulada en las tablas de Case (Cap. II Ref. 5) o bien puede utilizarse la aproximación de Sauer para $P_{F0} = P_0$, ecuación (3-33).

β_0 está dada por la ecuación (3-7) para barras completamente absorbentes como.

$$\beta_0 = \frac{4 V_0 \Sigma_t^0}{S_0} P_{F0} \quad (4-150)$$

β_1 está dada para barras completamente absorbentes por

$$\beta_1 = 1 - C \quad (4-151)$$

donde C es el factor de Dancoff dado por las ecuaciones (3-50), (3-57) y (3-58) en la aproximación de Sauer.

P_1 está dada por la ecuación (3-6) para $\Sigma_t^1 = \Sigma_a^1$ como

$$P_1 = \frac{S_1}{4V_1 \Sigma_t^1} \beta_1 \quad (4-152)$$

Las ecuaciones (4-137), (4-138) y (4-139) son válidas ya que para un neutrón que pase de una energía a otra por dispersiones en el combustible y en el moderador, éstos se comportan con respecto a la energía como materiales completamente absorbentes.

4.8 CALCULO DEL FACTOR DE AUTOBLINDAJE EN RESONANCIA

En el intervalo de energías de resonancia el único efecto heterogéneo importante es el efecto del aglutina

miento de los isótopos que presentan absorción en resonancia, y la reducción consiguiente de la absorción en resonancia. Para tomar en cuenta este efecto se multiplican las secciones eficaces de absorción en resonancia por un factor de autoblandaje ω , L en la ecuación (1-257).

En reactores heterogéneos que emplean Uranio metálico o UO_2 ligeramente enriquecidos el único isótopo para el que es importante el autoblandaje es el U-238. Puesto que la concentración de U-235 es relativamente baja, el factor de autoblandaje en resonancia para este isótopo puede cambiar por un factor de 2 (26) con un cambio despreciable en el factor de multiplicación.

El cálculo de la rapidez de absorción en resonancia utilizando el código NUFT-IV se hace en tres pasos.

1. Primero se calcula la probabilidad de escape a la resonancia para U-238 para el reactor heterogéneo (p^{28}) utilizando la ecuación (4-135).
2. Se calcula el factor de autoblandaje heterogéneo del U-238 dado por (26)

$$\omega^* = \frac{1 - p^{28}}{p^{28}} \quad (4-153)$$

Se calcula el factor de autoblandaje ω para el U-238 con la definición

$$\omega = \frac{\text{Rapidez de absorción no-térmica en U-238}}{\text{Rapidez de termalización}}$$

(4-154)

empleando las rapidezces respectivas dadas por el código MUFT-IV.

Para calcular este factor de autoblandaje se utiliza un código "MUFT-IV modificado" en el que la biblioteca de secciones eficaces está modificada de tal manera que las secciones eficaces de absorción de todos los elementos se hacen cero excepto la del U-238 y el escape se considera nulo haciendo el "buckling" igual a cero.

Este código MUFT-IV modificado realiza iteraciones ajustando el factor L para el cálculo de p_{an} en la ecuación (1-254) hasta que ω coincide con ω^* dentro de un 0.1%.

- Este factor de autoblandaje convergente L^{28} así obtenido se utiliza en el cálculo de la rapidez de absorción del reactor heterogéneo utilizando la ecuación (1-254).

4.9. CALCULO DEL FACTOR DE FISION RAPIDA

Para un reactor homogéneo, el factor de fisión rápida está definido como la razón, para un sistema infinito, del número total de neutrones de fisión producidos en todas las fisiones, rápidas y térmicas, al número de neutrones de fisión producidos por fisiones térmicas, es decir

$$\epsilon = \frac{\int_0^{E_r} \phi(E) \Sigma_f(E) \nu(E) dE}{\int_0^{E_c} \phi(E) \Sigma_f(E) \nu(E) dE} \quad (4-155)$$

donde $E_r = 10\text{MeV}$ y $E_c = 0.625\text{eV}$

En reactores térmicos en los que se utiliza como combustible Uranio ligeramente enriquecido (< 10% de U-235) casi todas las fisiones rápidas ocurren en el U-238, y casi todas las fisiones térmicas se producen en el U-235.

En un reactor homogéneo térmico que utilice Uranio ligeramente enriquecido como combustible es prácticamente la unidad ya que los neutrones de fisión originados en el combustible casi inmediatamente son dispersados por

los núcleos del moderador experimentando una disminución de su energía hasta valores inferiores a la energía de umbral de fisión del U-238, antes de que puedan ser absorbidos por este isótopo y producir fisiones rápidas. Sin embargo, en un reactor heterogéneo, un neutrón de fisión originado por fisión térmica en una barra de combustible puede recorrer cierta distancia en la barra perdiendo poca energía al ser dispersado por los núcleos de combustible, pudiendo causar fisión rápida en el U-238 antes de que escape de la barra de combustible. Entonces la probabilidad de fisión rápida y por consiguiente el factor de fisión rápida son ligeramente mayores para reactores heterogéneos.

La ecuación (4-155) puede escribirse como

$$\epsilon = 1 + \frac{\int_{E_c}^{E_r} \phi_r(E) \Sigma_f(E) \nu(E) dE}{\int_0^{E_c} \phi_T(E) \Sigma_f(E) \nu(E) dE} \quad (4-156)$$

donde $\phi_r(E)$ es el flujo rápido y $\phi_T(E)$ es el flujo térmico.

El factor de fisión rápida para un reactor heterogéneo moderado con H_2O en el método desarrollado por Strawbridge se calcula aplicando la ecuación (4-156) utili

zando para el cálculo del numerador las rapidezces de fisión rápida de grupo dadas por el código MUFT-IV para U-238 y U-235 pero multiplicadas por el factor de ventaja, ecuaciones (4-125), (4-127) y (4-139) y para el cálculo del denominador se utilizan los flujos térmicos de grupo dados por el código SOFOCATE pero multiplicados por $\frac{\phi_0(R_0)}{\phi_0}$, ecuaciones (4-42) y (3-39).

4.10 EVALUACION DEL METODO DE STRANBRIDGE PARA EL CALCULO DE LOS PARAMETROS DE UN REACTOR HETEROGENEO TERMICO DE POTENCIA TIPO BWR.

En la tabla 4.3 están tabulados los valores de los parámetros ω y ηf calculados empleando el método de Monte-Carlo y el método de transporte respectivamente con aquellos obtenidos empleando el método de Strawbridge que se ha descrito aquí, para diversos valores de H_2O/U , del enriquecimiento, y para dos materiales en el encamisado, de la barra de combustible.

Tabla 4.3 Comparación de los parámetros ω^* y η_f Calculados por el Método de Strawbridge y por los Métodos de Monte-Carlo y Transporte (26)

Caso	Encamisado	ω^*		η_f		
		Monte Carlo	Straw-bridge	Thermos	Strawbridge	
H_2O/U	U-235 (%)					
2.5	2.7	Acero	0.358	0.355	1.489	1.487
4.5	2.7		0.193	0.193	1.426	1.423
2.5	3.7		0.364	0.365	1.603	1.603
4.5	3.7	"	0.194	0.196	1.546	1.545
4.5 ^{b*}	3.7		0.194	0.195	1.255	1.256
2.5	4.0		0.334	0.333	1.666	1.662
2.5 ^b	4.0		0.334	0.333	1.261	1.264
2.9	1.3	Aluminio	0.280	0.273	1.369	1.370
2.8	2.5	"	0.293	0.286	1.616	1.615

*boratada

El tratamiento heterogéneo de la absorción en resonancia en el método de Strawbridge puede evaluarse comparando el parámetro ω .

El error probable de ω calculado por el método de Monte - Carlo es 1.5%. (26)

Los valores de ω calculados por el método de Strawbridge presentan un error con respecto a los valores de ω calculados por el método de Monte - Carlo menor de 1.5%.

Por consiguiente, la diferencia en la constante de multiplicación infinita que resulta al utilizar la probabilidad de escape a la resonancia dada por Strawbridge, ecuación (4-135), en lugar de aquella calculada por el Método de Monte - Carlo, es despreciable.

Los valores de nf calculados por el método de Strawbridge presentan una excelente concordancia con aquellos calculados por el método de transporte empleando el código thermos (26).

La diferencia mayor en nf con respecto a los valores calculados por thermos es menor de 0.25%.

El tratamiento heterogéneo de la fisión rápida -

en el método de Strawbridge puede evaluarse comparando los factores de ventaja calculados por este método con aquellos calculados por el método de Monte - Carlo utilizando el código Moca (26)

Tabla 4.4 Comparación del Factor de Ventaja Calculado por el Método de Strawbridge y por el Método de Monte - Carlo (26).

Descripción de la Reticula				Factor de Ventaja	
H_2O/U	U-235 (%)	Barra de U-metálico diámetro		Monte-Carlo	Strawbridge
		"	cm		
1.0	1.0	0.6	1.5	1.09	1.05
4.0	1.0	0.6	1.5	1.31	1.20

En la tabla 4.4 se comparan los factores de ventaja promediados sobre el intervalo de energía $0.8\text{MeV} \leq E \leq 10.0\text{MeV}$ para dos celdas unitarias equivalentes.

La diferencia en las rapideces de fisión rápida que resultan de la diferencia en el factor de ventaja no causan un error en la constante de multiplicación infinita mayor de 0.1% (26) cuando el combustible es UO_2 ; y cuando

el combustible es U-metálico este error no es mayor de - -
0.5% (26)

Para evaluar el método aquí descrito para calcular la constante de multiplicación infinita de un reactor heterogéneo térmico de potencia tipo BWR, Strawbridge ha calculado la constante de multiplicación infinita, por este método, de 116 retículas críticas experimentales en las cuales se utilizó UO_2 como combustible en 55 de ellas y U-metálico en 61.

El enriquecimiento de U-235 varió de 1.0 a 4.0% -
la razón H_2O/U varió de 1.0 a 1.2.

La concentración de Boro en el moderador tuvo -
un valor máximo de 3500 partes / 10^6 .

En algunos casos el moderador fue D_2O hasta un -
85%.

El diámetro de las barras de combustible varió -
de 0.175 " (0.445 cm.) a 0.925 " (2.35cm).

El encamisado fué acero y aluminio.

Se consideraron retículas cuadradas y exagonales

Considerando conjuntamente los valores de las constantes de multiplicación infinita para los 116 casos, - -

Strawbridge obtuvo un promedio para $k_{\infty} = 0.9931$ con una desviación estandar = $\pm 0.86\%$.

El valor de v para U-235 utilizado en estos cálculos fue 2.43. Si se utiliza un valor para v de 2.447, el valor promedio de k_{∞} resulta 1.000.

Con respecto al tiempo de cómputo, el método de Strawbridge resulta conveniente ya que el tiempo de cómputo total requerido por un cálculo de criticidad es 50 veces menor (en la IBM - 7094) que el requerido utilizando métodos más rigurosos.

4.11 REFERENCIAS

1. John R. Lamarsh: "Introduction to Nuclear Reactor theory" Addison - Wesley Publishing Company Inc. 1966, p. 370.
2. L.E. Strawbridge, and R.F. Barry: "Criticality Calculations for Uniform Water Moderated Lattices", Nuclear Science and Engineering 23, 58-73, (1965).
3. LEOPARD. A Spectrum Dependent Non-Spatial Depletion Code For the IBM - 7094 WCAP - 3269-26, 1963.
4. D.J. Bennet: "The Elements of Nuclear Power" Longman - Group Limited 1972, p. 68.
5. Ref. 1 p. 376
6. Ref. 1 p. 380
7. A. Amouyal, P. Benoist et J. Horowitz: "Nouvelle Methode de Determination du Facteur D'Utilisation thermique D' Une Cellule" J. Nuclear Energy 6, 79-98 (1957).
8. Alvin M. Weinberg and Eugene Wigner: "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors" the University of Chicago Press 1958 p. 635.

25. Ref. 2 p. 62-63
26. Ref. 2 p. 65-73
27. Case K.M., F. de Hoffman, and G. Placzek "Introduction to the theory of Neutron Diffusion" U.S. Government - - Printing Office 1953, p. 34-35.

C A P I T U L O V
SOLUCION DE LAS ECUACIONES
DE QUEMADO PARA UN REACTOR
DE POTENCIA TIPO BWR

5.0 APROXIMACIONES PARA EL CALCULO DEL QUEMADO

Durante la operación de un reactor de potencia el combustible se consume con una rapidez proporcional a la densidad de potencia generada en el núcleo del reactor. En general, la composición isotópica del combustible varía en espacio y tiempo ya que el flujo neutrónico no es el mismo en todo el núcleo del reactor.

En un reactor térmico los núcleos ffsiles son consumidos por fisión y se forman casi 200 productos de fisión; algunos directamente y otros por desintegración radiactiva. Como consecuencia las concentraciones de los isótopos ffsiles, en general, son funciones de la posición, en el núcleo del reactor y del tiempo.

En un reactor de potencia es necesario determi-

nar la concentración isotópica del combustible como función del tiempo para determinar la cantidad de combustible que se requiere para poder permanecer crítico durante un tiempo especificado.

El tratamiento riguroso del quemado del combustible requiere del conocimiento de las secciones eficaces de todos los productos de la fisión, (así como de sus rendimientos y de sus constantes de desintegración) y de los isótopos pesados. Con estos datos, en principio, podría resolverse la ecuación de transporte dependiente del tiempo. Sin embargo en la práctica esto no es posible, en parte por la falta de datos y en parte por el tiempo excesivo de cómputo que requerirían este tipo de cálculos.

Consecuentemente deben hacerse algunas simplificaciones para tratar los problemas de quemado.

Considerando que los cambios en el flujo de un reactor de potencia son suficientemente lentos, no se necesita utilizar la ecuación de transporte dependiente del tiempo para determinar el flujo en función del mismo. En lugar de ésto, se puede hacer un cálculo "estático" para el reactor en su estado inicial crítico de elevada potencia para determinar el flujo. El flujo obtenido de este cálculo puede considerarse como constante durante un perío

do de tiempo determinado, llamado una "etapa de tiempo de quemado", aún cuando durante este intervalo haya habido quemado y movimiento de las barras de control para mantener la criticidad.

Entonces, el valor del flujo que se supone que persiste durante una etapa de tiempo de quemado es exacto al principio de la etapa pero se desvía ligeramente, a medida que transcurre el tiempo, de los valores que se obtendrían al resolver las ecuaciones de grupo de difusión dependientes del tiempo, durante el intervalo considerado.

Entonces, la operación continua del reactor se reemplaza por una operación discreta, por etapas, dividiendo la vida del combustible en un cierto número de intervalos de tiempo. Se supone entonces que los parámetros del núcleo del reactor permanecen constantes durante cada etapa de tiempo de quemado y se usan para calcular los parámetros correspondientes para la siguiente etapa.

Así mismo, los cambios en las densidades atómicas de los isótopos se calculan usando el valor del flujo fijado al principio de la etapa de tiempo considerada.

De esta manera, para analizar un reactor durante el tiempo de vida del combustible se puede utilizar una se

cuencia de computaciones de criticidad "estática" combinadas con computaciones de quemado para determinar las densidades atómicas de los isótopos afectados por el proceso de quemado.

En este método está basado el código LEOPARD que computa los parámetros de un reactor tipo BWR al final de cada etapa de tiempo de quemado (1)

5.1 ECUACION GENERAL DE QUEMADO

El cálculo de las densidades isotópicas de los núcleos ffsiles, de los productos de la fisión, de los isótopos pesados y de los venenos quemables puede tratarse a partir de una ecuación general que se establecerá a continuación.

Entonces, definiendo $N^i(\vec{r}, t)$ como el número de núclidos "i" por unidad de volumen en el punto \vec{r} y en el tiempo t , la rapidez a la que cambia $N^i(\vec{r}, t)$ puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^i(\vec{r}, t) = \text{Rapidez de Formación} - \text{Rapidez de Destruc} \\ \text{ción.} \\ - \text{Rapidez de Desin} \\ \text{tegración.}$$

Se considerará que los núclidos se forman y se destruyen solamente como resultado de fisión, captura neutrónica y desintegración radiactiva (beta negativa).

Sea $N^{i-1}(\vec{r}, t)$ la densidad de núclidos que pueden convertirse al tipo i por captura de un neutrón; es decir, si i denota un núclido con número de masa A y número atómico Z , entonces $i-1$ denotará el núclido con número de masa $A-1$ y número atómico Z . Así mismo, sea $N^i(\vec{r}, t)$ la densidad de núclidos que originan aquellos del tipo i por desintegración beta negativa, es decir, con número de masa A y número atómico $Z-1$, la constante de desintegración para estos núclidos se representará por λ^i .

Finalmente, sean $N^j(\vec{r}, t)$, las densidades de los núclidos físi les y fisionables y $\gamma^{ji}(E)$ la probabilidad de que un núclido del tipo i sea formado como producto de fisión por absorción de un neutrón de energía E por un núclido del tipo j , es decir, es el rendimiento por fisión del núclido i . Si el núclido del tipo i no es un producto de fisión, entonces $\gamma^{ji}(E)$ es cero.

Con estas definiciones, la rapidez en la ecuación (5-1) resultan:

$$\text{Rapidez de Formación} = \sum_j N^j(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \gamma^{ji}(E) \sigma_f^j(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE$$

$$+ N^{i-1}(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \sigma_c^{i-1}(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE + \lambda^{i-1} N^i(\vec{r}, t) \quad (5-2)$$

donde $\sigma_f^j(E)$ es la sección eficaz microscópica de fisión del núcleo del tipo j para neutrones de energía E , y $\phi(\vec{r}, E, t)$ es el flujo en el punto \vec{r} , a la energía E en el tiempo t , $\sigma_c^{i-1}(E)$ es la sección eficaz microscópica de captura radiativa para núclidos del tipo $i-1$ para neutrones de energía E .

$$\begin{aligned} \text{Rapidez de Destrucción} &= N^i(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \sigma_f^i(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE \\ &+ N^i(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \sigma_c^i(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE \end{aligned} \quad (5-3)$$

$$\text{Rapidez de Desintegración} = \lambda^i N^i(\vec{r}, t) \quad (5-4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5-2), (5-3) y (5-4) en la ecuación (5-1) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^i(\vec{r}, t) &= \sum_j N^j(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \gamma^{j1}(E) \sigma_f^j(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE \\ &+ N^{i-1}(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \sigma_c^{i-1}(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE + \lambda^{i-1} N^i(\vec{r}, t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - N^i(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \sigma_f^i(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE \\
 & - N^i(\vec{r}, t) \int_0^{\infty} \sigma_c^i(E) \phi(\vec{r}, E, t) dE - \lambda^i N^i(\vec{r}, t)
 \end{aligned} \quad (5-5)$$

En general, para cada punto del reactor y para cada clase de núcleo habrá una ecuación del tipo (5-5) y las ecuaciones diferenciales resultantes están acopladas.

Para reducir el número de núclidos que es necesario incluir explícitamente en un cálculo de quemado se aplican los siguientes principios generales:

Los únicos productos de fisión que se consideran explícitamente son aquellos con secciones eficaces de captura considerablemente grandes (del orden de 10^5 barns).

Esto implica que para reactores térmicos casi todos los productos de fisión se consideran representados por unos cuantos isótopos ficticios, a cada uno de los cuales se le adscribe una sección eficaz promedio. Cualquier núcleo con una vida media ($t_{1/2} = 0.693/\lambda$) muy corta comparada con los productos

$$\sigma_c(E) \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad \sigma_f(E) \phi(\vec{r}, E, t)$$

puede omitirse de las ecuaciones de quemado.

El Xe - 135 y el Sm - 149 se consideran individualmente en los reactores térmicos.

Desde el punto de vista de la criticidad solamente necesitan considerarse algunas cadenas de isótopos que resultan de la captura de neutrones en el combustible de un reactor que utilice Uranio ligeramente enriquecido.

Los isótopos creados por captura de neutrones en el moderador y en los materiales estructurales tienen un efecto despreciable sobre la condición crítica del reactor ya que sus secciones eficaces de absorción de neutrones son pequeñas y como consecuencia la cantidad de material creada por captura de neutrones en estos materiales es pequeña. De acuerdo con estos principios, las cadenas de los productos de fisión que se requiere considerar en los cálculos de quemado de un reactor tipo BWR que utiliza Uranio ligeramente enriquecido son: (2)

La cadena del U-238 hasta el Pu-242 (Fig. 5.1)

La cadena del Th-232 hasta el U-236 (Fig. 5.2)

La cadena del Pm-149 hasta el Sm-149 (Fig. 5.3)



A PARTIR DE

ESTA PAGINA

**FALLA
DE
ORIGEN**

La cadena del I-135 hasta el Xe-135 (Fig. -- 5.4)

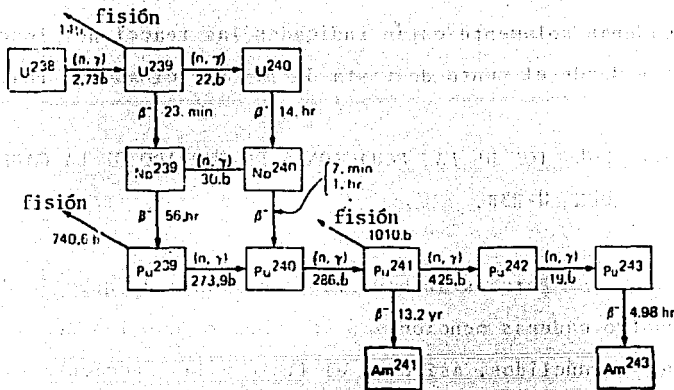


Fig. 5.1 Cadena del U-238 al Pu-242 (3)

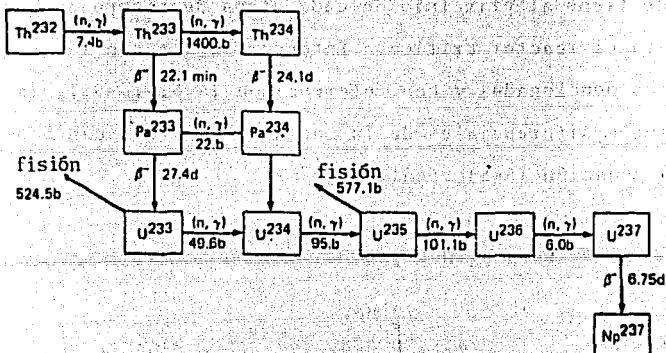


Fig. 5.2 Cadena del Th-232 al U-236 (3)

En las figuras 5.1 y 5.2 están mostradas las cadenas del U-238 y del Th-232 respectivamente con las vidas medias y las secciones eficaces a 0.025 eV. En estas cadenas solamente están indicadas las reacciones importantes desde el punto de vista de la criticidad del reactor.

5.2 SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO DE LA CADENA -- DEL U-238.

Para establecer las ecuaciones de quemado de las cuatro cadenas mencionadas se supondrá que las densidades de los núclidos, así como el flujo y las secciones eficaces en la ecuación (5-5) son independientes de la posición; además, el flujo se considerará constante durante cada etapa de tiempo de quemado, es decir, con el valor -- que tiene al principio de cada etapa de tiempo de quemado para el reactor crítico. Entonces, aplicando los principios mencionados y con referencia a la Fig. 5.1, las ecuaciones diferenciales de la cadena del U-238 con base en la ecuación (5-5) resultan: (4)

Para el U - 238:

$$\frac{d}{dt} N^{28}(t) = - N^{28}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_f^{28}(E) \phi(E) dE - N^{28}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{28}(E) \phi(E) dE$$

(5-6)

Definiendo de manera general las constantes (con respecto al tiempo) que intervienen en la ecuación (5-5) - como

$$F^i = \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_f^i (E) \phi (E) dE \quad (5-7)$$

$$C^i = \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^i (E) \phi (E) dE \quad (5-8)$$

y

$$\sigma_f^i (E) + \sigma_c^i (E) = \sigma_a^i (E) \quad (5-9)$$

$$A^i = \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^i (E) \phi (E) dE = F^i + C^i \quad (5-10)$$

donde el superíndice i, que identifica a cada núclido, está formado por dos dígitos el primero es el segundo dígito del número atómico y el segundo es el último dígito del número de masa.

De acuerdo con estas definiciones la ecuación - (5-6) queda

$$\frac{d}{dt} N^{28} (t) + N^{28} (t) A^{28} = 0 \quad (5-11)$$

Para el U-239

$$\frac{d}{dt} N^{49}(t) = N^{28}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{28}(E) \phi(E) dE - N^{49}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{49}(E) \phi(E) dE - N^{49}(t) \lambda^{49} \quad (5-12)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{49}(t) + N^{49}(t) (\lambda^{49} + A^{49}) = N^{28}(t) C^{28} \quad (5-13)$$

Para el Pu-240

$$\frac{d}{dt} N^{40}(t) = N^{49}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{49}(E) \phi(E) dE - N^{40}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{40}(E) \phi(E) dE \quad (5-14)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{40}(t) + N^{40}(t) \lambda^{40} = N^{49}(t) C^{49} \quad (5-15)$$

Para el Pu-241

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{41}(t) &= N^{40}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{40}(E) \phi(E) dE - \\ &- N^{41}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{41}(E) \phi(E) dE - N^{41}(t) \lambda^{41} \end{aligned} \quad (5-16)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{41}(t) + N^{41}(t) (\lambda^{41} + A^{41}) = N^{40}(t) C^{40} \quad (5-17)$$

Para el Pu-242:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{42}(t) &= N^{41}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{41}(E) \phi(E) dE - \\ &- N^{42}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{42}(E) \phi(E) dE \end{aligned} \quad (5-18)$$

que puede escribirse como:

$$\frac{d}{dt} N^{42}(t) + N^{42}(t) A^{42} = N^{41}(t) C^{41} \quad (5-19)$$

Para encontrar las soluciones de las ecuaciones diferenciales acopladas de la cadena del U-238 se aplicará la fórmula general para la solución de una ecuación diferencial no-homogénea de primer orden de la forma

$$\frac{d}{dt} N^i(t) + a N^i(t) = b(t) \quad (5-20)$$

cuya solución general es

$$N^i(t) = \exp(-at) \int_0^t \exp(ax) b(x) dx + K^i \exp(-at) \quad (5-21)$$

donde la constante K^i determinada de la condición inicial resulta

$$N^i(0) = N_0^i = K^i \quad (5-22)$$

donde $N^i(0)$ es la densidad del núcleo i al principio de una etapa de tiempo de quemado.

Aplicando la fórmula (5-21) y la condición inicial (5-22) la solución de la ecuación (5-11) resulta.

$$N^{28}(t) = N_0^{28} \exp(-A^{28} t) \quad (5-23)$$

Sustituyendo la ecuación (5-23) en la ecuación (5-13) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{49}(t) + N^{49}(t) (\lambda^{49} + A^{49}) = C^{28} N_0^{28} \exp(-A^{28} t) \quad (5-24)$$

Aplicando (5-21) y (5-22) la solución de (5-24) resulta

$$\begin{aligned}
 N^{49}(t) &= \frac{N_0^{28} C^{28}}{\lambda^{49} + A^{49} - A^{28}} \exp(-A^{28} t) \\
 &+ N_0^{49} - \frac{N_0^{28} C^{28}}{\lambda^{49} + A^{49} - A^{28}} \times \\
 &\times \exp - (\lambda^{49} + A^{49}) t \quad (5-25)
 \end{aligned}$$

Definiendo las constantes

$$B_{28}^{49} = \frac{N_0^{28} C^{28}}{\lambda^{49} + A^{49} - A^{28}} \quad (5-26)$$

y

$$B_{49}^{49} = N_0^{49} - \frac{N_0^{28} C^{28}}{\lambda^{49} + A^{49} - A^{28}} \quad (5-27)$$

la ecuación (5-25) puede escribirse como

$$N^{49}(t) = B_{28}^{49} \exp(-A^{28} t) + B_{49}^{49} \exp [-(\lambda^{49} + A^{49}) t] \quad (5-28)$$

Sustituyendo la ecuación (5-28) en la ecuación -

(5-15) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{40}(t) + N^{40}(t) A^{40} = C^{49} B_{28}^{49} \exp(-A^{28} t) + C^{49} B_{49}^{49} \exp[-(\lambda^{49} + A^{49}) t] \quad (5-29)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-29) resulta.

$$\begin{aligned} N^{40}(t) = & \frac{C^{49} B_{28}^{49}}{A^{40} - A^{28}} \exp(-A^{28} t) \\ & + \frac{C^{49} B_{49}^{49}}{A^{40} - \lambda^{49} - A^{49}} \exp[-(\lambda^{49} + A^{49}) t] \\ & + \left[N_0^{40} - \frac{C^{49} B_{28}^{49}}{A^{40} - A^{28}} - \frac{C^{49} B_{49}^{49}}{A^{40} - \lambda^{49} - A^{49}} \right] \exp(-A^{40} t) \end{aligned} \quad (5-30)$$

Definiendo las siguientes constantes

$$B_{28}^{40} = \frac{C^{49} B_{28}^{49}}{A^{40} - A^{28}} \quad (5-31)$$

$$B_{49}^{40} = \frac{C^{49} B_{49}^{49}}{A^{40} - \lambda^{49} - A^{49}} \quad (5-32)$$

y

$$B_{40}^{40} = N_0^{40} - \frac{C^{49} B_{28}^{49}}{A^{40} - A^{28}} - \frac{C^{49} B_{49}^{49}}{A^{40} - \lambda^{49} - A^{49}} \quad (5-33)$$

la ecuación (5-30) puede escribirse como

$$N^{40}(t) = B_{28}^{40} \exp(-A^{28} t) + B_{49}^{40} \exp\left[-(\lambda^{49} + A^{49}) t\right] + B_{40}^{40} \exp(-A^{40} t) \quad (5-34)$$

Sustituyendo la ecuación (5-34) en la ecuación (5-17) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{41}(t) + N^{41}(t) (\lambda^{41} + A^{41}) = C^{40} B_{28}^{40} \exp(-A^{28} t) + C^{40} B_{49}^{40} \exp\left[-(\lambda^{49} + A^{49}) t\right] + C^{40} B_{40}^{40} \exp(-A^{40} t) \quad (5-35)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-35) resulta

$$N^{41}(t) = \frac{C^{40} B_{28}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{28}} \exp(-A^{28} t) + \frac{C^{40} B_{49}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - \lambda^{49} - A^{49}} \exp\left[-(\lambda^{49} + A^{49}) t\right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{C^{40} B_{40}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{40}} \exp(-A^{40} t) \\
& + \left[N_o^{41} - \frac{C^{40} B_{28}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{28}} - \frac{C^{40} B_{49}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - \lambda^{49} - A^{49}} - \frac{C^{40} B_{40}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{40}} \right] \times \\
& \times \exp \left[- (\lambda^{41} + A^{41}) t \right] \quad (5-36)
\end{aligned}$$

Definiendo las siguientes constantes

$$B_{28}^{41} = \frac{C^{40} B_{28}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{28}} \quad (5-37)$$

$$B_{49}^{41} = \frac{C^{40} B_{49}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - \lambda^{49} - A^{49}} \quad (5-38)$$

$$B_{40}^{41} = \frac{C^{40} B_{40}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{40}} \quad (5-39)$$

y

$$B_{41}^{41} = N_o^{41} - \frac{C^{40} B_{28}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{28}} - \frac{C^{40} B_{49}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - \lambda^{49} - A^{49}} - \frac{C^{40} B_{40}^{40}}{\lambda^{41} + A^{41} - A^{40}}$$

(5-40)

la ecuación (5-36) puede escribirse como

$$\begin{aligned}
 N^{41}(t) = & B_{28}^{41} \exp(-A^{28} t) + B_{49}^{41} \exp[-(\lambda^{49} + A^{49}) t] \\
 & + B_{40}^{41} \exp(-A^{40} t) + B_{41}^{41} \exp[-(\lambda^{41} + A^{41}) t]
 \end{aligned}
 \tag{5-41}$$

Sustituyendo la ecuación (5-41) en la ecuación (5-19) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} N^{42}(t) + N^{42}(t) A^{42} = & C^{41} B_{28}^{41} \exp(-A^{28} t) \\
 & + C^{41} B_{49}^{41} \exp[-(\lambda^{49} + A^{49}) t] \\
 & + C^{41} B_{40}^{41} \exp(-A^{40} t) + C^{41} B_{41}^{41} \exp[-(\lambda^{41} + A^{41}) t]
 \end{aligned}
 \tag{5-42}$$

Empleando las ecuaciones (5-21) y (5-22), la solución de la ecuación (5-42) resulta

$$\begin{aligned}
 N^{42}(t) = & \frac{C^{41} B_{28}^{41}}{A^{42} - A^{28}} \exp(-A^{28} t) + \frac{C^{41} B_{49}^{41}}{A^{42} - \lambda^{49} - A^{49}} \times \\
 & \times \exp[-(\lambda^{49} + A^{49}) t]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{C^{41} B_{40}^{41}}{A^{42} - A^{40}} \exp(-A^{40} t) + \frac{C^{41} B_{41}^{41}}{A^{42} - \lambda^{41} - A^{41}} \exp[-(\lambda^{41} + A^{41}) t] \\
& + \left[N_o^{42} \left[\frac{C^{41} B_{28}^{41}}{A^{42} - A^{28}} - \frac{C^{41} B_{49}^{41}}{A^{42} - \lambda^{49} - A^{49}} - \frac{C^{41} B_{40}^{41}}{A^{42} - A^{40}} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{C^{41} B_{41}^{41}}{A^{42} - \lambda^{41} - A^{41}} \right] \exp(-A^{42} t) \right] \quad (5-43)
\end{aligned}$$

Definiendo las siguientes constantes

$$B_{28}^{42} = \frac{C^{41} B_{28}^{41}}{A^{42} - A^{28}} \quad (5-44)$$

$$B_{49}^{42} = \frac{C^{41} B_{49}^{41}}{A^{42} - \lambda^{49} - A^{49}} \quad (5-45)$$

$$B_{40}^{42} = \frac{C^{41} B_{40}^{41}}{A^{42} - A^{40}} \quad (5-46)$$

$$B_{41}^{42} = \frac{C^{41} B_{41}^{41}}{A^{42} - \lambda^{41} - A^{41}} \quad (5-47)$$

$$B_{42}^{42} = N_o^{42} \left[\frac{C^{41} B_{28}^{41}}{A^{42} - A^{28}} - \frac{C^{41} B_{49}^{41}}{A^{42} - \lambda^{49} - A^{49}} - \frac{C^{41} B_{40}^{41}}{A^{42} - A^{40}} \right.$$

$$- \frac{C_{41}^{41} \quad B_{41}^{41}}{A^{42} - \lambda \quad - A^{41}} \quad (5-48)$$

la ecuación (5-43) queda

$$\begin{aligned} N^{42}(t) = & B_{28}^{42} \exp(-A^{28}t) + B_{49}^{42} \exp[-(\lambda^{49} + A^{49})t] \\ & + B_{40}^{42} \exp(-A^{40}t) \\ & + B_{41}^{42} \exp[-(\lambda^{41} + A^{41})t] + B_{42}^{42} \exp(-A^{42}t) \end{aligned} \quad (5-49)$$

5.3 SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO DE LA CADENA DEL Th-232

Aplicando los mismos principios empleados para establecer las ecuaciones de quemado de la cadena del U-238, aplicando la ecuación general de quemado (5-5) y las definiciones (5-7) a (5-10) y con referencia a la Fig. 5.2, las ecuaciones de quemado para la cadena del Th-232 resultan⁽⁵⁾

Para el Th-232:

$$\frac{d}{dt} N^{02}(t) = - N^{02}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{02}(E) \phi(E) dE \quad (5-50)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{02}(t) + N^{02}(t) A^{02} = 0 \quad (5-51)$$

Para el Pa-233:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{13}(t) &= N^{02}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{02}(E) \phi(E) dE - \\ &- N^{13}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{13}(E) \phi(E) dE - N^{13}(t) \lambda^{13} \end{aligned} \quad (5-52)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{13}(t) + (\lambda^{13} + A^{13}) N^{13}(t) = N^{02}(t) C^{02} \quad (5-53)$$

Para U-233

$$\frac{d}{dt} N^{23}(t) = -\lambda^{13} N^{13}(t) - N^{23}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{23}(E) \phi(E) dE \quad (5-54)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{23}(t) + N^{23}(t) A^{23} = -\lambda^{13} N^{13}(t) \quad (5-55)$$

Para U-234:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{24}(t) &= N^{23}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{23}(E) \phi(E) dE + \\ N^{13}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{23}(E) \phi(E) dE &- N^{24}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{24}(E) \phi(E) dE \end{aligned} \quad (5-56)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{24}(t) + N^{24}(t) A^{24} = N^{23}(t) C^{23} + N^{13}(t) C^{13} \quad (5-57)$$

para U-235:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{25}(t) &= N^{24}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_c^{24}(E) \phi(E) dE - \\ - N^{25}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{25}(E) \phi(E) dE \end{aligned} \quad (5-58)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{25}(t) + A^{25} N^{25}(t) = N^{24}(t) C^{24} \quad (5-59)$$

Para U-236

$$\frac{d}{dt} N^{26}(t) = N^{25}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_C^{25}(E) \phi(E) dE - N^{26}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{26}(E) \phi(E) dE \quad (5-60)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{26}(t) + N^{26}(t) \Lambda^{26} = N^{25}(t) \Lambda^{25} \quad (5-61)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22), la solución de la ecuación (5-51) resulta

$$N^{02}(t) = N_0^{02} \exp(-\Lambda^{02} t) \quad (5-62)$$

Sustituyendo la ecuación (5-62) en la ecuación (5-53) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{13}(t) + (\lambda^{13} + \Lambda^{13}) N^{13}(t) = C^{02} N_0^{02} \exp(-\Lambda^{02} t) \quad (5-63)$$

aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-63) resulta

$$N^{13}(t) = \frac{N_o^{02} C^{02}}{\lambda^{13} + \Lambda^{13} - A^{02}} \exp(-A^{02} t) + \left[N_o^{13} - \frac{N_o^{02} C^{02}}{\lambda^{13} + \Lambda^{13} - A^{02}} \right] \exp[-(\lambda^{13} + \Lambda^{13}) t] \quad (5-64)$$

Definiendo las siguientes constantes

$$B_{02}^{13} = \frac{N_o^{02} C^{02}}{\lambda^{13} + \Lambda^{13} - A^{02}} \quad (5-65)$$

$$B_{13}^{13} = N_o^{13} - \frac{N_o^{02} C^{02}}{\lambda^{13} + \Lambda^{13} - A^{02}} \quad (5-66)$$

la ecuación (5-65) puede escribirse como

$$N^{13}(t) = B_{02}^{13} \exp(-A^{02} t) + B_{13}^{13} \exp[-(\lambda^{13} + \Lambda^{13}) t] \quad (5-67)$$

Sustituyendo la ecuación (5-67) en la ecuación (5-55) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{23}(t) + N^{23}(t) \lambda^{23} = \lambda^{13} B_{02}^{13} \exp(-A^{02} t) + \lambda^{13} B_{13}^{13} \exp[-(\lambda^{13} + \Lambda^{13}) t] \quad (5-68)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-68) resulta

$$\begin{aligned}
 N^{23}(t) = & \frac{\lambda^{13} B_{02}^{13}}{A^{23} - A^{02}} \exp(-A^{02} t) + \frac{\lambda^{13} B_{13}^{13}}{A^{23} - \lambda^{13} - A^{13}} \times \\
 & \times \exp[-(\lambda^{13} + A^{13})t] + \\
 & + \left[N_0^{23} - \frac{\lambda^{13} B_{02}^{13}}{A^{23} - A^{02}} - \frac{\lambda^{13} B_{13}^{13}}{A^{23} - \lambda^{13} - A^{13}} \right] \exp(-A^{23} t)
 \end{aligned} \tag{5-69}$$

Definiendo las constantes

$$B_{02}^{23} = \frac{\lambda^{13} B_{02}^{13}}{A^{23} - A^{02}} \tag{5-70}$$

$$B_{13}^{23} = \frac{\lambda^{13} B_{13}^{13}}{A^{23} - \lambda^{13} - A^{13}} \tag{5-71}$$

$$B_{23}^{23} = N_0^{23} - \frac{\lambda^{13} B_{02}^{13}}{A^{23} - A^{02}} - \frac{\lambda^{13} B_{13}^{13}}{A^{23} - \lambda^{13} - A^{13}} \tag{5-72}$$

la ecuación (5-69) queda

$$\begin{aligned}
 N^{23}(t) = & B_{02}^{23} \exp(-A^{02} t) + B_{13}^{23} \exp[-(\lambda^{13} + A^{13})t] + \\
 & + B_{23}^{23} \exp(-A^{23} t)
 \end{aligned} \tag{5-73}$$

Sustituyendo las ecuaciones (5-67) y (5-73) en la ecuación (5-57) resulta

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{24}(t) + N^{24}(t) A^{24} &= C^{13} B_{02}^{13} \exp(-A^{02} t) + \\ &+ C^{13} B_{13}^{13} \exp[-(\lambda^{13} + A^{13}) t] \\ &+ C^{23} B_{02}^{23} \exp(-A^{02} t) + C^{23} B_{13}^{23} \exp[-(\lambda^{13} + A^{13}) t] \\ &+ C^{23} B_{23}^{23} \exp(-A^{23} t) \end{aligned} \quad (5-74)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-74) resulta

$$\begin{aligned} N^{24}(t) &= \left(\frac{C^{13} B_{02}^{13} + C^{23} B_{02}^{23}}{A^{24} - A^{02}} \right) \exp(-A^{02} t) \\ &+ \left(\frac{C^{13} B_{13}^{13} + C^{23} B_{13}^{23}}{A^{24} - \lambda^{13} - A^{13}} \right) \exp[-(\lambda^{13} + A^{13}) t] \\ &+ \frac{C^{23} B_{23}^{23}}{A^{24} - A^{23}} \exp(-A^{23} t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[N_o^{24} - \frac{C^{13} B_{02}^{13} + C^{23} B_{02}^{23}}{A^{24} - A^{02}} - \frac{C^{13} B_{13}^{13} + C^{23} B_{13}^{23}}{A^{24} - \lambda^{13} - A^{13}} \right. \\
 & \left. - \frac{C^{23} B_{23}^{23}}{A^{24} - A^{23}} \right] \exp(-A^{24} t) \quad (5-75)
 \end{aligned}$$

Definiendo las constantes

$$B_{02}^{24} = \frac{C^{13} B_{02}^{13} + C^{23} B_{02}^{23}}{A^{24} - A^{02}} \quad (5-76)$$

$$B_{13}^{24} = \frac{C^{13} B_{13}^{13} + C^{23} B_{13}^{23}}{A^{24} - \lambda^{13} - A^{13}} \quad (5-77)$$

$$B_{23}^{24} = \frac{C^{23} B_{23}^{23}}{A^{24} - A^{23}} \quad (5-78)$$

$$\begin{aligned}
 B_{24}^{24} = N_o^{24} - \frac{C^{13} B_{02}^{13} + C^{23} B_{02}^{23}}{A^{24} - A^{02}} - \frac{C^{13} B_{13}^{13} + C^{23} B_{13}^{23}}{A^{24} - \lambda^{13} - A^{13}} \\
 - \frac{C^{23} B_{23}^{23}}{A^{24} - A^{23}} \quad (5-79)
 \end{aligned}$$

la ecuación (5-75) queda

$$\begin{aligned}
 N^{24}(t) = & B_{02}^{24} \exp(-\Lambda^{02} t) + B_{13}^{24} \exp[-(\lambda^{13} + \Lambda^{13}) t] \\
 & + B_{23}^{24} \exp(-\Lambda^{23} t) + B_{24}^{24} \exp(-\Lambda^{24} t)
 \end{aligned}
 \tag{5-80}$$

Sustituyendo la ecuación (5-80) en la ecuación (5-59) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} N^{25}(t) + \Lambda^{25} N^{25}(t) = & C^{24} B_{02}^{24} \exp(-\Lambda^{02} t) + \\
 + C^{24} B_{13}^{24} \exp[-(\lambda^{13} + \Lambda^{13}) t] + & C^{24} B_{23}^{24} \exp(-\Lambda^{23} t) + C^{24} B_{24}^{24} \exp(-\Lambda^{24} t)
 \end{aligned}
 \tag{5-81}$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-81) queda

$$\begin{aligned}
 N^{25}(t) = & \frac{C^{24} B_{02}^{24}}{\Lambda^{25} - \Lambda^{02}} \exp(-\Lambda^{02} t) + \frac{C^{24} B_{13}^{24}}{\Lambda^{25} - \lambda^{13} - \Lambda^{13}} \times \\
 & \times \exp[-(\lambda^{13} + \Lambda^{13}) t] \\
 & + \frac{C^{24} B_{23}^{24}}{\Lambda^{25} - \Lambda^{23}} \exp(-\Lambda^{23} t) + \frac{C^{24} B_{24}^{24}}{\Lambda^{25} - \Lambda^{24}} \exp(-\Lambda^{24} t) \\
 & + \left[N_0^{25} - \frac{C^{24} B_{02}^{24}}{\Lambda^{25} - \Lambda^{02}} - \frac{C^{24} B_{13}^{24}}{\Lambda^{25} - \lambda^{13} - \Lambda^{13}} - \frac{C^{24} B_{23}^{24}}{\Lambda^{25} - \Lambda^{23}} \right]
 \end{aligned}$$

$$- \frac{C^{24} B_{24}^{24}}{A^{25} - A^{24}} \exp(-A^{25} t) \quad (5-82)$$

Definiendo las siguientes constantes

$$B_{02}^{25} = \frac{C^{24} B_{02}^{24}}{A^{25} - A^{02}} \quad (5-83)$$

$$B_{13}^{25} = \frac{C^{24} B_{13}^{24}}{A^{25} - \lambda^{13} - A^{13}} \quad (5-84)$$

$$B_{23}^{25} = \frac{C^{24} B_{23}^{24}}{A^{25} - A^{23}} \quad (5-85)$$

$$B_{24}^{25} = \frac{C^{24} B_{24}^{24}}{A^{25} - A^{24}} \quad (5-86)$$

$$B_{25}^{25} = N_0^{25} - \frac{C^{24} B_{02}^{24}}{A^{25} - A^{02}} - \frac{C^{24} B_{13}^{24}}{A^{25} - \lambda^{13} - A^{13}} - \frac{C^{24} B_{23}^{24}}{A^{25} - A^{23}} - \frac{C^{24} B_{24}^{24}}{A^{25} - A^{24}} \quad (5-87)$$

la ecuación (5-82) queda

$$\begin{aligned}
 N^{25}(t) = & B_{02}^{25} \exp(-A^{02} t) + B_{13}^{25} \exp[-(\lambda^{13} + A^{13}) t] \\
 & + B_{23}^{25} \exp(-A^{23} t) + B_{24}^{25} \exp(-A^{24} t) + B_{25}^{25} \exp(-A^{25} t)
 \end{aligned}
 \tag{5-88}$$

Sustituyendo la ecuación (5-88) en la ecuación (5-61), se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} N^{26}(t) + N^{26}(t) A^{26} = & A^{25} B_{02}^{25} \exp(-A^{02} t) + \\
 & A^{25} B_{13}^{25} \exp[-(\lambda^{13} + A^{13}) t] \\
 & + A^{25} B_{23}^{25} \exp(-A^{23} t) + A^{25} B_{24}^{25} \exp(-A^{24} t) \\
 & + A^{25} B_{25}^{25} \exp(-A^{25} t)
 \end{aligned}
 \tag{5-89}$$

Aplicando las ecuaciones (5-20) y (5-21) la solución de la ecuación (5-89) queda

$$\begin{aligned}
 N^{26}(t) = & \frac{\lambda^{25} B_{02}^{25}}{\lambda^{26} - A^{02}} \exp(-A^{02} t) + \frac{\lambda^{25} B_{13}^{25}}{\lambda^{26} - \lambda^{13} - A^{13}} \times \\
 & \times \exp[-(\lambda^{13} + A^{13}) t]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{A^{25} B_{23}^{25}}{A^{26} - A^{23}} \exp(-A^{23}t) + \frac{A^{25} B_{24}^{25}}{A^{26} - A^{24}} \exp(-A^{24}t) \\
& + \frac{A^{25} B_{25}^{25}}{A^{26} - A^{25}} \exp(-A^{25}t) + \left[N_0^{26} - \frac{A^{25} B_{02}^{25}}{A^{26} - A^{02}} \right. \\
& - \frac{A^{25} B_{13}^{25}}{A^{26} - \lambda^{13} - A^{13}} - \frac{A^{25} B_{23}^{25}}{A^{26} - A^{23}} - \frac{A^{25} B_{24}^{25}}{A^{26} - A^{24}} \\
& \left. - \frac{A^{25} B_{25}^{25}}{A^{26} - A^{25}} \right] \exp(-A^{26}t) \quad (5-90)
\end{aligned}$$

Definiendo las constantes

$$B_{02}^{26} = \frac{A^{25} B_{02}^{25}}{A^{26} - A^{02}} \quad (5-91)$$

$$B_{13}^{26} = \frac{A^{25} B_{13}^{25}}{A^{26} - \lambda^{13} - A^{13}} \quad (5-92)$$

$$B_{23}^{26} = \frac{A^{25} B_{23}^{25}}{A^{26} - A^{23}} \quad (5-93)$$

$$B_{24}^{26} = \frac{A^{25} B_{24}^{25}}{A^{26} - A^{24}} \quad (5-94)$$

$$B_{25}^{26} = \frac{A_{25}^{25} B_{25}^{25}}{A_{26}^{26} - A_{25}^{25}} \quad (5-95)$$

$$B_{26}^{26} = N_0^{26} \left[\frac{A_{02}^{25} B_{02}^{25}}{A_{26}^{26} - A_{02}^{25}} + \frac{A_{13}^{25} B_{13}^{25}}{A_{26}^{26} - \lambda^{13} - A_{13}^{25}} + \frac{A_{23}^{25} B_{23}^{25}}{A_{26}^{26} - A_{23}^{25}} \right. \\ \left. - \frac{A_{24}^{25} B_{24}^{25}}{A_{26}^{26} - A_{24}^{25}} - \frac{A_{25}^{25} B_{25}^{25}}{A_{26}^{26} - A_{25}^{25}} \right] \quad (5-96)$$

la ecuación (5-90) queda:

$$N^{26}(t) = B_{02}^{26} \exp(-A_{02}^{26} t) + B_{13}^{26} \exp[-(\lambda^{13} + A_{13}^{26}) t] \\ + B_{23}^{26} \exp(-A_{23}^{26} t) \\ + B_{24}^{26} \exp(-A_{24}^{26} t) + B_{25}^{26} \exp(-A_{25}^{26} t) + B_{26}^{26} \exp(-A_{26}^{26} t) \quad (5-97)$$

5.4 ENVENENAMIENTO POR PRODUCTOS DE FISION

Como un hecho concomitante al quemado del combustible se forman los productos de fisión, los cuales al desintegrarse radiactivamente forman cadenas de isótopos.

Los isótopos de estas cadenas tienen secciones eficaces de absorción de neutrones a la energía 0.025 eV que varían desde unos cuantos décimos de barn hasta 10^6 -- barns. Además, cuando estos núcleos absorben neutrones se forman otros isótopos que absorben neutrones. Este efecto se conoce como envenenamiento por productos de fisión.

Los productos de fisión pueden dividirse en dos clases, de saturación y de no saturación.

Los productos de fisión "de saturación" son -- aquellos que tienen secciones eficaces de absorción tan -- grandes (10^6 barns) que después de un corto período de -- tiempo su rapidez de formación queda balanceada por su rapidez de quemado, obteniéndose una densidad isotópica constante.

Los mas importantes productos de fisión de saturación son el Xe-135 y el Sm-149. Los productos de -- fisión "de no -- saturación" pueden dividirse en tres grupos (6) un grupo con una sección eficaz microscópica de -- absorción promedio de 80 barn/núcleo que se satura en 50- a 100 días de operación. Un segundo grupo con una sección eficaz microscópica de absorción promedio de 50 barn/núcleo que se satura en casi 6 meses, y un tercer grupo con una -- sección eficaz microscópica de absorción promedio de --

30 barn/núcleo que no se satura.

La descripción detallada de como varía la sección eficaz macroscópica de absorción $\Sigma_a(\vec{r}, E)$ en el núcleo de un reactor en función del tiempo por efecto de la formación de productos de fisión, requeriría la determinación de las densidades isotópicas de cientos de núclidos como funciones del tiempo. Existen programas de computadora capaces de resolver ecuaciones acopladas del tipo (5-5) que se requieren para determinar las densidades isotópicas de todos los productos de fisión que son importantes.

Los resultados obtenidos usando tales programas muestran que para un material combustible dado en un reactor, es suficiente tratar precisamente unos cuantos productos de fisión (aquellos con valores grandes de γ^{ji} y σ_a^i).

El efecto del resto de las cadenas puede representarse con suficiente precisión definiendo unos cuantos isótopos con secciones eficaces de absorción artificiales y constantes de desintegración también artificiales. Estos isótopos ficticios están definidos de manera que los parámetros $N^i(\vec{r}, t)$, $\gamma^{ji}(E)$, $\sigma_f^j(E)$, $\sigma_c^i(E)$, λ^i para estos isótopos satisfagan la ecuación (5-5).

La aproximación más simple de este tipo es supo-

ner que existe solamente un isótopo ficticio que no experimenta desintegración radiactiva y que cuando absorbe un -- neutrón, con una sección eficaz microscópica de absorción ficticia σ_a^F , se forma un isótopo ficticio con la misma -- sección eficaz microscópica de absorción ficticia, y que -- los isótopos formados en todas las absorciones subsecuen-- tes tienen esta misma sección eficaz microscópica de absor-- ción.

Esta suposición implica que cuando el isótopo -- ficticio absorbe un neutrón, este isótopo no es destruido. Bajo esta suposición la ecuación (5-5) para el isótopo fic-- ticio queda

$$\frac{d}{dt} N^F(\vec{r}, t) = \gamma^F \int_0^{\infty} \Sigma_f(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, t) dE \quad (5-98)$$

donde γ^F es el rendimiento por fisión del isótopo ficti-- cio, y $N^F(\vec{r}, t)$ es su densidad isotópica, además.

$$\Sigma_f(\vec{r}, E, t) = \sum_j N^j(\vec{r}, t) \sigma_f^j(E)$$

Si σ_a^F es la sección eficaz microscópica de ab-- sorción de grupo para el isótopo ficticio, la sección efi-- caz macroscópica de absorción de grupo en un tiempo t de la vida del combustible resulta.

$$\begin{aligned} \Sigma_a^F(\vec{r}, t) &= N^F(\vec{r}, t) \sigma_a^F \\ &= \gamma^F \sigma_a^F \int_0^t dt' \int_0^\infty \Sigma_f(r, E, t') \phi(E, t') dE \end{aligned} \quad (5-99)$$

puesto que $\int_0^t dt' \int_0^\infty \Sigma_f(\vec{r}, E, t') \phi(E, t') dE$ es el número de fisiones por unidad de volumen que han ocurrido en el punto \vec{r} en el tiempo t , y puesto que se ha supuesto que el isótopo ficticio no se destruye, la cantidad $\gamma^F \sigma_a^F$ es el número aproximado de "barns por fisión" introducido en el reactor por los fragmentos de fisión para los cuales γ^j y σ_a^i son pequeños. Los valores de $\gamma^F \sigma_a^F$ para reactores térmicos se encuentran en el intervalo de 40-50 barns/fisión (7)

5.5 SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO DE LA CADENA -- DEL I-135.

Desde el punto de vista de la criticidad y del control de un reactor térmico, el isótopo Xe-135 es el más importante de todos los productos de fisión ya que tiene una gran resonancia de absorción con un máximo en $E = 0.082$ eV que da por resultado una sección eficaz microscópica de absorción promedio de 2.7×10^6 barns a

la energía $E = 0.025$ eV. (8). Parte del Xe se forma directamente como un producto de fisión, pero la mayor parte se forma como resultado de una cadena de desintegración radiactiva que empieza con el Te-135 (Fig. 5.3) ($t_{1/2} = 2$ min) y prosigue a través del I-135 ($t_{1/2} = 6.7$ h) hasta el Xe-135 que es radiactivo con $t_{1/2} = 9.2$ h (8).

En la Fig. 5.3, todas las constantes de desintegración están en s^{-1} y los rendimientos por fisión del Te-135, γ^{25} y del Xe-135, γ^{35} , son los apropiados para fisión térmica del U-235. Estos rendimientos por fisión son rendimientos promedio; siendo un rendimiento promedio por fisión γ^i el número promedio de núcleos del isótopo i formados por fisión, es decir es un promedio sobre un gran número de fisiones y sobre los núcleos particulares que se fisioan y sobre las energías de los neutrones que causan fisión.

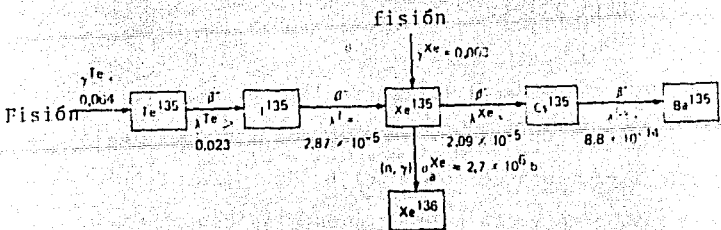


Fig. 5.3 Cadena del I-135 al Xe - 135 (9)

La desintegración del Te-135 es tan rápida y la del Cs-135 tan lenta (2.6 millones de años de vida media) ⁽⁸⁾ que se puede suponer que el I-135 se forma directamente por fisión con un rendimiento por fisión promedio de $\gamma^{35} = 0.064$ y que la cadena termina con la destrucción por desintegración β o por absorción de neutrones del Xe-135. Además, puesto que para $\phi = 10^{15} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ $\sigma_a^{35} = 8 \text{ barns}$ y $\lambda^{35} = 2.98 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ⁽¹⁰⁾, resulta que $\sigma_a^{25} \phi \ll \lambda^{35}$, por tanto la ecuación (5-5) para el I-135 queda

$$\frac{d}{dt} N^{35}(t) = \sum_j N^j(t) \int_0^{\infty} \gamma^{j35}(E) \sigma_f^j(E) \phi(E) dE - \lambda^{35} N^{35}(t) \quad (5-100)$$

reemplazando el rendimiento dependiente de la energía $\gamma^{ji}(E)$ por un rendimiento promedio sobre las energías de los neutrones que causan fisión, γ^{ji} y $N^j(t)$ por

$$\frac{N^j(0) + N^j(\Delta t)}{2}$$

de acuerdo con las aproximaciones del código LEOPARD ⁽⁴⁾, y definiendo de manera general el rendimiento γ^i por

$$\gamma^i = \sum_j \gamma^{ji} \frac{N^j(0) + N^j(\Delta t)}{2} \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_f^j(E) \phi(E) dE \quad (5-101)$$

$i = 19, 35, 45$; j todos los isótopos fisionables.

la ecuación (5-100) queda

$$\frac{d}{dt} N^{35}(t) + N^{35}(t) \lambda^{35} = \gamma^{35} \quad (5-102)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-102) resulta

$$N^{35}(t) = \left[N_0^{35} - \frac{\gamma^{35}}{\lambda^{35}} \right] \exp(-\lambda^{35} t) + \frac{\gamma^{35}}{\lambda^{35}} \quad (5-103)$$

Utilizando la ecuación (5-5) la ecuación de quemado para el Xe-135 resulta

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N^{45}(t) = & \sum_j \gamma^j i N^i(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_F^j(E) \phi(E) dE + \lambda^{35} N^{35}(t) \\ & - N^{45}(t) \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_a^{45}(E) \phi(E) dE - \lambda^{45} N^{45}(t) \end{aligned} \quad (5-104)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{45}(t) + \lambda^{45} N^{45}(t) = \lambda^{35} N^{35}(t) + \gamma^{45} \quad (5-105)$$

Sustituyendo la ecuación (5-103) en la ecuación (5-105) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{45}(t) + A^{45} N^{45}(t) + \lambda^{45} N^{45}(t) = (\lambda^{35} N_o^{35} - Y^{35}) \times \\ \times \exp(-\lambda^{35} t) + Y^{35} + Y^{45} \quad (5-106)$$

empleando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-106) resulta

$$N^{45}(t) = \left(\frac{\lambda^{35} N_o^{35} - Y^{35}}{a^{45} - \lambda^{35}} \right) \exp(-\lambda^{35} t) + \frac{Y^{45} + Y^{35}}{a^{45}} \\ + \left[N_o^{45} + \frac{Y^{35} - \lambda^{35} N_o^{35}}{a^{45} - \lambda^{35}} - \frac{Y^{45} + Y^{35}}{a^{45}} \right] \exp(-a^{45} t) \quad (5-107)$$

donde $a^{45} = A^{45} + \lambda^{45}$

5.6 SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO DE LA CADENA -- DEL Sm-149.

El Sm-149 tiene, a la energía de 0.025 eV una sección eficaz microscópica de absorción de 40,800 barns y una integral de resonancia de dilución infinita de 3400 barns. (7) Estos valores justifican su tratamiento individual.

El Sm-149 no se forma directamente por fisión

sino que aparece como resultado de la desintegración radiactiva del Nd-149 según la cadena mostrada en la Fig. 5.4

El rendimiento de 1.13% es el apropiado con respecto al U-235 para reactores térmicos para propósitos -
prácticos; la vida media de 2 horas del Nd-149 es mucho-
menor que la vida media del Pm-149, de 54 horas, por --
consiguiente se puede suponer que el Pm-149 aparece directamente por fisión.

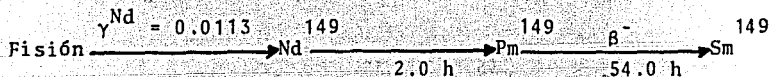


Fig. 5.4 Cadena del Pm-149 al Sm-149 (7)

Utilizando las ecuaciones (5-5) y (5-10) la ecuación de quemado para el Pm-149 resulta

$$\frac{d}{dt} N^{19}(t) = \sum_j \gamma^{j19} N^j(t) \int_0^{10 \text{ Mev}} \sigma_f^j(E) \phi(E) dE - \lambda^{19} N^{19}(t) \quad (5-108)$$

que puede escribirse como

$$\frac{d}{dt} N^{19}(t) + \lambda^{19} N^{19}(t) = \gamma^{19} \quad (5-109)$$

Aplicando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución

ción de la ecuación (5-109) resulta

$$N^{19}(t) = \left(N_0^{19} - \frac{\gamma^{19}}{\lambda^{19}} \right) \exp(-\lambda^{19} t) + \frac{\gamma^{19}}{\lambda^{19}} \quad (5-110)$$

Empleando las ecuaciones (5-5) y (5-10), la ecuación de quemado para el Sm-149 resulta

$$\frac{d}{dt} N^{29}(t) + N^{29}(t) A^{29} = \lambda^{19} N^{19}(t) \quad (5-111)$$

Sustituyendo la ecuación (5-110) en la ecuación (5-111) se obtiene

$$\frac{d}{dt} N^{29}(t) + N^{29}(t) A^{29} = \left(N_0^{19} \lambda^{19} - \gamma^{19} \right) \exp(-\lambda^{19} t) + \gamma^{19} \quad (5-112)$$

Utilizando las ecuaciones (5-21) y (5-22) la solución de la ecuación (5-112) resulta

$$\begin{aligned} N^{29}(t) = & \left(\frac{\lambda^{19} N_0^{19} - \gamma^{19}}{A^{29} - \lambda^{19}} \right) \exp(-\lambda^{19} t) \\ & + \left[N_0^{29} - \frac{\gamma^{19}}{A^{29}} - \frac{\lambda^{19} N_0^{19} - \gamma^{19}}{A^{29} - \lambda^{19}} \right] \exp(-A^{29} t) \\ & + \frac{\gamma^{19}}{A^{29}} \end{aligned} \quad (5-113)$$

5.7 CALCULO DE LAS DENSIDADES ISOTOPICAS

Utilizando las soluciones de las ecuaciones diferenciales de quemado que para los isótopos de las cadenas del U-238 y del Th-232 tienen la forma general.

$$N^i(t) = \sum_{j=m}^i B_j^i \exp(-E^j t) \quad (5-114)$$

donde la constante E^j puede ser A^j o $A^j + \lambda^j$; y para los isótopos de las cadenas del Sm-149 y del I-135 que tienen la forma general.

$$N^i(t) = \sum_{j=n}^i B_j^i \exp(-E^j t) + y^i \quad (5-115)$$

donde la constante y^i está dada en términos de las constantes Y^i , λ^i , A^i , ecuaciones (5-101) - (5-113), se pueden calcular las densidades isotópicas de los isótopos quemables al final de cada etapa de tiempo de quemado.

Así, para calcular las densidades isotópicas al final de la primera etapa de tiempo Δt , se deben calcular primero las constantes C^i , ecuación (5-8), A^i , ecuación (5-10), Y^i ecuación (5-101) utilizando los flujos de grupo obtenidos para la condición crítica inicial del reactor .

Con estas constantes se pueden calcular las constantes B_j^i , E_j^j , y γ^i , de las ecuaciones (5-114) (5-115)

Una vez calculadas las densidades isotópicas de los isótopos quemables al final de la primera etapa de tiempo $N^i(\Delta t_1)$ se pueden calcular los nuevos parámetros del reactor al principio de la segunda etapa de tiempo para una segunda condición crítica. Entonces, para calcular las densidades isotópicas de los isótopos quemables al final de cualquier etapa de tiempo de quemado, Δt_n , se emplearán los flujos de grupo obtenidos para el reactor crítico al principio de esta etapa de tiempo de quemado. Este proceso lo realiza el código LEOPARD que utiliza los códigos MUFT-IV y SOFOCATE modificados para calcular los parámetros de un reactor de potencia tipo BWR al final de cada etapa de tiempo de quemado para el reactor crítico, utilizando los flujos de grupo para calcular las densidades isotópicas de los isótopos quemables al final de cada etapa de tiempo de quemado utilizando las ecuaciones (5-114) y (5-115) y re-calculando los parámetros del reactor crítico, con estas nuevas densidades isotópicas al principio de la siguiente etapa de tiempo de quemado. La condición crítica al principio de cada etapa de tiempo de quemado se alcanza ajustando el "buckling" material del reactor. Este proceso se describirá en el capítulo VI.

5.8 SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO EN EL CODIGO -- CANDLE.

En virtud de que el código LEOPARD utiliza los cálculos que realiza el código CANDLE para las densidades isotópicas de los isótopos de las cadenas del Xe y del Sm, es conveniente describir en forma sintética las ecuaciones de quemado de este código. El código CANDLE⁽¹¹⁾ es un código de quemado en una dimensión que utiliza cuatro grupos de letargia (3 rápidos y uno térmico) y se emplea para estimar tiempos de vida de cargas de combustible para tres geometrías así como para determinar la variación con el tiempo del flujo y de la distribución del combustible en el núcleo del reactor. En los cálculos que hace el código CANDLE la criticidad se mantiene durante el tiempo de vida del combustible mediante una sección eficaz macroscópica variable de veneno, Σ_p , o mediante un "buckling" transversal variable.

Las constantes de grupo se calculan a partir de secciones eficaces microscópicas efectivas de grupo. Las secciones eficaces macroscópicas de grupo rápido están registradas en una biblioteca de secciones eficaces mientras que las secciones eficaces macroscópicas térmicas se suministran como datos de entrada para cada problema. Otros datos de entrada requeridos son las densidades isotópicas-

iniciales, factores de autoblandaje térmicos y las probabilidades de escape a la resonancia de grupo para U-238. -- Las densidades isotópicas de los isótopos quemables se recomputar automáticamente al final de cada etapa de tiempo de quemado.

El código hace uso de tres grupos rápidos de -- acuerdo con la estructura de macrogrupos del Código MUFT-IV (sección 1.16.1 cap. I) y de un grupo térmico. Se -- pueden suministrar un máximo de 251 puntos malla y 25 regiones para el núcleo del reactor.

En este código, al principio de la vida del combustible, los elementos que forman una región se consideran uniformemente distribuidos. En una región que contenga -- combustible, la distribución de éste se vuelve no-uniforme a medida que ocurre el quemado, por consiguiente es necesario tomar en cuenta la variación espacial de los parámetros de grupo, es decir, el coeficiente de difusión D , la sección eficaz macroscópica de remoción Σ_r , la sección eficaz macroscópica de absorción Σ_a , y $v\Sigma_f$

5.8.1 ECUACIONES DE GRUPO EN EL CODIGO CANDLE

Las ecuaciones de difusión de grupo empleadas -- por el código son (12)

$$-D^R(r) \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] \phi^R(r) - \frac{\partial}{\partial r} D^R(r) \frac{\partial}{\partial r} \phi^R(r) + B^2 D^R(r) \phi^R(r)$$

$$+ \Sigma_a^R(r) \phi^R(r) + \Sigma_p^k(r) \phi^k(r) + \Sigma_r^R(r) \phi^R(r) =$$

$$\lambda^R \frac{G(r)}{\lambda} + \Sigma_r^{R-1}(r) \phi^{R-1}(r) \quad (5-116)$$

donde el superíndice R representa los grupos rápidos -- 1, 2 y 3 y cuando R = 1

$$\Sigma_r^{R-1}(r) \phi^{R-1}(r) = \Sigma_r^0 \phi^0 = 0, \text{ y}$$

$$-D_n^k(r) \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] \phi^k(r) - \frac{\partial}{\partial r} D^k(r) \frac{\partial \phi^k(r)}{\partial r} + B^2 D^k(r) \phi^k(r)$$

$$+ \Sigma_a^k(r) \phi^k(r) + \Sigma_p^k(r) \phi^k(r) = \Sigma_r^{k-1}(r) \phi^{k-1}(r) \quad (5-117)$$

para el grupo térmico. En estas ecuaciones $p = 0, 1$ y 2 para placa, cilindro y esfera, respectivamente, B^2 es el "buckling" transversal y $\Sigma_p^k(r)$ es una sección eficaz -

macroscópica de un veneno térmico homogéneo. En los grupos rápidos la sección eficaz macroscópica del veneno epitérmico se considera como una fracción t^R de la del veneno térmico, $\Sigma_p^k(r)$. El término de fuente en un grupo rápido está dado como

$$\chi^R \frac{G(r)}{\lambda}$$

donde χ^R es la fracción del espectro de fisión que queda dentro del R-ésimo grupo, y $G(r)$ es la fuente de neutrones de fisión no-normalizada que está dada por (13)

$$G(r) = \sum_R \left[v \Sigma_f(r) \right]^R \phi^R(r) + \left[v \Sigma_f(r) \right]^k \phi^k(r) \quad (5-118)$$

donde λ está definida por

$$\lambda = \int_R G(r) dV_p \quad (5-119)$$

donde la integración se extiende a todo el volumen del reactor. y

$$dV_p = dx \quad (\text{para } p = 0)$$

$$dV_p = 2\pi r dr \quad \text{para } p = 1$$

$$dV_p = 4\pi r^2 dr \quad \text{para } p = 2$$

Las ecuaciones (5-116) y (5-117) se resuelven usando una aproximación de diferencia central quedando para cada punto n de la malla geométrica (14) como

$$\begin{aligned}
 & - D_n^R \left[\frac{(\phi_{n+1}^R - 2\phi_n^R + \phi_{n-1}^R)}{(\Delta r)^2} + \frac{p}{r_n} \frac{(\phi_{n+1}^R - \phi_{n-1}^R)}{2\Delta r} \right] \\
 & - \left(\frac{D_{n+1}^R - D_{n-1}^R}{2\Delta r} \right) \times \left(\frac{\phi_{n+1}^R - \phi_{n-1}^R}{2\Delta r} \right) + a_n^R \phi_n^R = \frac{\chi^R G_n}{\lambda} \\
 & + \sum_{r,n}^{R-1} \phi_n^{R-1} \quad (5-120)
 \end{aligned}$$

para los grupos rápidos donde

$$a_n^R = B^2 D_n^R + \Sigma_{a,n}^R + t^R \Sigma_{p,n}^k + \Sigma_{r,n}^R \quad (5-121)$$

y

$$\begin{aligned}
 & - D_n^k \left[\frac{\phi_{n+1}^k - 2\phi_n^k + \phi_{n-1}^k}{(\Delta r)^2} + \frac{p}{r_n} \left(\frac{\phi_{n+1}^k - \phi_{n-1}^k}{2\Delta r} \right) \right] \\
 & - \left(\frac{D_{n+1}^k - D_{n-1}^k}{2\Delta r} \right) \times \left(\frac{\phi_{n+1}^k - \phi_{n-1}^k}{2\Delta r} \right) + \beta_n^k \phi_n^k = \Sigma_{r,n}^{k-1} \phi_n^{k-1} \\
 & \quad (5-122)
 \end{aligned}$$

para el grupo térmico con

$$\beta_n^k = B^2 D_n^k + \Sigma_{a,n}^k + \Sigma_{p,n}^k \quad (5-123)$$

donde Δr es la anchura de la malla y ϕ_{n+1} , ϕ_n y ϕ_{n-1} representan los flujos en los puntos malla (n+1) ésimo, n-ésimo y (n-1) ésimo respectivamente. El término G_n es la fuente no-normalizada en el punto malla n.

5.8.2 CONSTANTES DE GRUPO EN EL CODIGO CANDLE.

El código calcula las constantes de grupo en cada punto malla n a partir de las secciones eficaces microscópicas efectivas de los elementos individuales del núcleo del reactor de acuerdo con el modelo de densidades atómicas mezcladas (MND). Para este modelo los únicos datos de entrada requeridos por el código son las densidades atómicas y los factores de autoblindaje.

Entonces, para cada elemento i se requieren las siguientes secciones eficaces microscópicas para cada grupo rápido R:

- 1) σ_{tr}^{iR} = sección eficaz microscópica de transporte
- 2) σ_r^{iR} = sección eficaz microscópica de remoción
- 3) σ_a^{iR} = sección eficaz microscópica de absorción débil (fuera de resonancia)

- 4) σ_f^{iR} = sección eficaz microscópica de fisión
- 5) $\nu^{iR} \sigma_f^{iR}$ = Producto del número de neutrones producidos -
por fisión y la sección eficaz microscópica -
de fisión.

y los parámetros

- 6) κ^{iR} = Energía de cada neutrón de fisión.
- 7) t^i = razón de la sección eficaz macroscópica de -
veneno epitérmico a la sección eficaz macros-
cópica de veneno térmico. Así mismo, para el
grupo térmico k se requieren como datos de
entrada las siguientes secciones eficaces mi-
croscópicas para cada elemento i .
- 1) σ_{tr}^{ik} = sección eficaz microscópica de transporte.
- 2) σ_{as}^{ik} = sección eficaz microscópica de absorción fue-
ra de resonancia.
- 3) σ_f^{ik} = sección eficaz microscópica de fisión
- 4) $(\nu\sigma)_f^{ik}$ = Producto del número de neutrones producidos -
por fisión y la sección eficaz microscópica -
de fisión.

y los parámetros

- 5) g^{ik} = factor de autoblandaje térmico.
- 6) Σ_p^k = sección eficaz macroscópica de veneno térmico.

El parámetro k^i es una constante del programa.

Las constantes de grupo en cada punto malla n , - de acuerdo con el modelo MND para los grupos rápidos, es tán dadas por

$$D_n^R = \left[\begin{array}{cc} 3 & \Sigma \\ & i \end{array} N_n^i \sigma_{tr}^{iR} \right]^{-1} \quad (5-124)$$

$$\Sigma_{r,n}^R = \Sigma_i N_n^i \sigma_r^{iR} \quad (5-125)$$

$$\Sigma_{an}^R = \Sigma_i N_n^i \sigma_{as}^{iR} \quad (5-126)$$

$$(\nu \Sigma_f)_n^R = \Sigma_i N_n^i \nu^{iR} \sigma_f^{iR} \quad (5-127)$$

Quando está presente U-238, las formulas (5-125) y (5-126) no se aplican en el tercer grupo, porque la sección eficaz de remoción está afectada por el autoblandaje-

variable de la absorción en resonancia. Se utiliza entonces la siguiente expresión para la sección eficaz de remoción en el grupo tercero (11)

$$\Sigma_r^3 + \Sigma_a^3 \left(\frac{a + p^3}{a + 1} \right) = \Sigma_i N_i \sigma_r^{i3} \quad (5-128)$$

con $a =$ constante y p^3 es la probabilidad de escape a la resonancia en el grupo tercero; p^3 está dada por

$$p^3 = \frac{P_{S,28,3}}{P_{R,28,3} + P_{S,28,3}} \quad (5-129)$$

donde $p_{S,28,3}^{28,3}$ es la probabilidad de escape a la absorción fuera de resonancia del U-238 en el grupo y esta dada

$$p_{S,28,3}^{28,3} = \frac{\Sigma_r^3}{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as,28,3}^{28,3}} \quad (5-130)$$

donde Σ_r^3 está dada por la ecuación (5-125) y $\Sigma_{as,28,3}^{28,3}$ es la sección eficaz macroscópica de absorción fuera de resonancia en el grupo 3 para U-238

$p_{R,28,3}^{28,3}$ es la probabilidad de escape a la absorción en resonancia para el U-238 en el grupo 3 y está dada por

$$p_{R,28,3}^{28,3} = \frac{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as,28,3}^{28,3}}{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as,28,3}^{28,3} + \Sigma_{aR,28,3}^{28,3}} \quad (5-131)$$

donde Σ_{aR}^{28} es la sección eficaz macroscópica de absorción en resonancia para el U-238 en el grupo 3

$p^{0,3}$ es la probabilidad de escape a la absorción de todos los demás elementos en el grupo 3 y está dada por

$$p^{0,3} = \frac{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as}^{28,3} + \Sigma_{aR}^{28,3}}{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as}^{28,3} + \Sigma_{aR}^{28,3} + \Sigma_a^{0,3}} \quad (5-132)$$

donde $\Sigma_a^{0,3}$ está dada por

$$\Sigma_a^{0,3} = \sum_{i \neq 28} N^i \sigma_a^{i,3} \quad (5-133)$$

donde $\sigma^{i,3}$ es la sección eficaz macroscópica de absorción para el elemento i en el grupo 3.

El parámetro $p^{28,3}$ está tratado como una constante durante el tiempo de vida del combustible y está dado como un dato de entrada.

Entonces, cuando está presente U-238, Σ_r^3 y Σ_a^3 están dadas por (11)

$$\Sigma_r^3 = p_r^{28,3} \frac{(a+1)}{(a+p_r^{28,3})} \Sigma_i N^i \sigma_r^{i3} - \frac{a}{(a+p_r^{28,3})} \times$$

$$\times \left[\Sigma_{as}^{28,3} + p_r^{28,3} \Sigma_a^{0,3} \right] \quad (5-134)$$

$$\Sigma_a^3 = \Sigma_a^{0,3} + \Sigma_r^3 \left(\frac{1+p_r^{28,3}}{p_r^{28,3}} \right) \quad (5-135)$$

$$\text{donde } p_r^{28,3} = p_R^{28,3} p_{as}^{28,3} \quad (5-136)$$

Las constantes de grupo térmicas están dadas por

$$\eta_n^k = \left[3 \Sigma_i N^i \sigma_{tr}^{ik} \right]^{-1} \quad (5-137)$$

$$\Sigma_{a,n}^k = \Sigma_i N^i g^{ik} \sigma_a^{ik} \quad (5-138)$$

$$(\nu \Sigma_f)_n^k = \Sigma_i N^i g^{ik} (\nu \sigma_f)^{ik} \quad (5-139)$$

De las ecuaciones (5-127) y (5-139) se obtiene - que el término de fuente en el punto n está dado por

$$G_n = \Sigma_R \Sigma_i N_n^i \nu^{iR} \sigma_f^{iR} \phi_n^R + \Sigma_i N_n^i g^{ik} (\nu \sigma_f)^{ik} \phi_n^k \quad (5-140)$$

5.8.3 FLUJOS DE GRUPOS NORMALIZADOS

Los flujos de grupo utilizados por el código en las ecuaciones de quemado se normalizan a una potencia total de salida especificada P . El factor de normalización β está dado por (15)

$$\beta = \frac{P}{\int_R p \, dV_p} \quad (5-141)$$

donde p es la fuente de potencia normalizada que en un punto malla está dada por (15)

$$p_n = \sum_R \sum_i \kappa^{iR} (\nu \Sigma_f)^{iR} \phi_n^R + \sum_i \kappa^{ik} (\nu \Sigma_f)^{ik} \phi_n^k \quad (5-142)$$

Entonces, para geometría cilíndrica- los flujos de grupo quedan ajustados de la siguiente manera: Si $\phi(r, E, z)$ es el flujo en el reactor dado por (16)

$$\phi(r, E, z) = \beta \phi(r, E) V(z) \quad (5-143)$$

$$y \quad \int_R V(z) \, dz = 1 \quad (5-144)$$

de manera que

$$\bar{\phi} = \frac{\int_0^R \phi(r, E, z) dz}{R} = \beta \frac{\phi(r, E)}{L_z}$$

entonces, los flujos de grupo ajustados en el punto malla-
n resultan

$$\bar{\phi}_n^R = \beta \frac{\phi_n^R(r)}{L_z} \quad (5-145)$$

y

$$\bar{\phi}_n^k = \beta \frac{\phi_n^k(r)}{L_z} \quad (5-146)$$

donde L_z está dado por (17)

$$L_z = \frac{\pi}{B_z} \quad (5-147)$$

donde B_z es el "bukling" axial del reactor

5.8.4 ECUACIONES DIFERENCIALES DE QUEMADO EN EL CODIGO -- CANDLE

Las ecuaciones diferenciales de quemado que resuelve el código para calcular las densidades isotópicas de los isótonos quemables al final de cada etapa de tiempo de quemado son las siguientes: (18)

U-235

$$\frac{d}{dt} N_n^{25b}(t) = - N_n^{25a}(0) \left[\sum_R \sigma_a^{25R} \bar{\phi}_n^R + g^{25ak} \sigma_a^{25k} \bar{\phi}_n^k \right] - N_n^{25b}(t) \left[\sum_R \sigma_a^{25R} \bar{\phi}_n^R + g^{25bk} \sigma_a^{25k} \bar{\phi}_n^k \right]$$

(5-148)

donde $N_n^{25a}(0)$ es la densidad isotópica del U-235 al principio de la etapa de tiempo de quemado g^{25ak} su factor de autoblandaje térmico, y $N_n^{25b}(t)$ la densidad isotópica del U-235 que se está consumiendo y g^{25bk} su factor de autoblandaje térmico. Además, $N_n^{25}(t) = N_n^{25a}(0) + N_n^{25b}(t)$

U-236

$$\frac{d}{dt} N_n^{26}(t) = - N_n^{26}(t) \left[\sum_R \sigma_a^{26R} \bar{\phi}_n^R + g^{26k} \sigma_a^{26k} \bar{\phi}_n^k \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & + N_n^{25a}(0) \left[\sum_R \sigma_c^{25R} \bar{\phi}_n^R + g^{25ak} \sigma_c^{25k} \bar{\phi}_n^k \right] \\
 & + N_n^{25b}(t) \left[\sum_R \sigma_c^{25R} \bar{\phi}_n^R + g^{25k} \sigma_c^{25k} \bar{\phi}_n^k \right] \quad (5-149)
 \end{aligned}$$

donde $N_n^{25b}(t)$ se obtiene de la solución de la ecuación - -
(5-148)

U-238

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} N_n^{28}(t) = & - N_n^{28}(t) \left[\sum_{R \neq 3} \sigma_a^{28R} \bar{\phi}_n^R + g^{28k} \sigma_a^{28k} \bar{\phi}_n^k \right] \\
 & - \left(\frac{1 - p^{28,3}}{p^{28,3}} \right) \sum_{r,n}^3 \bar{\phi}_n^3 \quad (5-150)
 \end{aligned}$$

donde $N_n^{28}(0)$ está dada, y $p^{28,3}$ está dada por la ecuación
(5-136) y $\sum_{r,n}^3$ está dada por la ecuación (5-125)

Pu-239

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} N_n^{49}(t) = & - N_n^{49}(t) \left[\sum_R \sigma_a^{49R} \bar{\phi}_n^R + g^{49k} \sigma_a^{49k} \bar{\phi}_n^k \right] \\
 & + N_n^{28}(t) \left[\sum_{R \neq 3} \sigma_c^{28R} \bar{\phi}_n^R + g^{28k} \sigma_c^{28k} \bar{\phi}_n^k \right] +
 \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{1 - p^{28,3}}{p^{28,3}} \right) \Sigma_{r,n}^3 \bar{\phi}_n^3 \quad (5-151)$$

donde $N_n^{28}(t)$ se obtiene de la solución de la ecuación -
(5-150)

Pu-240

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N_n^{40}(t) = & - N_n^{40}(t) \left[\Sigma_R \sigma_a^{40R} \bar{\phi}_n^R + g^{40k} \sigma_a^{40k} \bar{\phi}_n^k \right] \\ & + N_n^{49}(t) \left[\Sigma_R \sigma_c^{49R} \bar{\phi}_n^R + g^{49k} \sigma_c^{49k} \bar{\phi}_n^k \right] \end{aligned} \quad (5-152)$$

donde $N_n^{49}(t)$ se obtiene de la solución de la ecuación -
(5-151)

Pu-241

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N_n^{41}(t) = & - \lambda^{41} N_n^{41}(t) - N_n^{41}(t) \left[\Sigma_R \sigma_a^{41R} \bar{\phi}_n^R + g^{41k} \sigma_a^{41k} \bar{\phi}_n^k \right] \\ & + N_n^{40}(t) \left[\Sigma_R \sigma_c^{40R} \bar{\phi}_n^R + g^{40k} \sigma_c^{40k} \bar{\phi}_n^k \right] \end{aligned} \quad (5-153)$$

donde $N_n^{40}(t)$ se obtiene de la solución de la ecuación --
(5-152)

Pm-149

$$\frac{d}{dt} N_n^{19}(t) = -\lambda^{19} N_n^{19}(t) + \sum_i N_n^i(t) \gamma^{i,19} \left[\sum_R \sigma_f^{iR} \bar{\phi}_n^R + g^{ik} \sigma_f^{ik} \bar{\phi}_n^k \right] \quad (5-154)$$

donde la suma sobre i incluye los elementos U-235, - - U-238, Pu-239, y Pu-241. Los valores de $N_n^i(t)$ se obtienen de las soluciones de las ecuaciones (5-145), (5-147), - (5-148) (5-150) y los rendimientos $\gamma^{i,19}$ están especificados.

Sm - 149

$$\frac{d}{dt} N_n^{29}(t) = -N_n^{29}(t) \left[\sum_R \sigma_a^{29R} \bar{\phi}_n^R + g^{29k} \sigma_a^{29k} \bar{\phi}_n^k \right] + \lambda^{19} N_n^{19}(t) \quad (5-155)$$

donde $N_n^{19}(t)$ se obtiene de la solución de la ecuación (5-154)

I - 135

$$\frac{d}{dt} N_n^{35}(t) = -\lambda N_n^{35}(t) + \sum_i N_n^i \gamma^{i,35} \left[\sum_R \sigma_f^{iR} \bar{\phi}_n^R + g^{ik} \sigma_f^{ik} \bar{\phi}_n^k \right] \quad (5-156)$$

donde los rendimientos $\gamma^{i,35}$ están especificados.

Xe-135

$$\frac{d}{dt} N_n^{45}(t) = \lambda^{45} N_n^{45}(t) - N_n^{45}(t) \left[\sum_R \sigma_a^{45R} \bar{\phi}_n^R + g^{45k} \sigma_a^{45k} \bar{\phi}_n^k \right] + \lambda^{35} N_n^{35}(t) + \sum_i N_n^i \gamma^{i,45} \left[\sum_R \sigma_f^{iR} \bar{\phi}_n^R + g^{ik} \sigma_f^{ik} \bar{\phi}_n^k \right] \quad (5-157)$$

donde los rendimientos $\gamma^{i,45}$ están especificados y $N_n^{35}(t)$ se obtiene de la solución de la ecuación (5-156)

PRODUCTOS DE FISION AGLUTINADOS

Para un isótopo ficticio que representa todos -- los demás productos de la fisión, la densidad isotópica $N_n^{FP}(t)$ está dada por

$$\frac{d}{dt} N_n^{FP}(t) = \sum_i N_n^i \gamma^{i,FP} \left[\sum_R \sigma_f^{iR} \bar{\phi}_n^R + g^{ik} \sigma_f^{ik} \bar{\phi}_n^k \right] \quad (5-158)$$

donde los rendimientos $\gamma^{i,FP}$ están especificados

Venenos Quemables

$$\frac{d}{dt} N_n^{Bb}(t) = -N_n^{Ba}(0) \left[\sum_R \sigma_a^{BR} \Phi_n^R + g^{Bak} \sigma_a^{Bk} \Phi_n^k \right] - N_n^{Bb}(t) \left[\sum_R \sigma_a^{BR} \Phi_n^R + g^{Bbk} \sigma_a^{Bk} \Phi_n^k \right] \quad (5-159)$$

donde $N_n^{Ba}(0)$ es la densidad isotópica del veneno al principio de la etapa de tiempo de quemado y $N_n^{Bb}(t)$ es la densidad isotópica del veneno en el tiempo t con

$$N_n^B(t) = N_n^{Ba}(0) + N_n^{Bb}(t)$$

5.8.5 DATOS DE SALIDA DEL CODIGO CANDLE

Al final de cada etapa de tiempo de quemado el código proporciona los siguientes datos.

1. Constantes de grupo para cada región al final de la primera etapa de tiempo de quemado.
2. El valor de λ y de los parámetros de control para cada iteración.

3. $\int_R p_n dV_p =$ fuente de potencial total normalizada.
4. $\int_{Re} p_n dV_p =$ fuente de potencia normalizada en cada región.
5. $\int_{Re} N^i dV_p =$ densidad isotópica de cada isótopo fissionable integrada sobre cada región.
6. $\int_R N^i dV_p =$ densidad isotópica de cada elemento fissionable integrada sobre el reactor.
7. $p_n =$ fuente de potencia normalizada en cada punto malla.

Opcionalmente el código puede proporcionar también los siguientes datos:

1. $\frac{-R}{\phi_n}$ y $\frac{-k}{\phi_n}$ los flujos de grupo normalizados en cada punto de la malla.
2. $\frac{G_n}{\lambda}$ la fuente de neutrones de fisión en cada punto de la malla.
3. La densidad isotópica de cada isótopo quemable en cada

punto de la malla.

4. Las secciones eficaces macroscópicas en cada punto de la malla.

5. p_n^i , la fuente de potencia normalizada para cada elemento fisionable i .

6. $\int_R p_n^i dV_p =$ la fuente de potencia normalizada para cada elemento fisionable i integrada sobre el reactor.

7. $\int_{Re} p_n^i dV_p =$ La fuente de potencia normalizada para cada elemento fisionable i integrada sobre una región.

Las soluciones de las ecuaciones diferenciales de los isótopos fisionables dadas por el código CANDLE serán utilizadas por el código LEOPARD para el cálculo de los rendimientos por fisión de Pm-149, I-135 y Xe-135.

5.9 REFERENCIAS

1. LEOPARD A Spectrum Dependent Non-Spatial Depletion Code for the IBM - 7094 WCAP - 3269-26, 1963.

2. Ref. 1, p. 17
3. Alan F. Henry "Nuclear Reactor Analysis" the MIT -- Press 1975, p. 263.
4. Ref. 1, p. 22
5. Ref. 1, p. 21
6. P.F. Zweifel "Reactor Physics" Mc Graw-Hill Book Company 1973, p. 177.
7. Ref. 3, p. 272
8. Ref. 3, p. 275
9. Ref. 3, p. 276
10. Ref. 6, p. 180
11. O.J. Marlowe and P.A. Ombrellano CANDLE, A One-Dimensional Few-Group Depletion Code for the IBM - 704 - WAPD-TM-53, 1957.
12. S.M. Mendley and R.A. Mangan, "CNCR-2 A One-Dimensional Few-Group Depletion Code for the IBM-7090 Which Includes the Effects of Boiling Water on Neutron Moderation" WCAP-6058 (January 1964). n. 3
13. Ref. 12, p. 4

14. Ref. 12, p. 4-5
15. Ref. 12, p. 24
16. Ref. 12, p. 25
17. John R. Lamarsh "Introduction to Nuclear Reactor Theory" Addison Wesley Publishing Company Inc. 1966 p. - 297.
18. Ref. 12, p. 55-59.

C A P I T U L O VI

CALCULO NUMERICO DE LOS PARAMETROS DE UN REACTOR DE POTENCIA TIPO BWR

6.0 EL CODIGO LEOPARD

El cálculo numérico de los parámetros de un reactor de potencia tipo BWR, basado en los códigos MUFT-IV y SOFOCATE modificados (Capítulo IV) puede hacerse por computadora empleando el código LEOPARD (1) (Lifetime Evaluating Operations Pertinent to the Analysis of Reactor Designs).

El código LEOPARD para la IBM-360 está escrito completamente en lenguaje FORTRAN, utiliza un archivo de biblioteca y requiere casi 50,000 palabras (decimales) de memoria. Los datos de entrada, los datos de salida y los archivos de biblioteca están designados como "cintas" - 5, 6 y 1 respectivamente.

El tiempo de corrido es de casi 15 segundos para cada caso en la IBM 360/75.

El código SPOTS que contruye el archivo de biblio

teca a partir de paquetes de secciones eficaces está escrito también en FORTRAN y está incluido en el paquete del código LEOPARD.

El código LEOPARD está escrito para dos propósitos generales:

1. Automatizar los cálculos de los parámetros rápidos y térmicos de un reactor de potencia tipo BWR definidos en el capítulo IV.
2. Para tomar en cuenta la variación de los parámetros de un reactor de potencia tipo BWR con el quemado del combustible se calculan los parámetros al final de una etapa de tiempo de quemado, se calcula el quemado del combustible para un incremento de tiempo dado, y se re-calculan los parámetros.

6.1 CALCULOS BASICOS REALIZADOS POR EL CODIGO LEOPARD

El código LEOPARD requiere solamente los datos de entrada más básicos. La geometría del reactor, las composiciones y la temperatura son suministrados por el usuario. El código corrige con respecto a la temperatura los datos de entrada y computa las densidades atómicas y tres secciones eficaces macroscópicas de dispersión epitérmicas: Σ_S^0 para la pastilla de combustible, Σ_S^1 para el encamisado

do, y el moderador, $\xi\Sigma_s$ para la celda unitaria equivalente, para usarlas después en los cálculos de los parámetros del reactor.

En estos cálculos básicos se utilizan los parámetros de la tabla 6.1.

6.2 DATOS DE LA GEOMETRIA DEL REACTOR

En el código LEOPARD se supone que el núcleo del reactor está formado por celdas unitarias formando una red cuadrada o exagonal. Cada celda unitaria se supone formada por una barra de combustible cilíndrica, con su enca misado metálico, y la región del moderador.

Para tomar en cuenta la presencia en el núcleo del reactor de los tubos guía de las barras de control, ranuras de agua, materiales estructurales etc. se define una región ficticia llamada la "región extra" como la fracción del núcleo del reactor que no se encuentra en las celdas unitarias. La fracción extra debe ser suministrada por el usuario.

Una descripción típica de una celda unitaria sería (2)

Pastilla	100% UO_2
Encamisado y vacío	85% SS-304, 15% vacío
Moderador	100% H_2O
Extra	40% SS-304, 40% H_2O , 20% Zr - 2

donde SS significa acero inoxidable y Zr-2 circaloy 2.

6.2.1 DIMENSIONES CORREGIDAS CON RESPECTO A LA TEMPERATURA

Las dimensiones de la retícula que debe suministrar el usuario son: el radio de la pastilla de combustible R_0 , el radio exterior del encamisado R_2 , el paso de la retícula $p = 2t + 2R_0$ (Fig. 3.14) y el radio interior del encamisado R'_2 (Fig. 6.1) que es un dato de entrada negativo.

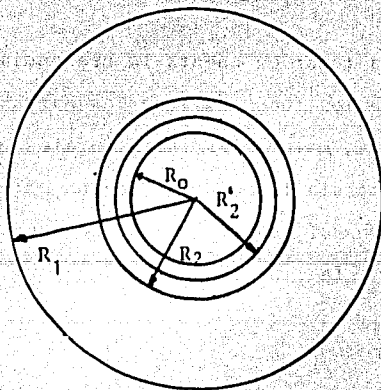


Fig. 6.1 Celda unitaria Equivalente en el Código LEOPARD

Se permite la posibilidad de un vacío entre la pastilla de combustible y el encamisado. Si la temperatura cambia de caso a caso se deben suministrar nuevamente los radios.

Opcionalmente, el código LEOPARD corregirá, con respecto a la temperatura, los radios introducidos de acuerdo con las reglas siguientes:

- a. El radio interior del encamisado aumenta de acuerdo con la temperatura y la composición del encamisado.
- b. El radio exterior del encamisado aumenta de acuerdo con la temperatura y la composición del encamisado.
- c. El paso de la retícula aumenta de acuerdo con el coeficiente de dilatación lineal del acero inoxidable a la temperatura del moderador.
- d. El radio de la pastilla de combustible aumenta de acuerdo con la composición y la temperatura de la pastilla, pero está limitado a no ser mayor que el radio interior del encamisado corregido con respecto a la temperatura.
- e. Los radios corregidos de la región del encamisado y del vacío se recomputan utilizando los radios corregidos.

Las fracciones volumétricas de la región del en-

camisado se ajustan de acuerdo con el cambio en el volumen del vacío. En la tabla 6.1 se encuentran tabulados los coeficientes de dilatación lineal para Zr-2, C y SS-304, 316, 348 y en la Fig. 6.2 se encuentra la gráfica de los coeficientes de dilatación lineal de UO_2 , PuO_2 , ThO_2 contra la temperatura.

6.3 DENSIDADES ATOMICAS

Dentro de cada región el código LEOPARD calcula la densidad atómica del elemento o pseudoelemento j en la región k de acuerdo con la siguiente fórmula (3)

$$N_{jk} = \frac{f_{jk} B_j}{[1 + \alpha_j (T_k - 68^\circ F)]^3} \quad (6-1)$$

donde

j denota el elemento o pseudoelemento

k denota la región 0, 1, 2, extra

f_{jk} es la fracción volumétrica del elemento o pseudoelemento j en la región k y es suministrada por el usuario.

B_j es la densidad atómica de referencia para el elemento o pseudoelemento j en átomos por angstrom cúbico.

T_k es la temperatura de la región k en $^\circ F$.

α_j es el coeficiente de dilatación lineal del elemento o pseudoelemento j en $^\circ F^{-1}$.

N_{jk} es la densidad atómica resultante del elemento o pseudoelemento j en la región k , en átomos/(angstrom cúbico).

Las densidades atómicas homogeneizadas para cada elemento o pseudoelemento j , \bar{N}_j , están dadas por

$$\bar{N}_j = \frac{\sum_k N_{jk} V_k}{\sum_k V_k} \quad (6-2)$$

donde V_k es el volumen o la fracción volumétrica de la región k .

6.4 SECCIONES EFICACES MACROSCOPICAS DE DISPERSION

Se calculan "a priori" tres secciones eficaces macroscópicas de dispersión, Σ_s^0 y Σ_s^1 que se usan en el cálculo de la integral de resonancia del U-238, ecuaciones (4-135) y (4-136), y $\xi \Sigma_s$ se utiliza en el cálculo de la probabilidad de escape a la resonancia del U-238 (ecuación (4-84) y en el cálculo de la densidad neutrónica térmica de Wigner-Wilkins ecuaciones (2-145) y (2-146). Estas secciones eficaces están dadas por ⁽⁴⁾

$$\Sigma_s^0 = \sum_j N_{j0} \sigma_{sj} \quad (6-3)$$

$$\Sigma_s^1 = \frac{\sum_k V_k \sum_j N_{jk} \sigma_{sk}}{\sum_k V_k}, \quad k = 1, 2 \quad (6-4)$$

$$\xi \Sigma_s = \frac{\sum_k V_k \sum_j N_{jk} \xi_j \sigma_{sj}}{\sum_k V_k}, \quad k = 0, 1, 2 \text{ extra} \quad (6-5)$$

El código utiliza muchas otras secciones eficaces macroscópicas y microscópicas que se encuentran incluidas en el archivo de biblioteca del código y sólo necesitan calcularse a priori las secciones eficaces macroscópicas dadas por la ecuaciones (6-3), (6-4) y (6-5).

$$\Sigma_s^1 = \frac{\sum_k V_k \sum_j N_{jk} \sigma_{sk}}{\sum_k V_k}, \quad k = 1, 2 \quad (6-4)$$

$$\xi \Sigma_s = \frac{\sum_k V_k \sum_j N_{jk} \xi_j \sigma_{sj}}{\sum_k V_k}, \quad k = 0, 1, 2 \text{ extra} \quad (6-5)$$

El código utiliza muchas otras secciones eficaces macroscópicas y microscópicas que se encuentran incluidas en el archivo de biblioteca del código y sólo necesitan calcularse a priori las secciones eficaces macroscópicas dadas por la ecuaciones (6-3), (6-4) y (6-5).

Tabla 6.1 Datos para el Cálculo de las Secciones Eficaces-Macroscópicas de Dispersión (5)

Elemento	Densidad Atómica. átomos/A	σ_s barns	$\xi \sigma_s$ barns	Coefficiente de dilatación σ_F^{-1}
H	1.0	20.5	20.5	0
O	1.0	3.8	.44	0
Zr-2	.04326	6.1	.1328	3.25×10^{-6}
C	.0803	4.7	.7426	8.2×10^{-6}
Fe	.0848	11.4	.4024	0
Ni	.0913	17.4	.590	0
Al	.0598	1.4	.1011	0
Cr	.0822	3.8	.15	0
Mn	.07897	31.97	1.16	0
U-233	1.0	10.7	.0908	0
U-234	1.0	10.7	.0908	0
U-235	1.0	10.7	.0908	0
U-236	1.0	10.7	.0904	0
U-238	1.0	10.7	.0897	0
Pu-239	1.0	9.5	.0798	0
Pu-240	1.0	9.5	.0798	0
Pu-241	1.0	9.5	.0798	0
Pu-242	1.0	10.7	.0605	0
Th-232	1.0	12.0	.0908	0
Pu-233	1.0	10.7	.0908	0
Xe-135	1.0	10.7	.0798	0
Sm-149	1.0	10.7	.0798	0
B-10	1.0	22.22**	4.16**	0
D	1.0	3.4	2.468	0
F.P.	1.0	10.7	.0798	0

Tabla 6.1 (continuación)

Elemento	Densidad Atómica. átomos/A ³	Coefficiente de dilatación °F ⁻¹
H ₂ O	.03344	
D ₂ O	.03322	
UO ₂	.02442	Variable*
PuO ₂	.02547	Variable
ThO ₂	.02288	Variable
304 SS	.08807	9.75 x 10 ⁻⁶
316 SS	.08691	9.75 x 10 ⁻⁶
348 SS	.08791	9.75 x 10 ⁻⁶

Composición del Acero (porcentajes atómicos)

304	68.6% Fe	9.5% Ni	19.0% Cr	2% Mn
316	65.03% Fe	12.5% Ni	17.0% Cr	2% Mn
348	67.43% Fe	11.0% Ni	18.5% Cr	2% Mn

* Véase la Fig. 6.2

** Estas secciones eficaces de dispersión para el B-10 - están aumentadas para tomar en cuenta la presencia de otros isótopos en el Boro natural.

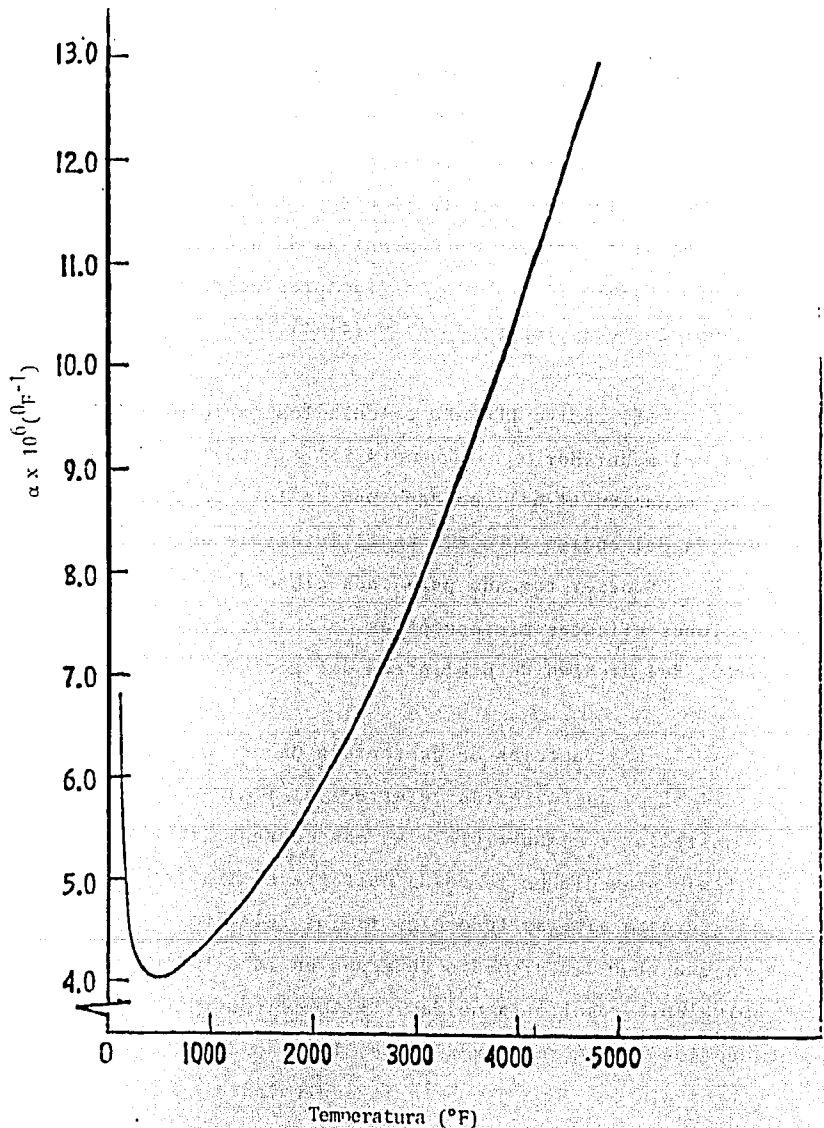


Fig. 6.2 Gráficas de los coeficientes de dilatación de UO_2 , PuO_2 , ThO_2 contra la temperatura - de la pastilla de combustible (6)

6.5 CALCULO DE LOS PARAMETROS TERMICOS

Los parámetros térmicos calculados por el código LEOPARD son los que calcula el código SOFOCATE pero modificados por los factores de desventaja de acuerdo con las ecuaciones (4-66)-(4-78) con los factores de desventaja dados por las ecuaciones (4-55) y (4-64).

El código LEOPARD calcula los factores de desventaja del moderador (ecuaciones (4-55) y (4-65)) y del encamisado, ecuación (4-64), en cada uno de los 172 grupos de energía del código SOFOCATE en el intervalo de energía $0 < E \leq 0.625\text{eV}$ tomando para cada grupo de energía las secciones eficaces microscópicas de absorción y de transporte, del archivo de biblioteca del código.

Los factores de desventaja dados por las ecuaciones (4-55) y (4-64) están referidos al flujo promedio en la pastilla de combustible. Es más conveniente referirlos al flujo promedio en la celda unitaria equivalente, lo cual permite ajustar todos los flujos relativos de tal manera que el flujo promedio de grupo en la celda unitaria equivalente resulte la unidad. Esto se consigue multiplicando los flujos relativos por el inverso del flujo relativo promedio en la celda unitaria equivalente dado por

$$A = \frac{1}{\bar{\phi}_c} = \left[\frac{\sum_k V_k \frac{\bar{\phi}_k}{\bar{\phi}_0}}{\sum_k V_k} \right]^{-1} \quad (6-6)$$

$k = 0, 1, 2$

donde $\bar{\phi}_c$ es el flujo promedio relativo en la celda unitaria equivalente. Entonces, el flujo promedio relativo en la región k , ζ_k^c , referido al flujo promedio en la celda unitaria equivalente, es decir el factor de desventaja en la región k referido al flujo promedio en la celda queda

$$\zeta_k^c = \frac{\bar{\phi}_k A}{\bar{\phi}_0} = \zeta_k A \quad k = 0, 1, 2 \quad (6-7)$$

donde ζ_k es el factor de desventaja de la región k dado por las ecuaciones (4-55) y (4-64), de esta manera se obtiene

$$\frac{\sum_k V_k \zeta_k^c}{\sum_k V_k} = 1 \quad (6-8)$$

Los parámetros térmicos promedio calculados por el código SOFOCATE empleando el flujo de Wigner-Wilkins son funciones de la temperatura del moderador, del "buckling" del reactor (que es un dato de entrada), de $\xi \Sigma_s$, de Σ_a y de Σ_{tr} de la celda en cada grupo de energía y de la energía de corte entre las energías térmicas y epitérmicas (la cual se ha tomado como 0.625eV).

En el cálculo de los factores de desventaja dados por las ecuaciones (4-55) y (4-64) sólo se consideran tres regiones de la celda unitaria equivalente, combustible, en camisado y moderador; pero en el cálculo de las secciones eficaces macroscópicas de absorción Σ_a y de transporte Σ_{tr} de la celda que se utilizan para el cálculo del flujo de Wigner-Wilkins ecuación (2-145), debe incluirse la región extra a la cual se le asigna el factor de desventaja del moderador. Los factores de desventaja de la "supercelda" (es decir la celda unitaria equivalente de tres regiones más la región extra) se re-normalizan para obtener un flujo promedio igual a la unidad en la "supercelda".

Entonces, en cada uno de los 172 grupos de energía del código SOFOCATE el código LEOPARD computa la sección eficaz macroscópica de absorción para la "supercelda" de acuerdo con la siguiente fórmula (7)

$$\Sigma_a = \frac{\sum_k \tau_k^c V_k \sum_j N_{jk} \sigma_{aj}}{\sum_k V_k} \quad (6-9)$$

$k = 0, 1, 2, \text{ extra}$

y la sección eficaz macroscópica de transporte para la "supercelda" de acuerdo con la fórmula

$$\Sigma_{tr} = \frac{\sum_k \tau_k^c V_k \sum_j N_{jk} [\sigma_a + \sigma_s - \bar{u}\sigma_s]_j}{\sum_k V_k} \quad (6-10)$$

$k = 0, 1, 2, \text{ extra}$

Entonces, con la sección eficaz macroscópica de transporte para cada grupo de energía definida por la ecuación (6-10) el código LEOPARD computa el coeficiente de difusión de grupo que de acuerdo con la ecuación (4-72) resulta:

$$D = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}} \quad (6-11)$$

Utilizando la sección eficaz macroscópica de absorción, el coeficiente de difusión y la sección eficaz macroscópica de dispersión calculados para una celda unitaria equivalente homogénea, así como el "buckling" material del reactor, el código LEOPARD calcula los flujos de grupo de Winger - Wilkins (o Maxwelliano) en cada grupo de energía del código SOFOCATE empleando las ecuaciones (2-145) y (2-146) y (2-156). Una vez calculados los flujos térmicos de grupo ψ^n el código LEOPARD calcula los parámetros térmicos promedio para el reactor heterogéneo $\bar{\Sigma}_n$, $\nu \bar{F}_F$, \bar{D} , de acuerdo con las ecuaciones (4-69) a (4-73).

Si en la solución numérica de la ecuación diferencial (2-139) no hay convergencia (lo cual rara vez ocu-

re) el código LEOPARD computa los parámetros térmicos promedio con una densidad neutrónica Maxwelliana.

6.6 CALCULO DE LOS PARAMETROS NO-TERMICOS

El código LEOPARD computa los parámetros no-térmicos para un reactor de potencia tipo BWR basado en el código MUFT-IV empleando el sistema de ecuaciones de multi-grupos B-1 consistente es decir, con γ_n dado por la ecuación (1-223) y con $\delta_1 = 1$ en el sistema de ecuaciones (1-234) - (1-238), pero utilizando un factor de autoblindaje L^{28} para el cálculo de p_{an} ecuación (1-227) obtenido a partir del factor de autoblindaje ω^* .

En el código LEOPARD está incluida la "búsqueda de ω de dos etapas" definida en el método de Strawbridge (sección 4.8 Cap. IV), y que se efectúa siguiendo los siguientes pasos:

- a. Se calcula el factor de autoblindaje heterogéneo ω^* definido por

$$\omega^* = \frac{1 - p^{28}}{p^{28}} \quad (6-12)$$

donde p^{28} es la probabilidad de escape a la resonancia para

el U-238, y está dada, de acuerdo con la ecuación (4-84), por

$$\ln p^{28} = - \frac{N^{28} I^{28}}{\Sigma \Sigma_s} \quad (6-13)$$

donde N^{28} es la densidad atómica del U-238 promediada sobre la pastilla de combustible, el encamisado, el moderador, y la región "extra" de la "super-celda"; $\Sigma \Sigma_s$ está dada por la ecuación (6-5) e I^{28} es la integral de resonancia del U-238 dada por la fórmula de Strawbridge, (4-135) como

$$I^{28} = 2.1638 X + 2.5547 + (0.0279 X - 0.0537) T^{\frac{1}{2}} \quad (6-14)$$

donde, de acuerdo con la ecuación (4-136)

$$X = \left[\frac{\Sigma_s^0}{N_o^{28}} P_{Fo} + \frac{(1-C)}{2R_o N_o^{28}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-15)$$

Donde P_{Fo} es la probabilidad de escape de la barra de combustible que de acuerdo con la aproximación de Sauer, ecuación (3-33) está dada por

$$P_{Fo} = \frac{1}{2R_o \Sigma_s^0} \left[1 - \left(1 - \frac{R_o \Sigma_s^0}{2.29} \right)^{-4.58} \right] \quad (6-16)$$

C es el factor de Dancoff que, de acuerdo con la aproximación de Sauer, está dado por la ecuación (3-50) como

$$C = \frac{\exp(-\tau \Sigma_s^1 \bar{R}_1)}{1 + (1 - \tau) \Sigma_s^1 \bar{R}_1} \quad (6-17)$$

donde el parámetro geométrico τ , dado por las ecuaciones (3-57) y (3-58) resulta (8)

$$\tau = \frac{V_o}{V_1} \left\{ \left[\frac{0.785398208}{1.0 - 0.133948Z} \left(1 + \frac{V_1}{V_o} \right)^Z - 1 \right] - 0.08 - 0.04Z \right\} \quad (6-18)$$

donde $Z = 0$ para una retícula cuadrada y $Z = 1$ para una retícula exagonal

$\bar{R}_1 = 2R_o \frac{V_o}{V_1}$ es la longitud promedio de las cuerdas del moderador en la celda unitaria equivalente.

T es la temperatura efectiva del combustible en °K (un dato de entrada).

V_o es el volumen de la pastilla de combustible.

V_1 es el volumen del encamisado más el volumen del moderador.

R_o es el radio de la pastilla de combustible en cm.

Σ_s^0 y Σ_s^1 están dadas por las ecuaciones (6-3) y (6-4) respectivamente.

En las ecuaciones (6-15) y (6-16) se ha hecho la aproximación $\Sigma_t^0 \approx \Sigma_s^0$ y en la ecuación (6-17) se ha hecho la aproximación $\Sigma_t^1 \approx \Sigma_s^1$ esto se justifica porque la absorción en resonancia se trata aparte.

b. Se corre un MUFT-IV con $B_m^2 = 0$ despreciando todas las absorciones; excepto aquellas en el U-238. El código MUFT-IV se re-corre iterativamente ajustando el factor de autoblandaje L^{28} (ecuación (1-228)) hasta que el factor de autoblandaje ω calculado con el código MUFT-IV de acuerdo con la ecuación (4-154)

$$\omega = \frac{\text{Rapidez de absorción no-térmica en U-238}}{\text{Rapidez de termalización}}$$

(6-19)

y el factor de autoblandaje ω^* concuerdan dentro de un 0.1%.

- c. Se corre otro MUFT-IV usando el parámetros L^{28} convergente incluyendo otras absorciones además de las absorciones en U-238 y con un "buckling" diferente de cero.
- d. Se re-corre iterativamente el código MUFT-IV ajustando el "buckling" hasta forzar que la constante de multiplicación efectiva resulte la unidad.

Los parámetros macroscópicos y microscópicos - no-térmicos dados por el código LEOPARD en base al código-MUFT-IV se indicarán en la sección 6.10

6.7 SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE QUEMADO. CADENAS DE LOS-PRODUCTOS DE FISION.

El código LEOPARD considera las cuatro cadenas - de isótopos ya discutidas en el capítulo V:

1. La cadena del Torio - 232 hasta el Uranio - 236
2. La cadena del Uranio - 238 hasta el Plutonio - 242
3. La cadena del Prometio - 149 hasta el Samario - 149
4. La cadena del Yodo - 135 hasta el Xenón - 135
5. Un pseudo-elemento para tomar en cuenta todos los demás productos de fisión.

En los cálculos de quemado las integrales

$$\int_0^{10\text{MeV}} \sigma_c^i(E) \phi(E) dE, \int_0^{10\text{MeV}} \sigma_f^i(E) \phi(E) dE$$

que intervienen en las ecuaciones de quemado se mantienen- constantes durante las etapas de tiempo de quemado. Las - densidades atómicas iniciales N_0^i (al principio de una eta- pa de tiempo de quemado) están incluidas directamente; - -

ecuaciones (5-8), (5-9), (5-10), (5-21) y (5-22).

PRODUCTOS DE FISION AGLUTINADOS

Todos los productos de fisión excepto I-135, Xe-135, Pm-149 y Sm-149 se consideran aglutinados en un pseudoelemento cuyas secciones eficaces tienen dimensiones de barn/fisión.

XENON Y SAMARIO

El código LEOPARD toma del código CANDLE el tratamiento de las cadenas del Xenón y del Samario (sección 5.8.4, capítulo V). Habiendo calculado el quemado de los diversos isótopos fisionables, el código LEOPARD calcula los rendimientos promedio del Yodo, del Xenón, Prometio, Y^1 , de acuerdo con la ecuación (5-101), empleando las densidades atómicas promedio de los isótopos fisionables.

AGOTAMIENTO DEL BORO-10

Puesto que el Boro -10 algunas veces se usa como un veneno soluble y algunas veces como un veneno quemable- "fijado" se aplican las siguientes reglas:

1. El Boro -10 en la pastilla de combustible es quemable
2. El Boro -10 en la región del encamisado es quemable
3. El Boro -10 en la región del moderador no es quemable

4. El Boro-10 en la región extra no es quemable

NOTA SOBRE AGOTAMIENTO

Excepto para el Boro -10 todos los cambios en las densidades atómicas debidos a los efectos de quemado se supone que ocurren en la región de la pastilla de combustible.

FLUJOS ABSOLUTOS

En los cálculos de quemado discutidos en el capítulo V quedó implícito el conocimiento de los flujos que intervienen en las ecuaciones de quemado a través de las constantes C^i , ecuación (5-8), A^i ecuación (5-10) y Y^i , ecuación (5-101).

Estos "flujos absolutos" están dados implícitamente por la ecuación (9)

$$\text{DENSIDAD DE POTENCIA} = \left[\begin{array}{l} \text{ENERGIA LIBERADA} \\ \text{POR FISION} \end{array} \right] \left[\text{FLUJO ABSOLUTO} \right] \epsilon_f \quad (6-20)$$

La densidad de potencia es suministrada por el usuario, ϵ_f se calcula directamente de las densidades atómicas y las secciones eficaces microscópicas de fisión de-

los isótopos fisionables. Los flujos absolutos resultan en unidades de neutrones / barn-segundo y representan valores promedio.

La energía liberada por fisión está dividida en dos partes: La energía liberada directamente por fisión y la energía liberada subsecuentemente por captura radiativa, del orden de 3% de la energía total liberada por fisión. En la tabla 6.2 están tabulados los rendimientos por fisión, las constantes de desintegración y la energía liberada directamente por fisión para diversos núclidos. En la tabla 6.3 se encuentran tabuladas las energías liberadas por captura radiativa.

Utilizando los datos de las tablas 6.2 y 6.3 el código LEOPARD calcula la densidad de potencia liberada por fisión utilizando la siguiente fórmula ⁽¹⁰⁾:

$$\text{DENSIDAD DE POTENCIA LIBERADA POR FISION} = (\kappa_f \Sigma_f + \kappa_c \Sigma_c + \kappa_n \nu \Sigma_f P_{NL}^f) \phi$$

(6-21)

donde κ_f es la energía liberada directamente por fisión - κ_c es la energía de unión del neutrón capturado en captura radiativa y se toma igual a 4MeV para el Xenón - 135 y para los productos de fisión aglutinados en el elemento fic-

ticio; κ_n es la energía cinética de los neutrones emitidos en la fisión y se toma igual a 1.93 MeV para todos los neutrones de fisión.

Tabla 6.2 Rendimientos por Fisión, Constantes de Desintegración y Energías Liberadas por Fisión para -
Diversos Núclidos (11)

Elemento	Rendimientos				λ^{-1} seg	κ_f MeV/fisión
	I-135	Xe-135	Pr-149	Sm-149		
Th-232	.062	.002	.0113	0	0	186.0
Pu-233	.062	.002	.0113	0	$.297 \times 10^{-6}$	0
U-233	.062	.002	.0113	0	0	187.0
U-234	.062	.002	.0113	0	0	187.0
U-235	.062	.002	.0113	0	0	189.0
U-236	.062	.002	.0113	0	0	189.0
U-238	.062	.002	.02	0	0	186.7
Pu-239	.070	.002	.0189	0	0	196.0
Pu-240	.070	.002	.0189	0	0	196.0
Pu-241	.063	.002	.02	0	$.17 \times 10^{-8}$	198.0
Pu-242	.063	.002	.02	0	0	198.0
I-135					$.288 \times 10^{-4}$	
Xe-135					$.211 \times 10^{-4}$	
Pr-149					$.385 \times 10^{-5}$	
Sm-149					0	

Tabla 6.3: Energía Liberada en Capturas Radiativas⁽¹²⁾

Elemento	Energía (MeV)
H	2.23
O	4.14
Zr-2	7.86
C	4.96
Fe	7.79
Ni	8.86
Al	7.72
Cr	9.22
Mn	7.26
B-10	2.88
D	6.244
Th-232	4.92
Pa-233	5.16
U-233	5.38
U-234	5.15
U-235	6.43
U-236	5.45
U-238	4.062
Pu-239	6.42
Pu-240	5.71
Pu-241	6.06
Pu-242	5.50
Xe-135	4.0
Sm-149	7.98
F.P.	4.0

P_{nL}^f es la probabilidad de permanencia rápida ϕ es el flujo y Σ_f y Σ_c son las secciones eficaces macroscópicas de fisión y de captura radiativa respectivamente.

6.8 DESCRIPCION DE LOS DATOS DE ENTRADA

Además de seleccionar varias opciones de datos de entrada y de salida proporcionadas por el código LEOPARD, el usuario debe suministrar la descripción de la celda unitaria equivalente, además de varias temperaturas y presiones. Para algunas opciones especiales deben suministrarse algunos otros datos. Por ejemplo, el código LEOPARD computará opcionalmente las razones de Cadmio para cualquier energía de corte arbitraria ($\leq 0.625\text{eV}$). Para esta opción el usuario debe proporcionar la energía de corte.

GEOMETRIA

En el código LEOPARD se supone que el núcleo del reactor está formado por celdas unitarias dispuestas en una retícula cuadrada o exagonal. Cada celda unitaria equivalente se considera formada por tres regiones.

- a. Una región cilíndrica del combustible
- b. Una región anular de encamisado y vacío

c. Una región anular de moderador

El usuario debe suministrar las temperaturas y dimensiones para cada región.

Puesto que el núcleo del reactor contiene los tubos guía de las barras de control, canales de combustible, ranuras de agua, etc., el código LEOPARD permite una "región extra", ya definida en la sección 6.1, para tomar en cuenta la parte del núcleo del reactor que no pertenece a la retícula. El usuario debe suministrar la "fracción extra" del núcleo del reactor. El valor de esta fracción es generalmente 10%.

Se supone que la región extra tiene la misma temperatura del moderador.

Además el usuario debe suministrar una composición volumétrica para cada región.

Un caso representativo para reactores estandar sería (13)

- a. Pastilla 100% UO_2
- b. Encamisado y Vacío 80% SS-304, 20% vacío
- c. Moderador 100% H_2O
- d. Extra 60% H_2O , 40% SS-304

También es necesario que el usuario suministre - el enriquecimiento, el contenido de Boro, etc. dependiendo del núcleo del reactor que se quiera analizar.

6.8.1 CODIFICACION DE LOS DATOS DE ENTRADA

Para simplificar la preparación de los datos de entrada se usan tres hojas codificadas especiales.

Hoja A La hoja A siempre está presente en cualquier caso. (Fig. 6.3).

El título se perfora en cada tarjeta de datos a partir de la columna 72 y sirve para identificarlas.

1. El título se perfora en una tarjeta (de 80 columnas) y se imprime en cada página de los datos de salida.
2. Opciones. El significado de las diversas opciones es el siguiente:

a. CAMBIO DE CASO / CASO DE REFERENCIA

Físicamente, el primer caso en una serie es necesariamente el caso de referencia, de manera que aquí la elección no tiene sentido y puede introducirse cualquier opción con el mismo resultado.

* Estas hojas se presentan en inglés porque el código -- LEOPARD está escrito en este idioma.

A PARTIR DE

ESTA PAGINA

**FALLA
DE
ORIGEN**

1.		Cod	
TITLE			
a. Change case Reference case	3	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	(Options always propagate.)
b. Temperatures in F° Temperatures in R° Temperatures in K° Temperatures in C°	6	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3	
c. Lengths in centimeters Lengths in inches	9	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	
d. Square cell Hexagonal cell	12	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	
e. Search for L-238 Use input L-238	15	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	
OPTIONS f. Dimensions are hot Dimensions are cold	18	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	(code will adjust)
g. σ_{ren} fitted for element *	21	<input type="checkbox"/>	(Usually enter 1 for hydrogen.)
h. Don't punch CANDLE library Punch CANDLE library	24	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	
i. Include $\sigma_{E,1}^{3,28}$ in library Don't include $\sigma_{E,1}^{3,28}$ in library	27	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	
j. Don't punch CANDLE thermal data Punch MHD CANDLE thermal data Punch conv. CANDLE thermal data	50	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2	
k. Punch FAB-2 data for material *	33	<input type="checkbox"/>	(Supply a number)
l. Punch ATM-5 data for material *	35	<input type="checkbox"/>	(Supply a number)
m. 2-group MHD 2-group conventional model <i>(with 1-1/2 group absorbers)</i>	39	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	(See options k and l)
n. No lifetime steps Some lifetime steps	42	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 1	
Options o and p deleted, enter 0 (45, 48)			
q. B_m^2 search No criticality search Thermal poison search Poison search with $t \neq$ fast absorption	51	<input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> -2 <input type="checkbox"/> -1 <input type="checkbox"/> FT	$t = \text{integer}$
r. Adjust geometric buckling with burnup Leave geometric buckling unadjusted	54	<input type="checkbox"/> +1 <input type="checkbox"/> 0	

These options are no longer in effect. Enter 0

* This option may be bypassed by entering zero.

Para casos subsecuentes en una serie, la opción "cambio de caso" retiene todos los datos de entrada previos y solamente es necesario introducir los cambios deseados. La opción "caso de referencia" no usa datos previamente introducidos y debe suministrarse un conjunto completo de datos de entrada.

b. TEMPERATURA

Todos los datos de temperatura introducidos para un caso deben estar en las unidades seleccionadas.

c. LONGITUDES

Todos los datos de longitud introducidos para un caso deben estar en las unidades seleccionadas.

d. CELDA CUADRADA / CELDA EXAGONAL

Se hace una elección.

e. BUSQUEDA DE L^{28} / USAR VALOR DE ENTRADA

En el código se encuentra disponible la búsqueda ω de dos etapas descrita en la sección 6.6 y normalmente debe usarse. Si se selecciona la opción "usar valor de entrada", pero no se suministra este dato, el código usará un valor empírico para el factor L^{28} .

f. DIMENSIONES CALIENTES / DIMENSIONES FRIAS

Si se selecciona la opción "dimensiones frías" -

el código corregirá con respecto a la temperatura las dimensiones como se indicó en la sección 6.2.1.

g. CALCULO DE σ_{rem}

Algunos códigos como CANDLE (sección 5.8.2, Cap. 5) requieren secciones eficaces microscópicas de remoción; pero éstas no están definidas en el código MUFT-IV. Por consiguiente se utiliza la siguiente aproximación:

Puesto que

$$\Sigma_{rem,i} = N_i \sigma_{rem,i} \quad (6-22)$$

y

$$\Sigma_{rem} = \sum_i N_i \sigma_{rem,i} \quad (6-23)$$

y ya que

$$\frac{\partial}{\partial N_i} \Sigma_{rem,i} = \sigma_{rem,i} \quad (5.24)$$

entonces, para una aproximación de primer orden es buena la siguiente definición:

$$\sigma_{rem,i} = \frac{\Delta \Sigma_{rem,i}}{\Delta N_i} \quad (6-25)$$

El código LEOPARD hace el cambio en las densidades atómicas una por una en un 10% y deduce las secciones eficaces microscópicas de remoción correspondientes.

Puesto que en el cálculo de $\sigma_{rem,i}$ se usó una aproximación de primer orden, se esperaría un error en el

cálculo de Σ_{rem} . Este error es eliminado ajustando una de las secciones eficaces microscópicas de remoción; usualmente se ajusta la del Hidrógeno ya que es el elemento que más contribuye a la remoción en la mayoría de los reactores moderados y enfriados con H_2O . Puesto que la σ_{rem} ajustada para el Hidrógeno es ligeramente diferente del valor calculado directamente no es necesario hacer el cálculo de σ_{rem} y puede omitirse introduciendo cero. El cambio en el tiempo de corrido es despreciable. Si se solicita al código ajustar la σ_{rem} de un elemento no presente se escribe un mensaje adecuado y el cálculo es omitido.

Las opciones h, i, j, k, l, m han sido suprimidas.

n. ETAPAS DE TIEMPO DE VIDA

Se debe indicar, seleccionando la opción correspondiente, si el código debe hacer o no cálculos de tiempo de vida. Si se requieren cálculos de tiempo de vida, es necesaria una entrada adicional, (véanse los párrafos 8 y 9 de esta sección). Los casos con y sin quemado pueden ordenarse en cualquier secuencia.

Las opciones o, p han sido suprimidas

- 1. 0 = Búsqueda de criticidad con B_m^2
- 2 = Sin búsqueda
- 1 = Búsqueda de criticidad con veneno térmico

42

+t (entero) = Búsqueda de criticidad con veneno con $t\frac{1}{2}$ de absorción rápida (en el grupo 3 en el esquema de cuatro grupos de - - MUFT-IV, (sección 1.16.1, Cap. I).

La sección eficaz macroscópica del veneno Σ_p se incluirá en Σ_a cuando ésta sea impresa.

r. +1 = Ajustar el "buckling" geométrico de acuerdo con el quemado para aproximar los efectos del quemado no-uniforme sobre la constante de multiplicación efectiva del reactor.

Hoja B Los datos de los párrafos 3 a 7 se codifican en la hoja B (Fig. 6.4).

3. DESCRIPCION DE LA COMPOSICION

Se considera que el núcleo del reactor está formado por celdas unitarias y la región extra.

En el modelo de la celda unitaria equivalente la geometría es

- a. La región de la pastilla
- b. La región del encamisado y vacío
- c. La región del moderador
- d. La región extra

Se descompone cada región en fracciones volumétricas. Generalmente el moderador es en su mayor parte agua - mas un poco de acero y algo de Circonio. La composición - volumétrica de la región del moderador podría ser (16)

H ₂ O	95%
SS-304	1%
SS-348	3%
Zr	1%
	<u>100%</u>

Si el acero inoxidable no es el pseudoelemento - apropiado para un diseño particular la composición podría ser: (16)

H ₂ O	89.8%
Fe	6.9%
Ni	2.0%
Cr	1.1%
Mn	0.2%
	<u>100.0%</u>

Las composiciones no necesariamente deben resultar 100%. Los vacíos pueden tomarse en cuenta por omisión.

Estas fracciones volumétricas de las regiones se introducen en forma decimal en la hoja B, por ejemplo: (17)

Elemento	Región				
	Pastilla	Encamisado	Moderador	Extra	
(H ₂ O)	100	0.0	0.0	.93	.63
(SS-304)	304	0.0	0.75	.05	.37
(Zr)	3	0.01	0.0	.02	0.0
(SS-316)	316	0.0	0.01	0.0	0.0
(UO ₂)	99	.99	0.0	0.0	0.0

En cambios de caso es necesario introducir solamente cambios o adiciones. Por ejemplo, el cambio del material del encamisado de SS-304 a SS-348 se hace como se indica a continuación.

Elemento	Pastilla	Encamisado	Moderador	Extra
(SS-304)	304 (blanco)	0.0	(blanco)	(blanco)
(SS-348)	348	0.0	0.75	0.0

Para el SS-304 los campos en blanco permiten que los datos de entrada previos permanezcan. Se permite una simplificación: el usuario puede introducir el radio interior del encamisado en lugar de la fracción volumétrica del encamisado, entonces se computará la fracción volumétrica correspondiente.

4. ELEMENTOS TRAZA

Muchos isótopos importantes como el U-235 deben introducirse indirectamente puesto que usualmente se conoce su abundancia y no su volumen. A estos elementos se les llamará "elementos traza" y se tratan como se indica a continuación.

- a. El dato de entrada será interpretado como átomos por molécula de UO_2 en cada región.
- b. Si no está presente el UO_2 , la entrada se referirá al PuO_2 .
- c. Si no está presente el PuO_2 , la entrada se referirá al ThO_2 .
- d. Si el elemento traza es U-235 (cuyo índice en el código es 18) una entrada negativa se interpretará como una fracción de peso en lugar de una fracción atómica.
- e. Si el elemento traza es Boro (cuyo índice en el código es 29) el dato de entrada se interpretará como ppm de Boro natural y se procesará de acuerdo con el signo del factor correspondiente:

- + + ppm ($H_2O + D_2O$) en cada región
- + ppm UO_2 en cada región

f. Si el elemento traza es D_2O (cuyo índice del código es-101) el dato de entrada se interpretará como la razón atómica D/H en cada región. El contenido de H_2O queda reducido correspondientemente de tal manera que el contenido total de agua (pesada mas ligera) permanezca - - inalterado.

En cambios de caso se necesita introducir solamente adiciones o supresiones de los elementos traza.

5. TEMPERATURAS, "BUCKLING", FACTOR DE PICO

Las diversas temperaturas deben ser introducidas en las unidades seleccionadas en la hoja A.

La "temperatura de resonancia" se usa usualmente para calcular la contribución Doppler a la integral de resonancia del U-238 en la fórmula de Strawbridge, ecuación (6-14).

Las demás temperaturas se usan para corregir las dimensiones y las densidades atómicas.

La temperatura del moderador se usa también en el cálculo de los parámetros térmicos.

El "buckling" introducido se usa en el cálculo de la constante de multiplicación efectiva de cuatro gru-

pos para el reactor.

Siendo los cálculos del código MUFT-IV sensibles al "buckling", se determina un "buckling" material antes de computar las constantes de grupo.

El factor de pico en la región extra puede usarse para simular un máximo del flujo térmico en la región extra. El factor de pico simplemente modifica el factor de desventaja térmico de la región extra. Una entrada cero se cambia a 1.0.

6. RADIO, POTENCIA, TAMAÑO, FRACCION EXTRA

Se debe introducir el radio de la pastilla de combustible, el radio exterior del encamisado y el paso de la retícula en las unidades especificadas en la hoja A.

Si se desea un "ajuste Doppler" se deben introducir el nivel de potencia y la altura del reactor (en las unidades apropiados de longitud) véanse las opciones o y p para los detalles.

La fracción de la región extra se introduce en forma decimal, es decir, 10% → .10.

Para cálculos en el modelo de la celda unitaria-

equivalente esta entrada debe ser cero.

7. DENSIDADES, CORTE DE CADMIO Y FACTOR DE AUTOBLINDAJE L^{28} .

Para H_2O y/o D_2O se introduce la presión del sistema o la densidad fraccional relativa a $4^\circ C$, 1 atm. Se recomienda introducir la presión en psia.

Para UO_2 , PuO_2 y/o ThO_2 es posible introducir o bien la densidad fría en g/cc o bien o la fracción fría de la densidad teórica.

El último dato de entrada en esta serie es o el corte de Cadmio (positivo) entre cero y 0.625 eV; o un factor de autoblindaje fijo L para U-238 (negativo).

El corte de Cadmio es estrictamente opcional. Su presencia simplemente hace que los parámetros ρ^{28} y δ^{25} sean re-calculados con la energía de corte especificada,

(ecuaciones (6-38) y (6-39) sección 6.10).

El factor de autoblindaje fijo L^{28} es usado por el código solamente si no se requirió la búsqueda w de dos etapas.

Hoja C Los datos de los párrafos 8 y 9 se codifican en la hoja C (Fig. 6.5) Esta hoja está presente sola-

LEOPARD CONT. SHEET C

Page _____

THIS SHEET IS PRESENT IF AND ONLY IF A BURNOUT
CALCULATION (OPTION N) IS INDICATED.

8

Volume in cm^3
 Power in watts
 Loading, grams U (if zero is entered
 the code will compute the loading.)
 Initial burnup
 Fission product cross section scale
 factor, default.
 value = 1.0

9

Step No.	Time	Poison
777	0.0	0.0

NOTE:

For time steps

+ → hours

- → MWD/MTU

For poison

+ → ppm boron

- → $\text{D}_2\text{O}/\text{H}_2\text{O}$ Ratio

WAPD Form 554 (3)

Fig. 6.5 Hoja de Codificación C (18)

mente si se requieren cálculos de tiempo de vida del combustible.

8. VOLUMEN, POTENCIA, CARGA

La densidad de fisión y consecuentemente las rapidezces de quemado dependen de la densidad de potencia. Si se conoce la densidad de potencia (kw/l o w/cc) se introduce un volumen de 1.0 y la densidad de potencia como la potencia. O bien se introduce el volumen total del reactor en cm^3 y el nivel de potencia en watts. En cualquier caso solamente es significativa la relación Potencia/Volumen.

Debe introducirse la carga del núcleo del reactor en gramos de U + Pu + Th pero es preferible introducir cero, con lo cual el código calcula la relación. Aquí también sólo es significativa la relación Carga/Volumen.

El usuario debe introducir una etapa de tiempo de quemado inicial (lo cual afectará los encabezados de las páginas, las secciones eficaces de los productos de fisión, y, opcionalmente, el "buckling" material). También puede introducir un factor de escala por el cual se multiplicarán las secciones eficaces de los productos de fisión.

9. ETAPAS DE TIEMPO DE QUEMADO Y VENENOS VARIABLES

Estos datos de entrada se introducen juntos para cada etapa de tiempo de quemado. En el cálculo del quemado se usa el incremento de tiempo y la entrada de veneno variable para cada etapa de tiempo para el cálculo de los parámetros al principio de cada etapa de tiempo de quemado.

Los incrementos de tiempo deben introducirse en horas (entrada positiva) o en MWD/TM, (megawatt-días)/(tonelada métrica), (entrada negativa).

El límite superior es de 100 etapas. Los cálculos de quemado terminan cuando se llega a un incremento de tiempo de cero.

La entrada de veneno variable es estrictamente opcional. El veneno se considera como Boro soluble (entrada positiva) o como la relación de Deuterio a Hidrógeno D/H (entrada negativa). El veneno se usa como se indica a continuación:

- I. La entrada del veneno, si existe, para el primer intervalo de tiempo debe concordar con los datos de la hoja B.

La entrada del veneno para cada etapa se usa en el cálculo de los parámetros al principio de la etapa correspondiente.

II. En las etapas de tiempo posteriores se cambia el veneno si es diferente de su predecesor. Las características más importantes de este método son:

- a) El veneno es opcional.
- b) El veneno puede cambiar entre Boro y D_2O .
- c) El veneno puede ser removido en algún instante del tiempo de vida introduciendo cero. En este caso el veneno removido es el usado en la etapa de tiempo precedente.
- d) La opción es útil, por ejemplo, al analizar las características de quemado de un núcleo que se hace llegar a la criticidad por medios químicos en tres ciclos.

Durante la vida de un elemento combustible el veneno químico es inicialmente elevado (entre 8 y 10% $\Delta k/k$) y desciende hacia cero al final del primer ciclo; el proceso se repite para el segundo y tercer ciclos. Puede hacerse una estimación de este veneno en cada etapa de tiempo de manera que su efecto sobre los parámetros quede incluido.

Después de incluir el efecto de cualquier veneno el cual es un dato de entrada, en general se obtiene que la constante de multiplicación efectiva es diferente de la unidad.

El código forza que la constante de multiplicación efectiva resulte la unidad al principio de cada etapa de tiempo variando el "buckling" material y recomutando los parámetros rápidos hasta que se alcanza la condición de criticidad.

El "buckling" puede ser positivo indicando con esto un escape neto hacia afuera de la región) o negativo indicando con esto un escape neto hacia adentro de la región).

Se considera que el método de cálculo empleado por el código LEOPARD representa el tratamiento más preciso de los efectos del quemado sobre los parámetros en un cálculo en dimensión cero.

DATOS DE ENTRADA AUTODESARROLLABLES

El incremento de tiempo y el veneno son auto-desarrollables lo cual quiere decir que por ejemplo, las siguientes series de datos son las mismas ya que los datos intermedios en la serie 2 están implícitos.

S E R I E 1			S E R I E 2		
No.	Δt	Veneno	No.	Δt	Veneno
1	75	2000	1	75	2000
2	500	1400	4	500	1400
3	500	1400	7	1000	900
4	500	1400	10	1000	500
5	1000	900			
6	1000	900			
7	1000	900			
8	1000	500			
9	1000	500			
10	1000	500			

En cambios de caso solamente son significativos los datos de entrada explícitos. Las entradas en blanco no se consideran. No obstante, los números de etapas en blanco se tratan como entradas erróneas.

Ejemplo. Cambiar el veneno en la etapa de tiempo No. 6 a 700 ppm de Boro. Dejar todo lo demás. Esto se codifica de la siguiente manera:

No.	Δt	Veneno	
5	(blanco)	(blanco)	(mantener etapas 1-5)
6	(blanco)	700	(cambiar etapa 6)

6.9 INSTRUCCIONES DE PERFORACION DE LOS DATOS DE ENTRADA

Los datos de entrada del código LEOPARD contenidos en las tres hojas analizadas están divididos en nueve

grupos distintos identificado cada uno por un número entre 1 y 9 inclusive. A continuación se describen las instrucciones de perforación para cada número.

Se asigna un "título" en la parte superior de la hoja A. Se debe perforar este título en cada tarjeta empezando en la columna 73.

1. Exactamente una tarjeta. Titular la información columnas 1-72.
2. Exactamente una tarjeta. Las entradas están ordenadas como a, b, c etc. Perforar el número seleccionado en las columnas 3, 6, 9, 12 etc. Si no se hace ninguna opción se deja en blanco el campo. Una tarjeta completamente en blanco es perfectamente válida.
3. Una o más tarjetas. Perforar el índice terminando en la columna 12, a continuación perforar cuatro campos de 12 columnas. Excepto para el índice, los datos pueden ser perforados en cualquier lugar dentro del campo como se considere conveniente. La-

- última tarjeta es siempre --
7770.0 como se indica en
la hoja B. El índice debe --
terminar en la columna 12.
4. Una o más tarjetas. Lo mismo que en 3 excepto que
debe haber solamente un campo
más allá del índice. La últi-
ma tarjeta tendrá también --
7770.0
5. Una tarjeta Perforar 6 campos de 12 colum-
nas cada uno. Alguno o todos-
los campos pueden estar en -
blanco (el dato superior va -
en el primer campo, en el se-
gundo campo el dato inmediata-
mente inferior etc.)
6. Una tarjeta Lo mismo que en 5.
7. Una tarjeta Lo mismo que en 5.
8. Una tarjeta Lo mismo que en 5 pero sólo -
5 campos de 12 columnas.
9. Una o más tarjetas Lo mismo que en 4 excepto que
en este caso son tres campos.

En algunos casos los grupos de datos 8 y 9 pue-
den no estar presentes. Se perforan múltiples casos repi--

43
tiendo los pasos 1-9.

6.10 DATOS DE SALIDA

Las corridas del código LEOPARD pueden dividirse en dos clases: aquellas que incluyen cálculos de quemado y aquellas que no incluyen estos cálculos. La salida para la segunda clase de corridas es unas cuantas líneas más corta porque la entrada no incluye datos de densidad de potencia.

La descripción de los datos de salida que se hará a continuación está basada en la edición más larga que incluye cálculos de quemado.

PROLOGO

A medida que son procesados los datos de entrada para cada caso, el código escribe en la salida el título del caso. Cualesquiera errores en los datos de entrada - serán anotados abajo del título. Si es posible una acción correctiva se escribirá un mensaje pertinente, si no, se descartará el caso errático y se procesará el caso siguiente. Debido al formato especial de los datos de entrada y a la naturaleza básica de éstos los errores en la entrada serán raros.

EDICIONES IMPRESAS

Las ediciones serán descritas en el orden en que aparecen en el listado.

PAGINA 1 DATOS DE ENTRADA

En la parte superior de esta página y de las demás se imprime el título del caso y los datos de quemado.- En casos sin quemado se imprime solamente el título. Se imprime en el listado cada tarjeta de datos conforme es leída.

Los datos de la composición de la celda y los de los elementos traza se imprimen conforme son introducidos. Si la entrada para U-235 se introdujo como fracción de peso, el código habrá cambiado el dato a una fracción atómica y ésta será impresa.

Además, puede haberse hecho otro cambio; si el código computó dimensiones corregidas con respecto a la temperatura, las dimensiones del vacío en la región del encausado habrán sido ajustadas para reflejar este cambio.

El "vacío caliente" es generalmente más pequeño que el "vacío frío".

Para un caso que implique la "supercelda" equivalente se agrega una línea en la cual se imprime la fracción extra y el factor de pico térmico de la región extra siendo ambos datos de entrada.

PAGINA 2 MAS DATOS DE ENTRADA

Las cuatro temperaturas están impresas en las unidades seleccionadas por el usuario. Las dimensiones de la celda unitaria equivalente están dadas, corregidas con respecto a la temperatura, si así se desea, en las unidades seleccionadas por el usuario. El radio exterior del moderador ("O.R moderator") se calcula para dar un área circular equivalente de la celda unitaria sin incluir la región extra.

Las relaciones de moderación están definidas a continuación y se calculan en base a la celda unitaria equivalente y en base al núcleo del reactor. Puede demostrarse que las razones de moderación, calculadas en base al núcleo del reactor, aumentan cuando el contenido de Hidrógeno más Deuterio aumenta.

Las razones de moderación calculadas en base al núcleo del reactor y en base a la celda unitaria equivalente están, consecuentemente, en una relación constante.

Agua/δxido = (volumen del moderador)/(volumen de la pastilla).

Agua caliente/δxido = (densidad relativa del agua). (agua/δxido).

- Agua/metal = (volumen del moderador)/(volumen -
que ocuparían el U, Pu, Th conteni-
dos en UO_2 , PuO_2 , ThO_2 si estuvie-
ran en forma metálica).
- Agua caliente/metal = (densidad relativa del agua). (agua/
metal)
- H/U-235 = (densidad atómica del Hidrógeno)/
(densidad atómica del Uranio-235).

Los parámetros implicados en la búsqueda-omega -
(sección 6.6) están dados solamente si se hace esta búsque-
da. Si se usa un factor de autoblandaje L^{28} especificado,
la mayoría de los parámetros de la búsqueda omega carecen-
de significado y consecuentemente no son impresos.

- Integral de Resonancia = La integral de resonancia cal-
del U-238 (barns) culada a priori con la fórmu-
la de Strawbridge, (6-14).
- Doppler (barns) = El incremento en la integral-
de resonancia del U-238 debi-
do a una temperatura de reso-
nancia de entrada diferente -
de $0^\circ K$. Este efecto es aditi-
vo en la fórmula de Strawbrid-
ge (6-14).
- ω^* Calculado = $(1 - p^{28})/p^{28}$, ecuación (6-12)

- ω convergente = Obtenido de una corrida especial del código MUFT-IV y calculado según la ecuación (6-19). Este valor de ω debe concordar con el valor de ω^* dentro de un 0.1% para satisfacer el criterio de convergencia. Si la búsqueda falla se escribe un mensaje pertinente.
- ω MUFT = (neutrones capturados en el U-238)/(neutrones que alcanzan la energía 0.625eV). Calculada con el factor L^{28} convergente y con el "buckling y las capturas parásitas incluidas (sección 6.6).
- Dancoff = Factor de Dancoff calculado en las energías de resonancia con la fórmula de Sauer. $D = 1 - C$ con C dado por la ecuación (6-17).
- S/M-U-238 - cm^2/g calculado de los datos de entrada.
- L-U-238 - (L^{28}) El factor L^{28} convergente que resulta de la búsqueda omega (sección 6.6).

p²⁸

- Probabilidad de escape a la resonancia del U-238 calculada con la fórmula (6-13) con I²⁸ dada por la fórmula de Strawbridge (6-14) y con $\xi\Sigma_s$ dado por la ecuación (6-5).

p^{28,3}_R (CANDLE)

- La pseudo probabilidad de escape a la captura en resonancia del U-238. Se calcula para ser utilizada en el código MUFT-IV y está definida como.

$$\frac{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as}^{28,3}}{\Sigma_r^3 + \Sigma_{as}^{28,3} + \Sigma_{aR}^{28,R}}$$

ecuación (5-28), donde Σ_r^3 es la sección eficaz macroscópica de remoción del tercer grupo en el esquema de 3 macrogrupos del código MUFT-IV. $\Sigma_{as}^{28,3}$ es la sección eficaz macroscópica para capturas fuera de resonancia para el U-238 en el tercer grupo. $\Sigma_{aR}^{28,3}$ es la sección eficaz macroscópica de captura en resonancia para el U-238 en el tercer grupo.

Densidad H₂O

- densidad relativa, 100% - 1g/cc.

Densidad D₂O

- densidad relativa, 100% - 1.105g/cc

- Densidad UO_2 - Fracción fría de la densidad-teórica, 100% - 10.95 g/cc.
- Densidad PuO_2 - Fracción fría de la densidad-teórica, 100% - 11.46 g/cc.
- Densidad ThO_2 - Fracción fría de la densidad-teórica, 100% - 10.03 g/cc.
- Presión H_2O - psia
- Presión D_2O - psia
- Buckling - cm^{-2} , es un dato de entrada
- Cuerda efectiva (cm) - Por definición = (longitud - media de la cuerda de la barra de combustible)/(1-factor de-Dancoff).
= $2\bar{R}_0/(1-C)$.
- $\xi \Sigma_s (cm^{-1})$ - Poder de moderación epitérmico, ecuación (6-5).
- Wigner-Wilkins $1/v$ - Valor esperado (de algún parámetro) de un material absorbente cuya sección microscópica de absorción varía como $1/v$ con una sección eficaz microscópica de absorción unitaria a 2200 m/s cuando se promedia sobre un flujo de Wigner Wilkins hasta 0.625eV.
- Maxwelliano $1/v$ - Lo mismo que para un "Wigner-Wilkins $1/v$ " pero promediado sobre un flujo Maxwelliano - hasta 0.625eV.

- k de cuatro grupos - Constante de multiplicación efectiva calculada usando los parámetros térmicos convencionales, es decir, aquellos obtenidos con el código SOFOCATE utilizando los factores de desventaja. ecuaciones (4-66)-(4-78) y sección 6.5.
- k_1, k_2, k_3, k_4 - Contribución de cada grupo a la constante de multiplicación efectiva.
- k_∞ - Constante de multiplicación sin escape. En este caso los parámetros no se calculan otra vez con $B^2 = 0$, sino que se ignora el término DB^2 y se recalcula k .
- Carga* - Masas de U, Pu y Th metálicos por unidad de volumen. Es un dato de entrada.
- Densidad de potencia* - Potencia generada por unidad de volumen del núcleo del reactor.
- Potencia Específica* - Potencia/carga
- Flujos Absolutos* - n/cm^2-s son los flujos calculados con la ecuación (6-22).

*Estos datos están omitidos en un caso que no incluya quemado.

Buckling Material

- "buckling" requerido para criticidad, si la búsqueda de criticidad se realiza ajustando el "buckling".

Veneno para Búsqueda

- Veneno requerido para la búsqueda de criticidad.

PAGINA 3 DENSIDADES ATOMICAS, SECCIONES EFICACES DE REMOCION

Las densidades atómicas pesadas sobre el volumen (en átomos/ A^3) están homogeneizadas en todo el núcleo de reactor.

Las densidades atómicas pesadas sobre el flujo también están homogeneizadas en la celda unitaria equivalente, pero quedan modificadas después por los factores de desventaja térmicos dependientes de la energía y de la región.

La densidad atómica del elemento i pesada sobre el flujo $(g^N)_i$ está dada por⁽¹⁹⁾

$$(g^N)_i = \frac{\iiint N_i(r) g_i(r, E) \sigma_i^a(E) \phi(E) dr dE}{\int \sigma_i^a(E) \phi(E) dE} \quad (6-26)$$

donde $g_i(r, E)$ es el factor de desventaja del elemento i dependiente de la región y de la energía. La integración so

bre r se extiende sobre la región correspondiente y la integración sobre E se extiende sobre el intervalo de energía térmicas.

También se computa la relación $(gN)_i/N_i$ para obtener un factor de desventaja promedio. Cabe hacer notar que los factores de desventaja varían de elemento a elemento reflejando perfiles de absorción así como localización geométrica.

Las secciones eficaces microscópicas diferenciales de remoción están listadas para tres grupos rápidos como se indicó en la sección 6.8.1 según la ecuación

$$\sigma_{rem}^i = \frac{\partial \Sigma_{rem,i}}{\partial N_i}$$

excepto para un elemento cuya sección eficaz microscópica de remoción queda ajustada de tal manera que

$$\Sigma_{rem} = \sum_i N_i \sigma_{rem}^i,$$

donde Σ_{rem} es la sección eficaz macroscópica de remoción calculada por el código MUFT-IV, ecuación (1-266). Está dado también el nombre del elemento cuya sección eficaz microscópica de remoción queda ajustada.

Están dadas también las secciones eficaces microscópicas de remoción para agua ligera, agua pesada, y tres aceros inoxidables.

PAGINA 4 SECCIONES EFICACES DE TRANSPORTE

Las secciones eficaces microscópicas de transporte se utilizan solamente en el cálculo de los coeficientes de difusión, de acuerdo con la fórmula

$$D = \frac{1}{3 \sum_i N_i \sigma_{tr}^i} \quad (6-27)$$

En el código MUFT-IV para tratar el escape, se utiliza la siguiente definición del coeficiente de difusión:

$$D B^2 \int \phi(u) du = B \int J(u) du \quad (6-28)$$

donde $J(u)$ es la corriente. Las integrales sobre el flujo y la corriente son computadas por el código MUFT-IV.

En ninguna otra parte se utiliza una sección eficaz microscópica de transporte. Considerando esto, el código LEOPARD utiliza las siguientes definiciones arbitrarias para las secciones eficaces microscópicas de transporte rápidas y térmicas⁽²¹⁾:

$$\left[\sigma_{tr}^i \right]^{-1} = \frac{\int \left[\sigma_{tr}^i(E) \right]^{-1} \phi(E) dE}{\int \phi(E) dE} \quad (6-29)$$

donde σ_{tr}^i es la sección eficaz microscópica de transporte promediada sobre el flujo para el elemento i . Para σ_{tr}^i térmica, la sección eficaz microscópica de transporte térmica dependiente de la energía para el elemento i , está dada por

$$\sigma_{tr}^i(E) = \sigma_a^i(E) + (1-\bar{\mu})\sigma_s^i(E) \quad (6-30)$$

y para σ_{tr}^i rápida la sección eficaz microscópica de transporte rápida dependiente de la energía para el elemento i está dada por

$$\sigma_{tr}^i(E) = \gamma(E) \left[\sigma_c(E) + \sigma_f(E) + \sigma_s(E) + \sigma_{in}(E) \right]^i - \bar{\mu}^i \sigma_s^i(E) \quad (6-31)$$

donde $\gamma(E)$ es el parámetro que aparece en la aproximación B-1 a la ecuación de transporte, ecuación (1-90). $\sigma_{in}^i(E)$ es la sección eficaz microscópica de dispersión inelástica para el elemento i .

En el tercer grupo de energía la sección eficaz microscópica de absorción en resonancia $(\sigma_a^{re})^i$ debe sumarse a $\sigma_{tr}^i(E)$ en la ecuación (6-31).

La sección eficaz microscópica de transporte para el Hidrógeno se ajusta subsecuentemente para que el cálculo del coeficiente de difusión resulte exacto.

La sección eficaz microscópica térmica de transporte se promedia sobre un flujo de Wigner-Wilkins.

La sección eficaz microscópica térmica de transporte obtenida con el modelo MND, ecuación (5-122) con σ_{tr}^{iR} se promedia sobre un flujo Maxwelliano

PAGINA 5 SECCION EFICAZ DE ABSORCION

Para el cálculo de las secciones eficaces microscópicas de absorción térmica y rápida, el código LEOPARD - utiliza la siguiente definición:

$$\sigma_a^i = \frac{\int \sigma_a^i(E) \phi(E) dE}{\int \phi(E) dE} \tag{6-32}$$

La sección eficaz microscópica de absorción térmica está dada por

$$\sigma_a^i = \frac{\int \sigma_{a,MND}^i(E) \phi(E) dE}{\int \phi(E) dE} \tag{6.33}$$

donde $\sigma_{a,MND}^i(E)$ es la sección eficaz microscópica de absorción para el elemento i, empleada en el modelo MND, sección 5.8.2 Cap. V y $\phi(E)$ es el flujo de Wigner - Wilkins.

Para el tercer grupo rápido, están dados dos valores de la sección eficaz microscópica de absorción, uno para absorción débil (fuera de resonancia) y uno para absorción en resonancia. Para obtener la sección eficaz microscópica de absorción total se suman estos dos valores.

Para elementos sin absorción en resonancia se usan en cada resonancia el valor de σ_a^i para dilución infinita.

En algunos casos una densidad atómica muy pequeña para un elemento con resonancias puede dar por resultado una sección eficaz microscópica de absorción en resonancia igual a cero. Esto ocurre porque el código LEOPARD computa la sección eficaz microscópica de absorción sumando las absorciones y dividiendo por la densidad atómica. Una densidad atómica muy pequeña puede hacer que el código no considere absorciones e infiera una sección eficaz microscópica de absorción nula.

PAGINA 6 SECCIONES EFICACES DE FISION

Los cálculos de las secciones eficaces microscópicas de fisión σ_f y $\nu\sigma_f$ son análogos a aquellos para las secciones eficaces microscópicas de absorción; la única diferencia es que en este caso no se hace distinción entre fisiones en resonancia y fisiones fuera de resonancia en el tercer grupo de energía.

El código MUFT-IV considera las reacciones $(n, 2n)$ como fisiones con $\nu = 2$.

PAGINA 7 EDICION DE UN GRUPO RAPIDO

Las secciones eficaces microscópicas de un grupo rápido pueden obtenerse empleando las secciones eficaces de los tres grupos rápidos calculadas por el código MUFT-IV (sección 1.16.2 Cap. 1) empleando las siguientes definiciones:

$$\sigma_i^1 = \frac{\sum_{m=1}^3 \sigma_{im}^3 \Gamma_m^3}{\sum_{m=1}^3 \Gamma_m^3} \quad (6-34)$$

donde $\sigma = \sigma_a, \sigma_p, \nu \sigma_f, \sigma_{tr}^{-1}$ para el elemento i

y

$$\sigma_{rem,i}^1 = \frac{\sigma_{rem,i3}^3 \Gamma_3^3}{\sum_{m=1}^3 \Gamma_m^3} \quad (6-35)$$

donde Γ_m^3 es el flujo de grupo, ecuación (1-251) Γ_3^3 es el flujo en el grupo 3 y $\sigma_{rem,i3}^3$ es la sección eficaz microscópica de remoción para el elemento i en el tercer grupo.

PAGINA 8 BALANCE DE NEUTRONES

Se registra un balance de neutrones el cual da la probabilidad de que un neutrón de fisión sea absorbido en cada elemento o de que escape del núcleo del reactor.

Los datos estan dados de dos maneras: Primero, los eventos posibles son escape rápido, escape térmico, absorción rápida por elemento (captura o fisión) o absorción térmica por elemento; segundo, los eventos pueden ser escape o absorción por elemento.

Los cálculos de escape utilizan el "buckling" material.

PAGINA 9 EDICION MACROSCOPICA

Los parámetros D , Σ_a , $v\Sigma_f$, Σ_f , Σ_{rem} , están calculados de acuerdo con las definiciones correspondientes en los códigos MUFT-IV y SOFOCATE para tres grupos rápidos y un grupo rápido en el modelo MUFT-IV (sección 1.16.2 Cap. I), para un grupo térmico de acuerdo con las definiciones del modelo térmico convencional, ecuaciones (4-66) - (4-78) - Cap. IV, y de acuerdo con las definiciones del modelo MND, sección 5.8.2, Cap. V.

Los flujos dados son los flujos de grupo Γ_m^3 calculados por el código MUFT-IV, ecuación (1-251) y un "flujo

térmico ficticio" ϕ_t dado por (23)

$$\left[(\Sigma_a)_t + D_t B_m^2 \right] \phi_t = \Sigma_{rem}^3 \phi^3 \quad (6-36)$$

donde se usan secciones eficaces térmicas calculadas con el modelo térmico convencional.

La edad y la probabilidad de escape a la resonancia pueden calcularse empleando las secciones eficaces macroscópicas para cada grupo rápido según las ecuaciones

$$\tau = \frac{D}{\Sigma_a + \Sigma_{rem}} \quad (6-37)$$

$$p = \frac{\Sigma_{rem}}{\Sigma_a + \Sigma_{rem}} \quad (6-38)$$

El código LEOPARD calcula también las razones de conversión ρ^{28} y δ^{25} y en la mayoría de los casos las definiciones están desarrolladas en detalle en el listado de acuerdo con las ecuaciones (24)

$$\rho^{28} = \frac{\int_{E_c}^{10\text{MeV}} N^{28} \sigma_c^{28} \phi(E) dE}{\int_0^{E_c} N^{28} \sigma_c^{28} \phi(E) dE} \quad (6-39)$$

para U-238

$$\delta^{25} = \frac{\int_0^{10\text{Mev}} N^{25} \sigma_f^{25} \phi(E) dE}{\int_0^{E_c} N^{25} \sigma_f^{25} \phi(E) dE} \quad (6-40)$$

Para U-235

Estas razones siempre están computadas para $E_c = 0.625\text{eV}$ y pueden computarse opcionalmente para una E_c inferior.

PAGINAS 10, 11

Las conversiones de masa por unidad de carga original están computadas y listadas para cada etapa de tiempo y para el tiempo total desde el principio del tiempo de vida del combustible.

Estas conversiones se calculan a partir de la carga original y de los cambios en las densidades atómicas.

También está dada la distribución de potencia para cada elemento y para cada etapa de tiempo de quemado y para el tiempo total transcurrido. También está dada la energía media efectiva liberada por fisión.

6.11 FORMACION DE LA BIBLIOTECA DEL CODIGO LEOPARD

Puesto que el código LEOPARD utiliza grandes paquetes de datos de biblioteca, se suministra un código separado SPOTS para construir la biblioteca. Se usan tres tipos de datos:

BIBLIOTECA TERMICA

El código SPOTS admite y procesa un paquete de biblioteca decimal estandar del código TEMPEST. (25) Debe tenerse precaución en el orden ya que los índices de LEOPARD y TEMPEST no necesariamente se corresponde directamente.

BIBLIOTECA RAPIDA

El código SPOTS admite y procesa una cinta estandar de biblioteca del código FORM⁽²⁶⁾. Es necesaria gran precaución al hacer los cambios en elementos con resonancias. El código LEOPARD puede manejar no más de nueve elementos con resonancias, y no más de tres de estos nueve pueden tener más de cuatro resonancias en cualquier microgrupo. Debe cuidarse la compatibilidad de índices.

DATOS MIXTOS

Todos los índices, títulos, densidades atómicas-constantas de desintegración, etc., estan incluidos direc-

tamente en el código SPOTS en Fortran.

Esto se hizo para evitar paquetes de datos de entrada extremadamente grandes, conteniendo datos que cambian rara vez. Esto también elimina listados muy grandes puesto que la entrada es inherente en el listado Fortran.

SALIDA SPOTS

Además de la biblioteca de LEOPARD, el código SPOTS imprime mensajes de error, si existen; los índices de los elementos faltantes en el paquete de biblioteca de TEMPEST⁽²⁵⁾ (los cuales se supone que tienen secciones eficaces nulas) secciones eficaces de microgrupo para cada elemento seleccionado de la biblioteca de FORM⁽²⁶⁾; y parámetros de resonancia seleccionados de FORM⁽²⁶⁾.

6.12 REFERENCIAS

1. LEOPARD A Spectrum Dependent Non-Spatial Depletion - Code for the IBM-7094 WCAP-3269-26.
2. Ref. 1 p. 6
3. Ref. 1 p. 7
4. Ref. 1 p. 8
5. Ref. 1 p. 3, 4
6. Ref. 1 p. 5
7. Ref. 1 p. 11, 12
8. Ref. 1 p. 16
9. Ref. 1 p. 24
10. Ref. 1 p. 27
11. Ref. 1 p. 25
12. Ref. 1 p. 26
13. Ref. 1 p. 29
14. Ref. 1 p. 42
15. Ref. 1 p. 43
16. Ref. 1 p. 34
17. Ref. 1 p. 35
18. Ref. 1 p. 44
19. Ref. 1 p. 49
20. Ref. 1 p. 50
21. Ref. 1 p. 51
22. Ref. 1 p. 52
23. Ref. 1 p. 53
24. Ref. 1 p. 54
25. J. Dyer and R. H. Shudde "TEMPEST A Neutron Thermalization Code". NAA (September 1960).
26. D.J. Mc Goff "FORM A Fourier Transform Fast Spectrum - Code for the IBM-709", NAA-SR-Nemo-5766 (September -- 1960).

C A P I T U L O VII

CONCLUSIONES

7.1 CALCULOS PARA EL REACTOR HOMOGENEEO

Ha sido fundamentado sobre la Física de reactores nucleares el método de cálculo numérico de los parámetros rápidos y térmicos de un reactor nuclear de potencia tipo BWR empleado por el código LEOPARD.

Esta fundamentación ha implicado partir de la ecuación de transporte en su forma más general, ecuación (1-13), establecida para un reactor homogéneo de tamaño finito. Después, aplicando los resultados de la teoría de transporte asintótica se ha pasado de la ecuación (1-13) a la ecuación de transporte tridimensional para un reactor crítico en régimen constante, ecuación (1-62). A continuación, aplicando el resultado de que la transformada de Fourier tridimensional del kernel de moderación, para una fuente puntual en un medio infinito es igual a la transformada de Fourier del kernel de moderación para una fuente plana en un medio infinito, la ecuación de transporte tridi

mensional (1-62) se ha reducido a la ecuación de transporte en una dimensión con una fuente plana, ecuación (1-64). Después se ha tomado la transformada de Fourier de la ecuación (1-64) y se han sustituido la transformada de Fourier del flujo direccional y la función de transferencia por -- dispersión por sus respectivos desarrollos en armónicos esféricos, obteniéndose la ecuación (1-78). A partir de esta ecuación se han obtenido las aproximaciones P_N , ecuación (1-79) y la aproximación R_N , ecuación (1-81).

Considerando que el flujo direccional es casi -- isotrópico y que por consiguiente se le puede representar con suficiente aproximación con solo dos términos del desarrollo en armónicos esféricos se han obtenido la aproximación P_1 , ecuaciones (1-83) y (1-84), y la aproximación B_1 , ecuaciones (1-88) y (1-89).

Además se ha obtenido que la transformada de Fourier del flujo total resulta igual a la transformada de Fourier de la componente cero del desarrollo del flujo direccional en armónicos esféricos, ecuación (1-92), y que el módulo de la transformada de Fourier de la corriente resulta igual a la transformada de Fourier de la función $\phi_1(z, E)$ de la componente uno del desarrollo del flujo direccional en armónicos esféricos, ecuación (1-94). Así -- mismo, se ha obtenido que la transformada de Fourier de la

densidad de moderación en las aproximaciones P_1 y B_1 resulta en términos de la transformada de Fourier de la componente cero del desarrollo del flujo direccional en armónicos esféricos $F_0(B_m, E)$ y de la componente cero del desarrollo de la función de transferencia en armónicos esféricos, ecuación (1-97). Además, la edad resulta en términos de las transformadas de Fourier de la función $\phi_0(z, E)$, ecuación (1-101), y de la transformada de Fourier de la componente cero de la densidad de moderación, ecuación (1-102).

A continuación se han establecido las ecuaciones B_1 en el intervalo de energía $0.625 \text{ eV} \leq E \leq 10 \text{ MeV}$ ecuaciones (1-103) y (1-104).

Por otra parte, con objeto de obtener las ecuaciones diferenciales para las transformadas de Fourier de las densidades de moderación, la componente n de la transformada de Fourier de la densidad de moderación para un isótopo j , $q_n^j(B_m, E)$ se ha dividido en dos partes separando las densidades de moderación por dispersión elástica y por dispersión inelástica mediante la separación de la función de transferencia en estas dos partes de acuerdo con la ecuación (1-8), obteniéndose la ecuación (1-105) en la que para cada isótopo j la transformada de Fourier de la componente n de la densidad de moderación por dis-

persión elástica $q_n^j(B_m, E)$ está definida por la ecuación (1-106).

Con objeto de expresar la función $q_n^j(B_m, E)$ en términos del coseno del ángulo de dispersión en el sistema del centro de masa y de la letargia, a partir de la ecuación (1-106) se han obtenido las ecuaciones (1-131) y (1-133) para la función $q_n^j(B_m, u)$.

El problema de determinar las densidades de moderación para los diversos isótopos se estableció en dos partes: A partir de la ecuación (1-131) se obtuvieron las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para el Hidrógeno, ecuaciones (1-138) y (1-140) respectivamente. A partir de estas ecuaciones se derivaron las ecuaciones diferenciales (1-139) y (1-41) para esas componentes.

Para obtener unas ecuaciones diferenciales semejantes para las componentes cero y uno de la densidad de moderación de los isótopos con números de masa mayores que 1 se hizo la aproximación de sustituir en la ecuación (1-133) la función $f_s^{jC}(u-U(\mu_c), \mu_c) \Sigma_s^j(u-U(\mu_c)) F_n(B_m, u-U(\mu_c))$ por su desarrollo en una serie de Taylor, ecuación (1-143) y se definieron las funciones $G_n^{jm}(u)$, ecua-

ción (1-145), con lo cual la componente n de la transformada de Fourier de la densidad de moderación para los isótopos con números de masa mayores que 1 resulta dada por la ecuación (1-146). Después de aplicar la aproximación de la edad en el desarrollo (1-146) y considerando isotrópica la dispersión en el sistema del centro de masa para el cálculo de las funciones $G_n^{jm}(u)$ que intervienen en la aproximación de la edad y pasando de la función $q_n(B_m, u)$ a la función $q_n'(B_m, u)$, que tienen el mismo significado físico, se obtiene la aproximación de Greuling-Coertzel para las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para los isótopos con números de masa mayores que 1, ecuaciones (1-166) y (1-167).

Después de hacer algunas simplificaciones en las ecuaciones B_1 (1-103) y (1-104) se han obtenido las ecuaciones (1-171) y (1-172); separando en estas ecuaciones las densidades de moderación por dispersión elástica y por dispersión inelástica y empleando las ecuaciones diferenciales obtenidas para las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de las densidades de moderación para el Hidrógeno y para los isótopos con números de masa mayores que 1 se ha obtenido el sistema de ecuaciones diferenciales que es necesario resolver para calcular los parámetros rápidos de un reactor homogéneo moderado con H_2O . Este sistema de ecuaciones diferenciales se ha establecido

en la forma de multigrupos como aparecen en el código MUFT -IV para el cálculo numérico.

Para calcular los parámetros térmicos promedio para un reactor homogéneo moderado con H_2O se ha partido de la ecuación de transporte para neutrones térmicos en equilibrio con un gas monoatómico, ecuación (2-1).

Aplicando el modelo de Wigner - Wilkins para la interacción de los neutrones térmicos con un gas monoatómico la ecuación de transporte (2-1) se ha reducido a una forma simplificada, ecuación (2-2). A partir de esta ecuación se ha calculado la densidad neutrónica sin considerar absorción sino solamente dispersión, con lo cual la solución de la ecuación (2-2) da por resultado la densidad neutrónica de Maxwell, ecuación (2-9).

Tomando en cuenta el movimiento de los núcleos del moderador se han definido las secciones eficaces macroscópicas térmicas promedio de absorción y de fisión, ecuación (2-22), que para el caso de una densidad neutrónica Maxwelliana y con σ_a y σ_f dependientes de $1/v_r$, resultan dadas por las ecuaciones (2-28) y (2-29).

Para aquellos núcleos cuyas secciones eficaces microscópicas de absorción y de fisión no varían como $1/v_r$

se han obtenido las ecuaciones (2-34) y (2-35) respectivamente para $\bar{\Sigma}_a$ y $\bar{\Sigma}_f$.

Así mismo, se ha definido el coeficiente de difusión térmico promedio, ecuación (2-39) y se ha obtenido -- una aproximación para el coeficiente de difusión térmico -- promedio para H_2O dada por la ecuación (2-47).

También se ha obtenido una expresión para la potencia térmica generada por el combustible de un reactor, - ecuación (2-51), la cual para un flujo Maxwelliano resulta dada por la ecuación (2-55).

Por otra parte, al considerar las interacciones de absorción de los neutrones térmicos con los núcleos del moderador resulta una densidad neutrónica que es apreciablemente menor que aquella obtenida sin considerar absorción. - Esto ha conducido a los conceptos de temperatura efectiva - y de endurecimiento de la densidad neutrónica.

Para determinar la densidad neutrónica considerando absorción se ha empleado el modelo de Wigner-Wilkins de acuerdo con el cual la ecuación de transporte (2-1) se ha reducido a la ecuación (2-2). Para calcular la función de transferencia por dispersión elástica que aparece en esta ecuación se ha considerado al moderador como un gas mo-

noatómico con una distribución Maxwelliana de velocidades - y se ha considerado que la dispersión es isotrópica en el sistema del centro de masa, obteniéndose para $f_s(v' \rightarrow v)$ la expresión (2-77). Así mismo se ha obtenido la función $U(v)$, ecuación (2-83).

A partir de las ecuaciones generales (2-77) y -- (2-83) se han obtenido la función de transferencia por dispersión elástica, ecuaciones (2-87) y (2-88) y la función $U(v)$ para Hidrógeno.

A continuación en la ecuación (2-2) se ha hecho el cambio de variable de v a $x = \beta v$ y se han sustituido la función simétrica $S(x' \rightarrow x)$ en lugar de la función $f_s(x' \rightarrow x)$, la función $\epsilon(x)$ en lugar de la función $N(x)$, y la función $V(x)$ en lugar de la función $\beta U(x)$, con lo cual se ha obtenido la ecuación (2-102). Esta ecuación integral se ha transformado en una ecuación diferencial aplicando el operador $L(x)$, dado por la ecuación (2-103), obteniéndose la ecuación diferencial de Wigner-Wilkins, ecuación (2-122) para la función $\epsilon(x)$. Esta ecuación diferencial-lineal homogénea de segundo orden se ha reducido a una ecuación de Riccati, ecuación (2-125) para la función $\gamma(x)$. La solución numérica de esta ecuación diferencial la efectúa el código SOFOCATE en términos de la función $J(E)$.

Obtenida la función $J(E)$ el código SOFOCATE obtiene la densidad neutrónica de Wigner-Wilkins por medio de la ecuación (2-145). Una vez obtenidas las densidades neutrónicas de Wigner-Wilkins y Maxwelliana el código SOFOCATE calcula los parámetros térmicos promedio Σ_a , $\bar{\Sigma}_f$ y D .

7.2 CALCULOS PARA EL REACTOR HETEROGENEO

El problema del cálculo de los parámetros de un reactor heterogéneo se ha formulado en función de las interacciones que experimentan los neutrones en una celda unitaria equivalente.

Así mismo, las interacciones se han descrito en términos de las probabilidades de escape y de interacción en el combustible y en el moderador.

Aplicando el teorema de recinocidad se han derivado las relaciones entre las probabilidades P_{MF} y P_{FM} - ecuación (3-5) y entre P_M^{ab} y P_{MF} y entre P_F^{ab} y P_{FM} ecuaciones (3-6) y (3-7).

Además se ha derivado una expresión general para la probabilidad de escape P_{F_0} para un cuerpo de forma arbitraria, ecuación (3-9), y esta probabilidad de escape se ha expresado en términos de la función de distribución de -

cuerda, ecuación (3-14). De esta expresión general para P_{FO} se ha obtenido la aproximación racional P_{FO}^R ecuación (3-15).

Empleando la expresión general para P_{FO} y la función de distribución de cuerda para un cilindro infinito se ha calculado la fórmula exacta para la P_{FO} de una barra de combustible cilíndrica aislada, ecuación (3-23).

Debido a que esta fórmula tiene una forma analítica complicada que no resulta útil para cálculos numéricos, se ha derivado la aproximación de Sauer para la P_{FO} de una barra de combustible cilíndrica aislada, ecuación (3-33)

Para la probabilidad de escape total P_F de una barra de combustible cilíndrica se ha derivado la aproximación de Amouyal y Benoist, ecuación (3-39) que tiene una forma analítica adecuada para cálculos numéricos.

Por otra parte, considerando la situación real del movimiento de los neutrones en el núcleo de un reactor heterogéneo se ha calculado la probabilidad de escape P_{FO}^* para la probabilidad de escape de un neutrón de una barra de combustible cilíndrica situada en una retícula, ecuación (3-46), que resulta en términos del factor de Dancoff, ecuación (3-47).

Para el factor de Dancoff en retículas cuadradas y exagonales se ha derivado la aproximación de Sauer en términos del parámetro geométrico τ , ecuación (3-50). Así -- mismo, se han derivado las expresiones correspondientes para el parámetro geométrico τ , ecuaciones (3-57) y (3-58).

Para poder utilizar los códigos MUFT-IV y SOFOCATE para el cálculo de los parámetros de un reactor heterogéneo de potencia moderado con H_2O se han calculado los factores de desventaja, la probabilidad de escape a la resonancia, el "factor de utilización rápida" el "factor de ventaja del flujo" y el factor de autoblandaje en resonancia, para introducirlos como correcciones en los cálculos realizados por los códigos MUFT-IV y SOFOCATE.

Se ha calculado el factor de desventaja monoenergético del moderador por el método de Wigner-Seitz, el cual resulta en términos de las funciones reticulares, ecuación (4-33). Debido a que esta expresión para el factor de desventaja del moderador no es suficientemente precisa, se ha derivado una expresión más precisa empleando el método de Amouyal, Benoist y Horowitz, ecuación (4-54) en el cual la celda unitaria equivalente se considera con un vacío entre el combustible y el moderador.

Tomando en cuenta el efecto del encamisado de la

barra de combustible así como la dispersión anisotrópica en el combustible sobre el factor de desventaja del moderador, la ecuación (4-54) ha sido modificada obteniéndose la ecuación (4-55) en la cual aparece el factor de desventaja del encamisado, ζ_2 , y el incremento del flujo en el encamisado. Aplicando una aproximación de la teoría de difusión se ha calculado el factor de desventaja del encamisado y el incremento del flujo en el encamisado, ecuaciones (4-64) y (4-65) respectivamente.

La probabilidad de escape a la resonancia para el reactor heterogéneo se ha calculado empleando la ecuación (4-84). Para la integral de resonancia efectiva se han derivado las aproximaciones NR y NRIM calculando el flujo en el combustible $\phi_0(E)$ a partir de la ecuación de transporte (4-89) establecida para una celda unitaria equivalente de dos regiones. Para las aproximaciones NR y NRIM para la integral de resonancia efectiva se han obtenido las ecuaciones (4-100) y (4-105) respectivamente; en estas ecuaciones se han separado las contribuciones superficial y volumétrica.

Por otra parte, sustituyendo en las expresiones para las aproximaciones NR y NRIM la probabilidad de escape P_{Fo}^* expresada en términos de la sección eficaz microscópica efectiva y comparando las expresiones así obtenidas-

con las expresiones correspondientes para I_{NR}^{ho} e I_{IM}^{ho} para un reactor homogéneo, se han derivado los teoremas de -- equivalencia entre las integrales de resonancia efectivas de reactores homogéneos y heterogéneos.

Aplicando el segundo teorema de equivalencia se ha derivado la expresión (4-124) para la integral de resonancia efectiva de un reactor heterogéneo en base a la cual está derivada la aproximación de Strawbridge para las integrales de resonancia efectivas del dióxido de Uranio y del Uranio metálico, ecuaciones (4-135) y (4-136).

El "factor de ventaja del flujo" se ha derivado en términos del "factor de utilización rápida" ecuación - - (4-138). Este factor se ha calculado para una celda unitaria equivalente de dos regiones (combustible y moderador) - por el método de las generaciones sucesivas de neutrones y resulta en términos de las probabilidades de escape y de interacción en el combustible y en el moderador, ecuación - - (4-149).

Por otra parte, para tomar en cuenta el autoblindaje sobre la absorción en resonancia en una barra de combustible se ha definido el factor de autoblandaje ω^* calculado en términos de la probabilidad de escape a la resonancia para una barra de combustible ecuación (4-153) en ba

se al cual se calcula el factor de autoblindaje convergente L^{28} obtenido por iteraciones del código MUFT-IV y que se emplea en lugar del factor L empleado en la ecuación - - (1-228).

El factor de fisión rápida se ha calculado en -- términos de los flujos térmicos de grupo y de los flujos rápidos de grupo de los códigos MUFT-IV y SOFOCATE ecuación- (4-154).

El método de Strawbridge para el cálculo de los- parámetros de un reactor nuclear de potencia tipo BWR descrito en el capítulo IV se ha justificado en base a la comparación de los valores de los parámetros ω , ηf y del "factor de ventaja" obtenidos con este método, con los valores correspondientes de dichos parámetros obtenidos por los métodos de Monte-Carlo y transporte y en base a que el tiempo de cómputo del método de Strawbridge es mucho menor que el requerido utilizando métodos más rigurosos.

7.3 CALCULOS DE QUEMADO

Para calcular la variación con el tiempo de las densidades isotópicas del combustible y de los productos de fisión se ha empleado una aproximación que consiste en sustituir la operación continua del reactor por una operación

discreta por etapas de tiempo de quemado.

Para el cálculo del quemado durante una etapa de tiempo considerada se ha supuesto que los parámetros del reactor permanecen constantes durante esa etapa de tiempo con los valores que tenían al final de la etapa de tiempo anterior. Con las nuevas densidades isotópicas calculadas al final de la etapa de tiempo considerada se re-computan los parámetros para una nueva condición crítica del reactor al final de esa etapa de tiempo y se continúa este proceso hasta el final del tiempo de vida del combustible.

Para el cálculo de las densidades isotópicas como funciones del tiempo, de los núcleos fisiónables, de los productos de fisión y de los venenos quemables se ha partido de la ecuación general de quemado, ecuación (5-5) y aplicando los principios simplificadores descritos en la sección 5.1 se han establecido y resuelto las ecuaciones diferenciales de quemado para los siguientes isótopos.

Cadena del U - 238:

- U - 238 (5-11)
- U - 239 (5-13)
- Pu - 240 (5-15)
- Pu - 241 (5-17)
- Pu - 242 (5-19)

Cadena del Th - 232 :

Th - 232	(5-51)
Pa - 23	(5-53)
U - 233	(5-55)
U - 234	(5-57)
U - 235	(5-59)
U - 236	(5-61)

Cadena del I - 135:

I - 135	(5-102)
Xe - 135	(5-107)

Cadena del Pm - 149:

Pm - 149	(5-110)
Sm - 149	(5-113)

Las soluciones de las ecuaciones diferenciales - de los isótopos de las cadenas del U-238 y del Th-232 tienen la forma general dada por la ecuación (5-114).

Así mismo las soluciones de las ecuaciones diferenciales de los isótopos de las cadenas del I-135 y del -

Pm-149 tienen la forma general dada por la ecuación - -
(5-115).

También se han descrito las ecuaciones diferenciales de quemado del código CANDLE para las densidades isotópicas de los núcleos fisionables y de los venenos quemables establecidas en una dimensión para tres geometrías y para tres grupos rápidos y uno térmico, y en las cuales se toma en cuenta la variación espacial de los parámetros de grupo. Estas ecuaciones diferenciales están establecidas para los siguientes isótopos:

U - 235	(5-148)
U - 236	(5-149)
U - 238	(5-150)
Pu - 239	(5-151)
Pu - 240	(5-152)
Pu - 241	(5-153)
Pm - 149	(5-154)
Sm - 149	(5-155)
I - 135	(5-156)
Xe - 135	(5-157)

Un pseudoelemento para los demás productos de fisión. Las soluciones de las ecuaciones de quemado para los isótopos fisionables del código CANDLE las emplea el có

codigo LEOPARD para el cálculo de los rendimientos por fisión del Pm-149, I-135, Xe-135

7.4 CALCULOS NUMERICOS REALIZADOS POR EL CODIGO LEOPARD

Densidades Atómicas

$$N_{jk} = \frac{f_{jk} B_j}{[1 + \alpha_j (T_k - 68 \text{ } ^\circ\text{F})]^3} \quad (6-1)$$

Densidades Atómicas Homogeneizadas

$$\bar{N}_j = \frac{\sum_k N_{jk} V_k}{\sum_k V_k} \quad (6-2)$$

SECCIONES EFICACES DE DISPERSION EPITERMICAS

sección eficaz de dispersión del combustible

$$\Sigma_s^0 = \sum_j N_{j0} \sigma_{sj} \quad (6-3)$$

Sección Eficaz de Dispersión del Moderador

$$\Sigma_s^1 = \frac{\sum_k V_k \sum_j N_{jk} \sigma_{sk}}{\sum_k V_k} \quad (6-4)$$

$$k = 1, 2$$

Poder de Moderación de la Supercelda

$$\xi \Sigma_s = \frac{\sum_k V_k \sum_j N_{jk} \xi_j \sigma_{sj}}{\sum_k V_k} \quad k = 0, 1, 2, \text{ extra} \quad (6-5)$$

PARAMETROS TERMICOS DE GRUPOFactores de Desventaja

$$\zeta_k^c = \zeta_k A \quad k = 0, 1, 2 \quad (6-7)$$

$$A = \frac{\sum_k V_k \zeta_k}{\sum_k V_k} \quad k = 0, 1, 2 \quad (6-6)$$

Factor de Desventaja del Moderador

$$\begin{aligned} \zeta_1 = 1 + \frac{\Sigma_a^0}{\Sigma_t^{0*}} \left[\frac{1 - p_{Fo}}{p_{Fo}} - R_0 \Sigma_t^{0*} \right] & \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_s^{0*}}{\Sigma_t^{0*}} + \beta \left(\frac{\Sigma_s^{0*}}{\Sigma_t^{0*}} \right)^2 \right] \\ & + \frac{3}{2} R_0^2 \Sigma_a^0 \left(1 + \frac{V_2 \Sigma_a^2}{V_0 \Sigma_a^0} \zeta_2 \right) \times \\ & \times \left\{ \frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \left[\frac{R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \ln \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{4R_1^2} - \frac{3}{4} \right] \Sigma_t^1 + \frac{1}{R_2} \left(\lambda - \frac{2}{3} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\Delta \phi_2}{\phi_0} \times \frac{\Sigma_a^2 V_2}{\Sigma_a^0 V_0} \end{aligned} \quad (4-55)$$

Factor de Desventaja del Encamisado

$$\zeta_2 = 1 + \frac{\Sigma_a^{o*}}{\Sigma_t^{o*}} \left[\frac{1 - P_{Fo}}{P_{Fo}} - R_o \Sigma_t^{o*} \right] \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_s^{o*}}{\Sigma_t^{o*}} + \beta \left(\frac{\Sigma_s^{o*}}{\Sigma_t^{o*}} \right)^2 \right] + \frac{t}{4} \frac{\Sigma_a^o}{\Sigma_a^2} \kappa_2^2 R_o \quad (4-64)$$

Probabilidad de Escape de una Barra de Combustible

$$P_{Fo} = \frac{1}{2R_o \Sigma_t} \left[1 - \left(1 + \frac{R_o \Sigma_t^o}{2.29} \right)^{-4.58} \right] \quad (3-33)$$

Sección Eficaz Macroscópica de Absorción de la -

Supercelda

$$\Sigma_a = \frac{\sum_k \zeta_k^c V_k \sum_j N_{jk} \sigma_{aj}}{\sum_k V_k} \quad k = 0, 1, 2, \text{ extra} \quad (6-9)$$

Sección Eficaz Macroscópica de Fisión

$$\Sigma_f = \sum_j N_{j0} \bar{\sigma}_{fj}$$

$$v\Sigma_f = \sum_j N_{j0} v_j \bar{\sigma}_{fj} \quad (4-67)$$

Sección Eficaz Macroscópica de Transporte de la-

Supercelda.

$$\Sigma_{tr} = \frac{\sum_k \Sigma_k^c V_k \sum_j N_{jk} [\sigma_a + \sigma_s - \bar{u} \sigma_s]_j}{\sum_k V_k} \quad (6-10)$$

k = 0, 1, 2, extra

Coefficiente de Difusión

$$D = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}} \quad (6-11)$$

Flujo Térmico de Wigner - Wilkins

$$\phi = E^{\frac{1}{2}} N(E)$$

$$N(E) = \exp \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{E}{U}}} \frac{1}{2} \left[(J(E') + 1) P(E') - 1 \right] \frac{dE'}{E'} \right\} \times \frac{\sqrt{\frac{E}{U}} \exp \left(-\sqrt{\frac{E}{U}} \right)}{V(E) + P \gamma(E)} \quad (2-145)$$

$$\gamma(E) = \frac{\Sigma_a v + B_m^2 Dv}{\Sigma_s} \quad (2-146)$$

con Σ_a dada por la ecuación (6-9)

Σ_s dada por la ecuación (6-4)

D dado por la ecuación (6-11)

$$V(E) = \left[\sqrt{\frac{E}{U}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{U}{E}} \right] \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{E}{U}} \right) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left(-\frac{E}{U} \right) \quad (2-143)$$

y $J(E)$ se obtiene de la solución numérica de la

Ecuación de Wigner - Wilkins

$$\frac{d}{dE} J(E) = -\frac{P(E)}{2E} [J(E)]^2 + \frac{[1 - 2P(E)] J(E)}{2E} + \frac{S(E)}{2U} \quad (2-139)$$

donde

$$S(E) = \frac{1 - P(E)}{2E} \left[R(E) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{V(E) + \beta \gamma(E)} \right] \quad (2-140)$$

$$P(E) = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{E}{U}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{E}{U}}\right) + \exp\left(-\frac{E}{U}\right) \quad (2-141)$$

$$R(E) = \frac{\exp\left(-\frac{E}{U}\right)}{\left[P(E)\right]^2} - \frac{E}{U P(E)} \quad (2-142)$$

Flujo Térmico Maxwelliano

$$\phi(E) = \frac{1}{E^{\frac{1}{2}}} N(E)$$

$$N(E) = \sqrt{\frac{E}{U}} \exp\left(-\sqrt{\frac{E}{U}}\right) \quad (2-92)$$

Parámetros Térmicos Promedio

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\sum_{n=1}^{172} \Sigma_a^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-69)$$

$$v\bar{\Sigma}_f = \frac{\sum_{n=1}^{172} v\Sigma_f^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-70)$$

$$\bar{\Sigma}_{tr} = \frac{\sum_{n=1}^{172} \Sigma_{tr}^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-71)$$

con Σ_{tr}^n dada por la ecuación (6-10)

$$\bar{D} = \frac{\sum_{n=1}^{172} D^n \psi^n (\Delta E)^n}{\sum_{n=1}^{172} \psi^n (\Delta E)^n} \quad (4-73)$$

$$\text{con } D^n = \frac{1}{3 \Sigma_{tr}^n} \quad (6-11)$$

donde ψ^n puede ser el flujo de Wigner - Wilkins o el --
flujo Maxwelliano de grupo.

PARAMETROS NO - TERMICOS

Factor de Autoblandaje del U - 238

$$\omega^* = \frac{1 - p^{28}}{p^{28}} \quad (4-153)$$

Probabilidad de Escape a la Resonancia del U-238
para una Barra de Combustible Situada en una Retícula.

$$p^{28} = \exp \left(- \frac{N^{28} I^{28}}{\xi_s^{28}} \right) \quad (4-84)$$

donde $\overline{\xi \Sigma}_s$ está dado por la ecuación (6-5)

Integral de Resonancia Efectiva del U-238

$$I^{28} = 2.1638 X + 2.5547 + (0.0279 X - 0.0537) T^{\frac{1}{2}} \quad (6-14)$$

donde

$$X = \left[\frac{\Sigma_s^0}{N_0^{28}} P_{F0} + \frac{1 - C}{2R_0 N_0^{28}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6-15)$$

donde P_{F0} está dada por la ecuación (3-33) y C es el

Factor de Dancoff de la Retícula

$$C = \frac{\exp(-\tau \Sigma_s^1 R_1)}{1 + (1 - \tau) \Sigma_s^1 R_1} \quad (6-17)$$

donde Σ_s^1 está dada por la ecuación (6-4),

$$R_1 = 2R_0 \frac{V_0}{V_1}$$

y τ es el

Parámetro Geométrico de la Retícula

$$\tau = \frac{V_0}{V_1} \left\{ \left[\frac{0.785398208}{1.0 - 0.133948 Z} \left(1 + \frac{V_1}{V_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} - 0.08 - 0.04Z$$

$$Z = 0,1 \quad (6-18)$$

Factor de Autoblindaje Obtenido con el Código

MUFT - - IV

$$\omega = \frac{(\Xi_{am}^3)^{28}}{\sum_{k_m \leq n \leq l_m} (\eta_{n-1} + q_{on-1}^-)}$$

$$(6-19)$$

donde $(\Xi_{am}^3)^{28}$ es la

Rapidez de Absorción No - Térmica en U - 238

$$(\Xi_{am}^3)^{28} = \sum_{k_m \leq n \leq l_m} \left\{ (\Sigma_a^-)^{28} \Gamma_n + (1 - p_a^{28}) (\eta_{n-1} + q_{on-1}^-) \right\}$$

$$(1-254)$$

$\sum_{k_m \leq n \leq l_m} (\eta_{n-1} + q_{on-1}^-)$ es la rapidez de termalización en el macrogrupo m, p_a^{28} es la probabilidad de escape a la resonancia para U - 238 dada por

$$p_n^{28} = \exp(-I_a^{28}) \quad (1-227)$$

donde I_a^{28} es la integral de resonancia efectiva del U-238 dada por

$$I_a^{28} = \frac{\pi}{2} \frac{n_a^{28} L^{28}}{\xi} \times \frac{1}{\sqrt{A^{28} (A^{28} + \gamma_a^{28})}} \quad (1-228)$$

El código LEOPARD realiza iteraciones sobre el factor de autoblandaje ω ajustando el factor de autoblandaje L^{28} hasta que ω concuerda con ω^* dentro de un 0.1%, el valor de L^{28} para el cual se cumple esto es el factor L^{28} convergente. Utilizando el factor L^{28} convergente el código LEOPARD resuelve el

Sistema de Ecuaciones de Multigrupos en la aproximación B-1 Consistente.

$$\bar{H}_n F_n \Delta_n + B_m J_n \Delta_n = X_{on} \Delta_n - \eta_n - q_{on} + p_{an} (\eta_{n-1} + q_{n-1}) + \bar{w}_n \Delta_n \quad (1-234)$$

$$\bar{C}_n J_n \Delta_n = \frac{B_m}{3} F_n \Delta_n - \frac{2}{3} (\rho_n - \rho_{n-1}) \quad (1-235)$$

$$\eta_n - \eta_{n-1} = -\bar{n}_n \Delta_n + \bar{C}_n F_n \Delta_n \quad (1-236)$$

$$(\rho_n - \rho_{n-1}) = -\frac{3}{2} \bar{p}_n \Delta_n + \bar{C}_n J_n \Delta_n \quad (1-237)$$

$$\lambda_n (q_{0n}^+ - q_{0n}^-) = -\bar{q}_{0n} \Delta_n + \bar{M}_n \bar{F}_n \Delta_n \quad (1-238)$$

La solución de este sistema de ecuaciones da por resultado las funciones F_n , J_n , η_n , ρ_n , q_{0n}^+ en cada uno de los 54 microgrupos de letargia.

Empleando estas funciones al código LEOPARD computa los siguientes

Parámetros No-Térmicos de unos Cuantos Grupos.--

Flujo de Grupo

$$\Gamma_m^3 = \sum_{k_m \leq n \leq 1_m} \Gamma_n, \quad \Gamma_n = F_n \Delta_n \quad (1-251)$$

Corriente de Grupo

$$\Lambda_m^3 = \sum_{k_m \leq n \leq 1_m} \Lambda_n, \quad \Lambda_n = J_n \Delta_n \quad (1-252)$$

Coefficiente de Difusión de Grupo

$$D_m^3 = \frac{\Lambda_m^3}{B_m \Gamma_m^3}, \quad D = 0 \quad \text{nara} \quad B_m = 0 \quad (1-262)$$

Rapidez de Absorción de Grupo

$$\Xi_{am}^3 = \sum_{k_m \leq n \leq l_m} \left\{ (\bar{\Sigma}_a) \Gamma_n + (1 - p_a) (\eta_{n-1} + q_{on-1}') \right\} \quad (1-254)$$

Sección Eficaz Macroscópica de Absorción de Grupo.

$$\Sigma_{am}^3 = \frac{\Xi_{am}^3}{\Gamma_m^3} \quad (1-263)$$

Rapidez de Fisión de Grupo

$$\beta_m^3 = \sum_{k_m \leq n \leq l_m} \left\{ \bar{S}_n \Gamma_n + (1 - p_{fn}) (\eta_{n-1} + q_{on-1}') \right\} \quad (1-259)$$

Sección Eficaz Macroscópica de Fisión de Grupo.

$$\Sigma_{fm}^3 = \frac{\beta_m^3}{\Gamma_m^3} \quad (1-264)$$

Número Promedio de Neutrones Producidos por Fisión en el Grupo.

$$\alpha_m^3 = \sum_{k_m \leq n \leq l_m} \left\{ \bar{t}_n \Gamma_n + \sum_{Aj} v^j (1 - p_{fn}^j) (\eta_{n-1} + q_{on-1}') \right\} \quad (1-255)$$

$$v_{fm}^3 = \alpha_m^3 \frac{\beta_m^3}{\Gamma_m^3} \quad (1-265)$$

Sección Eficaz Microscópica de Transporte para el

Elemento i.

$$\Sigma_{tr}^i(E) = \gamma(E) (\sigma_c + \sigma_f + \sigma_s + \sigma_i)^i - \bar{\mu}^j \sigma_s^j \quad (6-31)$$

OTROS PARAMETROS

Flujos Absolutos

$$\text{Flujo Absoluto} = \frac{\text{Densidad de Potencia}}{\Sigma_f \text{ (Energía Liberada por Fisión)}} \quad (6-20)$$

Densidad de Potencia

$$= (\kappa_f \Sigma_f + \kappa_c \Sigma_c + \kappa_n v \Sigma_f^{p_{NL}}) \phi \quad (6-21)$$

Sección Eficaz Microscópica de Remoción para el

Elemento j.

$$\Sigma_{re,j} = \frac{\Delta \Sigma_{rj}}{\Delta N_j} \quad (6-25)$$

Los flujos de grupo para los microgrupos comprendidos entre 10 MeV y 0.821 MeV se multiplican por el factor de ventaja $\bar{\phi}_0 / \bar{\phi}_1$ dado por la ecuación (4-139) para tomar en cuenta la disposición heterogénea del combustible sobre las rapideces de reacción rápidas.

RAZONES DE MODERACION

Agua

Oxido

Agua Caliente

Oxido

Agua

Metal

Agua Caliente

Metal

H

U-235

Ensamblamiento Doppler para U-238

$$(0.0279 X - 0.0537) T^{\frac{1}{2}} \quad (6-14)$$

Constante de Multiplicación Infinita

$$k_{\infty} = \eta f p \epsilon \quad (4-1)$$

donde η está dada por la ecuación (4-3), f está dada por las ecuaciones (4-75) y (4-76), p está dada por la ecuación (4-84) con I dada por la ecuación (4-135), y ϵ está dada por la ecuación (4-154).

Constante de Multiplicación Efectiva

$$k_{of} = k_{\infty} \frac{1}{1 + B_m L_T^2} \exp(-B_m^2 \tau) \quad (1-61)$$

Potencia Generada por Unidad de Volumen del Núcleo del Reactor.

$$P = \frac{\gamma M_f N_o}{\Lambda V_R} \int_0^{\infty} \sigma_f(E) \phi(E) dE \quad (2-53)$$

doná V_R es el volumen del núcleo del reactor

Potencia General por Unidad de Masa del Combustible.

$$P = \frac{\gamma M_f N_o}{\Lambda M_U} \int_0^{\infty} \sigma_f(E) \phi(E) dE$$

doná M_U es la masa del combustible.

Razones de Conversión

$$\rho^{28} = \frac{\int_0^{10 \text{ MeV}} N^{28} \sigma_c^{28} \phi(E) dE}{\int_0^{E_c} N^{28} \sigma_f^{28} \phi(E) dE} \quad (6-39)$$

$$\delta^{25} = \frac{\int_0^{10 \text{ MeV}} N^{25} \sigma_f^{25} \phi(E) dE}{\int_0^{E_c} N^{25} \sigma_f^{25} \phi(E) dE} \quad (6-40)$$

CALCULOS DE QUEMADO

Densidades Atómicas para cada Etapa de Tiempo de Quemado para los Isótopos de las Cadenas del U-238 y del Th - 232.

$$N^i(t) = \sum_{j=m}^i B_j^i \exp(-E^j t) \quad (5-114)$$

Rendimientos por Fisión de Xe - 135, I-135, Pm-149

$$Y^i = \sum_j \gamma_j^i \left\{ \frac{N^j(0) + N^j(\Delta t)}{2} \int_0^{10 \text{ MeV}} \sigma_f^j(E) \phi(E) dE \right\} \quad (5-101)$$

$i = 19, 35, 45, j$ todos los isótopos fisiónables: U-235, U-236, U-238, Pu-239, Pu-240, Pu-241.

Las $N^j(\Delta t)$'s las toma el código LEOPARD de las soluciones de las ecuaciones de quemado del código CANDLE para estos isótopos, ecuaciones (5-148), (5-149), (5-150), (5-151), (5-152) (5-153), y (5-154) respectivamente.

Densidades Atómicas para cada Etapa de Tiempo de Quemado para los Isótopos de las Cadenas de I-135 y Sm-149.

$$N^i(t) = \sum_{j=n}^i B_j^i \exp(-E^j t) + \gamma^i \quad (5-115)$$

7.5 CONCLUSIONES

Los objetivos esenciales de esta tesis han sido derivar las expresiones matemáticas empleadas por el código LEOPARD y describir el método aplicado por este código para el cálculo numérico de los parámetros de reactores nucleares de potencia tipo BWR. Del análisis de la investigación que se ha requerido hacer para alcanzar esos objetivos se derivan las siguientes conclusiones:

1. La obtención de las expresiones utilizadas por el código LEOPARD para el cálculo numérico ha requerido partir de las ecuaciones generales dadas por la física de reactores nucleares contenidas en los libros citados, aplicar las simplificaciones y aproximaciones contenidas en artículos y códigos y efectuar los desarrollos matemáticos para obtener las expresiones finales; ya que generalmente estos desarrollos no se encuentran en las referencias citadas.
2. Para profundizar en los métodos para obtener las expresiones matemáticas utilizadas en los códigos ha sido necesario investigar las referencias citadas en cada caso, ya que en los códigos se describen muy esquemáticamente y en forma poco clara estos métodos.

3. Las expresiones empleadas por el código LEOPARD para el cálculo numérico son aproximaciones que ya han sido empleadas (separadamente) en otros códigos, y con las cuales se ha obtenido una precisión aceptable.
4. Para obtener las ecuaciones de multigrupos del código MUFT-IV, para el cálculo de los parámetros rápidos de un reactor homogéneo moderado con H_2O se han hecho las siguientes aproximaciones:
 - a) Reducción de la ecuación de transporte tridimensional para un medio finito a la ecuación de transporte en una dimensión en geometría plana para un medio infinito. Aplicación de la teoría de transporte asintótica.
 - b) Obtención de la transformada de Fourier de la ecuación de transporte en una dimensión.
 - c) Representación del flujo direccional y de la densidad de moderación por desarrollos en armónicos esféricos.
 - d) Obtención de las aproximaciones B_N y P_N de la ecuación de transporte

e) Obtención de las aproximaciones B_1 y P_1 de la ecuación de transporte.

f) Obtención de la aproximación de Greuling-Goertzel para las transformadas de Fourier de las componentes cero y uno de la densidad de moderación para elementos con números de masa mayores que uno.

g) Reducción del sistema de ecuaciones diferenciales para el flujo, la corriente y las densidades de moderación a un sistema de ecuaciones de multigrupos.

5. Para obtener la ecuación de Wigner-Wilkins para la densidad neutrónica que resuelve el código SOFOCATE para obtener los parámetros térmicos promedio para un reactor homogéneo moderado con H_2O se han hecho las siguientes aproximaciones:

a) Los neutrones se consideran en equilibrio térmico con un gas monoatómico de átomos de Hidrógeno. Modelo de Wigner - Wilkins.

b) Reducción de la ecuación de transporte general a una ecuación de transporte simplificada aplicando el modelo de Wigner - Wilkins.

- c) Transformación de la ecuación integral para la densidad neutrónica en una ecuación diferencial.
- d) Reducción de la ecuación diferencial de segundo orden para la densidad neutrónica a una ecuación diferencial de primer orden.
6. En base al análisis de los resultados obtenidos por Strawbridge para calcular los parámetros de un reactor nuclear de potencia tipo BWR empleando los códigos MUFT-IV y SOFOCATE modificados se puede concluir que con este método se obtiene una precisión aceptable en comparación con otros métodos que utilizan teoría de transporte, y que este método es adecuado ya que su tiempo de cómputo es 50 veces menor en comparación al tiempo de cómputo de métodos más rigurosos.
7. Los parámetros heterogéneos que utiliza el código LEOPARD para introducirlos como correcciones en los códigos MUFT-IV y SOFOCATE son los siguientes:
- Aproximación de Sauer para la probabilidad de escape P_{Fo} de una barra de combustible aislada.
 - Aproximación de Sauer para la probabilidad de escape P_{Fo}^* de una barra de combustible en una reti

- c) Aproximación de Amouyal y Benoist para las probabilidad de escape total P_F de una barra de combustible.
- d) Aproximación de Sauer para el factor de Dancoff en retículas exagonales y cuadradas.
- e) Aproximación de Strawbridge para los factores de desventaja del moderador y del encamisado en una celda unitaria equivalente.
- f) Factor de utilización térmica.
- g) Aproximación de Strawbridge para las integrales de resonancia efectivas del Uranio metálico y del óxido de Uranio.
- h) Aproximación de Strawbridge para el factor de ventaja.
- i) Factor de Autoblindaje del U-238.

8. El método del código LEOPARD, para el cálculo en dimensión cero de los parámetros de un reactor de potencia tipo BWR consiste:

- a) Para el cálculo de los parámetros rápidos en utilizar el código MUFT-IV modificado por la introducción de un factor de autoblandaje convergente obtenido a partir del factor de autoblandaje heterogéneo y del factor de ventaja obtenidos a su vez en términos de parámetros heterogéneos.
- b) Para el cálculo de los parámetros térmicos en utilizar el código SOFOCATE modificado por la introducción de los factores de desventaja de grupo en el cálculo de los parámetros térmicos de grupo antes de obtener los parámetros térmicos promedio, utilizando los flujos de Wigner-Wilkins o de Maxwell calculados para un reactor homogéneo.
- c) Para el cálculo del quemado del combustible, en dividir el tiempo de vida del combustible en una serie de etapas de tiempo de quemado y en calcular las densidades isotópicas de los isótopos fisionables, de los venenos quemables y de los productos de fisión al final de cada etapa de tiempo de quemado considerando que los parámetros que intervienen en el cálculo de las densidades isotópicas permanecen constantes durante la etapa de tiempo considerada con los valores que tenían al final de la etapa de tiempo inmediatamente ante-

rior para el reactor crítico. Con las nuevas densidades isotópicas al final de la etapa de tiempo considerada se calculan otra vez los parámetros para el reactor crítico, y con estos valores, considerados constantes, se calculan las nuevas densidades isotópicas al final de la siguiente etapa de tiempo de quemado.

9. La evaluación de los valores numéricos de los parámetros calculados por el código LEOPARD requeriría hacer corridas para diferentes casos y el análisis de los listados correspondientes impresos por la computadora. Esto ha quedado fuera del propósito de este trabajo debido a la extensión del mismo.

A P E N D I C E A

IDENTIDADES PARA LA INTEGRACION DEL ANGULO SOLIDO

La diferencial de ángulo sólido, $d\Omega$ está definida como la diferencial de área sobre la superficie de una esfera, dividida entre el área total de la esfera, es, decir.

$$d\Omega = \frac{R^2 \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi}{4\pi R^2}$$

$$d\Omega = \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \theta \, d\theta \, d\phi \quad (A-1)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \, d\mu \, d\phi \quad (A-2)$$

donde $\mu = \cos \theta$

Entonces,

$$\int_{4\pi} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\phi = 1 \quad (\text{A-3})$$

Considerando \vec{A} y \vec{B} como dos vectores cualesquiera y \hat{n} un vector unitario cualquiera dado por

$$\hat{n} = \cos\theta \cos\phi \hat{i} + \cos\theta \sin\phi \hat{j} + \sin\theta \hat{k} \quad (\text{A-4})$$

donde \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} son los vectores unitarios sobre los ejes x , y , z respectivamente, se probarán las siguientes identidades:

$$\int \vec{A} \cdot \hat{n} d\Omega = 0 \quad (\text{A-5})$$

eligiendo el eje polar en la dirección del vector \vec{A} (Fig. A.1), se obtiene

$$\vec{A} \cdot \hat{n} = |A| \cos\theta = |A| \mu$$

entonces

$$\int \vec{A} \cdot \hat{n} d\Omega = \frac{|A|}{4\pi} \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} d\phi = 0$$

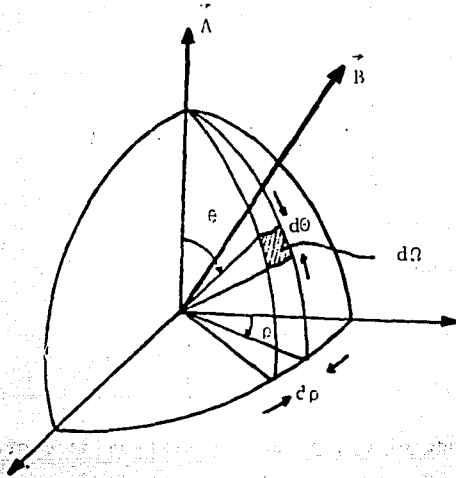


Fig. A.1 Posición relativa de los vectores \vec{A} y \vec{B} de las identidades para la integración del ángulo sólido.

$$\int \vec{n} \, d\Omega = 0 \quad (\text{A-6})$$

Este resultado se obtiene al sustituir $d\Omega$ y \vec{n} dados por las ecuaciones (A-1) y (A-4) respectivamente y al efectuar las integrales.

$$\int (\vec{A} \cdot \vec{n}) \vec{n} \, d\Omega = \frac{\vec{A}}{3} \quad (\text{A-7})$$

puesto que \vec{A} no depende de \vec{n} , la integral debe ser proporcional a \vec{A} , es decir

$$\int (\vec{A} \cdot \vec{n}) \vec{n} \, d\Omega = c \vec{A}$$

efectuando el producto escalar con \vec{A} en esta ecuación, se obtiene.



$$|\vec{A}|^2 c = \int (\vec{A} \cdot \vec{n})^2 \, d\Omega$$

eligiendo el eje polar del sistema de coordenadas esféricas sobre el vector \vec{A} , se obtiene

$$|\vec{A}|^2 c = |\vec{A}|^2 \int_{-1}^1 \mu^2 \, d\mu \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{1}{3} |\vec{A}|^2$$

de donde

$$c = \frac{1}{3}$$

con lo cual queda demostrada la identidad (A-7).

$$\int (\vec{A} \cdot \vec{n}) (\vec{B} \cdot \vec{n}) \, d\Omega = \frac{1}{3} \vec{A} \cdot \vec{B}$$

(A-8)

Esta identidad resulta al efectuar el producto -escalar con B en la ecuación (A-7):

$$\int (\vec{A} \cdot \vec{\Omega}) (\vec{B} \cdot \vec{\Omega}) \vec{\Omega} \, d\Omega = 0 \quad (\text{A-9})$$

Esta identidad se prueba mediante el siguiente -razonamiento:

Esta integral cambia de signo al cambiar $\vec{\Omega}$ por $-\vec{\Omega}$. Puesto que la integración sobre $-\vec{\Omega}$ es equivalente a la integración sobre $\vec{\Omega}$, la integral debe resultar igual en ambos casos, por consiguiente debe ser cero.

A P E N D I C E B

DINAMICA DE LAS DISPERSIONES ELASTICAS

Sean \vec{r}' y \vec{R}' los vectores que determinan las posiciones de un neutrón y de un núcleo respectivamente referidos a un sistema de coordenadas en reposo en el sistema de laboratorio Fig. B.1.

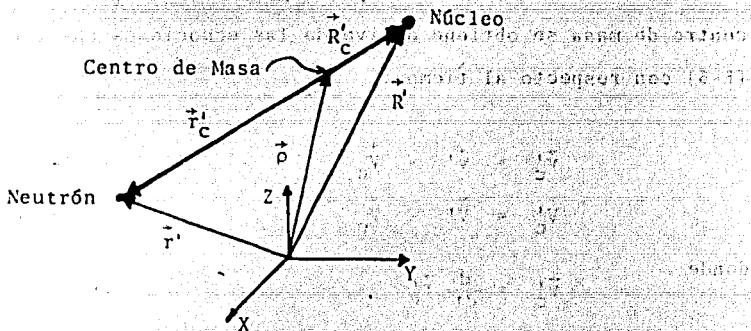


Fig. B.1 Sistemas coordenados de laboratorio y del Centro de Masa.

La posición del centro de masa del sistema neutrón-núcleo está dada por el vector definido por

$$\vec{r}_0 = \frac{m\vec{r}' + M\vec{R}'}{m + M} \quad (B-1)$$

donde m y M son las masas del neutrón y del núcleo respectivamente.

Las posiciones del neutrón y del núcleo con respecto al centro de masa están dadas por los vectores \vec{r}'_c y \vec{R}'_c respectivamente, (Fig. B.1) que pueden escribirse como

$$\vec{r}'_c = \vec{r}' - \vec{\rho} \tag{B-2}$$

y

$$\vec{R}'_c = \vec{R}' - \vec{\rho} \tag{B-3}$$

Las velocidades de las partículas con respecto a un sistema de coordenadas cuyo origen se encuentre en el centro de masa se obtiene derivando las ecuaciones (B-2) y (B-3) con respecto al tiempo:

$$\vec{v}'_c = \vec{v}' - \vec{v}_o \tag{B-4}$$

$$\vec{V}'_c = \vec{V}' - \vec{v}_o \tag{B-5}$$

donde

$$\vec{v}'_c = \frac{d}{dt} \vec{r}'_c \tag{B-6}$$

$$\vec{v}' = \frac{d}{dt} \vec{r}' \tag{B-7}$$

$$\vec{v}_o = \frac{d}{dt} \vec{\rho} \tag{B-8}$$

$$\vec{V}'_c = \frac{d}{dt} \vec{R}'_c \tag{B-9}$$

Derivando con respecto al tiempo la ecuación (B-1) se obtiene

$$\vec{V}_0 = \frac{m\vec{v}' + M\vec{V}'}{m + M} \quad (\text{B-10})$$

Cuando la velocidad del neutrón es mucho mayor que la velocidad del núcleo, éste puede considerarse en reposo en el sistema de laboratorio, entonces $V' = 0$ y

$$\vec{V}_0 = \frac{m}{m + M} \vec{v}' \quad (\text{B-11})$$

En términos del número de masa A del núcleo, se obtiene que

$$\vec{V}_0 = \frac{1}{A + 1} \vec{v}' \quad (\text{B-12})$$

En esta ecuación se observa que cuando $A \gg 1$, $\vec{V}_0 \ll \vec{v}'$ y entonces, de las ecuaciones (B-4) y (B-5) se obtiene que $\vec{v}'_c = \vec{v}'$ y $\vec{V}'_c = \vec{V}'$.

La velocidad del neutrón en el sistema del centro de masa se obtiene sustituyendo la ecuación (B-12) en la ecuación (B-4) resultando:

$$\vec{v}'_c = \frac{A}{A + 1} \vec{v}' \quad (\text{B-13})$$

Si el núcleo se encuentra en reposo en el sistema de laboratorio, sustituyendo la ecuación (B-12) en la ecuación (B-5) se obtiene

$$\vec{v}'_c = -\vec{v}_o = -\frac{1}{A+1} \vec{v}' \quad (B-14)$$

Utilizando las ecuaciones (B-13) y (B-14), el momento total del neutrón y del núcleo en el sistema del centro de masa \vec{p}'_c resulta.

$$\vec{p}'_c = \frac{A}{A+1} \vec{v}' - \frac{A}{A+1} \vec{v}' = 0 \quad (B-15)$$

Si el núcleo se considera en reposo en el sistema de laboratorio, la energía cinética total E_T de las dos partículas en este sistema resulta

$$E_T = \frac{1}{2} m v'^2 \quad (B-16)$$

En el sistema del centro de masa, la energía total E_{cT} de las dos partículas es

$$E_{cT} = \frac{1}{2} m v'_c{}^2 + \frac{1}{2} M V'_c{}^2 \quad (B-17)$$

empleando las ecuaciones (B-13) y (B-14) en la ecuación (B-17) se obtiene

$$E_{cT} = \frac{1}{2} \frac{m M}{m+M} v'^2 \quad (B-18)$$

Combinando las ecuaciones (B-16) y (B-18) la relación entre E_T y E_{cT} resulta

$$E_{CT} = \frac{M}{m+M} E_T \quad (B-19)$$

que puede escribirse como

$$E_{CT} = \frac{A}{A+1} E_T \quad (B-20)$$

De esta última ecuación resulta que la energía total de las dos partículas en el sistema del centro de masa es menor que en el sistema de laboratorio.

El tratamiento de una dispersión elástica en el sistema del centro de masa es conveniente porque la cinemática de este tipo de interacción nuclear es muy simple - cuando se refiere a este sistema ya que el momento total de las partículas en el sistema del centro de masa es cero antes y después de la dispersión. En consecuencia, después de la dispersión, las partículas deben tener direcciones opuestas.

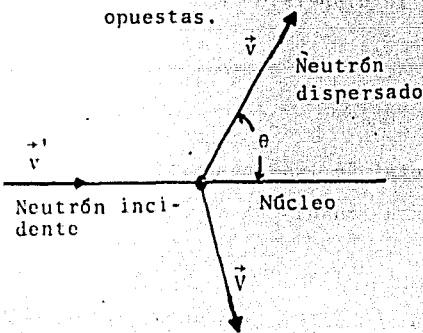


Fig. B.2 Dispersión elástica en el sistema de laboratorio.

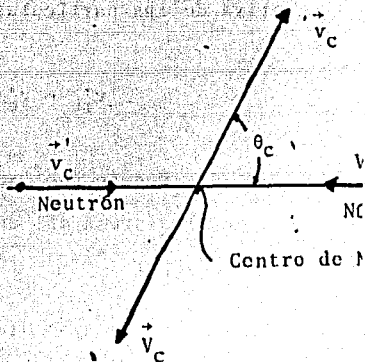


Fig. B.3 Dispersión elástica en el sistema del centro de masa.

Se considerará ahora la dispersión elástica de un neutrón por un núcleo en los dos sistemas.

En el sistema de laboratorio el neutrón se mueve inicialmente con una velocidad \vec{v}' , después de ser dispersado por el núcleo inicialmente en reposo en el sistema de laboratorio emerge con una velocidad \vec{v} en una dirección dada por el ángulo θ Fig. B.2; después de la dispersión la velocidad del núcleo es \vec{V} .

Con respecto al sistema del centro de masa, antes de la dispersión, el núcleo y el neutrón se mueven con velocidades \vec{V}'_c y \vec{v}'_c respectivamente, después de la dispersión las velocidades respectivas son \vec{V}_c y \vec{v}_c y θ_c es el ángulo que forma \vec{V}_c con la dirección inicial (Fig. B.3).

En el sistema del centro de masa, la rapidez relativa de las partículas antes de la dispersión es

$$v'_{rc} = v'_c + V'_c \quad (B-21)$$

Puesto que la energía total de las dos partículas en el sistema del centro de masa, cuando \vec{v}' no es cero está dada por (*)

(*) John R. Lamarsh "Introduction to Nuclear Reactor Theory" Addison-Wesley Publishing Company Inc. 1966 - p.26.

$$E'_{cT} = \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} v'_{rc}{}^2 \quad (B-22)$$

sustituyendo la ecuación (B-21) en la ecuación (B-22) resulta

$$E'_{cT} = \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} (v'_c + V'_c)^2 \quad (B-23)$$

después de la dispersión, la rapidez relativa de las partículas es

$$v_{rc} = v_c + V_c \quad (B-24)$$

pero la energía total E_c permanece inalterada,

$$E_{cT} = \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} (v_c + V_c)^2 \quad (B-25)$$

por consiguiente

$$v'_c + V'_c = v_c + V_c \quad (B-26)$$

El momento total en el sistema del centro de masa es cero antes y después de la dispersión, por consiguiente,

$$mv'_c = MV'_c \quad (B-27)$$

y

$$mv_c = MV_c \quad (B-28)$$

despejando V'_c y V_c de las ecuaciones (B-27) y (B-28) y sustituyendo estos resultados en la ecuación (B-26) se obtiene

$$\left(1 + \frac{m}{M}\right) v'_c = \left(1 + \frac{m}{M}\right) v_c$$

por tanto

$$v'_c = v_c \quad (\text{B-29})$$

entonces de la ecuación (B-26) resulta

$$V'_c = V_c \quad (\text{B-30})$$

Por consiguiente, en el sistema del centro de masa en una dispersión elástica, las magnitudes de las velocidades del neutrón y del núcleo no cambian, únicamente cambian sus direcciones.

La relación entre θ y θ_c puede encontrarse a partir de la ecuación (B-4) ya que es válida antes y después de la dispersión,

$$\vec{v}'_c = \vec{v} - \vec{V}_0 \quad (\text{B-31})$$

ya que \vec{V}_0 permanece constante.

Esta ecuación vectorial está representada en la Fig. B.4; de la cual se obtiene.

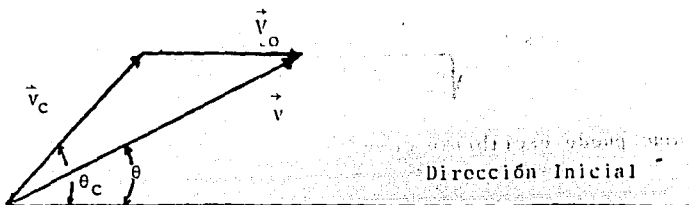


Fig. B.4 Relación vectorial entre las velocidades de un neutrón en el sistema de laboratorio y en el sistema del centro de masa después de la dispersión.

$$v \sin \theta = v_c \sin \theta_c \quad (\text{B-32})$$

y

$$v \cos \theta = V_0 + v_c \cos \theta_c \quad (\text{B-33})$$

de donde

$$\cos \theta = \frac{V_0 + v_c \cos \theta_c}{v} \quad (\text{B-34})$$

y por la ley de los cosenos

$$v = \sqrt{v_c^2 + V_0^2 + 2 v_c V_0 \cos \theta_c} \quad (\text{B-35})$$

sustituyendo la ecuación (B-35) en la ecuación (B-34) se obtiene

$$\cos \theta = \frac{V_o + v_c \cos \theta_c}{\sqrt{v_c^2 + V_o^2 + 2v_c V_o \cos \theta_c}} \quad (\text{B-36})$$

que puede escribirse como

$$\cos \theta = \frac{1 + \frac{v_c}{V_o} \cos \theta_c}{\sqrt{1 + \frac{v_c^2}{V_o^2} + 2 \frac{v_c}{V_o} \cos \theta_c}} \quad (\text{B-37})$$

de las ecuaciones (B-12), (B-13) y (B-29) se obtiene

$$\frac{v_c}{V_o} = \frac{v'_c}{V_o} = A \quad (\text{B-38})$$

por consiguiente sustituyendo la ecuación (B-38) en la ecuación (B-37) se obtiene

$$\cos \theta = \frac{1 + A \cos \theta_c}{\sqrt{1 + A^2 + 2A \cos \theta_c}} \quad (\text{B-39})$$

Para obtener la relación entre las energías del neutrón antes y después de la dispersión en el sistema de laboratorio se puede partir de la ecuación (B-35) tomando en cuenta que $v_c = v'_c$ obteniéndose

$$v^2 = v'_c{}^2 + V_o^2 + 2 v'_c V_o \cos \theta_c$$

sustituyendo en esta ecuación las ecuaciones (B-12) y (B-13) resulta

$$\frac{v^2}{v'^2} = \frac{A^2 + 2 A \cos \theta_c + 1}{(A + 1)^2}$$

de donde

$$\frac{E}{E'} = \frac{A^2 + 2 A \cos \theta_c + 1}{(A + 1)^2} \quad (\text{B-40})$$

y en términos del parámetro $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$

la ecuación (B-40) queda

$$E = \frac{1}{2} E' \left[1 + \alpha + (1 - \alpha) \cos \theta_c \right] \quad (\text{B-41})$$

esta ecuación implica que $\alpha E' \leq E \leq E'$ ya que $-1 \leq \cos \theta_c \leq 1$

Entonces, el neutrón puede perder cuando más la fracción $(1 - \alpha)$ de su energía inicial en una dispersión elástica.

A P E N D I C E C

EFECTO DOPPLER

A continuación se tratará el efecto del movimiento de los núcleos sobre la sección eficaz microscópica para una interacción de absorción del tipo x , $\sigma_x(E)$, para neutrones con una energía E suponiendo que los núcleos tienen una distribución Maxwelliana de velocidades.

Considerando un neutrón con una velocidad \vec{v} en el sistema de laboratorio y que los núcleos tienen una velocidad \vec{V} en el sistema de laboratorio, la velocidad relativa del neutrón con respecto al núcleo es

$$\vec{v}_r = \vec{v} - \vec{V}$$

y las interacciones neutrón - núcleo ocurrirán con una sección eficaz $\sigma_x(E_r)$ donde

$$E_r = \frac{1}{2} m v_r^2$$

Si $P(\vec{V})d\vec{V}$ es la probabilidad de que un núcleo -
 tenga una velocidad dentro de $d\vec{V}$ alrededor de \vec{V} , la proba-
 bilidad de que el neutrón tenga una interacción del tipo -
 x con tales núcleos es

Probabilidad de
 interacción del
 tipo x por - $= v_r \sigma_x(E_r) P(\vec{V}) d\vec{V}$ (C-1)
 unidad de tiem-
 po.

Entonces la probabilidad total de una reacción -
 de absorción del tipo x se obtiene integrando sobre to-
 das las velocidades nucleares, y la sección eficaz micros-
 cópica correspondiente $\sigma_x(E)$ está dada por

$$\sigma_x(E) = \frac{1}{Nv} \int v_r \sigma_x(E_r) P(\vec{V}) d\vec{V} \quad (C-2)$$

donde N es el número de núcleos por unidad de volumen. La-
 evaluación de la integral en esta ecuación puede simplifi-
 carse tomando en cuenta que la rapidez de un neutrón es -
 mucho mayor que las rapideces de los núcleos.

Entonces, eligiendo un sistema de coordenadas -
 tal que el eje Z esté en la dirección de la velocidad -
 del neutrón se obtiene

$$E_r = \frac{1}{2} m (\vec{v} - \vec{V})^2$$

$$= \frac{1}{2} m \left[(v - V_z)^2 + v_x^2 + v_y^2 \right] \quad (C-3)$$

Además,

$$v_r = \sqrt{\frac{2 E_r}{m}} \quad (C-4)$$

donde V_x , V_y , V_z son las componentes de \vec{V} .

Por otra parte, puesto que

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

y puesto que la rapidez más probable de los núcleos, de acuerdo con la ecuación (2-16) es

$$v_{m.p.} = \sqrt{\frac{2kT}{M}}$$

entonces

$$\frac{v}{v_{m.p.}} = \sqrt{\frac{EM}{kTm}}$$

Entonces para un neutrón con una energía $E = 10\text{eV}$, para una temperatura $T = 1200^\circ\text{K}$ ($kT = 0.1\text{eV}$) y para un núcleo con $M = 238$ se obtiene que $\frac{v}{v_{m.p.}} > 10^2$.

Por consiguiente los términos v_x^2 , v_y^2 , v_z^2 en la ecuación (C-3) pueden despreciarse ⁽¹⁾ y se obtiene

$$E_r = \frac{1}{2} (v^2 - 2 v v_z) \quad (C-5)$$

Además la distribución Maxwelliana de velocidades de los núcleos de acuerdo con la ecuación (2-11) está dada por

$$P(\vec{V}) d\vec{V} = N \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{Mv^2}{2kT}\right) dv_x dv_y dv_z \quad (C-6)$$

con

$$\int P(\vec{V}) d\vec{V} = N$$

Se obtiene entonces que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\vec{V}) dv_x dv_y = N \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{Mv_z^2}{2kT}\right) \quad (C-7)$$

Por otra parte, tomando en cuenta que la sección eficaz microscópica en la vecindad de una resonancia de energía E_0 para un neutrón de energía E está dada de acuerdo con la fórmula de Breit-Wigner por ⁽²⁾

$$\sigma_x(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_x \sqrt{\frac{E_0}{E}}}{\Gamma} \left(\frac{\Gamma^2}{4(E-E_0)^2 + \Gamma^2} \right) \quad (C-8)$$

donde

$$\Gamma = \Gamma_n(E_0) + \sum_x \Gamma_x$$

y Γ_n es la anchura para la emisión de un neutrón, Γ_x es la anchura para la reacción del tipo x y Γ la anchura total de la resonancia.

Sustituyendo las ecuaciones (C-4), (C-6), (C-7), y (C-8) en la ecuación (C-2) se obtiene

$$\sigma_x(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_x}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_0}{E}} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{Mv_z^2}{2kT}\right) \frac{\Gamma^2}{4(E_r - E_0)^2 + \Gamma^2} dv_z \quad (C-9)$$

La forma de la integral en la ecuación (C-9) puede simplificarse definiendo las siguientes cantidades.

$$X = \frac{2}{\Gamma} (E_r - E_0) \quad (C-10)$$

$$Y = \frac{2}{\Gamma} (E - E_0) \quad (C-11)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{4kTE}{A}} = \sqrt{\frac{4kTE_0}{A}} \quad (C-12)$$

$$A = \frac{M}{m}$$

$$\zeta = \frac{\Gamma}{\Delta} \quad (C-13)$$

$$\Psi(\zeta, Y) = \frac{\zeta}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left[-\frac{1}{4} \zeta^2 (X-Y)^2\right]}{1 + X^2} dX \quad (C-14)$$

Haciendo las sustituciones en la ecuación (C-6) se obtiene (3)

$$\sigma_x(E) = \sigma_o \frac{\Gamma X_o}{\Gamma} \sqrt{\frac{E_o}{E}} \Psi(\zeta, Y) \quad (C-15)$$

Aunque se han hecho algunas aproximaciones en la derivación de la ecuación (C-15) es suficientemente precisa para las aplicaciones prácticas.

La cantidad Δ que tiene dimensiones de energía, es la anchura Doppler de la resonancia y es una medida del ensanchamiento de la resonancia debido al movimiento térmico.

La función $\Psi(\zeta, Y)$ es una función tabulada y algunas de sus propiedades son:

A bajas temperaturas, $\zeta \rightarrow \infty$ y entonces (3)

$$\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \Psi(\zeta, Y) = \frac{1}{1 + Y^2} \quad (C-16)$$

Si este resultado se sustituye en la ecuación (C-14) se obtiene la ecuación (C-8) para la resonancia sin ensanchamiento.

Para altas temperaturas, es decir para ensanchamiento Doppler extremo ζ es pequeña y la integral en la ecuación (C-12) puede aproximarse por ⁽³⁾.

$$\psi \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} \zeta \exp\left(-\frac{1}{4} \zeta^2 Y^2\right) \quad (\text{C-17})$$

Empleando esta aproximación en la ecuación (C-15) se obtiene

$$\sigma_x(E) = \sigma_0 \frac{\Gamma_x}{\Delta} \sqrt{\frac{E_0}{E}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left[-\left(\frac{E-E_0}{\Delta}\right)^2\right] \quad (\text{C-18})$$

que es válida para ζ pequeña y $Y \ll \zeta^2$ y representa una curva Gaussiana con un máximo en $E = E_0$ y una anchura igual a Δ .

Además, para valores grandes de Y , cuando $Y \gg \zeta^2$, es decir lejos de las "alas" de la resonancia, es adecuada la siguiente expresión asintótica ⁽⁴⁾

$$\psi(\zeta, Y) \approx \frac{1}{1+Y^2} \left\{ 1 + \frac{2}{\zeta^2} \left[\frac{3Y^2-1}{(1+Y^2)^2} \right] + \dots \right\} \quad (\text{C-19})$$

la cual indica que lejos del pico de la resonancia la curva de la sección eficaz recupera su forma dada por la ecuación (C-8).

Otra propiedad de la función $\Psi(\xi, Y)$ es que (4)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\xi, Y) dY = \pi \quad (C-20)$$

Por otra parte, puesto que dentro de una resonancia $E \approx 0.1\text{eV}$ y $E_0 = 10\text{eV}$, $\sqrt{\frac{E_0}{E}} \approx 1$.

Entonces integrando la ecuación (C-15) primero sobre Y y después sobre X y empleando la ecuación (C-20) se obtiene que el área bajo la resonancia resulta (5)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(E) dE = \frac{1}{2} \pi \sigma_0 \Gamma_x \quad (C-21)$$

lo cual indica que el área bajo la curva de la resonancia es constante e independiente de la temperatura.

Entonces, debido al ensanchamiento Doppler, el intervalo de energía en el cual puede absorber neutrones el combustible en un reactor, aumenta.

El efecto del ensanchamiento Doppler de una reso

nancia de absorción del tipo x sobre las aproximaciones NR y NRIM (IM) de la integral de resonancia puede expresarse en términos de la función $J(\zeta, Z)$ definida por (6)

$$J(\zeta, Z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Psi(\zeta, Y)}{\Psi(\zeta, Y) + Z} dY \quad (C-22)$$

Para reactores homogéneos (7)

$$I_{NR, xi} = \frac{\sigma_{sp} \Gamma_{xi}}{E_i} J(\zeta, \beta_i) \quad (C-23)$$

donde

$$\beta_i = \frac{\sigma_{sp}}{\sigma_{ti}} \quad (C-24)$$

$$I_{IM, xi} = \frac{\sigma_{sp} \Gamma}{E_i} J(\zeta, \alpha_i) \quad (C-25)$$

donde

$$\alpha_i = \left[\frac{\sigma_s}{\sigma_{ti}} \left(\frac{\Gamma_{xi}}{\Gamma} \right) \right] \quad (C-26)$$

donde σ_{sp} , σ_s y σ_{ti}^0 están definidas en la sección 4.6.1.

Para una serie de resonancias las integrales de resonancia efectivas para una reacción del tipo x resultan.

$$I_{NR, x} = \sum_i I_{NR, xi} \quad (C-27)$$

$$I_{IM, x} = \sum_i I_{IM, xi} \quad (C-28)$$

Para barras de combustible en reactores heterogéneos las aproximaciones NR, y NRIM para la integral de resonancia efectiva con ensanchamiento Doppler están dadas en términos de las contribuciones superficial y volumétrica - por las siguientes expresiones (8)

$$I_{NR} = I_{NR}^V + I_{NR}^S \quad (C-29)$$

donde

$$I_{NR, xi}^V = \frac{(\sigma_p^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e) \Gamma_{xi}}{E_i} J(\zeta, \beta_i') \quad (C-30)$$

$$I_{NR, xi}^S = \frac{\sigma_{ti}^0 \Gamma_{xi}}{E_i} L(t, \zeta, \beta_i') \quad (C-31)$$

donde

$$L(t, \zeta, \beta_i') = \int_{-\infty}^{\infty} P_{Fo} \left[t \left(\frac{\psi}{\beta_i'} + 1 \right) \right] \frac{\psi^2}{\psi + \beta_i'} d\psi \quad (C-32)$$

donde de acuerdo con el segundo teorema de equivalencia - (sección 4.6.1), σ_{sp} se ha reemplazado por $\sigma_p^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e$, - (ecuación (4-117) y por consiguiente β_i' esta dada por

$$\beta_i' = \frac{\sigma_p^0 + \sigma_{sm}^0 + \sigma_e}{\sigma_{ti}^0} \quad (C-33)$$

P_{Fo} es la probabilidad de escape de una barra de combustible definida en la sección 3.1 y t está dada por

$$t = 2 R_0 (\Sigma_p^0 + \Sigma_{sm}^0 + \Sigma_e) \quad (C-34)$$

donde R_0 es el radio de la barra de combustible.

Las expresiones correspondientes para la aproximación NRIM son (8)

$$I_{IM, xi} = I_{IM, xi}^S + I_{IM, xi}^V \quad (C-35)$$

donde

$$I_{IM, xi}^V = \frac{(\sigma_{sm} + \sigma_e) \Gamma}{E_i} J(\zeta, \alpha'_i) \quad (C-36)$$

$$I_{IM, xi}^S = \frac{(\sigma_{sm} + \sigma_e)}{\alpha'_i E_i} L(t', \zeta, \alpha'_i) \quad (C-37)$$

donde

$$\alpha'_i = \frac{(\sigma_{sm} + \sigma_e)}{\sigma_{ti}^0} \frac{\Gamma_{xi}}{\Gamma} \quad (C-38)$$

y

$$t' = 2 R_0 (\Sigma_{sm}^0 + \Sigma_e) \quad (C-39)$$

REFERENCIAS

1. George I. Bell and Samuel Glasstone: "Nuclear Reactor-Theory" Van Nostrand Reinhold Company, 1970, p. 403.
2. Ref. 1, p. 396
3. Ref. 1, p. 404
4. Ref. 1, p. 405
5. Ref. 1, p. 406
6. Ref. 1, p. 431
7. Joel H. Ferziger and P.F. Zweifel: "The Theory of Neutron Slowing Down in Nuclear Reactors". Pergamon Press, 1966, p. 109.
8. Ref. 7, p. 115, 116.

71

20,22

$$+ \int_0^{\infty} dE'$$

$$+ \int_E^{\infty} dE'$$

72

7

$$q_{nn}^j(B_m, E) = (2n+1) \int_0^{\infty}$$

$$q_{nn}^j(B_m, E) = \int_E^{\infty}$$

72

8

$$+ (2n+1) \int_0^{\infty}$$

$$+ \int_E^{\infty}$$

72

12

$$q_n^j(B_m, E) = (2n+1) \int_0^{\infty}$$

$$q_n^j(B_m, E) = \int_E^{\infty}$$

73.

2

ecuación (B-55)

ecuación (B-40)

73.

9

ecuación (B-54)

ecuación (B-39)

76

4

$$\frac{du}{2}$$

$$\frac{du}{2}$$

78

12

$$= du f_S^C(u'+u, \mu_C) du_C$$

$$= \int du f_S^C(u'+u, \mu_C) du_C$$

78

13

$$= du f_S^C(u'+u, \mu_0) du_0$$

$$= \int du f_S^C(u'+u, \mu_0) du_0$$

79

2

$$= f_S^C(u', \mu_C(U)) \frac{d\mu_C(U)}{dU}$$

$$= f_S^C(u', \mu_C(U)) \frac{d\mu_C(U)}{d\mu_0(U)}$$

84

21

ecuación (1-138)

ecuación (1-132)

41 10 $F_n(k, E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n(z, E) e^{ikz} dz$ $K_n(k, E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} K_n(\vec{r}' - \vec{r}, E) e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})} d^3(\vec{r}' - \vec{r})$

42 4 $F_0(k, E) \Sigma_f(E) dE$ $K_0(k, E) \Sigma_f(E) dE$

42 5 $F_1(k, E) \Sigma_f(E) dE$ $K_1(k, E) \Sigma_f(E) dE$

42 8 $F_0(k, E) \Sigma_f(E) dE$ $K_0(k, E) \Sigma_f(E) dE$

42 9 $F_1(k, E) \Sigma_f(E)$ $K_1(k, E) \Sigma_f(E) dE$

43 8,9 además $F_2(k, E)$ es.....

50 10 $+ \int_E^{\infty} dE'$ $+ \int_0^{\infty} dE'$

54 7 $\phi(\vec{r}, z, \mu) =$ $\phi(z, E, \mu) =$

68 9 $q_\alpha(B_m, E)$ $q_\alpha(B_m, E, \mu)$

10 $\int_0^{\infty} dE'$ $\int_E^{\infty} dE'$

69 1,3 $\int_{-\infty}^{\infty} dE'$ $\int_{-\infty}^{\infty} dE'$

E R R A T A S

PAGINA	REGLON	DICE	DEBE DECIR
IX	13	$0 < E \leq 0.625 \text{ eV}$	$0 \leq E \leq 0.625 \text{ eV}$
21	6	$+ \int_{\delta V} dV' \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \int_{\delta V}$	$+ \int_{\delta V} dV' \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega'$
21	15	$f_s(\vec{r}; E', \vec{n}' \rightarrow E, \vec{n}) \Sigma_s(\vec{r}, E')$	$f_{\alpha}(\vec{r}; E', \vec{n}' \rightarrow E, \vec{n}) \Sigma_{\alpha}(\vec{r}, E')$
23	1	$\int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega'$	$\int_E^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega'$
23	2	$\int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega'$	$\int_E^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega'$
32	8	para neutrones	v para neutrones
40	9	$d\Omega = \frac{1}{4\pi} d\phi d\mu$	$d\Omega = -\frac{1}{4\pi} d\phi d\mu$
41	4	$F_n(k, E) P_n(\mu)$	$K_n(k, E) P_n(\mu)$
41	5	donde $P_n(k, E)$	$K_n(k, E)$
41	6	flujo direccional	kernel de moderaci3n
41	8	$\phi(z, E, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \phi_n(z, E) P_n(\mu)$	$K_{\infty}(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) K_n(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E) P_n(\mu)$

PAGINA

REGION

DICE

DEBE DECIR

97	3	$\int_0^{\infty} du'$	$\int_0^u du'$
97	4	$\int_0^{\infty} du'$	$\int_0^u du'$
98	1	ecuaciones (1-177) y (1-17E)	ecuaciones(1-178) y(1-179)
98	4	$\int_0^{\infty} du'$	$\int_0^u du'$
107	4	$F_n = \frac{(u_n)^2 - (u_{n-1})^2}{2}$	$F_n = \frac{P(u_n) - P(u_{n-1})}{2}$
107	9	$F_n' (\Delta u)_n$	$\bar{F}_n' (\Delta u)_n$
103	10	$\gamma_n = \frac{\alpha_n^2 \tan^{-1} \alpha_n}{3 (\alpha_n - \tan^{-1} \alpha_n)}$	$\bar{\gamma}_n = \frac{\bar{\alpha}_n^2 \tan^{-1} \bar{\alpha}_n}{3 (\bar{\alpha}_n - \tan^{-1} \bar{\alpha}_n)}$
109	11	$\alpha_n = \frac{B_m}{\Sigma_{tn}}$	$\bar{\alpha}_n = \frac{B_m}{\Sigma_{tn}}$
130	9	$0 < E \leq 0.625 \text{ eV}$	$0 \leq E \leq 0.625 \text{ eV}$
140	2	$\Sigma_a(v) = \int_0^{\infty} v_r N(v) \sigma_a(v_r) dv$	$v \Sigma_a(v) = \int_0^{\infty} v_r N(v) \sigma_a(v_r) dv$
143	11	ecuación (2-33)	ecuación (2-32)
147	13	D(E)	$\bar{D}(E)$
150	15	ecuación (2-35)	ecuación (2-20)

155

2

$$\vec{v}_r = \sqrt{v'^2 + v^2 + 2vV\mu}$$

$$\vec{v}_r = \sqrt{v'^2 + v^2 - 2vV\mu}$$

156

2

ecuación (B-50)

ecuación (B-35)

157

9

$$\frac{1}{\frac{dv}{du}} =$$

$$\frac{1}{\frac{dv}{du_c}} =$$

150

6

$$U(v) = v \int_0^{\infty} dv$$

$$U(v) = \int_0^{\infty} dv$$

161

10,11

$$f_S(v'+v) =$$

$$v' f_S(v'+v) =$$

162

8

a medida que

a medida que E/E'

164

4

$$f_S(x'+x) =$$

$$\frac{x'}{\beta} f_S(x'+x) =$$

165

5

$$M(x) dx = \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^2 \exp(-x^2) dx$$

$$M(x) dx = \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^2 \exp(-x^2) dx$$

165

11

$$= \frac{\sqrt{M(x')}}{\sqrt{M(x)}} f_S(x'+x)$$

$$= \frac{\sqrt{M(x')}}{\sqrt{M(x)}} f_S(x'+x) \frac{x'}{\beta}$$

166

7

$$\int_0^{\infty} f_S(x'+x) N(x') dx' =$$

$$\int_0^{\infty} f_S(x'+x) \frac{x'}{\beta} N(x') dx' =$$

166

9

$$f_S(x+x') =$$

$$\frac{x'}{\beta} f_S(x+x') =$$

180

6

$$\sqrt{M(E)} = \sqrt{\frac{E}{U}} \exp(-\sqrt{\frac{E}{U}})$$

$$\sqrt{M(E)} = \sqrt{\frac{E}{U}} \exp(-\frac{E}{2U})$$

PAGINA

REGLON

DICE

DEBE

DECIR

185

4

$$N(E) = \frac{E}{U^2} \exp(-\frac{E}{U})$$

$$N(E) = \frac{E}{U} \exp(-\frac{E}{U})$$

215

3

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

216

5

$$-\int_{-1}^1 \frac{y^2 \ln y}{\sqrt{1-y^2}} dy$$

$$-\int_0^1 \frac{y^2 \ln y}{\sqrt{1-y^2}} dy$$

217

1

$$\frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{y^2 \ln y}{\sqrt{1-y^2}} dy$$

$$\frac{4}{\pi} \int_0^1 \frac{y^2 \ln y}{\sqrt{1-y^2}} dy$$

226

10

$$+ G_{MO} G_{M1} (1 - G_{H1}) +$$

$$+ G_{NO} G_{FL} (1 - G_{H1}) +$$

233

5

$$\frac{R_1}{2} = \overline{AB} - \overline{DB}$$

$$\frac{R_1}{2} = \overline{AB} - \overline{DA}$$

23'

7

$$\overline{DB} =$$

$$\overline{AD} =$$

235

9

$$\overline{R}_1 = 2R_0 \frac{V_0}{V_1}$$

$$\overline{R}_1 = 2R_0 \frac{V_1}{V_0}$$

237

10

$$\frac{t}{2} =$$

$$t =$$

258

7,8,9

$$K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV'$$

$$K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV'$$

259

1,8

$$K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV$$

$$K_t(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') dV$$

PAGINA

REGLON

DICE

DEBE DECIR

285

1

$$\frac{1}{\xi \Sigma_p} = \frac{1}{V} (\xi \Sigma_p^0 V_0 + \xi \Sigma_s^1 V_1)$$

$$\frac{1}{V} (\xi \Sigma_p^0 V_0 + \xi \Sigma_s^1 V_1 + \xi \Sigma_{sm}^0 V_0)$$

292

6,10

$$\frac{I_{\omega, xi}}{\sigma_t^0(E_i)}$$

$$\frac{I_{\omega, xi}}{\sqrt{\sigma_t^0(E_i)}}$$

299

3

ecuación (4-122)

ecuación (4-124)

354

13

$$= \sum_j \gamma^{j09} N^j(t)$$

$$= \sum_j \gamma^{j19} N^j(t)$$

370

3

$$+ t \Sigma_p^k(r) \phi(r) + \Sigma_r^R(r) \phi(r)$$

$$+ t \Sigma_p^R(r) \phi(r) + \Sigma_r^R(r) \phi^R(r)$$

370

4

$$\lambda^R \frac{G(r)}{\lambda}$$

$$\lambda^R \frac{G(r)}{\lambda}$$

371

11

donde λ está definidadonde el valor numérico de λ está definido

372

9

$$\left[+ \frac{p}{r_n} \left(\frac{\phi_{n+1}^k - \phi_{n-1}^k}{p_r^{28,3}} \right) \right]$$

$$\left[+ \frac{p}{r_n} \left(\frac{\phi_{n+1}^k - \phi_{n-1}^k}{2\Delta r} \right) \right]$$

376

1,2

 $p_r^{28,3}$ $p_R^{28,3}$

394

10

$$p = 2t + 2R_0$$

$$p = t + 2R_0$$

402

11

$$0 < E \leq 0.625 \text{ eV}$$

$$0 \leq E \leq 0.625 \text{ eV}$$

408

7

$$R_1 = 2R_0 \frac{V_0}{V_1}$$

$$R_1 = 2R_0 \frac{V_1}{V_0}$$

PAGINA

REGLON

DICE

DEBE DECIR

413 14 la densidad de potencia
literada por fisión

el flujo absoluto

430 15 ecuaciones (6-38) y(6-39)

ecuaciones (6-39) y (6-40)

446 26 ecuación (6-22)

ecuación (6-21)

478 7
$$A = \frac{\sum_k V_k \zeta_k}{\sum_k V_k}$$

$$A = \left[\frac{\sum_k V_k \zeta_k}{\sum_k V_k} \right]^{-1}$$

482 5
$$\exp \left(- \sqrt{\frac{E}{U}} \right)$$

$$\exp \left(- \frac{E}{2U} \right)$$

484 10
$$\bar{R}_1 = 2R_0 \frac{V_0}{V_1}$$

$$\bar{R}_1 = 2R_0 \frac{V_1}{V_0}$$

A-1 9
$$= \frac{1}{4\pi} du d\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi} du d\theta$$

A-3 Fig.A.1 $d\rho$

$d\theta$