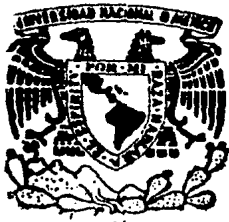


2 ej.
5



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

**"APLICACION DEL ANALISIS DE INTERVENCION
DE BOX Y TIAO A LA SERIE DE TIEMPO DEL
INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR EN MEXICO"**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
A C T U A R I O
P R E S E N T A
MARIA ODETTE BARRON RIVERO

MEXICO, D.F.

1986



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	PAGINA
INTRODUCCION	
1. SERIES DE TIEMPO	
1.1. Introducción	1
1.1.1. Series de Tiempo	3
1.1.2. Operadores y Polinomios de Retraso	5
1.1.3. Procesos Estocásticos Lineales	6
1.2. Método de Box-Jenkins	7
1.2.1. Identificación	8
1.2.2. Estimación	18
1.2.3. Verificación	20
1.2.4. Pronósticos	25
2. ANALISIS DE INTERVENCION	
2.1. Introducción	28
2.2. Análisis de Intervención	31
2.3. Identificación	43
2.4. Estimación	51
3. RESULTADOS	
3.1. Introducción	54
3.2. Obtención de los Resultados	54
3.3. Interpretación del Análisis de Intervención	65
CONCLUSIONES	
Apéndice A	72
Apéndice B	83
Bibliografía	89

INTRODUCCION

La necesidad del análisis de series de tiempo ha cobrado una gran fuerza últimamente, lo cual se debe básicamente a que se cuenta con una gran cantidad de información recopilada a través de los años, con la que, entre otras cosas, se podrían explicar algunos de los cambios que ha sufrido la economía. La metodología desarrollada por Box-Jenkins para construir modelos de series de tiempo ha sido de gran utilidad; sin embargo, algunas determinaciones de tipo político, que llegan a provocar cambios en el comportamiento de las series, han impedido que estos modelos se ajusten satisfactoriamente en algunos casos o bien, aunque se logre un buen ajuste, puede ser de interés analizar específicamente dichos cambios. El objeto de este trabajo es presentar la metodología de Análisis de Intervención que permite modelar y cuantificar estos cambios.

El trabajo está dividido en tres capítulos, en el primero de ellos se describe, someramente, cómo se construye un modelo del tipo Box-Jenkins; el segundo capítulo introduce la metodología del Análisis de Intervención desarrollada por Box y Tiao y en el último capítulo se presentan algunas aplicaciones y se muestran los resultados obtenidos.

Para ilustrar la metodología de Análisis de Intervención, se eligió la serie de Índice de Precios al Consumidor

a nivel nacional, con sus ocho subseries (divididas por objeto del gasto) por ser una de las más representativas e interesantes de la economía. En el presente trabajo se les dan los siguientes nombres:

Índice de Precios al Consumidor a nivel nacional
(IPC0)

y sus subseries

- | | |
|----------------------------------|----------|
| i) Alimentos, Bebidas y Tabaco | (IPC1) |
| ii) Prendas de Vestir | (IPC2) |
| iii) Arriendos Brutos | (IPC3) |
| iv) Muebles y Accesorios | (IPC4) |
| v) Servicios Médicos | (IPC5) |
| vi) Transportes y Comunicaciones | (IPC6) |
| vii) Educación | (IPC7) |
| viii) Otros Bienes | (IPC8) |

las cuales se analizaron en el periodo de enero de 1969 a marzo de 1982. Aunque se cuenta con información hasta la fecha, - el trabajo se llevó a cabo hasta marzo de 1982 porque cuando - se realizó sólo se contaba con esta información. Estas series son construídas por la Oficina de Precios del Banco de México - y publicadas mensualmente en los indicadores financieros.

SERIES DE TIEMPO

1.1 Introducción

Mucha de la metodología estadística que tiene que ver con la construcción de modelos se basa en el supuesto de que existe independencia en las observaciones de las variables estudiadas. Sin embargo, gran parte de la información que se maneja en ingeniería, en las empresas y en la economía, se presenta en forma de series de tiempo, donde por lo común las observaciones son dependientes, y la naturaleza de esta dependencia es de primordial interés. La técnica disponible para analizar este tipo de información se llama genéricamente Análisis de Series de Tiempo. En particular aquí se hará referencia a la metodología desarrollada por Box-Jenkins* para realizar este tipo de análisis.

Antes de empezar con lo que es el Análisis de Series de Tiempo, se presentarán algunos conceptos que son de utilidad para el desarrollo de este trabajo.

1.1.1 Series de Tiempo

Una serie de tiempo es una sucesión de observaciones ordenadas con respecto al tiempo, estas observaciones pue-

* Box, G.E.P. y Jenkins, G.M., "Time Series Analysis: Forecasting and Control" ed. Holden-day. (1970).

den ser discretas o continuas y también las series pueden ser discretas o continuas. Las series consideradas en este trabajo son discretas, ya que sus observaciones, que se denotan como Z_t para $t=1, \dots, N$, son tomadas a intervalos iguales de tiempo, pero Z_t en si es una variable aleatoria continua. Cuando la serie es continua se puede volver discreta usando:

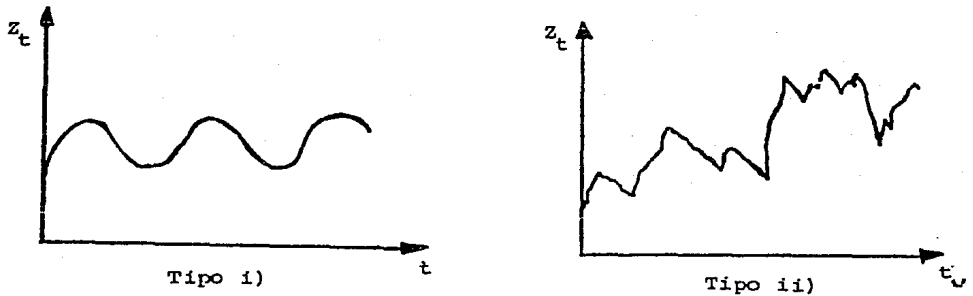
- i) muestreo de la serie continua
- ii) acumulación de los valores de la serie.

Se puede decir que existen básicamente dos tipos de series:

- i) Series deterministas: son aquellas que pueden predecirse exactamente basándose en el comportamiento anterior, aquí no es necesario hacer más investigación de carácter estadístico.
- ii) Series estocásticas: son aquellas que pueden verse como generadas por un proceso estocástico en relación al tiempo. En este tipo de series se basará el trabajo.

En la figura 1.1. se muestran las gráficas que representan ejemplos del comportamiento de las series arriba mencionadas.

Figura 1.1



1.1.2 Operadores y Polinomios de Retraso.

El operador de retraso B que se define como $BZ_t = Z_{t-1}$ sirve para expresar relaciones del tipo

$$Y_t = Z_t - Z_{t-1} = Z_t - BZ_t = (1-B)Z_t$$

La expresión general del operador es $B^k Z_t = Z_{t-k}$ para $k=0,1,\dots$.

Otro operador que es de utilidad es el de diferencia que se denota por ∇ y se define como:

$$\nabla^k Z_t = (1-B)^k Z_t \quad \text{para } k=0,1,2,\dots$$

Este tipo de operadores se usan para generar lo -- que se conoce como un polinomio de retraso, es decir, si se -- tiene una expresión del tipo

$$Z_t - g_1 Z_{t-1} - g_2 Z_{t-2} - \dots - g_k Z_{t-k}$$

...

Ésta se puede escribir también como:

$$\begin{aligned} Z_t - g_1 B Z_t - g_2 B^2 Z_t - \dots - g_k B^k Z_t &= \\ (1 - g_1 B - g_2 B^2 - \dots - g_k B^k) Z_t &= G(B) Z_t \end{aligned}$$

donde a $G(B)$ se le conoce como un polinomio de retraso. El uso de polinomios de retraso es de particular importancia porque permite expresar de una manera simple y concisa algunos modelos que han sido de utilidad en la práctica. Ejemplos de este tipo de modelos son el de promedios móviles y el autorregresivo*.

1.1.3 Procesos Estocásticos Lineales.

Un proceso estocástico lineal es el resultado de un filtro lineal que tiene como entrada a $\{a_t\}$, básicamente lo que se hace es transformar $\{a_t\}$ que se conoce como ruido blanco, en un proceso $\{Z_t\}$ usando lo que se llama filtro lineal -- que se denota como $\psi(B)$. Entonces se puede expresar a $\{Z_t\}$ -- como:

$$\begin{aligned} Z_t &= \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \\ &= \mu + a_t + \psi_1 B a_t + \psi_2 B^2 a_t + \dots \\ &= \mu + (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) a_t \\ &= \mu + \psi(B) a_t \end{aligned} \tag{1.1.3.1}$$

en donde μ es un parámetro que determina el nivel del proceso.

* Ver Box y Jenkins, (Op.Cit) capítulo 1 pág. 8-13.

El proceso de ruido blanco $\{a_t\}$ puede verse como una serie de choques aleatorios que consiste de una sucesión de variables aleatorias independientes con distribución normal, que tienen media cero y varianza constante:

$$E[a_t] = 0 \quad , \quad \text{Var}[a_t] = \sigma_a^2$$

Dado que las variables aleatorias a_t no están correlacionadas, su función de autocovarianza se define como:

$$\gamma_k = E[a_t a_{t+k}] = \begin{cases} \sigma_a^2 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

y su función de autocorrelación es:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

El modelo (1.1.3.1) permite representar a Z_t como una suma -- ponderada tanto de valores pasados como del valor presente de a_t , y a este modelo se le conoce como un Proceso Lineal General.

Una vez que se han dado estas definiciones, se hará una breve reseña de la metodología de Box y Jenkins para la construcción de modelos de series de tiempo.

1.2 Método de Box-Jenkins.

La necesidad del estudio de series de tiempo surge de la observación de que los fenómenos reales, en su mayoría, son muy complejos y que la herramienta estadística clásica

ca existente no es suficiente para analizarlos, lo cual se debe básicamente al hecho de que existe dependencia entre las - observaciones y así se viola el supuesto de independencia*. Por otro lado, la metodología de Box-Jenkins ha resultado ser eficiente para construir modelos que reflejen el comportamiento de fenómenos observados a través del tiempo. Dicha metodología es un proceso iterativo que consta de las siguientes -- etapas:

- i) identificación del modelo dentro de la clase ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average).
- ii) estimación de los parámetros usando técnicas de estimación no-lineal.
- iii) verificación de que el modelo proporcione el - ajuste adecuado y de los supuestos básicos que lo sustentan. Si el modelo no cumple con los supuestos, es necesario hacer modificaciones y repetir las etapas i), ii) y iii) hasta que -- los resultados sean satisfactorios.
- iv) uso del modelo elegido con fines de pronóstico, control y/o simulación del fenómeno estudiado.

1.2.1 Identificación.

Lo primero que se debe hacer es realizar una grá-

* Wang, G.H. "An Intervention Analysis of Interrupted Urban Transit" Time Series Data: two case studies U.S. Department of Transportation. 1981 Proceedings of the Business and economic statistics section of the ASA.

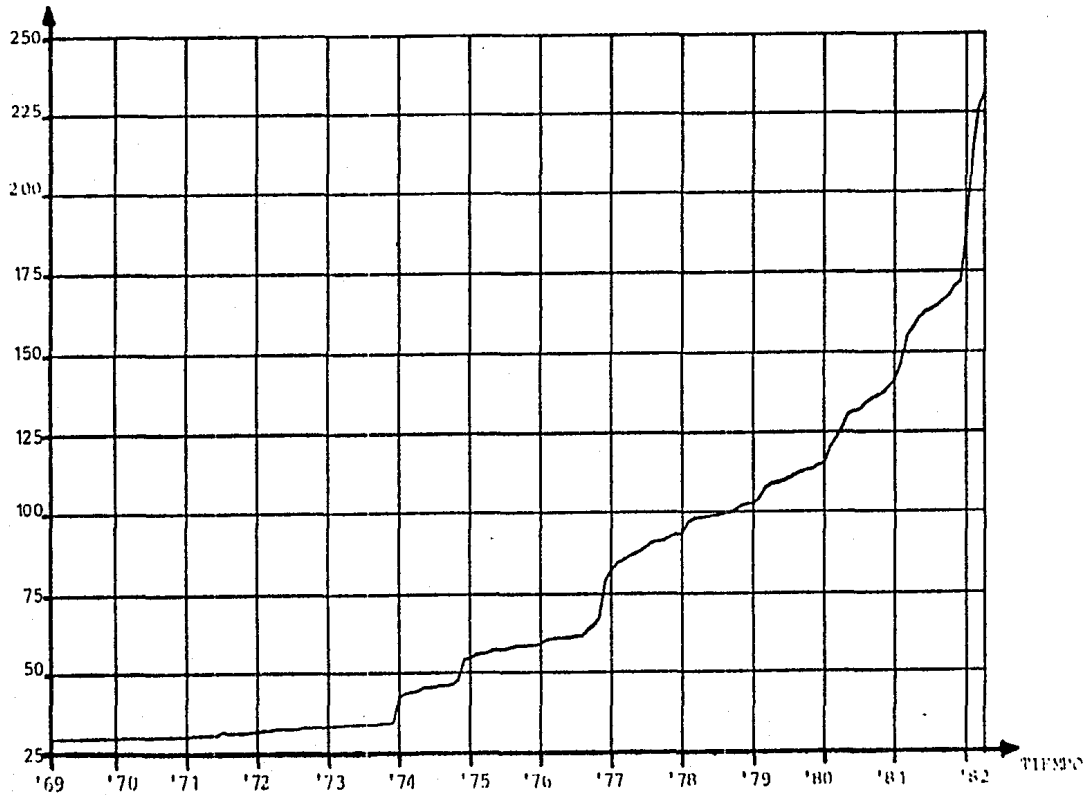
fica de la serie para hacer una inspección visual y poder determinar si existen indicios de varianza no constante y si existe alguna tendencia. En la figura 1.2 se muestra la gráfica de la serie de $IPC6_t$, Índice de Precios de Transporte y Comunicaciones. En esta gráfica se puede ver que existe una tendencia y que por este motivo la serie no es estacionaria en cuanto a nivel, la serie es estacionaria en nivel cuando todas sus observaciones fluctúan alrededor de una media constante. Esta tendencia puede corregirse aplicando el operador diferencia ∇ un número apropiado de veces, generalmente son a lo más dos las veces que se aplica el operador porque en la práctica se ha visto que no es necesario sacar una tercera diferencia.

En la gráfica también se puede ver que la varianza no es constante por lo que se hizo necesario aplicar una transformación a la serie. La transformación aplicada a la serie fue la logarítmica porque estabiliza bastante la varianza y no dificulta la interpretación de los resultados, así se tiene que la serie por analizar es $T(IPC6_t) = \log(IPC6_t)$.

En su libro, Box y Jenkins hacen la descripción de los programas para la computadora que facilitan las etapas que es necesario cubrir; identificación, estimación, verificación y pronóstico. El programa que corresponde a la identifi-

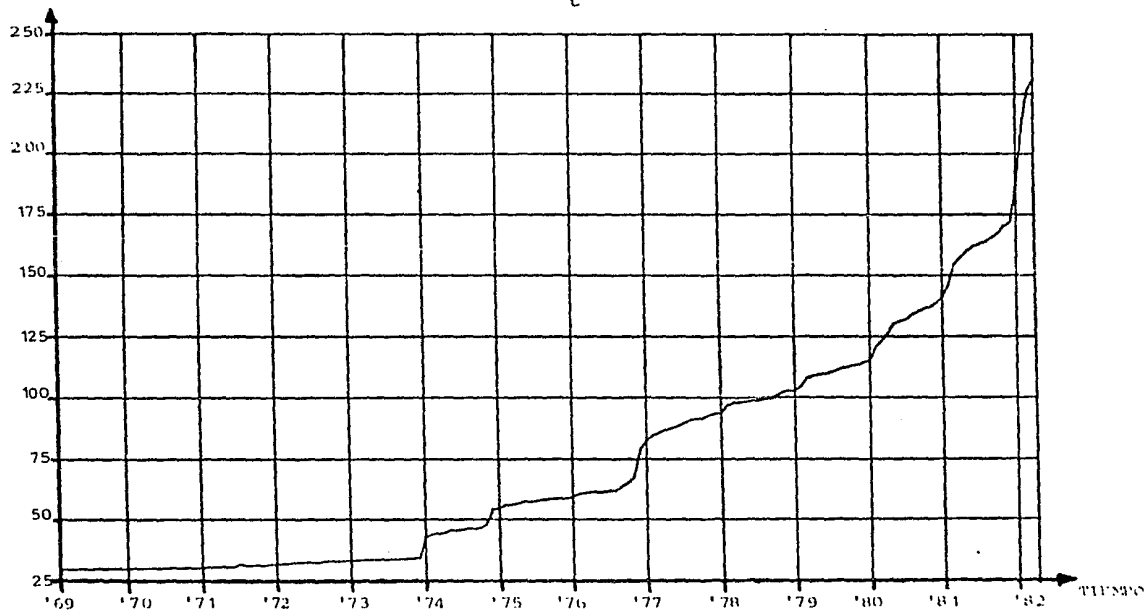
Figura 1.2

INDICE DE PPECIOS DE TRANSPORTE Y COMUNICACIONES
(IPC6_t)



SERIE ORIGINAL

Figura 1.2
INDICE DE PPECIOS DE TRANSPORTE Y COMUNICACIONES
(IPC6_t)



————— SERIE ORIGINAL

cación proporciona:

- i) la media y la varianza de la serie
- ii) la función de autocorrelación r_k (fac) y su gráfica.
- iii) la función de autocorrelación parcial ϕ_{kk} (facp) y su gráfica
- iv) la desviación estándar de los residuales
- v) calcula un estadístico Q que sirve para probar la hipótesis de que la serie es ruido blanco; dicho estadístico se distribuye como una Ji-cuadrada con n^* grados de libertad.

para la serie original o transformada, y para el número de diferencias que se pidan de la serie; también calcula diferencias estacionales cuando exista un determinado patrón periódico en la serie (un patrón estacional), cuando se usan este tipo de diferencias se considera a la serie diferenciada estacionalmente como serie original.

Las gráficas de la función de autocorrelación para la serie original $\{T(IPC6_t)\}$, la primera diferencia de la serie $\{VT(IPC6_t)\}$ y la segunda diferencia $\{V^2T(IPC6_t)\}$, proporcionan evidencia para saber cuando es estacionaria la serie. Si en la gráfica de la fac de $\{T(IPC6_t)\}$ se observa un decaimiento rápido a cero, la serie es estacionaria. Si en lugar de en la serie original, este comportamiento se observa en

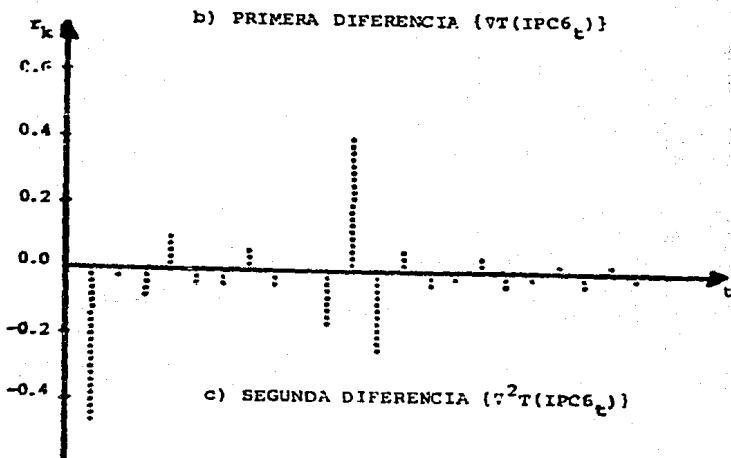
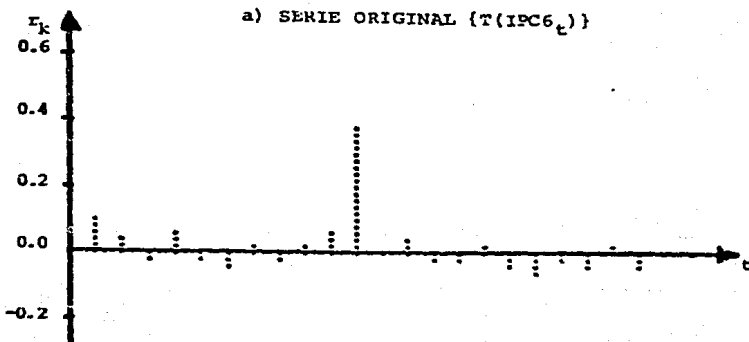
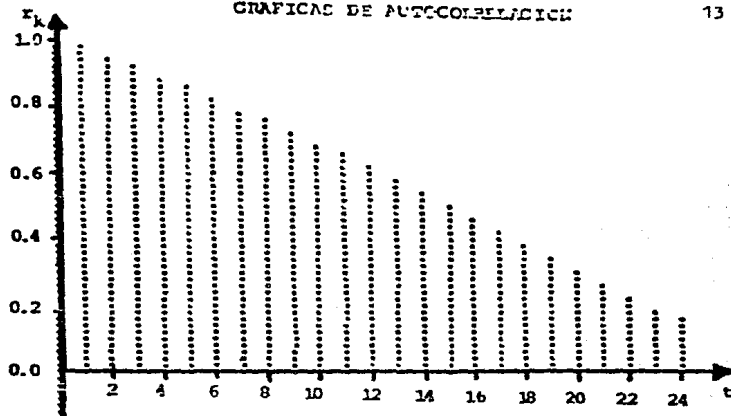
* n es el número de autocorrelaciones generadas menos el número de parámetros estimados en el modelo.

$\{VT(IPC6_t)\}$ o en $\{\nabla^2 T(IPC6_t)\}$, querrá decir que para que la serie sea estacionaria es necesario diferenciarla. El programa proporciona el número de autocorrelaciones que se desee, pero en la práctica, con series mensuales, se calculan 24 autocorrelaciones porque éstas son suficientes para inferir acerca del comportamiento que siguen en general. En la figura 1.3 se muestran las gráficas de las fac de $\{T(IPC6_t)\}$, $\{VT(IPC6_t)\}$ y de $\{\nabla^2 T(IPC6_t)\}$, aquí puede verse que la serie original no es estacionaria, en cambio las autocorrelaciones de la serie diferenciada una vez tienen un decaimiento rápido a cero, por lo que se puede concluir que la serie es aproximadamente estacionaria al aplicar una vez el operador diferencia lo cual implica entonces que las observaciones fluctúan alrededor de un nivel medio que permanece constante en el tiempo (ver figura 1.4).

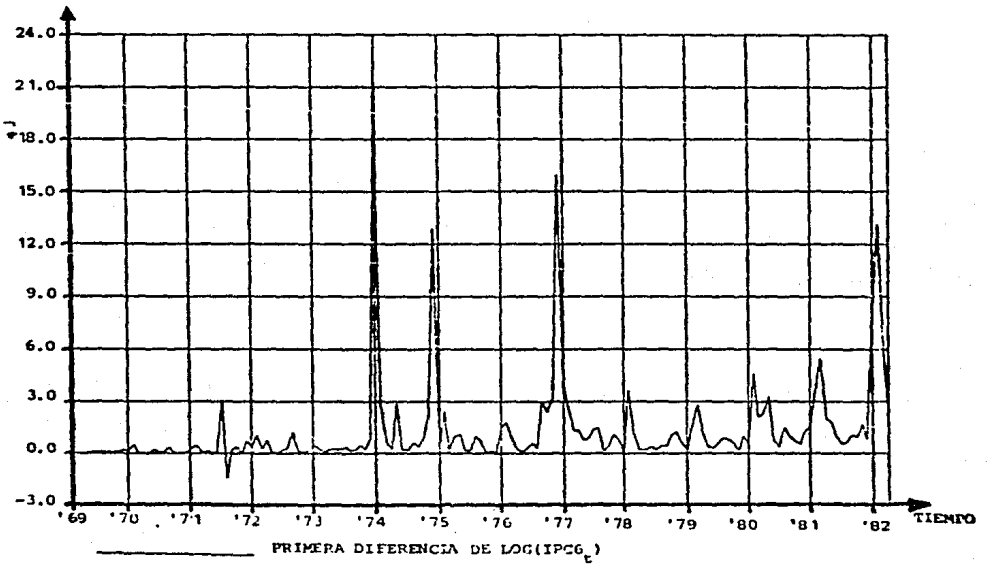
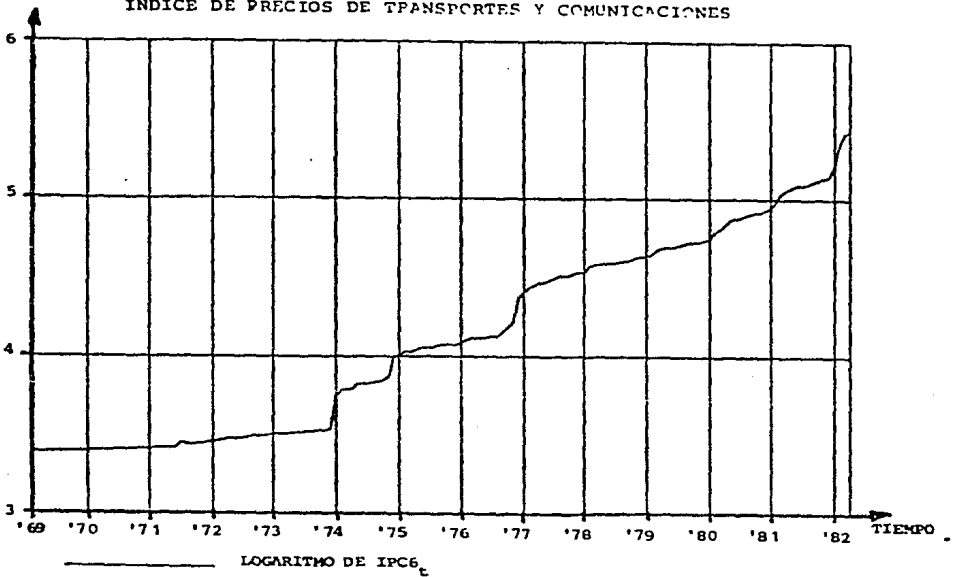
Una vez que se ha identificado a la serie estacionaria, el siguiente paso consiste en identificar un modelo tentativo para la serie durante el período que se desee, para esto se utilizan las funciones de autocorrelación de la serie estacionaria.

El procedimiento que se sigue para construir un modelo no se verá con detalle porque el material es muy extenso y difícilmente se podrían abarcar todos los casos posibles.

...



INDICE DE PRECIOS DE TRANSPORTES Y COMUNICACIONES



En particular se hará una breve reseña de los pasos que se siguieron para construir un primer modelo para $\{T(IPC6_t)\}$ y dar así una idea del trabajo que implica construir modelos del tipo ARIMA de acuerdo con la metodología de Box-Jenkins. En el caso de que se requiera una mayor explicación sobre algo en particular se podrá recurrir directamente al libro de Box-Jenkins* o a otras publicaciones que hablan sobre el tema**.

Los tipos de modelos que se pueden identificar son dos:

- a) Modelos para series estacionarias (aquéllos que se aplican a series que no presentaron problemas de nivel), se denominan ARMA (p,q)
- b) Modelos para series no estacionarias (aquéllos que sirven para series que tuvieron que ser diferenciadas), y que se denominan ARIMA (p,d,q)

en donde:

- p es el grado del polinomio autorregresivo
- d es el grado de la diferenciación aplicada
- q es el grado del polinomio de promedios móviles.

En el caso de los modelos estacionarios el grado de la diferenciación es cero. El modelo general se describe en términos de polinomios de retraso, si así se requiere, con

* Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (Op.Cit.).

** Querrero, V.M. (1983) "Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas", (versión preliminar de un libro por ser publicado).

la letra griega ϕ , que representa un parámetro autorregresivo y θ que representa un parámetro de promedios móviles, el término a_t corresponde al error aleatorio que es considerado -- como ruido blanco. Entonces un modelo general del tipo ARIMA puede escribirse como:

$$\phi(B) \nabla^d I^p (Z_t) = \theta_0 + \theta(B) a_t \quad (1.2.1.1.)$$

que es lo que se conoce como un modelo autorregresivo y de promedios móviles integrado (si se tienen diferencias) y dependiendo de los valores que tomen p y q se sabrá si el modelo es autorregresivo puro, de promedios móviles puro o un modelo mixto.

Como ya antes se mencionó, la función de autocorrelación (fac) es de suma utilidad en la identificación de modelos y en realidad las autocorrelaciones empleadas son las que pertenezcan a la serie estacionaria. En el cuadro 1.1. se muestran las autocorrelaciones para la serie de $\{ \nabla T(IPC6_t) \}$ que se obtuvieron del programa de identificación de Box y Jenkins. Para la identificación del modelo se tomarán en cuenta las autocorrelaciones significativamente distintas de cero, es decir aquellas autocorrelaciones que sean mayores o iguales a dos veces la desviación estándar que calcula el programa.

Cuadro 1.1
AUTOCORRELACIONES DE $\nabla T(\text{IPC6}_t)$

DIFERENCIA 1												
MEDIA DE LA SERIE = .04549-02												
ERROR ST. DE LA SERIE = .28127-02												
NUMERO DE OBSERVACIONES = 91												
1-12	.12	.02	-.02	.04	-.02	-.03	.03	-.02	.01	.04	.38	-.01
D S C	.10	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.11	.12
13-24	.05	-.01	-.01	.01	-.05	-.05	-.02	-.04	.01	-.03	-.01	.01
D S I	.12	.12	.12	.12	.12	.12	.12	.12	.12	.12	.12	.12
MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. =											.30445-01	
PARA PROBAR SI LA SERIE ES PUERTO BLANCO, EL VALOR											.10071-02	
DEBE SER COMPAREDO CON UNA χ^2 -CUADRADA CON 24 GRADOS DE LIBERTAD												

En el cuadro 1.1 se puede ver que la única autocorrelación significativamente distinta de cero es la número 11: $r_{11} = .38$ (cuando se habla de las autocorrelaciones muestrales, se utiliza la notación r_k en lugar de ρ_k) esto condujo a proponer dos posibles modelos, que se muestran más adelante.

Box y Jenkins en su libro hablan del principio de Parsimonia, que consiste en considerar el mínimo de parámetros necesarios para la construcción de un modelo que reproduzca satisfactoriamente el comportamiento de la serie. Con base en este principio se elaboraron los modelos que aquí se presentan.

A veces por el comportamiento de la fac puede identificarse inmediatamente si el proceso es autorregresivo, de promedios móviles o mixto.

Los modelos identificados para la serie de $\{VT(IPC6_t)\}$ fueron los siguientes:

- a) $VT(IPC6_t) = (1 - \theta B^{11}) a_t$
 b) $VT(IPC6_t) = \theta_0 + (1 - \theta B^{11}) a_t$

y con ambos modelos se pasó a la etapa de estimación.

1.2.2 Estimación

Una vez que se han identificado tentativamente a uno o más modelos para la serie, se procede a estimar los parámetros de dichos modelos. La estimación de los parámetros no resulta fácil pues para obtener la representación más adecuada de la serie

$$\{\omega_t = v^d T(Z_t)\}$$

donde $T(Z_t)$ es la serie transformada y ω_t es la serie aproximadamente estacionaria, se tiene que maximizar una función de verosimilitud con respecto a los parámetros del modelo. Esta función de verosimilitud que surge del supuesto de normalidad de los errores, tiene la siguiente forma:

$$L(\beta, \theta_0, \theta, \sigma_a^2 | \omega) = 2\pi^{-(N-d)/2} \sigma_a^{-N+d} \exp \{-S(\beta, \theta_0, \theta) / 2\sigma_a^2\}$$

...

$$\begin{aligned} \text{con } S(\phi, \theta_0, \theta) &= \sum_{t=d+1}^N a_t^2 & (1.2.2.1) \\ &= \sum_{t=d+1}^N (\omega_t^{-\phi} 1^{t-1} \dots^{-\omega_p} t^{-p} \theta_0 + \varepsilon_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}) \end{aligned}$$

$$\text{donde } \omega_t = \nabla^d T(Z_t)$$

Para maximizar esta función es necesario minimizar la suma de cuadrados (1.2.2.1) y después elegir el estimador de σ_a^2 . Box-Jenkins (1970) sugieren un método de estimación no lineal de ϕ , θ_0 y θ basado en el algoritmo de Marquardt (1963)*, que no sólo proporciona una estimación puntual de los parámetros sino que también proporciona intervalos de confianza. Este método se basa en el desarrollo en series de Taylor para linealizar a a_t condicionada en el conocimiento de ω_t y de valores iniciales para todos los parámetros. Debe tenerse en cuenta que este proceso de estimación es iterativo y que será sensible a los valores iniciales de los parámetros, esto quiere decir que si los valores iniciales distan mucho de los valores óptimos, puede no obtenerse convergencia. Si no se cuenta con un programa de computadora que sistematice este proceso, la labor de investigación se limitaría mucho porque serían demasiadas las horas empleadas en la estimación.

El programa de cómputo propuesto por Box-Jenkins proporciona:

* Marquardt, D.W. (1963) "An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear parameters", Journal Soc. Ind. applied Mathematics, 11,431

- i) La estimación por mínimos cuadrados de los parámetros del modelo.
- ii) El error estándar, la matriz de correlación de los estimadores, la función de autocorrelación de los residuales y la estadística Ji-cuadrada asociada a ellos, que sirve para probar si los residuales son ruido blanco.

Para resumir la información obtenida del programa de estimación, Guerrero* propone la forma que se encuentra en el cuadro 1.2. Esto facilita la elección del modelo adecuado.

1.2.3 Verificación

El modelo que se haya estimado se encuentra fundamentado en una serie de supuestos y la verificación consiste en detectar si existen violaciones de ellos. Una herramienta útil en esta etapa es el "Análisis de Residuales".

Los supuestos que fundamentan el modelo son:

- i) $\{a_t\}$ tiene media cero. Si esto no sucede puede deberse a:
 - a) que existe una tendencia determinista la cual puede considerarse explícitamente y se denota como θ_0 .
 - b) que es necesario considerar una diferencia más, aquí se debe tener cuidado porque se puede caer en el problema de sobrediferencia

* Guerrero, V.M. (Op. Cit.).

ción que puede volver más difícil aún la --
identificación del modelo adecuado.

Una verificación de este supuesto se puede hacer -
construyendo un cociente de la media aritmética de los residuales
entre la desviación estándar muestral, también de los residuales o sea:

$$\sqrt{N-d} \quad m(\hat{a}) / \hat{\sigma}_a$$

Si el valor absoluto de dicho cociente es menor que
dos no hay evidencia de que la media sea distinta de cero, si
por el contrario el valor absoluto del cociente es mayor o --
igual que dos, se dirá que se violó el supuesto.

ii) $\{a_t\}$ tiene varianza constante. Esto puede verificarse
al graficar los residuales, si acaso se
observa algún patrón de crecimiento entonces la
varianza no es constante.

iii) Las $\{a_t\}$, variables aleatorias, son mutuamente
independientes. Para comprobar este supuesto -
se puede calcular el estadístico Q de Box y --
Pierce (1970)* para hacer una prueba conjunta -
de k autocorrelaciones:

* Box, G.E.P. y Pierce, D.A. (1970) "Distribution of Residual -
Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average
Time Series Models". Jour. Am. Stat. Ass. 64

$$Q = (N-d) \sum_{j=1}^k \hat{r}_j^2 (\hat{a})$$

el cual, para k grande, se distribuye aproximadamente, como una Ji-cuadrada con $k-p-q$ grados de libertad, donde k es el número de autocorrelaciones; p es el número de parámetros autorregresivos y q es el número de parámetros de promedios móviles. Entonces, si la Q es mayor que $\chi^2(k-p-q)$ de tablas se rechaza la hipótesis nula de que las variables aleatorias $\{a_t\}$ son mutuamente independientes.

iv) $\{a_t\}$ tiene una distribución normal para toda t . Si se grafican los residuales y se trazan unas bandas de $(-2 \hat{\sigma}_a, 2 \hat{\sigma}_a)$ es de esperarse que -- aproximadamente el 95% de los residuales estén dentro de la banda, suponiendo que los residuales tienen media cero.

v) Se supone que no existen observaciones aberrantes, para demostrar la existencia de ellas se puede trazar una banda de $(-3 \hat{\sigma}_a, 3 \hat{\sigma}_a)$ y los residuales que se encuentren fuera corresponden a una observación que sería extraño que fuese generada por el mismo proceso.

Otros supuestos que tienen que ver con el modelo - pero que no se verifican con el análisis de residuales son:

- vi) El modelo considerado es parsimonioso, es decir, que no se puede reducir el número de parámetros involucrados y considerar un mínimo necesario. Para esto se construyen intervalos de confianza de aproximadamente el 95.0% para cada uno de -- los parámetros, si dicho intervalo contiene al cero deberá cancelarse ese parámetro.

- vii) El modelo es admisible. Para verificar esto es necesario recurrir a las condiciones de estacionariedad y/o invertibilidad correspondientes a los polinomios de retraso que intervengan (dichas condiciones pueden consultarse en el libro de Box y Jenkins).

- viii) El modelo es estable. Esto quiere decir, que -- los parámetros considerados en el modelo no presentan problemas de correlación entre ellos, es decir que, el comportamiento de un parámetro no este dictado por otro. Si al estimar un modelo se obtienen correlaciones altas querrá decir -- que alguno de los parámetros deberá ser suprimido.

Si alguno de estos supuestos es violado es necesario proponer un nuevo modelo y regresar a la etapa de estimación. Este proceso se tendrá que repetir hasta que se encuentre un modelo que no viole supuestos o al menos no tan notoriamente y éste será el que pase a la etapa de pronóstico.

En el cuadro 1.2 se presenta el resumen de los modelos propuestos para la serie de $\{\log(\text{IPC6}_t)\}$.

Todas las series se modelaron en un periodo definido de enero de 1969 a agosto de 1976, que es un mes previo a la primera intervención que se desea considerar.

Cuadro 1.2

Periodo	MODELO	Parámetros estimados	Intervalos del 95% de confianza	$ r(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) > 1/2$	TRANSFORMACION: $T(Z_t) = \log$				
					ANÁLISIS DE RESIDUALES				
					$\hat{\alpha}(\hat{\sigma})$	$\hat{\sigma}_\alpha$	Q. g.L.	$r_1(\hat{\alpha})/Q$	Valores críticos
(a) 01. 1969 08. 1976	$(1-B)T(\text{IPC6}_t) = (1-0.8^{11})a_t$	$\hat{\alpha} = -0.536$	(+.7266, -.3454)	--	.0057 7 (2.3)	.02471	4.36, 23	--	--
(b) 01. 1969 08. 1976	$(1-B)T(\text{IPC6}_t) = \hat{\sigma}_0 + (1-0.8^{11})a_t$	$\hat{\sigma}_0 = .0079$ $\hat{\sigma}_1 = -.5056$	(.0006, .0151) (-.6948, -.3163)	--	.0064 3 (.1711)	.02423	3.98, 22	--	01c. '73

Este cuadro presenta en una forma reducida los resultados obtenidos con los modelos propuestos.

...

El modelo a) es bueno excepto por la media de $\{a_t\}$ que no es cero, el cociente empleado para esta prueba es igual a 2.3 y por ser mayor que dos se puede decir que existe evidencia de que la media es distinta de cero. Por lo que este modelo se rechazó.

Para corregir el problema presentado en el primer modelo propuesto se considera una tendencia determinista en este mismo modelo. Al considerar a la tendencia, la media dividida por el error estándar se reduce, al igual que la desviación estándar y el estadístico Q. En general es un mejor modelo.

1.2.4 Pronóstico.

Uno de los objetivos principales y posiblemente el más frecuente es la construcción de modelos es el de pronosticar. El criterio empleado en el pronóstico es el de minimizar el error medio cuadrático.

$$E_t [T(Z_{t+l}) - \hat{T}(Z_t)(l)]^2 = \min_{\tilde{T}(Z_t)(l)} E [T(Z_{t+l}) - \tilde{T}(Z_t)(l)]^2$$

donde $\tilde{T}(Z_t)(l)$ es el pronóstico del valor $T(Z_{t+l})$ con origen en t y $\hat{T}(Z_t)(l)$ representa a cualquier otro pronóstico lineal de $T(Z_{t+l})$.

Se puede demostrar que $E_t [T(Z_{t+l})] = \tilde{T}(Z_t)(l)$ y que éste es el pronóstico con error medio cuadrático mínimo. El error de este pronóstico está dado por

...

$$e_t(\ell) = T(Z_{t+\ell}) - \hat{T}(Z_t)(\ell) = \sum_{j=0}^{\ell-1} a_{t+\ell-j}$$

ya que

$$E_t[e_t(\ell)] = 0$$

se deduce que el pronóstico es insesgado y además se observa que:

$$\text{Var}_t[e_t(\ell)] = \sum_{j=0}^{\ell-1} \psi_j^2 \sigma_a^2$$

Haciendo uso de estos resultados se puede decir que

$\{e_t(\ell) | Z_t, Z_{t-1}, \dots\}$ se distribuye como $N(0, \text{Var}[e_t(\ell)])$

y que:

$$\{T(Z_{t+\ell}) | Z_t, Z_{t-1}, \dots\} \sim N(\hat{T}(Z_t)(\ell), \text{Var}[e_t(\ell)])$$

entonces se pueden construir intervalos con límites del $100(1-\alpha)\%$ de confianza para $T(Z_{t+\ell})$; condicionados al conocimiento de Z_t, Z_{t-1}, \dots . Estos límites están dados por:

$$\hat{T}(Z_t)(\ell) \pm Z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \left(\sum_{j=0}^{\ell-1} \psi_j^2 \right)^{1/2} \sigma_a$$

los cuales se estiman al sustituir las estimaciones de $\psi_1, \dots, \psi_{\ell-1}$ y σ_a , con $Z\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ el punto porcentual tal que

$$P[Z > Z\left(\frac{\alpha}{2}\right)] = \frac{\alpha}{2}$$

si Z se distribuye como $N(0,1)$

En la práctica las series de tiempo se incrementan al transcurrir el tiempo, lo que hace que los pronósticos - -

...

$\hat{T}(Z_t)$ (1) pierdan validez al conocer el valor de $T(Z_{t+1})$. Entonces se hace indispensable la actualización de pronósticos y para ello se usa la siguiente expresión.

$$\hat{T}(Z_{t+1})(\ell) = \hat{T}(Z_t)(\ell+1) + \psi_{\ell} a_{t+1}, \ell \geq 1$$

Es importante mencionar el hecho de que a veces la serie Z_t se trabaja con alguna transformación, como es el caso de $\{IPC6_t\}$, y que se requieran pronósticos de Z_t y no de $T(Z_t)$ por lo que resultaría lógico pensar en la aplicación de una -- transformación inversa para obtener dicho pronóstico. Sin embargo, las propiedades óptimas del pronóstico no se conservan -- necesariamente si se usa $T^{-1}[\hat{T}(Z_t)(\ell)]$. Aquí no se discutirá cómo se soluciona este problema pero se puede recurrir a las -- notas de Guerrero donde se presenta una solución aproximada de este problema.

Con esta última etapa se cubren los puntos principales para la construcción de modelos. Como ya alguien más* -- se dedicó a la parte teórica, aquí no se hizo una descripción -- extensa de cada una de las etapas, pues el objetivo principal es presentar la aplicación de esta metodología a series actuales.

* Arrazola L. Hugo. "Introducción al análisis de Series de Tiempo mediante el Método de Box-Jenkins" TESIS DE LICENCIATURA 1981 FACULTAD DE CIENCIAS.

ANALISIS DE INTERVENCION

2.1 Introducción

Una vez que se sabe como construir un modelo del tipo ARIMA, que puede ser de utilidad para pronosticar, para simular o para describir el comportamiento de la serie en estudio, se centrará el trabajo en estudiar el efecto de la introducción de mecanismos o políticas exógenas que pueden -- traer como consecuencia un cambio en el comportamiento de la serie.

En particular, para este trabajo, se estudiaron -- las repercusiones que tuvieron en el comportamiento de las series las siguientes medidas:

- i) la devaluación del peso anunciada el primero de septiembre de 1976.
- ii) el establecimiento del impuesto al Valor Agregado a partir del primero de enero de 1980.
- iii) el aumento en el precio de la gasolina en diciembre de 1981.

que vienen a ser las de mayor interés durante el periodo de observación que abarca los meses de enero de 1969 a marzo de 1982, para las series de índice de precios del consumidor a nivel nacional y sus ocho subseries clasificadas "por objeto -- del gasto" del Banco de México.

A los mecanismos o políticas que se establecen y --

llegan a afectar el comportamiento de la serie se les conoce - como intervenciones. Los cambios asociados a una intervención pueden presentarse básicamente de las siguientes formas:

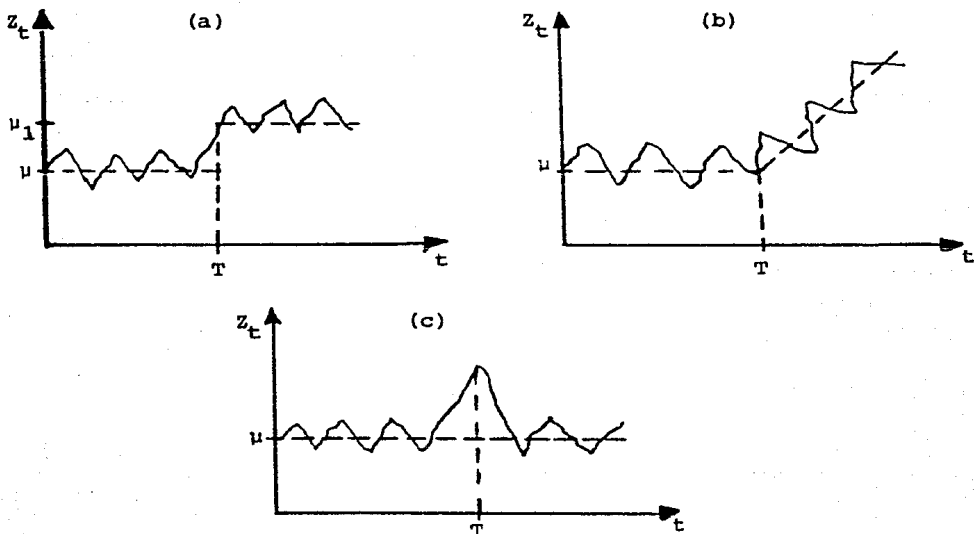
- i) elevación (o caída) momentánea de la serie, -- en el momento en que se da la intervención, -- sin influir en el comportamiento posterior.
- ii) los que ejercen una influencia mantenida a lo largo de la serie, como pueden ser: un cambio de nivel o un cambio de tendencia.

ambos casos son efectos que pueden separarse de la serie y sus gráficas se muestran en la figura 2.1. Existen muchas más formas de cambios que no son otra cosa más que combinaciones de los casos básicos presentados en la figura 2.1. Sin embargo a veces los cambios pueden reflejarse en la varianza de la serie y esto impide que el efecto pueda separarse para ser analizado; como la metodología que aquí se presenta no sirve para estos casos, tales situaciones no se tratarán en este trabajo.

Si identificar un cambio estructural en la serie - es tan sólo probar si existe tal cambio, sin saber de qué magnitud es, una prueba t de Student podría ser de utilidad. Con esta prueba se puede identificar el cambio comparando la media de las observaciones antes y después de la intervención, siempre y cuando éstas sean independientes; lo mismo sucede con el caso de la prueba de Chow* en la cual se calculan los residua-

* Ver J. Johnston "Econometric Methods" 2a. edición de McGraw-Hill, Kogakusha, pág. 207.

Figura 2.1



Las gráficas (a) y (b) pertenecen a intervenciones del tipo ii) y la gráfica (c) al tipo i)

les de la serie completa y los residuales de una subserie, --- construida a partir de la intervención, para obtener un cociente que se distribuye como una F, que sirve para probar así la hipótesis nula de que las observaciones de la subserie pertenecen a la muestra de las observaciones que se tienen hasta antes de esta intervención, si se rechaza esta hipótesis quiere decir que existe un cambio estructural.

Las series de tiempo, en contraste con regresión, normalmente presentan dependencia en observaciones sucesivas,

son no estacionarias y pueden tener efectos periódicos muy -- fuertes por lo que no sería recomendable hacer una prueba t - de Student; además esto mismo imposibilita el uso de otras -- pruebas estadísticas conocidas, como es el caso de la prueba de Chow.

Pero aquí, además de verificar el cambio, se desea modelarlo, por lo que será necesario introducir la metodología desarrollada con este propósito. Box y Tiao* (1975) proponen obtener un modelo aditivo dinámico, de la intervención asociada con el cambio en la serie, que junto con el modelo ARIMA -- (del tipo Box-Jenkins) puede proporcionar un mejor modelo del comportamiento de la serie. A esta metodología se le conoce - como Análisis de Intervención.

2.2 Análisis de Intervención

Los efectos causados por variables exógenas, que - se denotan como X, pueden representarse con un modelo aditivo dinámico de la forma:

$$f(\delta, \omega, X, t) = \sum_{j=1}^k y_{tj} = \sum_{j=1}^k \{\omega_j(B)/\delta_j(B)\} X_{tj} \quad (2.2.1)$$

donde:

k = es el número de intervenciones.

Y_{tj} = representa la transferencia dinámica de X_{tj} .

* Ver G.E.P. Box y G.C. Tiao "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems" Journal of the American Statistical Association (JASA) March 1975, Vol. 70.

$\delta_j(B)$ y $\omega_j(B)$ = son polinomios de grados r_j y S_j respectivamente y tienen la siguiente forma:

$$\delta_j(B) = 1 - \delta_{1j}B - \dots - \delta_{r_j}B^{r_j}$$

$$\omega_j(B) = \omega_{0j} - \omega_{1j}B - \dots - \omega_{s_j}B^{s_j}$$

y se supone que $\omega_j(B)$ tiene raíces fuera del círculo unitario y $\delta_j(B)$ tiene raíces tanto fuera como dentro del círculo unitario, en similitud con las condiciones de estacionariedad e invertibilidad que debe cumplir el modelo ARIMA para ser admisible.

En general, la serie X , puede ser considerada una serie exógena que requiera de especial atención y que influye sobre la serie en estudio, pero en el trabajo de Box y Tiao es una variable artificial que sirve para indicar la realización de la intervención.

La forma general de un modelo con intervención es:

$$T(Z_t) = y_t + N_t \quad (2.2.2)$$

donde:

y_t acepta la representación de un modelo aditivo dinámico asociado a la intervención de la for--

...

ma (2.2.1).

N_t es la parte aleatoria que se representa como un modelo estocástico (estacionario e invertible) de la forma:

$$\psi(B) N_t = \theta(B) a_t \quad (2.2.3)$$

que es del tipo estudiado en el capítulo de identificación y estimación de modelos de Box-Jenkins.

entonces $T(Z_t)$ también se puede expresar como:

$$T(Z_t) = \{\omega(B)/\delta(B)\} X_t + \{\theta(B)/\psi(B)\} a_t \quad (2.2.4)$$

El comportamiento de y_t se genera con la siguiente ecuación en diferencia:

$$\delta(B) y_t = \omega(B) X_t \quad (2.2.5)$$

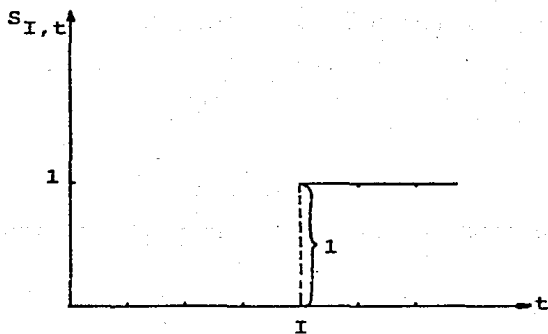
que constituye una manera eficiente de especificar modelos dinámicos*. La respuesta y_t puede obtenerse por dos tipos de variables discretas:

i) las variables de "escalón" que se definen como:

$$X_t = S_{I,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ 1 & \text{si } t \geq I \end{cases} \quad (2.2.6)$$

y se representan gráficamente de la siguiente forma:

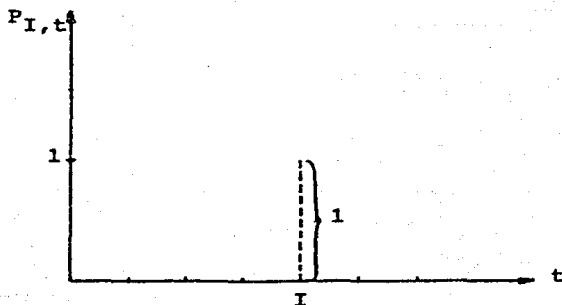
* Además, porque t se refiere a un tiempo discreto y entonces el comportamiento de y_t estará dictado por sus diferencias.



ii) las variables de "pulso" definidas como:

$$X_t = P_{I,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq I \\ 1 & \text{si } t = I \end{cases} \quad (2.2.7)$$

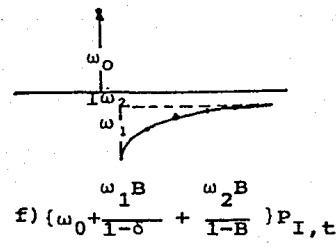
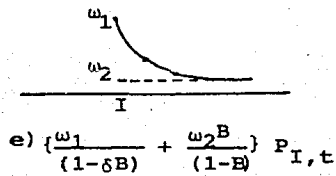
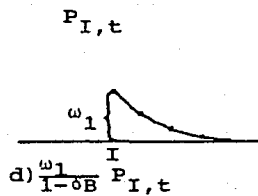
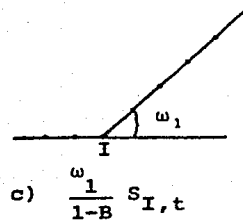
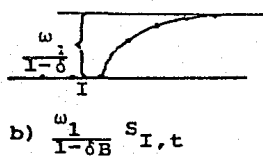
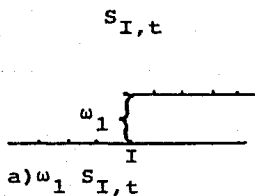
y que tienen la siguiente representación gráfica:



En la figura 2.2 se presentan una serie de gráficas que corresponden a modelos simples de intervención o funciones de transferencia, usando variables de "escalón" y "pulso".

Figura 2.2

GRAFICAS DE MODELOS DINAMICOS SIMPLES



con ω_1 y ω_2 menores que cero.

...

Los modelos dinámicos de intervención más simples son los correspondientes a las gráficas de la figura 2.2 en - donde:

- a) Representa claramente un cambio del nivel de la serie y que puede cuantificarse al estimar el - valor de ω_1 . Aquí se usa un operador de retraso B, el cual se definió en el capítulo anterior, y cuya función es hacer que el efecto se presente un periodo después de aquel en el que se introduce la intervención (I).
- b) En esta gráfica se describe un crecimiento paulatino asintótico a $\left\{ \frac{\omega_1}{(1-\delta)} \right\}$ que viene a ser el nuevo nivel de la serie.
- c) Esta gráfica es un caso particular de la gráfica b) pero aquí el crecimiento no tiene límite, este caso se da cuando δ es igual a uno.
- d) Representa un pico (ω_1) en la serie en el tiempo I y las observaciones posteriores decaen - hasta el nivel original; el papel del parámetro δ es precisamente hacer que las observaciones posteriores regresen al nivel original a partir de I+1, lo que hace que el efecto de la inter-- vención tienda a desaparecer si δ es menor que uno. En este caso si δ es uno, el efecto obtenido es equivalente al de la gráfica a) por la siguiente relación:

...

$$(1-B) S_{I,t} = P_{I,t}$$

entonces, cualquiera de las funciones de intervención usando variables de "escalón" ($S_{I,t}$) -- tienen su equivalente en funciones con variables de "pulso"

La interpretación del parámetro δ depende de la función que se este usando.

- e) y f) Los efectos observados en estas gráficas se obtienen combinando modelos simples, en e) ω_1 es el valor que toma el primer pico y decrece hasta ω_2 que por la forma en que se define sólo -- indica un nuevo nivel.

Para el caso f), ω_0 es un pico que surge en el momento en que se da la intervención, ω_1 es el punto hasta el que cae la serie y δ hace que -- crezca hasta ω_2 el nuevo nivel, aquí ω_1 y ω_2 -- son negativas para lograr este efecto.

Muchas veces resulta más fácil pensar a la función de intervención en términos de variables de "pulso". En este -- trabajo se usaron solamente funciones de "pulso" porque en la -- forma en que se definen no es necesario indicar el periodo que abarcan, basta con establecer en que momento surge la intervención, en cambio para las funciones de "escalón" sí es necesario. Así pues, en la expresión (2.2.5) se sustituye $P_{I,t}$ --

por X quedando:

$$\delta(B)y_{I,t} = \omega(B) P_{I,t}$$

Dada esta función de intervención, $y_{I,t}$ satisface la siguiente ecuación en diferencia:

$$(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r) y_{I,t} = (\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_S B^S) P_{I,t} \quad (2.2.8)$$

cuya solución particular depende de la siguiente condición -- inicial

$$y_{I,t} = 0 \quad \text{para } t < I$$

la cual quiere decir que antes de la intervención no pueden existir efectos asociados a ella.

Si se considera que $r=1$ es el grado del polinomio $\delta(B)$ y $S=1$ es el grado del polinomio $\omega(B)$, la expresión -- (2.2.8) se transforma en:

$$(1 - \delta_1 B) y_{I,t} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{I,t}$$

que viene a ser una forma del modelo que podría considerarse como modelo implícito

$$y_{I,t} - \delta_1 B y_{I,t} = \omega_0 P_{I,t} - \omega_1 B P_{I,t}$$

o sea

...

$$Y_{I,t} = \delta Y_{I,t-1} + \omega_0 P_{I,t} - \omega_1 P_{I,t-1} \quad (2.2.9)$$

sustituyendo $t=I$ se tiene

$$\begin{aligned} Y_{I,I} &= \delta Y_{I-1,I} + \omega_0 P_{I,I} - \omega_1 P_{I-1,I} \\ &= \omega_0 \end{aligned}$$

por la forma en que se definieron $P_{I,t}$ y $Y_{I,t}$.

Igualmente para $t=I+1$ se tiene

$$\begin{aligned} Y_{I+1,I} &= \delta Y_{I,I} + \omega_0 P_{I+1,I} - \omega_1 P_{I,I} \\ &= \delta \omega_0 - \omega_1 \end{aligned}$$

para $t=I+2$

$$\begin{aligned} Y_{I+2,I} &= \delta Y_{I+1,I} + \omega_0 P_{I+2,I} - \omega_1 P_{I+1,I} \\ &= \delta(\delta \omega_0 - \omega_1) = \delta^2 \omega_0 - \delta \omega_1 \end{aligned}$$

y, por inducción, para $t=I+M$ con $M \geq 1$

$$Y_{I+M,I} = \delta^{M-1}(\delta \omega_0 - \omega_1)$$

para este caso en particular el modelo explícito está dado por

$$Y_{I,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ \delta^{t-I} \omega_0 - \delta^{t-I-1} \omega_1 & \text{si } t > I \end{cases}$$

...

A partir de la expresión (2.2.8) se puede considerar un modelo dinámico de intervención que tiene un polinomio de retraso (∇^b) con b el grado del polinomio, con raíces unitarias y que opera sobre $y_{I,t}$, para hacer que el efecto de la intervención no sea inmediato, pero si aparezca en periodos posteriores.

$$\delta(B)\nabla^b y_{I,t} = \omega(B)P_{I,t} \quad (2.2.10)$$

Usando esta última expresión se puede formar el siguiente modelo para la serie considerando intervención

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)\nabla^b} P_{I,t} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)\nabla^d} a_t$$

En el cuadro 2.1 se encuentran algunos casos particulares y de mayor utilidad derivados de esta expresión.

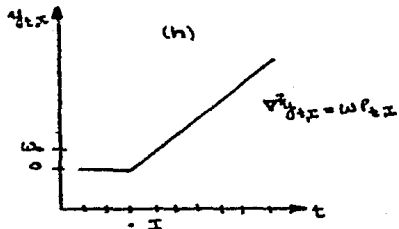
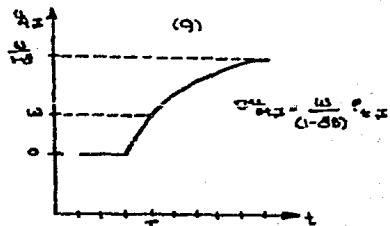
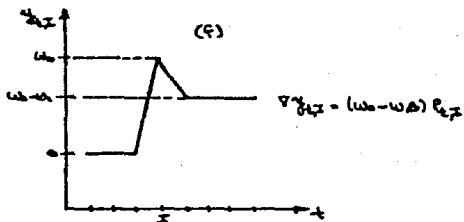
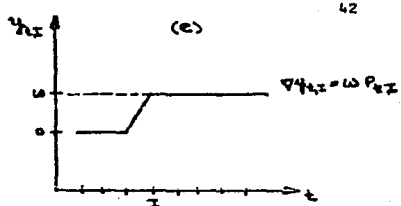
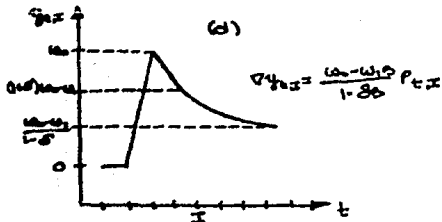
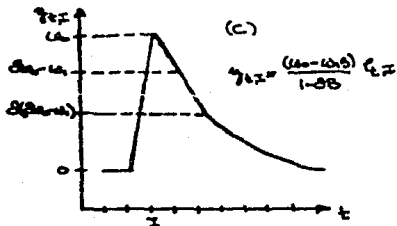
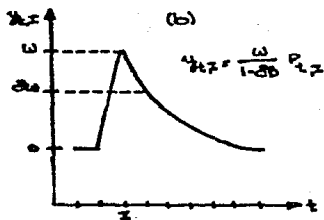
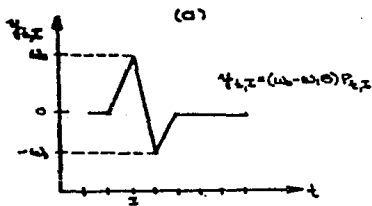
En el apéndice A se encuentra la demostración de cada uno de los resultados del cuadro 2.1 y en la figura 2.3 se encuentran las correspondientes gráficas.

Hasta aquí se ha hablado de lo que es una intervención y se hizo una breve descripción del análisis de intervención, pero en ningún momento se ha dicho cómo es que se --

Cuadro 2.1

Grado de los polinomios (r, b, s)	Modelo dinámico (implícito)	Modelo dinámico (explícito)
(0, 0, 0)	$y_{t,I} = \omega_0 P_{I,t}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \end{cases}$
(0, 0, 1)	$y_{t,I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq I, I+1 \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ -\omega_1 & \text{si } t = I+1 \end{cases}$
(0, 1, 0)	$\nabla y_{t,I} = \omega P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$
(1, 0, 0)	$y_{t,I} = \frac{\omega}{(1-\delta(B))} P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \delta^{t-I} \omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$
(0, 1, 1)	$\nabla y_{t,I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ \omega_0 - \omega_1 & \text{si } t > I \end{cases}$
(1, 0, 1)	$(1-\delta B) y_{t,I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ \delta^{t-1} \omega_0 - \delta^{t-I-1} \omega_1 & \text{si } t > I \end{cases}$
(1, 1, 0)	$(1-\delta B) \nabla y_{t,I} = \omega P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \sum_{i=0}^{t-I} \delta^i \omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$
(1, 1, 1)	$(1-\delta B) \nabla y_{t,I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ \delta^{t-I} \omega_0 + \sum_{i=0}^{t-I-1} \delta^i (\omega_0 - \omega_1) & \text{si } t > I \end{cases}$
(0, 2, 0)	$\nabla^2 y_{t,I} = \omega P_{t,I}$	$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ (t-I+1)\omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$

...

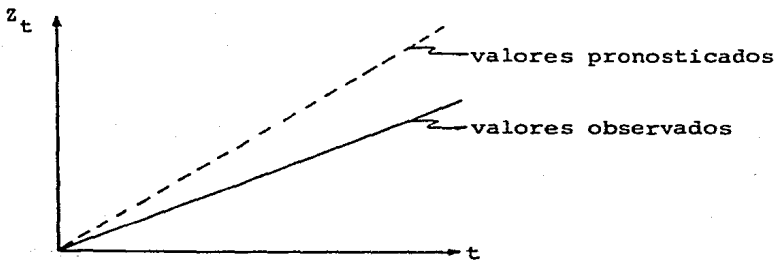


puede identificar la intervención que esta asociada a un cambio en la serie.

2.3 Identificación

En el primer capítulo de este trabajo se describe la metodología de Box-Jenkins para identificar y estimar un modelo para la serie en estudio. Las discrepancias entre lo observado y lo pronosticado sirven para verificar que el modelo elegido sigue siendo adecuado, usando técnicas diseñadas para probar las suposiciones de normalidad, independencia, media cero y varianza constante. Siguiendo esta idea se puede identificar la existencia de algún cambio en la serie asociado a una intervención.

Se estiman modelos para las series en estudio, en el periodo comprendido entre el inicio de la serie y una observación previa a la intervención, entonces se hacen pronósticos para probar si el modelo sigue siendo adecuado. Si al graficar los valores pronosticados contra los valores observados se tiene el siguiente patrón:



es decir que existe una discrepancia entre lo observado y lo pronosticado puede ser indicio de varias cosas:

- i) existe un cambio de nivel en la serie a partir del periodo en que se pronosticó, sin que esto signifique que el modelo estimado ya no es adecuado, si no que no se está considerando algún factor exógeno que modifica su comportamiento.
- ii) existe algún efecto estacional que no se está tomando en cuenta.
- iii) existe algún cambio en al menos uno de los parámetros involucrados en el modelo estimado. - Este último punto es difícil de demostrar por lo que es necesario agotar todas las posibilidades antes de afirmar que el cambio en la serie se debe a cambios en los parámetros del modelo estimado.

Antes de dar conclusiones es necesario tomar en cuen

ta que los pronósticos están sujetos a error.

Box y Tiao (1976)* desarrollaron una prueba para de mostrar si la discrepancia es real y consiste en calcular la su ma estandarizada de los cuadrados de los errores de pronóstico de un periodo hacia adelante (one-step ahead), a_1, a_2, \dots, a_m y dividirla entre la varianza estimada de los residuales $\hat{\sigma}_a^2$, este cociente que se llama C, se distribuye como una χ^2 con m grados de libertad

$$C = \frac{\sum_{i=1}^m a_i^2}{\hat{\sigma}_a^2}$$

Si C es mayor que la $\chi^2_{(m)}$ de tablas, se puede concluir que la discrepancia es real, pero no se tiene mayor infor mación sobre el comportamiento que sigue el efecto que ocasiona el posible cambio, por lo que se podrá proponer un posible modelo aditivo de este efecto sólo si se cuenta con amplio conoci miento de la serie.

Esta prueba resulta ser laboriosa porque para calcu lar los pronósticos un periodo hacia adelante es necesario pronosticar de un origen determinado un periodo y después mover el origen un periodo hacia adelante y pronosticar otro periodo y -- así sucesivamente hasta contar con los pronósticos deseados. -- En el artículo de Battacharyya y Layton** se realiza esta prueba,

* G.E.P. Box y G.C. Tiao "Comparison of Forecast and Actuality" Applied -- Statistics Vol. 25, No. 3, pág. 195.

** M.N. Battacharyya y Allan P. Layton "Effectiveness of Seat Belt Legislation on the Queensland Road Toll Australian Case Study in Intervention Analysis" Journal of the American Statistical Association, Sep. 1979, Vol. 74, -- No. 367, pág. 596.

usando los errores de pronóstico con un mismo origen, lo cual -
facilita el cálculo del estadístico C.

En Guerrero V.M. (1983) se introduce una técnica -
gráfica, que puede respaldarse con la prueba de Box y Tiao y que
ha resultado ser útil en varias ocasiones. Con ella se facilita
la identificación y se obtienen valores iniciales para los pará-
metros del modelo aditivo dinámico de intervención. Para esta -
técnica se sigue la misma idea de comparar lo observado con lo -
pronosticado, obteniendo de esta comparación los errores de pro-
nóstico l periodos hacia adelante ($e_t(l)$). Las gráficas de - -
 $e_t(l)$ para $l=1,2,\dots$ sugieren el tipo de función de intervención
que debe elegirse. Para ejemplificar la técnica se considerará
la serie de Transportes y Comunicaciones ($IPC6_t$).

En el capítulo anterior se presentó el modelo elegi-
do para la serie de Transportes y Comunicaciones ($IPC6_t$).

$$\text{Vlog}(IPC6_t) = \theta_0 + (1-\theta B^{11}) a_t \quad (2.3.1)$$

con el cual se pronosticaron doce periodos, lo que se comparan -
con los doce periodos observados correspondientes, ver cuadro -
2.2.

Cuadro 2.2
PRONOSTICOS PARA IPC DE 09, 1976-08, 1977

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\log(IPC6_{L,t})$	4.385	4.217	4.376	4.414	4.440	4.453	4.466	4.474	4.483	4.497	4.512	4.513
$\log(IPC6_t)(z)$	4.362	4.269	4.377	4.390	4.201	4.204	4.210	4.217	4.223	4.229	4.251	4.259
$e_t(l)$	0.023	0.048	0.199	0.224	0.239	0.249	0.256	0.256	0.260	0.258	0.261	0.254

Además de graficar los errores de pronóstico es conveniente mostrar que éstos son significativamente distintos de cero, para ello se elaborarán unos límites de aproximadamente - el 95 % de confianza dados por $\pm 2 \hat{\sigma}_{e_t}(\ell)$. Para poder calcular estos límites se tiene que conocer la varianza de $e_t(\ell)$.

Los errores de pronóstico $e_t(\ell)$ se definen como:

$$e_t(\ell) = T(Z_{t+\ell}) - \hat{T}(Z_t)(\ell)$$

con

$$E(e_t(\ell)) = \sum_{j=0}^{\ell-1} \psi_j E(a_{t+\ell-j}) = 0$$

y

$$\text{Var}(e_t(\ell)) = \sum_{j=0}^{\ell-1} \psi_j^2 \sigma_a^2$$

de aquí se obtiene que:

$$\pm 2 \hat{\sigma}_{e_t}(\ell) = \pm 2 \sqrt{\sum_{j=0}^{\ell-1} \psi_j^2} \hat{\sigma}_a \quad \text{con } \psi_0 = 1 \quad (2.3.2)$$

así pues, los valores de $e_t(\ell)$ que queden fuera de estos límites serán significativamente distintos de cero.

Los pesos ψ_j se calculan de la siguiente expresión

$$\Psi(B) \psi(B) = \theta(B)$$

la cual puede escribirse también como

$$(1 - \psi_1 B - \psi_2 B^2 - \dots - \psi_{p+d} B^{p+d}) (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

* Ver G.E.P. Box y G.M. Jenkins (Op.Cit.) Capítulo 5. págs. 126.129.

y a partir de ésta se forman ecuaciones igualando las distintas potencias de B de la siguiente forma:

$$\psi_0 = 1$$

$$\psi_1 = \varphi_1^{-\theta_1}$$

⋮

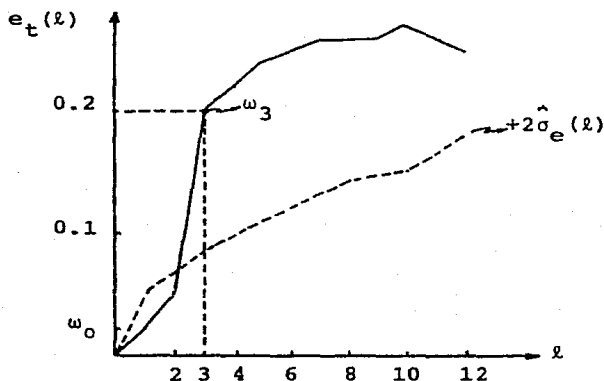
$$\psi_j = \varphi_1^{\psi_{j-1}} \dots \varphi_{p+d}^{\psi_{j-p-d}}^{-\theta_j}$$

con $\psi_j = 0$ para $j < 0$ y $\theta_j = 0$ para $j > q$.

La función sugerida por la gráfica no necesariamente es la definitiva, pero puede servir para proponer un primer modelo dinámico de intervención que puede llevar al definitivo. Con los errores de pronóstico calculados se puede también dar valores iniciales a los parámetros que intervienen en la función.

En la figura 2.4 se encuentra la gráfica de los residuales de $(IPC6_t)$ y su límite de confianza, los valores que se salen de la banda de confianza $(\pm 2\hat{\sigma}_{e_t}(l))$ son significativos y esto es indicio de que la devaluación de 1976 afectó significativamente a la serie de $(IPC6_t)$. La gráfica muestra un primer salto (ω_0) muy suave, y del segundo al tercer periodo un cambio de nivel, lo que provoca que los pronósticos a partir del tercer periodo se encuentren fuera de la banda. A partir del tercer periodo, los pronósticos siguen un comportamiento más estable, es decir sin cambios de pendiente. Se puede pensar entonces en el

Figura 2.4



siguiente modelo de intervención:

$$y_{t,I} = \frac{\omega_0 - \omega_3 B^3}{(1-B)^2} P_{t,I} \quad (2.3.3)$$

donde ω_0 es el primer salto y al que se le da como valor inicial el valor de $e_t(1)$ o sea $\tilde{\omega}_0 = 0.023$

$\omega_3 B^3$ describe el cambio que se da a partir del tercer periodo, y tiene como valor inicial $\tilde{\omega}_3 = 0.199$.

$(1-B)^2$ es el factor de diferencia que hace que la serie siga el crecimiento que se ve a partir del tercer periodo.

Si se sustituye el modelo de la serie (2.3.1), previo a la devaluación, y el modelo dinámico de intervención (2.3.3) en la expresión (2.2.2), se tendrá el siguiente modelo: -

...

$$T(\text{IPC6}_t) = \left\{ \frac{\omega_0 - \omega_3 B^3}{(1-B)^2} \right\} P_{t,I} + N_t \quad (2.3.4)$$

$$\forall N_t = \theta_0 + (1 - \theta_1 B^{11}) a_t, \quad I = (09, 1976)$$

el cual representará a la serie en el periodo comprendido entre el origen y la siguiente intervención, en donde se tendrá que seguir el mismo procedimiento para ver si existen cambios asociados a esta nueva intervención. Este es un proceso que se llevará a cabo siempre que se tenga conocimiento de que se introdujeron mecanismos o políticas que afecten a la serie y que se tengan varias observaciones a partir de la fecha de la intervención.

En la práctica, Box y Tiao dicen que una intervención debe modelarse en base al conocimiento previo de la serie; es decir, que si se tiene indicio de que el cambio introducido provocará una baja, debe modelarse este efecto. En el caso muy particular, de una serie de datos sobre ventas mensuales de un artículo determinado, se puede presumir que una promoción hace que las ventas aumenten en el periodo que se inicia y que al finalizarla no se observan efectos posteriores. Entonces, dependiendo de la duración de la promoción, se puede elegir uno de los modelos que se presentan en la figura 2.3 y estimar el modelo completo, el modelo adecuado es el de la gráfica b)

$$Y_{t,I} = \frac{\omega}{(1-\delta B)} P_{t,I}$$

...

donde ω es el salto que da la serie cuando se presenta la intervención,

δ es el parámetro que hace que la serie --
descienda a su nivel original. Si $\delta = 1$ se da un cambio de nivel de la serie, ver --
gráfica (e) figura 2.3.

El problema de este enfoque es el de la estimación de los parámetros, que no puede basarse en observaciones, ya -- que todavía no existen.

Para el presente trabajo se elaboraron gráficas de los errores de pronóstico para cada una de las series con el -- fin de poder determinar si las diferentes intervenciones las -- afectaron significativamente o no.

2.4 Estimación

Una vez que se tiene el modelo completo (2.3.4) se estiman, simultáneamente, los parámetros que aparecen en la función de intervención y los parámetros del modelo que se había -- construido previamente. Se estima el modelo de la serie para -- el periodo que abarca desde el origen hasta la observación previa a la siguiente intervención, sumando la función de intervención a partir de I igual al noveno mes de 1976, que es la fecha en la que surge la primera intervención. Ya que se tienen las estimaciones se verifica que:

...

- i) el modelo previo (2.3.1) no cambia, es decir, -- que es el mismo en diferentes periodos. En nuestro caso, si el modelo es adecuado hasta antes -- de la devaluación, se espera que sea adecuado -- después, sumándole el modelo de intervención.
- ii) el modelo dinámico de intervención sea adecuado, verificando que los intervalos de confianza de -- los parámetros no contengan al cero o al uno -- porque de lo contrario el modelo se modifica. -- Debe tenerse en cuenta que los errores de pronóstico hechos a partir del mismo origen están positivamente correlacionados, por lo que puede parecer que tienen un cierto patrón, que en realidad no es. Por ésto, la función de intervención elegida inicialmente, no necesariamente es la correcta y es necesario pensar en un proceso iterativo para la construcción de la función de intervención apropiada.

Existe un tercer caso que es aquél en el que el modelo previo a la intervención cambia, porque cambian ya sean los parámetros, el modelo o la varianza, lo cual impide que -- el efecto se pueda separar de la serie para ser modelado.

Llevar a cabo la estimación manualmente, del modelo dinámico de intervención, puede tomar muchas horas de trabajo--

...

lo que impediría que se hiciera el proceso iterativo, antes mencionado, para probar diferentes modelos de intervención si el - que se elige inicialmente no es el definitivo. Es necesario valerse de una computadora y de programas que faciliten esta labor. La parte V del libro de Box-Jenkins corresponde a la descripción de programas para la computadora con las que se instrumenta la estimación de los modelos sin funciones de intervención*. La estimación de los modelos que aquí se presentan se hicieron con el paquete de programas de Box-Jenkins, que se tiene en la computadora del Banco de México.

En el siguiente capítulo se presentan los cuadros de resultados para los modelos en diferentes periodos.

* Para estimación de funciones de intervención ver M.R. Grupe (1978), "Modified Computer Programs to analyze: i) univariate Time Series, ii) univariate Time Series with intervention, iii) single input transfer functions Time Series", Department of Statistics, The University of Wisconsin-Madison.

RESULTADOS

3.1 Introducción

En este último capítulo se presentarán los resultados obtenidos de la estimación de los modelos con intervenciones en:

- i) la devaluación de septiembre de 1976
- ii) el establecimiento del Impuesto al Valor Agregado a partir de enero de 1980
- iii) el aumento en el precio de la gasolina en diciembre de 1981,

y una última etapa que contiene los modelos estimados en el periodo completo, es decir, 01,1969 a 03,1982 y con todas las intervenciones.

3.2. Obtención de los resultados

Como se dijo en el primer capítulo, antes de poder identificar un modelo del tipo ARIMA para una serie de tiempo, es necesario graficar la serie y dar un diagnóstico visual de la varianza y de su media, para saber si la serie es estacionaria; si la serie no es estacionaria no se puede modelar direc-

...

tamente. Entonces, como primer paso, se graficaron las series hasta un mes previo a la fecha de la primera intervención y se vió que habia indicios de varianza no constante, por lo que -- fue necesario aplicar una transformación a las series para estabilizarlas. Se eligió una transformación logarítmica porque se logra así una mayor interpretación que con cualquier otra - transformación y porque aparentemente la varianza tiende a crecer proporcionalmente al tiempo, lo cual indicaría que el logaritmo de la serie tiene varianza aproximadamente constante; -- las series transformadas se denotan como $T(Z_t)$. También se encontró que las series no fluctuaban alrededor de un nivel medio constante, por lo que se analizaron las autocorrelaciones de la primera y segunda diferencia para determinar dónde era estacionaria la serie. Se encontró que para este periodo (01,1969 a 08,1976) las series aproximadamente estacionarias eran:

- i) $\nabla^2 \log(\text{IPC}\emptyset_t)$: dos diferencias regulares del logarítmo del índice general de precios al consumidor.
- ii) $\nabla^2 \log(\text{IPC}1_t)$: dos diferencias regulares del logarítmo de índice de alimentos, - bebidas y tabaco.
- iii) $\nabla^2 \log(\text{IPC}2_t)$: dos diferencias regulares del logarítmo del índice de prendas de vestir
- iv) $\nabla^2 \log(\text{IPC}3_t)$: dos diferencias regulares del logarítmo del índice de arriendos - brutos

- v) $\nabla^2 \log(\text{IPC4}_t)$: dos diferencias regulares del logaritmo del índice de muebles y accesorios
- vi) $\nabla^2 \log(\text{IPC5}_t)$: dos diferencias regulares del logaritmo del índice de servicios médicos
- vii) $\nabla \log(\text{IPC6}_t)$: una diferencia regular del logaritmo del índice de transportes y comunicaciones
- viii) $\nabla^2 \log(\text{IPC7}_t)$: dos diferencias regulares del logaritmo del índice de educación y esparcimiento
- ix) $\nabla \log(\text{IPC8}_t)$: una diferencia regular del logaritmo del índice de otros bienes.

Como siguiente paso, se procedió a identificar modelos tentativos para cada una de las series, a estimar estos modelos y a elegir aquél que cumpliera con los supuestos que los fundamentaron. En el cuadro 3.2.1 se presenta un resumen de los modelos elegidos y se puede ver que todos cumplen con los supuestos, es decir, los residuales cumplen aproximadamente con los supuestos del error a_t y los parámetros son distintos de 0 y de 1, porque de no ser así la estructura del modelo cambiaría.

Una vez que se tiene un modelo estimado para cada -

...

MODELOS ESTIMADOS PARA EL PERIODO PREVIO A LA DEVALUACION DE 1976

Serie $T(z_t)$	Periodo	Modelo	Parámetros Estimados	Intervalos del 95% de confianza	$\hat{\sigma}_a$	Estadística Q^2 , Y grados de libertad
$\log(\text{IPC}y_t)$	01, 1969 08, 1976	$(1-\phi B)^2 T(z_t) = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\phi} = .31$ $\hat{\theta} = .83$	(.03, .59) (.67, .99)	.0057	9.09, 22
$\log(\text{IPC}1_t)$	01, 1969 08, 1976	$\sqrt{2} T(z_t) = (1-\theta B)(1-\theta B^6) a_t$	$\hat{\theta} = .77$ $\hat{\theta} = -.29$	(.63, .91) (-.50, -.08)	.0091	13.63, 22
$\log(\text{IPC}2_t)$	01, 1969 08, 1976	$\sqrt{2} T(z_t) = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .87$	(.77, .96)	.0099	14.65, 23
$\log(\text{IPC}3_t)$	01, 1969 08, 1976	$\sqrt{2} T(z_t) = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .96$	(.95, .97)	.0099	18.90, 23
$\log(\text{IPC}4_t)$	01, 1969 08, 1976	$\sqrt{2} T(z_t) = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .74$	(.59, .83)	.0055	22.43, 23
$\log(\text{IPC}5_t)$	01, 1969 08, 1976	$\sqrt{2} T(z_t) = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .94$	(.90, .98)	.0099	15.35, 23
$\log(\text{IPC}6_t)$	01, 1969 08, 1976	$\sqrt{2} T(z_t) = \theta_0 + (1-\theta B^{11}) a_t$	$\hat{\theta}_0 = -.0079$ $\hat{\theta} = -.0505$	(.00062, .0151) (-.6941, -.3168)	.02423	3.98, 22
$\log(\text{IPC}7_t)$	01, 1969 08, 1976	$(1-\phi B^{12}) \sqrt{2} T(z_t) = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\phi} = .32$ $\hat{\theta} = .75$	(.09, .56) (.59, .90)	.0069	20.03, 22
$\log(\text{IPC}8_t)$	01, 1969 08, 1976	$(1-\phi B) \sqrt{2} T(z_t) = \theta_0 + a_t$	$\hat{\phi} = .36$ $\hat{\theta}_0 = .005$	(.17, .56) (.003, .007)	.0075	12.82, 22

* El valor de Q debe compararse con valores de tablas de una distribución Ji-cuadrada con los respectivos grados de libertad.

una de las series, se procede a identificar si hubo un cambio - en la serie como consecuencia de la devaluación de 1976. De -- existir este cambio, es necesario proponer un modelo dinámico - que explique y cuantifique este cambio. Para cubrir esta etapa fue necesario calcular 12 pronósticos a partir de agosto de - - 1976, es decir, un periodo previo a la devaluación; para cada - una de las series, se graficaron los errores de pronóstico y se realizó la prueba de Box y Tiao, que se mencionó en el capítulo anterior. La función de intervención fue la misma para todas - las series porque las gráficas de los errores de pronóstico tu vieron un comportamiento similar. La única serie que no se vió afectada por la devaluación de 1976 fue el índice de arriendos brutos ($IPC3_t$).

La función postulada para las series fue la siguiente:

$$Y_t = \frac{\omega_0 - \omega_3 B^3}{\sqrt{2}} P_{I,t}$$

la interpretación es igual (para las series que se vieron afectadas) a la que se dió en el capítulo anterior del índice de -- transportes y comunicaciones.

En el cuadro 3.2.2 se tiene el resumen de los modelos estimados con función de intervención, para la series en el periodo 01,1969 a 12,1979, es decir, un mes antes de la fecha en la que se establece el Impuesto al Valor Agregado.

...

Cuadro 3.2.2

ESTIMACION DE LOS MODELOS CON LA INTERVENCION I

Serie $T(x_t)$	Periodo (mes, año)	Modelo	Parámetros estimados	Intervalos del 95% de confianza	$\hat{\sigma}^2$	Estadístico G, grados de libertad
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $(1-\theta B) \nabla^2 x_t = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .25$ $\hat{u}_0 = .85$ $\hat{u}_1 = .032$ $\hat{u}_2 = .023$	$(.02, .47)$ $(.73, .97)$ $(.023, .042)$ $(.034, .033)$.0060	13.18, 20
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = (1-\theta B) (1-\theta B^6) a_t$	$\hat{\theta} = .81$ $\hat{u}_0 = .27$ $\hat{u}_1 = .034$ $\hat{u}_2 = .038$	$(.70, .93)$ $(-.45, -.09)$ $(.023, .049)$ $(.001, .027)$.0098	11.21, 20
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .89$ $\hat{u}_0 = .051$ $\hat{u}_1 = .026$	$(.81, .97)$ $(.029, .064)$ $(.033, .050)$.0098	12.13, 21
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = u_t$ $(1-\theta B^{12}) \nabla^2 x_t = \theta_0 + (1-\theta_1 B^2 - \theta_2 B^{12}) a_t$	$\hat{\theta} = .30$ $\hat{\theta}_0 = .007$ $\hat{\theta}_1 = .22$ $\hat{\theta}_2 = .28$	$(.11, .48)$ $(.004, .013)$ $(-.40, -.04)$ $(-.45, -.08)$.0305	19.11, 20
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .76$ $\hat{u}_0 = .034$ $\hat{u}_1 = .025$	$(.64, .88)$ $(.025, .042)$ $(.018, .034)$.0060	34.17, 21
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $(1-\theta B^{12}) \nabla^2 x_t = \theta_0 + a_t$	$\hat{\theta} = .17$ $\hat{\theta}_0 = .033$ $\hat{u}_1 = .029$	$(-.02, .37)$ $(.004, .009)$ $(.021, .045)$ $(.037, .042)$.0305	21.37, 20
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = \theta_0 + (1-\theta B^{11}) a_t$	$\hat{\theta} = .024$ $\hat{\theta}_0 = .25$ $\hat{u}_1 = .069$ $\hat{u}_2 = .066$	$(.001, .034)$ $(.55, .22)$ $(.043, .094)$ $(.040, .092)$.0232	5.03, 20
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $(1-\theta B^{12}) \nabla^2 x_t = (1-\theta B) a_t$	$\hat{\theta} = .15$ $\hat{\theta}_0 = .32$ $\hat{u}_1 = .037$ $\hat{u}_2 = .033$	$(-.04, .34)$ $(.85, .99)$ $(.027, .047)$ $(.023, .043)$.0083	23.48, 2
$\log(\text{IPC}_t)$	01.1969 12.1979	$T(x_t) = \left(\frac{u_0 + u_1 x_t^2}{v^2} \right) P_{1,t} + u_t$ $(1-\theta B) \nabla^2 x_t = \theta_0 + a_t$	$\hat{\theta} = .21$ $\hat{\theta}_0 = .004$ $\hat{u}_1 = .051$ $\hat{u}_2 = .043$	$(.06, .38)$ $(.004, .008)$ $(.038, .064)$ $(.030, .054)$.0094	20.47, 2

Cuando se realizó esta segunda etapa se pensó que esta vez, el índice de arriendos brutos ($IPC3_t$) sí se vería -- afectada por el hecho de que el Impuesto al Valor Agregado se -- aplicaría a rentas, prendas de vestir, muebles, servicios médicos y transportes, pero no fue así, o por lo menos no como se -- esperaba. De hecho, sí hubo un cambio, pero no del tipo de cam -- bios que se estudiaron en este trabajo; ya que el modelo cambió con respecto al que se tenía en el cuadro 3.2.1.

Ya en el capítulo anterior se explicó que los cam -- bios a estudiar eran aquéllos que afectaban el nivel de la se-- rie y que pueden ser explicados con un modelo dinámico de inter -- vención aditivo, pero cuando el cambio es de otro tipo no puede separarse el efecto del comportamiento natural que sigue la se-- rie. Por esta razón el modelo que se tenía hasta diciembre de 1979 ya no resulta adecuado después de esta segunda interven-- -- ción.

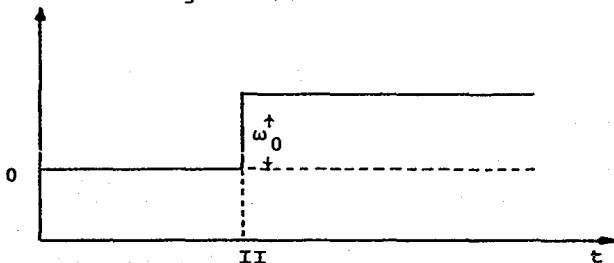
El índice de servicios médicos ($IPC5_t$) sufre cam -- bios de los dos tipos, en la gráfica de los errores de pronósti -- co se ve un comportamiento similar al observado en las series -- afectadas por esta segunda disposición por lo que se propuso la misma función de intervención ($(\frac{w_0}{v})P_{II,t}$) la cual resultó ser -- significativa; pero además el modelo original cambió, se puede decir que esta función no absorbió todo el efecto y que solamen -- te una parte de este cambio puede ser separada del comportamien -- to natural para ser explicada por ésta, la otra parte provoca -- cambios en el modelo estocástico.

En el cuadro 3.2.3 se presenta el resumen de los modelos estimados con las intervenciones I y II (devaluación '76 e IVA '80, respectivamente) y como se puede ver, la función de intervención nuevamente resultó ser la misma para todas las series. Esto se debe a que las gráficas fueron similares. La -- función identificada es la siguiente:

$$y_t = \frac{\omega_0}{V} P_{II,t} \quad \text{con} \quad II=(01,1980)$$

lo que hace esta función es provocar un salto en el nivel de la serie a partir del mes en el que surge la intervención, en este caso en enero de 1980.

Cuando este tipo de función se aplica en una serie que originalmente es estacionaria con media cero, el efecto de-- terminista sería el siguiente:



Pero cuando a la serie se le toman diferencias, una (a) o dos veces (b) para hacerla estacionaria, el resultado es -- distinto en la serie original (gráfica 3.2.1)

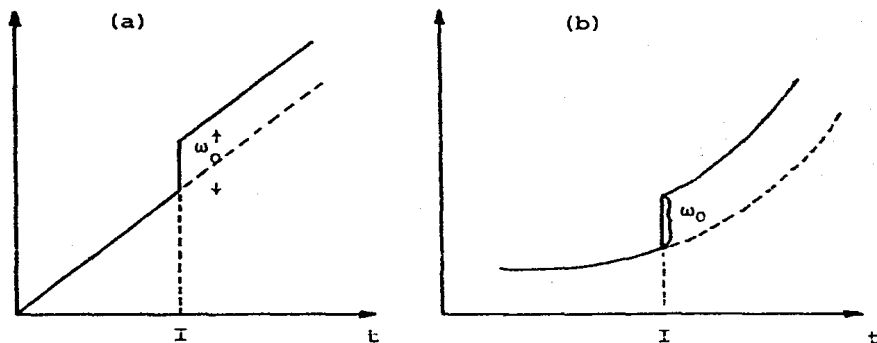
Para esta segunda intervención, el índice de arrien-- dos brutos ($IPC3_t$) no se vió afectada en ningún sentidos, por lo

Cuadro 3.2.3

ESTIMACION DE LOS MODELOS CON LAS INTERVENCIONES I Y II

Serie $T(x_t)$	Periodo (mes, año)	Modelo	Parámetros estimados	Intervalos del 95% de confianza	\bar{a}	Estadística t grados de libertad
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + \left(\frac{a_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + u_t$ $(1 - \alpha B) \nabla^2 x_t = (1 - \alpha B) a_t$	$\hat{a}_0 = .29$ $\hat{a}_1 = -.86$ $\hat{a}_2 = .012$ $\hat{a}_3 = .023$ $\hat{a}_4 = -.029$	(.09, .50) (.73, .97) (.002, .041) (.016, .033) (.018, .039)	.0059	19.79, 19
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = (1 - \alpha B) (1 - \alpha B^6) a_t$	$\hat{a}_0 = .01$ $\hat{a}_1 = -.26$ $\hat{a}_2 = -.036$ $\hat{a}_3 = .034$	(.71, .91) (-.42, -.10) (.023, .049) (.001, .027)	.0096	16.35, 20
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + \left(\frac{a_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = (1 - \alpha B) a_t$	$\hat{a}_0 = .89$ $\hat{a}_1 = .051$ $\hat{a}_2 = -.046$ $\hat{a}_3 = .059$	(.82, .96) (.039, .063) (.034, .058) (.043, .077)	.0092	14.12, 20
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = x_t$ $(1 - \alpha B^{12}) \nabla x_t = \alpha_0 + (1 - \alpha_1 B^3 - \alpha_2 B^{12}) a_t$	$\hat{\alpha}_0 = .33$ $\hat{\alpha}_1 = .008$ $\hat{\alpha}_2 = .24$ $\hat{\alpha}_3 = .29$	(.17, .49) (.005, .013) (.10, .38) (.15, .43)	.0100	22.91, 20
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + \left(\frac{a_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + u_t$ $\nabla^2 x_t = (1 - \alpha B) a_t$	$\hat{a}_0 = .77$ $\hat{a}_1 = .034$ $\hat{a}_2 = .025$ $\hat{a}_3 = .045$	(.67, .88) (.025, .042) (.017, .034) (.013, .057)	.0063	22.79, 20
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + \left(\frac{a_0}{1 - B} \right) P_{II,t}$ $(1 - \alpha B^{12}) \nabla x_t = \alpha_0 + a_t$	$\hat{a}_0 = .31$ $\hat{a}_1 = .066$ $\hat{a}_2 = .034$ $\hat{a}_3 = .028$ $\hat{a}_4 = .072$	(.13, .49) (.003, .008) (.022, .047) (.015, .040) (.050, .093)	.0112	16.84, 19
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + u_t$ $\nabla x_t = \alpha_0 + (1 - \alpha B^{11}) a_t$	$\hat{\alpha}_0 = .008$ $\hat{\alpha}_1 = .39$ $\hat{\alpha}_2 = .069$ $\hat{\alpha}_3 = .064$	(.002, .014) (.24, .54) (.046, .093) (.040, .066)	.0219	6.76, 20
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + \left(\frac{a_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + u_t$ $(1 - \alpha B^{12}) \nabla^2 x_t = (1 - \alpha B) a_t$	$\hat{a}_0 = .21$ $\hat{a}_1 = .92$ $\hat{a}_2 = .037$ $\hat{a}_3 = .033$ $\hat{a}_4 = .031$	(.04, .39) (.85, .99) (.027, .048) (.023, .043) (.015, .047)	.0084	28.38, 19
$\log(IPC)_t$	01, 1969 11, 1981	$T(x_t) = \left(\frac{a_0 - a_1 B^2}{1 - B^2} \right) P_{I,t} + \left(\frac{a_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + u_t$ $(1 - \alpha B) \nabla^2 x_t = (1 - \alpha B) a_t$	$\hat{a}_0 = .20$ $\hat{a}_1 = .92$ $\hat{a}_2 = .049$ $\hat{a}_3 = .041$ $\hat{a}_4 = .058$	(.02, .38) (.85, .99) (.035, .063) (.027, .054) (.079, .116)	.0097	21.66, 19

GRAFICA 3.2.1



que el modelo sigue siendo el mismo. Las otras series que no fueron afectadas por el IVA, tampoco sufrieron cambios en sus modelos.

El último efecto que se estudió fue el causado por el aumento en el precio de la gasolina y la única serie afectada significativamente fue el índice de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$). La función identificada para esta tercera intervención fue la misma que la obtenida a partir del establecimiento del IVA, por lo que su interpretación es la misma.

El resumen de los últimos modelos se presenta en el cuadro 3.2.4 y nuevamente fue necesario realizar pronósticos a partir de noviembre de 1981 para hacer las pruebas e identificar una función de intervención en caso de ser necesario. Estas últimas pruebas se hicieron con pronósticos de cuatro perio-

...

Cuadro 3.2.4

MODELOS ESTIMADOS CON LAS INTERRUPCIONES I, II Y III

Serie $T(x_t)$	Periodo (mes, año)	Modelo	Parámetros estimados	Intervalos del 95% de confianza	\bar{G}_a	Estadística χ^2 grados de libertad
$\log(IIPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + M_2$ $(1 - \theta B) \nabla^2 N_t = (1 - \theta B) a_t$	$\hat{M}_0 = .32$ $\hat{M}_1 = .86$ $\hat{M}_2 = .03$ $\hat{\theta} = .02$ $\hat{\sigma}_a^2 = .03$	(.10, .53) (.74, .98) (.02, .04) (.01, .03) (.02, .04)	.0062	19.60, 17
$\log(IPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + M_2$ $\nabla^2 N_t = (1 - \theta B)(1 - \theta B^2) a_t$	$\hat{M}_0 = .81$ $\hat{M}_1 = .25$ $\hat{M}_2 = .01$	(.71, .91) (-.42, -.09) (.02, .05)	.0098	16.31, 15
$\log(IIPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + M_2$ $\nabla^2 N_t = (1 - \theta B) a_t$	$\hat{M}_0 = .69$ $\hat{M}_1 = .05$ $\hat{M}_2 = .05$ $\hat{\theta} = .06$	(.21, .52) (.01, .06) (.01, .06) (.04, .08)	.0075	13.39, 18
$\log(IIPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = M_2$ $(1 - \theta B^{12}) \nabla N_t = \theta_0 + (1 - \theta) B^2 - \theta_2 B^{13} a_t$	$\hat{M}_2 = .16$ $\hat{\theta} = .01$ $\hat{\theta}_0 = .23$ $\hat{\theta}_2 = .30$	(.20, .53) (.01, .01) (-.39, -.07) (-.46, -.14)	.0102	25.59, 20
$\log(IPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + M_2$ $\nabla^2 N_t = (1 - \theta B) a_t$	$\hat{M}_0 = .77$ $\hat{M}_1 = .03$ $\hat{M}_2 = .03$ $\hat{\theta} = .05$	(.67, .88) (.03, .04) (.02, .03) (.03, .06)	.0062	21.57, 18
$\log(IPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{II,t} + M_2$ $(1 - \theta B^{12}) \nabla N_t = \theta_0 + a_t$	$\hat{M}_0 = .38$ $\hat{M}_1 = .005$ $\hat{M}_2 = .04$ $\hat{\theta} = .03$ $\hat{\theta}_0 = .07$	(.21, .55) (.003, .01) (.02, .05) (.02, .04) (.05, .10)	.0112	17.94, 17
$\log(IIPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{III,t} + M_2$ $\nabla N_t = \theta_0 + (1 - \theta B^{12}) a_t$	$\hat{M}_0 = .008$ $\hat{M}_1 = .41$ $\hat{M}_2 = .070$ $\hat{\theta}_0 = .062$ $\hat{\theta} = .056$	(.001, .025) (-.57, -.24) (.045, .096) (.036, .087) (.009, .104)	.0236	8.66, 19
$\log(IPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{III,t} + M_2$ $(1 - \theta B^{12}) \nabla^2 N_t = (1 - \theta B) a_t$	$\hat{M}_0 = .21$ $\hat{M}_1 = .92$ $\hat{M}_2 = .04$ $\hat{\theta} = .03$ $\hat{\sigma}_a^2 = .03$	(.03, .40) (.85, .99) (.03, .05) (.02, .04) (.02, .05)	.0085	26.26, 17
$\log(IPC)_t$	01, 1969 03, 1982	$T(x_t) = \left(\frac{M_0 - M_1 B^3}{1 - B} \right) P_{I,t} + \left(\frac{M_0}{1 - B} \right) P_{III,t} + M_2$ $(1 - \theta B^{12}) \nabla N_t = \theta_0 + a_t$	$\hat{M}_0 = .33$ $\hat{M}_1 = .01$ $\hat{M}_2 = .03$ $\hat{\theta} = .02$ $\hat{\theta}_0 = .08$	(.16, .49) (.002, .008) (.018, .05) (.01, .04) (.06, .10)	.0105	25.26, 17

dos, porque cuando el trabajo se llevó a cabo solamente se tenía información hasta marzo de 1982. En este mismo cuadro se puede ver que los modelos son los mismos, a excepción del índice de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$) que cuenta con una nueva intervención.

3.3 Interpretación del Análisis de Intervención

La interpretación de los resultados del análisis de intervención se hará para el índice de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$) que es la que se ha tomado como ejemplo a lo largo del trabajo.

En el cuadro 3.2.4 se tiene que el modelo final para el índice de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$) es el siguiente:

$$T(Z_t) = \left\{ \frac{\omega_0 - \omega_3 B^3}{\sqrt{2}} \right\} P_{I,t} + \left\{ \frac{\omega_0}{\sqrt{V}} \right\} P_{III,t} + N_t \quad (3.3.1)$$

donde:

$$T(Z_t) = \log(IPC6_t)$$

$$N_t = \frac{\theta_0 + (1 - \theta B^{11})}{\sqrt{V}} a_t$$

sustituyendo ambos en (3.3.1) y dando los valores estimados de los parámetros, tenemos:

$$\log(\hat{IPC6}_t) = \left\{ \frac{-.07 - .06B^3}{\sqrt{2}} \right\} P_{I,t} + \left\{ \frac{.06}{\sqrt{V}} \right\} P_{III,t} + \frac{.008 + (1 + .41B^{11})}{\sqrt{V}} a_t$$

con $\hat{\sigma}_a = .0236$

este modelo puede escribirse también como:

...

$$\log(\widehat{IPC6}_t) = \widehat{y}_{I,t} + \widehat{y}_{III,t} = \widehat{N}_t$$

donde:

$$\widehat{y}_{I,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \widehat{\omega}_{I,0}(t-I+1) & \text{si } t = I, I+1, I+2 \\ 3\widehat{\omega}_{I,3} + (\widehat{\omega}_0 - \widehat{\omega}_1)(t-I+1) & \text{si } t \geq I+3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ .07(t-I+1) & \text{si } t = I, I+1, I+2 \\ .18 + .01(t-I+1) & \text{si } t \geq I+3 \end{cases}$$

$$\widehat{y}_{III,t} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < III \\ \widehat{\omega}_{III} & \text{si } t \geq III \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } t < III \\ .06 & \text{si } t \geq III \end{cases}$$

son los modelos dinámicos de intervención explícitos y

$$\widehat{N}_t = \frac{-.008 + (1 + .41B^{11})}{\nabla} a_t$$

es el modelo para la parte estocástica

Para poder interpretar el modelo se puede usar la siguiente relación: el modelo se identificó en la primera diferencia de los logaritmos, por lo que

$$\begin{aligned} \nabla \log(IPC6_t) &= \log(IPC6_t) - \log(IPC6_{t-1}) = \log\left(\frac{IPC6_t}{IPC6_{t-1}}\right) = \log\left(\frac{IPC6_{t-1}(1+r_t^{IPC6})}{IPC6_{t-1}}\right) \\ &= \log(1+r_t^{IPC6}) = r_t^{IPC6} \quad \text{para } |r_t| \text{ pequeño} \end{aligned}$$

que representa la tasa de crecimiento mensual de IPC6 del mes t con respecto al mes t-1, de aquí se tiene que

...

$$\hat{r}_t^{\text{IPC6}} = \left\{ \frac{-.07 - .06B^3}{V} \right\} P_{I,t} + (.06) P_{III,t} + \hat{N}_t'$$

$$\text{con } \hat{N}_t' = .008 + (1 + .41B^{11}) a_t$$

lo cual implica que:

$$\hat{r}_t^{\text{IPC6}} = \begin{cases} \hat{N}_t' & \text{si } t < I \\ \hat{N}_t' + .07 & \text{si } t = I, I+1, I+2 \\ \hat{N}_t' + .01 & \text{si } I+3 \leq t < III \\ \hat{N}_t' + .07 & \text{si } t \geq III \end{cases}$$

(3.3.2)

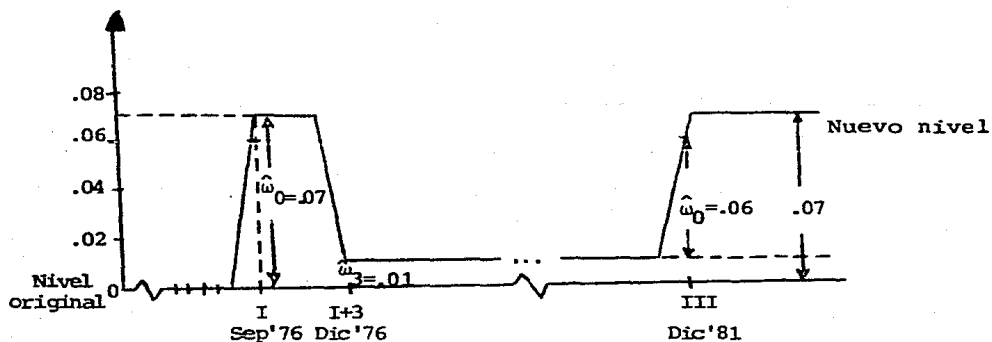
En la gráfica 3.3.1 se encuentran los efectos observados sobre \hat{r}_t^{IPC6} ; esta gráfica resulta ser útil para la interpretación de (3.3.2), de donde se tiene que:

- i) \hat{r}_t^{IPC6} se representa por \hat{N}_t' mientras la serie no se ve afectada por ninguna intervención.
- ii) La devaluación de 1976 incrementó a IPC6 en siete puntos porcentuales durante los meses de septiembre, octubre y noviembre y este incremento se reduce a un punto porcentual para diciembre en adelante.
- iii) El incremento en el precio de la gasolina trae como consecuencia un incremento en IPC6 de seis puntos porcentuales a partir de diciembre de 1981 en adelante.

...

Para las otras series la interpretación es análoga y puede llegarse a resultados como los presentados para IPC6.

GRAFICA 3.3.1



Este trabajo no termina aquí, se ha seguido desarrollando como una investigación del Banco de México. La elaboración de estos modelos ha sido de gran utilidad para fines de pronóstico y para poder interpretar el efecto que han tenido estas medidas; la devaluación de 1976, el establecimiento del impuesto al valor agregado (IVA), el incremento en el precio de la gasolina y más recientemente en las devaluaciones ocurridas en 1982, el control de cambios y los nuevos aumentos en el precio de la gasolina, en el curso natural de las series (veáse Guerrero (1984))*.

*Guerrero, V.M. (1984) "Análisis de la Inflación en México, mediante un modelo univariado de series de tiempo" Documento de Investigación No. 57, Banco de México.

CONCLUSIONES

Ya se vió que las series de tiempo frecuentemente están afectadas, en determinados puntos, por medidas exógenas al comportamiento de las mismas. Lo ideal sería que este tipo de intervenciones se pudieran evaluar usando las herramientas clásicas de estadística. El problema que se presenta es que en las series de tiempo, generalmente existe dependencia serial y al aplicar los procedimientos conocidos (análisis de regresión) se viola el supuesto de independencia.

En este trabajo se presenta una técnica útil para la interpretación de observaciones que podrían ser consideradas como "sospechosas" y que sin embargo, contienen información que resulta de gran utilidad. A diferencia de los modelos econométricos esta técnica permite identificar y modelar un cambio estructural en la serie. Los modelos econométricos sólo permiten identificar el cambio, esto ocurre cuando al estimar el modelo considerando más observaciones ya no es adecuado y es necesario elaborar y estimar uno nuevo. Sin embargo, no es muy utilizada porque es muy sofisticada y laboriosa, si no se cuenta con una computadora.

A lo largo del trabajo, con la ayuda de la serie denominada $IPC6_t$, se ejemplifica todo el análisis que se hace de acuerdo a los conocimientos previos de las medidas que podrían afectar su curso.

El análisis no solamente es útil para series económicas, puede ser útil para estudios de mercadotecnia como es el caso del artículo presentado en la revista Management Science* donde utilizan el análisis de intervención para examinar el -- efecto de la promoción (al ser respaldada la pasta Crest por la asociación dental) sobre su participación en el mercado.

Existe otro artículo donde tratan de explicar el -- efecto que tuvo la legislación del uso del cinturón de seguridad sobre las muertes por accidentes automovilísticos usando -- análisis de intervención.**

Así como se han citado los artículos anteriores se puede citar uno más escrito por George H. Wang, del Departamento de Transportes de E.U.A.*** donde también es usado el análisis de intervención para medir los efectos causados al tomar -- ciertas medidas que afectan el tránsito y a algunas situaciones de ciencias sociales.

En el capítulo tres se hizo el reporte de los resultados obtenidos; con la ayuda del análisis de intervención de -

* Wichern, Dean W. y Jones, Richard H. "Assessing the Impact of Market Disturbances using Intervention Analysis" Management Science Vol. 24 No. 3 November 1977.

** Bhattacharyya, M.N. y Layton, Allan P. "Effectiveness of Seat Belt Legislation on the Queensland Road Toll an Australian Case Study in Intervention Analysis". Journal of the American Statistical Association. September 1978, Vol. 74. No. 367 Applications Section.

*** Wang George H. "An Intervention Analysis of Interrupted Urban Transit Time Series Data: Two Case Studies" 1981 Proceedings of the Business and Economic Statistic Section of the ASA.

Box y Tiao se pudo identificar, modelar y cuantificar el efecto en las diferentes series de precios al consumidor originados por medidas gubernamentales.

El análisis efectivamente es sofisticado y requiere de muchas horas de trabajo, aún con la computadora, pues primero se debe elegir un modelo adecuado para la serie en estudio - previo a la intervención, si es que existe. Después se debe modelar la intervención, si afectó a la serie, y sumar este modelo dinámico de intervención al modelo de la serie. Es neces~~aria~~ario recordar que para poder identificar la intervención es necesario que el efecto que ella cause sea aditivo, es decir, que - se pueda sumar el efecto a la serie.

Finalmente se puede decir que al usar el análisis de intervención se pueden obtener resultados muy interesantes además de un estudio mucho más completo que con el análisis univariado de series de tiempo que comúnmente se usa.

Apéndice A
RESULTADOS DEL CUADRO 1

En este apéndice se muestra una forma sencilla de cómo se obtuvieron los resultados del cuadro 1, aunque no es una demostración formal.

La forma general de un modelo dinámico de intervención es:

$$\delta(B) \nabla^b Y_{t,I} = \omega(B) P_{t,I} \quad \dots\dots A.1$$

donde

$\delta(B)$ es un polinomio de grado r

$$(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r)$$

∇^b es un polinomio de retraso de grado b

$$(1 - B - B^2 - \dots - B^b)$$

$\omega(B)$ es un polinomio de grado S

$$(\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_S B^S)$$

$P_{t,I}$ es una variable de pulso que se definió como

$$P_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq I \\ 1 & \text{si } t = I \end{cases}$$

cada uno de los casos que a continuación se desarrollarán serán a partir del modelo A.1.

Caso 1) $r=0$ $b=0$ $S=1$

$$Y_{t,I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t,I}$$

$$Y_{t,I} = \omega_0 P_{t,I} - \omega_1 P_{t-1,I}$$

B es un operador de retraso tal que $BX_t = X_{t-1}$, entonces

...

ces si se aplica a $P_{t,I}$ se tiene $P_{t-1,I}$

i) $t=I$

$$y_{I,I} = \omega \underbrace{0}_{=1} P_{I,I} - \omega_1 \underbrace{1}_{=0} P_{I-1,I}$$

por la definición de $P_{t,I}$

$$y_{I,I} = \omega_0$$

ii) $t=I+1$

$$\begin{aligned} y_{I+1,I} &= \omega \underbrace{0}_{=0} P_{I+1,I} - \omega_1 \underbrace{1}_{=1} P_{I+1-1,I} \\ &= \omega \underbrace{0}_{=0} P_{I+1,I} - \omega_1 \underbrace{1}_{=1} P_{I,I} \end{aligned}$$

$$y_{I+1,I} = -\omega_1$$

iii) $t=I+2$

$$y_{I+2,I} = \omega \underbrace{0}_{=0} P_{I+2,I} - \omega_1 \underbrace{1}_{=0} P_{I+2-1,I}$$

entonces se puede decir que:

$$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq I, I+1 \\ \omega_0 & \text{si } t=I \\ -\omega_1 & \text{si } t=I+1 \end{cases}$$

Caso 2) $r=0$ $b=1$ $S=0$

$$\forall y_{t,I} = \omega P_{t,I}$$

$$y_{t,I} - y_{t-1,I} = \omega P_{t,I}$$

...

$$Y_{t,I} = y_{t-1,I} + \omega P_{t,I}$$

i) $t=I$

$$Y_{I,I} = Y_{I-1,I} + \omega P_{I,I}$$

$$Y_{I,I} = \omega$$

ii) $t=I+1$

$$Y_{I+1,I} = Y_{I,I} + \omega P_{I+1,I}$$

$$Y_{I+1,I} = \omega$$

iii) $t=I+N$

$$Y_{I+N,I} = Y_{I+N-1,I} + \omega P_{I+N,I}$$

$$Y_{I+N,I} = \omega$$

el modelo explícito se define como:

$$Y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$$

Caso 3)

$$r=1 \quad b=0 \quad s=0$$

$$(1-\delta B)Y_{t,I} = \omega P_{t,I}$$

$$Y_{t,I} - \delta B Y_{t,I} = \omega P_{t,I}$$

$$Y_{t,I} - \delta Y_{t-1,I} = \omega P_{t,I}$$

$$Y_{t,I} = \delta Y_{t-1,I} + \omega P_{t,I}$$

i) $t=I$

$$Y_{I,I} = \delta Y_{I-1,I} + \omega \underbrace{P_{I,I}}_{=1}$$

...

$Y_{I-1, \neq 0}$ significa que antes del tiempo I en el que ocurre la intervención existen efectos causados por ella, lo que no puede ser, por lo tanto $Y_{I-1, I}$ es cero

$$Y_{I, I} = \omega$$

ii) $t=I+1$

$$Y_{I+1, I} = \underbrace{\delta Y_{I, I}}_{=\omega} + \underbrace{\omega P_{I+1, I}}_{=0} = \delta \omega$$

iii) $t=I+2$

$$Y_{I+2, I} = \underbrace{\delta Y_{I+1, I}}_{\delta \omega} + \underbrace{\omega P_{I+2, I}}_{=0} = \delta^2 \omega$$

iv) $t=I+N$

$$Y_{I+N, I} = \underbrace{\delta Y_{I+N-1, I}}_{=\delta^N \omega} + \underbrace{\omega P_{I+3, I}}_{=0} = \delta^N \omega$$

entonces

$$Y_{t, I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega & \text{si } t = I \\ \delta^{t-I} \omega & \text{si } t > I \end{cases} \quad \delta^{t-I} \omega \quad \text{si } t \geq I$$

Caso 4)

$$r=0 \quad b=1 \quad S=1$$

$$VY_{t, I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t, I}$$

$$Y_{t, I} - Y_{t-1, I} = (\omega_0 - \omega_1 B) P_{t, I}$$

$$Y_{t, I} = Y_{t-1, I} + \omega_0 P_{t, I} - \omega_1 P_{t-1, I}$$

...

i) $t=I$

$$y_{I,I} = \underbrace{y_{I-1,I}}_{=0} + \underbrace{\omega_0}_{=1} P_{I,I} - \underbrace{\omega_1}_{=0} P_{I-1,I}$$

$$y_{I,I} = \omega_0$$

ii) $t=I+1$

$$y_{I+1,I} = y_{I,I} + \omega_0 P_{I+1,I} - \omega_1 P_{I,I}$$

$$= \omega_0 - \omega_1$$

iii) $t=I+2$

$$y_{I+2,I} = y_{I+1,I} + \omega_0 P_{I+2,I} - \omega_1 P_{I+1,I}$$

$$= \omega_0 - \omega_1$$

iv) $t=I+N$

$$y_{I+N,I} = y_{I+N-1,I} + \omega_0 P_{I+N,I} - \omega_1 P_{I+N-1,I}$$

$$= \omega_0 - \omega_1$$

el modelo explícito es:

$$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ \omega_0 - \omega_1 & \text{si } t > I \end{cases}$$

Caso 5) $r=1$ $b=0$ $s=1$

$$(1-\delta B)y_{t,I} = (\omega_0 - \omega_1 B)P_{t,I}$$

$$y_{t,I} = \delta y_{t-1,I} + \omega_0 P_{t,I} - \omega_1 P_{t-1,I}$$

...

i) $t=I$

$$Y_{I,I} = \underbrace{\delta y_{I,I}^{+\omega_0}}_{=0} \underbrace{P_{I,I}^{-\omega_1}}_{=1} \underbrace{P_{I-1,I}}_{=0}$$

$$Y_{I,I} = \omega_0$$

ii) $t=I+1$

$$Y_{I+1,I} = \underbrace{\delta y_{I+1,I}^{+\omega_0}}_{=\omega_0} \underbrace{P_{I+1,I}^{-\omega_1}}_{=0} \underbrace{P_{I,I}}_{=1}$$

$$Y_{I+1,I} = \delta \omega_0^{-\omega_1}$$

iii) $t=I+2$

$$Y_{I+2,I} = \delta y_{I+2,I}^{+\omega_0} \underbrace{P_{I+2,I}^{-\omega_1}}_{=0} \underbrace{P_{I+1,I}}_{=0}$$

$$Y_{I+2,I} = \delta (\delta \omega_0^{-\omega_1}) = \delta^2 \omega_0^{-\delta \omega_1}$$

iv) $t=I+N$

$$Y_{I+N,I} = \delta y_{I+N-1,I}^{+\omega_0} \underbrace{P_{I+N,I}^{-\omega_1}}_{=0} \underbrace{P_{I+N-1,I}}_{=0}$$

$$= \delta (\delta^{N-1} \omega_0^{-\delta^{N-2} \omega_1}) = \delta^N \omega_0^{-\delta^{N-1} \omega_1}$$

entonces

$$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0 & \text{si } t = I \\ \delta^{t-I} \omega_0^{-\delta^{t-I-1} \omega_1} & \text{si } t > I \end{cases}$$

...

Caso 6) $r=1$ $b=1$ $s=0$

$$(1-\delta B) \nabla y_{t,I} = \omega P_{t,I}$$

$$(1-\delta B) (y_{t,I} - y_{t-1,I}) = \omega P_{t,I}$$

$$y_{t,I} - \delta y_{t-1,I} - y_{t-1,I} + \delta y_{t-2,I} = \omega P_{t,I}$$

$$y_{t,I} = \delta y_{t-1,I} + y_{t-1,I} - \delta y_{t-2,I} + \omega P_{t,I}$$

$$y_{t,I} = (1+\delta) y_{t-1,I} - \delta y_{t-2,I} + \omega P_{t,I}$$

i) $t=I$

$$y_{I,I} = (1+\delta) y_{I-1,I} - \delta y_{I-2,I} + \omega P_{I,I}$$

$$y_{I,I} = \omega$$

ii) $t=I+1$

$$y_{I+1,I} = (1+\delta) y_{I,I} - \delta y_{I-1,I} + \omega P_{I+1,I}$$

$$y_{I+1,I} = (1+\delta) \omega$$

iii) $t=I+2$

$$y_{I+2,I} = (1+\delta) y_{I+1,I} - \delta y_{I,I} + \omega P_{I+2,I}$$

$$y_{I+2,I} = (1+\delta) (1+\delta) \omega - \delta \omega$$

$$y_{I+2,I} = (1+2\delta+\delta^2) \omega - \delta \omega = \omega + 2\delta \omega + \delta^2 \omega - \delta \omega$$

$$y_{I+2,I} = \omega + \delta \omega + \delta^2 \omega$$

iv) $t=I+3$

$$y_{I+3,I} = (1+\delta) y_{I+2,I} - \delta y_{I+1,I} + \omega P_{I+3,I}$$

...

$$\begin{aligned}
 y_{I+3,I} &= (1+\delta)(\omega + \delta\omega + \delta^2\omega) - \delta(1+\delta)\omega \\
 &= \omega + \delta\omega + \delta\omega + \delta^2\omega + \delta^2\omega + \delta^3\omega - \delta\omega - \delta^2\omega \\
 &= \omega + \delta\omega + \delta^2\omega + \delta^3\omega
 \end{aligned}$$

por inducción

$$y_{I+N,I} = \omega + \delta\omega + \delta^2\omega + \dots + \delta^N\omega$$

el modelo explícito es:

$$y_{t,I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \sum_{i=0}^{t-I} \delta^i \omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$$

Caso 7) $r=1$ $b=1$ $S=1$

$$(1-\delta B) \nabla y_{t,I} = (\omega_0^{-\omega} 1^B) P_{t,I}$$

$$(1-\delta B) (y_{t,I} - y_{t-1,I}) = (\omega_0^{-\omega} 1^B) P_{t,I}$$

$$y_{t,I} - \delta y_{t-1,I} - y_{t-1,I} + \delta y_{t-2,I} = \omega_0 P_{t,I} - \omega_1 P_{t-1,I}$$

$$y_{t,I} = \delta y_{t-1,I} + y_{t-1,I} - \delta y_{t-2,I} + \omega_0 P_{t,I} - \omega_1 P_{t-1,I}$$

$$y_{t,I} = (1+\delta)y_{t-1,I} - \delta y_{t-2,I} + \omega_0 P_{t,I} - \omega_1 P_{t-1,I}$$

i) $t=I$

$$y_{I,I} = (1+\delta)y_{I-1,I} - \delta y_{I-2,I} + \omega_0 P_{I,I} - \omega_1 P_{I-1,I}$$

$$y_{I,I} = \omega_0$$

ii) $t=I+1$

$$y_{I+1,I} = (1+\delta)y_{I,I} - \delta y_{I-1,I} + \omega_0 P_{I+1,I} - \omega_1 P_{I,I}$$

$$y_{I+1,I} = (1+\delta)\omega_0 + \omega_1 = \omega_0 - \omega_1 + \delta\omega_0$$

...

$$(1-2B+B^2)y_{t,I}=\omega P_{t,I}$$

$$y_{t,I}-2y_{t-1,I}+y_{t-2,I}=\omega P_{t,I}$$

$$y_{t,I}=2y_{t-1,I}-y_{t-2,I}+\omega P_{t,I}$$

i) $t=I$

$$y_{I,I}=2y_{I-1,I}-y_{I-2,I}+\omega P_{I,I}$$

$$y_{I,I}=\omega$$

ii) $t=I+1$

$$y_{I+1,I}=2y_{I,I}-y_{I-1,I}+\omega P_{I+1,I}$$

$$y_{I+1,I}=2\omega$$

iii) $t=I+2$

$$y_{I+2,I}=2y_{I+1,I}-y_{I,I}+\omega P_{I+2,I}$$

$$y_{I+2,I}=2(2\omega)-\omega$$

$$y_{I+2,I}=4\omega-\omega=3\omega$$

por inducción para $t=I+N$

$$y_{I+N,I}=(N+1)\omega$$

el modelo explícito es:

$$y_{t,I}=\begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ (t-I+1)\omega & \text{si } t \geq I \end{cases}$$

iii) $t=I+2$

$$Y_{I+2, I} = (1+\delta)Y_{I+1, I} - \delta Y_{I, I} + \omega_0 P_{I+2, I} - \omega_1 P_{I+1, I}$$

$$\begin{aligned} Y_{I+2, I} &= (1+\delta)(\omega_0 - \omega_1 + \delta\omega_0) - \delta\omega_0 \\ &= \omega_0 - \omega_1 + \delta\omega_0 + \delta\omega_0 - \delta\omega_1 + \delta^2\omega_0 - \delta\omega_0 \\ &= \omega_0 - \omega_1 + (\omega_0 - \omega_1)\delta + \omega_0\delta^2 \end{aligned}$$

iv) $t=I+3$

$$\begin{aligned} Y_{I+3, I} &= (1+\delta)Y_{I+2, I} - \delta Y_{I+1, I} + \omega_0 P_{I+3, I} - \omega_1 P_{I+2, I} \\ &= (1+\delta)(\omega_0 - \omega_1 + (\omega_0 - \omega_1)\delta + \omega_0\delta^2) - \delta(\omega_0 - \omega_1 + \delta\omega_0) \\ &= \omega_0 - \omega_1 + (\omega_0 - \omega_1)\delta + \omega_0\delta^2 + \delta\omega_0 - \delta\omega_1 + (\omega_0 - \omega_1)\delta^2 \\ &\quad + \omega_0\delta^3 - \omega_0\delta + \omega_1\delta - \omega_0\delta^2 \\ &= (\omega_0 - \omega_1) + (\omega_0 - \omega_1)\delta + (\omega_0 - \omega_1)\delta^2 + \omega_0\delta^3 \end{aligned}$$

por inducción para $t=I+N$

$$\begin{aligned} Y_{I+N, I} &= (\omega_0 - \omega_1) + (\omega_0 - \omega_1)\delta + (\omega_0 - \omega_1)\delta^2 + \dots + (\omega_0 - \omega_1)\delta^{N-1} \\ &\quad + \omega_0\delta^N \end{aligned}$$

el modelo explícito es:

$$Y_{t, I} = \begin{cases} 0 & \text{si } t < I \\ \omega_0\delta^{t-I} + \sum_{i=0}^{t-I-1} (\omega_0 - \omega_1)\delta^i & \text{si } t \geq I \end{cases}$$

Caso 8) $r=0$ $b=2$ $s=0$

$$\nabla^2 Y_{t, I} = \omega P_{t, I}$$

...

Para el índice general ($IPC\phi_t$) y para el índice de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$), usado como ejemplo en el trabajo, se repitió la prueba utilizando la metodología de Box y Tiao y en los cuadros B.4, B.5 y B.6 se presentan los resultados que se obtuvieron en ambas pruebas.

Podrá comprobarse que no hay grandes diferencias entre ambos resultados.

Apéndice B

RESULTADOS DE LA PRUEBA DE BOX Y TIAO

Como ya antes se dijo, es necesario aplicar la prueba de Box y Tiao* a cada una de las series estudiadas para identificar las diferentes intervenciones.

En los siguientes cuadros se presenta un resumen de los resultados obtenidos al aplicar esta prueba, ya que no fué aplicada estrictamente, ya que Box y Tiao proponen estimar un modelo previo a la intervención y con este modelo hacer los pronósticos un periodo hacia adelante, sin estimar el modelo cada vez que se incluye un nuevo dato, así se genera el siguiente -- pronóstico. En los resultados de los cuadros B.1 , B.2 y B.3, - se estimó el modelo cada vez que se hacía un pronóstico como lo hicieron Bhattacharyya y Layton**, lo que reduce el error de -- pronóstico con respecto al que se obtendría si se utilizara la metodología de Box y Tiao, por lo que, si en esta prueba el cociente obtenido resulta ser significativo, es de esperarse que suceda lo mismo al hacer la prueba correctamente.

* Box, G.E.P. y Tiao, G.C. "Comparison of Forecast and Actuality". Journal of the Royal Statistical Society Ser. C, 25, 195-200 (1976).

** Bhattacharyya, M.N. y Layton, Allan P. "Effectiveness of Seat Belt Legislation on the Queensland Road Toll and Australian Case Study in Intervention Analysis". Journal of the American Statistical Association. September 1978, Vol. 74 No. 367 Applications Section.

CUADRO B.1

PRUEBA DE BOX Y TIAO A PARTIR DE 08, 1976

SERIE	COCIENTE (C)	JI-CUADRADA* G.L.	CONCLUSION
IPC ₀ _t	44.14	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₁ _t	39.44	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₂ _t	50.03	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₃ _t	24.12	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₄ _t	60.84	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₅ _t	30.34	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₆ _t	32.76	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₇ _t	78.38	21.03,12	EXISTE CAMBIO
IPC ₈ _t	60.55	21.03,12	EXISTE CAMBIO

Aún cuando en el cuadro la prueba resultó ser - significativa para la serie de arriendos Brutos (IPC₃_t) ninguna función de intervención se ajustó al cambio, esto se debe básicamente a que la prueba se realiza para identificar un -- cambio de nivel, más no un cambio en parámetros, que es lo que sucede con esta serie. Ahora, si se reduce el nivel de significación ligeramente, el cociente resulta ser no significativo. Entonces, como para esta serie la prueba no es altamente significativa, se puede concluir que no hay cambio real de nivel.

* El valor de la ji-cuadrada que se está considerando es al 5% de significación.

CUADRO B.2

PRUEBA DE BOX Y TIAO A PARTIR DE 12, 1979

SERIE	COCIENTE (C).	Jl-CUADRADA, G.L.	CONCLUSION
IPC _t	30.12	21.03, 12	EXISTE CAMBIO
IPC1 _t	14.80	21.03, 12	NO EXISTE CAMBIO
IPC2 _t	33.20	21.03, 12	EXISTE CAMBIO
IPC3 _t	5.43	21.03, 12	NO EXISTE CAMBIO
IPC4 _t	53.46	21.03, 12	EXISTE CAMBIO
IPC5 _t	53.91	21.03, 12	EXISTE CAMBIO
IPC6 _t	3.62	21.03, 12	NO EXISTE CAMBIO
IPC7 _t	23.92	21.03, 12	EXISTE CAMBIO
IPC8 _t	71.82	21.03, 12	EXISTE CAMBIO

Con las gráficas de errores de pronósticos obtenidas de pronósticos hechos con un mismo origen y estos resultados, - fue posible identificar el cambio y modelarlo. Con lo que se - obtuvieron los resultados presentados en el último capítulo.

Para estas pruebas se uso la desviación estándar obtenida al estimar el modelo para obtener el último pronóstico.

CUADRO B.3

PRUEBA DE BOX Y TIAO A PARTIR DE 11, 1981

SERIES	COCIENTE (C)	JI-CUADRADA, G.L.	CONCLUSION
$IPC\emptyset_t$	18.81	9.488,4	EXISTE CAMBIO
$IPC1_t$	7.8	9.488,4	NO EXISTE CAMBIO
$IPC2_t$	34.34	9.488,4	EXISTE CAMBIO
$IPC3_t$	8.50	9.488,4	NO EXISTE CAMBIO
$IPC4_t$	36.05	9.488,4	EXISTE CAMBIO
$IPC5_t$	21.42	9.488,4	EXISTE CAMBIO
$IPC6_t$	28.44	9.488,4	EXISTE CAMBIO
$IPC7_t$	11.29	9.488,4	EXISTE CAMBIO
$IPC8_t$	35.15	9.488,4	EXISTE CAMBIO

Esta última prueba se realizó para ver si el alza de la gasolina en diciembre de 1981, afectó al comportamiento de las series. Aunque en la mayoría de los casos la prueba resultó ser significativa, solamente pudo identificarse un modelo para la serie de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$). La explicación que puede darse a este hecho, es que la devaluación ocurrida en febrero de 1982 parece estar absorbiendo este efecto por estar muy cercanas las fechas. Para la serie de transportes y comunicaciones ($IPC6_t$) pudo identificarse un modelo para esta intervención, más no para la intervención asociada con la devaluación. Estos resultados pueden verse en el documento 49 de la serie de Investigación Económica publicada por el Banco de México.

CUADRO B.4

SERIE: INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR (IPC π_t)

PRONOSTICOS A PARTIR DE: 08, 1976.

j	OBSERVADO	CON MODELO REESTIMADO		CON EL MODELO SIN ESTIMAR	
		PRONOSTICO	$\hat{a}_j^{(I)}$	PRONOSTICO	$\hat{a}_j^{(II)}$
1	4.205	4.180	0.025	4.180	0.025
2	4.259	4.226	0.033	4.225	0.034
3	4.304	4.301	0.003	4.289	0.011
4	4.328	4.340	-0.012	4.335	-0.007
5	4.360	4.351	0.009	4.353	0.007
6	4.382	4.387	-0.005	4.387	-0.005
7	4.399	4.403	-0.004	4.405	-0.006
8	4.414	4.417	-0.003	4.420	-0.006
9	4.423	4.431	-0.008	4.433	0.010
10	4.435	4.435	0.000	4.438	-0.003
11	4.446	4.449	-0.003	4.451	-0.005
12	4.66	4.459	0.007	4.461	0.005

$$\sum_{j=1}^{12} \hat{a}_j^2 (I) = 0.00212$$

$$\sum_{j=1}^{12} \hat{a}_j^2 (II) = 0.002256$$

$$\hat{\sigma}_a^2 (I) = 0.000048012$$

$$\hat{\sigma}_a^2 (II) = 0.0000328$$

$$C(I) = 44.16$$

$$C(II) = 68.781$$

Ambas resultaron ser significativas al compararse con el punto porcentual de la ji-cuadrada del 5% de significación (21.03).

CUADRO B.5

SERIE: TRANSPORTES Y COMUNICACIONES (IPC6_L)

PRONOSTICOS A PARTIR DE: 12, 1979.

j	OBSERVADO	CON EL MODELO REESTIMADO		CON EL MODELO SIN ESTIMAR	
		PRONOSTICO	$\hat{a}_j^{(I)}$	PRONOSTICO	$\hat{a}_j^{(II)}$
1	4.794	4.766	0.028	4.766	0.028
2	4.815	4.807	0.008	4.806	0.009
3	4.839	4.825	0.014	4.824	0.015
4	4.871	4.848	0.023	4.847	0.024
5	4.879	4.883	-0.004	4.882	-0.003
6	4.883	4.892	-0.009	4.891	0.008
7	4.898	4.892	0.006	4.891	0.007
8	4.908	4.908	0.000	4.906	0.002
9	4.916	4.917	-0.001	4.915	0.001
10	4.921	4.930	-0.009	4.929	-0.008
11	4.934	4.930	0.004	4.929	0.005
12	4.951	4.957	-0.006	4.955	-0.004

$$\sum_{j=1}^{12} \hat{a}_j^{2(I)} = 0.00184$$

$$\sum_{j=1}^{12} \hat{a}_j^{2(II)} = 0.001898$$

$$\hat{\sigma}_a^{2(I)} = 0.0005081$$

$$\hat{\sigma}_a^{2(II)} = 0.0005383$$

$$C^{(I)} = 3.62$$

$$C^{(II)} = 3.53$$

Al comparar ambos resultados con el punto porcentual de una ji-cuadrada al 5% de significación (21.03) resultan ser no -- significativos, lo que conduce al resultado indicado en el capítu lo 3.

BIBLIOGRAFIA

- Arrazola, L. Hugo, "Introducción al Análisis de Series de Tiempo, mediante el Método de Box-Jenkins", TESIS DE LICENCIATURA 1981, FACULTAD DE CIENCIAS.
- Battacharyya, M.N. y Layton, AllanP, "Effectiveness of - Seat Belt Legislation on the Queensland Road Toll. Australian Case Study in Intervention Analysis", Journal of the American Statistical Association, Sep. 1979, Vol. 74, No. 367, Pág 596 (JASA).
- Box, G.E.P. y Jenkins, G. M., "Time Series Analysis: Forecasting and Control", ed. Holden-day (1970).
- Box, G.E.P. y Pierce, D. A. (1970) "Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive-Integrated Moving Average Time Series Models", Journal of the American Statistical Association 64 (JASA).
- Box, G.E.P. y Tiao, G. C., "Comparison of Forecast and Actuality", Applied Statistics Vol. 25, No. 3, Pág. 195.
- Box, G.E.P. y Tiao, G. C., "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems" Journal of the American Statistical Association, March 1975, Vol. 70 (JASA).
- Guerrero, V.M. (1983), "Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas", (versión preliminar de un Libro por ser publicado).
- Guerrero, V.M. (1984), "Análisis de la Inflación en México, mediante un modelo univariado de series de Tiempo", - Documento de Investigación No. 57, BANCO DE MEXICO.
- Grupe, M. R. (1978), "Modified Computer Programs to Analyze: i) Univariate Time Series, ii) Univariate Time Series with intervention, iii) Single input Transfer functions Time Series", Department of Statistics, The University of Wisconsin Madison.
- Johnston, J., "Econometric Methods", 2a. edición de Mcgraw-Hill, Koyakusha, Pág. 207.

- Marquardt, D. W. (1963), "An algorithm for Least Squares Estimation of NonLinear parameters", Journal Soc. Ind. Applied Mathematics, 11, 431.
- Wang, G.H., "An Intervention Analysis of Interrupted Urban Transit", Time Series Data: two case studies U. S. Department of Transportation (1981) Proceedings of the Business- and Economic Statistics Section of the ASA.
- Wichern, Dean W. y Jones, Richard H., "Assessing the Impact of Market Disturbances Using Intervention Analysis", Management Science Vol. 24 No. 3, November 1977.