2 ej.
6

FACULTAD DE CIENCIAS

MATEMATICAS BASICAS
PARA EL
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

TESIS PROFESIONAL

PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

MA. DE LOS DOLORES BRAUER BARBA

MEXICO, D. F. 1986

I N D I C E

PAG

Presentación

PRESENTACION

El objetivo de este trabajo es que el estudiante tenga información acerca de Modelos Matemáticos, Lenguajes Simbólicos y Lógica Simbólica, que son temas del programa de Matemáticas I; guiando, ofreciendo y fomentando la consulta de libros que aquí se reseñan y que les permitirá tener un panorama más amplio para seleccionarlos. Además proporcionar al profesor elementos de juicio acerca de estos libros y pueda elegirlos con mayor objetividad.

En cada uno de los libros reseñados se proporcionan indicaciones significativas en cuanto al contenido, desarrollo, secuencia, enfoque y ejercicios, así como los datos necesarios (colocación, autor, editorial, capítulos, secciones y páginas donde se desarrollan los temas tratados) para una rápida localización.

En particular al tratar cada libro se proporciona:

a) Nombre del libro, autor y editorial.
b) Número del capítulo tratado, nombre, páginas y colocación.

c) Contenido del capítulo tratado.
d) Enfoque del libro.
e) Observaciones de cómo se presenta el tema tratado.
f) Reseña, es decir, un análisis somero de los contenidos sin llegar al desarrollo de ellos.
g) Comentarios a manera de crítica del tema tratado

Además de que los temas se encuentran ordenados según la secuencia de como se les trata usualmente, están también agrupados por orden lexicográfico de autores.

Al final se incorporan el temario y los objetivos de cada tema, que mediante tablas comparativas muestra el temario y los objetivos que satisface cada libro, y la conclusión de este trabajo.

*Un conocimiento profundo de
las cosas no la obtendremos
ni ahora, ni nunca, en tan-
to no las contemplemos en
su crecer desde el principio*

ARISTOTELES

Indices

MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS.

INDICE POR AUTORES

LOGICA SIMBOLICA

INDICE POR AUTORES

INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS

EDITORIAL REVERTE MEXICANA S.A.

7. ZUBIETA GONZALO 235

MANUAL DE LOGICA PARA ESTUDIANTES DE

MATEMATICAS

EDITORIAL TRILLAS

MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

INDICE POR TITULOS

LOGICA SIMBOLICA

INDICE POR TITULOS PAG.

PAG

Modelos Matemáticos y Lenguajes Simbólicos

Tema: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBÓLICOS

a) MATEMATICA BASICA (1)
H. García, J. García, F. Mejía
J. A. Monroy
Editado en C.C.H Plantel Naucalpan
U.N.A.M

b) CAPITULO 1:
MODELO Y LENGUAJE
páginas: 3 a 34.
Colocación: Se solicitó su donación

c) CONTENIDO:

I.	La Matemática y la práctica:	Antecedentes históricos.
II	La abstracción en matemáticas:	Características. Procesos
III	Construcción de modelos y lenguajes:	Reproducción de conejos. Cálculo de áreas. El triángulo de Pascal. Movimiento de un cuerpo en una dimensión.

Ejercicios

d) Enfoque

Sistematiza el conocimiento matemático adquirido en la Educación Elemental, distinguiéndose el aspecto que se refiere al lenguaje matemático. De esta forma, se eleva el grado de comprensión y preparación para penetrar al mundo matemático.

e) OBSERVACIONES:

En este capítulo se ubica a la matemática como disciplina científica que interpreta a la naturaleza para su transformación, con una breve explicación de la manera como se adquiere el conocimiento.

f) RESEÑA

1 LA MATEMATICA Y LA PRACTICA: Explica que las matemáticas estudian aspectos de la naturaleza para poder transformarla y ponerla a nuestro servicio. Centra este estudio en las formas espaciales y las relaciones cuantitativas del mundo real.

Describe a grandes rasgos un desarrollo histórico desde la época en que el hombre poco se diferencía de los animales (salvajismo) dedicándose a la recolección, caza y pesca. Aquí comienza a sistematizar su actividad práctica pasando así a la época de la barbarie en donde el hombre se vuelve sedentario y va transformando la naturaleza. A fines de la barbarie aparece la civilización griega y se produce un aumento ilimitado de los medios de existencia, desarrollándose los conocimientos de matemáticas (reglas para calcular el área de ciertas figuras regulares, el teorema de Pitágoras, proporcionalidad de triángulos etc.)

Posteriormente cuando el desarrollo de la sociedad griega consigue llegar al esplendor le permite hacer contacto con el oriente y surge la Geometría Plana. y del Espacio, Teoría de Números y Algebra Geométrica.

Pero al ser dominado todo el oriente por los romanos la matemática no consigue grandes progresos, y concluyen que: "El desarrollo de las fuerzas productivas posibilita el desarrollo social y por tanto de las ciencias y artes, y a su vez cada innovación técnica, cada conocimiento que se logra sistematizar va a estar al servicio de la elevación del modo de transformar la naturaleza". Por último explican que: "la matemática como todo conocimiento surge de la práctica social, define propiedades de la naturaleza y sirve como un elemento en la transformación de ésta."

II LA ABSTRACCION EN MATEMATICAS:

Comentan que una característica de las matemáticas es la abstracción, y ésta se da a través de los símbolos.

Este proceso de abstracción que

se da a través de símbolos y se realiza a partir de algo que tiene una existencia objetiva (algo concreto) de algo particular del cual se obtiene una idea científica del fenómeno y nos permite ver esta particularidad dentro de un contexto más amplio, en el sentido de que el conocimiento abstracto nos da una idea general del fenómeno

CONCLUSION: Cuando se escoge un fenómeno, se desarrollan representaciones y un lenguaje, es decir un conocimiento científico y si es suficientemente completo que puede abarcar una gran cantidad de fenómenos constituye una teoría.

III CONSTRUCCION DE MODELOS Y LENGUAJES:

OBJETIVO: Ejemplifican la construcción de modelos y lenguajes con el fin de dar solución a problemas.

Muestran ejemplos en los cuales la relación que surge del modelo construido está dado por proposiciones algebraicas (ecuaciones).

Explican que al tener un problema y darle solución se empieza a construir un modelo y por medio de una representación se conoce al problema más de cerca. Al mismo tiempo se va creando un lenguaje que debe tener semántica y una sintaxis. Y así configurarse la solución al problema.

Los ejemplos que se muestran son la reproducción de conejos, y comentan que la sucesión de números a la que se llega es la sucesión de FIBONACCI. Otro es el cálculo de áreas: de cualquier triángulo, conociendo que el área de un rectángulo es igual a la base por la altura; de cualquier polígono regular, inscrito en una circunferencia, dividido en triángulos que tengan como vértice común el centro de la circunferencia y cada uno de los lados del polígono son también de los triángulos; y de una figura irregular, encerrándola en un rectángulo y formando cuadritos de 1 cm de lado, se cuentan los cuadritos que están totalmente dentro de la figura (A_I); los que tocan su frontera y los que estan dentro (A_E) llegando a una relación simbólica:

$$A_I < A < A_E$$

siendo A el área de la figura.

Se siguen haciendo divisiones más pequeñas (dividiendo las anteriores por la mitad), continuando con este proceso y formando las desigualdades, es posible encontrar (aproximadamente) cada vez con más precisión el área buscada.

La manera de resolver este problema se conoce como el método de EXHAUCIÓN.

CONCLUSION: En los problemas a medida que se precisa lo que esencialmente se trata de encontrar, se pueden desarrollar lenguajes y modelos más abstractos que resuelven los problemas más fácilmente.

Otro ejemplo que se muestra es el triángulo de Pascal, adaptándolo a un recorrido de calles.

Y por último se ejemplifica el movimiento de un cuerpo en una dimensión (un cuerpo cualquiera) moviéndose en línea recta; con el modelo que se forma se contestan cuestiones como la velocidad del cuerpo en un intervalo, velocidad en cada instante, velocidad promedio, velocidad en relación a la tangente del ángulo y variación de velocidad o (aceleración).

Ejercicios: pág. 32 y 33.

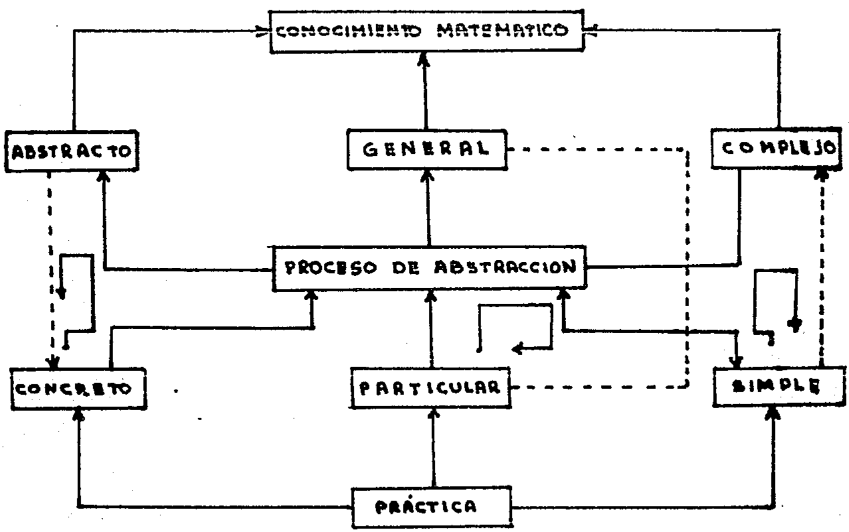
g) Comentarios:

A grandes rasgos exponen un desarrollo histórico; mostrando que a través del tiempo, desde la época del salvajismo el hombre va consiguiendo transformar su práctica productiva y organización social a medida que avanza. En un principio se apropia de los productos que le ofrece la naturaleza y luego el conocimiento que va desarrollando sobre ella y el perfeccionamiento de técnicas van a permitirle transformar en forma cada vez más y mejor a ésta.

La narración que hacen es muy interesante, por la relación que existe con un párrafo en donde explican que: "las Matemáticas como todo conocimiento surge de la práctica social, define propiedades de la naturaleza y sirve como un elemento en la transformación de ésta". Pero este relato histórico queda inconcluso y da la impresión de un corte brusco, ya que lo presentan hasta el año 30 antes de nuestra era, cuando los romanos dominaron todo el oriente, y la matemática no consiguió considerables progresos. Sería provechoso que los autores mostraran un aspecto general de este desarrollo hasta la época actual, y poderlo vincular más con los objetivos que exponen en el prólogo de sistematizar el conocimiento matemático, resaltando el aspecto que concierne al lenguaje matemático, así como lo iban exponiendo.

En el tema: "La abstracción en Matemáticas", afirman que: "el conocimiento abstracto nos da una idea general del fenómeno". Considero que esta aseveración no es del todo válida porque un modelo es una abstracción y no todos los modelos conducen a generalizaciones. Por ejemplo en los casos de los razonamientos por inducción, donde se trata de generalizar a partir de varios ejemplos específicos y se llega a abstraer para el caso n, no siempre con éste se puede universalizar, porque es necesario demostrar (método por inducción matemática) antes de que se acepte la generalización con certeza ya que no todos los razonamientos por inducción se llegan a generalizar.

Mediante el siguiente esquema muestran cómo de una práctica, a través de diferentes procesos, se llega a un conocimiento matemático.



Debe de aclararse con qué tendencia se emplea la palabra "práctica", ya que tiene diferentes acepciones: si se utiliza como costumbre o hábito o rutina, mejor debería de emplearse la palabra "problema". Pero si se usa en el sentido de destreza o experiencia que se adquiere con cierta acción, es el correcto, ya que se relacionaría con la narración histórica del principio, donde mencionan que el conocimiento surge de la práctica social. Y entonces sí podríamos concluir que a través de una práctica podamos alcanzar un conocimiento, pero no necesariamente matemático, todo depende de la actividad que se esté realizando.

También se puede observar en el esquema (aunque marcado con línea punteada) que de algo simple se llegue a lo complejo, y de lo que se trata es de aproximarse a lo más sencillo para que los elementos que intervienen en un problema dado sean más manejables, ya que lo complejo implica lo complicado.

En general deberían de dar

una explicación más amplia de todo el esquema, ya que no lo hacen en detalle y para el alumno es difícil de captar si no tiene la información adecuada acerca de él.

En el tema de "Construcción de Modelos y Lenguajes", deberían de resaltar el hecho de que un modelo matemático es la representación abstracta de un problema real. Solamente mencionan que: "para darle solución a un problema se empieza a construir un modelo que permite conocer por medio de una representación que puede ser gráfica, al problema más de cerca, sus características y particularidades". En otro párrafo comentan que: "la construcción del modelo y del lenguaje es un proceso que va de lo simple a lo complejo", mejor debería decir que la construcción de un modelo va de lo concreto a lo abstracto.

En forma interesante analizan algunos ejemplos para mostrar la construcción del modelo y del lenguaje de un problema, entre ellos el siguiente:

REPRODUCCION DE CONEJOS :

Un par de conejos da una vez por mes una cría de dos conejillos (hembra y macho) ; al cabo de dos meses de nacimiento los conejillos ya dan cría. ¿ Cuantos pares de conejos habrá al cabo de cuatro meses?

DESARROLLO :

Se supone que se tiene una pareja de conejos (hembra y macho) simbolizados por HM, esta pareja al mes tendrá una cría de dos conejillos (hembra y macho) representados por Hm_1, Mm_1, aclarando que el índice m_1 significa el mes número 1 de reproducción. Así que el primer mes se tienen dos pares de conejos :

$$HM \longrightarrow Hm_1\ Mm_1$$

(la pareja que está antes de la flecha es la progenitora y la que está después es la cría)

En el segundo mes (m_2) se tendrán tres parejas de conejos:

$$\begin{tikzcd} Hm_2Mm_2 & \\ HM \arrow[u] \arrow[r] & Hm_1Mm_1 \end{tikzcd}$$

(recuérdese que las crías sólo a los dos meses son padres)

El tercer mes se tendrán cinco pares de conejos:

$$\begin{tikzcd} Hm_2Mm_2 & & \\ HM \arrow[u] \arrow[r] \arrow[d] & Hm_1Mm_1 \arrow[r] & Hm_3Mm_3 \\ Hm_3Mm_3 & & \end{tikzcd}$$

En el cuarto mes se tendrán tres nuevos pares:

$$\begin{tikzcd} & Hm_2Mm_2 \arrow[r] & Hm_4Mm_4 & \\ Hm_4Mm_4 & HM \arrow[l] \arrow[u] \arrow[r] \arrow[d] & Hm_1Mm_1 \arrow[r] \arrow[d] & Hm_3Mm_3 \\ & Hm_3Mm_3 & Hm_4Mm_4 & \end{tikzcd}$$

De este ultimo modelo podemos ver que en el mes número cuatro habrá 8 pares de conejos. Sin embargo, podemos construir un modelo más simple a nuestro problema pero a la vez más "abstracto" por ejemplo:

Mes número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9 ...
Pares de conejos	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89 ...

Ahora bien, este modelo puede transformarse en otro aún más simple, aunque también más "abstracto"; designamos por m_k "el mes número k", de tal manera que la expresión $m_k = p$ debe interpretarse como sinónimo de "en el mes número k hay un número p de pares de conejos"; por lo que vemos la representación del modelo es la sucesión de expresiones siguientes:

$m_0 = 1$, $m_1 = 2$, $m_2 = 3$, $m_3 = 5$, $m_4 = 8$, $m_5 = 13$, ... $m_k = p$...

(en donde se obtiene sumando el número de pares de conejos en los dos meses inmediatos anteriores, es decir $p = m_{k-1} + m_{k-2}$), esta sucesión de números es conocida como la SUCESIÓN DE FIBONACCI.

TEMA: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

a) 1 semestre Matemáticas bachillerato [2]
Ignacio M. Lizárraga. Marco A. Flores
y Salvador Vázquez.
Editorial Progreso S.A.

b) Unidad 1: Modelos
y Lenguaje Simbólicos
páginas: 11 a 32
Colocación: QA 39.2 L59

c) Contenido:

I. Modelos matemáticos:	Ejemplos resueltos. Diagrama de flujo. Más ejemplos (de interés, volumen etc). Conclusión.
II. El lenguaje simbólico	Definición de lenguaje simbólico. Características. de un lenguaje. Símbolos matemáticos

d) Enfoque:

En este capítulo, se le invita al estudiante, en forma amena, a entender lo que son los modelos matemáticos y lenguajes simbólicos.

Se le sugiere que piense cada uno de los problemas con el fin de que sea él, el que encuentre la solución.

●) OBSERVACIONES: Empieza este capítulo con problemas muy dudosos y complejos, que pueden confundir al alumno.

f) Reseña:

1. MODELOS MATEMATICOS: Menciona la ley de la Gravitación de Newton y la relaciona con un problema donde se trata de delimitar la zona de influencia comercial de dos ciudades. Por medio de una ecuación de segundo grado se llega a la solución.

Para conocer todas las posibilidades de solución lo hace con base en un modelo denominado "diagrama de flujo"

• DEFINICION de diagrama de flujo:
Es una representación que describe los pasos lógicos que deben considerarse para realizar una tarea.

Explica otro problema sobre interés, donde puntualiza que se debe crear un modelo que no sólo sirva para el problema en particular, sino que también lo resuelve en general.

Con esa misma tónica detalla otros problemas sobre volumen de una esfera y el cálculo del valor de π de un modo aproximado.

Concluye analizando lo que se hizo al resolver cada problema, cómo al tratar de representar una realidad mediante un modelo en donde fue necesario abstraer el problema utilizando un lenguaje simbólico, teorías y con la aplicación de ellas se llegó a la solución, (bases del método científico) Ejercicios páginas 17, 19, 21, 23.

11. El lenguaje simbólico:

Comenta que el lenguaje simbólico permite la comunicación y el entendimiento de las personas.

• DEFINICION de lenguaje simbólico:
Es un conjunto de signos convencionales que tienen una estructura adecuada, es decir que deben respetar ciertas reglas, para poder tener comunicación unas personas con otras.

Explica las características de un lenguaje como: el de ser preciso y claro, tener sintaxis, ortografía y semántica.

Puntualiza algunos símbolos matemáticos como: la igualdad, operadores, símbolos de agrupación, dígitos, variables, desigualdad y negación.

Ejercicios páginas 28 a la 32

g) Comentarios:

Este libro empieza con algunos problemas muy complejos, e incluso con determinados modelos muy discutibles, como el siguiente:

En el primero, se supone que el lector recuerda la Ley de la Gravitación de Newton, para de inmediato aplicarla "para delimitar la zona de influencia comercial de dos ciudades". Para ello lo que hay que hacer es "razonar lógicamente". Pero lo que en realidad hace es aplicar mecánicamente la fórmula, sin que quede claro cuál es el concepto de "influencia comercial" ni cómo se llegó a él, ni cómo es que se puede cuantificar a tal grado de precisión. Lo enuncia de la siguiente forma:

"Consideremos dos ciudades, A y B, separadas por una distancia dt. Supongamos que la localidad C, intermedia entre A y B, sea el punto límite de la influencia comercial de A y de B. En dicho punto C la influencia comercial se equilibra, es decir, que la influencia comercial de A hacia C es equivalente a la influencia comercial de B hacia C.

Según Newton, la fuerza de atracción de A hacia C es:

$$F_A = G\frac{M_A \cdot M_C}{d^2_a}$$

Y la fuerza de atracción de B hacia C es:

$$F_B = G\frac{M_B \cdot M_C}{d^2_b}$$

Como hemos supuesto que en C las fuerzas de atracción se equilibran, tenemos que:

$$F_A = F_B$$

o sea:

$$G\frac{M_A \cdot M_C}{d^2_a} = G\frac{M_B \cdot M_C}{d^2_b}$$

podemos simplificar a G y Mc, y obtenemos:

$$\frac{M_A}{d^2_a} = \frac{M_B}{d^2_b} \quad \ldots\ldots (1)$$

por otra parte, tenemos que:

$$d_a + d_b = d_t$$

llevando este valor a (1) y considerando que las masas de A y de B son precisamente el número de sus habitantes, podemos escribir el siguiente MODELO:

$$\frac{M_A}{(d_t - d_b)^2} = \frac{M_B}{d^2 b}$$

El significado de los símbolos es:
M_A: número de habitantes de A; M_B: número de habitantes de B; d_t: distancia entre las ciudades A y B; d_b: distancia de la ciudad B al punto de influencia equilibrada con A".

Se trata de aplicar imponiendo a fuerzas una fórmula a un contexto totalmente diferente al original. Aún suponiendo que un modelo así pudiera tener alguna objetividad, con la forma en que se presenta queda como totalmente mágico e incomprensible el proceso mediante el cual se llega al modelo, es decir, que tenemos exactamente lo opuesto de lo que se pretende con el tema de introducción a los modelos matemáticos. Una manera de cómo se puede justificar una tal acción sería introduciendo la noción de modelo analógico siempre y cuando con el criterio de verdad de la verificación misma, el nuevo modelo se justificaría, pero en el texto tal intento no aparece.

De la "aplicación" de este modelo en un ejemplo particular, se pasa a la necesidad de resolver una ecuación de 2º grado y de ahí a que "sería interesante" (¿por qué?), "conocer todas las posibilidades de solución" y de allí a presentar todo el lenguaje de los diagramas de flujo y llegar a un modelo complicadísimo (para los estudiantes) que describe dichas posibilidades.

Los ejercicios adjuntos son igualmente complicados ("resolver" otras ecuaciones de segundo grado, interés compuesto, volumen de la esfera, cálculo aproximado de π, etc.) que no parecen muy accesibles a un estudiante de ese nivel en donde no aparece para nada el proceso de construcción e interpretación de un modelo.

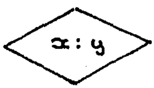
En el tema de lenguajes simbólicos hace hincapié en que sólo sirven para comunicar, sin aludir para nada al aspecto operativo, que es fundamental en matemáticas como lenguaje simbólico, ya que conociendo con exactitud las reglas para operar símbolos, podemos operarlos, sin tener que estar pensando en cada paso lo que los símbolos representan.

Las "explicaciones" sobre

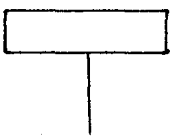
sintaxis y semántica no las relacciona con la formalización del lenguaje que tiene la ventaja de que podemos trabajar con los modelos sin hacer ninguna referencia al problema real, es decir, no lo vincula con la construcción de modelos. Explica que la sintaxis es una forma bien definida de escribir y la ejemplifica de la siguiente manera: "Vendo calcetines de lana para caballero; y no vendo calcetines para caballeros de lana." El segundo enunciado (así lo dice) tiene un error de sintaxis. Así también menciona a la semántica como la parte de la Gramática que estudia el significado de las palabras y ejemplifica con: "no estacionarse en ambos aceras" (sólo se puede uno estacionar en una acera); "se hace pan de muerto" (comemos pan de trigo... no de muerto), etc. A mi modo de ver debe considerarse a la sintaxis como una regla de formación y transformación de expresiones y a la semántica como la relación que existe entre los símbolos y los elementos que representa.

Sería interesante que en la parte donde trata "el cómo resolver una ecuación de segundo grado, (del problema referente a la influencia comercial) mediante la utilización de un diagrama de flujo", la usara para explicar sobre la sintaxis y semántica de los lenguajes, señalando que la sintaxis se referiría a la construcción del diagrama y las reglas para utilizar los símbolos. La semántica sería el significado de los diferentes símbolos. Como se muestra a continuación:

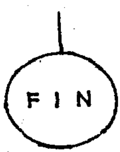
SEMANTICA DE UN DIAGRAMA DE FLUJO



Es un símbolo de decisión que nos indica que hay que comparar los valores de "x" y de "y".



Indica cualquier operación, pero no una decisión.



Indica el final de la actividad realizada.

SINTAXIS

Primeramente se presenta la ecuación de segundo grado completa

$$ax^2 + bx + c = 0$$

A continuación se tiene un símbolo de deci sión que nos invita a comparar el valor "a" con el "cero", de aquí se tiene la alternativa de $a=0$ ó $a\neq 0$:

1° Si elegimos el camino de $a=0$ llegamos a la expresión:

$bx+c=0$

Esta expresión nos conduce a otra decisión, comparando el valor "c" con "cero", con la alternativa de $c=0$ ó $c\neq 0$:

Si $c=0$, entonces $bx=0$ y tendremos $x=0$

Si $c\neq 0$ surge la alternativa de $b=0$ ó $b\neq 0$:

si $b=0$, no es posible porque no habría ecuación

si $b\neq 0$ entonces $x=-\frac{c}{b}$

2° Si elegimos el camino de $a\neq 0$ nos conduce a otra decisión, comparando el valor "c" con "cero", con la alternativa de $c=0$ ó $c\neq 0$:

Si $c=0$ entonces $ax^2+bx=0$ de aquí surge la alternativa de $b=0$ ó $b\neq 0$:

Si $b=0$ entonces $ax^2=0$ y tendremos $x_1=x_2=0$

Si $b\neq 0$ entonces $(ax+b)x=0$ y tendremos

$x_1=0$ y $x_2=-\frac{b}{a}$

Si $c\neq 0$, surge la alternativa de $b=0$ ó $b\neq 0$:

Si $b=0$ entonces $ax^2+c=0$ y tendremos otra alternativa de $-\frac{c}{a}=0$ ó $-\frac{c}{a}>0$ ó $-\frac{c}{a}<0$:

si $-\frac{c}{a}=0$ tendremos $x_1=x_2=0$

si $-\frac{c}{a}>0$ tendremos $x_1=+\sqrt{-\frac{c}{a}}$

y $x_2=-\sqrt{-\frac{c}{a}}$

si $-\frac{c}{a}<0$, no es posible, porque daría raíces no reales.

Si $b\neq 0$ entonces $ax^2+bx+c=0$ y surge la alternativa de $b^2-4ac=0$ ó $b^2-4ac>0$ ó $b^2-4ac<0$:

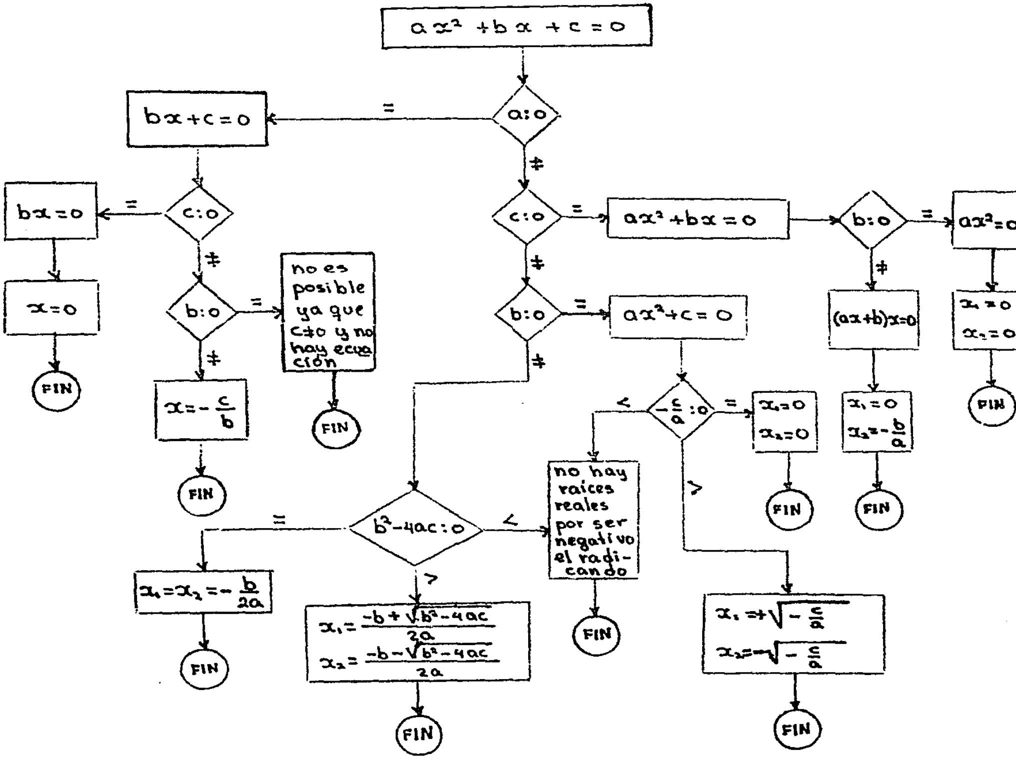
si $b^2-4ac=0$ tendremos $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

si $b^2-4ac>0$ tendremos:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

si $b^2-4ac<0$ no es posible, porque daría raíces no reales.


ax² +bx +c=0
a:0
=
≠
bx+c=0
c:0
bx=0
x=0
FIN
b:0
no es posible ya que c≠0 y no hay ecuación
x=-c/b
ax²+bx=0
ax²+c=0
ax²=0
x₁=0
x₂=0
(ax+b)x=0
x₁=0
x₂=-b/a
-c/a:0
<
>
no hay raíces reales por ser negativo el radicando
x₁=+√(-c/a)
x₂=-√(-c/a)
b²-4ac:0
x₁=x₂=-b/2a
x₁=(-b+√(b²-4ac))/2a
x₂=(-b-√(b²-4ac))/2a
FIN

En cuanto a la lista de problemas por resolver se ve llena de cuestiones difíciles, algunas de las cuales son tan vagas que es dudoso creer que puedan servir para que los alumnos desarrollen sus capacidades; por ejemplo menciona:

"¿Cómo calcularías el tiempo que dura en la cabeza un cabello, si te dan la información siguiente: una persona tiene por término medio 150000 cabellos, y pierde un promedio de 3000 al mes?"

otro ejemplo:

"¿Por qué crees que el eje delantero de una carreta se desgasta y se calienta más que el trasero?"

En lo referente al método científico, no hace ninguna mención importante siendo que es fundamental comentar, por lo menos, la relación que existe entre modelos matemáticos, lenguajes simbólicos y el método científico. Lo único que aclara es que: "modelo es la forma de resolver el problema que necesita la utilización del lenguaje simbólico y teoría para llegar a la solución del problema. Esto tiene la ventaja de encarrilarnos hacia las bases del METODO CIENTIFICO." Debió tratarlo con más profundidad, como por ejemplo decir:

La finalidad de la ciencia es obtener conocimientos sobre los fenómenos de la naturaleza y lograr su control, pero la realidad es demasiado compleja para poderla abarcar en todos sus aspectos. Además, no conocemos la estructura de la realidad de una manera íntegra, sino sólo algunos aspectos que tenemos que aislar (mediante abstracción) para poder estudiarlos. A partir de esos aspectos descubrimos la estructura (que no es más que una parte de la estructura total de la realidad), la explicamos mediante leyes y teorías, y la representamos mediante modelos (construidos con lenguaje simbólico).

Leyes, teorías y modelos son resultado de toda una labor realizada por el científico, y constituyen propiamente lo que se conoce como "ciencia", la cual es un producto que no se logra de pronto, por azar, o por creación fortuita, sino gracias a un largo y muchas veces difícil proceso, que recibe el nombre de "método científico", que en términos generales se define como la manera de proceder, ordenando la actividad a un fin: lograr conocimiento científico.

TEMA: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

(3)

a) MATEMATICAS I (Bachillerato)
I.M. Lizarraga G., S. Madrigal H., A. Rosas P.
Editorial (impresión de los autores)

b) Primera unidad: Modelos matemáticos, lenguajes simbólicos y método científico
páginas: 1 a 29
Colocación QA 39.2 C54

c) <u>Contenido</u> :

- Modelos matemáticos: Método mental, método simbólico y lenguaje simbólico, método simulado, método directo, secuencia para resolver un problema.

- Problemas resueltos: De temperaturas, de exportación de reses, de apuestas, de esposos celosos.

- Lenguaje simbólico: Definición, características

Método científico: Pasos a seguir del método científico. Método deductivo. Método inductivo. Método experimental. Ciencias formales y fácticas. Símbolos comunes en matemáticas.

Problemas por resolver: Varios

d) Enfoque:

La intención de los autores, es que el libro sea utilizado con base en la razón y no con base en la memoria por lo que propone ejercicios intercalados en cada unidad para que el estudiante razone lo antes explicado y sepa si ha alcanzado el aprendizaje y los objetivos.

e) OBSERVACIONES: Esta publicación es la guía que puede utilizar tanto maestro como alumno para cubrir el programa correspondiente al primer semestre. Sirve como base para lograr una mayor investigación en otros textos, ya que los temas son tratados superficialmente. Los ejercicios intercalados no tienen solución por lo que el estudiante no puede saber si ha alcanzado los objetivos.

f) <u>Reseña</u>:

Modelos matemáticos: Esta unidad tiene como característica importante que mediante problemas interesantes se invita a pensar en cada uno de ellos (que van de lo fácil o lo difícil), explicados en forma amena.

Empieza con problemas que con el sólo ir "pensando lógicamente" se llega a la solución y a esto lo llama "método MENTAL".

Con otros problemas hace referencia a que hay que "hallar la forma" para resolverlos "representando" la situación de los problemas mediante el uso del "lenguaje SIMBOLICO" adecuado. (Método SIMBOLICO).

Además menciona el hecho de que en otros problemas se busca tener una situación semejante a la real (SIMULADAMENTE) para llegar a la solución.(METODO SIMULADO).

Hace comentarios sobre el grado de abstracción que tienen los diferentes caminos que hay para encontrar las respuestas a los problemas planteados, comparándolos con las resoluciones en forma real a lo cual llama METODO DIRECTO.

A estos diferentes formas para resolver problemas las llama "MODELOS" y mediante un esquema, nombra los diferentes pasos a seguir.

Ejercicios páginas 13 y 14

PROBLEMAS RESUELTOS : Expone problemas sobre: temperaturas en escala Celsius y

Farenheit; exportación de reses a E.E. U.U.; apuestas de un jugador; cruzar un río con tres parejas siendo los esposos celosos. En los cuales muestra las resoluciones paso a paso.

LENGUAJES SIMBO LICOS:

Explica sobre los lenguajes simbólicos que son "herramientas que permiten manejar el modelo, la teoría y llegar a la solución del problema", que sirven para la comunicación y que deben tener ciertas reglas.
Ejercicios páginas 22,

METODO CIENTIFICO:

Afirma que el caracter científico de una persona debe ir acompañado de un "METODO" que le llama "METODO CIENTIFICO", explica los pa sos a seguir y comenta acerca del método deductivo inductivo y experimental.

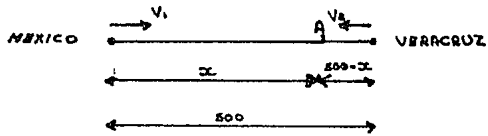
Finaliza con una pequeña explicación de algunos símbolos matemáticos.

g) Comentarios :

Se trata de un esfuerzo muy interesante de un grupo de profesores por desarrollar el programa de Matemáticas I. La parte de Modelos Matemáticos desarrolla muchos problemas para ilustrar los conceptos de modelo matemático y lenguaje simbólico, y para hacer que los alumnos piensen. Entre dichos problemas se encuentran:

Problemas capciosos para resolver mentalmente como: "¿Pueden las Leyes Mexicanas autorizar a un señor para casarse con la hermana de su viuda?"

Problemas que requieren hacer un pequeño modelo o usar un lenguaje adecuado como: "Un tren parte de Veracruz hacia México a una velocidad de 50 km/hora; al mismo tiempo otro tren sale de México hacia Veracruz con velocidad de 60 km/hora. Si la distancia entre México y Veracruz es de 500 km. ¿A qué distancia de México se cruzarán?
(no señala si es velocidad constante)



El tiempo que ocupa el tren que sale de México es:

$$t = \frac{x}{V_1} = \frac{x}{60}$$

El tiempo que ocupa el tren que sale de Veracruz es:

$$t = \frac{500-x}{V_2} = \frac{500-x}{50}$$

Como el tiempo que ambos trenes tardan en llegar al punto A es el mismo, entonces:

$$\frac{x}{60} = \frac{500-x}{50} \qquad \therefore\ x = 272.72$$

Es decir a 272.72 km de México y a 227.28 km de Veracruz se encontrarán los trenes"

Incluye otros problemas de química, volados etc. Da la idea de simulación y de solución directa. Presenta una lista de problemas resueltos y por resolver que incluye: Grados Farenheit y Centigrados (Celcius), exportación de reses, apuestas, cruce de ríos, problemas lógicos, numéricos, geométricos, etc.

En un ejemplo menciona el "hecho de tener que contar los árboles que tiene un bosque", que se resuelve por muestreo y se refiere a él como método directo. Pero esto querría decir contar <u>todos</u> los árboles. La muestra viene siendo un <u>modelo</u> del bosque completo

Un problema en la exposición de lenguajes simbólicos es que señala sobre todo el aspecto de que sirven para comunicar, pero no menciona para nada el aspecto de la operatividad, que es un aspecto fundamental, de los lenguajes simbólicos de las matemáticas.

En el terreno ideológico presenta algunos problemas delicados: En la introducción se menciona como punto de partida que: "aceptamos el hecho de que a los mexicanos no nos gusta pensar mucho". Menciona como ejemplo, los problemas de un "ministro de hacienda que decidiera resolver un problema fiscal aplicando DIRECTAMENTE una sobretasa en los impuestos sin antes tener estudios al respecto". No realiza una crítica de cómo se hacen estas cosas usualmente y sin tomar posición ante el hecho de que, aún suponiendo que se hiciera muy "científicamente", qué clase de uso se estaría haciendo aquí de la ciencia y a favor de quién.

En la descripción del "método

científico" se adopta una actitud que es cuestionable: Por una parte, aparece un esquema rígido de lo que es el método científico (los "pasos" que debe seguir) y una clasificación rigurosa de las distintas ciencias y sus métodos. Según esta clasificación corresponde a la Matemática y a la Lógica el método deductivo y a la Biología, Física o Química el método experimental, como si en estas disciplinas no existieran teorías, deducciones, etc. También aparece en esta clasificación la Jurisprudencia como una ciencia más (al mismo nivel que la Física) sin cuestionar para nada su carácter científico ni la función objetiva que cumple en la sociedad.

A partir de esto se llega a una idea de "cientificidad" que implica rechazar todo lo que no se ajusta a este esquema, en particular cualquier "situación afectiva" o decisión que aunque mayoritaria no sea verdadera.

A diferencia del libro anterior (Lizárraga, Flores, Vázquez) que empieza con algunos problemas muy complejos, e incluso con algunos muy discutibles, muy dudosos, éste empieza con gran variedad de problemas sencillos que dan lugar a modelos, siendo que éste se realizó primero, es más aceptable.

TEMA: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

a) Modelos matemáticos [4]
Santiago López de Medrano
A.N.U.I.E.S.

b) Folleto
Colocación: Hemeroteca

c) • Contenido:

1. Introducción

2. Una dificultad básica:	Abstracción
3. El problema del viejo y el río:	El problema. Solución. Diversos métodos de resolver el problema: método directo, simulación, modelos simbólicos, resolución mental. Características de los modelos: realidad abstracción, generalidad, costo, dificultad teórica
4. Otros modelos:	Graficas.
5. Problemas y temas de investigación:	El problema de los caníbales y misioneros. El problema de los esposos celosos. Temas de investigación

6. Conclusión

d). Enfoque:

Este folleto explica cómo se construye un modelo matemático a partir de un problema, cuál es la relación entre la situación real y el modelo, y cómo se trabaja con los modelos. Muestra algunos de los principios más elementales de las matemáticas y del método científico.

e). OBSERVACIONES: El folleto aunque conciso, es muy completo y con planteamientos bien definidos

f). Reseña:

1. INTRODUCCION: Hace referencia al gusto por las matemáticas y a la capacidad de entender matematicamente las cosas.

2. UNA DIFICULTAD BASICA: Explica que a muchas personas se les hacen difíciles las matemáticas por su carácter abstracto, pero que en la época actual, y cada vez en mayor medida, todas las ramas del conocimiento humano

necesitan utilizar las matemáticas.

3. EL PROBLEMA DEL VIEJO Y DEL RIO: Muestra cómo se construye un modelo matemático a partir de un problema, cuál es la relación entre la situación real y el modelo.

Describe los diversos métodos de resolver problemas y las características de los modelos, ya que las diferentes formas de solucionarlos tienen en común la construcción de un modelo. Refiriéndose a esas características en cuanto a la realidad y abstracción, generalidad, costo, dificultad teórica, etc.

Ejercicios : páginas 15, 16, 20, 21, 28 y 29

4. OTROS MODELOS: Muestra la forma de construir un modelo geométrico, que representa una situación que no es de carácter geométrico, como las gráficas

Ejercicios : páginas 38 y 39

5. PROBLEMAS Y TEMAS DE INVESTIGACIÓN:

Sugiere dos problemas que se resuelven en forma parecida al del viejo y el río, así como temas de investigación.
Ejercicios páginas : 41 , 42

6. CONCLUSION :

El objetivo que hemos buscado (comenta el autor) es doble: "por una parte abrirte las puertas para el estudio de las matemáticas ya creadas, que son el resultado de los esfuerzos de la humanidad durante casi toda su historia en la creación de modelos y teorías. En segundo lugar abrirte las puertas para que tú crees tus propias matemáticas, por sencillas que sean, para resolver tus propios problemas y las de tu semejantes".

g) Comentarios:

Este trabajo en lo fundamental es completo, bien hecho y con planteamientos definidos.

Considerando que el conocimiento matemático surge de la práctica, el autor a diferencia de otros autores de muchos trabajos de este nivel, expone lo que significa para él lo que es la matemática y en particular cómo surge. Dar respuesta a esta pregunta sólo es posible desde el terreno de la Filosofía, y el autor se declara en ese campo del lado del Materialismo.

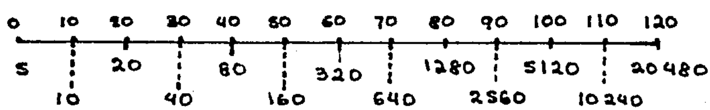
El tratar de presentar un problema sencillo (como el problema de: "El viejo y el río") es adecuado para la enseñanza, pero está muy desligado de la problemática del estudiante y se puede caer en desviaciones como son: que es una adivinanza divertida, que pierde su interés al encontrarse la solución. Se esquematiza el problema de tal forma que presenta diversos métodos para resolverlo como el método directo, simulado, simbólico y mental.

Además en el método simulado usa diversos objetos para simbolizar la situación del problema, así también en el mental que representa mentalmente (mediante imágenes mentales) los elementos del problema, y estos dos métodos son a mi parecer también simbólicos en donde se están creando modelos que representan la situación real del problema.

Considero más adecuado presentar problemas de ciencias naturales, etc. que puedan corresponder mejor con el planteamiento materialista que se implementa. Como por ejemplo el siguiente:
"Un cultivo de bacterias se duplica c/ 10 min. Si había cinco bacterias en el cultivo original. ¿Cuantos habrá al término de dos horas?"

SOLUCION:

El modelo que representa al problema sería (entre otros)



Posee una gran riqueza en sus comentarios, como es el llegar en un proceso a la abstracción, simbolismo y formalización. Y ha dado base a desarrollos independientes de muchos profesores quienes han desarrollado sus propios materiales y por ende entendido el verdadero sentido de este trabajo pionero y generador de muchas ideas interesantes en la enseñanza de las matemáticas de nuestro medio.

TEMA: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

a) Lenguajes simbólicos (5)
Santiago López de Medrano
A.N.U.I.E.S

b) Folleto
Colocación: Hemeroteca

c) • <u>Contenido</u>:

1. Introducción

2. Caraterísticas de los lenguajes simbólicos:

Arbitrariedad – convención.
Simbolización – operatividad
Creación y enriquecimiento de los lenguajes

Utilización de los lenguajes simbólicos

3. Historia de los lenguajes simbólicos:

Modelos formados por guijarros, dedos, varas, etc. Marcas especiales en tablas o piedras. Notación posicional de los mayas. Abaco. Modelos geométricos, método deductivo. Sistemas de numeración: griego, romano, hindú, arabe. Desarrollo del álgebra.

4. Algunos símbolos especiales de los lenguajes simbólicos:	La igualdad. Indices, los puntos suspensivos. Paréntesis.
5. Los lenguajes humanos y la lógica:	Conectivo "o": exclusivo e inclusivo.
6. El método científico y las matemáticas:	Etapa intuitiva. Precisión del lenguaje. Construcción de modelos. Abstracción. Experimentación. Errores
7. Problemas y temas de investigación. Actividades.	Problema de los cerillos Problema de la torre de Hanoi El juego del "imposible". Temas de investigación

d) • Enfoque:

Este folleto es la continuación al de "Modelos Matemáticos" su objetivo es facilitar la construcción de los modelos mediante un lenguaje simbólico.

e). OBSERVACIONES: Es un folleto accesible y fácil de comprender por el lenguaje utilizado; aunque es breve es muy valioso.

f). Reseña:

1. INTRODUCCIÓN: Menciona que para facilitar la construcción de modelos se desarrollan lenguajes simbólicos que deben seguir ciertas reglas y éstas tienen que ser claras

• OBSERVACION: Una característica importante que tienen los lenguajes utilizados en la construcción de modelos es que sus símbolos se van construyendo al mismo tiempo que el modelo.

Explica que: es el hombre el que inventa lenguajes simbólicos para poder representar situaciones reales, para crear modelos de ellas.

Ejercicios: páginas 9 y 15.

2. CARACTERÍSTICAS DE LOS LENGUAJES SIMBOLICOS: Muchas de las características de los lenguajes tienen que ver con las características de los modelos.

Se describe cómo se crean y se transforman los lenguajes y cómo se utilizan para construir modelos.

Comenta sobre la arbitrariedad y convención de los lenguajes ya que los símbolos utilizados para representar los elementos de un problema son arbitrarios

- OBSERVACION: Es importante decir que a pesar de que los símbolos son arbitrarios es muy conveniente escoger con cuidado los símbolos empleados.

Para podernos entender se utilizan muchísimos símbolos convencionales.

Explica sobre la simbolización y operatividad, refiriéndose a que hay lenguajes que sirven para describir y comunicar con mayor facilidad y rapidez una situación. Los lenguajes simbólicos de las matemáticas tienen cierta "vida propia".

• OBSERVACION: Para realizar un problema se necesita especificar los símbolos, las reglas para formar expresiones y las reglas de transformación

• DEFINICIÓN: SINTAXIS DEL LENGUAJE.- son las reglas de formación de expresiones y las reglas de transformación.

• DEFINICION: SEMANTICA DEL LENGUAJE.- es la relación que existe entre los símbolos y los elementos que representan.

• OBSERVACIÓN.- El proceso de especificar con toda precisión las reglas para formar expresiones y las reglas para transformarlas se llama "formalización del lenguaje."

Aclara acerca de la creación y enriquecimiento de los lenguajes, que un lenguaje se origina a partir de la construcción de un modelo. A veces es necesario modificarlo y así enriquecerlo.

La utilización de los lenguajes simbólicos es para construir modelos es decir para resolverlos, pero hay que hacerlo sistemáticamente.

Ejercicios : páginas 20, 21, 25, 26, 27

3. HISTORIA DE LOS LENGUAJES SIMBOLICOS :-

Aunque no se tiene un conocimiento exacto de cómo el hombre empezó a desarrollar los lenguajes simbólicos, aclara , se comentan algunos aspectos de este proceso a través de las culturas antiguas y del desarrollo posterior.

4. ALGUNOS SIMBOLOS ESPECIALES DE LOS LENGUAJES SIMBOLICOS.-

Se analizan algunos símbolos especiales que se utilizan en casi todos los lenguajes simbólicos: la igualdad, los índices y los paréntesis.

Ejercicios páginas 44, 45

5. LOS LENGUAJES HUMANOS :

Afirma que los lenguajes humanos también nos sirven para construir modelos, por ejemplo la biografía de una persona representa un modelo de su vida y tambieh es una abstracción.

Explica que estos lenguajes humanos son muy poco precisos y esto, a veces es una cualidad y en otras ocasiones es una desventaja.

Analiza el conectivo "o" en sus dos maneras: exclusiva e inclusiva.

- DEFINICION DE "O" exclusiva: es cuando la expresión usada nos dice que es cierta una cosa o la otra, pero no ambas.
- DEFINICION DE "O" inclusiva: es cuando la expresión usada nos dice que es cierta una cosa o la otra o ambas.

OBSERVACION : En el lenguaje de la matemática se utiliza la "o" en el sentido inclusivo.

• CONCLUSION: Es necesario dar mayor precisión a las palabras del lenguaje y la forma de combinarlas para poder comprender el sentido de una expresión.

Ejercicios: pág. 53

6. El método científico y las matemáticas:

Explica que las diferentes ciencias y ramas del conocimiento comienzan generalmente en una etapa intuitiva, en donde no se conocen aún los elementos esenciales de una situación.

A medida que se van precisando los conceptos y se van haciendo resaltar los elementos fundamentales de la situación, se llega a la etapa de los lenguajes especializados de las ciencias, y se empieza a construir modelos, llegando a una abstracción mayor

• OBSERVACION: La matemática

aparece en las etapas avanzadas de este proceso ya que se ocupa del estudio y desarrollo de los modelos, lenguajes y teorías más abstractos y generales.

Puntualiza que para conocer mejor el método científico se debe avanzar más en nuestro conocimiento de la ciencia y adentrarnos en sus problemas.

7. PROBLEMAS Y TEMAS DE INVESTIGACION.

ACTIVIDADES:

Sugiere problemas que describen ciertos lenguajes, con sus símbolos, expresiones y reglas de transformación.

Ejercicios: pág. 59, 60, 61, 62 y 63.

g) <u>Comentarios</u>:

Este folleto es la continuación del folleto de Modelos Matemáticos del mismo autor, los cuales son muy completos, bien hechos y con planteamientos definidos.

Los comentarios en cuanto a su forma en general son los mismos que el de Modelos Matemáticos, pero agregaríamos lo siguiente:

Es un folleto que no se debe de leer aislado, debió haberse elaborado uno sólo, ya que parte del mismo problema (El viejo y el río) para desarrollar su contenido, inclusive propone ejercicios donde se debe consultar al folleto de Modelos Matemáticos. Además los temas tratados en los dos folletos son complementarios, ya que al construir un modelo, también se desarrolla un lenguaje simbólico.

Relata en forma interesante y con mucho detalle el surgimiento del lenguaje simbólico, resaltando las características que debe tener.

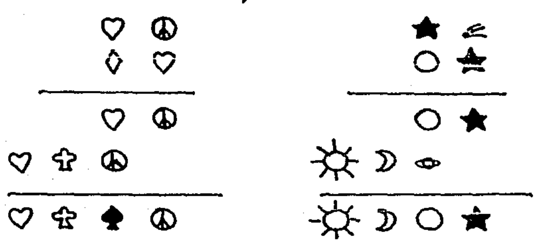
Entre las cosas valiosas que poseen los folletos es que, utilizando un lenguaje sencillo y con ejemplos reales, desarrollan la teoría y la van relacionando.

Explica muy atinadamente las características de los lenguajes, mencionando que son los mismos que para los modelos que se construyen con ellos, porque al construirlos se buscan símbolos cada vez mas sencillos (al igual que los modelos simbólicos tratados.. en el folleto de Modelos matemáticos) para poder encontrar la solución del problema, en forma más manejable y fácil.

En forma muy minuciosa, analiza la arbitrariedad y convención de los lenguajes explicando sus ventajas y desventajas en ambos aspectos, así como los fines para los que se quiere utilizar (si a veces queremos que no nos entiendan debemos usar un lenguaje el más arbitrario posible o lo contrario de esto).

Hace aportaciones culturales, aparte de los temas tratados, relacionándolos, favoreciendo así la interdisciplina. Por ejemplo. comenta que: "el matemático francés Francisco Vieta (1540-1603) que fue uno de los que más contribuyeron al desarrollo del lenguaje simbólico del álgebra, descifró la clave de los mensajes que el gobierno de España mandaba al gobernador de los Países Bajos. Se dice que la clave de estos mensajes tenía más de 500 símbolos, y que cuando el rey Felipe II se dio cuenta de que sus mensajes secretos eran leídos por los franceses, a pesar de la clave que él creía indescifrable, acusó a éstos de brujería ante el Papa".

Utilizando lenguajes arbitrarios en ejercicios hace que el lector descifre y lo lleve con esto al razonamiento, en forma interesante y atractiva. Por ejemplo al tratar el siguiente: "Las siguientes multiplicaciones fueron hechas en clave para que no las entendamos. ¿Las puedes descifrar?"



Hace hincapié en que no se debe caer en una pura mecanización de tal forma que se pierda la noción de lo que estamos haciendo, aunque también menciona que el mecanizar un proceso y el adquirir la técnica nos permite avanzar en nuestro conocimiento. Esto en particular significa que si no nada más mecanizamos, en cualquier momento debemos poder pararnos y explicar el sentido de lo que estamos haciendo, qué quiere decir en la situación real una expresión simbólica que nos aparezca. Pero si sí mecanizamos, esto nos permite guardar nuestras fuerzas mentales para utilizarlos en otras cosas y poder aplicar los conocimientos.

Así como lo anterior, contrapone ideas analizando las ventajas, que nos hacen meditar y tener un criterio, lo cual conduce al alumno a ser crítico. Por ejemplo, explica que: "en algunas ocasiones es posible escribir todas las expresiones de un lenguaje bien formadas permitiéndonos ver como cambia el problema cuando se alteran las condiciones. En otras no es posible escribir todas las expresiones del lenguaje porque hay un número muy grande de ellas, por ejemplo en el lenguaje simbólico de los números, por lo que debe de haber la formalización del lenguaje y poder desarrollar la teoría."

Explica que la falta de comprensión de la relación entre el modelo y la realidad es uno de los errores más frecuentes., porque a veces se confunden las dos cosas, con el resultado de que se supone que un modelo refleja perfectamente la realidad, entonces las conclusiones que se sacan a través de ellos son consideradas como verdades absolutas. Y recomienda que debemos avanzar más en nuestro conocimiento de la ciencia y adentrarnos en sus problemas.

TEMA : MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

a) (6) Algebra y modelos
J. Ludlow - Wiechers
Ediciones Oceano S.A.

b) Primera parte.
páginas 9 a la 79
(la solicitud del libro está en trámite.)

c). Contenido:

CAP.

1. Simbolización y comprensión del problema:
   - 1.0 Un poco de historia
   - 1.1 Algebra y modelos

2. Potencias, productos y factores de concepción de un plan de acción.
   - 2.0 Paréntesis
   - 2.1 Potencias enteras y racionales
   - 2.2 Productos y factores
   - 2.3 El binomio de Newton y el triángulo de Pascal.

3. Modelos y fórmulas Ejecución del plan.

4. Epílogo Análisis de la Solución Obtenida.

d). Enfoque:

Propone un método de enseñanza de temas de matemáticas bajo los lineamientos de George Polya de su libro "Como plantear y resolver problemas".

e). **OBSERVACIONES:** Este libro tiene como objetivo final tratar de colaborar con aquellos estudiantes que sólo saben álgebra elemental.

f) Reseña

1. SIMBOLIZACION COMPRENSION DEL PROBLEMA:

Principia con un pequeño relato de Historia de las diferentes culturas (Egipto, Babilonia, Grecia, India, Italia, Alemania e Inglaterra) desde que contaban con un sistema de reglas para operar con magnitudes hasta llegar a las ideas de pensar en una ley de composición en abstracto.

En este mismo capitulo - en la sección de Algebra y Modelos — menciona que al resolver distintos problemas "sentimos que tienen la misma solución y son hechos de la misma manera"

Expone diferentes problemas: todos tratan de cosas diferentes, pero todos son semejantes ya que se resuelven por el mismo modo, lo cual lleva a contar con fórmulas en las cuales existirán constantes y variables.

Con ejemplos sencillos e interesantes concluye que "las literales, en una expresión algebraica, corresponden a las variables del fenómeno y la igualdad nos da equilibrio entre ellas" conduciendo así a un modelo del fenómeno, "al cual le hacemos una pregunta, y la respuesta es la solución a la ecuación", así surge el interés por desarrollar el Algebra Elemental.

2. POTENCIAS PRODUCTOS Y FACTORES DE CONCEPCION DE UN PLAN DE ACCION:

Comienza con el uso de paréntesis, mencionando que cuando se tiene una lista de operaciones a realizar se van a ir haciendo por pares y para marcar la jerarquía de las operaciones se usan éstos.

Se recuerdan las propiedades de los números

comentando que son las mis
mas para las literales. Esto
se ejemplifica. Ejercicios pá-
ginas 31.

En la parte en donde
trata potencias enteras prin-
cipia con "quebrados" y
sus propiedades, continúa
con las leyes de los ex-
ponentes aplicándolos a
algunos ejercicios con una
idea muy general. Ejercicios
página 37.

Sigue con produc-
tos y factores, dando defi-
niciones de monomios, poli-
nomios, expresión radical, ex-
presión algebraica, productos
notables, factorización. Prosi-
gue con el Binomio de Newton
y el Triángulo de Pascal (aun
que da a entender que no es ne
cesaria esta parte) y finali-
za este capítulo con ejercicios
de estos conceptos.
Ejercicios páginas 44 a la 46

3. MODELOS Y FORMULAS
EJECUCION DEL PLAN:

Se estudia "el cómo" se resuelven las ecuaciones elementales, mencionando que es un proceso de deducción, partiendo de un planteamiento original y las reglas del Algebra; afirma que cuando el problema es sencillo, se utiliza el sentido común para resolverlo; pero cuando el planteamiento es más complejo se "tiene que formular el problema por medio de un marco teórico (las fórmulas y los modelos) que nos ayudan a resolverlo"

Procede con ecuaciones de primer grado mencionando la forma como se tiene que proceder.

Con diferentes e interesantes problemas, continúa con ecuaciones de segundo grado, primero aplicando la fórmula, factorizando y completando cuadrados y empleando estos conceptos más adelante en ejercicios. resueltos.

En este mismo capítulo sigue con proporciones y variaciones comentando que estas nociones son de gran interés práctico. Finaliza. con 79 problemas Ejercicios páginas 67 y 68

4. EPILOGO - ANALISIS DE LA SOLUCION OBTENIDA:

Narra que Galileo Galilei era "un científico con coraje y decisión, que nunca dudó de la fuerza expresiva que tienen los experimentos. Supo como sacar jugo de un resultado para llegar a una generalización". Resalta que es interesante hacer notar cómo podemos aplicar la misma idea en distintos campos.

Puntualiza acerca de los "peligros"; por ejemplo: el que no debemos creer que podemos considerar como una variable a cada palabra del lenguaje y así obtener fórmulas.

Declara que necesitamos expresarnos a través de modelos matemáticos, para lo cual hay que buscar un marco teórico desde el cual encontramos las respuestas a nuestras preguntas y seguir con el desarrollo del marco teórico.

g) Comentarios:

Este libro se desarrolla con base en la idea planteada por G. Polya en: "Cómo plantear y resolver problemas", por lo que debería de dar una introducción más completa a manera de recomendación, por ejemplo: "Buscar ciertas características del problema que se está enfrentando, que puedan ser útiles al resolver los problemas posteriores. Tratar de descubrir el modelo general que queda más allá de la situación concreta"

En el capítulo 1, presenta un cuadro de: "Estructura porcentual del gasto promedio mensual del hogar por destino del gasto, según instrucción del jefe del hogar" (1977) y afirma como comentario que: "los símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 son universalmente aceptados como los dígitos; ahora los usamos para entender nuestro país", refiriéndose al cuadro. El uso de los dígitos no es motivo para entender nuestro país, ya que para lograrlo (si esto es posible) se debería de analizar desde el punto de vista social, político y económico (probablemente a esto se refiera).

En ese mismo capítulo hay un

párrafo bastante confuso y sin ninguna relación; que dice: "Así hoy encontramos al álgebra ligada a la idea de estructuras algebraicas abstractas y éstas a su vez, unidas por la idea de un conjunto y una o varias leyes de composición definidas en él."

En uno de los ejemplos, refiriéndose al análisis de creatina (análisis que se les practica a los diabéticos para saber su estado de salud) usa la fórmula:

$$\text{NIVEL DE CREATINA} = \frac{\text{CONCENTRACIÓN DE UREA EN LA ORINA} \times \text{VOLUMEN DE ORINA}}{\text{CREATINA SÉRICA}}$$

Explica que: "La creatina sérica es la que se encuentra en el suero de una muestra de sangre. El nivel normal de creatina es de 75 ml/min, así la diferencia (debe decir comparación, si no sería una resta) con éste «indica» si el funcionamiento del riñón es adecuado o no."

Especifica que: "La idea es que la expresión es un modelo del fenómeno, al cual le hacemos una pregunta, y la respuesta es la solución a la ecuación". Esto es superficial, debería explicar con más profundidad como por ejemplo: Un modelo es un cuerpo ordenado de hipótesis acerca de un sistema complejo del cual, mediante el análisis se espera describir y predecir el comportamiento mismo. Un modelo se plantea, en general, ante una situación compleja, aunque a veces se ilustre con problemas sencillos.

En el capítulo 2. en la sección de "productos y factores", define: "cuando hallemos dos expresiones radicales (cocientes de sumas de literales con exponentes racionales) ligadas por la igualdad, diremos que es una expresión algebraica". A mi modo de ver, "una expresión algebraica es la formada por combinaciones de números, variables y símbolos de operación"; la definición que se acaba de mencionar es más amplia, no es tan restringida como la anterior.

En el capítulo 3 manifiesta que cuando "el planteamiento se vuelve más complejo, tenemos que formular el problema por medio de un marco teórico (las <u>fórmulas</u> y los <u>modelos</u>) que nos ayuden a resolverlo". Se debe de aclarar que una fórmula es un modelo.

Los problemas que trata son muy interesantes y por lo tanto ilustrativos, aunque no hace la crítica a los modelos que surgen, ni explota más sus contenidos. Por ejemplo, la ecuación cuantitativa de los monetaristas:

$$M \times V = P \times Y$$

donde:

M: stock de dinero per annum (por año)
V: velocidad de circulación per annum
P: Nivel de precios per annum
Y: Producto total " "

La velocidad de circulación del dinero es el número de veces que un peso cambia de manos por año.

Tomando la ecuación a dos tiempos tenemos:

$$M_1 V = P_1 Y \quad \text{y} \quad M_2 V = P_2 Y$$

así el incremento es: $(M_2 - M_1) V = (P_2 - P_1) Y$

$$\therefore \quad \frac{M_2 - M_1}{M_1} = \frac{P_2 - P_1}{P_1}$$

esto dice, si V es constante y también lo es Y, entonces el crecimiento del circulante en la economía, o sea de M, determina el crecimiento del nivel de precios (inflación); la importancia del modelo es que nos ayuda a visualizar el fenómeno, pues nos dice que para detener la inflación es necesario detener el crecimiento del dinero circulante en la economía o sea detener el dinero de "M".

Se podría comentar más acerca de esto:

"M" representa la cantidad media de dinero de todas las clases que existe en circulación en un cierto lugar y durante un período determinado.

M = { Efectivo en circulación (total metálico y de billetes fuera del que está en los bancos)
Depósitos en los bancos (que pueden ser retirados mediante cheques)

"V" representa el número medio de veces que se gasta cada M en mercancías, servicios y valores a lo largo de un periodo determinado de tiempo. Un aumento en la velocidad de la circulación del dinero tiende a aumentar la demanda de mercancía en términos de dinero y a elevar los precios del mismo modo que se hubiese aumentado la oferta de dinero y viceversa.

"MV" representa la cantidad total de dinero que se gasta en toda clase de mercancías, servicios y valores. "P" representa el precio medio por unidad de Y. El nivel general de precios varía en razón directa de la cantidad de dinero y de su velocidad, y en razón inversa del volumen de mercancía y de servicios que pueden ser comprados mediante dinero. "Y" representa el volumen físico de cosas en que se gasta el dinero durante ese periodo. "Y" en nuestro país es el producto interno bruto (PIB) determinado por: Consumo, más inversión (ahorro), más gastos (empresarios, sector público), más la diferencia de exportaciones e importaciones.

Sería importante señalar que no es posible que con una formula se pueda determinar la economía de un país con tanta rigidez. Siendo que hay muchisimos factores que influyen, entre ellos la productividad del país, no sólo en un ramo, sino en varios para que el dinero se respalde y se mantenga el nivel de precios para detener la inflación. La economía de México muy dirigida desde puntos de vista del analizado está metido en problemas gravísimos y por tanto el fracaso de este tipo de enfoques es casi total.

En ese mismo capitulo al tratar de ecuaciones de segundo grado, es todo estándar, aunque las formas de resolver están completas y en forma concisa.

En el capítulo 4, en un ejemplo de Biología explica que: "el aporte de Malthus consistió en ver que la población humana tiene crecimiento geométrico mientras que la producción tiene crecimiento aritmético, así, es más lento este último.

C. Darwin conociendo esta idea, la aplicó al reino vegetal y animal. ¿El crecimiento de los seres vivos, es mayor que el de los recursos que necesitan? Si es así, entran en un conflicto, a esto, Darwin le llamó la selección natural."

Como comentario diríamos que esto se da en condiciones ideales o artificialmente creadas, por tanto en general es falso, es una interpretación falsa del crecimiento de las poblaciones, aunque para lapsos pequeños y tamaños de poblaciones muy grandes el modelo de Malthus refleja aproximadamente el comportamiento en cuanto a crecimiento de algunas poblaciones y otros fenómenos como crecimiento industrial, contaminación, cantidad de insecticidas empleados etc.

Respecto a la influencia de Malthus en Darwin es un tema muy debatido menos en la forma como está dicha.

Resumiendo, intentos como el presente texto tienen búsquedas interesantes que se deberían profundizar y rescatar.

TEMA: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

a) Introducción[7] a las Matemáticas
Bruce E. Meserve y Max A. Sobel
Editorial Reverté Mexicana, S.A.

b) Capítulo 1: "Diversión con Matemáticas"
páginas: 1 a 32
secciones: 1.1 a 1.4
Colocación: QA 39 M47

c) Contenido:

1.1 Modelos matemáticos: Múltiplos de nueve, multiplicación digital, modelos numéricos, modelos geométricos.

1.2 Matemáticas recreativas: Cuadrados mágicos, trucos matemáticos, ilusiones ópticas, falacias.

1.3 Más allá del googol: Googol, googoplex, correspondencia biunívoca, número cardinal, cardinal transfinito.

1.4 Problemas imposibles y problemas no resueltos: Problemas de la antigüedad, último teorema de Fermat, la conjetura de Goldbach, el problema de los cuatro colores, decimales infinitos.

d) Enfoque:

Los autores comentan el sinnúmero de

aplicaciones prácticas que tienen las matemáticas, pretenden hacer ver que las matemáticas pueden estudiarse por el solo interés que despiertan, es decir, por diversión. Mencionan que a los matemáticos les gusta investigar modelos y generalizaciones en todas las ramas de su materia. Hacen hincapié en que la búsqueda de modelos, no solo puede resultar interesante, sino también puede ayudar a comprender el desarrollo de las matemáticas.

e) <u>OBSERVACIONES</u>: Presentan cuatro temas sin relación entre sí.

f) <u>Reseña</u>:

1.1 MODELOS MATEMATICOS: A los matemáticos les gusta hacer modelos y generalizar en las diversas ramas de su materia (aritmética, geometría, álgebra, etc.) "La búsqueda de modelos puede ayudar a comprender el desarrollo de la matemática como un todo".

Como ejemplo aritmético está la multiplicación por nueve.

Dos ejemplos geométricos, uno en el que se construye el modelo: "el número de triángulos que se pueden formar en un polígono dado, trazando diagonales a partir de uno de sus vértices." Y otro en que el modelo que se pudiese proponer no puede ser general: "El número máximo de regiones en que se puede dividir una región circular en segmentos de rectas determinadas por puntos dados en todas las formas posibles sobre una circunferencia."

- OBSERVACION : Este ejemplo se queda inconcluso.

Finaliza con doce ejercicios en los que se intenta generalizar.
Ejercicios : páginas 7, 8, 9, 10.

1.2 MATEMATICAS RECREATIVAS :

En esta sección tratan cinco ejemplos, el primero, cuadrados mágicos; el segundo ejemplo se refiere a dos trucos matemáticos, uno de ellos ligado a los cuadrados mágicos y el otro es un truco de adivinar un número. El tercer ejemplo que nos presentan es "las sensaciones ópticas geométricas" (ilusiones ópticas). El cuarto ejemplo se refiere a falacias aritméticas "saldos y retiros". Y el quinto ejemplo, una división en una cadena de ecuaciones que no es válida.
Finaliza esta sección con 18 ejercicios prácticos.
Ejercicios : páginas 16, 17, 18 y 19

1.3 MAS ALLA DEL GOOGOL :

Trata sobre números grandes y el tiempo que tarda una persona en encontrar estos números, como criterio para comparar magnitudes, y a través de la correspondencia biunivoca

• DEFINICION de googol: es un número finito determinado, formado por un uno seguido de cien ceros.

• DEFINICION de googolplex: es un número finito determinado, formado por tantos ceros después de la unidad, que el número de ceros sea igual a un googol.

Establece qué es un número cardinal y asigna un cardinal al conjunto de los naturales y continúa estableciendo la correspondencia biunivoca entre conjuntos infinitos para los cuales se da el caso que $A \subset B$ y el cardinal de A es igual al de B.

• DEFINICION de número cardinal: es el que indica el tamaño de una colección.

• DEFINICION de conjuntos equivalentes: es cuando dos conjuntos pueden ponerse en correspondencia biunivoca.

• DEFINICION de cardinal transfinito $\aleph_0$ (ledse, aleph subindice cero): es el que trasciende lo finito.

•OBSERVACION: Nunca define lo que es correspondencia biunívoca, únicamente da la idea intuitiva.
Concluye proponiendo diez problemas
Ejercicios páginas 23, 24 y 25

1.4 PROBLEMAS IMPOSIBLES Y PROBLEMAS NO RESUELTOS: Esta sección presenta problemas imposibles y no resueltos y una miscelánea de estos problemas como:

a) Los que son imposibles de resolver con regla y compás:

i) Trisección del ángulo (dividir en tres partes iguales un ángulo dado)

ii) Duplicación del cubo (construir un cubo cuyo volumen sea el doble de un cubo dado)

iii) Cuadratura del circulo (construcción de un cuadrado de área igual a la de un circulo dado)

b) El último teorema de Fermat:
Afirmó que no pueden hallarse valores enteros de x, y y z tales que $x^n+y^n=z^n$, si n es un entero mayor que 2. Se ha demostrado que este teorema es verdadero para $n=3, 4, 5, 7$ y otros varios números, y no hay razón para dudar de que lo sea en general. Pero no se conoce hasta hoy ninguna demostración.

c) La conjetura de Goldbach, que consiste en que cada número natural par mayor que 2 puede descomponerse en una suma de dos números primos.

- OBSERVACION: Nadie ha podido determinar un número par mayor que 2, que no pueda descomponerse en una suma de dos números primos, pero tampoco se ha podido demostrar que todo número par puede descomponerse como la suma de dos números primos.

Otra conjetura no demostrada es la de las parejas de números primos.

- OBSERVACION: hay parejas de números primos que difieren en dos unidades y reciben el nombre de primos gemelos y se pregunta si existe un número infinito de estas parejas de números primos; ninguna persona lo sabe.

Del mismo modo nadie ha sido capaz de mostrar una fórmula que determine siempre números primos, y tampoco se ha demostrado que tal fórmula no existe.

d) El problema de los cuatro colores, que consiste en colorear los mapas usando a lo sumo cuatro colores

- OBSERVACION: Si dos países tienen frontera común deben tener diferente color, si tienen puntos en común, pueden tener el mismo color

Los autores explican que se han propuesto algunas aproximaciones como son: no se conoce un mapa que requiera más de cuatro colores; pero si un mapa requiere cinco colores, tendrá al menos 36 países, y son suficientes para todo mapa pero no es necesario.

- NOTA: Este problema ya fué resuelto por Appel y Haken en 1976. "Demostraron que todo mapa contiene una de 1937 configuraciones inevitables y que cualquier mapa que contuviera una de éstas podía reducirse a uno con menos regiones de tal manera que el mapa original era 4-coloreable si el reducido lo era.

La demostración requirió más de 1000 horas de cálculos con máquina electrónica, es el primer ejemplo de un problema matemático de importancia resuelto con la asistencia significativa de la computadora". Esto fue publicado en la Revista matemática Número 17 Vol VI en Enero de 1981, por la Sociedad Matemática Mexicana.

e) Los decimales infinitos como la escritura decimal de $\sqrt{2}$ plantean problemas como: ¿existen en la expresión cinco cincos consecutivos? ¿se presentan infinidad de unos? ¿aparece la secuencia 1, 2, 3, 4, 5?

Y finaliza esta parte con 13 problemas.

Ejercicios páginas: 28, 29, 30, 31 y 32.

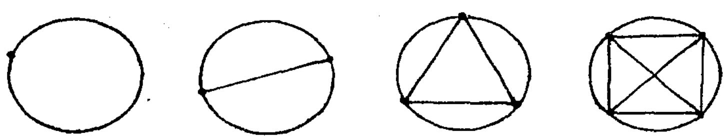
g) • <u>Comentarios:</u>

Los autores intentan señalar no la importancia práctica que tiene la matemática, sino interesar en el estudio de ésta por la belleza clara, pura y concisa de su estructura.

Sugieren aprender la matemática por el solo atractivo que logre generar, por mero entretenimiento.

En la sección 1.1 de Modelos Matemáticos, presentan entre otros, dos ejemplos geométricos, uno en el que se construye el modelo, y otro en el que el modelo que se pudiese proponer no puede ser general y es el siguiente:

"El número máximo de regiones en que se puede dividir una región circular mediante segmentos de rectas determinadas por puntos dados en todas las formas posibles sobre una circunferencia":



Número de puntos	1	2	3	4
Número de regiones	1	2	4	8

y continúan diciendo:

"¿Considera como una suposición razonable que el número de regiones que se obtienen a partir de cinco puntos es 16? Haga una figura para confirmar su supuesto. ¿Qué número máximo de regiones supone que se pueden obtener a partir de seis puntos? Nuevamente trace una figura a fin de confirmar su supuesto. ¡Es posible que se sorprenda!"

Aquí es importante hacer notar que aparte de que queda inconcluso, el estudiante se preguntará: ¿qué hacer? y si lo hace, ¿porqué no resulta?

En la sección 1.2, Matemáticas Recreativas, trata algunos ejemplos que son interesantes, como el siguiente:

"Comencemos por un cuadrado de 4 x 4 y coloquemos en su contorno seis números cualesquiera, tal como se muestra en la figura. Los números 3, 4, 1, 7, 2 y 5 se han elegido arbitráriamente. Ahora determinemos la suma de cada pareja de números tal como se hace en una tabla de sumas. (1)

+	3	4	1
7			
2			
5			

Con esto estamos listos para ejecutar un truco. Consideremos uno cualquiera de los nueve resultados obtenidos, pongamos el 10, y tachemos los que se encuentran en el mismo renglón y en la misma columna que el 10. (2)

Consideremos nuévamente uno de los números restantes, pongamos el 3 y repitamos el proceso. Queda un solo número, el 9. La suma de los números considerados y el que queda es igual a 22. En efecto $10 + 3 + 9 = 22$ (3)

+	3	4	1
7	10	11	8
2	5	6	3
5	8	9	6

(1)

+	3	4	1
7	10	~~11~~	~~8~~
2	~~5~~	6	3
5	~~8~~	9	6

(2)

+	3	4	1
7	10	~~11~~	~~8~~
2	~~5~~	~~6~~	3
5	~~8~~	9	~~6~~

(3)

Lo interesante del asunto aquí es que, se empiece por donde se empiece el proceso expuesto, la suma de los tres números siempre será igual a 22. Obsérvese que 22 es la suma de los seis números que eligieron arbitrariamente al principio."

Otro ejemplo curioso es el que se refiere a una falacia aritmética de "saldos y retiros", y es el siguiente:

"Primero necesita depositar $50.00 en su banco y después hacer retiros de la siguien forma:

	Retirar	$20.00	dejando	un	saldo	de $30.00
	"	15.00	" "	"	"	15.00
	"	9.00	"	"	"	6.00
	"	6.00	"	"	"	0.00
Sumando se tiene:		$50.00				$51.00

El total de los retiros es de $50.00 en tanto que el total del saldo es de $51.00."

Los ejemplos que trabaja el autor en este capítulo, así como los 53 problemas que presenta, son un material bastante amplio a desarrollar en el tema de Matemáticas I, Modelos Matemáticos y Lenguajes Simbólicos.

En el inicio del capítulo cabe aclarar que el proceso de abstracción que se da al formarse todo conocimiento, no se puede olvidar por ningún motivo y mucho menos al enseñar al alumno que este proceso tiene un punto de partida del mundo real. Además no se puede inferir que el conocimiento bien estructurado sólo debe interesar bajo criterio estético.

Respecto al tema de "problemas imposibles y problemas no resueltos", debería aclararse que la matemática es un conocimiento que se desarrolla permanentemente resolviendo, entre otras cosas, contradicciones que se plantean en ella, con el fin de poder contribuir en la interpretación de una naturaleza cambiante, puesto que la materia (el mundo que nos rodea) no es estática, no se puede conocer completamente; cada vez se conoce más.

En general la problemática es rica pero no se le saca el provecho necesario por las limitaciones que los autores mismos acatan.

TEMA: MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

(8)
a) Leyes, teorías y modelos
María Teresa Yurén Camarena
Editorial Trillas

b) Capítulo 3: Modelo
páginas: 54 a 70
Colocación Q125 Y862

c) · Contenido:

3.1 Introducción al tema.	
3.2 La noción de modelo:	a) Representación; b) perfección o ideal; c) muestra.
3.3 Características del modelo:	Teoría. Modelo. Representación. Referencia. Sistema real.
3.4 El modelo en la investigación científica:	Cuerpo de conocimientos. Problema. Hipótesis. Contrastación. Leyes. Teoría
3.5 Tipos de modelo:	Modelo cortical. Modelo formal: Modelo verbal, gráfico, matemático, material.

3.6 Modelo formal y modelo material	Definiciones y aplicaciones.
3.7 Función del modelo.	Ejemplo.

d)• Enfoque:

Describe en forma general la necesidad de crear modelos. Menciona que la ciencia trata de explicar los fenómenos, pero siendo la tarea del científico difícil, con frecuencia se enfrenta a problemas complejos, y para explicar aquellos datos inobservables que descubre, necesita términos teóricos.

e)• OBSERVACIONES: Este libro está dirigido a estudiantes de nivel medio superior, que tienen entre otras materias metodología de la ciencia. Da una idea muy general de los objetivos que se persiguen en la materia de Matemáticas I

f)• Reseña:

3.1 INTRODUCCION AL TEMA:

La ciencia, al tratar de explicar los fenómenos, elabora leyes que al combinarlas y coordinarlas mediante construcciones lógicas, se obtienen teorías.

Las teorías funcionan como explicaciones muy generales, de las cuales las leyes son aspectos particulares, por lo que hay que comprender qué es un modelo científico y cuál es su función.

3.2 LA NOCION DE MODELO:

Menciona sus diferentes significados:

a) Representación: Por ejemplo una maqueta.

b) Perfección o ideal: Como los estudiantes modelo.

c) Muestra: Por ejemplo una casa modelo.

En la ciencia se hace referencia a los modelos científicos que pueden entenderse abarcando las tres significaciones: "representan" la teoría, "muestran" las condiciones "ideales" en las que se produce un fenómeno al verificarse una ley o teoría y, por otro lado, constituyen una "muestra" particular de la explicación general que da la teoría

3.3 CARACTERISTICAS DEL MODELO:

Una de las características del modelo es que, a la vez que facilita la comprensión de la teoría, nos muestra sus aspectos importantes.

El modelo describe una zona restringida del campo cubierto por la teoría; la teoría incluye modelos y éstos la representan justamente mostrando la referencia que hace la teoría a la realidad.

3.4. El modelo y la investigación científica:

Menciona que la construcción de modelos es una tarea esencial de la labor científica

Cuando se tiene un modelo que representa un cuerpo de conocimientos, lo comparamos con la realidad mediante la observación y la experimentación, surgiendo cierto problema que dará lugar a una hipótesis, la cual es ya una posible representación de la realidad.

Para poder contrastar esa

hipótesis se construye un modelo material con el cual se puede experimentar y sirve para comprobarla.

Si los experimentos confirman la hipótesis formulada, entonces se procede a relacionar sistemáticamente las leyes resultantes de la comprobación de las hipótesis y se forma una teoría, a partir de la cual se construyen nuevos modelos que nos permiten comprender la teoría y comprobarla.

OBSERVACION: De todo esto surge el dinamismo de la ciencia y la tarea interminable del investigador.

3.5 TIPOS DE MODELO: Detalla que en la ciencia hay diferentes clases de modelos que difieren en su grado de abstracción, como:

El modelo cortical es cuando se tiene un conjunto de datos que provienen de la realidad que sirven para plantear el problema.

OBSERVACION: El modelo cortical se encuentra a medio camino entre lo abstracto y lo concreto.

El modelo formal se refiere cuando el científico forma conceptos y los sistematiza y que representan coherentemente el conjunto de datos obtenidos con lo que se plantea el problema, buscando una explicación a esos datos provisionalmente, y crea conceptos y relaciones que constituyen posibles respuestas a los problemas, (formulación de hipótesis).

El modelo material es la comprobación de la hipótesis que verifica mediante la observación y experimentación.

Se especifica que es también modelo formal cuando se establecen leyes a partir de hipótesis comprobadas y se estructuran para formar un sistema que da como resultado la teoría.

Los modelos formales pueden ser expresados como:

a) Modelo verbal: Descripción oral o escrita del modelo teórico.

b) Modelo gráfico: Diagrama o gráfica que describe el modelo.

c) Modelo matemático: Ecuaciones y relaciones que suministran las precisiones cuantitativas del modelo.

d) Modelo material: Disposición de las partes Fundamentales, campos y conjuntos de modelos en el plano concreto.

3.6 MODELO FORMAL Y MODELO MATERIAL: Explica que un modelo formal es la representación de una estructura idealizada (o teoría) que se supone análoga a la de un sistema real.

Un modelo material es la representación parcial de una teoría; se construye a base de propiedades semejantes a las que se desean estudiar en el sistema original, que es un sistema concreto.

3.7 FUNCION DEL MODELO:

Manifiesta que la función básica del modelo es la de ayudarnos a comprender las teorías y las leyes, y proporcionar una interpretación de las mismas; de manera que si el modelo nos ayuda a comprender es porque además de darnos una explicación, nos permite predecir.

Ejercicios páginas 68, 69 y 70.

g) • Comentarios :

En lo global no propone algo concreto, es muy general, porque trata muchos conceptos sin precisarlos, por ejemplo: "explica que un modelo teórico o formal puede ser expresado como: modelo verbal, modelo gráfico, modelo matemático y modelo material". Los describe muy brevemente.

Uno de los objetivos, que se plantean al enseñar este tema, es recalcar la relación entre la realidad, los modelos matemáticos que la representan y el lenguaje simbólico que se emplea en la construcción de ellos, a lo cual no hace mención. Comenta escuetamente en términos generales la relación de un modelo formal y un modelo material con la realidad, indicando que: "Un modelo formal es la representación de una estructura idealizada (teoría) que se supone análoga a la de un sistema real, y un modelo material es la representación parcial de una teoría (que representa a su vez un sistema real)."

Se percibe en cierta forma la importancia y necesidad de desarrollar una teoría a partir de un modelo

Este libro está dirigido a estudiantes de nivel medio superior, que tienen entre otras materias Metodología de la Ciencia, tratando de reforzar y ampliar conocimientos sobre este tema. Nuestro enfoque es diferente, ya que se trata de modelos matemáticos a los que nos referimos.

En un párrafo, menciona que: "las ciencias formales se ocupan de estudiar relaciones pero sin referirlas a hechos. Este tipo de ciencias tienen como contenido entidades lógicas o matemáticas que no tienen una correspondencia en la realidad". En otro párrafo cita: "Son ciencias formales la matemática y la lógica, porque no dependen de la experiencia para conocer su objeto de estudio ni para convalidar sus fórmulas". Efectivamente la matemática y la lógica son ciencias formales, pero el que no tengan una correspondencia en la realidad no estoy de acuerdo, precisamente un modelo matemático es la representación abstracta de un problema real, existiendo así una relación entre la matemática y la realidad. Otra cuestión es el hecho de que no dependen de la experiencia es decir, sugiere que son conocimientos a priori, y la matemática se formó con las experiencias de antepasados y luego se formalizó, como por ejemplo: Galileo se enfrentó con el problema de la caída de los cuerpos. Galileo intentó hallar no por qué cae, sino cómo cae, es decir, en qué forma matemática la distancia recorrida y la velocidad alcanzada dependen del tiempo transcurrido en la caída y el espacio recorrido. Formuló las hipótesis correspondientes y entonces averiguó por prueba empírica (es decir basada en la experiencia) efectiva si las hipótesis eran correctas o no.

Este libro proporciona una idea general de lo que es un modelo y su vínculo con todas las ramas del conocimiento, así como el uso del método científico, lo cual proporcionará al estudiante un panorama más amplio sobre este tema y su conexión con otros ajenos a la matemática favoreciendo así a la interdisciplina, pero no satisface nuestros objetivos que se quieren alcanzar al tratar Modelos Matemáticos y Lenguajes Simbólicos.

Lógica Simbólica

TEMA : LOGICA SIMBOLICA

a) MATEMATICAS CONTEMPORANEAS (1)
Jack R. Britton, Ignacio Bello
Editorial : Harla

b) Capitulo 2 : Lógica
paginas : 59 a 120
secciones 2.0 a 2.9
Colocación QA 37 A 38

c) • CONTENIDO :

2.0 Introducción

2.1 Proposiciones :- Definición de proposición. Proposición simple. Proposición compuesta. Palabras conectivas. Conjunción. Disyunción. Negación.

2.2 Valores de verdad de las proposiciones :- Valores de verdad de: la conjunción, la disyunción inclusiva, la disyunción exclusiva, la negación

2.3 Tablas de verdad:- Tablas de verdad de proposiciones compuestas. Proposiciones equivalentes.

2.4 Proposiciones condicional y bicondicional:-	Proposiciones condicionales: Antecedente y consecuente y su tabla de verdad. Proposiciones bicondicionales: Tabla de verdad.
2.5 Variantes de la condicional:-	La recíproca, la contrapuesta y la inversa.
2.6 Implicación:-	Tautología. Contradicción Definición de implicación.
2.7 Leyes que rigen a las proposiciones:-	Conmutativas. Asociativas Distributivas. De la negación. De De Morgan
2.8 Argumentaciones o Razonamientos:-	Argumentación, premisas y conclusión. Argumentación válida y sofisma. Modus ponens, modus tollens silogismo hipotético, silogismo disyuntivo.

2.9 Circuitos Lógicos: Circuito lógico. Interruptor cerrado, abierto. En serie, paralelo. Complementarios, equivalentes.

d) • <u>Enfoque</u>:

Este libro fue escrito teniendo siempre en mente al estudiante y experimentando en clase con resultados satisfactorios. La mayor parte de los capitulos están precedidos por una breve biografia. La mayoria de las secciones van seguidas de una corta subsección de problemas titulados: "Aplicación de nuestros conocimientos", lo cual conduce a una utilización inmediata de los temas descritos, así también incluye unas partes llamadas "Descubrimiento" con las que se tienen breves disgresiones sobre temas relacionados, ampliaciones de lo expuesto, generalizaciones y, a veces, nuevos problemas.

e) • <u>OBSERVACIONES</u>: Este libro posee una gran cantidad de material que cubre propiamente un curso introducctorio de Lógica. Los ejercicios llamados de aplicación y los de descubrimientos son en general excelentes.

f). Reseña:

2.0 INTRODUCCION: Se comentan en forma breve los antecedentes de la Lógica, desde los antiguos griegos hasta George Boole. Se afirma que cada vez que se trata de resolver un problema, se realiza una actividad mental llamada razonamiento lógico, que se expresa en forma de enunciados declarativos.

2.1 PROPOSICIONES: Afirma que los enunciados declarativos son proposiciones que pueden considerarse como falsas o verdaderas pero no ambos.
OBSERVACIÓN: AL definir proposición se anuncia que se estudiarán ciertos tipos de enunciados declarativos, sin decir qué son éstos.

Mediante ejemplos discrimina enunciados que no son proposiciones.

Con otros ejemplos clasifica a las proposiciones simples y compuestas, estas últimas se forman utilizando las palabras denominadas conectivas, como son "y" y "o" las, cuales unen proposiciones.

- DEFINICION: si dos proposiciones están unidas por la palabra "y", al resultado se le conoce como <u>conjunción</u>.
- DEFINICION: si dos proposiciones estan unidas por la palabra "o", al resultado se le conoce como <u>disyunción</u>.
- DEFINICION: la <u>negación</u> de una proposición se forma, intercalándole la palabra "no" o anteponiendo una frase como "no es cierto"

Ejercicios páginas 65 y 66

2.2 VALORES DE VERDAD DE LAS PROPOSICIONES:

Señala a las letras V (para verdadero) y F (para falso) como los posibles valores de verdad de una proposición.

Menciona que uno de los

problemas principales en la lógica es determinar el valor de verdad de una proposición compuesta;

con ejemplos sencillos los establece para la conjunción, disyunción y negación.

- OBSERVACIÓN: se aclara que se debe ser cuidadoso con las palabras tales como: "pero", "no obstante", "aún", "sin embargo", entre otras muchas que suelen emplearse en lugar de la conjunción gramatical "y".

Se indica la diferencia de la disyunción exclusiva y la disyunción inclusiva que es la que se va a usar. en este capítulo.

Ejercicios páginas 69 a 73

2.3 TABLAS DE VERDAD: Menciona que es conveniente elaborar tablas de verdad para determinar los valores de verdad de ciertas proposiciones compuestas.

Mediante ejemplos determina

los pasos a seguir en la elaboración de tablas

- DEFINICION: Dos proposiciones p y q, cuyas tablas de verdad son idénticas, se dice que son equivalentes (lo cual se denota por $p \Leftrightarrow q$)

Ejercicios páginas 76 a 80

2.4 PROPOSICIONES CONDICIONAL Y BICONDICIONAL:

Aclara que algunas veces es necesario especificar las condiciones en las cuales un evento dado será verdadero. A las proposiciones de este tipo se les llama proposiciones condicionales y se representan como: $p \rightarrow q$, llamándole a "p" antecedente y a "q" consecuente

Mediante un ejemplo establece la tabla de verdad de la condicional.

Explica que en ocasiones la condicional se utiliza dos veces; el antecedente y el consecuente de la primera condicional se invierten en la segunda; tales proposiciones reciben el nombre de bicondicionales y se simbolizan como $p \leftrightarrow q$; utilizando la proposición condicional se establece la tabla de verdad de la bicondicional.

Se analiza el problema de la determinación de los valores de verdad de proposiciones más complejas

Ejercicios páginas 83 a 87

2.5 VARIANTES DE LA CONDICIONAL:

Resalta que la condicional difiere de las conjunciones, disyunciones y bicondicionales en que sus componentes no pueden ser intercambiadas para llegar a una proposición equivalente. Por lo que se establecen la reciproca $(q \Rightarrow p)$, la contrapuesta $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ y la inversa $(\sim p \Rightarrow \sim q)$.

• OBSERVACION: $p \Rightarrow q$ es equivalente a su contrapuesta, $\sim q \Rightarrow \sim p$ (porque tienen tablas de verdad idénticas). La contrapuesta se utiliza para demostrar teoremas en los que es difícil hacer una prueba directa, en tanto que es fácil someter a prueba la contrapuesta.

- OBSERVACIÓN: A menudo en matemáticas las palabras necesario y suficiente se emplean en proposiciones condicionales.

Ejercicio páginas 90 a 93

2.6 IMPLICACION: Define que una proposición que siempre es verdadera recibe el nombre de tautología, en tanto que una que siempre es falsa, se conoce como contradicción.

- DEFINICION: Se dice que la proposición p es equivalente a q ($p \Leftrightarrow q$) si y sólo si la bicondicional $p \leftrightarrow q$ es una tautología.
- DEFINICION: Se dice que la proposición p implica a la proposición q (lo cual se representa como $p \Rightarrow q$) si y sólo si la condicional $p \rightarrow q$ es una tautología.

Ejercicios páginas 95, 96 y 97

2.7 LEYES QUE RIGEN A LAS PROPOSICIONES: Manifiesta que las proposiciones que se estudiaron obedecen algunas leyes abstractas, simples y que tienen similitudes con las leyes del álgebra.

Para probarlas es suficiente establecer una tabla de verdad que muestre que las equivalencias dadas son realmente verdaderas.

Se mencionan las leyes que rigen a $\wedge$ y $\vee$ (leyes conmutativas, asociativas, distributivas, entre otras). Leyes que intervienen en una negación, y las leyes de De Morgan.

- OBSERVACION: Las leyes que rigen a las proposiciones compuestas forman un sistema algebraico conocido como álgebra booleana (en honor a George Boole)

Ejercicios página 100 y 101

2.8 ARGUMENTACIONES O RAZONAMIENTOS: En esta sección se muestran algunos de los métodos utilizados para analizar las argumentaciones.

• DEFINICION: una argumentación es un juicio en el que a partir de una serie de enunciados llamados premisas se llega a una proposición conocida como conclusión.

Afirma que una argumentación es válida si, toda vez que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es. Si un razonamiento no es válido, se dice que es un sofisma o falacia.

• OBSERVACION: La definición anterior no dice nada acerca de la verdad o falsedad de la conclusión o de las premisas, y de que solamente la forma de los razonamientos determina su validez.

Explica que las for

mas de razonamiento mas comunmente empleados son:

a) Modus ponens (forma de afirmación).
b) Modus tollens (forma de negación).
c) Silogismo hipotético.
d) Silogismo disyuntivo.

Ejercicios páginas 108 a 114.

2.9 CIRCUITOS LOGICOS: Comenta que la teoría de la lógica estudiada en las secciones anteriores, puede usarse para establecer una teoría de circuitos lógicos simples.

- DEFINICION: CIRCUITO LOGICO es la disposición de conductores e interruptores que conectan dos terminales.

Explica que dos interruptores pueden ser conectados en serie (en una linea de izquierda a derecha) o en paralelo.

Al circuito en serie se le relaciona con $p \wedge q$, y al circuito en paralelo con $p \vee q$.

Estos circuitos (en serie y en paralelo) pueden combinarse para formar circuitos más complicados.

Ejercicios páginas 117 a 119

Ejercicios de autoevaluación: páginas 119 y 120.

g) • <u>Comentarios:</u>

Se tiene la tendencia a ir "al grano" sin mayores explicaciones. Por ejemplo al definir proposición se explica que se estudiarán ciertos tipos de enunciados declarativos (sin decir qué son éstos), pasando de inmediato a la definición de proposición como un enunciado declarativo que puede considerarse como falso o verdadero, pero no ambos. Implícitamente excluyen como proposiciones los enunciados interrogativos, imperativos, etc., sin dar mayor explicación. Se es muy "formal" pues en cada definición o propiedad hay la preocupación de que esté bien enunciado sin mediar premisas ni explicaciones intermedias.

En el esquema general de cada definición o propiedad se observa que:

Se da la definición "a secas" y enseguida se dan ejemplos con las explicaciones pertinentes que son llamadas soluciones. Y así se pasa al nuevo concepto o propiedad del concepto enunciado, por ejemplo:

"Definición : Si dos proposiciones están uni- por la palabra «o» (o un vocablo equivalente),

al resultado se le conoce como disyunción. Si dos proposiciones se representan con letras p y q, respectivamente, entonces la disyunción se simboliza por $p \vee q$.
Ejemplo: Simbolice la disyunción, «Detenemos la inflación o aumentamos los salarios».
Solución: Asignando p para «Detenemos la inflación» y q para «Aumentamos los salarios», la disyunción puede representarse como $p \vee q$". Y continúa con otra definición.

Los ejemplos son siempre muy "concretos", aunque muy referidos al medio en que fue creado el texto, es decir se habla acerca de Sherlock Holmes, Tarzán, Jane, Dick Tracy, etc. o situaciones como "seré reclutado", declaración de impuestos o carcel, etc. Incluso utiliza localismos del idioma inglés en cuanto a la "o" excluyente o incluyente, inadecuadamente expresados a través del "o" e "y/o" (en castellano el "y/o" es también "o").

Vale mencionar que los ejercicios

llamados de aplicación y los de descubrimiento son en general excelentes; por ejemplo en la primera parte las aplicaciones al diagnóstico diferencial de enfermedades, al diagnóstico de ciertas alergias y a juicios por accidente automovilístico no sólo son excelentes sino que podrían ser muy bien los problemas centrales de una buena presentación de todo este tema, relacionado con las tablas de verdad. Estos ejercicios al ser desarrollados podrán ser ampliamente explotados, incluso para introducir diferentes conceptos. Por ejemplo para presentar el tema de conjunción, su simbolización y tabla de verdad, se analizaría el siguiente ejercicio: "En la práctica médica, un método comúnmente empleado para diagnosticar ciertas alergias hacia los alimentos es un diario dietético. Dicho método emplea una forma de registro en la que se listan los alimentos que se ingieren durante el día como se señala en la figura.

Dado que según el registro, el enfermo bebió café todos los días y la indigestión no ocurrió en todos ellos, el café debe ser eliminado como posible causante de ésta; h es: «La persona ingirió huevos», m es: «La persona co

mió pollo», p es: «La persona comió pescado»
y c es: «La persona comió carne de puerco».

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Indigestión	x						x							x	
Alimento:															
Café	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Huevos	x		x	x	x	x			x	x		x	x	x	x
Pollo	x						x	x			x		x		
Pescado	x						x							x	
Carne de Puerco			x				x			x					

Use las abreviaturas para escribir una proposición que sea verdadera:

1. El primer día
2. El séptimo día
3. El décimo cuarto día
4. Los tres días en que se presentó indigestión.
5. Con base en su respuesta al problema 4. ¿Qué alimento cree usted que provocó que la persona se indigestara?"

Respuestas:

1. $h \wedge m \wedge p$
2. $m \wedge p \wedge c$
3. $h \wedge p$
4. $(h \wedge m \wedge p) \wedge (m \wedge p \wedge c) \wedge (h \wedge p)$
5. Pescado (resaltando el hecho de que este alimento lo comió los tres días en que se presentó la indigestión).

Hay un detalle importante en la presentación de las tablas de verdad, a saber: se distingue entre el análisis y la síntesis en la tabla de verdad, según sea "recorrida" para desglosar el resultado final respecto de sus componentes o al revés a partir del estudio de las componentes concluir sobre el resultado que arroja la tabla de verdad. Lo interesante, es la similitud que esto guarda con los procesos encontrados de creación y sistematización de conocimientos matemáticos. Como en el siguiente ejemplo:

"Elabore la tabla de verdad para la proposición $\sim(p \wedge \sim q)$."

Solución: En primer lugar se descompone la proposición dada en sus anteriores componentes. La proposición $\sim(p \wedge \sim q)$ es la negación de $p \wedge \sim q$, la cual a su vez es la conjunción de las componentes $(p, \sim q)$. Pueden formularse los valores de verdad de $\sim q$ a partir de los de q, y p es en si misma una componente primitiva. De ahí que los encabezados de la tabla de verdad deberán ser $p, q, \sim q, p \wedge \sim q$ y $\sim(p \wedge \sim q)$ es lo que señala el análisis. Los números que se encuentran en la parte superior se refieren a los pasos seguidos al analizar cómo puede descomponerse la proposición dada en términos de (p, q). Los números que están en la parte inferior se refieren al orden usado en la síntesis (reuniéndolos) que requirió la proposición a partir de "p, q". Los pasos están exáctamente en orden inverso a los del análisis.

La tabla se elabora siguiendo los pasos que a continuación se indican, considerando los números que están en la parte inferior de la tabla.

1, 2.- En las columnas 1, 2 se indican cuatro pares posibles de valores de verdad para las proposiciones p y q

3.- Utilizando la columna 2 como referencia se niega la proposición q.

4.- Se combinan los valores de verdad de las columnas 1 y 3 haciendo uso de la conjunción $\wedge$. La conjunción es verdadera sólo en el caso de que ambas componentes lo sean, y falsa si ocurre de otro modo, registrando los valores de verdad para $p \wedge \sim q$ en la columna 4.

5.- Se niegan los valores de verdad de la columna 4, para introducir los de la columna 5

ANALISIS ←

5	4	3	2	1
p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
1	2	3	4	5

→ SINTESIS

Con tablas de verdad no sólo genera nuevas proposiciones con los conectivos y la negación, sino también con su elaboración comprueba, por ejemplo, equivalencia entre distintas proposiciones e intenta plantear problemas de descubrimiento que resultan interesantes, por ejemplo:

"En Villa Lógica viven cuatro hombres: el Sr. Delgado, el Sr. Moreno, el Sr. Franco y el Sr. Rubio. Uno de ellos es delgado, otro moreno, otro franco y el otro rubio, pero ninguna de las características corresponden con su nombre. Un lógico intenta determinar quién es quién y obtiene la siguiente información parcialmente correcta.

a) El Sr. Delgado es rubio
b) El Sr. Moreno es delgado
c) El Sr. Franco no es rubio
d) El Sr. Rubio no es franco

Si se sabe que tres de las cuatro proposiciones son falsas, ¿quién es el moreno? (Sugerencia: Considere los cuatro posibles conjuntos de valores de verdad para las proposiciones de la siguiente figura)"

Proposición	(I)	(II)	(III)	(IV)
(a)	V	F	F	F
(b)	F	V	F	F
(c)	F	F	V	F
(d)	F	F	F	V

Solución :

(I) Si consideramos que la proposición a) es verdadera, entonces el Sr. Delgado es rubio, y las falsas serán b) c) y d); por lo tanto quedarían: b) el Sr. Moreno no es delgado, c) el Sr. Franco es rubio y d) el Sr Rubio es franco. Lo cual no puede ser cierto dado que no pueden existir dos rubios a) y c).

(II) Si ahora suponemos que la proposición b) es verdadera, entonces el Sr. Moreno es delgado, y las falsas serán a), c) y d); por lo tanto quedarían: a) el Sr. Delgado no es rubio, c) el Sr. Franco es rubio y d) el Sr Rubio es franco. Por lo que deducimos que el Sr. Delgado es moreno.

(III) Consideramos ahora que la proposición c) es verdadera, entonces el Sr. Franco no es rubio, y las falsas serán a), b) y d); por lo tanto quedarían: a) el Sr Delgado no es rubio, b) el Sr. Moreno no es delgado, d) el Sr Rubio es franco. Por lo que concluimos que el Sr. Delgado es moreno, el Sr. Moreno es rubio y el Sr. Franco es delgado.

(IV) Por último si la proposición d) es verdadera, entonces el Sr. Rubio no es franco, y las falsas serán: a), b) y c); por lo tanto quedarían: a) el Sr Delgado no es rubio, b) el Sr. Moreno no es delgado y c) el Sr. Franco es rubio. Por lo que inferimos que el Sr. Delgado es moreno, el Sr. Moreno es franco y el Sr Rubio es delgado. Esto se muestra en la siguiente tabla.

Proposición	(I)	(II)	(III)	(IV)
a)	~~rubio~~	moreno	moreno	moreno
b)	~~franco~~	delgado	rubio	franco
c)	~~rubio~~	rubio	delgado	rubio
d)	~~franco~~	franco	franco	delgado

Y concluimos que el Sr Delgado (a) es moreno.

Las demás partes del tema de Lógica son desarrolladas en este mismo espíritu.

La parte de Lógica, incluida en Matemáticas I, pretende dar un ejemplo más de lenguaje de las matemáticas y no desarrollar la asignatura de la Lógica, por lo cual este texto, con aquel fin no sería el adecuado pues se sigue, aunque esquemáticamente, con una gran cantidad de material que cubre un curso introductorio de Lógica.

TEMA : LOGICA SIMBOLICA

(2)

a) MATEMATICA BASICA
H. García, J. García, F. Mejía
J. A. Monzoy.
Editado en CCH Plantel Naucalpan
U.N.A.M.

b) CAPITULO 2 : LOGICA
(introducción al lenguaje)
paginas: 35 a 68
Colocación : Se solicitó su donación.

c) . CONTENIDO :

Introducción :

1. Proposición : Definición. Clasificación de las proposiciones por su forma: negación, disyunción, conjunción, Proposición simple, proposición compuesta.

II Simbolización de proposiciones : Negación, disyunción, conjunción

III Tablas de verdad:	Concepto.
IV Tablas de verdad de las proposiciones elementales:	Validez de una proposición. . Tablas de verdad de: la conjunción, negación, disyunción
V Otras tablas de verdad:	Tablas de verdad de proposiciones compuestas.
VI Clasificación de las proposiciones por su validez:	Tautología. Contradicción. Mixta
VII Equivalencia lógica:	Concepto.
VIII Condicional y Bicondicional:	Conceptos

II Leyes de equivalencia lógica: Idempotencia. Conmutativa. Asociativa. Distributiva. Identidad. Complemento. D'Morgan

Ejercicios

d) • <u>Enfoque</u>

Sistematiza el conocimiento matemático adquirido en la Educación Elemental, distinguiéndose el aspecto que se refiere al lenguaje matemático. Como consecuencia, se eleva el grado de comprensión y preparación para penetrar al mundo matemático

e) • <u>OBSERVACIÓNES</u>:

En este capítulo se trata a la Lógica Simbólica solamente para complementar y desarrollar un lenguaje, tratando los siguientes aspectos: la validez de las proposiciones y la regla de formación de éstas.

f). Reseña :

1 PROPOSICIÓN :

DEFINICIÓN : Una proposición es un enunciado del cual se puede determinar si es falso o verdadero.

Comentan que una proposición es un enunciado el cual afirma una propiedad, pero independientemente de lo que afirman, éstas tienen diferentes formas.

La afirmación es sobre un objeto con un sólo atributo, o sobre varios objetos con un solo atributo, etc., por lo que existen proposiciones básicas a partir de las cuales se construyen otras; éstas son: la negación, disyunción y conjunción. Así que las proposiciones se pueden clasificar en simples y compuestas.

DEFINICIÓN : Una proposición simple es aquella proposición referida a un solo objeto y no tiene las formas de negación, disyunción o conjunción.

DEFINICIÓN : Una proposición compuesta es la proposición que no es simple.

II SIMBOLIZACIÓN DE PROPOSICIONES :

Afirman que lo que nos va a interesar de las proposiciones es el que sean falsas o verdaderas, sin tomar en cuenta el contenido gramatical de la proposición. Las proposiciones y las palabras que forman nuevas proposiciones se pueden simbolizar.

Considera una serie de letras p, q, r, s, ... con las que simboliza las proposiciones simples; con $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$, $\mathcal{S}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{U}$, ... simboliza las proposiciones compuestas; con P, Q, R, S, ... en el caso de que no interese el que sea simple o compuesta y finalmente los símbolos $\sim$, $\wedge$, $\vee$ que son los conectivos lógicos.

Les llama proposiciones compuestas elementales a:

a) Una negación $\sim p$

b) Una disyunción $p \vee q$

c) Una conjunción $p \wedge q$

Son también proposiciones compuestas:

a) Negación $\sim \mathcal{P}$

b) Disyunción $\mathcal{P} \vee \mathcal{Q}$

c) Conjunción $\mathcal{P} \wedge \mathcal{Q}$

CONCLUSIÓN: Una proposición es un enunciado del que se puede conocer que es falso o verdadero, luego las proposiciones compuestas elementales y las formadas a partir de estas son falsas o verdaderas.

Ejercicio página 41

III TABLAS DE VERDAD: Explican que el valor de verdad de una proposición es el hecho de ser, o bien verdadera, o bien falsa, es decir, se encuentra su validez, donde a cada proposición se le permite tener únicamente uno de esos valores.

IV TABLAS DE VERDAD DE LAS PROPOSICIONES ELEMENTALES: Comentan que la validez de una proposición compuesta depende de los valores de verdad de las proposiciones que la componen.

DEFINICIÓN: Una negación es verdadera si su componente es falsa y viceversa.

DEFINICION: Una disyunción es falsa únicamente cuando las dos componentes son falsas.

DEFINICIÓN: Una conjunción es verdadera únicamente cuando las dos componentes son verdaderas.

Simbolizan con V o F si es verdadera o falsa la proposición

DEFINICION: La tabla de verdad de una proposición es el modelo que representa todas las posibles combinaciones diferentes de valores de verdad de sus componentes y de ella.

Ejercicio página 44

V OTRAS TABLAS DE VERDAD:

Explican que a partir de las proposiciones compuestas elementales, y de los símbolos $\sim$, $\wedge$, $\vee$ se forman nuevas proposiciones, consecuentemente estas tienen un valor de verdad. El valor de verdad de esta última proposición depende de las proposiciones compuestas dadas, y en su caso, éstas de las proposiciones simples.

Ejercicio página 48

VI CLASIFICACION DE PROPOSICIONES POR SU VALIDEZ :

DEFINICIÓN : Una proposición es tautología si para cualquier valor de verdad de las proposiciones que la forman resulta verdadera.

DEFINICIÓN : Una proposición es contradicción si para cualquier valor de verdad de las proposiciones que la forman resulta falsa.

DEFINICIÓN : Una proposición es mixta si no es tautología ni es contradicción.

Ejercicios páginas 49

VII Equivalencia Lógica: Comentan que dos proposiciones son lógicamente equivalentes si tienen la misma validéz, esto es, si el resultado final de sus tablas de verdad es el mismo

Ejercicio página 50

VIII CONDICIONAL Y BICONDICIONAL :

...efinen dos tipos de proposiciones muy usadas en Matemáticas: La condicional y la bicondicional que tienen la forma siguiente: si P entonces Q y P si y sólo si Q; donde P y Q son proposiciones que se enlazan con dos nuevos conectivos simbolizados por $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$ respectivamente.

Establecen la equivalencia de las proposiciones: $P \rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$.

Explican que la condicional es falsa únicamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso

Enuncian las diferentes formas de la condicional $Q \rightarrow P$ (recíproca), $\sim Q \rightarrow \sim P$ (contrapuesta) y $\sim P \rightarrow \sim Q$ (inversa)

Ejercicios página 52

En cuanto a la bicondicional expresan que es la misma que la conjunción de la condicional y su recíproca. La bicondicional es verdadera cuando los valores P y Q son los mismos y falsa cuando tienen valores distintos.

Ejercicios página 54

IX LEYES DE EQUIVALENCIA LÓGICA:

Explican que determinadas equivalencias lógicas son esenciales, a éstas son a las que llamaremos leyes de Equivalencia Lógica. Para demostrar la validez de estas leyes, hay que construir sus tablas de verdad.

Ejercicios: páginas 57
Ejercicios de todo el capítulo: páginas 58 a 68

g) • Comentarios:

Define a una proposición como: "un enunciado el cual afirme una propiedad", enseguida ejemplifica con enunciados que son proposiciones y con otros que no lo son, entre éstos muestra como ejemplo: "x es par" Se está contradiciendo ya que este enunciado afirma que x es par; claro está, es una proposición abierta que de inmediato no se puede saber si es verdadera o falsa hasta no saber cual es el conjunto satisfactor o universal de la variable.

Explica que: "una proposición simple es aquella proposición referida a un solo objeto y no tiene ninguna de las formas descritas anteriormente", (aquí se refiere a la negación, disyunción y conjunción, indicadas antes, únicamente en su forma). Una proposición simple se puede referir a varios objetos y sin formar una negación, disyunción o conjunción.

Considera una serie de letras $p, q, r, s, \ldots$ con la que simboliza proposiciones simples, con $\mathcal{P}\ \mathcal{Q}\ \mathcal{R}\ \ldots$

simboliza proposiciones compuestas y con $P, Q, R\ldots$ en el caso de que no interese el que sea simple o compuesta. Tanto simbolismo para las proposiciones no es necesario y por el contrario puede crear confusión en los alumnos.

Analiza a las proposiciones para saber de qué tipo son, como en el siguiente ejemplo:

"La proposición $\sim(P \wedge Q) \vee R$, se analiza de la siguiente manera: $(P \wedge Q)$ es una conjunción, $\sim(P \wedge Q)$ es una negación, luego $\sim(P \wedge Q) \vee R$ es una disyunción." Esto es importante sobre todo para saber qué es y como se construye una proposición en una tabla de verdad.

En el tema "tablas de verdad" comenta que no consulta el contenido gramatical de las proposiciones, únicamente trata con su representación simbólica e indica cuándo es verdadera o falsa la negación; cuándo es falsa la disyunción y cuándo es verdadera la conjunción, a manera de reglas fijas sin dar a conocer el por qué.

En cuanto a la condicional

expresa que: "$P \rightarrow Q$ es la misma que $\sim P \vee Q$" (¿por qué?), y enseguida construye la tabla a partir de su equivalencia. Lo mismo hace para la bicondicional, menciona que: "$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$", y a continuación elabora la tabla a partir de su equivalencia, sin hacer ningún análisis previo.

Al referirse a las leyes de equivalencia, en particular a las de identidad y complemento, nunca menciona el significado de lo que quiere decir $\mathcal{T}$ y $\mathcal{C}$:

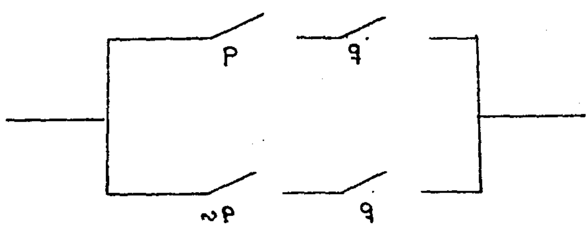
$$P \vee \mathcal{T} \equiv \mathcal{T}$$
$$P \vee \mathcal{C} \equiv P \quad \text{etc.}$$

Se debió haber especificado que $\mathcal{T}$ es una tautología (una proposición que siempre es verdadera) y $\mathcal{C}$ es una contradicción (una proposición que siempre es falsa).

Los ejercicios son interesantes y completos porque contemplan todos los temas desarrollados, al igual que las aplicaciones de los conceptos lógicos a circuitos eléctricos, donde se observa que se cumplen los objetivos de los autores de complementar y desarrollar un lenguaje, como el siguiente ejercicio:

"Es preciso construir un circuito eléctrico para un dormitorio, con un foco siendo deseable tener dos apagadores, uno junto a la puerta y otro sobre la cabecera; el movimiento de cualquiera de los apagadores, independientemente de la posición que ocupa el otro, debe de desconectar el circuito si anteriormente estaba conectado, y conectarlo si estaba desconectado. (sugerencia: represente cada apagador por una proposición p, q)."

SOLUCION:



p	q	TABLA DE VERDAD
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q)$$

TEMA: LOGICA SIMBOLICA

(3)

a) 1 semestre MATEMATICAS PARA BACHILLERATO
Ignacio M. Lizárraga. Marco A. Flores. Salvador
Vázquez
Editorial Progreso S.A.

b) UNIDAD 2:
LOGICA SIMBOLICA
paginas 34 a 74
Colocación: QA39.2L59

c) • <u>CONTENIDO</u>:

Proposiciones, negación y conectivos:	Proposición simple. Proposición abierta. Proposición cerrada. Negación: proposiciones afirmativas y negativas. Conectivos: proposición compuesta
Conjuntos y proposiciones:	Simbolización
El conectivo V	Disyunción: inclusiva y exclusiva

Tablas de verdad y circuitos lógicos:	Conjunción. Disyunción. Proposiciones condicionales. Doble implicación. Tablas de verdad. Circuitos Lógicos Proposición recíproca y contrarecíproca.
Propiedades y leyes de las proposiciones:	Leyes de De Morgan Propiedades distributivas.
Deducción Lógica. Reglas de inferencia:	Modus ponens. Modus Tollens Modus disyuntivo. Modo conjuntivo. Silogismo. Casos más dificiles.
Cuantificadores:	Simbolos de la cuantificación. Negación de los cuantificadores. Cuantificaciones y diagramas de Venn Euler.

d). Enfoque:

Este libro trata de determinar los principios para el aprendizaje de las matemáticas, de manera unificada, considerándolas como un lenguaje claro y preciso, y como instrumento de otras disciplinas. Estableciendo que los conceptos matemáticos se deben razonar.

e). OBSERVACIÓNES: Desarrolla los temas en forma breve, faltando detalles para precisarlos.

f). Reseña:

PROPOSICIONES, NEGACION Y CONECTIVOS: Explica que la lógica es una disciplina que necesita argumentos válidos y verdaderos Con un ejemplo sencillo muestra la diferencia entre lo que es una conjunción y una disyunción

- Definición: Una proposición simple es aquella que tenga sujeto, del cual se diga algo; un verbo que indique acción, y un complemento que complete la acción del verbo.

Puntualiza que para simbolizar una proposición se utilizan letras mayúsculas. A una proposición que no tenga determinado el sujeto le llama proposición abierta de lo contrario será cerrada.

Al introducir la negación clasifica a las proposiciones como afirmativas y negativas.

Afirma que al unir por medio de una expresión dos o más proposiciones simples, formamos una expresión compuesta

- OBSERVACIÓN: En esta parte introduce la conjunción únicamente como ejemplo de proposición compuesta.

Ejercicios páginas 38 y 39

CONJUNTOS Y PROPOSICIONES:

Utiliza un diagrama de Venn para representar a las proposiciones simples, compuestas y la negación.

Ejercicios página 41

CONECTIVO V:

Analiza el conectivo de la disyunción, con sus dos opciones:

la disyunción exclusiva (cuando la opción de una de las proposiciones elimina a la otra o viceversa) y la disyunción inclusiva (la explica con un ejemplo). Ejercicios página 42 y 43

TABLAS DE VERDAD Y CIRCUITOS LOGICOS: Introduce el concepto de valor de verdad explicando que las proposiciones compuestas dependen de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen.

Manifiesta que la conjunción dá idea de simultaneidad y con un ejemplo forma su tabla de verdad. Así también lo hace para la disyunción y la proposición condicional. En la doble implicación o bicondicional forma su tabla de verdad con su equivalente $(M \Rightarrow N) \wedge (N \Rightarrow M)$ sin ningún ejemplo en particular.

Da ejemplos de tablas de verdad con. más de dos proposiciones simples.

Establece la tabla de verdad de la negación con un ejemplo diciendo que es una operación unaria.

Muestra una forma diferente de tablas de verdad llamándolas tablas binarias de la conjunción, disyunción, implicación y bicondicional.

Explica que para comprender el funcionamiento de una tabla de verdad utiliza el modelo de un circuito lógico en donde un interruptor es una proposición simple (si está conectado será verdadera, si está desconectado será falsa); un foco es una proposición compuesta (si está encendido es verdadera, si está apagado será falsa). Analiza un circuito en serie que sirve de modelo para la conjunción; un circuito en paralelo es el modelo que representa a la disyunción al igual que la implicación

- OBSERVACIÓN: Al analizar la implicación afirma que $P \Rightarrow Q = \sim P \vee Q$

La bicondicional dice que se puede representar como un circuito en escalera y lo esquematiza.

Define lo que es una tautología con ejemplos con tablas.

Muestra la recíproca de una proposición condicional y también su contrarrecíproca.

Ejercicios páginas 46, 47, 49, 50, 52, 5$, 55, 56

PROPIEDADES Y LEYES DE LAS PROPOSICIONES:

Afirma que dentro del estudio de la lógica se tienen dos leyes muy importantes que son las De Morgan. Presenta también la propiedad distributira mediante una tabla de verdad y circuitos.

Ejercicios páginas 57 y 58

DEDUCCION LOGICA.

REGLAS DE INFERENCIA:

Expresa la necesidad de conocer la veracidad o la falsedad de una argumentación usando las reglas de inferencia o deducción lógica.

Explica el Modus Ponens con ejemplos y mostrando su tabla de verdad.

Así también lo hace para el Modus Tollens, Modus disyuntivo, Modo conjuntivo y silogismo. (los tres últimos, únicamente con ejemplos).

Comenta que a menudo se tienen razonamientos que no son fáciles de comprender y en los que se dificulta saber si es verdadera o falsa la conclusión, por lo que aconseja que es conveniente simbolizar las expresiones y hacer un razonamiento formal con base en las reglas de deducción. Con ejemplos analiza lo antes dicho.

Ejercicios páginas 60, 61, 62, 63, 65 y 66

CUANTIFICADORES: Explica que la cuantificación es muy importante para la completa comprensión de una proposición y de su representación simbólica.

Presenta el cuantificador universal, el existencial y la negación de las proposiciones cuantificadas.

Señala que todos los conceptos lógicos se pueden representar en diagramas de Venn; expone algunos ejemplos de cuantificaciones que pueden ser representados por ellos.

Ejercicios páginas 68, 69 y 71

Problemas propuestos: 72 a 74

g). Comentarios:

Al iniciar esta unidad menciona que: "la Lógica es una disciplina que requiere de argumentos válidos y verdaderos", esto no es necesariamente, ya que la Lógica nos muestra, entre otras cosas, la manera de decidir si un argumento es válido o no, formalmente.

Enseguida indica que: "la empleamos para determinar que de un hecho puede deducirse otro". De esto se podría concluir que la Lógica es un instrumento útil en la construcción de conocimientos, ya que facilita relacionarlos en forma coherente.

Sin más explicación introduce las palabras conjunción (y) y disyunción (o) y más adelante manifiesta que la disyunción da idea de alternativa inclusiva, no exclusiva.

Define a una proposición simple como aquella que tenga un sujeto un verbo y un complemento, esto no es fundamental, ya que primero deberla definir lo que es una proposición (es el enunciado en el que se afirma o niega un concepto). y después explicar lo que es una proposición simple puntualizando que es la que no contiene a otra proposición como parte suya.

Al referirse a los conectivos dice : " al unir por medio de alguna <u>expresión</u> dos o más proposiciones simples, formamos una expresión compuesta". Lo cual es poco preciso ya que no aclara de inmediato cuales son esas expresiones que unen.

Cuando presenta las tablas de verdad da ejemplos que más que orientar, desorientan al alumno sin hacerlo razonar del por qué son verdaderas o falsas las proposiciones compuestas, como en el caso de la disyunción ejemplificada con lo siguiente:

" A: Silvia tiene un gato (F)
B: Silvia tiene un perro (V)
A v B: Silvia tiene un gato o un perro."

Otro ejemplo, para ilustrar la proposición condicional es:

"P: Alicia nació en Londres (V)
Q: Alicia es francesa (F)
$P \Rightarrow Q$: Si Alicia nació en Londres entonces es francesa (F)"

Otra muestra de esto es el siguiente:

"P: Las vacas vuelan (F)
Q: Los tigres tienen escamas (F)
$P \Rightarrow Q$: Si las vacas vuelan entonces los tigres tienen escamas (V)"

Sin dar mayor explicación y profundidad en estos resultados, por lo que puede confundir al alumno.

Muestra la forma de elaborar tablas de verdad con dos o más proposiciones simples y después explica cómo obtener el número de combinaciones de valores de verdad para estructurar proposiciones compuestas y esto debe ser analizado antes de construir tablas de verdad ya que estas combinaciones son las primeras columnas que constituyen una tabla.

Introduce los modelos de circuitos lógicos para comprender el funcionamiento de las tablas de verdad. Pero al mostrar el circuito lógico de la implicación comenta que es un circuito en paralelo y de ahí deduce que se puede afirmar que: "$(P \Rightarrow Q) \equiv \sim P \vee Q$", sin dar ninguna explicación; el alumno se preguntará por qué. Lo mismo sucede con la bicondicional, al indicar que se representa con un circuito en escalera.

Al referirse a la negación de proposiciones cuantificadas muestra una tabla que, según explica, sirve de "guía":

AFIRMACION	NEGACION
todo $\forall x$ algo $\exists y$	no todo algo no $\not\forall x$
algo no no todo $\not\forall p$ nada $\not\exists z$	nada $\not\exists y$ todo $\forall p$ algo $\exists z$

Es bastante confusa ya que por un lado dice que en la afirmación de algo ($\exists y$), su negación es algo no ($\not\forall x$); en la afirmación de algo no ($\not\forall p$), su negación es nada ($\not\exists y$) lo cual es un error, ya que en general la negación de cualquier proposición de la forma $\forall x : p$ (para todo x) es la proposición correspondiente $\exists x : \sim p$ (existe al menos una x tal que); la negación de cualquier proposición de la forma : $\exists x : q$ (existe al menos una x tal que) es la proposición correspondiente $\forall x : \sim q$ (para todo x).

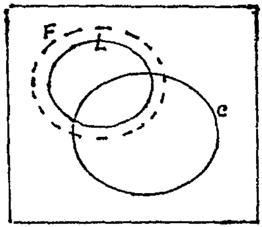
Presenta diagramas de Venn-Euler para representar los conceptos lógicos con ejemplos bastante claros, como el siguiente: Si:
"Todos los leones son feroces".
"Ciertos leones detestan el café."
"Ciertos animales feroces detestan el café"
representa las proposiciones en un diagrama de Venn.

Solución:

Se identifican las siguientes proposiciones en el diagrama:

L: Los leones son feroces

F: Los animales que son feroces
C: Los animales que detestan el café



La proposición L está completamente contenida en la proposición F ya que en el enunciado se usa el cuantificador universal (todos los leones son feroces).
La proposición C solamente toca una región de la proposición L, ya que se utilizó el cuantificador existencial (Ciertos leones detestan el café).
Por otro lado la conclusión a que se llega es correcta y sólo permite que la proposición F y la C tengan una región en común.

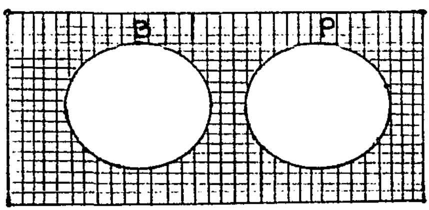
En lo que se refiere a los problemas propuestos muestra una tabla de verdad donde hay que sustituir los símbolos ✻ y ◇ por los conectivos correctos, siendo éste un ejercicio atinado:

R	S	$\sim R$	$\sim R * S$	$(\sim R * S) \diamond S$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

$*$ es $\Leftrightarrow$

$\diamond$ es $\wedge$

Otro problema bastante discutible es el siguiente: "Representar en un diagrama de Venn-Euler la siguiente proposición y comprobar que es una contradicción:
'La inflación no nos beneficia ni nos perjudica, sino todo lo contrario' "

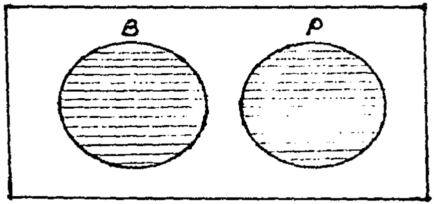


B = { beneficios }

P = { perjuicios }

no nos beneficia ni nos perjudica

$\sim B \quad \wedge \quad \sim P$



no nos beneficia ni nos perjudica, sino todo lo contrario: $\sim(\sim B \wedge \sim P)$

Aplicando la ley de De Morgan: $\underline{\underline{B \vee P}}$

Concluimos que: "La inflación o nos puede beneficiar o nos puede perjudicar".

Lo cual no es una contradicción porque el resultado no es el conjunto vacío.

En general se puede opinar que esta unidad está elaborada en lenguaje sencillo y accesible.

TEMA: LOGICA SIMBOLICA

a) MATEMATICAS I (Bachillerato) (4)
I.M. Lizárraga G., S. Madrigal H.
A. Rosas P
Impresión de los autores

b) Tercera unidad: Lógica simbólica
páginas 65 a 106
Colocación QA 39.2 C54

c)• Contenido

- Proposiciones y conectivos: Proposición simple, proposición abierta, proposición cerrada, proposición compuesta conectivos, negación.

- Tablas de verdad: De: la conjunción, disyunción y sus circuitos lógicos. Condicional y su circuito lógico. Bicondicional y su circuito lógico.

- Leyes de De Morgan

- Cuantificadores: Cuantificador universal, cuantificador existencial y sus negaciones.

- Deducción logica: Modus Ponens, Modus Tollens, Modus disyuntivo, silogismo

- Paradojas.

- Problemas por resolver.

d). Enfoque: Trata de enfocar su estudio hacia la comprensión de las operaciones lógicas, los valores de verdad de una proposición y la deducción lógica.

e). OBSERVACIONES : Esta publicación es la guía que puede utilizar tanto maestro como alumno para cubrir el programa correspondiente al primer semestre. Sirve como base para lograr una mayor investigación en otros textos, ya que los temas son tratados superficialmente. Primero aborda el tema de teoría de conjuntos y enseguida Lógica.

f) • Reseña :

Proposiciones y conectivos :

Introduce los términos de conjunción y disyunción diciendo que no tienen el mismo sentido. Explica que la conjunción nos da idea de simultaneidad, en cambio la disyunción da la idea de alternativa inclusiva, no exclusiva.

Define lo que es una proposición simple, mencionando que es aquella oración que tenga un sujeto del cual se diga algo, un verbo que indique una acción y un complemento.

Se refiere a las proposiciones abiertas como aquellas que no tienen determinado el sujeto, de lo contrario son proposiciones cerradas.

Puntualiza que cuando unimos por medio de alguna expresión dos o más proposiciones simples tenemos una proposición compuesta. Para unir o conectar a dos proposiciones simples, para formar una proposición compuesta, se usan los conectivos. Ejercicios pág. 69, 70 y 71

Tablas de verdad:

Expone las posibilidades o combinaciones de valores de verdad para una y dos proposiciones simples y explica que cada posible combinación deberá tener un valor determinado para cada operación lógica.

Con ejemplos introduce las tablas de verdad de la conjunción, disyunción condicional y doble implicación (la tabla la construye con su equivalencia de $(M \Rightarrow N) \wedge (N \Rightarrow M)$)

Usa el modelo de un circuito lógico (donde un interruptor representa una proposición simple; si el interruptor está conectado nos indicará que la proposición es verdadera de lo contrario será falsa) para que ayude a comprender el funcionamiento de una tabla de verdad

Analiza el circuito en serie para la conjunción, el circuito en paralelo para la disyunción e implicación, y para la doble implicación o bicondicional un circuito en escalera. Así también elabora proposiciones compuestas con más de dos proposiciones simples, sus tablas de verdad y los circuitos lógicos que le corresponden.

Ejercicios pág. 74, 75, 77, 81
84 y 85

Leyes de DE MORGAN: Explica que dentro del estudio de la Lógica se tienen dos leyes muy importantes, conocidas como Leyes de De Morgan demostrándolas con tablas de verdad.

Comenta que hay una relación muy estrecha entre la lógica y los conjuntos.

Ejercicios: pág. 86

Cuantificadores: Indica que las palabras TODOS, ALGUNOS y NINGUN son palabras que cuantifican. La cuantificación es algo muy importante para la completa comprensión de una proposición y su representación simbólica. Especifica que el cuantificador universal se usa para dar idea de la totalidad y el cuantificador existencial expresa idea de la existencia de algo.

· CONCLUSIÓN: Deduce que hay tres niveles de cuantificación

TODO $\forall x$

ALGO $\exists x$

NADA $\nexists x$

Ejercicios: pág. 89, 90 y 91

Deducción lógica:

Manifiesta que para poder demostrar la veracidad de una proposición o de un argumento, se requieren ciertas reglas que deben ser veraces.

La primera regla que trata es el MODUS PONENS que se refiere a una condicional; enseguida el MODUS TOLLENS que también parte de una condicional

aclarando que tanto el
MODUS PONENS como el MO-
DUS TOLLENS son expresiones
o argumentos siempre ciertos
Una tercera forma de razo-
namiento es el MODUS DISYUN
TIVO que se refiere a una
disyunción y la negación
de uno de sus componentes.
Y por último el SILOGISMO
que se refiere a dos impli-
caciones.

Comenta que a me-
nudo tenemos razonamientos
o expresiones que por su
forma rebuscada no es
fácil comprenderlos y se
dificulta saber si es co-
rrecta la deducción hecha.
Cuando esto ocurre es con-
veniente simbolizar las ex-
presiones y hacer un razona
miento formal con base en las
reglas de deducción.
Ejercicios: pág. 92, 93, 94, 102
y 103.

Paradojas:

Comienza este tema preguntando ¿qué es una paradoja? y continúa diciendo que, como afirma Gilbert, son argumentos que «burlan alegremente el sentido común». Enumera algunas paradojas y analiza paso a paso cada una de ellas.

Ejercicios pág. 106

Problemas por resolver: páginas 106 a la 111.

g). Comentarios:

Esta unidad parte del uso intuitivo de "y" y "o" porque comienza preguntando: ¿Será lo mismo decir: "como o bebo" a decir "como y bebo"? y continúa diciendo que: "la contestación del lector lógicamente es negativa" y de inmediato menciona "La conjunción (y) no tiene el mismo sentido que la disyunción (o)", sin ningun antecedente, ni explicacion clara acerca de estos términos.

Al definir lo que es una proposición simple indica que es aquella oración que tenga sujeto, verbo y complemento, y la ejemplifica con la expresión $3+x^2=x$, mencionando que: "$3+x^2$ es el sujeto, $=$ es el verbo y x es el complemento", lo cual puede confundirnos, ya que nos preguntaríamos: ¿por qué? el "+" no es verbo puesto que indica acción?

Señala que proposición abierta es aquella que no tiene determinado el sujeto, y en la proposición "llueve" (que la usa como ejemplo más adelante), también nos preguntaríamos: ¿es proposición abierta?.

Además en un momento se utiliza la igualdad de proposiciones, sin que se aclare qué puede ser esto, como en:

$$P \wedge Q = Q \wedge P$$
$$P \vee Q = Q \vee P$$
$$\sim(P \vee Q) = \sim P \wedge \sim Q \quad \text{etc.}$$

Lo correcto es utilizar el símbolo de equivalencia:

$$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$$
$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$
$$\sim(P \vee Q) \equiv \sim P \wedge \sim Q$$

No aparece ninguna discución sobre la implicación formal, que resulta siempre tan problemática para comprender la tabla de verdad, y muestra los siguientes ejemplos para poderla construir:

"P: Juan vive en México (V)
Q: Juan vive en América (V)
$P \Rightarrow Q$: Si Juan vive en México, entonces vive en América (V).
P: Alicia nació en Londres (V)
Q: Alicia es francesa (F)
$P \Rightarrow Q$: Si Alicia nació en Londres, entonces es francesa.
P: Los gatos son herbívoros (F)

Q: Los perros son carnívoros (V)
$P \Rightarrow Q$: Si los gatos son herbívoros entonces los perros son carnívoros (V) (preguntaríamos ¿por qué?)
P: Las vacas vuelan (F)
Q: Los tigres tienen escamas (F)
$P \Rightarrow Q$: Si las vacas vuelan entonces los tigres tienen escamas (V) (¿por qué?) "
Pudo haber utilizado el primer ejemplo, para ejemplificar los demás renglones de la tabla y quedar en forma más coherente, así también debió discutir sobre el antecedente y el consecuente.

En otros casos se confunde el Modus Ponens que es una regla de inferencia con una particularización, casos de argumentación que no son ni Modus Ponens ni Modus Tollens, como el siguiente ejercicio que propone:
" Decir en cada caso, si se trata de modus ponens o modus tollens:
Siempre que llueve se complica el tránsito.
Como se complicó el tránsito
Es que llovió "
No corresponde a ninguna regla de inferencia.

Hay una serie de ejemplos de circuitos, deducción lógica, paradojas, etc. que pueden resultar muy interesantes para los alumnos porque les muestra el uso de la Lógica, como los siguientes:

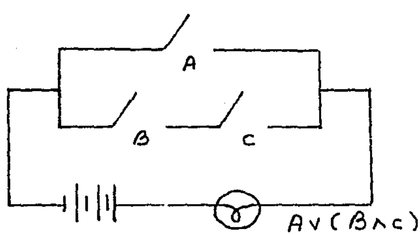
"Primero analizaremos el ejemplo:

$$A \vee (B \wedge C)$$

La tabla de verdad es

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

El circuito lógico correspondiente es:



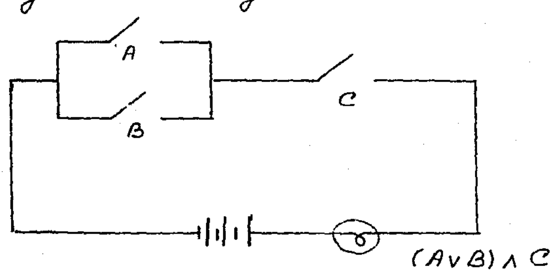
Ahora hagamos la asociación de la siguiente manera:

$$(A \vee B) \wedge C$$

La tabla de verdad queda:

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \wedge C$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

El circuito lógico es el siguiente:



Vemos por las tablas y circuitos lógicos anteriores

que: $A \vee (B \wedge C) \not\equiv (A \vee B) \wedge C$
por lo cual es recomendable fijarse en la forma de asociar las proposiciones, para que realmente representen lo que se desea."

Otro ejemplo que se refiere a deducción lógica es el siguiente:
"Si el maestro enseña bien su materia, el alumno asimila más y la escuela se supera. Si el alumno asimila más, se prepara mejor para la vida. Si la escuela se supera, tendrá más demanda estudiantil. Por tanto si el maestro enseña bien, el alumno se prepara mejor para la vida y la escuela tendrá más demanda estudiantil.

Primeramente simbolicemos cada proposición simple:

M: El maestro enseña bien su materia
A: El alumno asimila más.
E: La escuela se supera
V: El alumno se prepara mejor para la vida.
D: La escuela tendrá más demanda estudiantil.

Ahora, transcribamos simbólicamente el texto anterior, esto es:

1) $M \Rightarrow (A \wedge E)$
2) $A \Rightarrow V$
3) $E \Rightarrow D$

---

4) $M \Rightarrow (V \wedge D)$

Hagamos posteriormente la argumentación de manera que SUPONGAMOS o formemos la HIPOTESIS de que se cumpla la proposición M:

5) M . . . . se cumple por hipótesis
6) $A \wedge E$ . . . aplicando un modus ponens entre 1) y 5)
7) A . . . . aplicando el modo conjuntivo en 6)
8) E . . . . aplicando el modo conjuntivo en 6)
9) V . . . . aplicando el modus ponens entre 2) y 7)
10) D . . . . aplicando el modus ponens entre 3) y 8)
11) $V \wedge D$. .. de las proposiciones 9) y 10)
12) $M \Rightarrow (V \wedge D)$... de 5) y 11)

El razonamiento anterior nos indica que a partir de la proposición M (HIPOTESIS) hemos deducido o argumentado $V \wedge D$ a través del texto dado en un principio y aplicando las reglas de deducción. Es decir que se cumple $V \wedge D$, si se cumple la hipótesis M; por tanto podemos escribir la expresión condicional 12). Por todo lo anterior hemos demostrado que la argumentación presentada al principio, es válida."

Por último se muestra la siguiente paradoja:

"Un estudiante de Derecho al cual uno de sus profesores le ofreció pagar todos los gastos de su carrera, comprometiéndolo a que al momento de recibirse y ganar su primer caso debería pagarle todo lo que le adeudaba. Habiéndose recibido el estudiante y pasado algún tiempo, su antiguo maestro lo mandó llamar recordándole la promesa de que al ganar su primer caso debería pagarle, a lo que el estudiante le hizo saber que aún no había ganado ni un solo caso y que si el maestro, al cual veía muy enojado, deseaba llevar ante los tribunales su caso, él mismo se defendería. Resultaba que si los jueces decidían que había que pagarle a su maestro el estudiante perdería el caso con lo cual perdía la obligación de pagarle. Y si el estudiante ganaba el caso valiéndose de la decisión de los jueces no debería pagarle al maestro".

Aunque la relación entre estos problemas y el desarrollo del lenguaje de la lógica simbólica no aparece nada clara (el objetivo de tratar este tema es para complementar y desarrollar un lenguaje), y un caso extremo además de que no es propio para el nivel, es cuando se deja al alumno a que investigue las paradojas de Zenón (la lucha que comenzó en la antigüedad con las paradojas jamás ha cesado).

Este texto fue realizado antes que el de: "I semestre Matemáticas Bachillerato", por el mismo autor, por lo que hay semejanza en contenido y en consecuencia algunos comentarios son similares.

TEMA : LOGICA SIMBOLICA

(5)

a) ALGEBRA
Florence M. Loraglia . Merrit A. Elmore
Donald Conway
Editorial Harla

b) CAPITULO 1 : Conjuntos y Lógica
páginas: 14, 15 a 38
secciones 1-15 a 1-35
Colocación QA154 L672

c) • CONTENIDO :

1.15 LOGICA : Definición. Razonamiento inductivo. Razonamiento deductivo.

1.16 ENUNCIADOS: Definición .

1.17 ENUNCIADOS ESPECÍFICOS Y ENUNCIADOS GENERALES : Enunciado general. Enunciados específicos . Valor de verdad.

1.18 GRAFICA DE UN ENUNCIADO ESPECIFICO: Diagrama. de Euler.

1.19 GRAFICA DE UN ENUNCIADO GENERAL: Diagrama de Venn.

1.20 ENUNCIADOS COMPUESTOS:

1.21 CONJUNCION DE DOS ENUNCIADOS: Conjunción.

1.22 DISYUNCION DE DOS ENUNCIADOS: Disyunción.

1.23 GRAFICA DE UN TIPO IMPORTANTE DE ENUNCIADOS ESPECIFICOS: Gráfica.

1.24 NEGACION DE UN ENUNCIADO: Negación.

1.25 NEGACION DE UN ENUNCIADO COMPUESTO: Gráficas.

1.26 NEGACION DE "ES UN SUBCONJUNTO DE": Gráficas.

1.27 IMPLICACIONES: Implicación.

1.28 OTRAS FORMAS DE UNA IMPLICACION: Diferentes modos.

1.29 RECIPROCA O INVERSA DE UNA IMPLICACION: Definición.

1.30 ENUNCIADOS EQUIVALENTES: Definición.

1.31 LA CONTRAPOSITIVA DE UNA IMPLICACION: Definición.

1.32 CADENA DE IMPLICACIONES: Ejemplo.

1.33 SILOGISMO : Ejemplo.

1.34 RAZONAMIENTO DE-
DUCTIVO : Definición.

1.35 LA DEMOSTRACIÓN
"ENUNCIADO-JUSTIFICACIÓN : Ejemplo.

d) • Enfoque :

El principal propósito de este libro es desarrollar comprensión y habilidad en el uso del álgebra. Hace énfasis en la estructura de las matemáticas y en el uso del razonamiento deductivo.

e) • OBSERVACIONES:

El tema de Lógica se trata al mismo tiempo que conjuntos. A las proposiciones les llama enunciados. Cada uno de los temas los trata en forma breve pero bien ejemplificados.

f). Reseña

1.15 LOGICA :

Mencionan que Lógica es el estudio del razonamiento, existiendo dos tipos de razonamiento: inductivo y deductivo, con ejemplos de cada uno de ellos.

- OBSERVACION: En el estudio de la lógica se analizan algunas de las ideas importantes contenidas en el razonamiento deductivo, que es la forma como se desarrolla la matemática en una estructura coherente y útil.

1.16 ENUNCIADOS :

Explican que en lógica se tratan proposiciones de las que se pueda decidir si son verdaderas o falsas, es decir, que todos los términos y símbolos deben estar definidos y tener significado. A estas proposiciones las llama enunciado

- OBSERVACION: Si se tratara de una proposición abierta se debe saber el conjunto satisfactor y así deducir si es verdadera o falsa.

• OBSERVACION: En la sección 1.10 se define lo que es un conjunto satisfactor, conjunto verdad para las proposiciones abiertas. Ejemplifica enunciados y proposiciones que no son enunciados lógicos.

1.17 ENUNCIADOS ESPECÍFICOS Y ENUNCIADOS GENERALES:

Cuando un enunciado tiene un conjunto verdad que es subconjunto de su conjunto satisfactor lo llaman enunciado general.

A un enunciado del que se puede decir inmediatamente si es falso o verdadero lo nombran enunciado específico es decir, que tiene un valor de verdad.

• OBSERVACION: Un enunciado general no necesita tener una letra como variable, sino que una palabra o frase puede desempeñar el papel de variable.

1.18 GRAFICA DE UN ENUNCIADO ESPECÍFICO: A los enunciados los representa con diagramas de Venn, ejemplificándolos.

1.19 Gráfica de UN ENUNCIADO GENERAL: Mediante un diagrama de Venn se representa un enunciado general, trazando el conjunto verdad del enunciado dentro del conjunto satisfactor.

1.20 ENUNCIADOS COMPUESTOS: Al combinar dos o más enunciados de diversas maneras mediante conjunciones (gramaticales) u otros vocablos, se forman enunciados compuestos que tendrán un valor de verdad.

- OBSERVACION: El valor de verdad o conjunto verdad depende de los valores de verdad o de los conjuntos verdad de los enunciados que lo componen.

1.21 CONJUNCION DE DOS ENUNCIADOS: Definen que la conjunción de dos enunciados se forma uniéndolos mediante la conjunción gramatical "y".

Determinan el valor de verdad de la conjunción de dos enunciados específicos y de la conjunción de dos proposiciones abiertas.

1.22 DISYUNCION DE DOS ENUNCIADOS : Definen que la disyunción de dos enunciados se forma uniéndolos mediante la palabra "o".

Determinan el valor de verdad de la disyunción de dos enunciados específicos y de la disyunción de dos proposiciones abiertas.

1.23 GRAFICA DE UN TIPO IMPORTANTE DE ENUNCIADOS ESPECÍFICOS : Comentan que el tipo de enunciados que dice que un conjunto es subconjunto de otro es particularmente importante en lógica.

Ejercicios de las secciones 1.15 a 1.23 páginas 20 y 21

1.24 NEGACION DE UN ENUNCIADO: Definen que la negación de un enunciado dado, es otro enunciado que dice que el enunciado dado es falso.

1.25 NEGACION DE UN ENUNCIADO COMPUESTO: Mediante ejemplos y diagramas de Venn lo ilustran.

1.26 NEGACION DE: "ES UN SUBCONJUNTO DE": Interpretan la palabra "algún" con el sentido de "por lo menos un" refiriéndose a un conjunto S que no es subconjunto de T, lo que significa que algun elemento de S no lo es de T

Ejercicios de los secciones 1.24 a 1.26 páginas 25 y 26

1.27 IMPLICACIONES : Con un ejemplo introducen la implicación que se forma a partir de dos enunciados generales en un orden particular, uniéndolos mediante las conjunciones (gramaticales) "si" y "entonces", describen cuál es la hipótesis (antecedente o parte dada) y la conclusión (consecuente o parte por demostrar).

1.28 OTRAS FORMAS DE UNA IMPLICACION: Mediante ejemplos muestran las diferentes formas de la implicación.

Ejercicios de las secciones 1.27 y 1.28 páginas 29 y 30

1.29 RECIPROCA O INVERSA DE UNA IMPLICACION: Definen la inversa de una implicación como el enunciado que se obtiene al cambiar el orden de los enunciados de la implicación.

1.30 ENUNCIADOS EQUIVALENTES: • DEFINICION: Dos enunciados generales que tienen igual conjunto verdad, se dice que son enunciados equivalentes.
La ilustra con ejemplos geométricos.

1.31 LA CONTRAPOSITIVA DE UNA IMPLICACION: • DEFINICION: La contrapositiva de una implicación $\alpha \Rightarrow \beta$ es el enunciado: "No $\beta \Rightarrow$ no α"

1.32 CADENA DE IMPLICACIONES :

Consideran las implicaciones si $\alpha \rightarrow \beta$ y $\beta \rightarrow \gamma$, entonces $\alpha \rightarrow \gamma$ y las ilustran mediante un diagrama de Venn.

Ejercicios de las secciones 1.29 1.30, 1.31 y 1.32. Páginas 33 y 34

1.33 SILOGISMO :

Dan tres enunciados en conjunto, como ejemplo de lo que se conoce como silogismo

El silogismo es una unidad básica del razonamiento deductivo, muestran cómo se forma.

1.34 RAZONAMIENTO DEDUCTIVO :

Explican que es el proceso de usar uno o más silogismos partiendo de hechos conocidos o supuestos, para llegar a nuevos hechos.

1.35 LA DEMOSTRACION "ENUNCIADO - JUSTIFICACIÓN" :

Con un ejemplo muestran este tipo de demostración.

Enfatizan el hecho de que el propósito de una demostración es convencerse o convencer a alguien que a la luz de hechos aceptados, cierto enunciado es verdadero.

Ejercicios secciones 1.33, 1.34 y 1.35 páginas 37 y 38

- OBSERVACION : Todos estos temas son tratados habiendo estudiado antes conjuntos

g) • Comentarios :

Introduce el tema de Lógica mostrando dos tipos de razonamiento, inductivo y deductivo en forma breve y con un ejemplo muy sencillo pero sin trascendencia.

A diferencia de los demás libros tratados, a las proposiciones les llama enunciados (se señala esto simplemente a manera de observación, sin que traiga ninguna implicación).

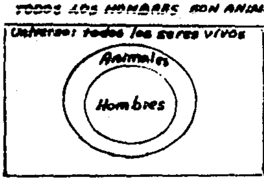
Como al principio de este capítulo se trató el tema de conjuntos, a los enunciados generales los define como el que debe tener un conjunto verdad que sea subconjunto de su conjunto satisfactor. Menciona algo muy importante: que un enunciado general (proposición abierta) no necesita tener una letra como variable, sino que una palabra o frase puede desempeñar el papel de variable. Como por ejemplo: "esta figura es un rectángulo", muestra que: "esta figura" es la variable, por lo tanto es un enunciado general.

En forma breve trata la conjunción, disyunción, implicación y bicondicional; da la definición e inmediatamente ejemplifica, con diagramas de Venn, y los analiza estos últimos, dando más importancia a la gráfica que a los conceptos de Lógica.

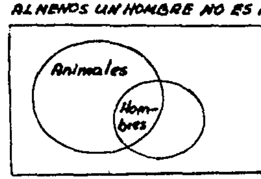
Utiliza diagramas de Venn para mostrar la negación de un enunciado compuesto, describe las leyes de De Morgan, pero sin decir el nombre de la ley a la que se está refiriendo.

Sin mencionar la palabra cuantificadores emplea a la negación de los subconjuntos como tales, introduciendo las palabras "al menos un" como "algún" por ejemplo: Expresar la negación de "todos los hombres son animales". La negación es "al menos un hombre no es animal":

TODOS LOS HOMBRES SON ANIMALES



AL MENOS UN HOMBRE NO ES ANIMAL



Explica que la implicación es simplemente una forma especial de decir que un conjunto es un subconjunto de otro. Sin más comentarios, define que: "una implicación es verdadera si el conjunto verdad de la hipótesis es un subconjunto del conjunto verdad de la conclusión y es falsa en cualquier otro caso."

El tratamiento de los temas de silogismo, razonamiento deductivo y de las demostraciones de enunciado - justificación corresponde a alumnos de otro nivel aunque por la forma superficial de introducir los temas esto queda incompleto, por ejemplo:

"Demostrar que 45 divide a 10215

Demostración	Justificación
5 divide a 10215	Si la última cifra de un número es 5 ó 0, entonces el 5 lo divide.
$1+0+2+1+5 = 9$	Hechos conocidos de la suma
$9 \cdot 1 = 9$	Hechos conocidos de la multiplicación
9 divide a 9	Definición de divide a: Si a y b son dos enteros no negativos, decimos que «a» divide a «b» si existe un entero no negativo «c», tal que $a \cdot c = b$.
Por tanto, 9 divide a 10215	Si 9 divide a la suma de los dígitos de un número, entonces divide al número mismo.

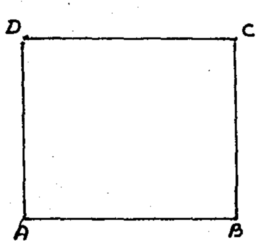
Por consiguiente
45 divide a 10215

Si 9 y 5 dividen a un número, entonces 45 también lo divide."

Los ejercicios que propone son bastante numerosos y la explicación en cada tema es pobre y es insuficiente para poderlos resolver, por ejemplo en el tema de SILOGISMO explica:
"Los tres enunciados siguientes, en conjunto, dan un ejemplo de lo que se conoce como silogismo.

(1) Si una figura es elemento del conjunto de todos los cuadrados, entonces lo es de todos los rectángulos.

(2) La figura ABCD es elemento del conjunto de todos los cuadrados.



(3) Por lo tanto, la figura ABCD es elemento del conjunto de todos los rectángulos.

El silogismo es una unidad básica de razonamiento deductivo que consiste en:

(1) una implicación que se acepta como cierta, quizá usando el lenguaje de conjuntos;

(2) un enunciado que se acepta como verdadero, acerca de que algo es elemento del conjunto determinado por la parte «si» de la implicación (la hipótesis);

(3) y otro enunciado que es por lo tanto, elemento del conjunto determinado por la parte «entonces» de la implicación (la conclusión).

El diagrama de un silogismo correcto siempre comprende la gráfica de dos conjuntos, uno de los cuales es subconjunto del otro, y un elemento de este subconjunto dentro del círculo interior."

De aquí propone 12 ejercicios, que quizá con otros ejemplos quedaría más completo.

En lo general este libro no satisface los objetivos que requerimos para tratar este tema. Es recomendable, sin embargo, cuando sí se manejan los temas de Lógica y conjuntos al mismo tiempo porque son temas que se relacionan.

TEMA: LOGICA SIMBOLICA

a) INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS (6)
Bruce E. Meserve y Max A. Sobel
Editorial Reverté Mexicana, S.A.

b) capítulo 4:
"Conjuntos y Proposiciones"
páginas: 100, 127 a 140
(secciones: 4.6 a 4.8)
Colocación: QA39M47

c) ° CONTENIDO :

Introducción :	Proposición
4.6 Conjuntos de proposiciones:	Proposición simple. Proposición compuesta. Conjunciones: "y", "o" y "no"
4.7 Valores veritativos de las: proposiciones:	Tablas veritativas de la negación, conjunción, disyunción y de varias proposiciones compuestas.
4.8 Proposiciones condicionales:	Proposición condicional, símbolo de implicación, su tabla veritativa.

d). Enfoque:

Los autores mencionan que las matemáticas pueden ser divertidas y desarrollan una variedad de temas interesantes, sin destacar de modo especial las llamadas aplicaciones prácticas. Hacen énfasis sobre los conceptos clave y sobre la estructura de las matemáticas, exponiendo en forma somera todo lo relativo a procedimientos mecánicos.

e). OBSERVACIONES: En este capítulo se trata a los conjuntos y a las proposiciones. A conjuntos como un concepto que se aplica en muchos aspectos de la vida cotidiana y a las proposiciones como la base primaria para la comunicación oral y escrita.

f). Reseña

INTRODUCCION: Afirma que las proposiciones son fundamentales en la comunicación.

4.6 CONJUNTOS DE PROPOSICIONES: Menciona que lo que caracteriza a una proposición es el hecho de ser verdadera o falsa. Da dos ejemplos de proposiciones simples.

Manifiesta que una proposición compuesta se forma combinando dos o más proposiciones simples, por medio de conjunciones (y, o y no). Representa a las proposiciones con letras y a las conjunciones con símbolos.

Ejercicios páginas 129 y 130

• OBSERVACION: Cuando en esta parte se menciona a la conjunción se refiere a la conjunción gramatical, es decir, que es la palabra invariable que sirve para ligar las palabras o proposiciones.

4.7 VALORES VERITATIVOS DE LAS PROPOSICIONES:

Explica los valores veritativos de la negación desprendiéndolos de su significado.

Así también de la conjunción, donde aclara que sus valores veritativos son independientes del significado asignado a las variables (las proposiciones). Utiliza diagramas de Venn para representarlos.

Considera a la disyunción aclarando que la palabra "o" se emplea de un modo más preciso que en el lenguaje ordinario y define sus valores veritativos.

Utiliza tablas veritativas para resumir los valores veritativos de varias proposiciones compuestas.

OBSERVACION: TABLAS veritativas es lo mismo que tablas de verdad

Ejercicios: páginas 133 y 134

4.8 PROPOSICIONES CONDICIONALES:

Se refiere a que muchas de las proposiciones que hacemos en la conversación cotidiana están sujetas a cierta condición, que se expresan en la forma si-entonces ó implica. Aclara que el simbolo "$\rightarrow$" se llama simbolo de implicación; es una conjunción que se emplea para formar una proposición compuesta llamada proposición condicional.

• OBSERVACION: En esta parte al hablar de conjunción se refiere a lo gramatical.

Presenta la tabla de verdad y dice que hay que aceptarla como la definición de $p \rightarrow q$. Sin embargo ilustra los componentes de la tabla con un ejemplo.

- OBSERVACION: Hace la aclaración de que no es necesario que exista alguna relación entre las proposiciones p y q en una proposición de la forma "si-entonces".

Ejercicios páginas 138, a 140

Examen relativo al capítulo: páginas 140 y 141.

g) Comentarios:

En este capítulo trata primeramente el tema de conjuntos y lo relaciona con lógica.

En el tema de "conjuntos de proposiciones", no explica lo que es una proposición, simplemente dice que: "lo que caracteriza a una proposición es el hecho de ser, o bien verdadera, o bien falsa". Enseguida muestra ejemplos de proposiciones simples sin dar su definición. Comenta que: "una proposición compuesta se forma combinando dos o más proposiciones simples." En la parte de los ejercicios aparecen algunos en los que se supone una validez para la proposición particular dada y otros de tipo simbólico donde se da la validez de los componentes y su forma. El estudiante tiene que indicar su validez, lo cual no es sencillo para él sin antes haber analizado la conjunción y disyunción con cierta profundidad.

En el tema "valores veritativos" (así les nombra a los valores de verdad) construye las tablas de verdad, presentando un ejemplo particular:

p: Está nevando

q: Es el mes de diciembre

Sin más explicación muestra la tabla de verdad sin analizar las proposiciones particulares unidas en una conjunción

Señala que existe semejanza de las tablas de verdad con los diagramas de Venn-Euler.

Hace lo mismo en la disyunción, y después analiza la tabla de verdad de $p \wedge (\sim q)$ y concluye que: "podemos resumir lo anterior diciendo que la proposición $p \wedge (\sim q)$ es verdadera sólo en el caso en que p es verdadera y q falsa. Por consiguiente, la proposición «Hoy es miércoles y no está nevando» es una proposición verdadera un caluroso miércoles de Julio (Consideramos, claro está, que no nevará un caluroso día de Julio)" (¿?)

La validez de las proposiciones condicionales, la ilustra con el siguiente ejemplo:

"Si brilla el sol, entonces cortaré el cesped" lo cual explica muy bien los dos primeros renglones de la tabla de verdad, mas en el tercero y cuarto renglón lo justifica señalando que es en el sentido que sólo se declaró una intención bajo la condición de que el sol brille. Pero más adelante afirma: "Si pretendemos comunicarnos con otras personas, debemos aceptar las definiciones de los significados de las palabras que utilizamos. El significado aceptado de $p \to q$ está dado en la tabla veritativa:

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Se podrían haber utilizado otros significados para los símbolos, pero, una vez aceptado dicho significado, si queremos dar otro significado a una proposición compuesta en términos de p y q tendremos que emplear algún otro símbolo".

Entre los ejercicios que podrían ser interesantes para los alumnos en donde se pone el juego el razonamiento, está el siguiente.

- Utilizando p: Juan estudia mucho y q: Pedro es vago, escribir cada una de las siguientes proposiciones en forma simbólica, considerando "es vago" como "no estudia mucho":

a) Ni Juan ni Pedro son vagos

b) No es cierto que Juan y Pedro sean ambos vagos.

SOLUCION :

a) $p \wedge (\sim q)$

b) $\sim [(\sim p) \wedge q]$

- Considérese que Juan es vago y Pedro no lo es. ¿ Cuáles de las proposiciones del ejercicio anterior son verdaderas ?

SOLUCION :

Dadas las condiciones anteriores, p y q son falsas, entonces :

a) $F \wedge (\sim F)$

$F \wedge V$

F

b) $\sim [(\sim F) \wedge F]$

$\sim [V \wedge F]$

$\sim [F]$

V

Por lo tanto la proposicion b) es verdadera

En esta parte no hay ejercicios con aplicaciones a aspectos de la vida cotidiana relacionados con Lógica, pero si los hay para conjuntos, en este capítulo.

TEMA : LÓGICA SIMBOLICA (continuación)

a) INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS (6)
Bruce E. Meserve y Max A. Sobel
Editorial Reverté Mexicana, S.A.

b) Capítulo 9:
CONCEPTOS DE LÓGICA
páginas: 310 a 354
secciones 9.1 a 9.8
Colocación: QA 39 M47

c) • CONTENIDO:

INTRODUCCION: Razonamiento

9.1 CUANTIFICADORES UNIVERSALES: Proposiciones decidibles. Proposición algebraica. Cuantificador universal. Variable libre. Contra ejemplo.

9.2 CUANTIFICADORES EXISTENCIALES: Cuantificador existencial

9.3 PROPOSICIONES DEPENDIENTES: Proposiciones independientes. Proposiciones dependientes

	Proposiciones consistentes Proposiciones contrarias. Proposiciones contradictorias
9.4 PROPOSICIONES EQUIVALENTES :	Proposiciones equivalentes Proposición recíproca. Proposición inversa. Proposición contrapositiva.
9.5 FORMAS DE PROPOSICIONES :	Palabras necesario y suficiente Siete formas de enunciar p implica q. Proposición bi-condicional
9.6 NATURALEZA DE LA DEMOSTRACIÓN :	Tautología
9.7 RAZONAMIENTOS VALIDOS :	proposiciones dadas. o Premisas y conclusiones. Ley de separación o modus ponens

9.8 DIAGRAMAS DE EULER: Diagramas

d) • **Enfoque:**

Los autores mencionan que las matemáticas pueden ser divertidas y desarrollan una variedad de temas interesantes, sin destacar de modo especial las llamadas aplicaciones prácticas. Hacen énfasis sobre los conceptos claves y sobre la estructura de las matemáticas, exponiendo en forma somera todo lo relativo a procedimientos mecánicos.

e) • **OBSERVACIONES:** Los autores explican que se puede considerar el razonamiento como un álgebra de proposiciones con las operaciones de conjunción, disyunción, negación e implicación que se consideraron en el capítulo 4. Se analizan los valores de verdad de las proposiciones a fin de establecer relaciones entre ellos.

f) • **Reseña:**

INTRODUCCION: Se comenta que cuando una persona toma decisiones lo hace con base en razonamientos. El razonamiento muchas veces se hace en forma de proposiciones.

9.1 CUANTIFICADORES UNIVERSALES:

Explican que una proposición es decidible cuando puede clasificarse como verdadera o falsa. Cuando interviene una variable es una proposición algebraica. Para considerar si una proposición es decidible se introduce el concepto de cuantificador.

Declaran que cualquier cuantificador de la forma: "Para todo" equivalente a dicha forma se llama cuantificador universal. Con ejemplos aclaran cuándo una variable es libre y cuándo no lo es

Ejercicios páginas 315 y 316.

9.2 CUANTIFICADORES EXISTENCIALES:

Explican que una variable no es libre cuando está restringida por un cuantificador existencial, que significa: "existe al menos un x tal que"

Comentan que hay una estrecha relación entre los cuantificadores existenciales y los cuantificadores universales por lo que resulta evidente considerar negaciones de proposiciones.

- OBSERVACION: Si la proposición p tiene la forma $\forall x : r$ la negación de p tiene la forma $\exists x : \sim r$; y si la proposición q tiene la forma $\exists x : s$, la negación de q tiene la forma $\forall x : \sim s$.

Ejercicios: páginas 319 y 320

9.3 PROPOSICIONES DEPENDIENTES:

- DEFINICION: Dos proposiciones son independientes si se presentan para sus valores veritativos las cuatro posibles combinaciones (VV, VF, FV, FF)

- DEFINICION: Dos proposiciones son dependientes si no son independientes
- DEFINICION: Dos proposiciones son consistentes si se presenta la combinación de valores VV
- DEFINICION: Dos proposiciones son contrarias si no son consistentes; es decir, si no se presenta la combinación de valores verdaderos VV
- DEFINICION: Dos proposiciones son contradictorias si y sólo si las dos combinaciones VV y FF no se presentan.
- OBSERVACION: Para los diversos casos mencionados se dan ejemplos de proposiciones independientes, dependientes, consistentes, contrarias y contradictorias.

  Ejercicios: páginas 324 y 325

9.4 PROPOSICIONES EQUIVALENTES:

- DEFINICION: Dos proposiciones son equivalentes si son ambas verdaderas o ambas falsas.

Se consideran los siguientes pares de proposiciones equivalentes

1. $\sim(p \wedge q)$ y $(\sim p) \vee (\sim q)$
2. $\sim(p \vee q)$ y $(\sim p \wedge (\sim q)$

correspondiendo a propiedades de los conjuntos* y sus complementos dándoseles el nombre de leyes de De Morgan para las proposiciones.

- OBSERVACION: * En el capítulo 4 de este mismo libro se ven "conjuntos y proposiciones".

Especifican que cada proposición $p \rightarrow q$ tiene una proposición recíproca $q \rightarrow p$; una proposición inversa $(\sim p) \rightarrow (\sim q)$ y una proposición contrapositiva $(\sim q) \rightarrow (\sim p)$

Ejercicios páginas 328 y 329

9.5 FORMAS DE PROPOSICIONES: Detallan que dos proposiciones cualesquiera pueden expresarse de diferentes formas, sobre todo cuando se consideran proposiciones de implicación (condicionales). Es frecuente el empleo de las palabras necesario y suficiente.

La proposición $(p \to q) \wedge (q \to p)$ es una forma de enunciar que p y q son equivalentes $(p \leftrightarrow q)$, llamándole proposición bicondicional, en la que p es una condición suficiente para q y también p es una condición necesaria para q

Ejercicios páginas 334, 335 y 336

9.6 NATURALEZA DE LA DEMOSTRACION:

Explican que existen diversas formas de "demostración" de proposiciones, basándose en lo siguiente:

1. Proposiciones que se aceptan como verdaderas (supuestos)
2. Secuencias de proposiciones (argumentos) tales que cada una de las proposiciones o bien es un supuesto o es una consecuencia

lógica de las proposiciones precedentes, incluyendo en la secuencia la proposición a demostrar.

3. Demostraciones de que las proposiciones no pueden ser falsas.

Una proposición que siempre es verdadera se llama tautología

Ejercicios páginas 337 y 338

9.7 RAZONAMIENTOS VALIDOS:

Se consideran las demostraciones en términos de los modelos (razonamientos) formados por las proposiciones utilizadas. Las proposiciones supuestas son los proposiciones dadas y reciben el nombre de premisas. Las proposiciones a demostrar son las conclusiones.

Ilustran una de las reglas básicas de inferencia, la ley de separación, conocida también como modus ponens (si una proposición de la forma: "si p, entonces q", se supone verdadera y si p se conoce como verdadera, entonces q es verdadera.

Ejemplifican otros razonamientos.

Ejercicios páginas 343 y 344

9.8 DIAGRAMAS DE EULER: Narran que en el siglo dieciocho el matemático suizo Leonhard Euler utilizó diagramas para presentar de una forma visual la cuestión de la validez de argumentos y ejemplifican algunos.

- OBSERVACION: La estructura de un diagrama indica si el razonamiento es válido

Ejercicios páginas 351, 352 y 353

Examen relativo al capítulo 9 páginas 353 y 354

g) Comentarios :

Comienza este capítulo en forma muy "filosófica" diciendo que: "el conocimiento de los conceptos lógicos puede mejorar las condiciones para encontrar el género de vida que se quiere y gozar el género de vida que se encuentra". Yo opino que la Lógica nos ayuda a razonar y a tomar decisiones.

En este capítulo llama a las proposiciones que pueden clasificarse como verdaderas o falsas "proposiciones decidibles" (en algunos tratados le nombran simplemente proposiciones), a una proposición en la que interviene una variable le considera "proposición algebraica" (proposiciones abiertas).

Indica que los lógicos incluyen con la proposición el cuantificador "para todo número real x" antes de considerar decidible la proposición.

Una variable no es libre cuando tiene asignado un valor, como en la proposición:

$$\text{Si } x = 2 \text{ entonces } x + 3 = 5$$

y comenta que: "una variable no es libre cuando está restringida por un cuantificador universal, como en la proposición:

$$\forall x,\ x \text{ número real},\ x + 3 = 5$$

Por otra parte, una variable no es libre cuando está restringida por un cuantificador existencial, como en la proposición:

Existe un valor real de x tal que $x + 3 = 5$ "

(Esto lo menciona sin haber enunciado lo que significa un cuantificador existencial)

Señala que hay una estrecha relación entre los cuantificadores existenciales y los cuantificadores universales. Considera las siguientes proposiciones:

p: Todos los triángulos son isósceles

$\sim p$: No todos los triángulos son isósceles; es decir, existen triángulos que no son isósceles

q: Existe un mortal que no vive en la Tierra

$\sim q$: No es verdad que exista un mortal que no vive en la Tierra; es decir, todos los mortales viven en la Tierra esto es bastante claro, pero nunca habla de los símbolos $\forall x$ y $\exists x$

Define a las proposiciones cuyos valores veritativos (valores de verdad) presentan las cuatro combinaciones VV, VF, FV y FF como: "proposiciones independientes", y a las "proposiciones dependientes" como las que no son independientes. Esto lo ilustra con atinados ejemplos (16) entre ellos:

VV	VF	FV	FF	Ejemplo:
✓	✓	✓	✓	p: Aquí son las ocho de la mañana q: Afuera todo está tranquilo ahora
✓	✓	✗	✓	p: Es una fruta cítrica q: Es una naranja
✓	✓	✓	✗	p: $x^2 = 9$, x real q: $x \neq 3$, x real

La primera es independiente las otras no.

Ejemplifica con claridad a la recíproca, inversa y contrapositiva de una proposición condicional o implicación. Informa que cualquier proposición de implicación es equivalente a su contrapositiva. En forma análoga, es equivalente de la recíproca y la inversa, con ejemplos y con tablas de verdad lo demuestra.

Al mostrar cada una de las formas equivalentes de escribir la proposición $p \rightarrow q$:

"Si p, entonces q
q, si p
p implica q
q es implicada por p
p es condición suficiente para q
q es condición necesaria para p
p, sólo si q"

aclara que: "las siete formas anteriores ilustran la dificultad que puede ofrecer la comprensión de la lengua castellana", y continúa advirtiendo que: "procuremos evitar la confusión considerando las proposiciones de implicación en la forma $p \rightarrow q$ cuando se enuncien en símbolos, y en la forma «si p, entonces q» cuando se enuncien en palabras". Considero que es necesario utilizar todas las formas para llegar a comprender a la proposición condicional y poder profundizar acerca de ella.

Con suficientes ejemplos muestra los razonamientos válidos (deducción lógica) sin darles demasiados nombres. Logra el que uno razone sin aplicar tantas reglas.

El material de este capítulo se trata con más profundidad de la que se requiere en Matemáticas I; es para principiantes de un curso de Lógica.

Los ejemplos y ejercicios que posee el libro son interesantes, entre ellos el siguiente:

Verificar la validez del siguiente razonamiento:

Todos los estudiantes de bachicherato son estudiantes del segundo año.

Todos los estudiantes del segundo año son atractivos.

Por consiguiente, todos los estudiantes de bachillerato son atractivos.

SOLUCION:

El siguiente es un diagrama de dicha argumentación.

El razonamiento es válido

Obsérvese que en el ejemplo se podrá estar o no estar de acuerdo con la conclusión o con las premisas. Lo que importa es que se está obligado a dibujar el diagrama de esa forma. La conclusión es una consecuencia ineludible de las premisas dadas. Hay que evitar que el significado común y corriente de las palabras actúe sobre nuestro razonamiento. A tal fin, la argumentación anterior la podemos enunciar de un modo abstracto como sigue:

Toda v es s

Toda s es a

Por consiguiente, toda v es a

Aquí nos basamos exclusivamente en la lógica y evitamos cualquier equívoco en cuanto al significado de palabras tales como: "estudiantes de bachillerato", "estudiantes del 2o año" y "atractivos"

TEMA: LOGICA SIMBOLICA

(7)

a) MANUAL DE LOGICA PARA ESTUDIANTES DE MATEMATICAS
Gonzalo Zubieta Russi
Serie de matemáticas
Editorial Trillas

b) Folleto
Colocación: Hemeroteca

c) • CONTENIDO:

SINTAXIS: Proposiciones simples. Negaciones. Conjunciones y disyunciones. Condicionales. Bicondicionales. Cuantificaciones.

SEMANTICA: Validez e implicación. Demostraciones directas. Equivalencia de proposiciones. Leyes de la negación. Demostraciones indirectas. Interpretación de la igualdad.

APENDICE: De las definiciones. Cuantificaciones modulares.

d) <u>Enfoque</u> :

El propósito de este manual es lograr el hábil manejo del lenguaje matemático y el empleo de métodos eficaces de razonamiento para quienes asimilen su contenido; el autor afirma que el estudio de cualquier disciplina matemática llega a ser mucho más ameno y provechoso para aquellos que manejan el material lógico que forma el cuerpo de este manual.

e) <u>OBSERVACIONES</u>:

En general es muy restringido pero al fin y al cabo es un manual. Además no menciona las tablas de verdad.

f) <u>Reseña</u>:

SINTAXIS : Explica que un capítulo interesante de la lógica formal lo constituye la teoría de las proposiciones, la cual se divide en dos ramas: la sintáxis, que se ocupa de la estructura y composición de las proposiciones, y la semántica, que se ocupa de los conceptos relacionados con la interpretación de las proposiciones.

Indica que una proposición es, vagamente, una frase que afirma o niega algo.

Define un término como una palabra o grupo de palabras (o un símbolo) que usamos para referirnos a uno o varios objetos

• OBSERVACION: Cuando el término se refiere a un solo individuo, se llama singular; cuando se aplican a todos los individuos de una clase, se llama general.

Define lo que es una proposición simple en función de lo anterior

• DEFINICION: Una proposición simple es una frase que consta de uno o varios sujetos y de un predicado que afirma algo en torno a dichos sujetos

• OBSERVACION: Los sujetos de una proposición simple deben ser todos términos singulares.

Aclara que las proposiciones que no son simples se llaman compuestas, que son las negaciones, conjunciones, disyunciones, condicionales y cuantificaciones.

Introduce la negación con ejemplos, analizando sus componentes (proposiciones cualesquiera) ya sean simples o compuestas y simbolizándola.

Aborda a la conjunción y disyunción simultaneamente y da una interpretación de las dos en la siguiente forma:
"Toda conjunción afirma simultaneamente lo que cada una de sus componentes afirma por separado."
"Toda disyunción afirma que es cierto lo que afirma por lo menos una de sus componentes"

Declara que las condicionales son muy importantes en matemáticas, que existen muchas maneras diferentes de enunciarlas, indica que la primera componente de una condicional es la hipótesis ; la segunda componente es la tesis.

• OBSERVACION: Cuando la hipótesis de

una condicional es una conjunción, suele repetirse la palabra "si" tantas veces como componentes tiene la hipótesis. Por ejemplo, en lugar de: Si P y Q entonces R; se escribe: Si P y si Q entonces R. Introduce a la recíproca y la contrapuesta de una condicional.

Define a la bicondicional como la conjunción de una condicional y su recíproca. Presenta seis maneras diferentes de expresarlas.

Puntualiza las formas de una cuantificación universal y una cuantificación existencial; indica que la componente de una cuantificación es el cuantificando, y la frase que le precede es el cuantificador. Presenta seis formas diferentes de expresar una misma cuantificación universal, así como seis formas para la cuantificación existencial.

Indica que es necesario

saber cuál es el dominio convenido de la variable con el fin de interpretar correctamente una cuantificación.

Ejercicios páginas: 12, 13, 16, 18, 20 y 21, 22, 26.

SEMANTICA :

Aclara que las proposiciones que contienen variables son llamadas en matemáticas condiciones

• DEFINICION : Decimos que una proposición es válida si resulta verdadera para toda combinación de valores que se asigne a sus variables.

Para decidir lo anterior debe aclararse previamente cuál es el dominio convenido para cada una de las variables que figuran en la proposición.

Especifica que una condicional es válida si toda combinación de valores de las variables que verifica a la hipótesis, verifica también a la tesis

Comenta que las proposiciones válidas se llaman teoremas

Señala que los métodos indirectos de demostración más usados en matemáticas son el método de demostración por casos y el método por reducción al absurdo, indicando en qué se basan.

Explica que a partir del advenimiento de la teoría de los conjuntos se ha tendido a evitar interpretaciones de la igualdad que no sean la de estricta relación de identidad

• OBSERVACION: Con el fin de relevar a la igualdad de otras interpretaciones, se ha introducido en matemáticas el concepto de relación de equivalencia

Ejercicios páginas: 34 y 35; 38; 40; 41; 44; 47

APENDICE: Indica que hay dos tipos de definiciones: descriptivas y formales

Menciona que las definiciones descriptivas son las que se emplean en los diccionarios. Mientras que las definiciones formales son convenciones mediante las cuales se pueden usar unas expresiones en lugar de otras

Por último explica los cuantificaciones modulares que no son tema de estudio de la materia que estamos tratando.

Ejercicios páginas 52 y 53.

g) Comentarios :

En el prólogo expone una serie de normas a seguir para el debido aprovechamiento del manual; explica que el lector que siga esas recomendaciones, "logrará mayor disciplina y seguridad en su trabajo". Seguramente se refiere al trabajo intelectual.

Al referirse a proposiciones simples, aclara que los términos (palabra o grupo de palabras que usamos para referirnos a uno o varios objetos) deben ser todos singulares. Otros definen esto de manera diferente, por ejemplo, explican que una proposición simple la consideran como una proposición que ya no puede descomponerse en dos enunciados que sean a su vez proposiciones (sin mencionar que los sujetos deben estar en singular o plural).

Cuando explica la negación hace referencia a las diferentes formas que se utilizan, por ejemplo: La proposición, "9 es un número primo", se puede negar como "no es cierto que 9 es un número primo" o "no es cierto que 9 sea un número primo" o "9 no es un número primo" (que es lo más práctico).

Al mencionar proposiciones compuestas y su negación, no da explicación del por qué se niega en esa forma, lo cual podría confundir a los estudiantes, por ejemplo en las siguientes:

Proposición		Negación
"Algo es variable	—	Nada es variable"
"Algunos números son pares	—	Ningún número es par"
"A veces llueve	—	Nunca llueve"

En cuanto al significado de la negación detalla que: "toda negación afirma lo contrario de lo que afirma su componente"; sin ningún ejemplo específico que se pueda comprobar.

Al referirse a conjunciones y disyunciones (las cuales trata al mismo tiempo) da diferentes alternativas para expresarlas pero no aclara su interpretación, únicamente señala que:
"Toda conjunción afirma simultaneamente lo que cada una de sus componentes afirma por separado"
"Toda disyunción afirma simultaneamente lo que afirma por lo menos una de sus componentes."

Los ejercicios en cuanto a estos temas son interesantes por ejemplo:

En la negación

" Diga qué es lo contrario de:"

a) ser mayor que 5

b) ir hacia arriba

c) entrar

RESPUESTA CORRECTA	RESPUESTA INCORRECTA
a) Ser menor o igual que 5	ser menor que 5
b) No ir hacia arriba	ir hacia abajo
c) No entrar	salir

Es muy util exponer lo incorrecto de una solución ya que el estudiante se percata de los errores en que puede caer. Aunque hay que hacer la aclaración de que sería más conveniente usar la palabra negación que "contrario".

En la disyunción:

" Exprese como disyunción de dos proposiciones cada una de las proposiciones siguientes:"

a) $x \leq y$

b) $x = \pm 4$

RESPUESTA

a) $x < y$ ó $x = y$

b) $x = 4$ ó $x = -4$

En cuanto a la condicional: al abordarla no hace hincapié en que el estudiante debe poner atención para no confundir el antecedente con el consecuente. Así también al introducir la recíproca y la contrapuesta menciona que son importantes pero no dice el por qué.

Se refiere a la bicondicional como la conjunción de una condicional y su recíproca sin más explicación

Al tratar a la cuantificación universal únicamente muestra su forma: "Para todo x, p"; de la misma manera se refiere a la cuantificación existencial "Existe x tal que" sin referirse para nada a su significado, que es (según yo):

Cuantificador universal: sirve para afirmar que cada cosa en el universo tiene una cierta propiedad.

Cuantificador existencial: sirve para afirmar que alguna cosa en el universo tiene una propiedad.

En el tema de validez e implicación, a las proposiciones que contienen variables les llama condiciones en lugar de proposiciones abiertas, y las ejemplifica en dos formas:

a) "Las que resultan verdaderas solamente para ciertos valores", como:

x es un número primo

$x^2 + 3 = 4x$

$x + y \geq 0$

b) "Las que resultan siempre verdaderas, cuales quiera que sean los valores asignados a las variables" (las nombra válidas) como:

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + y^2 \geq 2xy$

$x + y \geq 0$ ó $x + y < 0$

Son atinados ejemplos para exponer estos conceptos.

Para determinar la validez o no validez de una condicional afirma: "Se dice que una condicional es válida si toda combinación de valores de las variables que verifica a la hipótesis, verifica también a la tesis", y muestra como ejemplo:

Si $x > 10$ entonces $x > 5$

Si $11 > 10$ entonces $11 > 5$

Si $3 > 10$ entonces $3 > 5$

Si $8 > 10$ entonces $8 > 5$

Debería de tratar con más profundidad este tema para no causar desconcierto a los alumnos por la falta de análisis de estos ejemplos.

En las demostraciones directas indica: "Toda demostración tiene como tal, un carácter subjetivo. Sin embargo la objetividad es un ideal que se persigue en una demostración, al procurar que lo que es evidente para el que demuestra lo sea también para toda persona de buen criterio". Esto es un punto de vista, que en Matemáticas no resulta trivial revatirla.

Las leyes de negación nada más las menciona sin ejemplificarlas, al igual que las demostraciones indirectas.

Su interpretación de la igualdad es interesante y la ejemplifica en forma clara. Menciona que si se escribe $a=b$ se entiende que a y b son el mismo objeto. Las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ no son iguales, es decir, no son la misma fracción, ya que sus numeradores y denominadores en ambas fracciones son distintos. Cuando escribimos: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

nos referimos a los números racionales que ellas representan. Es decir, en la igualdad no se está hablando de fracciones, sino de números racionales; $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ se están usando para referirse a números racionales, e introduce la relación de equivalencia.

Hace referencia al uso y mención de una expresión, por ejemplo:

a) $x=y$ implica $x+y$ es par

b) Si $x=y$ entonces $x+y$ es par

En a) se está hablando de las proposiciones, mientras que en b) se están usando dichas proposiciones.

En general contiene las nociones principales pero abreviadas ya que se trata de un manual. En algunos temas es explícito y en otros es muy implícito.

Tablas Comparativas

MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS.

Temario:

1. Constitución de modelos.
2. Diferentes métodos para resolver problemas.
3. Características de los modelos.
4. Pasos a seguir en la solución de un modelo.
5. Constitución de los lenguajes simbólicos.
6. Características de los lenguajes.
7. Diferentes lenguajes simbólicos dentro de la Matemática y otras disciplinas.
8. Vocabulario básico en Matemáticas.
9. Desarrollo histórico del lenguaje simbólico de los números.
10. El método científico y las matemáticas.

Nota: Los números son la referencia para la tabla comparativa.

MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

TEMARIO / Libros:	1	2	3	4	5	6	7	8
1	X	X	X	X		X	X	X
2			X	X				
3		X	X	X				X
4	X	X	X	X		X	X	X
5	X	X	X		X		X	
6	X	X	X		X			
7		X	X		X			
8		X	X		X			
9					X			
10		X	X		X			X

MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS.

Objetivos generales :

i) En forma gradual conocerá, comprenderá y aplicará los modelos matemáticos.

ii) Analizará la relación entre realidad, los modelos matemáticos que la representan y el lenguaje simbólico que se emplea en la construcción de ellos.

iii) Apreciará la importancia y la necesidad de desarrollar una teoría matemática a partir de un modelo para resolverlo e interpretarlo.

iv) Comprenderá la trascendencia del lenguaje simbólico en la matemática y otras disciplinas

v) Evaluará la importancia del método científico.

Nota: Los números son la referencia para la tabla comparativa.

MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICOS

	Libros:	1	2	3	4	5	6	7	8
OBJ	i	X	X	X	X		X	X	X
E	ii	X	X	X	X			X	X
T I	iii	X	X	X	X		X	X	
V O	iv		X	X		X		X	
S	v		X	X		X			X

LÓGICA SIMBÓLICA

TEMARIO:

1. La proposición.
2. Proposiciones simples y compuestas.
3. Simbolización de proposiciones.
4. Conectivos lógicos.
5. Proposiciones abiertas y específicas.
6. Conjunto satisfactor y conjunto verdad.
7. Cuantificadores.
8. Operaciones de la lógica.
9. Posibilidades de valores de verdad de las proposiciones.
10. Negación.
11. Conjunción.
12. Disyunción.
13. Contradicción, tautología y contingencia.
14. Proposiciones equivalentes.
15. Condicional.
16. Recíproca de una condicional.
17. Contrarrecíproca de una condicional.
18. Bicondicional.
19. Leyes o principios de la lógica.
20. Reglas de deducción.

Nota: El número es la referencia para la tabla comparativa.

LÓGICA SIMBÓLICA:

TEMARIO

Libros:	1	2	3	4	5	6	7
1	X	X	X	X	X	X	X
2	X	X	X	X	X	X	X
3	X	X	X	X	X	X	
4	X	X	X	X	X	X	X
5			X	X	X	X	X
6					X	X	X
7			X	X		X	X
8	X	X	X	X		X	X
9	X	X	X	X		X	
10	X	X	X	X	X	X	X
11	X	X	X	X	X	X	X
12	X	X	X	X	X	X	X
13	X	X	X		X	X	
14	X	X	X	X	X	X	X
15	X	X	X	X	X	X	X
16	X	X	X	X	X	X	X
17	X	X	X		X	X	X
18	X	X	X	X	X	X	X
19	X	X	X	X		X	
20	X		X	X	X	X	

LÓGICA SIMBÓLICA

objetivos generales:

i) Conocerá la simbolización de proposiciones expresadas en lenguaje común.

ii) Traducirá proposiciones de lenguaje simbólico a lenguaje común y viceversa.

iii) Aplicará los conectivos lógicos en las operaciones de la lógica.

iv) Utilizará las tablas de verdad como modelo de la Lógica.

v) Empleará los cuantificadores al enunciar proposiciones.

vi) Conocerá y aplicará algunas reglas de deducción.

Nota: El número es la referencia para la tabla comparativa.

LÓGICA SIMBÓLICA

OBJETIVOS	Libros:	1	2	3	4	5	6	7
	i	×	×	×	×	×	×	×
	ii	×	×	×	×	×	×	×
	iii	×	×	×	×		×	×
	iv	×	×	×	×		×	
	v			×	×		×	×
	vi	×		×	×	×	×	

Conclusión

Conclusión:

Con este trabajo espero contribuir en parte, al logro de los objetivos de la materia de Matemáticas I, proporcionando a los alumnos elementos que enriquezcan sus conocimientos y puedan seleccionar adecuadamente los libros que servirán de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje.

En general los objetivos de esta materia es conocer, en forma elemental la naturaleza de las matemáticas y de los lenguajes simbólicos que utilizan las matemáticas modernas para su exposición.

Uno de los aspectos importantes de las matemáticas es el de constituir una actividad teórica que sistematiza y organiza el conocimiento humano; otro, es el de que todas las ramas del conocimiento tienen la posibilidad de alcanzar un nivel de desarrollo teórico cuando sus principios y conceptos se hallan dibidamente delimitados y abstraídos. Son estos dos aspectos los que se requieren como metas del presente curso; para lograrlos, se introduce el tema de modelos matemáticos y lenguajes simbólicos.

Otro objetivo a cubrir, es mostrar, de manera elemental o con ejemplos sencillos, los métodos utilizados por las matemáticas sin descuidar la importancia del modelo matemático y su lenguaje; y para obtener tal objetivo se incluye el tema de lógica.

Por último, para adquirir un panorama amplio de la estructura matemática, se requiere un conocimiento firme de la teoría de conjuntos y el número (temas no analizados en este trabajo) que son dos lenguajes simbólicos y, a la vez, usar sus propiedades más simples.

Es una finalidad del curso que exista una unidad en la presentación de los temas cuidando que no se vean de una manera aislada.

Se pretende describir la estructura matemática como un proceso que comienza con la realidad, en el sentido de que esta palabra incluye los aspectos físicos y biológicos de la realidad, así como los de otras disciplinas humanísticas. Lo anterior conduce a hacer una abstracción que permitirá definir o axiomatizar los téminos o conceptos que se utilizarán en la construcción del modelo matemático; y haciendo uso del razonamiento, a través de la lógica, se construye una teoría aplicable a la realidad. De aquí la importancia de haber analizado los libros referentes a estos temas.