

18 Ejeval



# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

DISPERSION ELASTICA DE  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  a 140 MeV y  
218 MeV.

T E S I S

Que para obtener el título de:

F I S I C O

P r e s e n t a :

**ALFREDO GALINDO URIBARRI**

México, D. F.

1981



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INDICE GENERAL

CAPITULO I	<u>INTRODUCCION GENERAL</u>	1
CAPITULO II	<u>DISPERSION ELASTICA Y</u> <u>MODELO OPTICO</u>	5
1)	DISPERSION ELASTICA	5
2)	MODELO OPTICO	11
2.1)	ANTECEDENTES	11
2.2)	MODELO OPTICO	13
2.3)	POTENCIAL OPTICO FENOMENOLOGICO	19
2.4)	POTENCIAL OPTICO TEORICO PARA IONES PESADOS	22
CAPITULO III	<u>PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL</u>	27
1)	INTRODUCCION	27
2)	CICLOTRON	27
3)	OPTICA DE IONES	34
4)	DESCRIPCION DEL AREA EXPERIMENTAL	35
4.1)	CONTROL DEL HAZ	35
4.2)	DETECTORES	37
5)	BLANCOS	39
6)	DETECCION E IDENTIFICACION DE PARTICULAS	43
6.1)	DETECCION	43
6.2)	IDENTIFICACION	43
7)	ELECTRONICA	49
8)	SECCIONES EFICACES DIFERENCIALES	54
9)	VALORES TIPICOS DE LAS CANTIDADES QUE INTERVIENEN EN EL CALCULO DE LAS SEC-- CIONES DIFERENCIALES	61
10)	ANALISIS DE CONTAMINANTES	61
11)	ERRORES EXPERIMENTALES, RESOLUCION ANGULAR Y EN LA ENERGIA	62
11.1)	ERRORES EXPERIMENTALES	62
11.2)	RESOLUCION ANGULAR	64
11.3)	DISPERSION EN LA ENERGIA	65
CAPITULO IV	<u>DISCUSION DE LOS DATOS</u>	67
1)	PROGRAMA DE MODELO OPTICO GENOA	67
2)	EFECTO DE LA VARIACION DE PARAMETROS SOBRE LA DIS-- TRIBUCION ANGULAR	69
3)	AJUSTE DE LOS PARAMETROS OPTICOS A LOS DATOS DE -- $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ A 140 y 218 MEV	76
4)	ESTUDIO DE AMBIGUEDADES	86

4. 1)	AMBIGUEDADES REALES	91
4. 1. 1)	Potenciales con Distintas Pendientes para 140 y 218 MeV	91
4. 1. 2)	Ambigüedades Continuas - del Tipo Igo para 140 MeV	93
4. 2)	AMBIGUEDADES IMAGINARIAS	99
4. 2. 1)	Potenciales con Distintas Pendientes para 140 y --- 218 MeV	99
4. 2. 2)	Ambigüedad Continua en el Potencial Imaginario para 140 MeV	99
5)	SECCION TOTAL DE REACCION, MOMENTO ANGULAR CRITICO, INTEGRAL REAL DE VOLUMEN Y RADIO CUADRATICO MEDIO	101
6)	DIFRACCION	108
CAPITULO V	CONCLUSIONES	116

#### APENDICES

A	Criterio de la $X^2$	121
B	Lista de parámetros de buenos potenciales de Woods-Saxon que ajustan las distribuciones angulares de las secciones.	123
C	Estimación del efecto del ancho finito de la rejilla sobre las secciones eficaces diferenciales.	127
D	Valores de las secciones eficaces diferenciales para $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O})^{12}\text{C}$ a 140 y 218 MeV de energía	129

REFERENCIAS		131
-------------	--	-----

## CAPITULO I.

### INTRODUCCION GENERAL.

La presente tesis consiste en un estudio sobre la dispersión elástica de  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  a 140 MeV y 218 MeV de energía incidente y es parte del trabajo que se viene desarrollando en el departamento de Colisiones del Instituto de Física de la U.N.A.M. en la investigación de colisiones entre iones pesados.

Por colisiones entre iones pesados se entiende aquellas en las que los números másicos del proyectil y del blanco son  $A > 4$ . El estudio de iones pesados ha abierto nuevas áreas de investigación en la Física Nuclear. Ha constituido una nueva herramienta para obtener mayor información sobre estructura nuclear y mecanismos de reacción. Ha abierto nuevas perspectivas de investigación como el estudio de fenómenos de excitación coulombiana, producción de nuevos elementos, producción de isótopos fuera de la línea de estabilidad, población e identificación de estados con muy alto espín, etc.

D. Sloan y E. Lawrence <sup>1)</sup> aceleraron iones de mercurio de 1.3 MeV de energía en un acelerado lineal hace casi 50 años. Sin embargo no fue sino hasta hace algunos años que se despertó fuerte interés sobre el estudio de interacciones entre iones pesados debido, en gran parte, al desarrollo de aceleradores tandem de alta energía y a ciclotrones de enfoque por sectores. Dichos aceleradores permitieron condiciones tales como gran resolución en la

energía y versatilidad en cuanto al tipo de partícula acelerada. En esta tesis se describen algunos aspectos sobre el uso de aceleradores de enfoque por sectores en particular el ciclotrón de 88" de la Universidad de California en Berkeley en donde se realizaron las mediciones de las secciones diferenciales. En el mismo capítulo se hace la descripción de varios aspectos de la instrumentación utilizada así como del procesamiento de la información.

Cuando dos iones pesados chocan pueden llevarse a cabo diversos procesos. La partícula incidente puede ser dispersada elásticamente sin pérdida de energía (aparte de la energía de retroceso dada al núcleo blanco) o puede por ejemplo, ser absorbida para formar un núcleo compuesto. Puede también ganar o perder nucleones o puede remover uno o más nucleones del blanco, etc. Las reacciones inelásticas pueden dejar al núcleo en un estado excitado del cual puede decaer mediante diversos mecanismos. En el presente trabajo se considera sólo el primer proceso descrito.

Los fenómenos de dispersión elástica son importantes -- pues pueden dar información en cuanto a las características globales del núcleo, su tamaño y los potenciales de interacción. El conocimiento del fenómeno de dispersión elástica es necesario para una descripción cuántica de la interacción directa, ya que uno de los métodos más usados en la interpretación de dicha reacción es el de la aproximación de Born de onda distorsionada (DWBA),

que requiere del conocimiento de las funciones de onda de la dispersión elástica.

En el capítulo teórico después de presentar algunos elementos de teoría de dispersión definiendo cantidades a las que posteriormente se hace referencia, se define la forma en la que se ha trabajado para la obtención de un potencial basado en primeros principios. Un tratamiento teórico completo de la dispersión elástica es extremadamente complicado, ya que cada nucleón de la partícula incidente interactúa con cada nucleón en el blanco y cada una de estas interacciones consta de componentes centrales, de espín-órbita, de intercambio, etc. Bajo esta situación la descripción de los procesos nucleares entre iones pesados ha descansado sobre métodos fenomenológicos. Dichos métodos median entre los datos experimentales y la teoría básica.

Las cantidades medibles en el proceso de dispersión están determinadas por los elementos de la matriz de dispersión. Para determinarlos se pueden seguir diferentes métodos. En iones ligeros frecuentemente se utiliza el método de análisis de corrimientos de fase tratando de extraer los elementos de matriz  $S_l$  de manera única, tanto como esto sea posible, a partir de las secciones eficaces diferenciales.<sup>2)</sup> Sin embargo sólo es practicable cuando el número de ondas parciales relevantes es suficientemente pequeño, lo cual no se cumple con iones pesados. Otro método fenomenológico consiste en la parametrización de las amplitudes -

de dispersión de las ondas parciales, cuya descripción puede verse en la referencia 3. El método más común es el de Modelo Óptico el cual reemplaza la interacción de muchos cuerpos por un hamiltoniano modelo conteniendo un operador potencial efectivo de dos cuerpos. El potencial nuclear utilizado es complejo, siendo la parte imaginaria la responsable de la absorción de flujo del canal elástico. Este último enfoque fue el utilizado en esta tesis. Se utilizó un potencial del tipo Saxon-Woods y mediante el uso del programa de cómputo GENOA <sup>4)</sup> se realizó el análisis y ajuste de los datos. La idea de utilizar este método es el tratar de sistematizar, describir y hallar posibles correlaciones de las mediciones, esperando que, eventualmente, se justifiquen en términos de conceptos más fundamentales.

## CAPITULO II.

### DISPERSION ELASTICA Y MODELO OPTICO

#### 1) DISPERSION ELASTICA

El método de exploración que se dispone para investigar - las interacciones nucleares y su dependencia de los diversos parámetros (tipo de partículas involucradas, energía, momento angular, etc.) consiste en el bombardeo de unas por otras y el análisis posterior de los resultados de la interacción ocurrida bajo - - circunstancias controladas (energía e impulso de la partícula incidente, constitución del blanco y del haz, etc.).

Al incidir una partícula A de energía E, sobre una B interesante conocer las distintas probabilidades (secciones diferenciales) con las que la partícula A puede ser dispersada en varias direcciones. Estas probabilidades están determinadas por la interacción - entre las dos partículas. La teoría de dispersión permite deducir estas probabilidades a partir de una potencial V.

En el sistema centro de masa el problema de la interacción entre las partículas A y B (suponiendo que es central) se reduce al estudio de la dispersión de una partícula de masa  $\mu$  (masa reducida) por un potencial V (r) donde r es la distancia relativa - entre las dos partículas.

La ecuación de Schrodinger es:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) - E_{c.m.} \right] \psi(r) = 0 \quad \text{II. 1}$$

definiendo 
$$V = \frac{\hbar^2}{2\mu} U(\vec{r})$$

y 
$$K^2 = \frac{2\mu E_{c.m.}}{\hbar^2}$$

donde 
$$\vec{p} = \hbar \vec{K}$$

se tiene: 
$$[\nabla^2 + K^2 - U(\vec{r})] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad \text{II.2}$$

Expandiendo  $\Psi(\vec{r})$  en términos de polinomios de Legendre:

$$\Psi = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\mu_l(r)}{r} P_l(\cos \theta) \quad \text{II.3}$$

Como

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} - \hat{L}^2 \right] \quad \text{II.4}$$

Substituyendo II.3 y II.4 en II.2

$$\sum_{l=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} - \hat{L}^2 \right) - U(r) + K^2 \right] \frac{\mu_l}{r} P_l(\cos \theta) = 0$$

Por un lado se tiene que II.5

$$\hat{L}^2 P_l(\cos \theta) = l(l+1) P_l(\cos \theta) \quad \text{II.6}$$

Haciendo  $\mu = rR$  se obtiene

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} R \right) = \frac{1}{r} \left[ 2 \frac{dR}{dr} + r \frac{d^2 R}{dr^2} \right] \quad \text{II.7}$$

$$\frac{d\mu}{dr} = r \frac{dR}{dr} + R \quad \text{y} \quad \frac{d^2 \mu}{dr^2} = 2 \frac{dR}{dr} + r \frac{d^2 R}{dr^2}$$

y por tanto

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} R \right) = \frac{1}{r} \left( \frac{d^2 \mu}{dr^2} \right) \quad \text{II.8}$$

Substituyendo II.6 y II.8 en II.5

$$\sum_{\ell} \frac{P_{\ell}(\cos \theta)}{r} \left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - U(r) + K^2 \right] \mu_{\ell}(r) = 0$$

Multiplicando por la izquierda por  $P_{\ell}(\cos \theta)$  y usando la condición

de ortogonalidad  $\int_{-1}^{+1} P_{\ell}'(x) P_{\ell'}(x) dx = \frac{2}{2\ell+1} \delta_{\ell\ell'}$  esta expresión se re-

duce a un conjunto de ecuaciones diferenciales para  $\mu_{\ell}(r)$ :

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - U(r) + K^2 \right] \mu_{\ell}(r) = 0 \quad \text{II.10}$$

Haciendo  $\rho = Kr$  se puede escribir como

$$\frac{d^2 \mu_{\ell}}{d\rho^2} + \left( 1 - \frac{V}{E} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} \right) \mu_{\ell} = 0 \quad \text{II.11}$$

La solución interna se obtiene por integración numérica de II.11

hasta un valor  $\rho_m$  en donde el potencial nuclear es muy pequeño. 5)

Para la región externa el potencial de Coulomb domina y las soluciones estén dadas en términos de las funciones de Coulomb  $F_{\ell}$

y  $G_l^{(5,6)}$ :

$$\mu_l \sim F_l(\rho) + i G_l(\rho) + S_l \{F_l(\rho) - i G_l(\rho)\} \quad \text{II.12}$$

Aplicando la condición de que la derivada sea continua en la frontera se pueden determinar los elementos de matriz  $S_l$ :

$$f_l(\rho_m) = \frac{F_l'(\rho_m) + i G_l'(\rho_m) + S_l \{F_l'(\rho_m) - i G_l'(\rho_m)\}}{F_l(\rho_m) + i G_l(\rho_m) + S_l \{F_l(\rho_m) - i G_l(\rho_m)\}} \quad \text{II.13}$$

$F_l$  y  $G_l$  se pueden hallar usando relaciones de recurrencia.

La solución de la ecuación de Schrodinger debe tener un comportamiento asintótico de la forma:

$$e^{i k \cdot r} + f(\theta) e^{i k r / r} \quad \text{II.14}$$

pues para regiones muy lejanas del centro dispersor  $V(r) = 0$  y la partícula incidente puede considerarse como libre por lo que su estado se puede representar por un paquete de ondas planas. La onda dispersada debe comportarse como una onda esférica saliente.  $f(\theta)$  es la amplitud de dispersión que está relacionada con la sección eficaz diferencial por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad \text{II.15}$$

La amplitud de dispersión para partículas de espín cero en presencia de interacción Coulombiana es:<sup>5)</sup>

$$f(\theta) = f_c(\theta) + (i/2k) \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{2i\sigma_l} (1-S_l) P_l(\cos\theta) \quad \text{II.16}$$

donde  $\sigma_l$  representa los corrimientos de fase de Coulomb dados - por:

$$\sigma_l = \arg \Gamma (l+1 + i \eta) \quad \text{II. 17}$$

y

$$f_c(\theta) = -\left(\frac{\eta}{2k}\right) \left(\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2}\right) \exp(-2i\eta \ln \sin \frac{\theta}{2} + 2i\sigma_0) \quad \text{II. 18}$$

es la amplitud de dispersión de Coulomb.

El elemento de matriz complejo  $S_l$  se puede escribir como:

$$S_l = A_l e^{2i\delta_l} \quad \text{II. 19}$$

donde los  $\delta_l$  son los corrimientos de fase nucleares. En general

$$A_l = |S_l| \leq 1 \quad \text{II. 20}$$

Los coeficientes de transmisión están definidos por

$$T_l = (1 - |S_l|^2) \quad \text{II. 21}$$

En términos de ellos se puede escribir la sección total de reacción:

$$\sigma_r = \pi \chi^2 \sum_l (2l+1) T_l \quad \text{II. 22}$$

Las secciones totales y elásticas están dadas por:

$$\sigma_T = \pi \chi^2 \sum_l (2l+1) (1 - \operatorname{Re} S_l) \quad \text{II. 23}$$

$$\sigma_e = \pi \chi^2 \sum_l (2l+1) |1 - S_l|^2 \quad \text{II. 24}$$

El potencial está constituido de dos términos, una parte Coulombiana dada por:

$$V_c(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2 R_c} (3 - r^2/R_c^2) & r < R_c \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & r > R_c \end{cases} \quad \text{II.25}$$

y una componente nuclear, que establecería implica el desarrollo de un modelo de interacción. En la siguiente sección se discute brevemente el utilizado en esta tesis.

## 2) MODELO OPTICO.

### 2.1) ANTECEDENTES.

Antes de 1936, año en que Bohr presentó su teoría de -- Núcleo Compuesto, se sabía que las secciones eficaces eran del -- orden de las dimensiones nucleares.<sup>8)</sup> Sin embargo, Fermi y -- colaboradores habían medido secciones eficaces mucho mayores en algunas reacciones con neutrones lentos. Con objeto de explicar es ta variación en las secciones se hicieron algunos intentos teóricos por Bethe en 1935 y algunos otros, basados en la imagen de un -- pozo de potencial lo que constituye un modelo de partícula indivi- dual. Este modelo predice variaciones de la sección con la ener- gía (resonancias) espaciadas por unos MeV. Sin embargo, Fermi, Szilard y otros observaron resonancias estrechas y poco espacia-- das (unos cuantos eV). Otro factor en contra del modelo del pozo de potencial es que predice secciones eficaces de captura muy pe- queñas.

La teoría de Bohr-Breit-Wigner<sup>10)</sup> sobre reacciones nuclea- res demostró con éxito que las resonancias de neutrones lentos -- eran un efecto de muchas partículas. Las distancias entre niveles -- de unos cuantos eV sólo pueden ocurrir si un gran número de -- partículas están involucradas.

Bohr en 1936 consideró que las reacciones nucleares ocu- rrían en dos pasos. En el primero ocurre una fusión de un núcleo incidente A y del núcleo blanco B formando un núcleo compuesto C\* con una vida muy larga a escala nuclear:  $A + B = C^*$

El estado compuesto se pensó como un estado complejo de muchos cuerpos en el cual la identidad del nucleón incidente se perdía -- completamente. En una imagen semiclásica se puede suponer que la partícula incidente reparte su energía entre los nucleones del blanco llegando a un equilibrio estadístico. Las resonancias corresponden entonces, a valores de energía de los estados cuánticos del sistema compuesto.

En el segundo paso el núcleo compuesto decae. Se supone en el modelo que la partícula emitida no guarda relación con la partícula incidente excepto en el sentido de que deben cumplirse las diversas leyes de conservación. De acuerdo a esta hipótesis de independencia no importa qué partícula incidente y qué blanco se use, siempre y cuando el mismo sistema compuesto se forme.

La fórmula de Breit-Wigner<sup>10)</sup> representa de manera adecuada las resonancias en reacciones nucleares a bajas energías probando la existencia de estados compuestos.

Muchas excepciones cuantitativas llevaron a poner en tela de juicio las suposiciones sobre independencia y formación inmediata del núcleo compuesto cuando la partícula incidente alcanza la superficie nuclear. En la región de resonancias estrechas la hipótesis de independencia es obviamente válida pues si la energía está cerca de una resonancia produce sólo un estado cuántico del sistema compuesto. En la región en que los anchos ( $\Gamma$ ) de las resonancias son del orden de su espaciamento ( $D$ ) la hipótesis no es vá-

lida ya que varios estados son excitados simultáneamente. En la región de considerable traslape de resonancias muchos estados compuestos se excitan simultáneamente y la fase relativa de los estados dependerá de la naturaleza de la excitación. Sin embargo, siendo tantos pueden actuar respecto al proceso de decaimiento como si fueran aleatorios haciendo válida nuevamente la hipótesis de independencia. Sin embargo, las energías a las que ocurre traslape grande dan lugar a estados compuestos de vida corta y no es obvio que éste sea lo suficientemente largo para que se alcance un equilibrio estadístico asegurando la hipótesis de independencia ya que los tiempos de decaimiento decrecen rápidamente al aumentar la energía. A mayores energías dichas hipótesis ya no se cumplen y muchas reacciones se pueden describir suponiendo que el nucleón que llega al núcleo interactúa individualmente con los nucleones (reacciones directas, por ejemplo).

Barschall<sup>11)</sup> y colaboradores en 1952 hicieron varios experimentos decisivos. Observaron que la sección eficaz total promediada sobre la energía, de manera que se incluyan muchas resonancias de estructura fina, graficada tridimensionalmente contra la energía  $E$  y el número másico  $A$  exhibe regularidades sistemáticas con máximos y mínimos en los valores de  $E$  y  $A$  donde la vieja teoría del potencial lo predice aunque no tan pronunciados.<sup>3)</sup>

## 2.2) MODELO OPTICO.

Después de los experimentos realizados por Barschall, el

Modelo Optico surgió<sup>9,12)</sup> como un intento de combinar la imagen de partícula independiente y núcleo compuesto. Describe el efecto del núcleo sobre la partícula incidente por un pozo de potencial  $V(r)$  pero permite la formación de núcleo compuesto añadiendo al potencial una parte imaginaria  $W(r)$ , la cual representa cualquier proceso que remueve a la partícula incidente del canal de entrada. -- Puede ocurrir que el núcleo compuesto reemita la misma partícula hacia el canal de entrada, lo que se conoce como dispersión -- elástica compuesta. Sin embargo, conforme la energía incidente aumenta, más canales de reacción se abren y este proceso se -- vuelve cada vez más improbable. A bajas energías no se puede -- asegurar que esta reemisión sea despreciable además de que la -- imagen de resonancias estrechas no corresponde a la dependencia suave con la energía del Modelo Optico. Es entonces necesario llevar a cabo un promedio sobre las resonancias, lo que equivale a hacer un experimento con poca resolución en la energía de tal forma que la dispersión en la energía  $\Delta E$  del haz contenga varios estados resonantes.

Restringiéndonos al caso de neutrones con  $l=0$ , las secciones eficaces elástica, de reacción y total están dadas por<sup>5)</sup>

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} |1 - S|^2,$$

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} (1 - |S|^2) \quad \text{y} \quad \sigma_T = \sigma_{el} + \sigma_R = \frac{2\pi}{k^2} (1 - \text{Re}S)$$

donde  $S$  es la matriz de dispersión.

Supongamos la existencia de un potencial óptico  $V(r)$  que

realiza promedios sobre las resonancias y genera un elemento de matriz  $S^{op}$  donde el superíndice  $op$  indica que la cantidad se calcula a partir del modelo óptico. Las secciones están dadas por:

$$\sigma_{el}^{op} = \frac{\pi}{k^2} |1 - S^{op}|^2, \quad \text{II.27}$$

$$\sigma_a^{op} = \frac{\pi}{k^2} (1 - |S^{op}|^2) \quad \text{y} \quad \sigma_T^{op} = \sigma_{el}^{op} + \sigma_a^{op} = \frac{2\pi}{k^2} (1 - \text{Re} S)$$

Lo que nos interesa conocer es la forma en la que se relacionan estas cantidades generadas vía el Modelo Óptico con las cantidades observables, es decir con los valores de las secciones "reales" promediadas sobre un intervalo de energía con suficientes resonancias. Se hace la suposición adicional que la energía media es grande comparada con el intervalo  $\Delta E$  de tal forma que  $k^2$  no varía mucho y puede ser factorizada. Definiendo el proceso de promediar por:

$$\langle f(E) \rangle = \frac{1}{\Delta E} \int_{\Delta E} f(E) dE \quad \text{II.28}$$

y

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{k^2(E)} \langle k^2 \sigma \rangle \quad \text{II.29}$$

Por las anteriores definiciones se obtiene para la sección total:

$$\langle \sigma_T \rangle = \frac{2}{k^2} \langle (1 - \text{Re} S) \rangle = \frac{2}{k^2} (1 - \text{Re} \langle S \rangle) \quad \text{II.30}$$

Y utilizando la llamada condición de Weisskopf<sup>5,8)</sup> que identifica  $\langle S \rangle$  con  $S^{op}$  podemos igualar:

$$\langle \sigma_T \rangle = \sigma_T^{op} \quad \text{II.31}$$

Las correspondientes relaciones para las secciones de reacción y elástica se obtienen al promediar:

$$\langle \sigma_a \rangle = \frac{\pi}{K^2} \langle (1 - |S|^2) \rangle = \frac{\pi}{K^2} (1 - \langle |S|^2 \rangle) \quad \text{II.32}$$

$$\langle \sigma_{el} \rangle = \frac{\pi}{K^2} \langle |1 - S|^2 \rangle = \frac{\pi}{K^2} \{ |1 - \langle S \rangle|^2 + \langle |S|^2 \rangle \} \quad \text{II.33}$$

Definiendo la sección eficaz de fluctuación como:

$$\sigma_{fl} = \frac{\pi}{K^2} (\langle |S|^2 \rangle - |\langle S \rangle|^2) \quad \text{II.34}$$

podemos escribir:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_a \rangle &= \frac{\pi}{K^2} (1 - |\langle S \rangle|^2) - \sigma_{fl} \\ \langle \sigma_{el} \rangle &= \frac{\pi}{K^2} |1 - \langle S \rangle|^2 + \sigma_{fl} \end{aligned} \quad \text{II.35}$$

A grandes energías se espera que  $S$  se comporte suavemente y - por lo tanto la fluctuación  $\sigma_{fl}$  será también despreciable.

A bajas energías en la región en que las resonancias están bien separadas ( $\Gamma \ll D$ ):

$$S = e^{2i\delta} \left( 1 - \frac{i\Gamma_n}{E - E_s + \frac{i\Gamma}{2}} \right) \quad \text{II.36}$$

donde  $\delta$  es una fase que varía lentamente con la energía,  $E_s$  es la energía de la resonancia, y  $\Gamma$  y  $\Gamma_n$  son los anchos totales y del neutrón.

Substituyendo II.36 en II.26:

$$\sigma_a = \frac{\pi}{K^2} \frac{\Gamma_n (\Gamma - \Gamma_n)}{(E - E_s)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad \text{II.37}$$

que corresponde a la fórmula de Breit-Wigner:

$$\sigma_{nc} = \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_n \Gamma}{(E - E_s)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2}, \quad \sigma_R = \sigma_{nc} \frac{\Gamma - \Gamma_n}{\Gamma} \quad \text{II.38}$$

$$\sigma_{ec} = \sigma_{nc} - \sigma_R = \sigma_{nc} \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \quad \text{II.39}$$

donde  $\sigma_{nc}$  y  $\sigma_{ec}$  son las secciones eficaces de núcleo compuesto y elástica proveniente del núcleo compuesto.

Promediando sobre la energía:

$$\sigma_{nc} = \frac{\pi}{k^2} \frac{2\pi}{D} \bar{\Gamma}_n \quad \text{II.40}$$

donde  $\frac{\bar{\Gamma}_n}{D} = \frac{1}{D} \sum_s \Gamma_n^{(s)}$  es el ancho promedio de los neutrones dividido entre el espaciado promedio D entre resonancias.

Haciendo el promedio para S se obtiene:

$$\langle S \rangle = e^{2LS} \left( 1 - \frac{\pi \bar{\Gamma}_n}{D} \right) \quad \text{II.41}$$

por lo que la sección eficaz de reacción (II.35) queda:

$$\langle \sigma_R \rangle = \frac{\pi}{k^2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\pi \bar{\Gamma}_n}{D} \right)^2 \right] - \sigma_{fl} \approx \frac{\pi 2\pi \bar{\Gamma}_n}{k^2 D} - \sigma_{fl} \quad \text{II.42}$$

puesto que  $\bar{\Gamma}_n \ll D$

por lo tanto:  $\langle \sigma_R \rangle = \langle \sigma_{nc} \rangle - \sigma_{fl} \quad \text{II.43}$

y puesto que por II.39:  $\langle \sigma_R \rangle = \langle \sigma_{nc} \rangle - \langle \sigma_{ec} \rangle \quad \text{II.44}$

entonces  $\sigma_{fl} = \langle \sigma_{ec} \rangle \quad \text{II.45}$

II.46

Comparando las secciones eficaces promedio con las provenientes del modelo óptico (columnas A y B respectivamente):

$$\langle \sigma_{el} \rangle = \frac{A}{k^2} |1 - \langle S \rangle|^2 + \langle \sigma_{ec} \rangle \quad \sigma_{el}^{op} = \frac{B}{k^2} |1 - S^{op}|^2 \quad \text{II.47}$$

$$\langle \sigma_R \rangle = \frac{A}{k^2} (1 - |\langle S \rangle|^2) - \langle \sigma_{ec} \rangle \quad \sigma_R^{op} = \frac{B}{k^2} (1 - |S^{op}|^2)$$

tenemos que:

$$\sigma_{el}^{op} = \langle \sigma_{el} \rangle - \langle \sigma_{ec} \rangle$$

$$\sigma_R^{op} = \langle \sigma_R \rangle + \langle \sigma_{ec} \rangle \quad \text{II.48}$$

Las cantidades observables son:

$$\sigma_T = \sigma_T^{op}$$

$$\sigma_{el} = \sigma_{el}^{op} + \langle \sigma_{ec} \rangle$$

$$\sigma_R = \sigma_R^{op} - \langle \sigma_{ec} \rangle \quad \text{II.49}$$

Esto significa que la sección elástica medida es la suma de la sección elástica dada por el modelo óptico mas la sección elástica proveniente del decaimiento del núcleo compuesto. La sección eficaz de reacción medida es la sección de reacción del modelo óptico (llamada también sección eficaz de absorción) menos la sección elástica proveniente del núcleo compuesto, que como hemos dicho - el aumentar la energía se hace menos probable.

## 2.3.) POTENCIAL OPTICO FENOMENOLOGICO

Muchos tipos de potenciales fenomenológicos han sido propuestos para explicar los datos de dispersión (ref. 13 ). Por ser el más simple el primero utilizado fue el pozo rectangular complejo. Sin embargo se origina fuerte reflexión de la onda incidente debido al brusco salto del número de onda en la frontera nuclear. Esto se puede corregir haciendo que el potencial no caiga a cero de una manera abrupta sino que lo debe hacer gradualmente formándose una superficie nuclear difusa. Un potencial complejo de "orillas redondeadas" cuyo uso ha tenido mucho éxito para describir la dispersión de diversos tipos de partículas en el Woods-Saxon (W-S) y es el que se utilizó en el análisis de los datos de la presente tesis. Tiene la siguiente forma:

$$U = -V_0 f(r) - i W f'(r) \quad \text{II. 50}$$

donde 
$$f(r) = \frac{1}{1 + e^{\frac{r-a}{\alpha}}} \quad \text{II. 51}$$

y 
$$f'(r) = \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R'}{\alpha}}} \quad \text{II. 52}$$

$$R = r_r (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \text{ y } R' = r_z (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$

$f(r)$  y  $f'(r)$  son los factores de forma para la parte real y la imaginaria respectivamente. A la cantidad " $\alpha$ " se le llama parámetro de difusividad y determina el redondeo (es una medida del grueso de la su--

perficie nuclear). Cuando  $r = R$ :  $V = V_0/2$  como puede verse en la figura II.1 donde se grafica el factor de forma contra el radio. A este tipo de potencial cuya forma requiere que la absorción del flujo se lleve a cabo en todo el volumen del núcleo se le llama de absorción volumétrica a diferencia de los de absorción superficial como el de Bjorklund y Fernbach<sup>13)</sup> cuyo factor de forma para la parte real es igual al de W-S y el de la parte imaginaria es una gaussiana centrada en  $r = R$ .

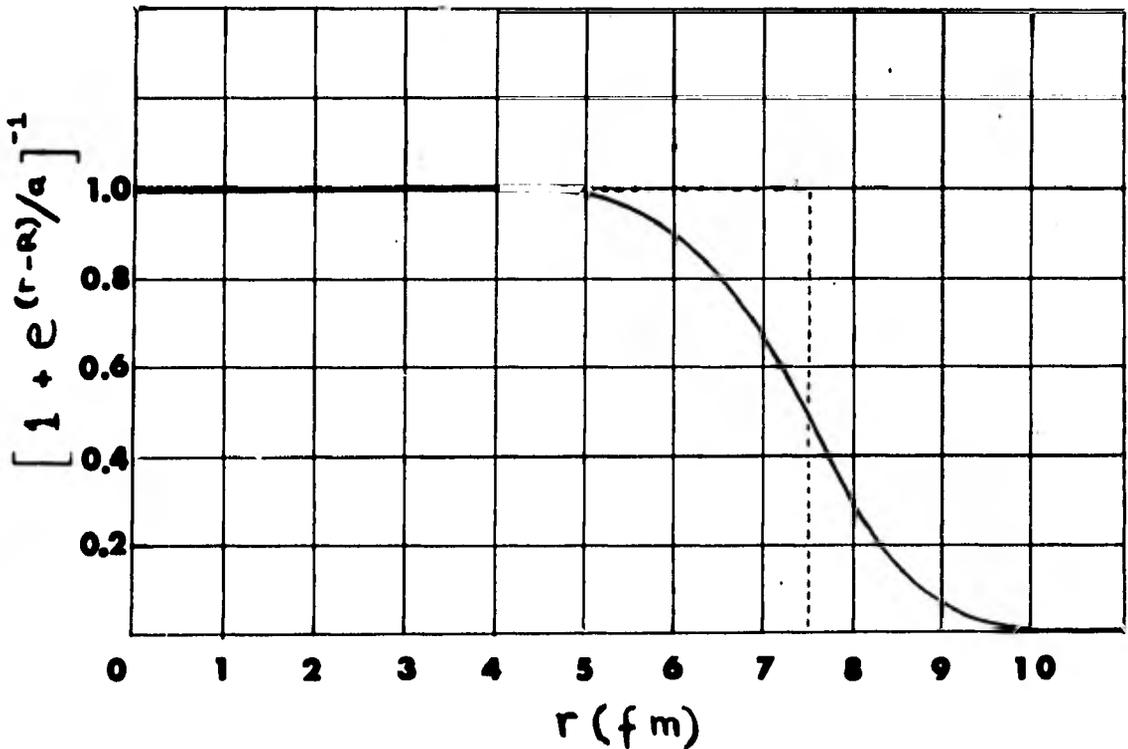


Fig. II.1 Potencial de tipo Woods-Saxon con  $R = 7.5$  fm y  $a = 0.6$  fm.

Existen dos tipos de enfoque para el ajuste de los datos: uno de ellos es el ajustar los parámetros del potencial de manera óptima para cada conjunto de datos de la dispersión por un núcleo y a una energía particulares. El otro enfoque es el de tratar de encontrar un potencial global para distintos conjuntos de datos a distintas energías. Este último tiene la ventaja de que los potenciales son más generales aunque a veces tiene que sacrificarse la calidad del ajuste. En ellos puede intervenir una dependencia suave y fácilmente parametrizable de la energía incidente, y del número másico  $A$ . Esto ha sido particularmente importante con proyectiles ligeros, no así con iones pesados en los que debido a las ambigüedades en los parámetros del potencial, así como insuficientes datos y ajustes a energías intermedias, se ha dificultado la búsqueda de potenciales globales. La desviación del potencial promedio puede entenderse si se identifica el proceso físico responsable de ella elaborando un modelo que permita calcularla explícitamente. Si esto puede hacerse dentro del marco del modelo óptico entonces el proceso y su efecto sobre las secciones puede representarse por un término extra en el potencial óptico. De esta manera se incorporaron al modelo óptico las polarizaciones de los nucleones elásticamente dispersados agregando al potencial un término espín-órbita. Sin embargo hay discrepancias que no pueden ser fácilmente parametrizables en un término adicional en el

potencial óptico. Tal es el caso de núcleos fuertemente deformados en los que los parámetros del potencial obtenido varían dependiendo del acoplamiento a estados colectivos. No obstante, un estudio detallado de las discrepancias con la "normalidad" puede ser de utilidad para comprender el proceso físico que se esté llevando a cabo.

#### 2.4.) POTENCIAL OPTICO TEORICO PARA IONES PESADOS.

Se han hecho varias derivaciones de potenciales de interacción para iones pesados a partir de bases no solamente fenomenológicas. Citamos a manera de ejemplo el de Brueckner<sup>15)</sup> de tipo molecular, el cual consta de una parte atractiva y de una parte repulsiva, de utilidad para el estudio de la hipótesis de posibles estados moleculares entre iones pesados.

Recientemente se ha derivado un formalismo para la descripción de colisiones elásticas entre núcleos complejos.<sup>16)</sup> Obtienen una expresión explícita para el operador de interacción efectiva entre dos núcleos complejos. A "grosso modo" el desarrollo que siguen es el siguiente: Suponen una colisión  $A_1(A_2, A'_2)A'_1$

El hamiltoniano del sistema (proyctil A2 más blanco A1) consisten-  
tes de A nucleones, en términos de interacciones de dos cuerpos y  
definido en el sistema centro de masa es:

$$H = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m_i} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^A \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^A v_{lj}(|r_i - r_j|) \quad \text{II. 52}$$

donde  $\mathcal{V}_{ij}(|r_i - r_j|)$  es el potencial de interacción entre nucleones individuales. Los canales de dos cuerpos se denotan por una letra griega  $K = \{\eta_{A1}, \eta_{A2}\}$  donde  $\eta_{A1}$  y  $\eta_{A2}$  son dos conjuntos de números cuánticos que definen un canal. Para el canal de entrada o elástico se usa la letra  $\alpha$  y en ese caso  $\eta_{A1} = \eta_{A2}$ . La función de onda del sistema completo satisface la ecuación de Schrodinger:

$$H\Psi = E\Psi \quad \text{II.53}$$

Es conveniente escribir la función de onda  $\Psi$  como un producto de la función de onda del movimiento libre del centro de masa por la función de onda del sistema en el marco de referencia centro de masa:

$$\Psi^{(K)}(r_1, r_2, \dots, r_A) = e^{iK \cdot R} \Psi^{(0)}(r_1 - R, r_2 - R, \dots, r_A - R)$$

donde  $R$  es el vector de posición del centro de masa de todo el sistema.  $\Psi^{(0)}$  se puede obtener de la solución de  $\Psi$  de la ecuación II.53. La función de onda del sistema completo debe ser antisimetrizada debido a que los nucleones son fermiones. Se puede obtener formalmente una ecuación de Schrodinger efectiva que describa el movimiento relativo del proyectil y del blanco en el canal elástico desacoplando todos los canales no elásticos del canal elástico por medio de operadores de proyección.

El operador de proyección  $P$  actuando sobre la función de onda del sistema, sirve para seleccionar el canal elástico:

$$P = |\Psi_0\rangle\langle\Psi_0| \quad \text{II. 54}$$

Mientras que  $Q = 1 - P$  proyecta sobre el espacio que contiene las funciones de onda de los canales inelásticos. Dos propiedades de estos operadores son:

$$P \text{ y } Q \text{ son ortogonales:} \quad PQ = 0 \quad \text{II. 55}$$

$$\text{e idempotentes:} \quad P^2 = P$$

Obtienen una expresión explícita para el operador proyector  $P_\alpha$  como un operador integral de tal forma que  $P_\alpha \Psi$  contiene toda la información acerca de la dispersión elástica incluyendo constricciones dadas por el principio de Pauli.

$$\text{Luego, como} \quad P + Q = 1 \quad \text{II. 56}$$

la ecuación de Scrodinger II. 53 se puede escribir como:

$$H(P_\alpha + Q_\alpha)\Psi = E(P_\alpha + Q_\alpha)\Psi \quad \text{II. 57}$$

Operando nuevamente con  $P_\alpha$  y  $Q_\alpha$  y usando II.55

$$P_\alpha H P_\alpha \Psi + P_\alpha H Q_\alpha \Psi = E P_\alpha \Psi \quad \text{II.58}$$

$$Q_\alpha H P_\alpha \Psi + Q_\alpha H Q_\alpha \Psi = E Q_\alpha \Psi \quad \text{II.59}$$

Puesto que  $E$  conmuta con  $P_\alpha$  y  $Q_\alpha$ .

Estas ecuaciones se pueden escribir como:

$$(E - P_\alpha H P_\alpha)(P_\alpha \Psi) = P_\alpha H Q_\alpha (Q_\alpha \Psi) \quad \text{II.60}$$

y

$$(E - Q_\alpha H Q_\alpha)(Q_\alpha \Psi) = Q_\alpha H P_\alpha (P_\alpha \Psi) \quad \text{II.61}$$

la última de las cuales puede resolverse para obtener:

$$Q_\alpha \Psi = (E - Q_\alpha H Q_\alpha)^{-1} Q_\alpha H P_\alpha \Psi \quad \text{II.62}$$

y al substituirse en II.58 permite derivar una ecuación de -----

Schrodinger efectiva para la función  $P_\alpha \Psi$  :

$$[E - P_\alpha H P_\alpha - P_\alpha H Q_\alpha (E - Q_\alpha H Q_\alpha)^{-1} Q_\alpha H P_\alpha](P_\alpha \Psi) = 0 \quad \text{II.63}$$

cuyo hamiltoniano efectivo es:

$$\mathcal{H} = P_\alpha H P_\alpha - P_\alpha H Q_\alpha (E - Q_\alpha H Q_\alpha)^{-1} Q_\alpha H P_\alpha \quad \text{II.64}$$

De esta forma se obtiene un operador de interacción efectiva que permite escribir la amplitud de dispersión elástica en detalle incluyendo las resonancias estrechas de núcleo compuesto. Dicho --

operador de interacción efectiva no es igual al operador del potencial del Modelo Optico.

Por definición el potencial óptico debe reproducir la amplitud elástica promediada sobre la energía, de tal forma que la sección transversal elástica calculada con este potencial concuerde con el promedio sobre la energía de las secciones medidas satisfaciéndose la condición de Weisskopf (11.31). Se hace una substitución apropiada del operador de interacción efectiva por un potencial de modelo óptico al cual se le pide que dé el mismo comportamiento -- asintótico de la función de onda. Dicha expresión teórica para el potencial óptico tiene la ventaja de incluir requerimientos de antisimetrización y efectos de retroceso. A diferencia del enfoque fenomenológico en donde se postula el potencial óptico, obtienen un potencial a partir de principios fundamentales el cual al substituirlo en la ecuación de Schrodinger II.1 permite, en principio, resolver el problema de dispersión.

## CAPITULO III.

### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

#### 1) INTRODUCCION

Para la obtención de los datos que se analizan en esta tesis se utilizaron las instalaciones del ciclotrón de enfoque por sectores de 88" del Lawrence Berkeley Laboratory de la Universidad de California, U.S.A.

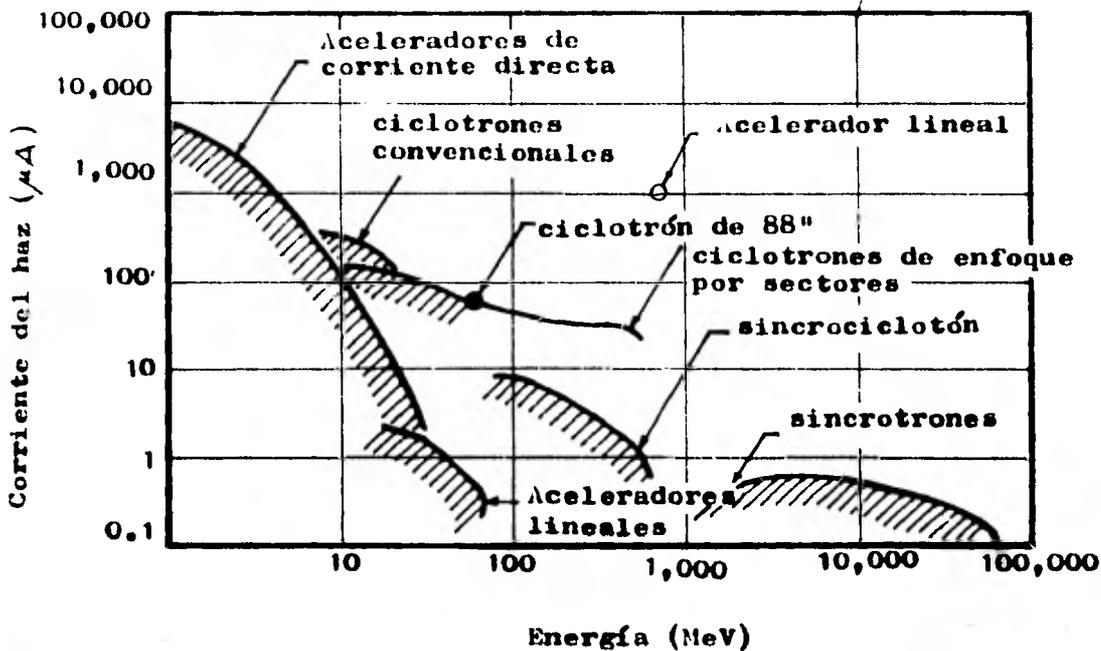
En este capítulo se describen las técnicas empleadas así como algunos rasgos importantes del procesamiento de datos y de la instrumentación en general. Primero se discuten los principios de funcionamiento de los ciclotrones del tipo de enfoque por sectores y en particular del ciclotrón de 88". Se comparan sus características de energía e intensidad con las de otros aceleradores. Luego se hace una descripción del área experimental haciendo énfasis en la cámara de blancos. Se habla de los blancos y los métodos usados para determinar sus groesos. También se mencionan las características del sistema de detección utilizado así como los principios de identificación de partículas, de la electrónica utilizada para la adquisición de datos así como su procesamiento posterior y por último, mencionamos las fórmulas usadas para calcular las secciones transversales diferenciales.

#### 2) CICLOTRON

El ciclotrón de 88" de Berkeley es del tipo de energía variable AVF (azimuthally varying field) de enfoque por sectores que combina las ventajas de las altas intensidades de los ciclotrones -

convencionales con las altas energías de los sincrociclotrones. En la gráfica III.1 se ubica al ciclotrón de 88" en relación a otro tipo de aceleradores existentes en cuanto a corriente del haz y --  
 17)  
 energía para el caso de protones. Su característica principal --  
 es la versatilidad ya que puede acelerar diferentes partículas en  
 17,18)  
 un amplio intervalo de energías. La tabla III.1 muestra los principales parámetros del ciclotrón.

El origen de este tipo de ciclotrones se remonta al año --  
 19)  
 de 1938 en el cual L.H. Thomas propuso un método para obtener una mayor intensidad en altas energías, mediante el uso de sectores de acero radiales alternados en las caras de los polos magnéticos con objeto de proveer estabilidad vertical. Alternando regiones de campos fuertes (crestas) y débiles (valles) se produce una órbita no circular. Las partículas se mueven por dentro y por --  
 fuera de la órbita circular que se tendría con el campo promedio y entran, y salen, de una cresta a un cierto ángulo respecto a la normal. El radio de las partículas es más pequeño en las cimas --  
 y mayor en los valles como se muestra en la figura III.1. Thomas demostró que las pequeñas componentes radiales de la velocidad --  
 hacia adentro y hacia afuera en las fronteras entre crestas y valles al interaccionar con las líneas de campo producen una fuerza de enfoque hacia el plano medio (figura III.2). Este tipo de enfoque vertical es independiente del campo magnético promedio.



Gráfica III.1

Corriente del haz y energía del ciclotrón de 88" comparado con otro tipo de aceleradores de protones.

Diseño y construcción	1958 - 1962
Peso del imán (toneladas)	290
Potencia del imán principal (kw)	456
Diámetro del polo (pulg.)	88
Máximo radio de la órbita (pulg.)	39
Máximo campo promedio (kG)	17
Distancia entre polos cresta a cresta (pulg.)	7.5
Número de sectores espirales	3
Altura de los sectores (pulg.)	2.15
Máximo ángulo espiral(°)	55
Frecuencia del oscilador (MHZ)	5.5 - 16.5
Máxima energía para protones (MeV)	60
Máxima energía, ión de carga q masa A > 3 (MeV)	<u>140 q2</u> A

Tabla III.1. - Parámetros del ciclotrón de 88"

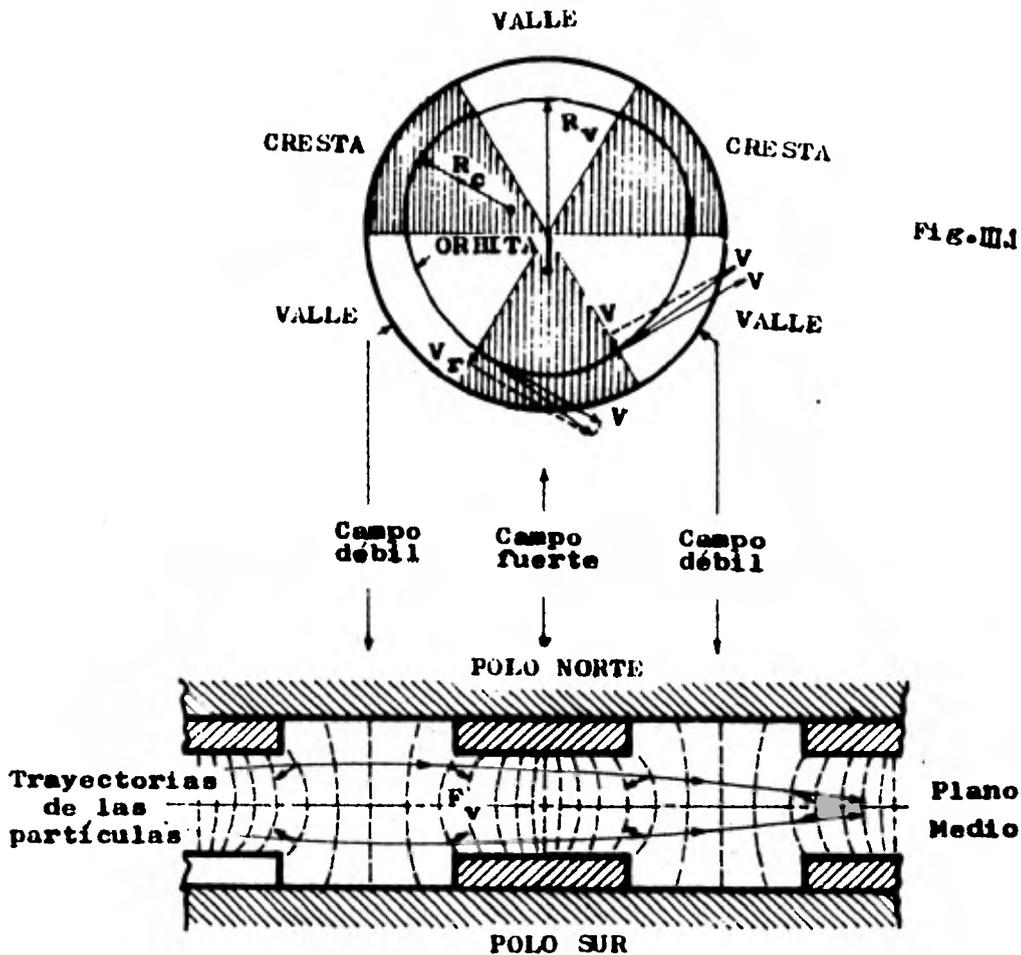


Fig. III.1.

Fig. III.2

Fig. III.1

Vista de un imán de un ciclotrón de Thomas mostrando los sectores y los radios de las órbitas de las partículas en una cresta ( $R_c$ ) y en un valle ( $R_v$ ).

Fig. III.2

Vista transversal de un imán de un ciclotrón de Thomas de tres sectores, mostrando la fuerza vertical  $F_v$  que se origina por las componentes de la velocidad de la partícula  $V_r$  junto con la forma de las líneas del campo magnético.

La condición de resonancia para una partícula acelerada por un ciclotrón es:

$$f = \frac{q \bar{B}}{2 \pi m} \quad \text{III.1}$$

en donde  $f$  es la frecuencia de revolución de una partícula de masa  $m$  y carga  $q$  en un campo magnético promedio  $\bar{B}$ . Se observa que la frecuencia de revolución es proporcional al campo promedio. Esta frecuencia se puede mantener constante incrementando el campo en la misma proporción que el incremento de la masa de la partícula debido a efectos relativistas. En el caso del ciclotrón de 88 pulgadas de Berkeley, esto se logra usando 17 bobinas para darle la forma adecuada al campo magnético. Este incremento en el campo magnético promedio causará un efecto de desenfoque vertical del haz, sin embargo se puede lograr un enfoque por sectores suficiente para contrarrestarlo y lograr un enfoque neto. Estudios hechos por la MURA<sup>17)</sup> (Midwest Universities Research Association) demostraron que se podía obtener mayor enfoque vertical haciendo uso de sectores espirales. En la figura III.3 se muestra la forma en la que están dispuestos los sectores espirales del ciclotrón de 88". El ángulo espiral (ángulo entre una tangente a la espiral y un radio en el punto de tangencia) se incrementa con el radio a un máximo de 55° para compensar el efecto de desenfoque axial creciente debido al campo magnético creciente necesario para compensar el aumento de la masa relativista.

Para poder acelerar una partícula cargada de cierta masa debe satisfacerse la condición de resonancia (ec. III.1). El intervalo de frecuencias del oscilador así como el del campo magnético disponible determinan las energías a las cuales las diferentes partículas pueden ser aceleradas como se muestra en la gráfica III.2. Hay que hacer notar que en el caso de protones la máxima energía está limitada por la máxima frecuencia disponible, mientras que para partículas más masivas el campo magnético máximo es el responsable del límite superior de energía. Para estas partículas la máxima energía está dada por:

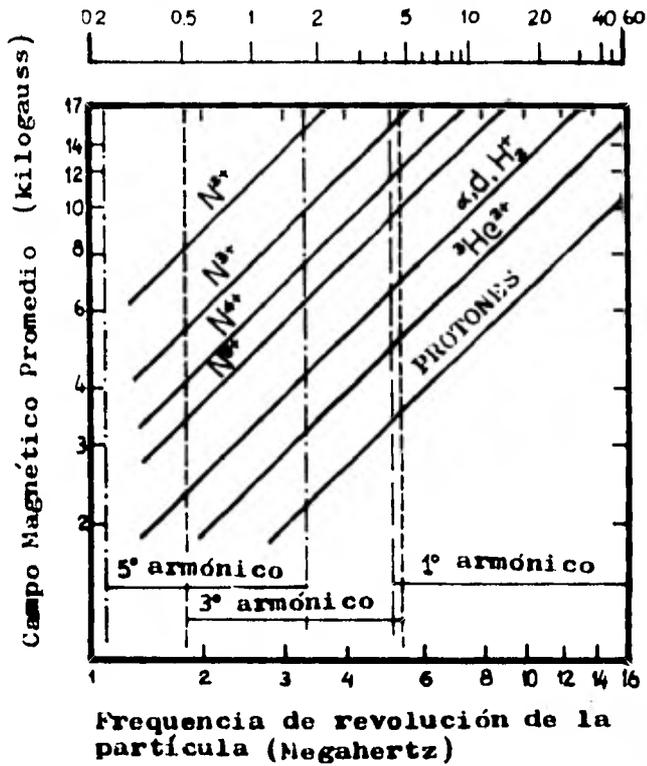
$$E_{\text{MAX}} = 140 \frac{q^2}{A} \text{ MeV} \quad \text{III.2}$$

donde  $q$  y  $A$  son la carga de la partícula en unidades electrónicas y su masa en unidades de masa atómica, respectivamente.

En la gráfica III.2 se puede observar que para iones  $^{14}\text{N}^{2+}$  el campo magnético no puede elevarse a un valor tal que satisfaga la condición de resonancia aun para la frecuencia más baja disponible del oscilador. Sin embargo partículas como éstas pueden ser aceleradas usando una frecuencia del oscilador que sea un armónico de la frecuencia requerida por la condición de resonancia

III.1

Los iones que van a ser acelerados son producidos mediante colisiones de electrones con los átomos de un gas que contiene el elemento deseado, en una fuente de iones que se encuentra en el



Graf. III. 2 Se muestran las condiciones de resonancia en el ciclotron de 88" de Berkeley para algunas partículas.

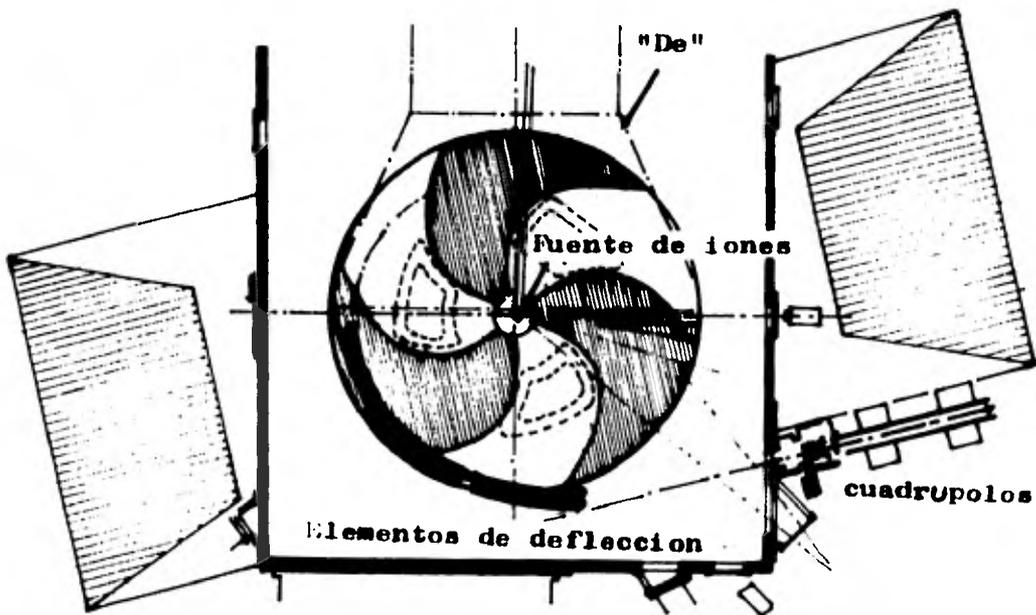


FIG. III. 3 Se muestra la region de aceleración, la forma como estan dispuestos los sectores y parte de la linea externa.

centro del imán del ciclotrón. Posteriormente se extrae el haz hacia la zona de aceleración mediante un electrodo en la fase apropiada del potencial de la "de" (ver figura III.3).

### 3) OPTICA DE IONES

Cuando el haz llega al máximo radio (39") entra en un canal deflector de 1/4" de ancho en el cual mediante un campo eléctrico se logra enviar al haz hacia una línea externa. El haz pasa posteriormente por unas rejillas colimadoras, por un doblete de lentes de cuadrupolos y luego por un imán selector que lo envía a las distintas áreas experimentales o "cuevas" (ver figura III.4). Este imán tiene varias salidas a ángulos fijos. Cuando una partícula cargada con energía cinética T (MeV) tiene una velocidad perpendicular a un campo magnético B, se mueve en una trayectoria circular de radio  $\rho$  en la que:

$$B \rho \sim \left( \frac{MT}{Z^2} \right)^{1/2} \quad \text{III. 3}$$

donde M es la masa, Z es la carga neta de la partícula, y el producto  $B \rho$  es la rigidez magnética.

Por lo tanto si un ión se mueve a través de un campo magnético conocido en una trayectoria de radio de curvatura  $\rho$  conocido, se puede determinar su energía.

Antes de llegar a la "cueva 4A" donde se realizó el experimento, el haz pasa por un par de imanes deflectores cuya función es analizar el haz en energía. El haz externo del ciclotrón -

de 88" es un haz pulsado de muy alta intensidad (hasta 200  $\mu$  A para protones de baja energía) La dispersión en energía del haz es de aproximadamente 0.3% (sin analizar). Al analizar el haz se puede lograr una dispersión en energía del orden de 0.05% con intensidades entre 10 y 100 nA.

El sistema de transporte consistente en la línea externa, imanes deflectores, colimadores y elementos de enfoque como cuadrupolos magnéticos permiten llevar al haz al área experimental requerida conservando las características adecuadas en cuanto a dispersión en energía, intensidad, etc.

El laboratorio del ciclotrón de 88" tiene cinco áreas experimentales o "cuevas" (figura III.4), un cuarto de control y un área central de conteo donde se encuentra la electrónica requerida así como con dos computadoras para la adquisición y análisis de datos. El ciclotrón, así como las cuevas, están rodeados de gruesos bloques de concreto (hasta 10 pies de ancho) que reducen el nivel de radiación a un valor seguro fuera de las paredes al estar corriendo un experimento.

#### 4) DESCRIPCION DEL AREA EXPERIMENTAL.

##### 4.1) CONTROL DEL HAZ.

En la figura III.5 se muestra el arreglo experimental de la cámara de blancos de 36 pulgadas de diámetro de la "cueva 4 A".

El haz de partículas provenientes del acelerador entra a la cámara de blancos incidiendo sobre un blanco delgado; la mayor parte del haz lo atraviesa incidiendo posteriormente en una caja -

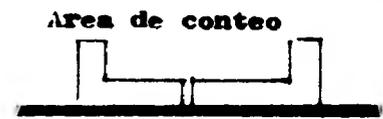
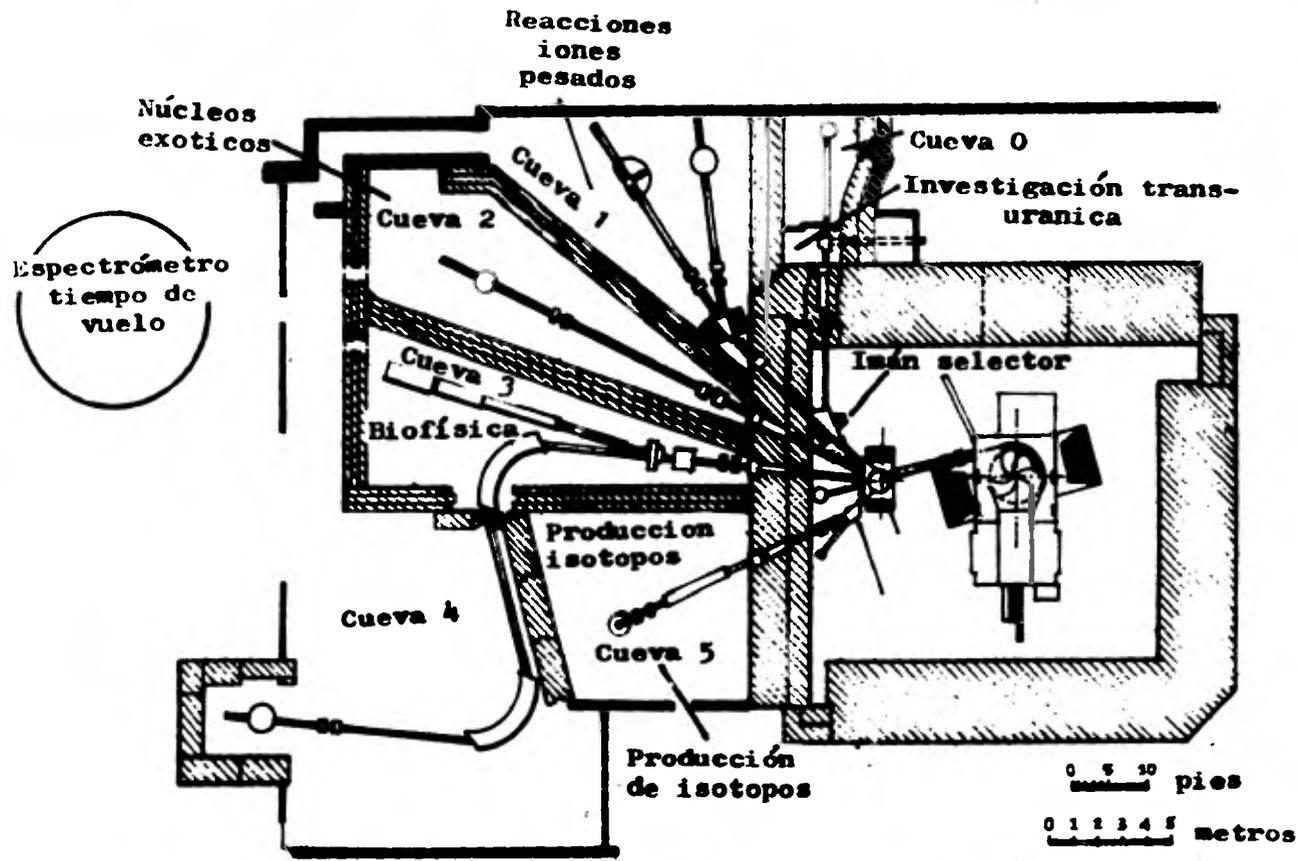


Fig. III.4 Disposición del laboratorio del ciclotrón de 88" con las distintas áreas experimentales o "Cuevas" así como las áreas de conteo y control.

de Faraday que se encuentra en la parte posterior de la cámara - donde se mide la intensidad del haz, y se integra en el tiempo obteniendo la carga total. La caja de Faraday consiste de dos piezas metálicas en forma de L (ver figura III.5.b) conectadas cada una a un condensador el cual al descargarse produce un pulso de amplitud constante. Estos pulsos son sumados y un contador en el área central de conteo los registra. Por otro lado la señal de cada "L" entra a un amplificador diferencial el cual da una señal que permite saber si el haz se encuentra centrado.

#### 4.2) DETECTORES

Con el fin de obtener la información de energías, ángulos e identificación de partículas de la fracción del haz dispersado, se colocó en la cámara un sistema de detectores formando un "telescopio doble" y que consiste en un detector semiconductor delgado ( $\Delta E$ ) seguido de uno grueso (E) cuya posición era variable alrededor del blanco (ver figura III.5.a).

La rotación del sistema de detección se hacía mediante un servomecanismo, manejado localmente o desde el cuarto de control, el cual estaba conectado a un voltímetro digital con el objeto de -- determinar su posición. De manera análoga se podía controlar el movimiento vertical del soporte de los blancos para poder seleccionarlos.

Sobre la base fija de la cámara se colocaron dos detectores como monitores, equidistantes respecto al eje del haz sosteni-

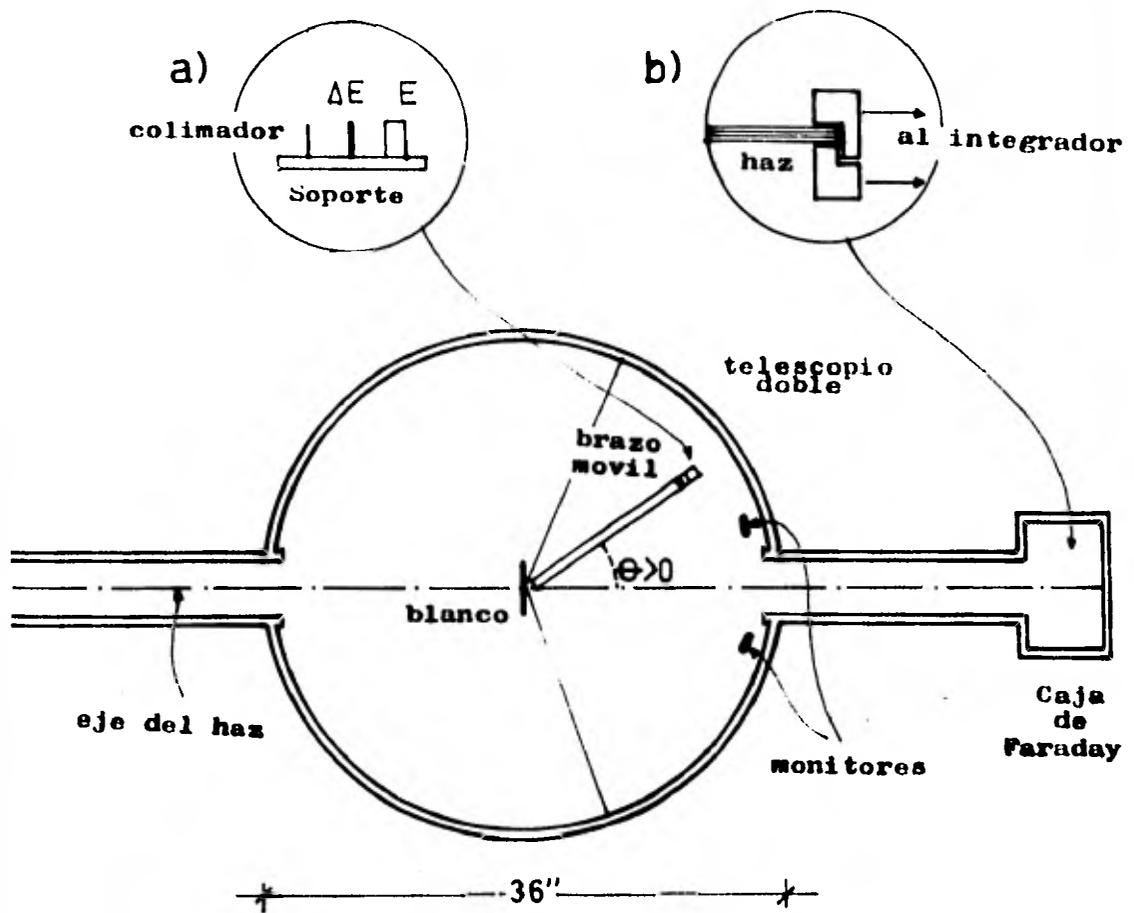


Fig. III.5

Esquema de la cámara de blancos utilizada.

dos por medio de imanes.

Frente al sistema de detección se colocó un colimador rectangular de área  $\sim 10 \text{ mm}^2$ , a una distancia de 26 cm. del centro del soporte de los blancos y subtendiendo un ángulo sólido:

$$\Delta \Omega \sim .15 \text{ msr.} \quad \text{a partir del centro del blanco.}$$

Se alineó el colimador y las posiciones de los blancos con el eje del haz determinándose el ángulo  $0^\circ$  con la ayuda de un teodolito y marcas hechas sobre la estructura del área experimental para tal efecto, teniéndose que desmontar una sección de la línea. Se hizo la calibración del sistema de rotación de detectores y se corrió un programa para calcular las lecturas correspondientes a cada ángulo con un paso de  $0.1^\circ$ .

Dentro del área experimental a un lado de la cámara de blancos se encontraban los preamplificadores, de cuya función hablaremos más adelante. Las señales de los detectores pasaban a los preamplificadores para ser enviados al área central de conteo mediante un cableado coaxial subterráneo.

En el área experimental se encontraba una consola de control del sistema de vacío que permitía manejar la bomba mecánica y de difusión así como medir el vacío logrado. El mejor vacío obtenido fue de  $4 \times 10^{-6} \text{ mm-Hg.}$

##### 5) BLANCOS.

Se utilizaron blancos sólidos autosoportados de  $^{197}\text{Au}$  y  $^{12}\text{C}$  preparados por técnicas de evaporación al vacío, colocándo-

dolos sobre un soporte vertical de aluminio en el centro de la cámara. Se colocó también un cuarzo con fines de enfoque del haz, ya que al incidir éste sobre el cuarzo se produce un centelleo que se observa mediante una cámara de televisión que se halla junto a la cámara.

El depósito de núcleos contaminantes en los blancos durante su preparación es inevitable e introduce incertidumbre en el análisis de los datos. En el caso del canal de los elásticos este problema es importante para ángulos ( $\theta$ ) pequeños (ver sección III.10). Esta contaminación puede deberse a partículas remanentes de la preparación de algún blanco anterior o a un manejo inadecuado del blanco.

Para determinar el grueso (en  $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) de los blancos se usaron dos métodos independientes:

- 1) Se midió el grueso pesando en una microbalanza de precisión una porción del blanco de área conocida ( $1\text{ cm}^2$ ) extraída de éste con un sacabocados diseñado para tal efecto.
- 2) El otro método utilizado fue mediante la determinación de la pérdida de energía de partículas alfa al atravesar los blancos. Se colocó una fuente radiactiva de  $\text{Po}^{212}$  produciendo partículas  $\alpha$  de 6.06 y 8.78 MeV, frente al blanco de interés. Atrás de éste se colocó un detector de estado sólido para obtener el espectro correspondiente (ver fig. III.6). Se obtuvieron los espectros en un analizador multicanal con el blanco y sin él, de tal forma que ade

más de calibrar el multicanal, se determinó el corrimiento en la energía de las partículas alfa después de atravesar el blanco (ver fig. III.7). Usando tablas de alcance-energía<sup>20)</sup> se determinaron los gruesos de los blancos.

Fig. III.6

Esquema del dispositivo experimental para determinar los grosores de los blancos.

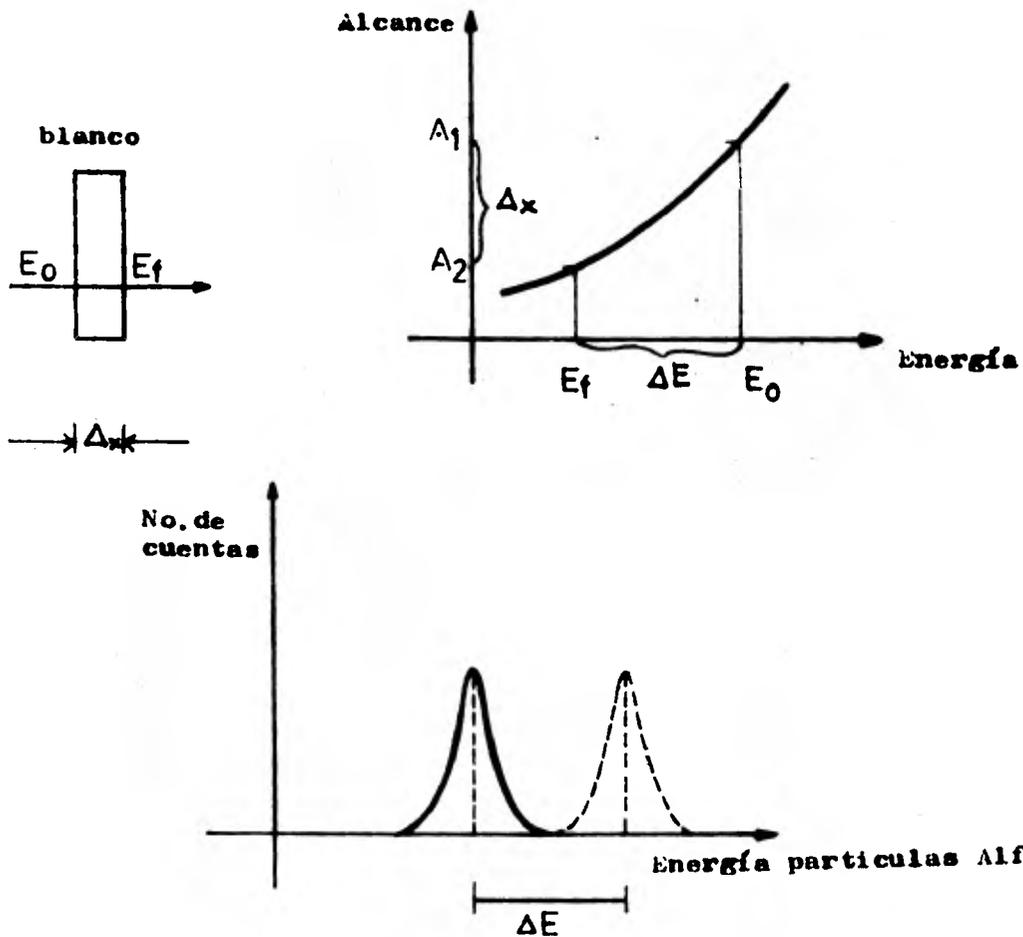
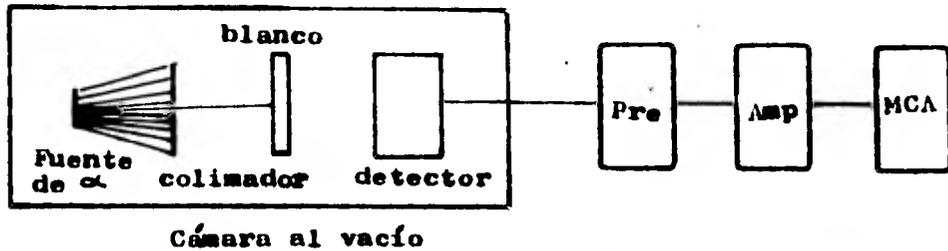


Fig. III.7

Representación esquemática del segundo método utilizado para medir los blancos. El intervalo  $\Delta E$  está medido entre los centroides de los picos.

## 6) DETECCION E IDENTIFICACION DE PARTICULAS

### 6.1) DETECCION.

Los iones pesados, debido a su mayor masa en relación a la del electrón, viajan a través de la materia prácticamente en línea recta. Al chocar un ión del haz con un electrón de un átomo, una pequeña parte de su energía cinética es transmitida al electrón y la velocidad de la partícula decrece ligeramente. Debido a esto los iones pesados se mueven prácticamente en líneas rectas, pierden energía en un número grande de pequeños pasos y tienen alcances definidos. El alcance de partículas cargadas de una determinada energía es una cantidad característica tanto de su carga y masa como del medio que las frena. Para el caso de iones pesados existen publicadas tablas de alcance y pérdida de energía como función de la energía.<sup>20)</sup>

Los detectores utilizados en el sistema de detección eran de silicio, circulares del tipo de barrera superficial. En estos sistemas un ión pesado que atraviesa el volumen efectivo del detector produce pares electrón-hoyo, los cuales son colectados con la ayuda de un campo eléctrico generándose una señal eléctrica que es una medida directa de la energía depositada por la partícula en el detector.

### 6.2) IDENTIFICACION.

Dada una reacción nuclear  $X(a,b)Y$  donde "a" es la partícula incidente, "X" es el blanco, "b" es la partícula saliente

y "Y" es el núcleo residual, nos interesa identificar b, determinando su número atómico Z y su número másico A. Para poder determinar Z, A y la energía E de la partícula se requiere de la medición de tres cantidades independientes.

Existen varios métodos que dan información para identificar las partículas como son la determinación de tiempo de vuelo, desviación en un campo magnético, detectores de trazas, etc.<sup>21)</sup>

El método que utilizamos para identificar las partículas se basa en la pérdida de energía de una partícula en un sistema de detección tipo "telescopio". Dicho sistema consiste, como hemos visto, de dos detectores: uno delgado (de transmisión) que permite que la partícula cargada lo atraviese depositando una cantidad de energía  $\Delta E$ , y otro grueso que detiene a la partícula recibiendo el resto de la energía E.

Dados E y  $\Delta E$  existen dos métodos comunes para identificar las partículas:

1) El método desarrollado en Yale<sup>22)</sup> por Sachs, Chasma y Bromley está basado en la fórmula no relativista de Bethe-Bloch para el poder de frenado:  $S = - dE/dx$ :

$$- \frac{dE}{dx} = A q_{ef}^2 \left( \frac{M}{E} \right) \ln B \frac{E}{M} \quad \text{III. 4}$$

donde A y B son constantes que dependen del medio absorbedor,  $q_{ef}$  es la carga efectiva de la partícula y M su masa.

Si un detector de grueso  $\Delta x$  absorbe una muy pequeña fracción de la energía produciendo una señal proporcional a la pérdida  $\Delta E$ , y un segundo detector absorbe la energía restante produciendo una señal E, entonces:

$$E \Delta E \propto \Delta x (M q_{ef}^2) \ln\left(\frac{BE}{M}\right) \quad \text{III. 5}$$

Despreciando la lenta variación del logaritmo con la energía:

$$E \Delta E \propto M q_{ef}^2 \Delta x \quad \text{III. 6}$$

Para  $\Delta E$  mayores y sobre un intervalo de energía más amplio  
23)

Stokes et al, introdujeron una aproximación a la fórmula de --

Bethe-Bloch:

$$(E + K \Delta E + E_0) \Delta E \propto M q_{ef}^2 \Delta x \quad \text{III. 7}$$

donde  $E_0$  y K son parámetros ajustados experimentalmente para lograr que la señal de identificación se mantenga constante como función de la energía.

21, 24, 25)

El segundo método, que fué el usado en el experimento, tiene la ventaja de sólo requerir el ajuste experimental de un

parámetro.

Para un cierto ión y sobre un intervalo limitado de energías las curvas de poder de frenado pueden ser representadas por la relación.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E^n q_{ef}^2}{M^n} \quad \text{III.8}$$

El alcance de un ión entrando a un medio con energía  $E$  puede ser calculado integrando:

$$A = \int_{E_1}^E \left(\frac{dx}{dE}\right) dE + A_1 \quad \text{III.9}$$

donde  $E_1$  representa la energía a la cual la relación III.8 ya no se cumple y  $A_1$  es el alcance remanente a la energía  $E_1$ . Para partículas con energías grandes  $A_1 \ll A$  y  $E_1 \ll E$ .

Despreciando estos términos tenemos que

$$A \propto \frac{E^{1-n}}{q_{ef}^2 M^{-n}} \quad \text{III.10}$$

Usando un índice  $b = 1 - n$  independiente de cada ión -- así como una constante  $K$

$$A = \frac{K E^b}{q_{ef}^2 M^{b-1}} \quad \text{III.11}$$

Si un ión deposita una energía  $\Delta E$  en el primer detector - de grueso  $\Delta X$  de un sistema "telescopio" y después se detiene en el segundo detector depositando una energía  $E$ , es claro que el alcance de una partícula con energía  $E + \Delta E$  es  $\Delta X$  -- mayor que el alcance de la misma partícula con energía  $E$ :

$$A_{(E+\Delta E)} - A_{(E)} = \Delta X \quad \text{III.12}$$

De la ec. II.11:

$$\frac{K(E+\Delta E)^b}{q_{ef}^2 M^{b-1}} - \frac{K E^b}{q_{ef}^2 M^{b-1}} = \Delta X \quad \text{III.13}$$

De donde:

$$\frac{M^{b-1} q_{ef}^2 \Delta X}{K} = [(E+\Delta E)^b - E^b] \quad \text{III.14}$$

$$P. I. = [(E+\Delta E)^b - E^b] \quad \text{III.15}$$

que llamaremos P.I. (particle identifier).

El lado izquierdo es proporcional a  $M^{b-1} q_{ef}^2$  característico de la partícula. El grueso  $\Delta x$  es conocido mientras que  $E$  y  $\Delta E$  se determinan midiendo la amplitud de las señales de los detectores. La ventaja de este método es que no hay limitaciones en cuanto a la fracción de energía incidente depositada en el detector  $\Delta E$ . En la figura III.8 se muestra un espectro de P.I. en el cual se observan los grupos correspondientes a las diferentes partículas desde el oxígeno hasta el litio permitiendo mediante el uso de ventanas obtener el espectro deseado.

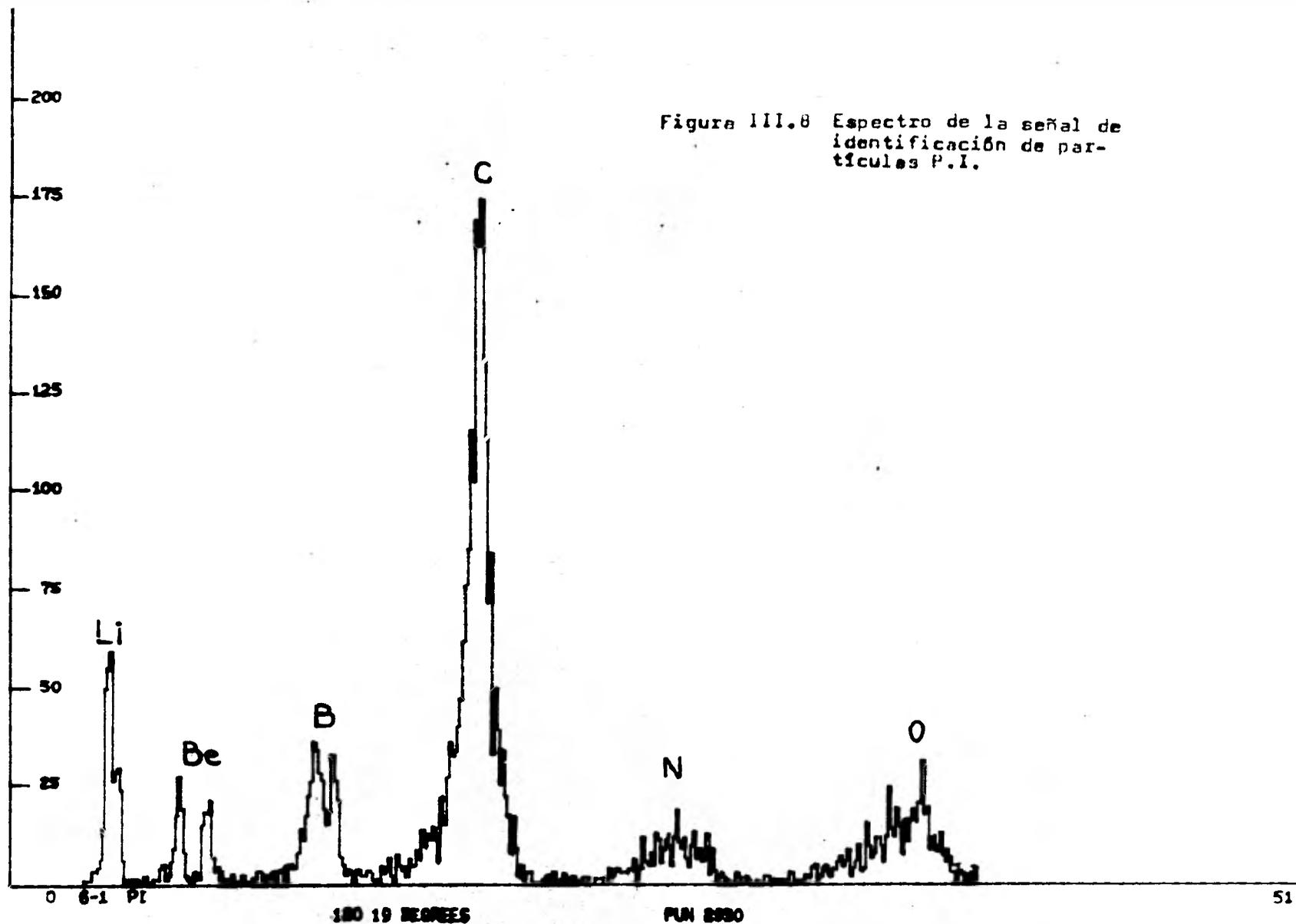


Figura III.8 Espectro de la señal de identificación de partículas P.I.

7) ELECTRONICA

La electrónica utilizada tenía dos objetivos principales:

- 1) Obtener la energía total de las partículas.
- 2) Obtener una función característica de la partícula en cuestión - que nos permitiera identificarla (P.I.).

Para el primer objetivo sumábamos las señales de los detectores  $\Delta E$  y E. Para el segundo formábamos la función -----  
 P.I. =  $(E + \Delta E)^b - E^b$  que, como hemos visto, identifica a la partícula. En nuestro caso los gruesos de los detectores, así como los voltajes de operación, eran:

Detector	Grueso	Voltaje de operación
$\Delta E$	89 $\mu m$	100 V
E	1 mm	200 V
Mon I	1 mm	200 V
Mon D	1 mm	200 V

donde  $\Delta E$  es el detector de transmisión del sistema tipo teler-copio, E es el detector grueso del mismo, y Mon I y Mon D son los monitores izquierdo y derecho respectivamente. Los gruesos en conjunto de los detectores  $\Delta E$  y E quedaron determinados por la energía máxima de las partículas más penetrantes que se deseaba detectar ( $^{16}O$  provenientes de la dispersión elástica).

Cada señal de los detectores consiste de un pulso corto de corriente, cuya duración está determinada por el tiempo de conc-ción de los portadores de carga en el detector. La señal de carga total es proporcional a la energía absorbida en el detector. Las -

señales llegan de manera aleatoria, estando su frecuencia promedio determinada por la intensidad del haz.

En la figura III.9 se muestra un esquema del circuito utilizado y a continuación se describen brevemente sus elementos. Como ya se dijo, nuestro sistema de detección utiliza un detector de transmisión  $\Delta E$  a través del cual pasan las partículas y un detector E que las detiene, generando pulsos que son recogidos -- por los preamplificadores que constituyen el primer elemento en la cadena de procesamiento de la señal. Los preamplificadores se encontraban cercanos a los detectores para evitar cargas capacitivas muy grandes que degradan la señal. El preamplificador da a la salida un pulso analógico que pasa al amplificador.

El amplificador constituye un elemento clave que tiene como función además de amplificar la señal, darle forma a los pulsos provenientes del preamplificador con objeto de evitar problemas de apilamiento de pulsos cuando el conteo es muy grande.

El analizador monocanal (SCA) es un convertidor lineal analógico que utiliza dos niveles de discriminación independientes. Produce un pulso lógico de salida sólo si el pulso lineal de entrada se encuentra entre los dos niveles. Es decir, selecciona una ventana en la cual la amplitud del pulso de entrada debe caer para producir un pulso de salida.

La "compuerta lineal" constituye una "puerta" de salida para pulsos lineales.

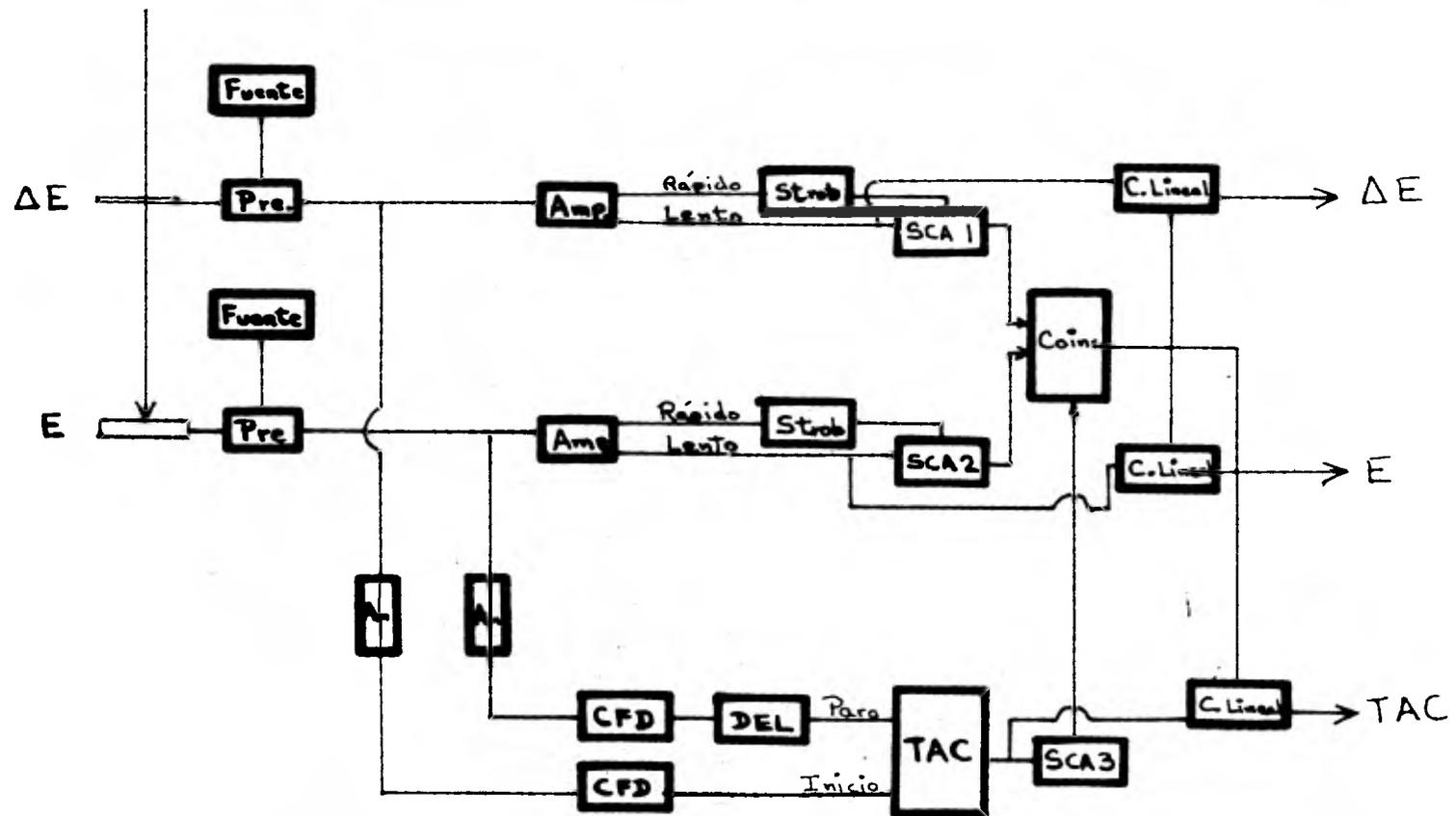


Figura III.9

Esquema del circuito utilizado.

Cuando la puerta está abierta pasan los pulsos sin cambio alguno, mientras que son bloqueados al cerrarse ésta. La puerta está controlada por la presencia o ausencia de un pulso lógico que certifica que el evento es "válido". El pulso certificador proviene del analizador de coincidencias.

La unidad de coincidencias produce un pulso lógico de salida si los pulsos a la entrada llegan con una diferencia de tiempo menor que el tiempo de resolución fijado.

Por otro lado, se utilizan discriminadores de fracción constante (CFD) para extraer información de tiempo de los detectores. La señal de entrada del CFD proviene del preamplificador a través de un amplificador rápido. El CFD "dispara" un pulso a una fracción constante de la amplitud de la señal de entrada, y produce una señal de tiempo independiente de la amplitud. Se produce un pulso bipolar, en donde el tiempo en que este pulso cruza al eje corresponde al tiempo en el que el pulso alcanza una fracción constante de la amplitud.

El convertidor de tiempos en amplitudes (TAC) produce un pulso de salida con una amplitud proporcional al intervalo de tiempo entre un pulso de inicio y otro de paro. El TAC, a diferencia de la unidad de coincidencias, debe recibir el pulso de inicio y el paro en ese orden dentro de cierto intervalo. En nuestro caso, la señal lineal a la salida del TAC es proporcional al tiempo que tardó en volar una partícula del detector  $\Delta E$  al  $E$  excepto por un corrimiento dado por el módulo de retraso (DEL).

El uso del TAC junto con la unidad de coincidencias permiten determinar los eventos válidos, es decir, permitirán el procesamiento de las señales del detector E y del  $\Delta E$  si estas corresponden a la señal dejada por la misma partícula atravesando  $\Delta E$  y deteniéndose en E.

Con objeto de determinar "tiempos muertos" debidos a fenómenos como el apilamiento de pulsos así como con fines de calibración, se aplicó a los preamplificadores la señal generada por la corriente integrada del haz al pasar por un escalador que cada vez que colectaba una unidad de carga disparaba el generador de pulsos de manera supuestamente aleatoria. De esta forma, una ineficiencia del sistema de colección de datos debida a tiempo muerto, afectaría igualmente a estos pulsos. Por lo tanto, el cociente entre el conteo directo de la corriente integrada del haz (en pulsos de una unidad de carga definida) y el número de pulsos acumulados a través del sistema es una estimación bastante precisa de esa ineficiencia.

Las señales se hicieron pasar por elementos de conversión analógico a digital (ADC) acoplados a una computadora (Mod Comp IV-25) para que en ella se formara la función de identificación de partículas así como la suma de las señales  $\Delta E$  y E.

Como equipo periférico se contaba con una pantalla de graficación ("Tektronix") en la cual se visualizaban los espectros durante el experimento y se podía detectar las fallas al momento,

El sistema contaba con programas que permitieron hacer un análisis de los datos en línea así como también fuera de línea para lo cual los datos se almacenaron en cinta magnética. Dichos programas permitían graficar los espectros y obtener el número de cuentas bajo el pico de interés sumando el conteo de cada canal en un intervalo determinado por cursores y determinando el centroide del pico. El sistema permitía seleccionar los espectros correspondientes a una sola partícula mediante el uso de "ventanas" alrededor de la señal de P.I de interés. Podía observarse dicho espectro en toda la pantalla o todos los espectros a la vez (ver figura III.10). Se utilizó también una impresora y graficadora (Versatec 1000 LPM) que permitió obtener fotocopias de las imágenes de la pantalla así como también información de utilidad como las posiciones de los centroides, el número de cuentas, etc.

### 8) SECCIONES TRANSVERSALES DIFERENCIALES.

Un aspecto muy importante de la física nuclear experimental es la determinación de las secciones transversales, permitiendo confrontar estos datos con los que predice la teoría.

La sección transversal diferencial está dada por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB} = \frac{n/t}{I \cdot \text{No. de part. del blanco por unidad de area} \cdot \Delta\Omega} \quad \text{III.16}$$

donde;  $n/t$  = número de eventos por unidad de tiempo

$I$  = intensidad del haz

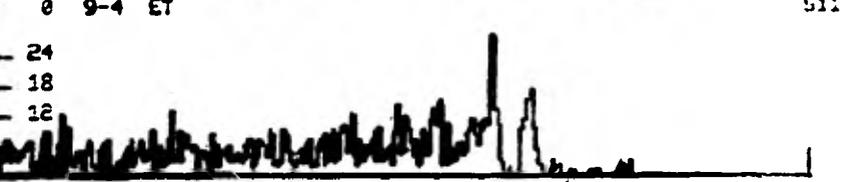
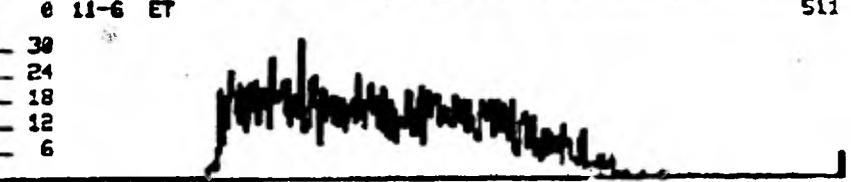
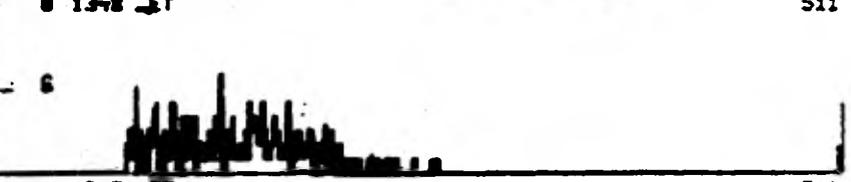
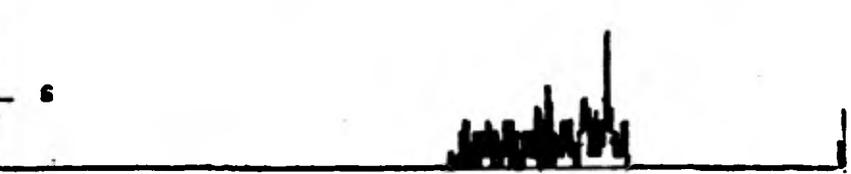
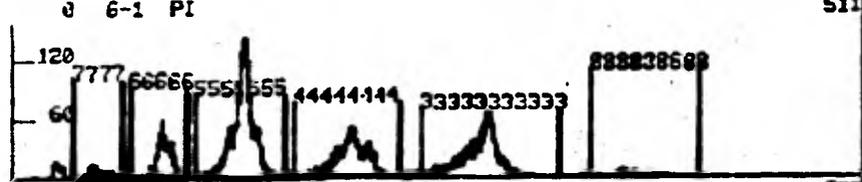
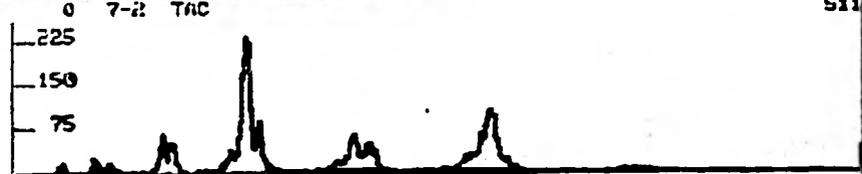
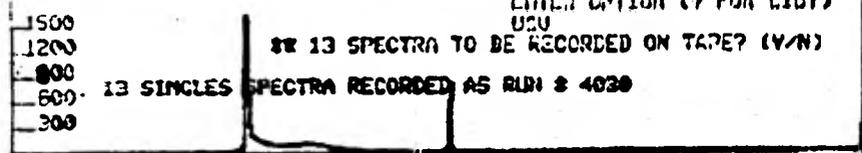
$\Delta\Omega$  = ángulo sólido del sistema de detección

ENTER OPTION (9 FOR LIGHT)  
UCU

13 SPECTRA TO BE RECORDED ON TAPE? (Y/N)

13 SINGLES SPECTRA RECORDED AS RUN 2 4030

Figura III.10 Muestra de los distintos espectros obtenidos.



150 13 DEGREES 218

1023 RUN 4350

Introduciendo unidades y reduciendo III.16 se puede reescribir como:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB} = 0.266 \frac{N \cdot A_b \cdot E_c \cdot T_m}{G_b \cdot Q_t \cdot \Delta\Omega} \quad \text{III.17}$$

donde:

- N = número de cuentas en el pico  
 A<sub>b</sub> = número atómico del blanco  
 E<sub>c</sub> = estado de carga del ión  
 T<sub>m</sub> = corrección de tiempo muerto  
 G<sub>b</sub> = grueso del blanco en  $\mu\text{g}/\text{cm}^2$   
 Q<sub>t</sub> = carga total integrada en la caja de Faraday en  $\mu\text{C}$   
 $\Delta\Omega$  = ángulo sólido del sistema de detección (en msr)

Las secciones diferenciales en el sistema de coordenadas centro de masa  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{C.M.}$  están dadas por:<sup>26)</sup>

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{C.M.} = J \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB} \quad \text{III.18}$$

donde J es:

$$J = \frac{(AC)^{1/2} (D/B - \text{Sen}^2 \theta)^{1/2}}{E_3 / E_T} \quad \text{III.19}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 E_3 &= E_T B \left[ \cos \theta + (C/A - \text{Sen}^2 \theta)^{1/2} \right]^2 \\
 E_T &= E_1 + Q \\
 R &= (M_1 + M_2) / (M_3 + M_4) \\
 A &= M_1 M_4 (E_1 / R E_T) \\
 B &= M_1 M_3 (E_1 / R E_T)
 \end{aligned}$$

$$C = \frac{M_2 M_3}{R} (1 + M_1 Q / M_2 E_T)$$

$$D = \frac{M_2 M_4}{R} (1 + M_1 Q / M_2 E_T)$$

- $M_1$  = Masa del proyectil  
 $M_2$  = Masa del blanco  
 $M_3$  = Masa de la partícula saliente  
 $M_4$  = Masa del núcleo residual  
 $\Theta$  = Angulo de observación relativo al eje del haz en el laboratorio

Como se dijo en la sección 7 gracias al uso de la función de identificación de partículas P.I. y mediante el uso de ventanas alrededor de los grupos de interés (espectro 5 fig. III.10) - se pudo obtener espectros de energía total  $E_t = \Delta E + E$  correspondientes a cada grupo de partículas. Los espectros en un multicanal consisten en histogramas en donde el número de canal es una medida de la energía y la altura indica el número de eventos a dicha energía. La figura III.11 muestra el espectro 8-3  $E_t$  de la figura III.10 correspondiente al oxígeno. En dicho espectro se encuentra el pico de los elásticos así como picos correspondientes a estados excitados del oxígeno y del carbono. El pico de los elásticos puede entonces ser integrado obteniendo el número de cuentas  $N$  correspondiente.

Si bien la función P.I. permitió aislar el oxígeno de otros elementos, no se aísla el  $^{16}\text{O}$  de otros isótopos del oxígeno. Ocu- rre por ejemplo, que los  $^{15}\text{O}$  de la reacción de transferencia de un neutrón  $^{12}\text{C} (^{16}\text{O}, ^{15}\text{O})^{13}\text{C}$  contribuyen al espectro de los oxí- genos. Sin embargo esto no afecta al grupo elástico ya que el valor  $Q$  de la reacción mencionada es  $-10.723 \text{ MeV}$  lo que hace que sus

26  
24  
22  
20  
18  
16  
14  
12  
10  
8  
6  
2

Elásticos →

Figura III.11.- Espectro 8-3 Et correspondiente al grupo de los óxigenos.

575 8-3 27 120 12 DESPES 213 PUN 4200 971

745.6  
125

763.4  
83

772.0  
91

793.8  
54

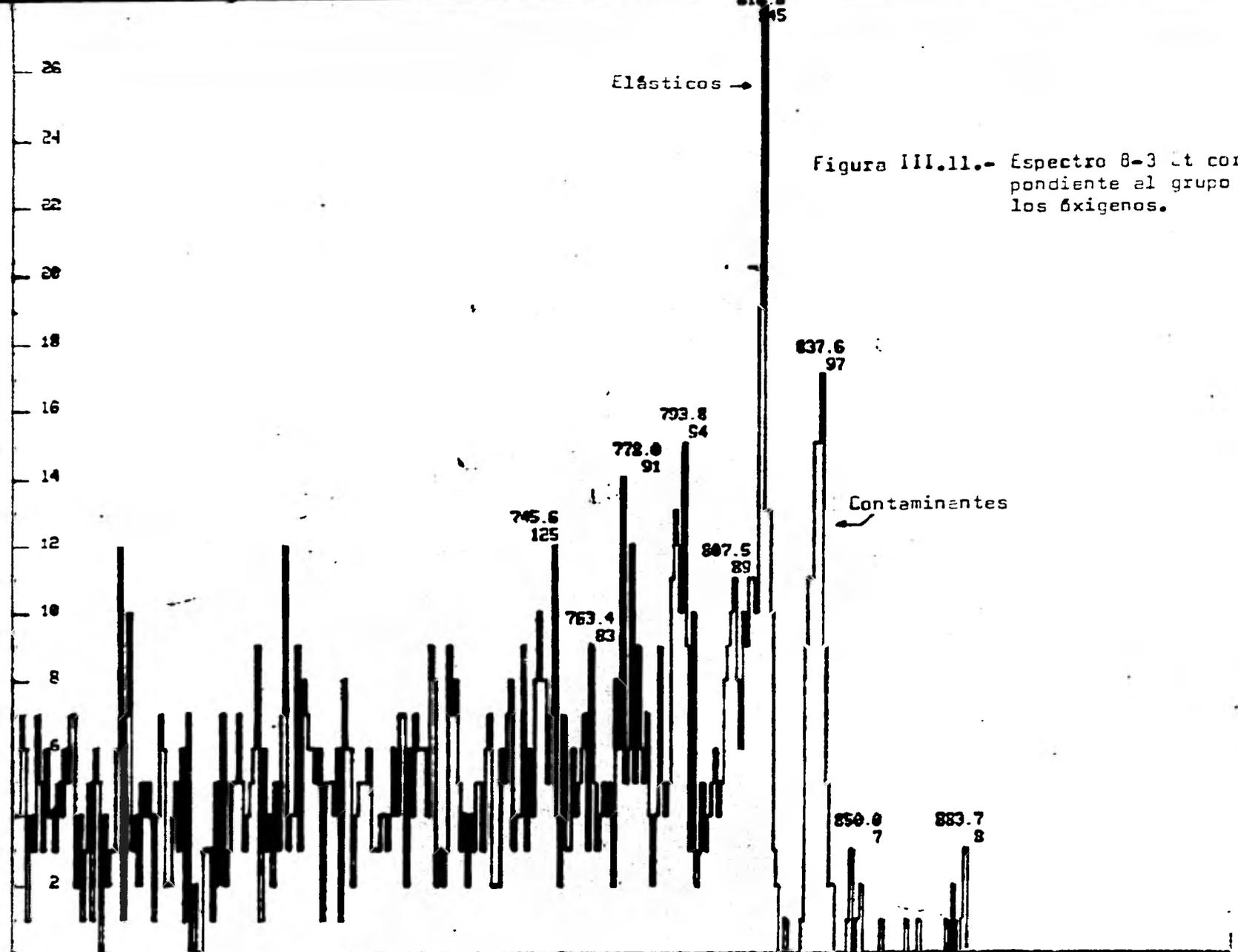
807.5  
29

837.6  
97

Contaminantes

850.0  
7

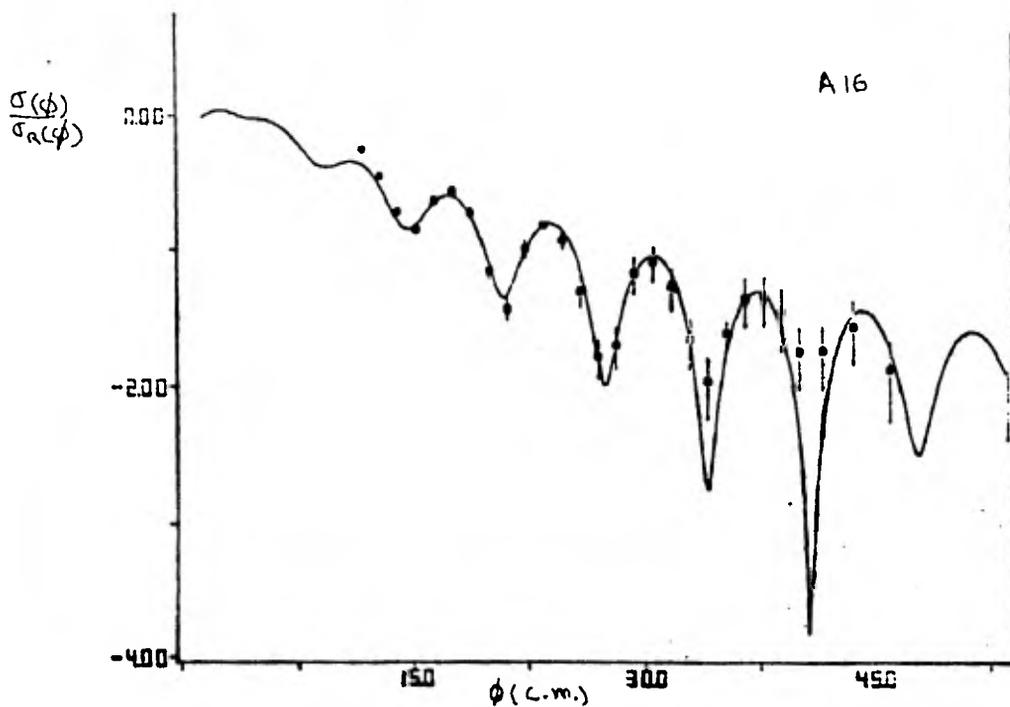
883.7  
8



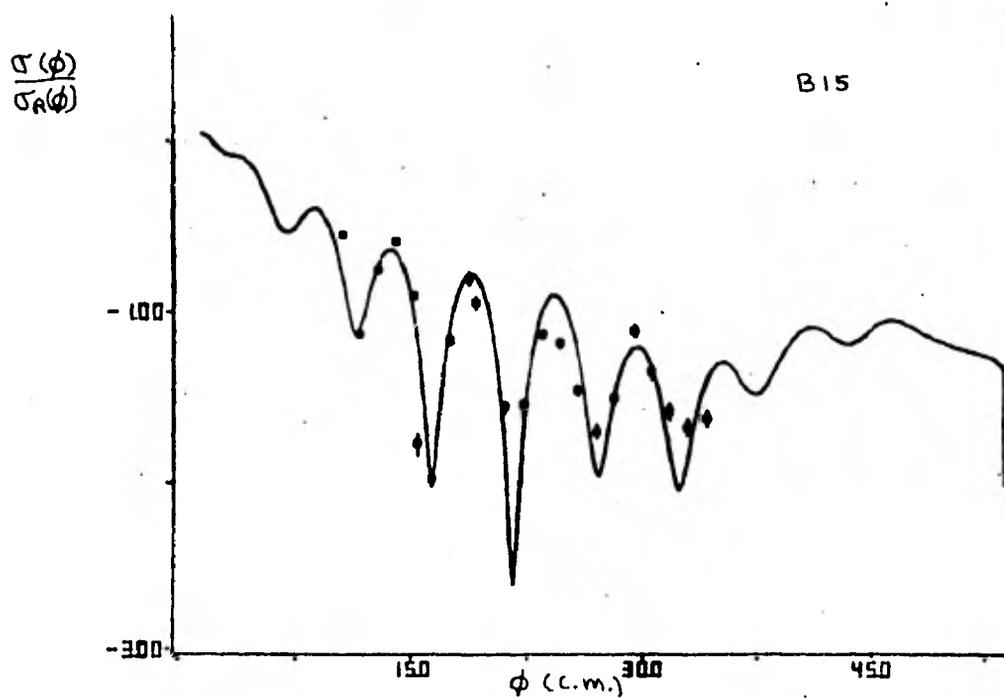
eventos estén muy separados en la energía y debido a la cinemática no se llegan a juntar en el intervalo de ángulos medido. Por otro lado, los primeros estados excitados del  $^{16}\text{O}$  (6.05 y 6.13 MeV) y del  $^{12}\text{C}$  (4.4 y 6.92 MeV) se encuentran bien separados del pico de los elásticos.

Hay, sin embargo, un problema y es la existencia de otros picos originados por el hecho de que los blancos no son totalmente puros existiendo contaminantes en ellos. En la sección se describe el análisis de contaminantes que se hizo.

En las gráficas III.3 y III.4 se muestran las distribuciones angulares de las secciones diferenciales obtenidas experimentalmente. Las líneas continuas corresponden a buenos ajustes de Modelo Óptico.



GRAFICA III.3.- Distribución angular para  $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},^{16}\text{O})^{12}\text{C}$  a 140 MeV. El potencial A16 (ver capítulo IV) genera la línea continua.



GRAFICA III.4.- Distribución angular para  $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},^{16}\text{O})^{12}\text{C}$  a 218 MeV. El potencial B15 genera la línea continua.

9) VALORES TÍPICOS DE LAS CANTIDADES QUE INTERVIENEN -  
EN EL CÁLCULO DE LAS SECCIONES DIFERENCIALES.

a) Los tiempos muertos en la electrónica varían en cada medición de sección teniendo valores típicos del orden de 5%.

b) El estado de carga de los iones de  $^{16}\text{O}$  al llegar a la caja de Faraday en nuestro caso era de 8 ya que al pasar por el blanco pierden los últimos electrones debido a colisiones atómicas (el estado de carga al salir de la fuente es + 4).

c) El valor del jacobiano (J) (ver tabla III.1 apéndice D) fue calculado para cada ángulo mediante un programa de cómputo de la cinemática de la reacción.

d) Los gruesos de los blancos fueron:

blanco	grueso
$^{197}\text{Au}$	$375 \pm 18 \mu\text{g/cm}$
$^{12}\text{C}$	$104 \pm 6 \mu\text{g/cm}$

e) La carga total integrada en la caja de Faraday ( $Q_t$ ) es del orden de las decenas de microcoulombs (ver tabla III.1 apéndice D).

f) El ángulo sólido se determinó normalizando las secciones experimentales obtenidas al bombardear  $^{197}\text{Au}$  y se hace la suposición que se tiene dispersión de Rutherford. Dicho valor fue:

$$\Delta\Omega = 0.93 \pm 0.02 \times 10^{-4} \text{ sr}$$

10) ANÁLISIS DE CONTAMINANTES.

En la fabricación de los blancos es posible que estos se -

contaminen además de que las sustancias utilizadas no sean 100% puras. La existencia de contaminantes puede dar contribuciones al pico de interés. Para evaluar esta contribución, se procede de la siguiente forma: mediante un programa de cómputo de la cinemática de la reacción se calcularon los valores de la energía de la partícula detectada para diferentes ángulos. De esta manera, graficando el ángulo en el sistema del laboratorio ( $\Theta$ ) contra el número de canal (proporcional a la energía) correspondiente y comparando dicha curva teórica con el comportamiento de los picos del espectro se puede, por un lado, asegurarse de que se está identificando correctamente el pico de los elásticos y por otro lado determinar el comportamiento de los contaminantes. Se detectó la presencia de contaminantes pesados (puesto que había picos cuyo número de canal era mayor y variaba muy poco con el ángulo). Conforme se observan ángulos cada vez más hacia adelante los picos correspondientes al contaminante tienden a integrarse al pico de los elásticos dando una contribución adicional. Para poder substrair el número de cuentas adicional del pico de los elásticos, se integran los picos del contaminante cuando están separados de los elásticos y suponiendo un comportamiento tipo Rutherford se extrapola hacia ángulos pequeños.

## 11) ERRORES EXPERIMENTALES RESOLUCION ANGULAR Y EN LA ENERGIA.

### 11.1) ERRORES EXPERIMENTALES.

Podemos distinguir dos tipos de errores: aleatorios (A) y

sistemáticos (B, C, D) que se discuten a continuación.

A) Fluctuación en el número de cuentas  $N$ . - Dado que la distribución de los eventos nucleares en el tiempo puede ser descrita por una distribución de Poisson, <sup>27,28)</sup> esta predice que si se repitieran las mediciones bajo las mismas condiciones durante intervalos iguales de tiempo estas estarían distribuidas alrededor del valor medio de  $N$  (número de cuentas) con una desviación normal  $\sigma = \sqrt{N}$ . La desviación normal fraccional está dada por  $\sigma/N = \sqrt{N}/N = 1/\sqrt{N}$ . (columnas  $1/\sqrt{N}$ , tablas III.1 y III.2 apéndice D). Por lo tanto el número total de cuentas  $N$  determina el error fraccional que debe asociarse con dicha medición. De aquí puede notarse el hecho de que si los eventos ocurren a una frecuencia fija, para lograr un error fraccional dado, el tiempo requerido aumentará como el inverso al cuadrado de la precisión estadística deseada. Por esta razón el tiempo disponible del experimento impone limitaciones sobre las barras de error de los datos.

B) Incerteza en la determinación del grueso del blanco. Se estimó como menor de un 6%.

C) Incerteza en la carga total integrada. - Existe cierta incerteza en la calibración de la caja de Faraday que se estima menor de un 5%.

D) Incerteza en la determinación del ángulo sólido. - Como mencionamos antes el ángulo sólido se determinó a partir de la dispersión elástica usando un blanco de oro. Una fuente principal de error lo constituye la medición del grueso del blanco de oro. La in

certeza en el ángulo sólido se estima que es del orden de un 5%.

Combinando los errores se obtiene un error sistemático del orden de un 9%, el cual combinado con el error estadístico en el número de cuentas nos da la columna "error" de las tablas III.1 y III.2 (apéndice D). Los valores de las barras de error están entre un 9% y un 16.5% para ambos casos (140 y 218 MeV).

Un aspecto que puede influir sobre los valores de las secciones eficaces diferenciales es la resolución angular.

## II. 2) RESOLUCION ANGULAR.

A.) Ancho del sistema de detección.- El ángulo plano subtendido -- por el colimador era  $\Delta \Theta = 0.266^\circ$  equivalente\* a  $\Delta \phi = 0.62^\circ$  en el sistema centro de masa para 140 MeV.

Dicho ancho de la rejilla ocasionaba que las secciones medidas fueran promedios sobre el ángulo. El ancho de la rejilla ocasionaba distintos efectos dependiendo de la zona de la distribución angular investigada. Dado que las distribuciones angulares del sistema a estas energías presentan características fuertemente difractivas se pensaba que dicho efecto sería muy fuerte. Se esperaba específicamente que las crestas disminuyeran y se rellenaran los valles. Se realizó un estudio del efecto mencionado utilizando un buen ajuste para 140 MeV y realizando un promedio sobre el ángulo --

---

\* Estrictamente la transformación es dependiente del ángulo y está dada por<sup>29)</sup>;  $\tan \Theta = \frac{\sin \phi}{\cos \phi + m_1/m_2}$  Sin embargo si las masas son iguales -  $\tan \Theta = \tan \phi/2$  y  $\Delta \Theta = \Delta \phi/2$ . En nuestro caso las masas son semejantes y hay una relación entre  $\Delta \Theta$  y  $\Delta \phi$  prácticamente lineal con una pendiente dada por 1/2.35 (difiere en menos de 0.5% en el intervalo de ángulos considerado para ambas energías).

(ver apéndice C). Se halló que en general la sección a un ángulo da do difiere muy poco del valor promedio. Sólo un punto difiere en - más de un 5% (24%) y esto debido a que se halla justo en el fondo del valle (teórico) más profundo. En general, el efecto es pequeño y menor que otras incertezas como la determinación del grueso del blanco.

B) Determinación de los ángulos de dispersión. - Se estima que -- errores sobre la determinación de los ángulos debido a la calibraci ón del movimiento circular del brazo o debido a desviaciones en la linealidad de la escala angular son menores que  $0.1^\circ$ .

### 11.3) DISPERSION EN LA ENERGIA.

No obstante no estar interesados en las mediciones abso-- lutas de la energía sino solamente en obtener las secciones, men-- cionamos las posibles fuentes de dispersión en la energía y damos una estimación de ellas.

El efecto global de todos los factores se estimó a partir - del pico de los elásticos en el bombardeo de  $^{197}\text{Au}$ . Midiendo el ancho total a la mitad de la amplitud FWHM (full-width at half-max imum) en número de canales para un espectro a 218 MeV se esti ma que la dispersión en la energía es del orden del 0.8%. Este va lor tiene contribuciones debidas a dispersión en la energía del haz ( $\sim 0.1\%$ ), a dispersión al pasar por el blanco (straggling, del orden de .1-.2%) a dispersión al pasar por el detector (.05%) y a dispersión debido a la electrónica asociada (0.75%, esta cifra se -

estimó combinando los demás errores y restando del total). Es en tonces la electrónica la que introduce la mayor dispersión en la -- energía.

Hemos descrito en este capítulo la forma en que se realizó la medición de las secciones eficaces diferenciales. En el siguiente capítulo se hace un análisis de los datos, basado en el modelo óptico, además de discutir aspectos de difracción.

CAPITULO IV.

DISCUSION DE LOS DATOS

1) PROGRAMA DE MODELO OPTICO GENOA.

Para ajustar los datos se hizo uso de un programa de computadora llamado GENOA<sup>2)</sup>. Dicho programa permite un análisis de modelo óptico de la dispersión elástica. Calcula las secciones eficaces diferenciales  $\sigma(\phi)$  en el ángulo  $\phi$  a partir del cálculo de los elementos de matriz  $S_{\mathbf{l}}$ , de acuerdo a como se explicó en el capítulo I. El programa GENOA permite comparar las secciones calculadas con las secciones medidas y ajustar los parámetros utilizados en el cálculo de  $\sigma_{\text{TEO}}(\phi)$  de manera de minimizar  $X^2$ . La cantidad  $X^2$  está definida\* por:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{NS} \left[ \frac{\sigma_{\text{TEO}}(\phi_i) - \sigma_{\text{EXP}}(\phi_i)}{\delta \sigma_{\text{EXP}}(\phi_i)} \right]^2 \quad \text{IV.1}$$

donde  $\sigma_{\text{TEO}}(\phi)$  es la sección eficaz calculada,  $\sigma_{\text{EXP}}(\phi_i)$  es la sección medida al ángulo  $\phi_i$  y  $\delta \sigma_{\text{EXP}}(\phi_i)$  es la incerteza para la sección medida.

Con frecuencia se utiliza un valor promedio de la  $X^2(X^2/NS)$  donde NS es el número de datos). El uso de  $X^2$  como medida de la bondad del ajuste es el criterio común para este tipo de datos - pues toma en cuenta la información disponible en una forma estadística aceptable.

---

\* Estrictamente  $X^2$  se define como:  $\sum_{i=1}^{NS} \left( \frac{N_{\text{TEO}}^i - N_{\text{EXP}}^i}{N_{\text{TEO}}} \right)^2$  donde  $N_{\text{TEO}}^i$  y  $N_{\text{EXP}}^i$  son los números de cuentas calculados y obtenidos de la i-esima medición y NS es el número de mediciones. Si el ajuste es bueno se puede justificar la equivalencia de las dos definiciones como se muestra en el Apéndice A.

El programa puede realizar búsquedas automáticas de parámetros del potencial óptico sobre datos de secciones eficaces. Mediante una instrucción de control se eligen el o los parámetros del potencial óptico a ser variados simultáneamente.

El propósito final de la búsqueda es obtener un conjunto de parámetros de modelo óptico que optimicen el ajuste a los datos -- experimentales minimizando  $X^2$ . Obtenidos los parámetros se calculan los elementos de matriz  $S_l$  que determinan la dispersión elástica. A partir de los coeficientes de transmisión  $T_l$  (definidos por II.21) se calcula la sección de reacción total. También se pueden calcular otras cantidades tales como el radio cuadrático medio y la integral de volumen de la parte real del potencial que se definen en el capítulo IV (sección 5).

Un aspecto importante de fijar en el programa es el paso de integración,  $H$  (en fm), de la ecuación de onda radial en la región interna del potencial. En la tabla siguiente se muestra el tiempo utilizado por la unidad central de proceso (CPU) en segundos, el valor de la sección de reacción total  $\sigma_r$  y  $X^2$  para cálculos similares en que sólo el valor de  $H$  varía:

H (fm)	Tiempo CPU (seg.)	$\sigma_r$ (mb)	$X^2$ (unidades arbitrarias)
.05	35.318	1423.90	461.8
.1	24.323	1423.91	462.1
.2	18.702	1423.33	465.8
.3	17.705	1423.36	483.9
.5	16.552	1410.92	686.3

Tabla IV.1- Diferencias en cuanto tiempo de CPU, sección de reacción total y  $X^2$  para cálculos con distintos pasos de integración  $H$ .

La diferencia en  $X^2$  entre el caso de  $H = .1$  y  $H = .05$  es muy pequeña mientras que el tiempo de CPU es un 45% mayor en el caso  $H = .05$ . Al observar el efecto de la variación de  $H$  sobre las distribuciones angulares notamos que entre  $.05$  y  $.1$  prácticamente no se observan diferencias, las que si se aprecian en ángulos mayores a los  $60^\circ$  c.m. para  $H = 0.2$ . Decidimos utilizar el valor de  $H = .1$  para realizar los cálculos de tal manera que el tiempo de CPU empleado no fuera excesivo, además de eliminar las oscilaciones espúreas.

## 2) EFFECTOS DE LA VARIACION DE PARAMETROS SOBRE LA DISTRIBUCION ANGULAR.

La dispersión elástica entre iones pesados a energías intermedias (del orden de  $10 \text{ MeV/A}$ ) cuenta con pocos estudios sistemáticos de la dependencia de las secciones diferenciales sobre la masa del ión incidente y del blanco, así como de la energía. En general existen datos de dispersión elástica a energías muy espaciadas o secciones eficaces medidas en intervalos angulares limitados.

Para la dispersión elástica  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ , la energía más cercana a las del presente experimento para la cual existen datos publicados es de  $168 \text{ MeV}$  en el  $^{30}$  laboratorio. Se tomaron entonces los parámetros del potencial de Wood-Saxon reportados en la refe-

rencia 31 como punto de partida para iniciar el ajuste:

V (MeV)	W (MeV)	$r_0$ (fm)	$a_0$ (fm)
30.57	17.20	1.130	.651

que de aquí en adelante llamaremos potencial P1. En este potencial son iguales los parámetros geométricos de la parte real y de la parte imaginaria (i. e.  $a_r = a_i = a_0$ ,  $r_r = r_i = r_0$ ) constituyendo un potencial de cuatro parámetros libres. Este potencial se tomó como base para hacer un estudio sistemático del efecto de la variación de cada uno de los parámetros sobre las distribuciones angulares. Con objeto de facilitar la comparación de los distintos conjuntos se modificaron ligeramente los parámetros de P1, redondeándolos:

V	$r_r$	$a_r$	W	$r_i$	$a_i$
30	1.13	.65	17	1.13	.65

Se varió un parámetro a la vez manteniendo los otros fijos. Los valores que se usaron fueron:

V	$r_r$	$a_r$	W	$r_i$	$a_i$
10	1.00	.30	10	1.00	.30
30	1.20	.40	30	1.20	.50
50	1.30	.50	50	1.30	.70
80	1.40	.60	80	1.40	.90
100	1.50	.70	100	1.50	
500					

Las gráficas IV.1 a IV.3 muestran el efecto producido en la distribución angular por la variación de los parámetros. Podemos

notar que:

a) Al aumentar  $V$  y  $r_r$  existe un corrimiento del patrón de difracción hacia ángulos pequeños, además de que las secciones transversales aumentan siendo esto muy notorio para ángulos hacia atrás.

b) Conforme  $r_r$  crece, las oscilaciones tienden a atenuarse para ángulos grandes.

c) Al aumentar  $r_r$  el mínimo más profundo ( $r_r = 1.2$ ) se traslada de la posición de los 3°s mínimos a los 2°s. El caso de  $r_r = 1.0$  parece no participar de esta sistemática probablemente por ser el único menor que el radio imaginario.

d) El patrón de difracción se amortigua al aumentar  $W$  y  $r_I$  (el caso  $W=10$  participa de esta sistemática sólo a ángulos pequeños, ya que a ángulos grandes presenta poca estructura y baja con una pendiente pequeña).

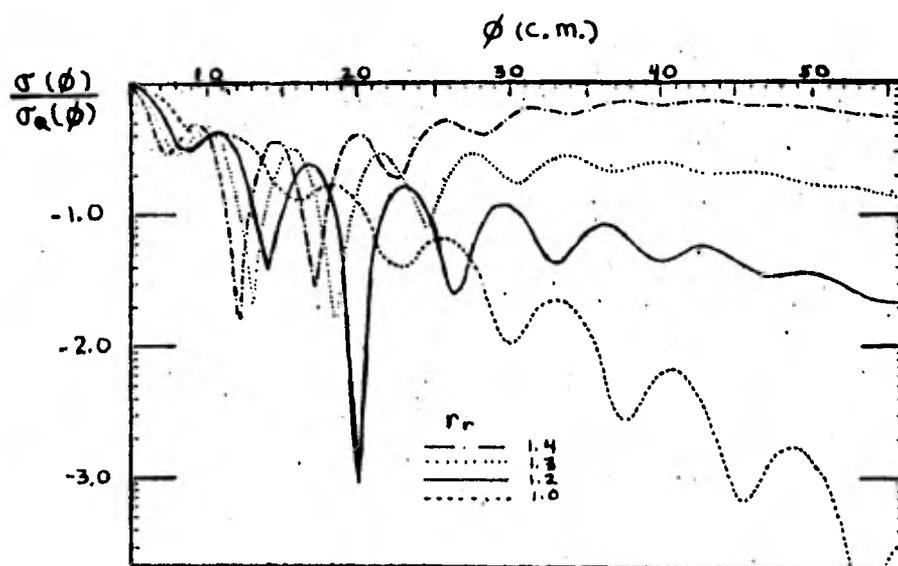
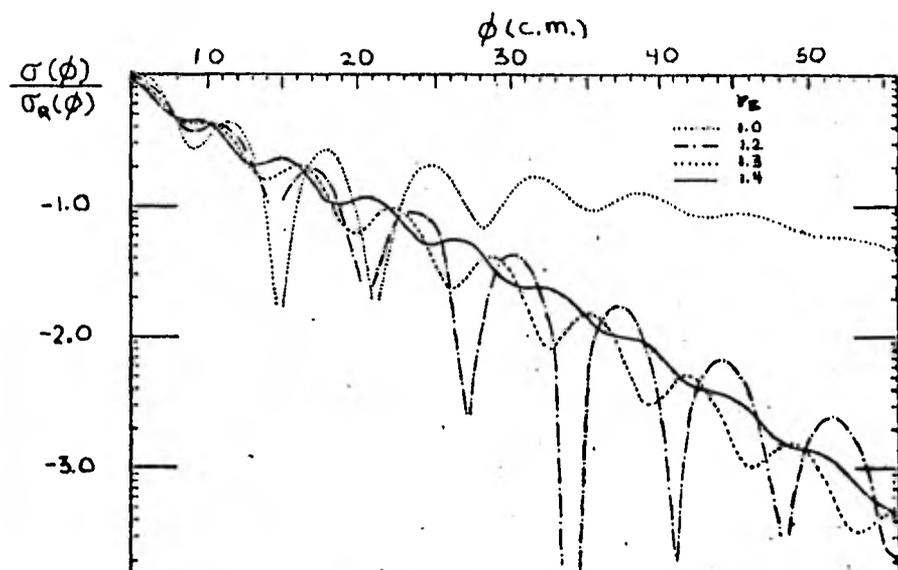
e) La variación de  $r_I$  y  $W$  no parece modificar sensiblemente la "pendiente" de una línea hipotética que pase por los máximos salvo en el caso  $r_I = 1.0$  (por dentro de  $r_r = 1.13$ ) y de  $W = 10$ .

f) El aumento de  $W$  y  $r_I$  provoca un corrimiento del patrón de difracción hacia adelante.

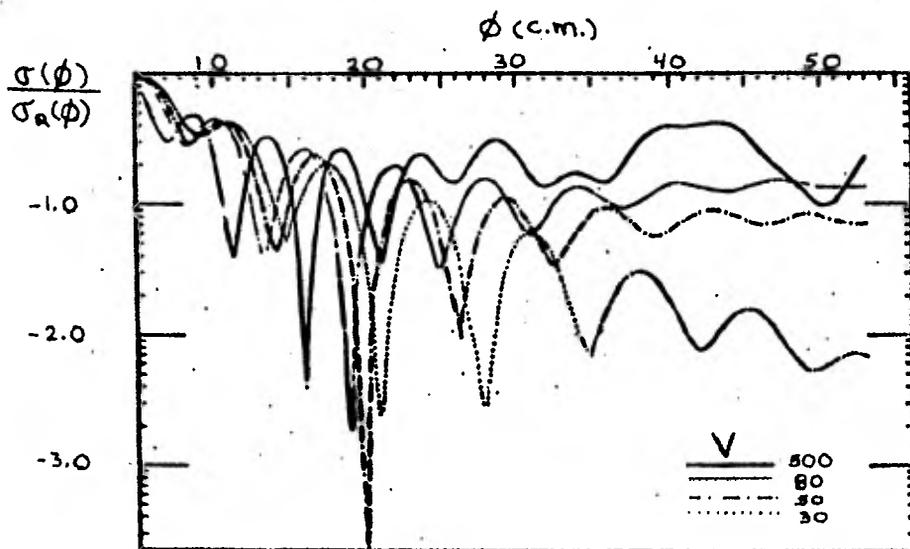
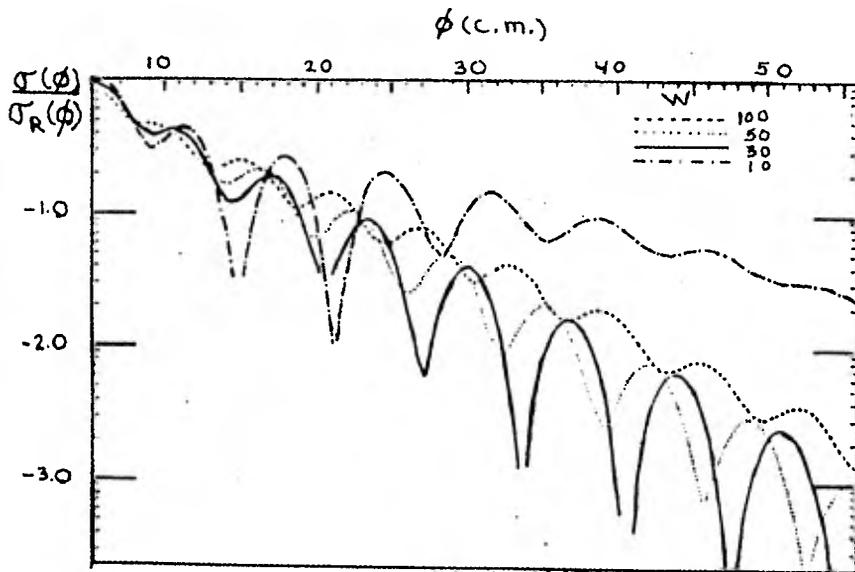
g) El aumento de  $a_I$  y  $a_r$  provoca un corrimiento del patrón de difracción hacia abajo y un poco hacia la izquierda. Mientras que para ángulos pequeños el efecto es mayor con  $a_r$  para

ángulos grandes lo es con  $a_I$ .

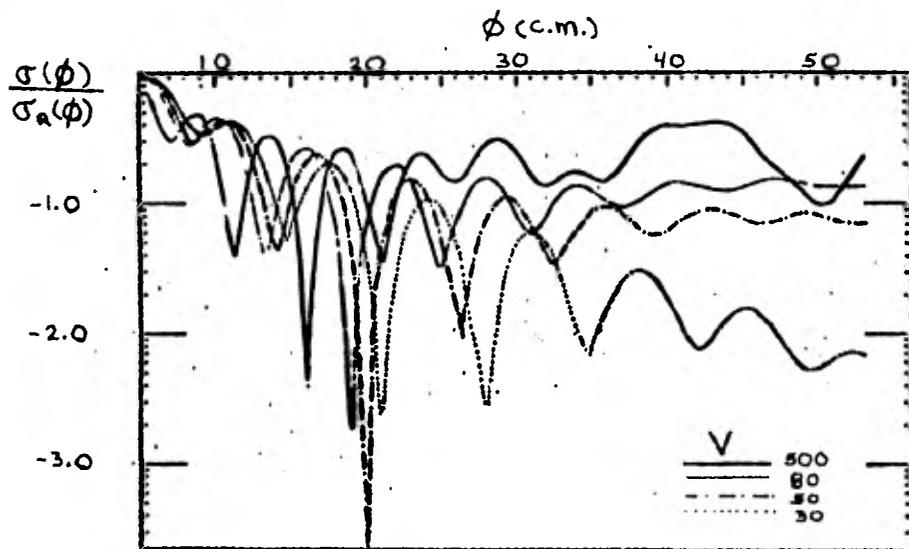
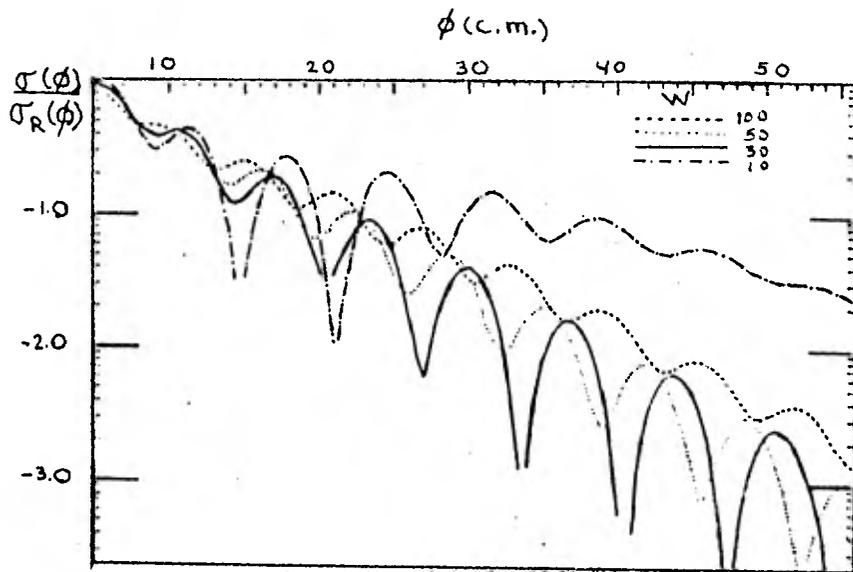
El estudio se hizo a una energía de 140 MeV y se espera -  
que este tipo de reglas empíricas se cumplan a 218 MeV.



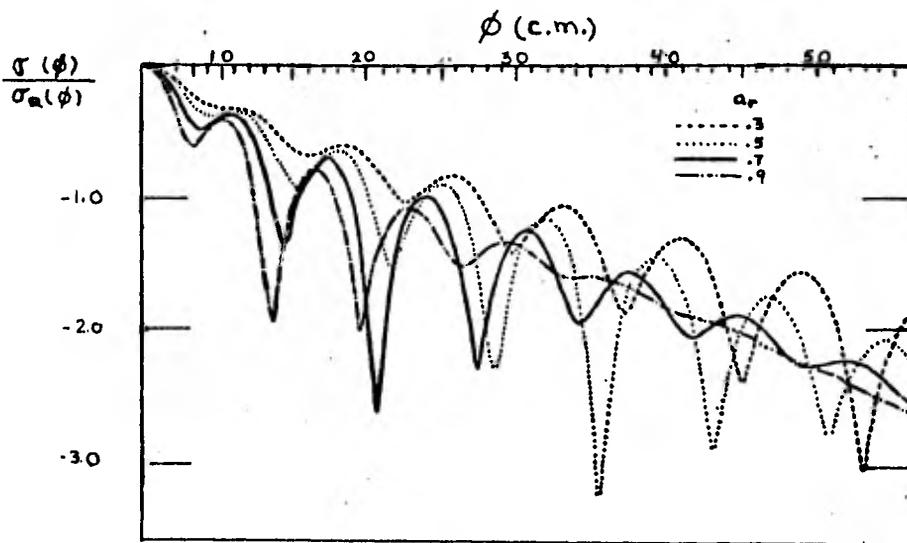
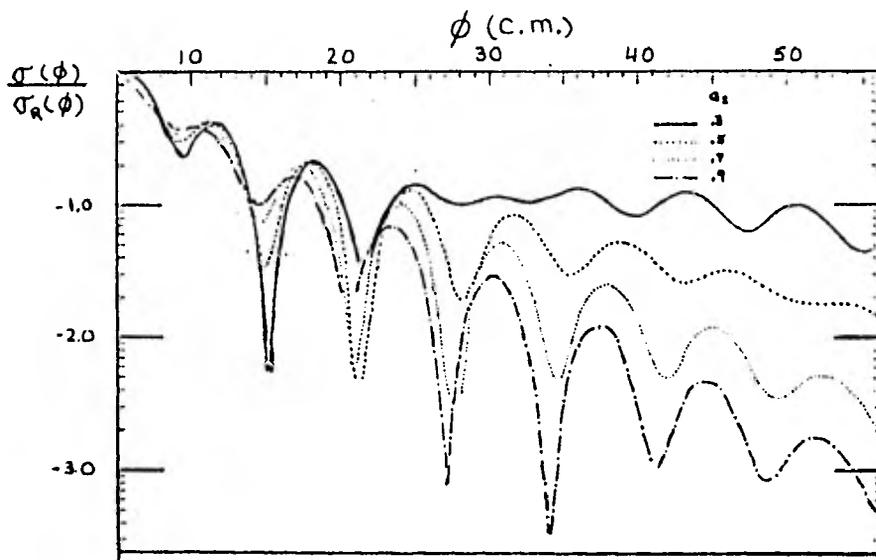
GRAFICA IV.1.- Efecto de la variación de los parámetros  $r_1$  y  $r_2$  sobre las distribuciones angulares para  $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O})^{12}\text{C}$  a 140 MeV. La ordenada corresponde a la razón entre la sección eficaz diferencial y la sección de Rutherford (escala logarítmica). La abscisa es el ángulo en el sistema centro de masa. Se indican los valores tomados por el parámetro variado, los demás permanecen fijos e iguales a los correspondientes del potencial  $P_1$ .



GRAFICA IV.2.- Efecto de la variación de los parámetros  $W$  y  $V$  sobre las distribuciones angulares.



GRAFICA IV.2.- Efecto de la variación de los parámetros  $W$  y  $V$  sobre las distribuciones angulares.



GRAFICA IV.3.- Efecto de la variación de los parámetros  $a_1$  y  $a_r$  sobre las distribuciones angulares.

3) AJUSTE DE LOS PARAMETROS OPTICOS A LOS DATOS DE  
 $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  A 140 y 218 MEV.

Supongamos que  $n$  parámetros del potencial son los que se hacen variar y que estos están representados por el vector  $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , en el espacio de los parámetros de dimensión  $n$ . La función:

$$\chi^2 = F(\vec{X})$$

IV.2

genera una hipersuperficie en un espacio de dimensión  $n+1$ . El propósito de la búsqueda es hallar el punto  $\vec{X}$  para el cual  $F$  tiene un mínimo. Uno puede visualizar la magnitud del problema suponiendo que se hacen variar 2 parámetros digamos  $V$  y  $a_r$ . Se tiene entonces que hallar para los otros parámetros fijos una pareja tal -- que se obtenga el valor mínimo para la superficie  $\chi^2 = F(V, a_r)$ . Hagamos una analogía de esta superficie con un terreno agreste con una topografía de lo más variado que incluya valles y colinas de diferentes alturas, y largos cañones con una profundidad constante. -- Más aún, si mantenemos fijo otro parámetro (por ejemplo  $a_r$ ) podemos dirigirnos en la dirección de  $V$  y pasaremos por varias depresiones (mínimos locales) hasta determinar cuál es la más baja en esa dirección. Se ve entonces la necesidad de hacer un estudio sistemático de la "región" es decir, hacer una búsqueda de rejilla variando  $V$  en pasos sucesivos y para cada uno de estos, variar  $r$ . Puede ocurrir que al variar cierto número de parámetros, se en-

tre en un valle rodeado de altas colinas de tal forma que no se -- pueda salir de éste convergiendo en un mínimo local. También pue de ocurrir que partiendo de zonas diferentes se converja a puntos distintos (ambigüedades discretas).

Otra posibilidad es el hallarnos en un cañón de profundidad - constante (ambigüedad continua) de tal forma que cualquier punto - sobre él nos dé un ajuste equivalente.

Al aumentar el número de parámetros aumenta la posibilidad de hallar distintos mínimos. Esta descripción ejemplifica parte de las dificultades inherentes a un ajuste con seis parámetros libres.

Un aspecto importante previo al ajuste de los parámetros con siste en la asignación de barras de error a las secciones eficaces experimentales. Se analizó el efecto que estas tenían sobre la forma en que el programa hace la búsqueda y sobre los valores de  $\chi^2$ . Se asignaron a los datos diferentes barras de error: fluctua-- ción estadística ( $1/N^{1/2}$  donde N es el número de cuentas), 10% - de error (es decir  $\frac{\delta\sigma_{exp}}{\sigma_{exp}} = .10$ ), y un caso en que la fluctua-- ción estadística era multiplicada por un factor constante. Se co-- rió el programa partiendo del mismo punto inicial (potencial P1) - para los tres casos de barras de error, variando diferentes pará- metros así como diferentes combinaciones de ellos. Se observaron diferencias entre el caso de error estadístico y el de error del - 10% en los parámetros obtenidos, en el tiempo de procesamiento y en el valor de  $\chi^2$ , y por tanto en la convergencia hacia un mí--

nimo. El multiplicar por un valor constante las barras de error estadístico altera el valor de  $X^2$ , pero no influye en la búsqueda del programa que converge a los mismos valores finales. Del estudio anterior se concluye que:

i) La comparación de los valores absolutos de  $X^2$  obtenidos de distintos conjuntos de datos y con asignaciones diferentes de las barras de error no tiene un significado preciso.

ii) Para el mismo conjunto de datos los valores grandes o pequeños de  $X^2$  dependen de las barras de error asignadas y por consiguiente, la interpretación de esos valores de  $X^2$  se debe hacer en términos relativos al optimizar el ajuste.

Algunos autores<sup>28)</sup> utilizan incertezas uniformes para  $\sigma_{\text{exp}}$ , es decir, escogen  $\delta\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp}}$  constante para todo  $\phi_L$ . Si bien los valores experimentales  $\delta\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{exp}}$  no son constantes, sino generalmente mayores a grandes ángulos, argumentan que esto tiene poco efecto sobre los resultados con la ligera ventaja de hacer que los valores de  $X^2$  para diferentes sistemas sean comparable de manera más directa.

En el presente trabajo se escogieron las barras de error como las debidas al error estadístico, haciendo:

$$\frac{\delta\sigma_{\text{exp}}}{\sigma_{\text{exp}}} = \frac{1}{N_{\text{exp}}^{1/2}} \quad \text{IV.3}$$

Esto asigna mayor peso a los datos con mayor número de cuentas además de que para buenos ajustes la función  $X^2$  (IV.1) es

una buena aproximación a la  $\chi^2$  usada en estadística para medir la correspondencia entre las distribuciones experimentales y teóricas.

Una subrutina del programa GENOA calcula un factor de re-normalización  $\lambda$  por el cual la distribución angular experimental tendría que ser multiplicada para minimizar  $\chi^2$  y se obtiene de:

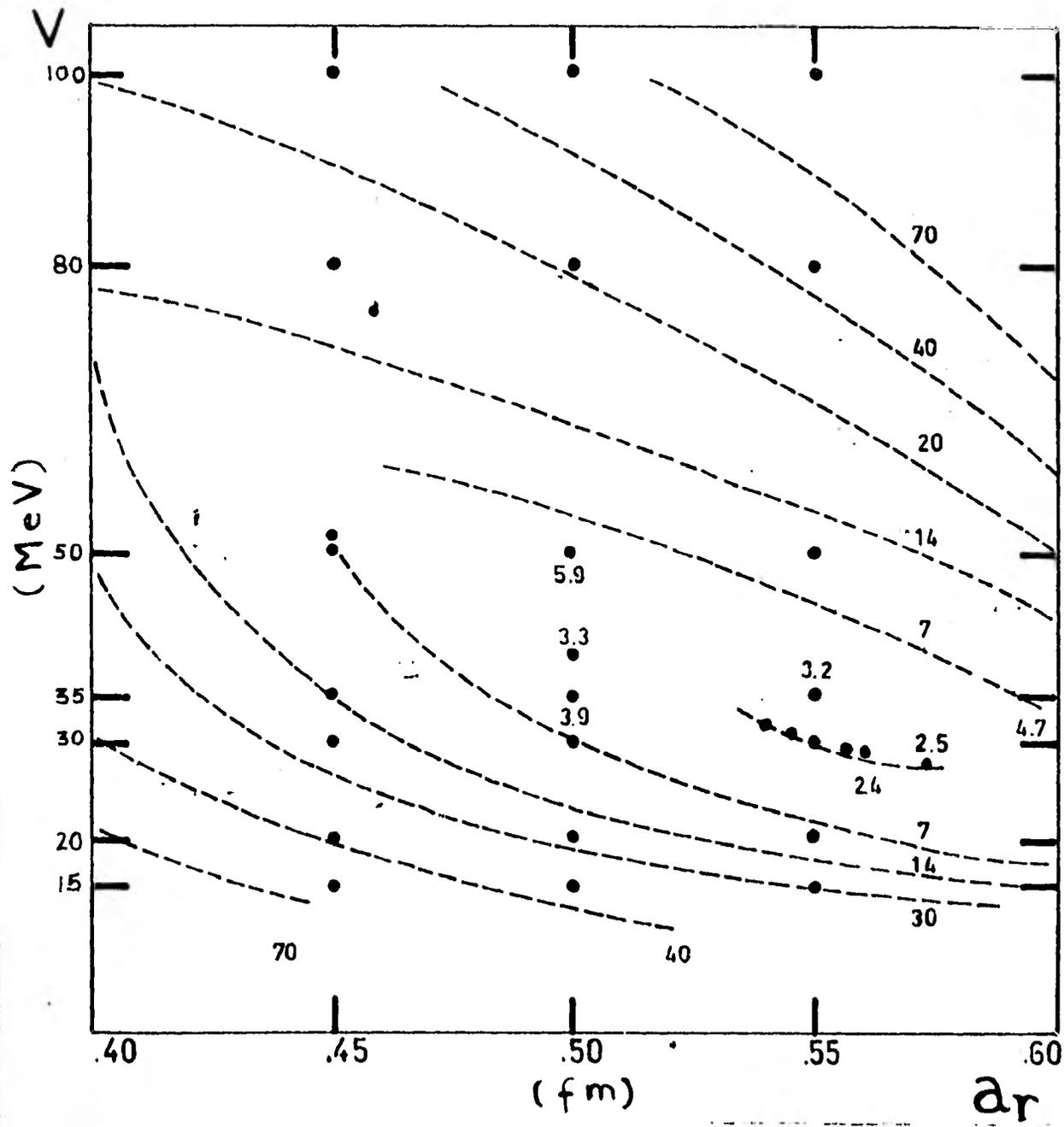
$$\frac{\partial}{\partial \lambda} (\chi^2(\lambda \sigma_{\text{EXP}})) = 0 \quad \text{IV.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \sum \left( \frac{\sigma_{\text{TEO}} - \lambda \sigma_{\text{EXP}}}{\lambda \delta \sigma_{\text{EXP}}} \right)^2 = 0$$

de donde se obtiene:

$$\lambda = \frac{\sum \left( \frac{\sigma_{\text{TEO}}}{\delta \sigma_{\text{EXP}}} \right)^2}{\sum \frac{\sigma_{\text{EXP}} \sigma_{\text{TEO}}}{(\delta \sigma_{\text{EXP}})^2}} \quad \text{IV.5}$$

El uso de  $\lambda$  queda a criterio del experimentador después de contemplar dicho valor dentro del marco de los posibles errores sistemáticos. Por ejemplo los valores  $\lambda$  obtenidos para los buenos ajustes a 140 y 218 MeV oscilan entre .90 y .95 lo cual es consistente con los posibles errores sistemáticos que, como vimos en el capítulo anterior, se estiman en un 10%. En la gráfica IV.4 se muestra un ejemplo típico de una búsqueda en rejilla para los datos de  $^{12}\text{C}$  ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{16}\text{O}$ )  $^{12}\text{C}$  a 140 MeV. Las ordenadas representan las profundidades de la parte real del potencial, las cuales fueron variadas sistemáticamente para distintos valores de la difusividad real  $a_r$  (abcisa). El radio real se mantuvo fijo a un valor de  $r_r = 1.16$  fm. De igual manera se fijaron los valores de la par



**Grafica IV. 4**

Ejemplo típico de una búsqueda en rejilla  $V$  vs  $a_r$ . Las curvas unen zonas equivalentes en cuanto a  $\chi^2$ . El valor del radio real así como los parámetros de la parte imaginaria se mantuvieron fijos en  $r_p=1.16$ ,  $w=24.3$ ,  $r_i=1.247$  y  $a_i=.4$

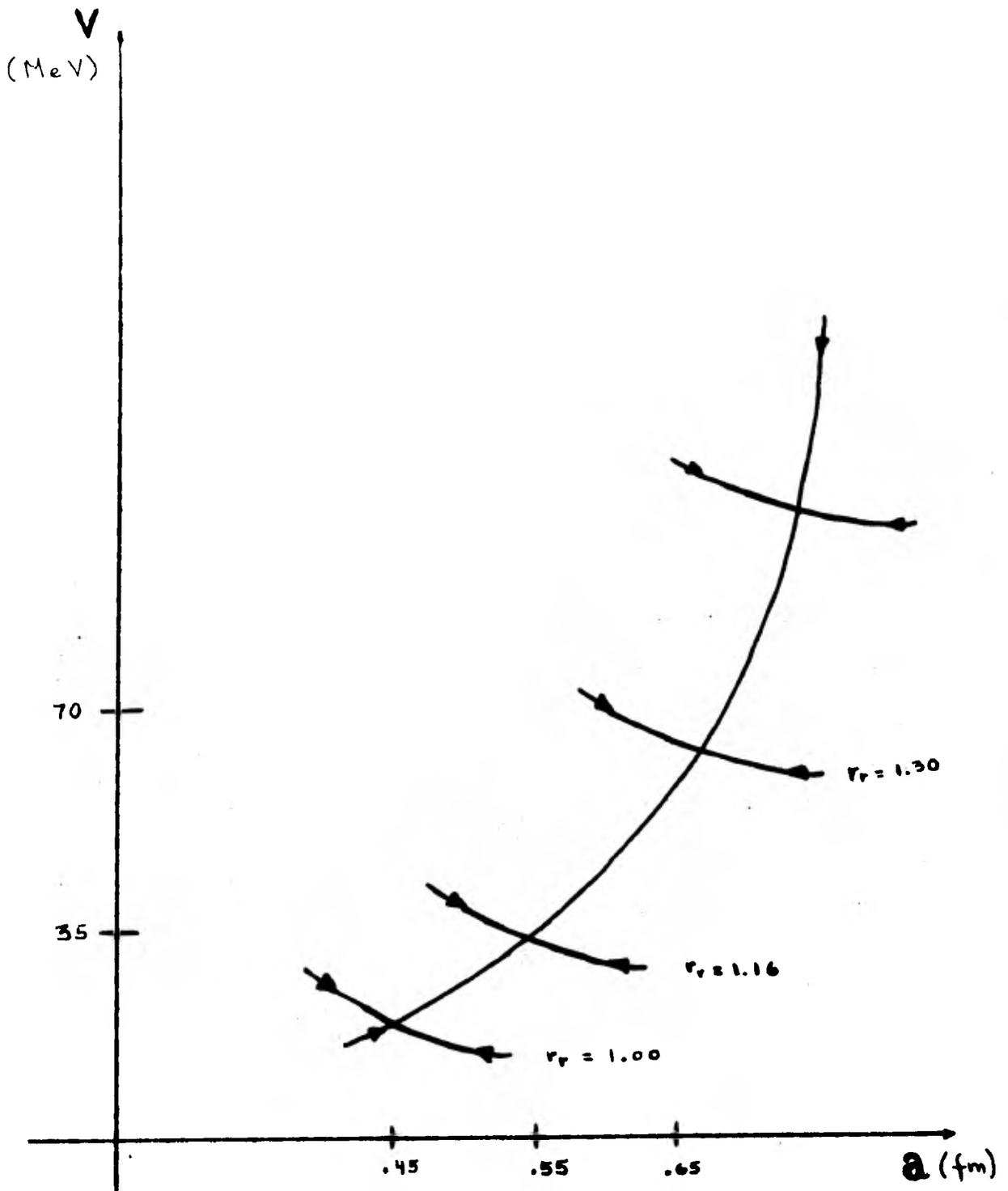
te imaginaria en  $W = 24.3$ ,  $r_I = 1.247$  y  $a_I = .4$ . Las curvas unen zonas equivalentes en cuanto a  $X^2$  determinando un corredor de buenos ajustes ( $X^2 \simeq 2.5$ ) más o menos extenso. Sobre este, a su vez hay una pequeña región con una  $X^2$  ligeramente menor ( $X^2 \approx 2.4$ ). - Para cada radio real existirá una gráfica equivalente. En la gráfica IV.5 se puede ver la información condensada correspondiente a diferentes radios. Puede observarse que la zona de buenos ajustes está acotada en cuanto a los valores que puede tener el radio real. - Se ve entonces que es posible moverse de manera continua sobre esta zona de ajustes equivalentes.

En el Apéndice B se muestra una tabla con un conjunto de potenciales que dan ajustes a las distribuciones angulares para 140 y 218 MeV, con baja  $X^2$  (excepto algunos que se presentan debido a su interés o referencia en el texto). Cabe mencionar el hecho de que si bien son equivalentes en cuanto a  $X^2$ , al graficar las distribuciones angulares que originan y compararlas con los conjuntos de datos existen algunas diferencias de las que hablaremos a continuación.

Para seleccionar los "mejores" potenciales entre los de baja  $X^2/NS$  (valor promedio de  $X^2$ ) se juzgó en base a los siguientes criterios tomados en conjunto:

a) Valor bajo de  $X^2/NS$ .

b) Buen ajuste (impresión visual). - Se generaron las distribuciones angulares que producían los potenciales de  $X^2/NS$  baja y



GRAFICA IV.5.- Representación esquemática de las zonas de buenos ajustes manteniendo la parte imaginaria fija  $W = 24.3$ ,  $r_i = 1.247$  y  $a_i = .4$ . La curva marcada como  $r_r = 1.16$  corresponde a la de la gráfica IV.4. Las otras corresponden a distintos radios.

se compararon visualmente con los datos experimentales.

c) Consistencia del factor  $\lambda$  de renormalización dado por IV.5 con la estimación del error en la normalización absoluta de los datos.

d) Significado físico claro. - Se eliminaron aquellos parámetros que por sus valores sean poco creíbles desde el punto de vista físico (p. ej., un valor de  $r_f$  muy por encima del radio de la densidad nuclear).

Discutiremos un poco este punto de los criterios pues puede generar conclusiones esclarecedoras. El valor más bajo de  $X^2/NS$  no necesariamente es el "mejor ajuste". Por ejemplo, los potenciales A1, A2, A3, A77 y A78, para 140 MeV tienen valores bajos de  $X^2/NS$  por abajo del valor típico para un buen ajuste a esta energía ( $X^2/NS \approx 2.1$ ). Utilizando el criterio b), observamos que ajustan muy bien los datos para ángulos hacia adelante, en particular A2 y A77, pero sin embargo fallan notablemente para ángulos hacia atrás. Notamos que en estos potenciales la difusividad real se hace extremadamente pequeña (para A2 y A77  $\sim .17$ ), el radio real grande ( $\sim 1.5$ ) y la profundidad del pozo muy pequeña ( $\sim 5$  MeV).

Concluimos que el criterio aislado de bajo  $X^2/NS$  no constituye el punto definitivo para determinar un buen ajuste. Por otro lado, bajo el criterio b) se eliminarían los potenciales A2, A77 y A78 por fallar en el ajuste para ángulos hacia atrás. Sin embargo, dichos potenciales pueden ser de mucha información. El hecho de -

que se ajusten muy bien en ángulos hacia adelante y fallen hacia atrás puede ser indicativo de detalles finos en el potencial. Es de esperarse que el potencial de Woods-Saxon no reproduzca los detalles finos de las distribuciones angulares dado su carácter fenomenológico. Los ángulos hacia adelante corresponden a partículas que sintieron esencialmente la repulsión coulombiana del potencial y una pequeña zona de la cola del potencial nuclear, mientras hacia atrás sienten más el potencial nuclear tendiendo hacia la zona de la superficie nuclear. Siendo esto así, de acuerdo a nuestros ajustes, parecería que para ajustar los datos hacia adelante se requiere de una difusividad pequeña mientras que los de atrás requieren de una difusividad mayor, por ejemplo Al6 ( $a_r = .446$ ). Ahora -- bien, las difusividades reales de los buenos potenciales para 140 MeV están entre .4 y .5 (a diferencia de las difusividades imaginarias halladas que están entre .25 y .7) excepto los potenciales a los que nos hemos referido (A1, A2, A3, A77 y A78) que dan buenos ajustes solamente hacia adelante. Para 140 MeV la pendiente del potencial real en su parte más externa (dada por  $a_r$ ) cualitativamente parecería estar dada primero por un valor de la difusividad en la superficie entre .4 y .5 con objeto de ajustar los ángulos hacia atrás y después con el fin de hacerlo con los de adelante, tiende a disminuir su difusividad. El efecto neto sería que en las gráficas semilogarítmicas como la gráfica IV.9 el potencial en la zona de la cola en vez de ser representado por una línea recta

sería más bien una curva con concavidad hacia la izquierda.

Para los buenos potenciales a 218 MeV ocurre una cosa similar. Los potenciales que ajustan bien hacia adelante tienen una pequeña profundidad real, radio grande y difusividad real relativamente pequeña. Sin embargo, a esta energía los ajustes parecen ser poco sensibles a la difusividad real pues por ejemplo los potenciales B12-B19 difieren muy poco en la profundidad y en el radio y sin embargo tienen difusividades muy distintas. Sin embargo, conforme la difusividad aumenta la calidad del ajuste disminuye, confirmando la tendencia de tener una difusividad pequeña para ajustar bien los datos para ángulos hacia adelante en concordancia con lo dicho para 140 MeV.

Como hemos visto cada potencial nos puede dar cierta información y es muy difícil seleccionar los mejores potenciales. Sin embargo si nos basamos en los criterios expuestos de tal manera que el ajuste represente lo mejor posible la distribución angular de manera global seleccionamos los siguientes: para 140 MeV, el potencial A27,      17.82      1.247      .506      24.30      1.247      .400  
 pues satisface los criterios establecidos además de que los radios son iguales y son muy cercanos a 1.25 fm. muy utilizado en comparaciones sistemáticas entre potenciales y dependencias con el número másico del blanco utilizando proyectiles ligeros. Por razones similares para 218 seleccionamos el potencial B26,      17.50      ---  
 1.250      .520      25.00      1.205      .500

además de que es bastante parecido a A27. Otros potenciales más profundos cuyos ajustes a los datos son buenos son:

A16	140.54	1.050	.446	19.90	1.126	.650	(140 MeV)
B30	140.54	1.050	.446	19.90	1.029	.914	(218 MeV)

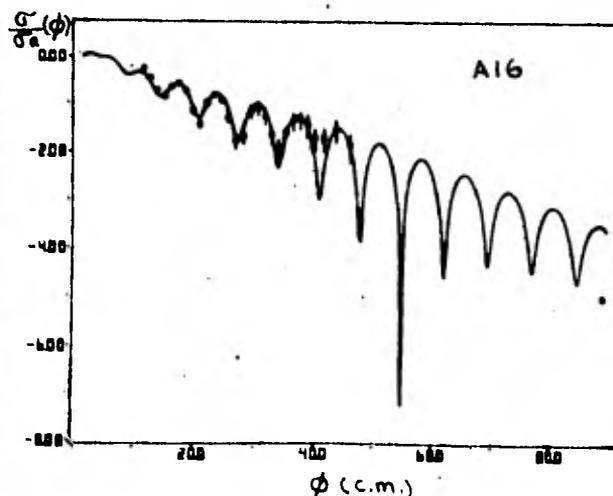
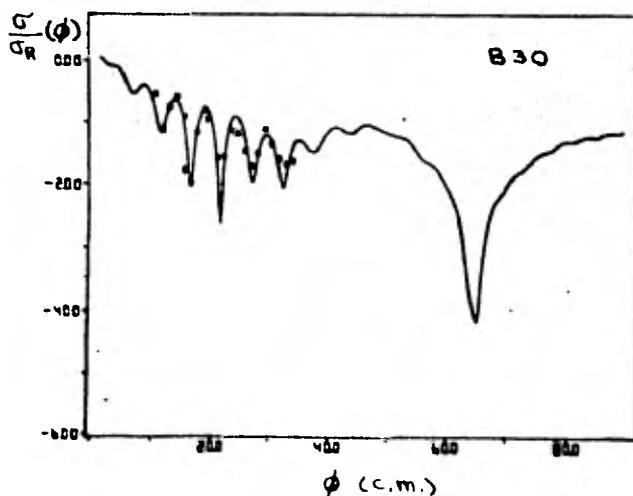
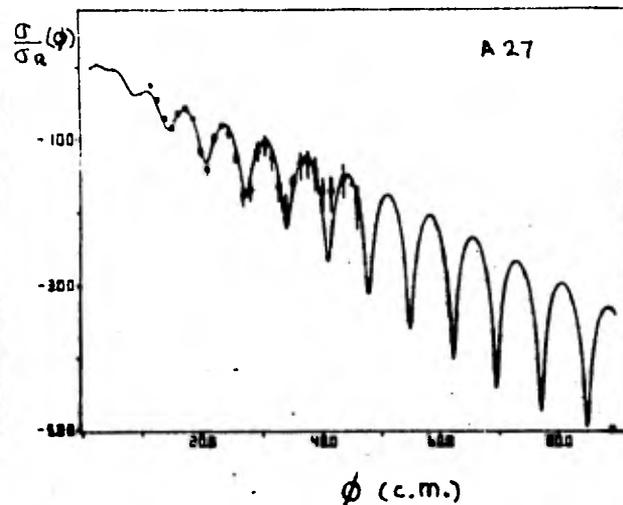
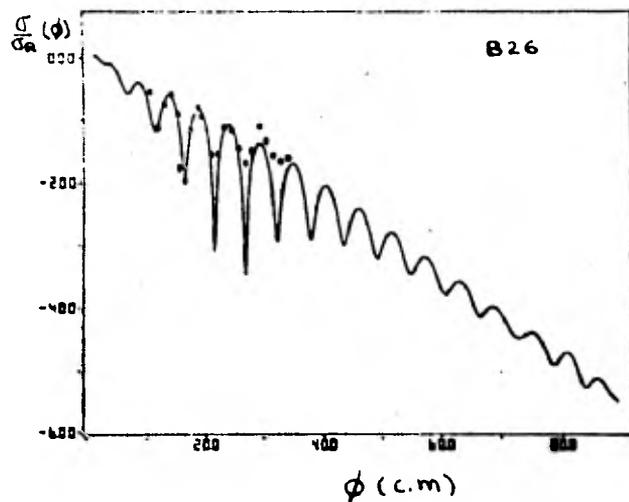
En este caso puede hablarse en cierto grado de un potencial común para 140 MeV y 218 MeV con una dependencia en los parámetros geométricos con la energía (mayor difusividad y menor radio imaginarios a mayor energía).

En la gráfica IV.6 se muestran las distribuciones angulares (entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  c.m.) generados por estos potenciales. Cabe notar el hecho de que algunas distribuciones comienzan a diferir para ángulos mayores a los medidos.

#### 4) ESTUDIO DE AMBIGUEDADES EN LA DETERMINACION DE LOS PARAMETROS

Al tratar de parametrizar por medio de modelo óptico la dispersión elástica de partículas fuertemente absorbidas surge el problema de que muchos conjuntos de parámetros e inclusive distribuciones continuas dan ajustes equivalentes. Es entonces importante el estudiar los distintos tipos de ambigüedades que se presentan y la forma en que pueden ser resueltas.

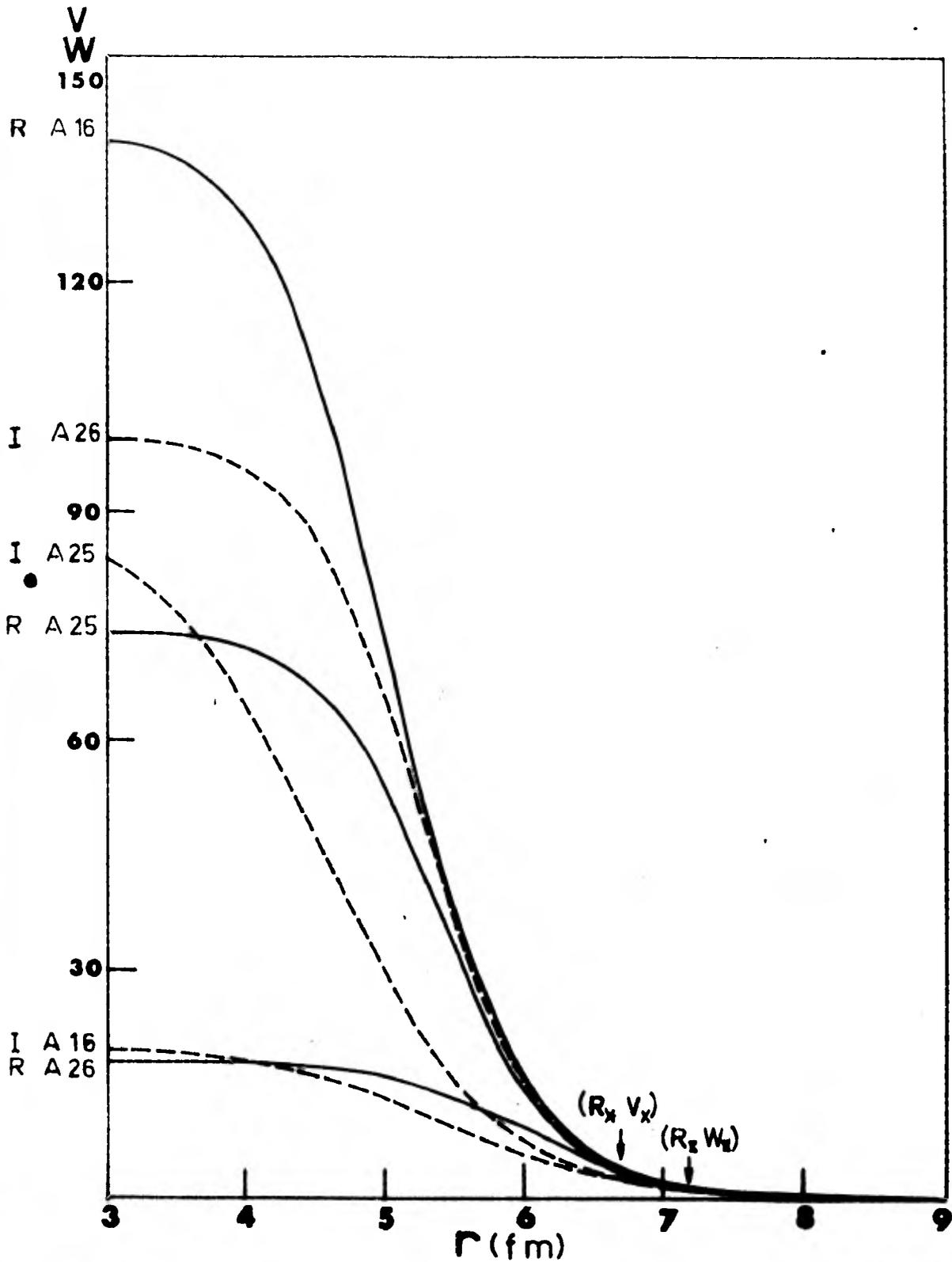
Las ambigüedades se originan debido a que las partículas incidentes son fuertemente absorbidas; bajo estas condiciones unas pocas ondas parciales con parámetros de impacto en la vecindad -



GRAFICA IV.6.- Distribuciones angulares (entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  c.m.) generados por los potenciales B26, B30, A27 y A16. Como puede notarse las secciones eficaces difieren fuertemente para ángulos hacia atrás.

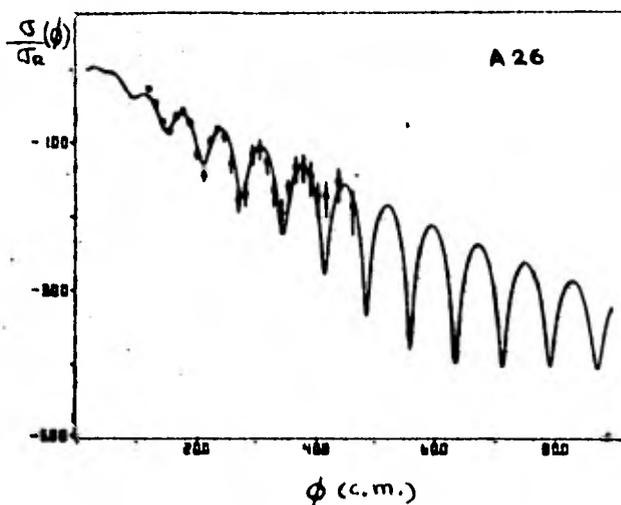
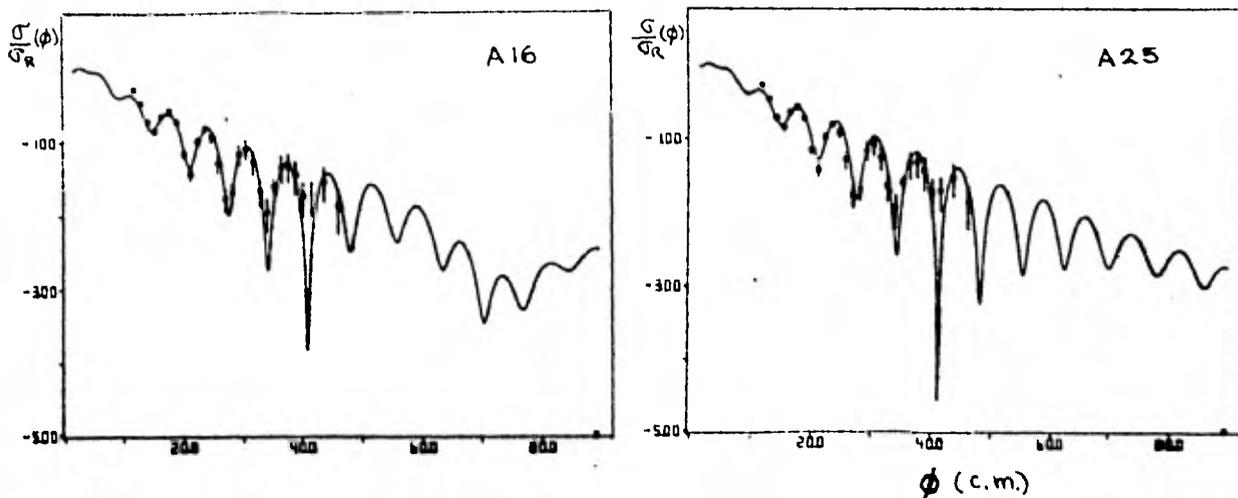
de la superficie nuclear dan las contribuciones predominantes al proceso de dispersión elástica. Es de esperarse que cualquier conjunto de parámetros que mantengan una forma del potencial similar en la región de la cola den ajustes equivalentes a los datos.

En la gráfica IV.7 se muestra la parte real e imaginaria de los potenciales A16, A25 y A26 (140MeV) equivalentes entre sí en cuanto al valor de  $X^2/NS$  y que generan distribuciones angulares que se ajustan igualmente bien a los datos (ver gráfica IV.8) se puede notar la variedad de los parámetros para potenciales equivalentes.



Grafica IV. 7

Partes reales e imaginarias de los potenciales  $A_{16}$ ,  $A_{26}$  y  $A_{25}$  en escala lineal equivalentes en cuanto a  $X^2/NS$ , mostrando lo variado de los diferentes parametros. Se señalan los puntos  $(R_x, V_x)$  y  $(R_z, W_z)$  ( $^{16}O + ^{12}C$  140 MeV)



GRAFICA IV.8.- Distribuciones angulares generadas por los potenciales A16, A26 y A25 (ver gráfica IV.7). Notese que a pesar de lo variado de los parámetros se ajustan muy bien a los datos, aunque difieren fuera de la zona angular medida.

#### 4.1) AMBIGUEDADES EN LA PARTE REAL DEL POTENCIAL

##### 4.1.1 Potenciales con distintas pendientes para 140 MeV y 218

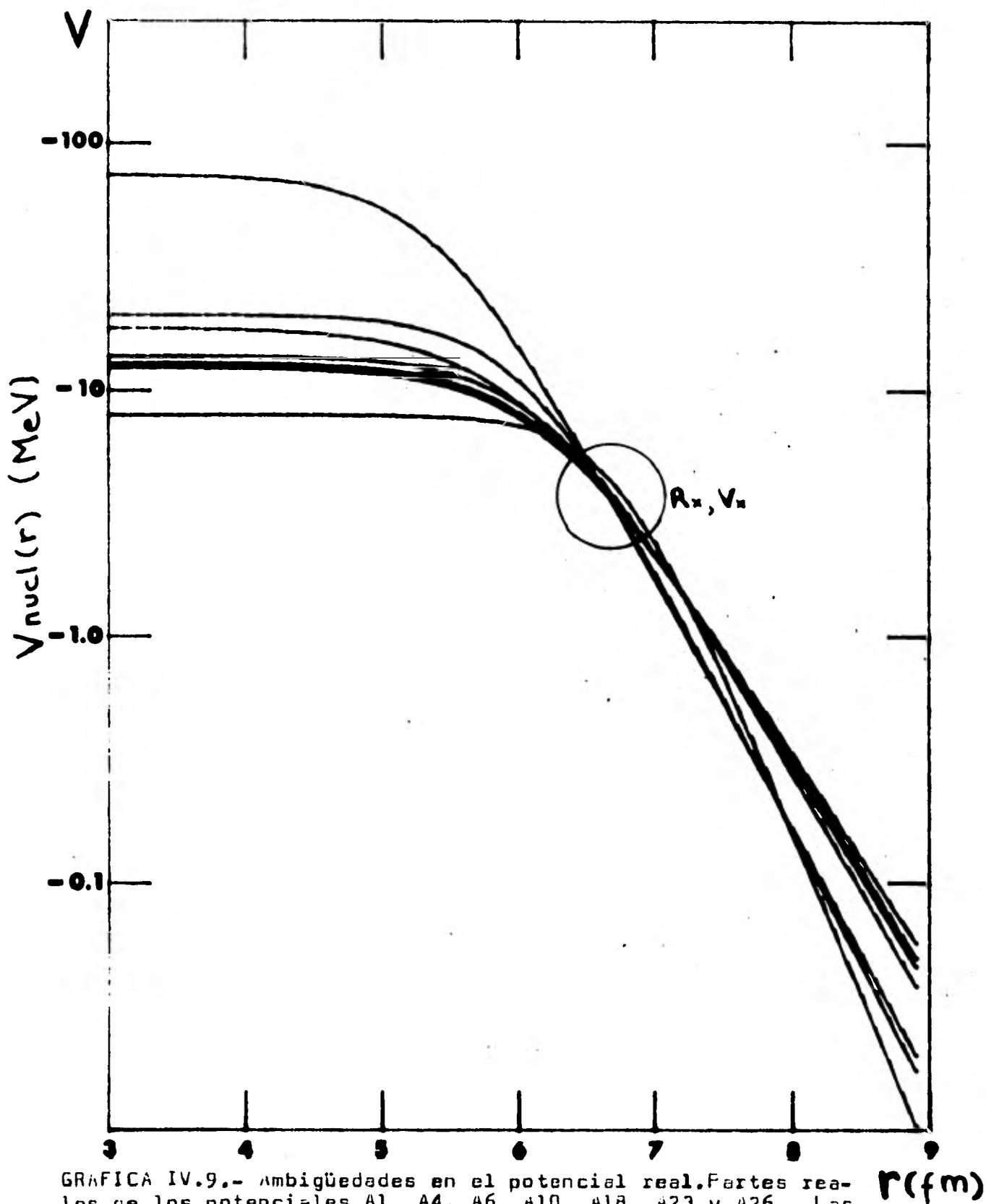
##### MeV y determinación del radio de absorción fuerte.

En la gráfica IV.9 se muestran en una representación semilogarítmica las partes reales de 7 potenciales (A1, A4, A6, A10, A18, A23 y A26) correspondientes a 140 MeV, equivalentes en cuanto a  $X^2/NS$ \*, los cuales tienen difusividades reales que van desde  $a_r = .326$  hasta  $a_r = .506$ . Las partes imaginarias de dichos potenciales son distintas en general. Exceptuando el potencial A1 que es el menos profundo y de menor  $X^2/NS$  los demás potenciales tienden a cruzarse alrededor del punto  $(R_x, V_x) = (6.62 \pm .05 \text{ fm}, 4.1 \pm 0.3 \text{ MeV})$ . Como puede observarse de la gráfica IV.7 en la cual las dos escalas son lineales, el punto  $(R_x, V_x)$  está localizado en la cola de los potenciales.

Dado el amplio intervalo de difusividades de potenciales -- equivalentes los datos no determinan sin ambigüedad el valor de  $a_r$  aunque parecen estar restringidos en un cierto intervalo. Lo que puede determinarse sin ambigüedad es el valor del potencial alrededor del punto ubicado a 6.62 fm, al que se le llama radio de absorción fuerte.

---

\* Los potenciales difieren en cuanto a  $X^2/NS$  en menos de un 20%



GRAFICA IV.9.- Ambigüedades en el potencial real. Partes reales de los potenciales A1, A4, A6, A10, A18, A23 y A26. Las difusividades van desde  $a_r = .326$  hasta  $a_r = .506$ . Los potenciales tienden a cruzarse por el punto  $(R_x, V_x) = (6.62, 4.1)$

El hecho de que los potenciales se crucen establece una re-lación entre los parámetros del potencial real para poder constituir buenos conjuntos de parámetros:

$$V(R_x) = \frac{V}{1 + \exp \frac{R_x - R}{a}} = K \quad \text{IV.6}$$

donde  $K$  es una constante. Esta relación para un valor fijo de  $R$  implicaría una ambigüedad continua entre  $V$  y  $a$ ; cambios en  $a$  podrían ser compensados por cambios en  $V$  (parte imaginaria fija).

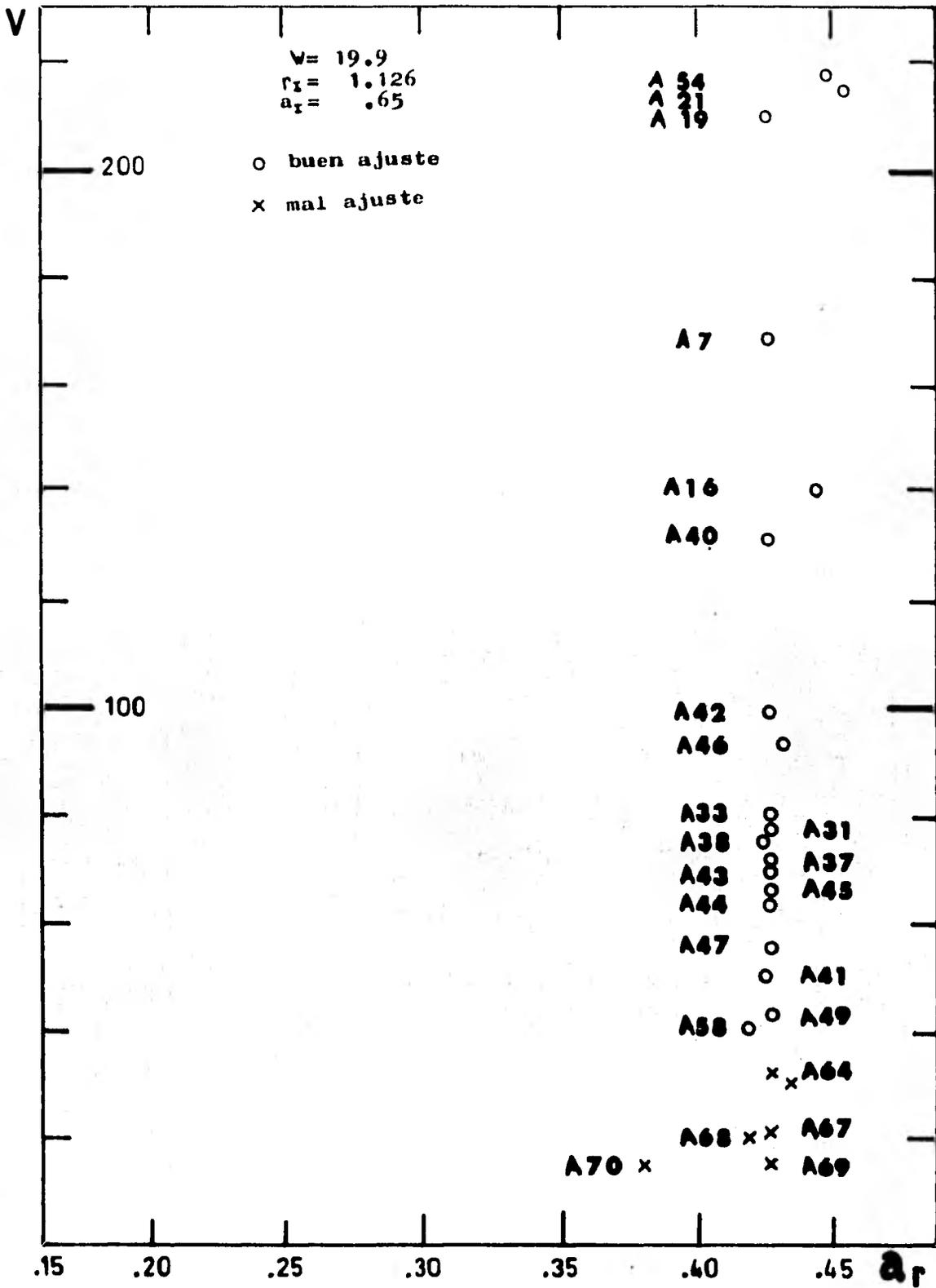
Sin embargo, esto se observa sólo para una zona relativa-mente pequeña (ver por ejemplo la Gráfica IV.4). Para  $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O}) ^{12}\text{C}$  a 218 MeV, se observan resultados similares.

Las partes reales de los potenciales equivalentes B1, B2, B3, B6, B8 y B23, cuyas difusividades van desde  $a_r = .341$  hasta  $a_r = .69$  tienden a cruzarse por el punto  $(R_x, V_x) = (6.72 \pm .08, 3.6 \pm .2)$ .

#### 4.1.2. Ambigüedades continuas de tipo Igo para 140 MeV.

La gráfica IV.10 es análoga a la IV.5\* discutida anteriormente, en ella se marcan con círculos las combinaciones de los parámetros reales  $(V, r_r \text{ y } a_r)$  que dan buenos ajustes ( $X^2 \leq 2.1$ ). En general, cada punto tiene un radio real diferente. Puede notarse

\* En la gráfica IV.10 los buenos ajustes difieren entre sí en menos de 5% mientras que en la IV.5 lo hacen en menos de un 50% aunque algunos valores de  $X^2/\text{NS}$  sean menores en IV.5 que en IV.10.



Grafica IV.10

Potenciales equivalentes que satisfacen la ambigüedad de Igo.

que a diferencia de IV.5 la zona de buenos ajustes es esencialmente vertical para una difusividad fija de aproximadamente  $a_r = 0.43$ . Los puntos marcados con una X muestran ajustes cuya  $X^2/NS$  es sensiblemente mayor. Unos de estos puntos están sobre la línea vertical con  $a_r = 0.43$  siguiendo la tendencia general mientras que otros fueron obtenidos fijando  $r_r$  y buscando la mejor combinación de  $V$  y  $a_r$ . Los números identifican el potencial correspondiente. Puede observarse que se pueden lograr buenos ajustes equivalentes con profundidades del potencial real que van desde  $V \approx 40$  MeV hasta  $V \approx 220$  MeV e incluso más profundos si se relaja la condición de que difieran en  $X^2/NS$  en menos de un 5% (es decir, si se consideran aquellos con  $X^2/NS > 2.3$ ).

En 1954 Igo<sup>33)</sup> observó en dispersión de partículas alfa a energías intermedias el tipo de ambigüedad que lleva su nombre. Consiste en que todos los potenciales que satisfacen la relación

$$V_R \exp [ Rr/a_r ] = cte \quad \text{IV.7}$$

son equivalentes. Ajustando los valores de  $V$  y  $R$  de los potenciales de la gráfica IV.10, mediante una relación del tipo  $Y = ae^{bx}$  se obtiene para los potenciales:

$$V_R \exp \left[ \frac{Rr}{.501} \right] = 3.58 \times 10^6 \quad \text{IV.8}$$

6

$$V_R \exp \left[ \frac{Rr}{1.16(.43)} \right] = 3.58 \times 10^6$$

con un coeficiente de correlación  $r^2 = .985$ .

Tomando en cuenta el valor preferencial de  $a_r = .43$  se --  
satisface la relación de Igo introduciendo un factor constante ----  
 $a = 1.16$  en IV.8 (ver figura IV.11).

La gráfica IV.12 muestra cuatro potenciales (A7, A8, A19 y A24) que satisfacen la relación de Igo.

Además de tener la misma pendiente coinciden en la zona de la cola del potencial.

Del análisis anterior se puede concluir:

1.- Haciendo una búsqueda que combina parámetros reales e imaginarios pudo hallarse un conjunto de parámetros reales que satisface la relación de Igo.

2.- El corredor vertical de buenos ajustes que satisfacen la relación de Igo está acotado. Hacia zonas de menor profundidad se opera un cambio brusco en la calidad del ajuste mientras que - hacia zonas profundas el cambio es gradual.

3.- Obtenido un buen ajuste, y variando  $V$  y  $r_r$  no asegura la obtención de potenciales que satisfagan la relación de Igo. - (ver por ejemplo la gráfica IV.5).

4.- Los radios reales se hallan acotados y la extrapola--  
ción de la línea recta en la gráfica IV.11 hacia un radio de inte--  
rés fuera del intervalo de "buenos" radios conduce a un mal poten--  
cial. Por ejemplo el radio 1.25 es utilizado con frecuencia para -  
comparar los potenciales de distintas reacciones, buscando depen--

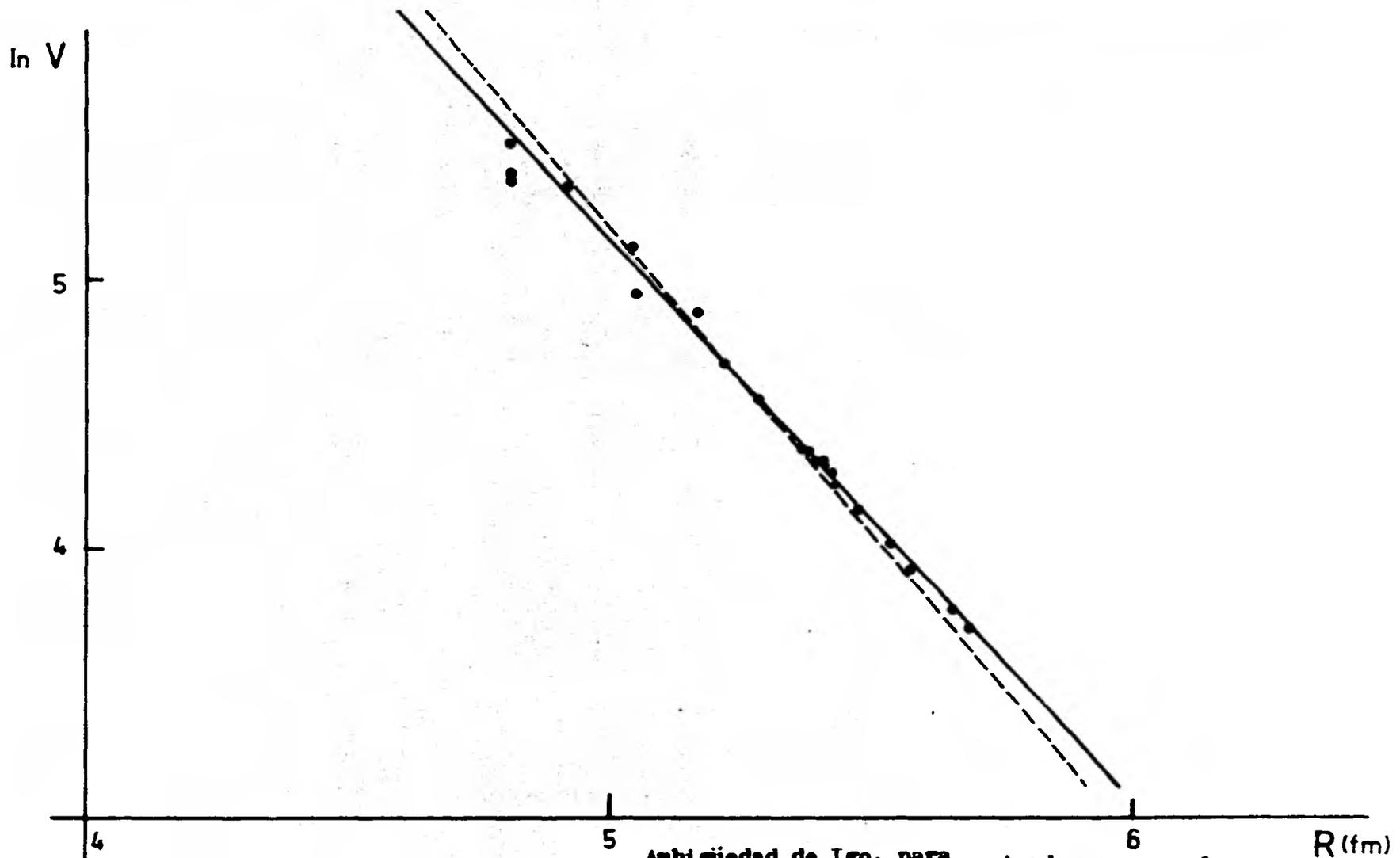
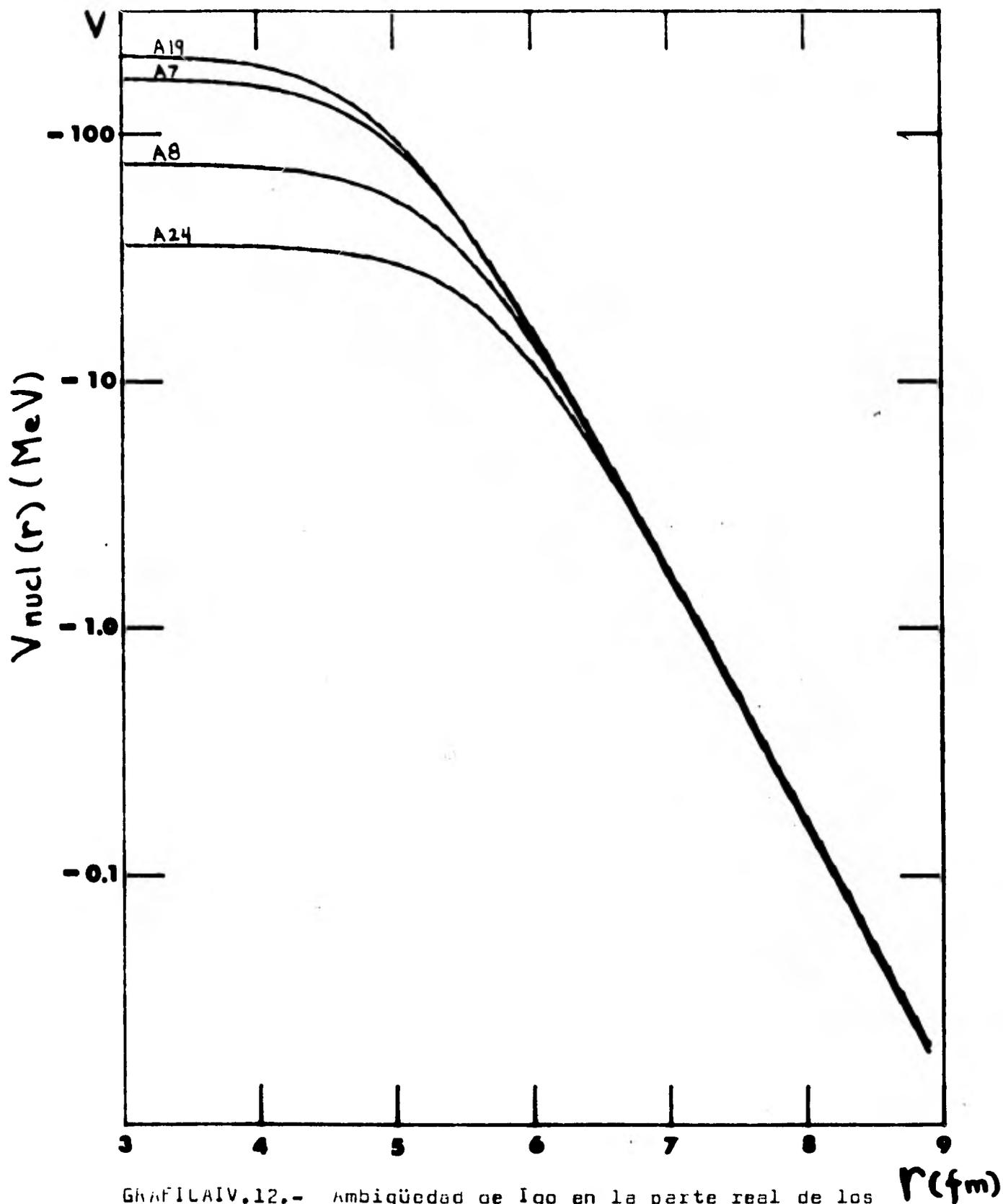


GRÁFICO IV.11

Ambigüedad de Igo, para la parte real del potencial a 140 MeV de energía en el laboratorio. La línea sólida indica el mejor ajuste, mientras que la línea pun-

teada es para el caso en que la  $\alpha$  del texto valiera la unidad.



GRAFICAIV.12.- Ambigüedad de ligo en la parte real de los potenciales A7, A8, A19 y A24 a 140 MeV.

dencias con la masa del blanco. Sin embargo con el potencial imaginario fijo de la gráfica III.8 no hay manera de obtener un ajuste equivalente con dicho radio (A66 tiene  $r_r = 1.25$  pero  $X^2/NS = 4.0$  ).

5. - El valor del potencial para el radio donde se cruzan los potenciales  $R_x$  queda determinado sin ambigüedad.

6. - El hecho de que existan potenciales equivalentes con profundidades desde 35 MeV hasta  $\sim 220$  es indicativo de la poca influencia que tiene el interior del potencial en la dispersión elástica.

#### 4.2) AMBIGÜEDADES EN LA PARTE IMAGINARIA

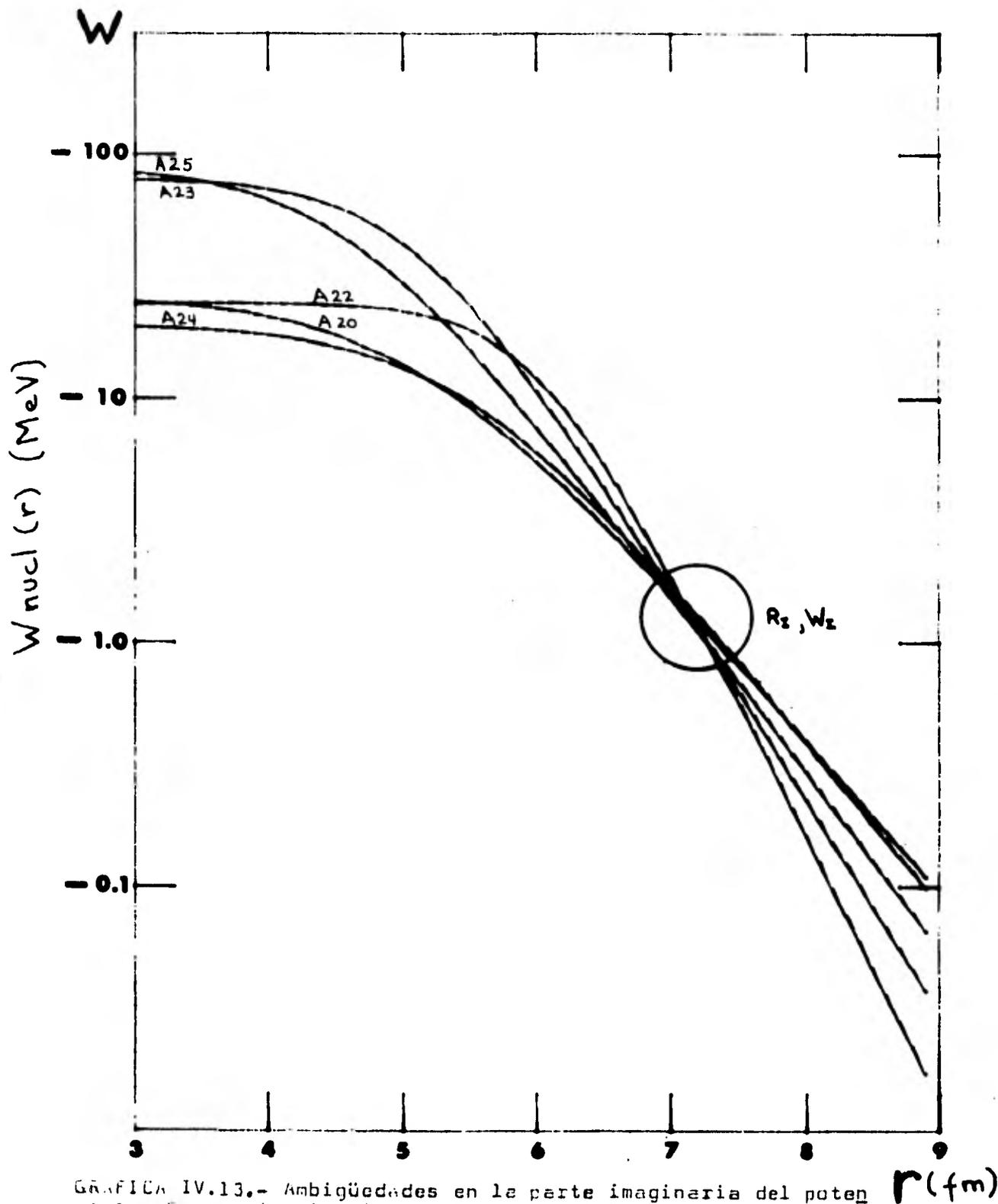
##### 4.2.1) Potenciales imaginarios con pendientes distintas para 140 MeV y 218 MeV.

En la gráfica IV.13 se muestran las partes imaginarias de cinco potenciales equivalentes con difusividades que van desde .4 a .7 (para 140 MeV) las cuales tienden a cruzarse en el punto con  $R_I = 7.10 \pm .05$  a una profundidad  $W_I = 1.37 \pm .10$ .

Para 218 MeV no se hizo una búsqueda tan extensa como para 140 MeV. Se observa también que los potenciales tienden a cruzarse en el punto  $R_I = 7.05 \pm 0.10$  fm  $W_I = 1.8 \pm 0.3$  MeV.

##### 4.2.2) Ambigüedad continua en el potencial imaginario a 140 MeV

Ambigüedades continuas (variando dos parámetros) en la parte imaginaria (manteniendo fija la parte real) han sido reportadas en la literatura (34). En el presente trabajo se hizo un estudio



GRAFICA IV.13.- Ambigüedades en la parte imaginaria del potencial. Partes imaginarias de los potenciales A20, A22, A23, A24 y A25. Las difusividades van desde  $a_I = .4$  hasta  $a_I = .7$ . Los potenciales tienden a cruzarse por el punto  $(R_I, W_I)_I = (7.15, 1.25)$ .

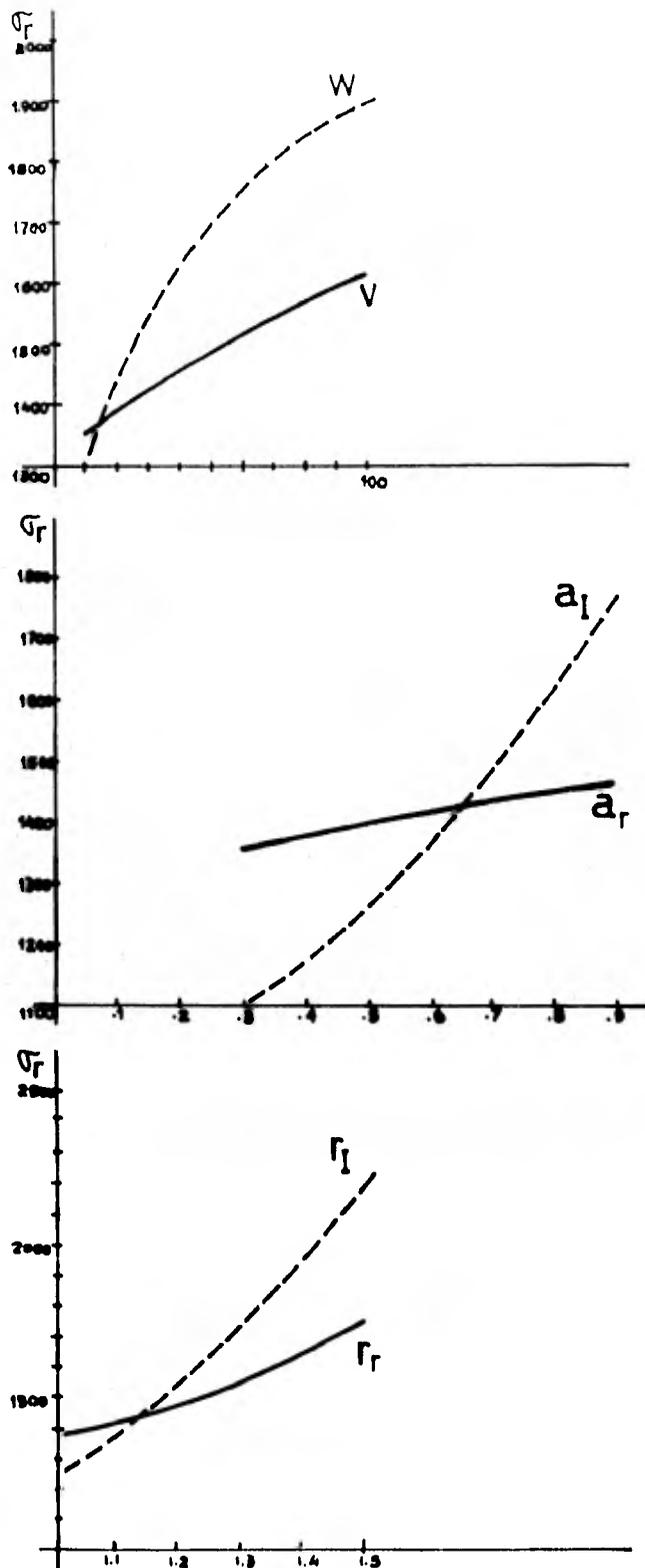
de ellas sobre el radio y la difusividad imaginarias para profundidades  $W$  fijas arbitrariamente. Los potenciales A50-A53, A59, -- A61, A62, A73 y A74, constituyen una familia de potenciales equivalentes. A4, A9, A12-A15, A17, A20, A25, A34, A48, A56, A57 y A60, forman otra familia. Dicha ambigüedad recuerda a la ambigüedad de Igo y en efecto se comprueba que guardan una relación del tipo:

$$W \exp \frac{R_I}{\alpha a_I} = K \quad \text{IV.9}$$

Donde  $\alpha$  es 1.15 para la primera familia y 1.09 para la segunda. Maher et. al.<sup>34)</sup> reportan que para  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  a energías entre 20 y 30 MeV en el centro de masa existe una ambigüedad continua sólo en el potencial imaginario mientras que discretas para el potencial real. No se indica sin embargo si dicha ambigüedad continua satisface una relación tipo IV.9.

5) SECCION TOTAL DE REACCION, MOMENTO ANGULAR CRITICO. INTEGRAL REAL DE VOLUMEN Y RADIO CUADRATICO MEDIO.

En la gráfica IV.14 se muestra el efecto de la variación individual de parámetros sobre la sección total de reacción (definida en el capítulo II) manteniendo los parámetros fijos correspondientes al potencial P1 excepto los parámetros variados indicados. El aumento de  $\sigma_r$  al aumentar los parámetros imaginarios es de



Gráfica IV.14

Efecto de la variación de parámetros sobre la sección de reacción manteniendo los parámetros fijos correspondientes al potencial P1 excepto los parámetros indicados. La ordenada representa la sección de la reacción  $\sigma_r$  y la abscisa el parámetro variado. Las líneas punteadas corresponden al parámetro imaginario.

de esperarse ya que la parte imaginaria del potencial es la encargada de la absorción del flujo del canal elástico. Se observa que la dependencia de  $\sigma_r$  con respecto a estos parámetros no es lineal y mientras  $\sigma_r$  vs  $W$  describe una curva con concavidad hacia abajo,  $\sigma_r$  vs  $r_I$  y  $\sigma_r$  vs  $a_I$  lo hacen con concavidad contraria. Como puede notarse la variación de los parámetros reales también influye sobre  $\sigma_r$  aunque con un efecto menor. Esto se explica para la profundidad del potencial  $V$  pues al aumentar crece la atracción nuclear sobre las partículas incidentes atrayéndolas hacia zonas más absorbentes y para la parte geométrica ( $a_r$  y  $r_r$ ) porque extiende el rango de acción de la atracción nuclear. Cabe aclarar que estos no son buenos ajustes de los datos y aunque la variación se hace partiendo del potencial "cercano"  $P_1$ , el estudio es independiente de los datos. La restricción en los parámetros impuesta por la exigencia de un buen ajuste limita el rango de variación de éstos y por lo tanto permite una determinación relativamente precisa de  $\sigma_r$ .

En efecto, para familias de potenciales que presentan ambigüedades reales la sección total de reacción  $\sigma_r$  permanece prácticamente constante (varía en menos del 1%) a pesar de la diversidad de los parámetros en cada una de ellas, lo cual indica que éstos se ajustan en tal forma de mantener  $\sigma_r$  constante. De acuerdo a la gráfica IV.14 no pueden variar los tres parámetros simultáneamente ( $V$ ,  $r_r$ ,  $a_r$ ) en la misma dirección (por ejemplo -

incrementándose). Sin embargo entre diferentes familias reales existen diferencias de  $\sigma_r$ . Para los buenos ajustes hallados  $\sigma_r$  varía hasta en un 10% para 140 MeV.

Las familias de ambigüedades en la parte imaginaria permiten aislar la acción de los parámetros reales. En ellas observamos que en los casos cuya difusividad imaginaria se mantiene prácticamente constante  $\sigma_r$  no varía, en cambio en un caso en que  $a_I$  no queda bien determinado (variando en un 17%) se observa que  $\sigma_r$  varía en un 4%. Si en este caso se grafica  $\sigma_r$  vs  $a_I$  se obtiene una relación de tipo lineal con una fuerte correlación entre  $\sigma_r$  y  $a_I$  (coeficiente de correlación  $r^2 = .90$ ).

Para los buenos ajustes a 140 MeV (con difusividades imaginarias desde .25 hasta .70 se observa una relación de tipo lineal coeficiente de correlación ( $r^2 = .97$ ):

$$\sigma_r \text{ (mb)} = 330 a_I + 1240 \text{ mb} \quad \text{IV.10}$$

A pesar de no poderse determinar de manera única la sección total de reacción a partir de los buenos ajustes podemos dar un valor de ellas y adjudicarles una incertidumbre de manera conservadora:

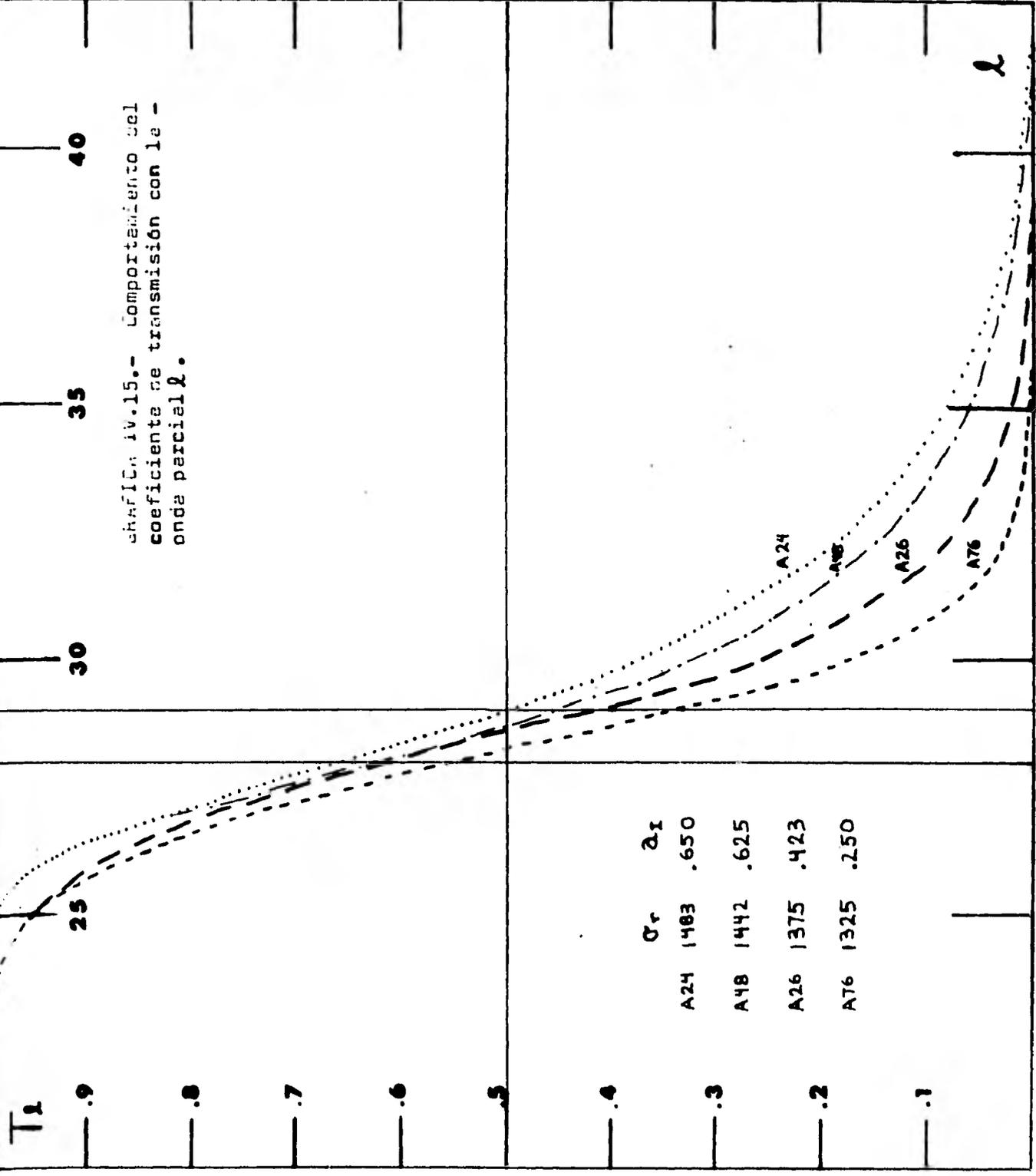
para 140 MeV	$1420 \pm 50 \text{ mb}$
" 218 MeV	$1530 \pm 100 \text{ mb}$

El momento angular crítico se ha definido como el valor para el cual el coeficiente de transmisión  $T_l$  ( $T_l = 1 - |S_l|^2$ ) adquiere el valor  $1/2$ . Al graficar los coeficientes de transmisión contra el valor de la onda parcial  $l$  (gráfica IV.15) observamos -- que los  $T_l$  de una misma familia de ambigüedades tienden a comportarse prácticamente iguales. De los  $T_l$  para los mejores ajustes concluimos que, a 140 MeV el momento angular crítico es --  $L_{gr} = 28.5 \pm 0.5$  y a 218 MeV,  $L_{gr} = 37.0 \pm 0.5$ .

La fuerte correlación entre la sección total de reacción y la difusividad imaginaria puede entenderse observando el efecto de ésta sobre las gráficas de  $T_l$  contra  $l$ . Por un lado, la variación de  $a_i$  corre el valor de  $l$  para el cual  $T_l = 1/2$ . También -- puede notarse que para  $a_i$  pequeña el valor de  $T_l$  desciende de manera abrupta (la transición de 1 a 0 la hace en un intervalo --- pequeño).

Valores grandes de  $a_i$  hacen que la pendiente con la que  $T_l$  desciende sea menor extendiendo la acción de absorción del -- potencial y captando ondas parciales con valor grande de  $l$ . Por ejemplo para 140 MeV el intervalo en el que  $T_l$  pasa de .9 a .1 varía entre  $\Delta l = 5$  y  $\Delta l = 8$ . Por lo tanto de acuerdo a la -- expresión II.22,  $\sigma_r = \pi \chi^2 \sum_l (2l+1) T_l$ , es claro que estas va-- riaciones de  $T_l$  se reflejan sobre la sección total de reacción, --

Gráfico IV.15.- Comportamiento del coeficiente de transmisión con la onda parcial  $\lambda$ .



efecto que es mayor debido al factor de peso  $(2\ell + 1)$  de cada onda parcial.

La integral de volumen de la parte real del potencial por pareja de partículas interactuando,  $J_R$  definida como:

$$J_R = \frac{1}{A_p A_b} \int_0^{\infty} 4\pi V(r) r^2 dr \quad \text{IV.11}$$

se ha utilizado en algunos datos de dispersión en iones ligeros <sup>35)</sup> para etiquetar las diferentes familias de potenciales.

Para un potencial de Woods-Saxon,  $J_R$  es igual a

$$J_R = \frac{4\pi V R_r^3}{3 A_b A_p} \left[ 1 + \left( \frac{\pi a}{R_r} \right)^2 \right] \quad \text{IV.12}$$

donde  $A_p$  y  $A_b$  son los números másicos del proyectil y del blanco respectivamente y  $V$ ,  $r_r$  y  $a$  son los parámetros del potencial. Para el caso mencionado <sup>35)</sup> ( $^3\text{He}$  y  $^4\text{He}$ ) la integral real de volumen varía mucho menos que la profundidad  $V$  dentro de cada familia de ambigüedades. Sin embargo para el conjunto de "buenos potenciales" que obtuvimos observamos fuerte variación de la  $J_R$  - incluso mayor que la variación de  $V$ , por lo tanto en el presente caso  $J_R$  no constituye una etiqueta adecuada (libre de ambigüedades) para identificar a las familias de potenciales.

Para un potencial de Wood-Saxon, el radio cuadrático medio MSR está dado por:

$$MSR \left\{ \frac{3}{5} R_r^2 \left[ 1 + \frac{7}{3} \left( \frac{\pi a_r}{R_r} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad \text{IV.13}$$

Este tampoco permanece constante para los distintos potenciales -- equivalentes observándose una fuerte correlación entre este y el ra dio real  $R_r$  a lo largo de las ambigüedades continuas.

El hecho de que tanto la integral real de volumen como el radio cuadrático medio no permanezcan constantes para ajustes equi valentes puede deberse a que existiendo absorción fuerte el proceso de dispersión depende esencialmente de la forma de la cola del po tencial y no de las características de conjunto.

#### 6) DIFRACCION

Debido a que la dispersión de iones pesados se caracteriza por una fuerte absorción, es muy similar a la difracción por un obstáculo opaco. En la óptica clásica existen dos regímenes de di fracción: Fresnel y Fraunhofer dependiendo de las posiciones rela tivas de la fuente, el obstáculo y el punto de observación. La con dición básica de difracción<sup>36)</sup> de una onda por un objeto opaco es que la longitud de onda sea pequeña comparada con la dimensión lineal del objeto ( $a$ ). Si  $k$  es el número de onda se tiene:

$$ka \gg 1$$

IV.14

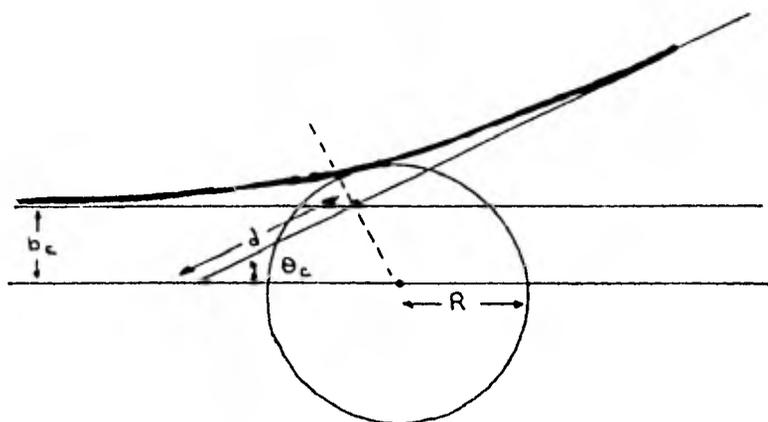
Un patrón de difracción se caracteriza por la cantidad --

$Ka^2/d$ , donde  $d$  es la distancia más corta entre las dos distancias  $d_1$  (entre la fuente y el obstáculo) y  $d_2$  (entre el punto de observación y el obstáculo). En términos de esto se tienen dos clases de patrones:

$$\begin{aligned} Ka (a/d) \ll 1 & \quad \text{difracción de Fraunhofer} \\ Ka (a/d) \gtrsim 1 & \quad \text{difracción de Fresnel} \quad \text{IV.15} \end{aligned}$$

La difracción de Fraunhofer ocurre cuando la fuente y el observador se hallan en el infinito; la de Fresnel cuando la fuente, el observador o ambos se hallan a distancia finita del obstáculo.

En el caso de dispersión entre partículas cargadas podría pensarse en que toda la difracción es de Fraunhofer al suponer que la fuente (rejilla colimadora del haz) y el observador (detector) se hallan a una distancia infinita comparada con las dimensiones del centro dispersor. En el caso de colisiones entre iones pesados la interacción Coulombiana es muy fuerte (una medida de esto es el parámetro de Coulomb  $\eta = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar v}$ ). El campo Coulombiano distorsiona la onda incidente de tal manera que el frente de onda tiene una curvatura apreciable en la región del núcleo. El efecto neto es que las partículas que son dispersadas a un ángulo crítico  $\Theta$  (donde  $\Theta_c$  es el ángulo de dispersión Coulombiana correspondiente a la trayectoria rasante) parecen originarse en una fuente virtual a una distancia  $d$  del centro dispersor ---- (ver figura IV.1).



Dicha distancia está relacionada con el parámetro de impacto ( $b_c$ ) para la trayectoria rasante por:

$$d = b_c / \text{sen } \Theta_c \quad \text{IV.16}$$

pero como  $b_c = \eta / K (\cot \Theta_c / 2)$  IV.17

entonces  $d = \eta / 2K (\text{cosec } \Theta_c / 2)^2$  IV.18

Es decir debido a la existencia de una distancia  $d$  finita ya no es válido el argumento de que la fuente está a distancia infinita representada por la rejilla colimadora. El campo coulombiano cerca de la superficie nuclear actúa como una lente divergente de distancia focal  $f = d \text{ Cos } \Theta_c$ .

En el caso nuclear el radio efectivo de difracción lo constituye  $b_c$  y no  $R$ . De tal forma que la condición IV.14 la podemos escribir substituyendo  $a$  por  $b_c$  como.

$$L_{qr} = K b_c = \eta \cot \frac{\Theta_c}{2} \quad \text{IV.19}$$

donde  $L_{qr}$  es el momento angular crítico. Este está relacionado con

$KR$  por:

$$L_{qr} = KR \left( 1 - \frac{2\eta}{KR} \right)^{1/2} \quad \text{IV.20}$$

La cantidad que caracteriza el patrón de difracción,  $Ka^2/d$ , se describe entonces como  $Kb_c (b_c/d) = L_{qr} \text{Sen } \theta_c$  IV.21

Las condiciones IV.15 quedan entonces como:

$$\begin{aligned} L_{qr} \text{Sen } \theta_c \ll 1 & \quad \text{difracción de Fraunhofer} \\ L_{qr} \text{Sen } \theta_c \gtrsim 1 & \quad \text{difracción de Fresnel} \end{aligned} \quad \text{IV.22}$$

Los patrones ideales ocurren en los siguientes límites:

i) Límite de Fraunhofer:  $L_{qr} \rightarrow \infty$   
 $\eta/L_{qr} \rightarrow 0$  (ó  $\theta_c \rightarrow 0$ )

y la sección está dada por:

$$\sigma(\theta) = R^2 \left[ J_1(KR\theta)/\theta \right]^2 \quad \text{IV.23}$$

ii) Límite de Fresnel  $L_{qr} \rightarrow \infty$  (ó  $\eta \rightarrow \infty$ )  
 $\eta/L_{qr} = \text{const.}$  (ó  $\theta_c = \text{const.}$ )

y la relación entre la sección eficaz diferencial y la sección de --

Rutherford está dada por:

$$\frac{\sigma(\theta)}{\sigma_R(\theta)} = \frac{1}{2} \left\{ [1/2 - C(w)]^2 + [1/2 - S(w)]^2 \right\} \quad \text{IV.24}$$

donde  $C(w)$  y  $S(w)$  son integrales de Fresnel de argumento:

$$W = \left( \frac{L_{qr}}{\pi \text{Sen } \theta_c} \right)^{1/2} \text{Sen } \frac{1}{2} (\theta - \theta_c) \quad \text{IV.25}$$

En la tabla IV.2 se muestran algunos parámetros importantes para las dos energías.

E(lab)	Lgr	$\Theta_c$	$\eta$	D=R	$b_c$	d	f	k
140	28.5	10.25	2.555	7.03	6.42	36.12	35.54	4.436
218	37	6.34	2.048	7.06	6.68	60.56	60.19	5.536

Tabla IV.2 Algunos parámetros para la reacción a 140 MeV y 218 MeV.

De acuerdo a la anterior clasificación nuestro sistema se encontraría en el régimen de Fresnel aunque no muy alejado del régimen de Fraunhofer. La transición entre dichos regímenes se lleva a cabo de manera continua. De hecho la distribución angular de los datos se asemeja más a un patrón de difracción de Fraunhofer. Los datos de dispersión elástica de  $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O})^{12}\text{C}$  a una energía intermedia a las nuestras (168 MeV) frecuentemente se cita en la literatura<sup>10, 37)</sup> como un ejemplo de difracción de Fraunhofer.

Si se realiza un cambio de variable y se deriva la expresión IV.23 igualando a cero, con el fin de obtener los máximos de la distribución angular

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\mu} (\sigma(\theta)) &= \kappa 2 \frac{J_1}{\mu} \left[ \frac{\mu \left( -\frac{J_1}{\mu} + J_0 - J_1 \right)}{\mu^2} \right] \\ &= \kappa 2 \frac{J_1}{\mu} \left[ \frac{-2J_1 + \mu J_0}{\mu^2} \right] \end{aligned} \quad \text{IV.26}$$

y usando la fórmula de recurrencia:

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{2}{\mu} J_1 - J_0 \\ \text{se obtiene} \quad \frac{d}{d\mu} (\sigma) &= \frac{-2J_1 \left[ \frac{2J_1}{\mu} - J_0 \right]}{\mu^2} \quad \text{IV.27} \\ \text{por lo que} \quad \frac{d}{d\mu} (\sigma) &= \frac{-2J_1 J_2}{\mu^2} = 0 \end{aligned}$$

$$J_2(\mu) = 0$$

Por lo tanto los máximos de  $\mathcal{T}(\Theta)$  ocurren para los ceros de  $J_2(\mu)$

Buscando los valores para los ceros de  $J_2(X)$  y calculando las diferencias entre ellos (lo cual es una medida de la distancia entre los máximos del patrón de difracción) observamos que dicha distancia disminuye conforme nos vamos hacia ángulos grandes. Sin embargo esto es contrario a lo observado en los datos experimentales. Esto muestran, efectivamente, fuerte estructura difractiva para ambas energías, sin embargo la distancia entre los primeros máximos tiende a aumentar ligeramente para ángulos hacia atrás (con la excepción del último máximo que se tiene). Al tratar de ajustar las distribuciones por medio del modelo óptico la distancia entre los máximos que se obtuvo, tiene también un comportamiento creciente para ángulos hacia atrás.

Bajo las ideas semiclásicas de correspondencia entre el momento angular y el parámetro de impacto, se puede hablar de trayectorias de las partículas. Valores pequeños del parámetro de impacto corresponden a ángulos de dispersión grandes (los ángulos críticos  $\Theta_c$  correspondientes a las trayectorias razantes para 140 y 218 MeV son de acuerdo a la tabla:  $10.6^\circ$  y  $6.5^\circ$  respectivamente. Una posible interpretación del comportamiento de los máximos puede deberse a lo siguiente: Por un lado este comportamiento implica valores menores del radio R en el argumento de la función de Bessel conforme nos vamos a ángulos hacia atrás. Es decir que para parámetros de impacto cada vez menores el

radio "efectivo" de la interacción es menor. Esto podría deberse a que conforme el parámetro de impacto es menor la distancia - de mínimo acercamiento es menor (siendo mínima en una colisión frontal). Esto explicaría la disminución del radio al movernos hacia ángulos grandes.

En el estudio del efecto de la variación de los parámetros del potencial de Wood-Saxon sobre las distribuciones angulares, medimos las distancias entre máximos (y mínimos) tratando de buscar correlaciones entre su variación y la de los parámetros, como posibles auxiliares en el ajuste. Observamos que en general al disminuir los valores de los parámetros (individualmente) aumenta la distancia entre máximos (mínimos) con la excepción de  $a_1$  que prácticamente no causa modificaciones.

Hemos visto por un lado que el modelo de difracción determina un comportamiento decreciente con el ángulo de la distancia entre máximos (mínimos), mientras que con el modelo óptico se obtiene un comportamiento opuesto y los datos parecen (dentro de su incerteza) no requerir de un comportamiento decreciente -- hacia atrás.

La aplicación del modelo de difracción de Fraunhofer es es tá justificada para nuestro sistema, pues como hemos visto los rasgos del régimen de Fresnel son poco importantes en nuestro caso. Por otro lado la fórmula IV.23 es una aproximación para ángulos pequeños buena para el intervalo de ángulos medido. -

Existe también absorción fuerte como puede verse de la gráfica de  $T_j$  vs.  $q$  incluso para potenciales poco profundos en la parte imaginaria. Los efectos de una superficie difusa simplemente amortiguan el patrón de difracción aumentando este efecto con el ángulo.<sup>36)</sup>

## CONCLUSIONES

Este trabajo ha descrito un estudio de la dispersión elástica entre  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  a 140 y 218 MeV de energía en el laboratorio. Se midió y analizó la distribución angular por primera vez en este sistema a estas energías. El análisis de los datos de acuerdo al modelo óptico constó de dos partes.

Primero se realizó un estudio independiente de los datos, determinando sistemáticamente la influencia de la variación de los diferentes parámetros de un potencial del tipo Woods-Saxon sobre las distribuciones angulares. Los resultados de dicho estudio se encuentran en la sección correspondiente.

Segundo, se buscaron los parámetros de un potencial óptico que ajustan las distribuciones angulares medidas y se obtuvieron varios conjuntos de potenciales equivalentes en cuanto al valor de la  $X^2$ . Se observó la existencia de ambigüedades del tipo continuo. Un estudio de ellas permitió encontrar familias que satisficían la relación de Igo, tanto en la parte real como en la imaginaria del potencial. No se encontró publicado ningún estudio sistemático de ambigüedades en la parte imaginaria. Los buenos ajustes encontraron una fuerte interrelación entre la parte imaginaria y la parte real. Se observa que tanto en la parte real como en la parte imaginaria existe la tendencia de que los potenciales con distintas difusividades tiendan a cruzarse alrede-

dor de una zona bien determinada correspondiente a un radio de absorción fuerte. Para 140 MeV,  $R_x = 6.6$  fm,  $V_x = 4.1$  MeV y  $R_i = 7.1$  fm a una profundidad  $W_i = 1.4$  MeV. A 218 MeV  $R_x = 6.7$  fm,  $V_x = 3.6$  MeV y  $R_i = 7.1$  fm,  $W_i = 1.8$ .

Se estableció una selección de los mejores potenciales basada en criterios visuales, físicos y de consistencia además del de un valor bajo de  $X^2$ :

	E	V	$r_r$	$a_r$	W	$r_I$	$a_I$
A27	140	17.82	1.247	.506	24.30	1.247	.400
A10	140	140.54	1.050	.446	19.90	1.126	.650
B26	218	17.50	1.250	.522	25.00	1.205	.500
B30	218	140.54	1.050	.446	19.90	1.029	.914

El momento angular crítico  $L_{gr}$  es para 140 MeV de  $28.5 \pm 0.5$  y para 218 MeV  $37 \pm 0.6$ . Haciendo una correspondencia entre el espacio del momento angular y el de las coordenadas se halla que el momento angular crítico corresponde a un radio cercano al radio donde se cruzan los potenciales. Dicho punto parece no ser muy sensible a la variación de la energía..

La integral de volumen de la parte real del potencial no constituye una buena característica de las ambigüedades así como el radio cuadrático medio, ya que estos parámetros son característicos del núcleo como un todo, siendo que los potenciales dependen esencialmente de la forma del potencial en la zona de la cola.

Se pudo obtener información acerca de la pendiente del

potencial en la zona de la cola. Se observó posible evidencia de dependencia de la difusividad real con el valor  $\ell$  de las ondas parciales lo que parece ser indicativo de que los potenciales en vez del comportamiento lineal que presentan en gráficas semilogarítmicas (aproximación exponencial del potencial de Wood-Saxon) se comportan aumentando su pendiente al alejarse del centro.

Se comprobó que las secciones transversales presentan fuerte comportamiento difractivo. Sin embargo se analizó la distancia entre máximos (y mínimos) y se observó un comportamiento de esta creciente hacia ángulos para atrás a diferencia del comportamiento que predice la difracción de Fraunhofer. Se discute una posible interpretación del hecho.

Se observó una fuerte correlación entre la sección total de reacción y la difusividad imaginaria. Esto debe tomarse en cuenta al utilizar los valores de sección total de reacción generados via el Modelo Optico puesto que los ajustes equivalentes tienen difusividades distintas. Este hecho es importante pues en esta región de energías se espera un posible cambio del potencial de interacción debido a una transición entre interacciones en las que el campo nuclear promedio domina a aquellas en las que las colisiones individuales entre nucleones son las importantes.

En trabajos futuros de dispersión elástica entre iones pesados en esta zona de energía sería importante la medición de --

distribuciones angulares que cubrieran zonas angulares más amplias que el presente trabajo, así como estudios sistemáticos como función de la energía. Lo primero eliminaría parte de las ambigüedades como puede observarse en la gráfica IV.6, y lo segundo -- permitiría establecer relaciones entre los diferentes parámetros - del potencial en función de la energía, ayudando igualmente en la reducción de las ambigüedades inherentes a un proceso altamente absorbente.

APENDICE A. - Criterio de la  $X^2$ .

La cantidad  $X^2$  está definida por:

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(N_{TEO}^i - N_{EXP}^i)^2}{N_{TEO}^i} \quad A.1$$

donde  $N_t^i$  y  $N_{exp}^i$  son los números de cuentas calculados y obtenidos de la  $i$ -ésima medición y  $n$  es el número de mediciones. Sin embargo lo que nos interesa comparar son secciones. Estas están relacionadas con el número de cuentas por III. 17 y III. 18.

Podemos escribir:  $\sigma_{EXP}^i = \lambda N_{EXP}^i \quad A.2$

donde:  $\lambda = .266 \frac{Ab \cdot Ec \cdot T_m}{Gb \cdot Q_T \cdot \Delta\Omega} \quad A.3$

Si  $N_{exp}^i$  es el número de cuentas de una medición particular, la desviación estandar es  $N_{exp}^{i/2}$ .

Por lo que la fluctuación en la sección experimental está dada - por:

$$\delta \sigma_{EXP}^i = \lambda N_{EXP}^{i/2} \quad A.4$$

Combinando A.2 y A.4

$$\lambda = \frac{(\delta \sigma_{EXP})^2}{\sigma_{EXP}} \quad A.5$$

La sección teórica es:

$$\sigma_{TEO} = \lambda N_{TEO} \quad A.6$$

A A.1 la podemos escribir como:

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\lambda N_{TEO}^i - \lambda N_{EXP}^i}{\lambda N_{EXP}^{i/2}} \right)^2 \frac{\lambda N_{EXP}^i}{\lambda N_{TEO}^i} \quad A.7$$

De donde:

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\sigma_{TEO}^i - \sigma_{EXP}^i}{\delta \sigma_{EXP}^i} \right) \frac{\sigma_{EXP}^i}{\sigma_{TEO}^i} \quad A.8$$

Si el ajuste es bueno  $\sigma_{exp} \approx \sigma_{teor}$  y entonces:

$$X^2 \approx \Delta = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\sigma_{TEO}(\phi_i) - \sigma_{EXP}(\phi_i)}{\delta \sigma_{EXP}(\phi_i)} \right)^2 \quad A.9$$

La función  $\Delta$  nos permite comparar las secciones eficaces calculadas  $\sigma_{teor}(\phi_i)$  con las medidas  $\sigma_{exp}(\phi_i)$  en el ángulo  $\phi_i$  c.m.  $\delta \sigma_{exp}(\phi_i)$  es la incerteza estadística para la sección medida en  $\phi_i$ .

APENDICE B.- Lista de parámetros de buenos potenciales de Wood-Saxon que ajustan las distribuciones angulares de las secciones, así como otros que debido a su interés se citan en el texto

Energía:140 MeV							
POTENCIAL	V	$r_r$	$a_r$	W	$r_i$	$a_i$	$\chi^2/NS$
A1	7.912	1.400	.3265	24.300	1.247	.400	1.9
A2	5.156	1.471	.1707	24.300	1.247	.400	1.8
A3	10.234	1.350	.4027	24.300	1.247	.400	1.9
A4	74.520	1.126	.4240	100.00	0.871	.679	2.0
A5	13.348	1.300	.4600	24.300	1.247	.400	2.0
A6	12.883	1.300	.4700	24.300	1.247	.400	2.0
A7	168.491	1.050	.4280	19.900	1.126	.650	2.0
A8	75.669	1.122	.4280	19.900	1.126	.650	2.0
A9	74.523	1.126	.4245	19.900	1.126	.650	2.0
A10	13.802	1.300	.4500	24.300	1.247	.400	2.1
A11	73.878	1.125	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A12	74.520	1.126	.4240	28.548	1.056	.675	2.1
A13	74.520	1.126	.4240	40.000	1.013	.666	2.1
A14	74.520	1.126	.4240	80.000	0.911	.670	2.1
A15	74.520	1.126	.4240	67.551	0.950	.650	2.1
A16	140.540	1.050	.4459	19.900	1.126	.650	2.1
A17	74.520	1.126	.4240	52.107	0.950	.700	2.1
A18	12.415	1.300	.4800	24.300	1.247	.400	2.1
A19	210.042	1.025	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A20	74.520	1.126	.4240	25.882	1.057	.700	2.1
A21	214.648	1.000	.4566	19.900	1.126	.650	2.1
A22	11.965	1.300	.4900	24.300	1.247	.400	2.2
A23	20.000	1.264	.4000	80.000	1.054	.500	2.2
A24	35.370	1.188	.4300	21.600	1.134	.650	2.3
A25	74.520	1.126	.4240	90.014	0.950	.600	2.3
A26	17.820	1.247	.5060	100.000	1.102	.423	2.3
A27	17.823	1.247	.5061	24.300	1.247	.400	2.2
A28	14.238	1.300	.4400	24.300	1.247	.400	2.2
A29	75.000	1.126	.4300	50.000	0.995	.645	2.1
A30	75.000	1.126	.4300	35.000	1.045	.644	2.1

POTENCIAL	V	$r_r$	$a_r$	W	$r_i$	$a_i$	$\chi^2/NS$
A31	77.510	1.119	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A32	78.880	1.117	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A33	79.340	1.117	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A34	74.520	1.126	.4240	31.618	1.056	.650	2.1
A35	79.340	1.117	.4276	19.800	1.126	.650	2.1
A36	79.340	1.117	.4270	19.930	1.126	.650	2.1
A37	71.922	1.128	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A38	72.920	1.130	.4216	19.800	1.130	.650	2.1
A39	75.000	1.126	.4300	25.000	1.094	.642	2.1
A40	131.218	1.075	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A41	50.1086	1.160	.4260	19.900	1.126	.650	2.1
A42	98.906	1.100	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A43	69.331	1.131	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A44	63.3827	1.137	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A45	65.906	1.134	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A46	93.416	1.100	.4321	19.900	1.126	.650	2.1
A47	55.391	1.150	.4280	19.900	1.126	.650	2.1
A48	74.520	1.126	.4240	35.187	1.057	.625	2.1
A49	43.024	1.175	.4280	19.900	1.126	.650	2.2
A50	17.820	1.247	.5061	24.300	1.244	.403	2.2
A51	17.820	1.247	.5061	40.000	1.194	.410	2.2
A52	17.820	1.247	.5061	20.000	1.264	.402	2.2
A53	17.820	1.247	.5061	60.000	1.153	.416	2.2
A54	217.255	1.000	.4500	19.900	1.126	.650	2.2
A55	75.000	1.126	.4300	70.000	0.948	.646	2.1
A56	74.520	1.126	.4240	30.000	1.056	.663	2.1
A57	74.520	1.126	.4240	60.000	0.953	.668	2.1
A58	40.000	1.183	.4205	19.900	1.126	.650	2.3
A59	17.820	1.247	.5060	80.000	1.125	.420	2.3
A60	74.520	1.126	.4240	39.368	1.056	.600	2.3
A61	17.820	1.247	.5060	120.00	1.085	.425	2.3
A62	17.820	1.247	.5060	180.00	1.046	.428	2.3
A63	255.92	1.000	.4280	19.900	1.126	.650	2.5
A64	32.450	1.200	.4280	19.900	1.126	.650	3.0
A65	30.000	1.202	.4356	19.900	1.126	.650	3.2

POTENCIAL	V	$r_r$	$a_r$	W	$r_i$	$a_i$	$x^2/NS$
A66	21.255	1.250	.4227	19.900	1.126	.650	4.0
A67	21.138	1.250	.4280	19.900	1.126	.650	4.0
A68	20.000	1.258	.4195	19.900	1.126	.650	4.0
A69	15.436	1.300	.4280	19.900	1.126	.650	5.3
A70	15.000	1.307	.3807	19.900	1.126	.650	4.1
A71	10.000	1.364	.3008	19.900	1.126	.650	4.6
A72	7.8551	1.400	.2396	19.900	1.126	.650	6.0
A73	17.820	1.247	.5060	10.000	1.348	.402	2.5
A74	17.820	1.247	.5060	220.00	1.026	.429	2.4
A75	4.0518	1.486	.2991	13.970	1.341	.300	1.7
A76	4.0431	1.486	.2841	10.840	1.370	.250	2.0
A77	4.6800	1.486	.1695	18.220	1.296	.350	1.7
A78	4.7800	1.486	.1480	25.000	1.257	.376	1.7
A79	11.800	1.300	.5140	30.440	1.236	.384	2.3
A80	20.000	1.264	.4000	60.000	1.054	.550	2.0
A81	21.190	1.264	.4187	60.000	1.111	.450	2.0
A82	17.820	1.247	.5060	220.00	1.026	.400	2.4
A83	40.627	1.200	.3911	19.900	1.126	.650	2.8

Energia: 218 MeV

POTENCIAL	V	$r_r$	$a_r$	W	$r_i$	$a_i$	$\chi^2/NS$
B <sub>1</sub>	11.022	1.350	.4070	50.000	1.120	.500	3.8
B <sub>2</sub>	8.181	1.4000	.3410	50.000	1.120	.500	3.7
B <sub>3</sub>	18.867	1.250	.5094	50.000	1.120	.500	4.1
B <sub>4</sub>	138.030	1.050	.4414	19.900	1.028	.914	4.1
B <sub>5</sub>	24.577	1.200	.5463	50.000	1.120	.500	4.1
B <sub>6</sub>	11.690	1.300	.5510	14.183	1.311	.400	4.2
B <sub>7</sub>	11.690	1.300	.5510	24.300	1.247	.400	4.3
B <sub>8</sub>	10.439	1.300	.6000	24.300	1.247	.414	4.3
B <sub>9</sub>	11.454	1.300	.5628	24.300	1.247	.414	4.3
B <sub>10</sub>	7.834	1.400	.4042	24.300	1.247	.414	4.0
B <sub>11</sub>	17.584	1.200	.6537	24.300	1.247	.414	4.3
B <sub>12</sub>	4.440	1.500	.2241	24.300	1.247	.414	3.7
B <sub>13</sub>	3.555	1.532	.1847	24.300	1.247	.414	3.8
B <sub>14</sub>	4.195	1.474	.5000	24.300	1.247	.414	4.2
B <sub>15</sub>	6.790	1.418	.4000	24.300	1.247	.414	4.0
B <sub>16</sub>	5.229	1.470	.3000	24.300	1.247	.414	3.8
B <sub>17</sub>	4.903	1.485	.2500	24.300	1.247	.414	3.7
B <sub>18</sub>	3.577	1.532	.1500	24.300	1.247	.414	3.8
B <sub>19</sub>	3.827	1.522	.1710	24.300	1.247	.414	3.8
B <sub>20</sub>	13.182	1.250	.6576	25.000	1.254	.400	4.3
B <sub>21</sub>	14.081	1.250	.6068	15.000	1.308	.400	4.2
B <sub>22</sub>	10.637	1.300	.6111	15.000	1.254	.400	4.3
B <sub>23</sub>	21.440	1.150	.6898	15.000	1.312	.400	4.3
B <sub>24</sub>	29.330	1.150	.5921	25.000	1.206	.500	4.3
B <sub>25</sub>	14.000	1.250	.6000	15.620	1.300	.406	4.2
B <sub>26</sub>	17.500	1.250	.5218	25.000	1.205	.500	4.2
B <sub>27</sub>	18.815	1.250	.5110	50.000	1.121	.500	4.1
B <sub>28</sub>	14.629	1.300	.4614	50.000	1.120	.500	3.9
B <sub>29</sub>	18.888	1.250	.5089	50.000	1.120	.500	4.1
B <sub>30</sub>	140.540	1.050	.4469	19.900	1.029	.914	4.1

APENDICE C. - Estimación del efecto del ancho finito de la rejilla sobre las secciones eficaces diferenciales. Las -- secciones diferenciales teóricas fueron generadas utilizando los parámetros del potencial Al6.

	$\phi_{\text{EXP}}$ (C.M.)	$\phi_{\text{APROX}}$	$\sigma_{\text{TEO}}(\phi_{\text{APROX}})$	$\langle \sigma_{\text{TEO}}(\phi_{\text{APROX}}) \rangle$	Diferencia Porcentual
1)	11.70	11.70	.42836	.42696	.33
2)	12.87	12.90	.29304	.29312	.02
3)	14.04	14.00	.17054	.17191	.81
4)	15.21	15.20	.15157	.15260	.68
5)	16.39	16.40	.22115	.22065	.23
6)	17.56	17.60	.24976	.24856	.48
7)	18.73	18.70	.18543	.18499	.24
8)	19.91	19.90	.08121	.08201	.99
9)	21.08	21.10	.04544	.04644	2.20
10)	22.26	22.30	.09634	.09639	.05
11)	23.44	23.40	.15013	.14934	.62
12)	24.61	24.60	.14269	.14198	.50
13)	25.79	25.80	.07352	.07366	.20
14)	26.97	27.00	.01598	.01671	4.55
15)	28.15	28.00	.01844	.01894	2.71
16)	29.33	29.30	.06230	.06209	.32
17)	30.52	30.50	.08975	.08918	.63
18)	31.70	31.70	.06848	.06822	.39
19)	32.89	32.90	.02375	.02403	1.13
20)	34.07	34.10	.00182	.00225	23.70
21)	35.26	35.30	.01756	.01768	.69
22)	36.45	36.40	.04267	.04244	.55
23)	37.64	37.60	.05006	.04975	.63
24)	38.83	38.80	.03034	.03030	.16
25)	40.02	40.00	.00609	.00632	3.72
26)	41.55	41.50	.00399	.00419	4.79
27)	43.61	43.60	.03440	.03421	.55
28)	46.01	46.00	.02067	.02067	.01

Mediante el programa GENOA se obtuvieron las secciones di-  
ferenciales teóricas que un buen ajuste predecía para 140 MeV (po-  
tencial Al6; ver discusión sobre buenos ajustes cap. IV), con un --  
paso de  $0.1^\circ$  sobre el intervalo de ángulos mostrado. Se realizó --  
un promedio sobre el ángulo integrando numéricamente utilizando la  
regla de Simpson para cada punto experimental.  $\phi$  aprox. es el ángulo  
donde consideramos el centro de la rejilla (es el ángulo en el siste-  
ma centro de masa donde se hizo la medida experimental, aproxima-

do a décimas de grado). Se realizó la integración tomando en cuenta 7 puntos espaciados  $0.1^\circ$ .

Se puede notar que a pesar de la magnitud del ancho de la rejilla ( $\sim .6^\circ$ ) el 75% de los puntos queda bien representado por  $\sigma_{\text{vco}}$ . De los 7 puntos restantes 3 tienen una diferencia porcentual entre 1%-3% (puntos 9, 15 y 19), 3 más entre 3%-5% (puntos 14, 25 y 26) y sólo un punto (20) que se encuentra justo en el fondo del valle (teórico) más profundo tiene una diferencia porcentual del 23.7%. Estos resultados dan una idea de la magnitud del efecto debido al ancho de la rejilla. El efecto en las crestas  $\sim .5\%$  es pequeño comparado con el efecto en el valle  $\sim 4\%$  y aún éstos son comparables con la incerteza de la medición del grueso del blanco.

TABLA III. 1: Energía 140 MeV

$\theta_{\text{LAB}}$	$\phi$ c.m.	Cuentas	$1/\sqrt{N}\%$	$Q_T$ ( $\mu\text{C}$ )	J	$^{\text{C}}$ T. M.	Factor Norm.	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	Error %
5.0	11.70	6566	1.23	0.741	.1835	1.01	2.64	4335.56	10
5.5	12.87	7555	1.15	2.008	.1830	1.03	2.64	1878.39	10
6.0	14.04	9874	1.01	6.776	.1838	1.03	2.64	728.30	10
6.5	15.27	5731	1.32	7.359	.1840	1.03	2.64	389.65	10
7.0	16.39	4880	1.43	5.148	.1841	1.02	2.64	469.94	10
7.5	17.56	4343	1.52	5.259	.1843	1.05	2.64	421.90	10
8.0	18.73	3731	1.63	8.521	.1845	1.06	2.64	226.07	10
8.5	19.91	1538	2.55	12.029	.1847	1.05	2.64	65.46	10
9.0	21.08	920	3.30	16.296	.1849	1.01	2.64	27.83	10
9.5	22.26	1152	2.95	9.314	.1852	1.03	2.64	62.29	10
10.0	23.44	14208	0.84	93.007	.1854	1.01	2.64	75.52	10
10.5	24.61	1084	3.04	11.449	.1857	1.05	2.64	48.74	10
11.0	25.79	354	5.31	10.281	.1860	1.03	2.64	17.42	11
11.5	26.97	247	6.36	26.374	.1863	1.03	2.64	4.74	11
11.9	28.15	227	6.64	23.136	.1866	1.00	2.64	4.83	11
12.5	29.33	288	5.89	10.959	.1869	1.07	2.64	13.87	11
13.0	30.52	289	5.88	10.033	.1872	1.01	2.64	14.38	11
13.5	31.70	215	6.82	14.432	.1876	1.11	2.64	8.19	12
14.0	32.89	153	8.08	27.397	.1879	1.05	2.64	2.91	12
14.5	34.07	104	9.80	41.196	.1883	1.01	2.64	1.27	13
15.0	35.26	554	4.25	112.760	.1887	1.02	2.64	2.50	10
15.5	36.45	158	7.96	20.355	.1891	1.02	2.64	3.95	12
16.0	37.64	159	7.93	21.920	.1895	1.00	2.64	3.63	12
16.5	38.83	102	9.90	23.100	.1899	1.12	2.64	2.48	14
17.0	40.02	106	9.71	47.000	.1903	1.01	2.64	1.14	14
17.7	41.55	102	9.90	50.780	.1910	1.00	2.64	1.01	14
18.5	43.61	106	9.71	43.595	.1917	1.03	2.64	1.27	14
19.5	46.01	69	12.04	72.397	.1927	1.02	2.64	0.49	15

TABLA III.2: Energía 218. MeV

$\theta_{LAB}$	$\phi$ c.m.	Cuentas	$1/\sqrt{N}$ %	$Q_T$ ( $\mu C$ )	J	CDT	Factor Norm.	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	Error %
4.5	10.54	3891	1.60	1.365	0.1829	1.00	2.64	1376.41	9
5.0	11.71	9003	1.05	18.469	0.1831	1.00	2.64	235.63	9
5.5	12.89	5545	1.34	7.380	0.1832	1.05	2.64	381.56	9
6.0	14.06	5752	1.32	7.292	0.1834	1.04	2.64	397.20	9
6.5	15.23	1924	2.28	7.051	0.1835	1.05	2.64	138.80	9
6.8	15.47	54	13.61	1.610	0.1836	1.10	2.64	17.88	16
7.0	16.41	122	9.05	6.925	0.1837	1.03	2.64	8.80	13
7.5	17.58	363	5.25	4.053	0.1839	1.00	2.64	43.48	11
8.0	18.76	145	8.30	0.959	0.1841	1.05	2.64	77.16	12
8.3	19.23	183	7.39	1.771	0.1842	1.00	2.64	50.25	12
9.0	21.11	183	7.39	10.567	0.1845	1.01	2.64	8.52	12
9.5	22.29	212	6.87	14.971	0.1848	1.02	2.64	7.05	12
10.0	23.47	348	5.36	11.700	0.1850	1.03	2.64	14.96	11
10.5	24.64	347	5.37	15.538	0.1853	1.01	2.64	11.03	11
11.0	25.82	215	6.82	21.920	0.1856	1.01	2.64	4.85	12
11.5	27.00	119	9.17	25.445	0.1859	1.02	2.64	2.33	13
12.0	28.19	97	10.15	15.815	0.1862	1.03	2.64	3.11	14
12.5	29.37	184	7.37	14.440	0.1865	1.03	2.64	6.46	12
13.0	30.55	103	9.85	16.167	0.1868	1.03	2.64	3.22	14
13.5	31.74	95	10.26	29.103	0.1872	1.01	2.64	1.63	14
14.0	32.92	92	10.43	40.418	0.1875	1.01	2.64	1.14	14
14.5	34.11	92	10.43	40.899	0.1879	1.01	2.64	1.13	14

R E F E R E N C I A S

- 1) BYGRAVE, W., TREADO, P. y LAMBERT, J. (1970). "Accelerator Nuclear Physics". High Voltage Engineering Corporation, Burlington, Massachusetts.
- 2) FRAHN, W.E. (1967). En "Fundamentals in Nuclear -- Theory". IAEA, Vienna.
- 3) ANNI, R. y TAFFARA, L., Riv. Nuovo Cimento ----- 2(1970)1.
- 4) PEREY, F.G., Sin Publicar.
- 5) HODGSON, P.E. (1963). "The Optical Model of Elastic - Scattering". Oxford; Oxford University Press.
- 6) SCHIFF, L.I. (1968). "Quantum Mechanics". McGraw-Hill, 3a. Ed.
- 7) MESSIAH, A. (1958). "Quantum Mechanics". John Wiley & Sons, New York.
- 8) FRIEDMAN, F.L. y WEISSKOPF, V.F. (1955). En "Niels Bohr and The Development of Physics". W. -- Pauli, Ed. Pergamon Press, Ltd., London.
- 9) FESHBACH, H., PORTER, C.E. y WEISSKOPF. Phys. Rev. 90 (1953) 166.
- 10) MARMIER, P. y SHELDON, E. (1970). "Physics of ----- Nuclei and Particles". Vol. I. Academic Press, Inc. London.
- 11) BARSCHALL, H.H. Phys Rev. 90 (1953) 166.
- 12) FESHBACH, H., PORTER, C.E. y WEISSKOPF, V.F. Phys. Rev. 96 (1954) 448.
- 13) FESHBACH, H. Ann. Rev. Nucl. Sci. 8(1958)49.
- 14) HODGSON, P.E. Nature 249(1974).
- 15) BROMLEY A.D. (1970). En Nuclear Reactions Induced by Heavy Ions. Bock, R. y Hering, W.R. Ed. North Holland, Amsterdam.

- 16) MONDRAGON A. y HERNANDEZ, E. (1980) Por publicarse.
- 17) Pub. No. 54, 10 M de julio de 1967. Del Lawrence Radiation Laboratory, Universidad de California, Berkeley.
- 18) HARVEY, B.G. (1974). En Nuclear Spectroscopy - and Reactions. Cerny, J. Ed. Academic Press. New York.
- 19) ALBA ANDRADE, F. (1971). Aceleradores de Partículas. Monografía No. 7, serie de física. O.E.A.
- 20) NORTHCLIFFE, L.C. y SCHILLING, R.F. Nucl. Data Tables 7(1970)233.
- 21) GOULDING, F.S. y HARVEY B.G. Ann. Rev. Nucl. Sci. 25(1975)167.
- 22) KNOLL, G.F. (1979) "Radiation Detection and Measurement" John Wiley & Sons, New York.
- 23) ARMSTRONG, D.D., BEERY, J.G., FLYNN, E.R., HALL, W.S., KEATON, P.W. y KELLOGG, M.P. Nucl. Instr. and Meth. 70 (1969)69.
- 24) GOULDING, F.S. y PEHL, R.H. (1974) En Nuclear - Spectroscopy and Reactions Cerny, J. ed. - Academic Press. New York.
- 25) GOULDING, F.S., LANDIS, D.A., CERNY, J. y --- PEHL, R.H. Nucl. Instr. and Meth. ----- 31(1964)1.
- 26) HARVEY, B.G. (1969). "Introduction to Nuclear Physics and Chemistry". Prentice Hall, Inc. -- Englewood Cliffs, New Jersey.
- 27) MENCHACA ROCHA, A. (1974) Ph. D. Thesis. Universidad de Oxford.
- 28) REED S. (1963). En Methods of Experimental Physics. Vol. 5. Yuan L.C.L. y Wu C.S. Ed. Academic Press. New York.

- 29) GOLDSTEIN, H. (1964). "Classical Mechanics". Addison Wesley. Tokyo, Japan.
- 30) HIEBERT, J.C. y GARVEY, G.T. Phys. Rev. 135 - (1964)B346.
- 31) BASSEL, R.H., SATCHLER, G.R. y DRISKO, R.M. Nucl. Phys. 89(1966)419.
- 32) SATCHLER, G.R. Nucl. Phys. A92 (1967)273.
- 33) IGO, G.J. Phys. Rev. Lett. 1 (1958)72.
- 34) MAHER, et. al. En Nuclear Reactions Induced by -- Heavy Ions. Bock, R. y Hering, W.R. Ed. North Holland, Amsterdam.
- 35) CAGE, M.E., COLE, A.J. y PYLE, G.J. Nucl. -- Phys. A201(1973)418.
- 36) FRAHN, W.E. Nucl. Phys. 75(1966)577.
- 37) BRINK Notas de clase. Universidad de Oxford.
- 38) FRAHN, W.E. Annals of Physics 72(1972)524.