2 G. 27

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ELEMENTOS DEMOGRAFICOS EN LA CARRERA DE ACTUARIA

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A

JORGE MANUEL OCHOA UGALDE

MEXICO, D. F. 1984

C O N T E N I D O

Pág.

CAPITULO 2 . MORTALIDAD

Pág.

CAPITULO 3 . FECUNDIDAD

CAPITULO 4 . MIGRACION

Pág.

I N T R O D U C C I O N

La idea fundamental de la que se partió para la elaboración del presente trabajo fué la de mostrar el análisis demográfico empleado en el estudio de los diferentes fenómenos demográficos que se presentan en el programa de la carrera de Actuaría. De acuerdo a esto los estudiantes de la carrera tendrán a su disposición un material en el que se desarrollan los diferentes temas demográficos que se estudian en el programa antes mencionado.

Aunque si bien existe amplia bibliografía sobre la temática presentada, tal es el caso de la obra de Joaquín Leguina, William Brass y Ansey J. Coale entre otros, no se ha tenido una que sea dirigida y además contenga sólo los tópicos tratados en el programa particular de Demografía I que se imparte en la carrera de Actuaría.

Cabe señalar que se tiene conciencia de que el análisis demográfico no es la Demografía, sin embargo, en palabras de Joaquín Leguina: "... lo que sí está bien claro es que sin esta práctica técnica, de metodología estadística, toda pretensión científica se reduce, generalmente, a la pura intuición y de ésta al palo de ciego, como es bien sabido, no hay más que un corto paso."[&].

En este sentido en una segunda instancia se podrían tratar los aspectos didácticos del material comunmente conocido como "Estudios Socioeconómicos Sobre Población", que se presenta en el mismo programa de la carrera de Actuaría. Para fines de la presente tesis se abocó a los aspectos didácticos del análisis demográfico presentado en dicho programa.

Por otro lado, no se pretende que el material aquí presentado constituya un texto para dicho curso, ya que si bien es cierto, el material viene a ser una compilación ampliada, es de cierta manera una presentación particular de la temática expuesta, la cual auxiliará al estudiante de Actuaría a lo largo de sus cursos de Demografía.

El lenguaje empleado en la exposición de cada uno de los diferentes temas es relativamente sencillo, sin uso de palabras sofisticadas y tecnisismos cuando no es muy importante y necesario hacerlo. Esto se debe a que se

& Joaquín Leguina, "Fundamentos de Demografía", ED. Siglo XXI, 1a. Edición, 1973, p.p. 11-1[illegible].

tiene como objetivo que la obra sea accesible a cualquier estudiante sin necesidad de que conozca en profundidad los temas aquí presentados.

Finalmente cabe señalar el aspecto didáctico de la obra ya que para algunos lectores puede resultar por momentos un poco redundante la explicación que se hace de ciertos puntos que pudiera suponerse fáciles de superar.

La obra consta de cuatro capítulos. En el primero de ellos "Conceptos Demográficos" se hace una exposición de los conceptos más empleados en Demografía como son: tasa, estado puro, intensidad, cohorte, tabla, tiempo calendario, etc.

El segundo capítulo, "Mortalidad", presenta los diferentes pasos a seguir para la construcción de una tabla de mortalidad (objetivo del capítulo), desde la fuente de datos, pasando por la evaluación de la información, hasta llegar a la tabla terminada y despúes de esto a la manera de corregirla.

En el capítulo tres "Fecundidad" se presentan los diferentes indicadores que se emplean en el análisis de la fecundidad. Así mismo se presenta una breve reseña de dos modelos, los cuales tienen como finalidad dar una explicación del comportamiento de la fecundidad en una determinada población: Transición Demográfica y Variables Intermedias.

Dentro del cuarto capítulo "Migración", se presentan los diferentes métodos, tanto directos como indirectos, utilizados para estimar la migración observada en una población en un periodo determinado de tiempo (generalmente el comprendido entre dos censos consecutivos). Al final del capítulo se presenta la manera de como poder determinar los posibles sesgos existentes al calcular el saldo neto migratorio por medio de cada uno de los diferentes métodos.

A continuación se presentan seis anexos en los cuales se hallan bien demostraciones ó bien breves reseñas sobre ciertas particularidades relacionadas con la temática expuesta. En ambos casos, por considerarse irrelevantes dentro del desarrollo de la obra, se dejan al final para no distraer la atención del lector. Lo presentado en ellos no es indispensable para la comprensión del material expuesto y el no consultarlos no impide la continuidad de la obra. Así mismo se presenta una breve sección de bibliografía recomendada la cual tiene como finalidad ofrecer al lector la posibilidad de ahondar en determinados aspectos presentados en la obra.

CAPITULO 1

CONCEPTOS DEMOGRAFICOS

1.1 Definición de Demografía.

"Demografía es el estudio científico de poblaciones humanas, principalmente con respescto a su tamaño, su estructura y su desarrollo".[1]

Como puede apreciarse, a partir de la definición de Demografía, el objeto de estudio en el presente trabajo será una determinada población.

En cuanto al término población puede decirse lo siguiente: "... ocasionalmente se usa para denotar el número total de personas en un área".[2]

1.2 Conceptos Básicos.

En este punto se presentan los conceptos más elementales que se emplean en Demografía, para que a par

1 Naciones Unidas, "Multilingual Demographic Dictionary", Population Studies No. 29, Dep. of Eco. on Social Affairs.
2 op. cit.

tir de ellos sea posible llevar a cabo el análisis de una población respecto a su tamaño, estructura y desarrollo.

1.2.1 Individuo.

Un individuo, desde el punto de vista demográfico, es una persona que tiene características tales como edad, estado civil, lugar de nacimiento, lugar de residencia, actividad económica, etc., sujetas de estudio y análisis para así determinar la causalidad y el efecto que tiene cada una de ellas en la vida cotidiana cuando se relacionan dos o más individuos.

1.2.2 Población.

Un conjunto de individuos caracterizados de mográficamente (de acuerdo al concepto anterior), los cuales comparten un espacio geográfico determinado en un período de tiempo determinado es lo que constituye una población en el sentido demográfico.

1.2.3 Fenómenos Demográficos.

Al analizar el comportamiento que guarda una población respecto a cada una de las características presentadas por sus componentes, lo que se esta haciendo es determinar el impacto que un fenómeno tiene sobre dicha población.

Así pues, cada fenómeno esta asociado a una determinada característica de la población.

Los que presentan mayor importancia son aquellos que de una u otra manera modifican el volumen y la estructura de la población. A éstos fenómenos se les denomina fenómenos demográficos.

Los fenómenos demográficos que se exponen en el presente trabjo son:

Mortalidad, Fecundidad y Migración.

Cada uno de ellos asociado a una determinada característica de los individuos que conforman a la población: muerte, nacimiento (desde el punto de vista de la mujer), lugar de nacimiento y lugar de residencia respectivamente.

1.2.4 Eventos Demográficos.

Cada uno de los diferentes fenómenos demográficos tiene asociado un evento que lo caracteriza, el cual se denomina evento demográfico.

Dicho evento demográfico viene a ser la realización concreta del fenómeno demográfico en cuestión.

A continuación se presentan diferentes fenó menos demográficos con sus respectivos eventos característicos:

FENOMENO DEMOGRAFICO	EVENTO DEMOGRAFICO
mortalidad	defunción
fecundidad	nacimiento
migración	inmigración o emigración

Los fenómenos demográficos se clasifican de acuerdo a tres aspectos diferentes: origen, impacto y forma de estudio.

De acuerdo a su origen los fenómenos demográficos se clasifican en:

a) naturales

b) sociales

Los fenómenos demográficos naturales son aquellos relacionados a causas biológicas. Tal es el caso de la mortalidad.

Los fenómenos demográficos sociales son aquellos cuya causalidad se debe a movimientos de carácter económico y social como su nombre lo indica. Como fenómenos demográficos sociales se puede citar la migración.

De acuerdo al impacto que tienen en la población, es decir, la manera en como incrementan, decrementan o modifican la estructura y volumen de la población, los fenómenos demográficos se clasifican en:

a) de entrada

b) de salida

c) de entrada-salida

Como fenómeno demográfico de entrada se puede citar a la natalidad, ya que la ocurrencia de dicho fenómeno incrementa el volumen de la población.

Un fenómeno de salida es el fenómeno mortalidad ya que al hacerse presente conlleva a una disminución en el número de efectivos de la población.

La migración es un fenómeno demográfico de entrada-salida ya que al llevarse a cabo (inmigrar o emigrar) por un lado incrementa el efectivo de la población (al inmigrar) y por otro lo decrementa (al emigrar).

De acuerdo a su forma de estudio los fenómenos demográficos se clasifican de la siguiente manera:

a) al estado puro

b) al estado perturbador

Un fenómeno demográfico se encuentra al estado puro cuando al llevar a cabo su análisis se supone que dicho fenómeno es el único que se encuentra afectando a la población.

Un fenómeno se encuentra al estado perturbador cuando se considera que existe interdependencia de él con otros fenómenos al realizar su estúdio.

En el presente trabajo se estudian los fenómenos al estado puro.

Así mismo se da una clasificación de los eventos demográficos de acuerdo a la ocurrencia que tienen en un individuo de la población. Los eventos se clasifican en:

a) renovables

b) no renovables

Los eventos demográficos renovables son aquellos que pueden presentarse en el individuo más de una vez. Tal es el caso de las migraciones (ya sean inmigraciones o emigraciones), ya que un individuo puede cambiar su lugar de residencia (migrar) cuantas veces quiera ó le sea necesario.

Los eventos no renovables son aquellos que solo se presenten en el individuo una vez. Tal es el caso de la muerte.

Sin embargo cabe señalar lo siguiente:

Existen eventos renovables a los cuales se les puede asignar un orden de ocurrencia.

Por ejemplo:

Los nacimientos desde el punto de vista de la mujer. Se asigna a cada hijo que tiene una mujer un lugar en la secuencia del total de nacimientos ocurridos. De acuerdo a esto se puede hablar de nacimiento de primer orden (al nacido en primer lugar), nacimiento de segundo orden (al nacido en segundo lugar), nacimiento de tercer orden y así sucesivamente. Por lo cual, como se puede observar, estos últimos eventos son no renovables ya que el hecho de que una mujer tenga a su primer hijo solo puede acontecerle una vez.

Por lo tanto y en relación a lo expuesto anteriormente se puede concluir lo siguiente:

Un evento renovable puede ser modificado y pasar a ser no renovable si se determina un orden de aparición de él en el individuo.

Como conclusión puede señalarse que el evento muerte es un evento demográfico no renovable estricto, ya que éste ocurre una y solo una vez al individuo, y no es posible determinar un orden de aparición de él en el individuo ya que éste solo puede morir una única vez.

1.2.5 Evento origen.

Un evento demográfico se denomina evento origen cuando su aparición en un individuo determina el inicio del período de estudio de un fenómeno demográfico.

Por ejemplo:

Al estudiar el fenómeno mortalidad el evento origen correspondiente es el nacimiento.

Otro ejemplo:

Al considerar el fenómeno fecundidad el evento origen que le corresponde es el estar una mujer con vida a la edad de 15 años.

1.2.6 Cohorte.

El concepto de cohorte es uno de los más utilizados en Demografía, ya que tiene gran importancia en el análisis de los diferentes fenómenos demográficos, ya que siempre se hablará del impacto que tiene dicho fenómeno en la cohorte.

El concepto de cohorte se puede definir de la siguiente manera:

Cohorte es un conjunto de individuos que comparten el mismo evento origen.

Cuando el evento origen considerado es el nacimiento, la cohorte recibe el nombre de generación.

En muchas ocasiones se emplea indistintamen te cohorte o generación. Lo cual considero no vaya a crear confusiones.

No hay que confundir cohorte con población, la primera se refiere a un subconjunto de la población el cual tiene un evento origen determinado mientras que en una población puede haber incluídas varias generaciones (alrededor de cien).

Supóngase lo siguiente:

Sea Ni el conjunto de individuos nacidos en el año i, los cuales conforman la generación i;

Sea Nj el conjunto de individuos nacidos en el año j, los cuales conforman la generación j.

Sin perder generalidad se puede suponer que $i < j$ $(i > j)$.

De acuerdo a lo anterior $j = i+k$ con $k > 0$ $(i = j+k$ con $k > 0)$.

Al cabo de n años a partir del año j, es decir el año j+n los miembros de la cohorte i tienen k+n años y los de la cohorte j tienen n años.

Así pues, en el año j+n se encuentran presentes ambas cohortes (la i y la j), las cuales conforman la población presente en ese año (j+n) junto con otras cohortes.

1.2.6.1 Cohorte real y cohorte hipotética.

Una cohorte real es una cohorte que se encuentra presente en el medio ambiente que se observa y que de una manera u otra se puede obtener la información correspondiente a las características que revisten una importancia demográfica.

Una cohorte hipotética, como su nombre lo indica, es una cohorte que "se supone que existe" y que de alguna manera se puede inferir su comportamiento semejante al de una cohorte real.

1.2.7 Tiempo.

En Demografía se maneja el tiempo en dos dimensiones diferentes:

a) tiempo-calendario

b) tiempo-edad

El tiempo-calendario se refiere al período de tiempo que transcurre de una fecha determinada (día, mes y año) a otra fecha, ésta distinta de la primera.

Así pues el tiempo-calendario demográfico es el tiempo "natural" que se conoce.

En ocasiones se hace referencia al tiempo-calendario simplemente como fecha o como calendario.

El tiempo-edad va a hacer referencia al lapso transcurrido a partir de un momento dado hasta la ocurrencia o no de un fenómeno.

Generalmente ese "momento dado" es el nacimiento.

A partir de este momento al hacer referencia al tiempo-edad se denominará simplemente como edad.

1.2.7.1 Tiempo-calendario.

Como se mencionó anteriormente el tiempo-calendario o calendario es el tiempo normal que todo mundo conoce y maneja. La unidad para medir las fechas o calendario más usual es el año natural (365 días).

1.2.7.2 Tiempo-edad.

Aunque las dos dimensiones del tiempo que se han indicado son de suma importancia para el análisis cualitativo y cuantitativo, la que merece mayor atención y es además una de las características que presentan los individuos es la dimensión tiempo-edad o sencillamente edad.

La edad de un individuo es el período de tiempo que transcurre desde su nacimiento hasta un momento determinado, momento en el cual puede o no presentarse el evento que caracteriza al fenómeno en estudio.

1.2.7.2.1 Edad exacta.

Es la edad contabilizada en años, meses, días, horas, minutos y segundos. Es decir, es el tiempo que transcurre desde el nacimiento hasta "exactamente" un instante determinado.

En general la edad exacta que se maneja en Demografía es aquella dada en años, es decir, cuando el instante determinado que se fija corresponde a un período anual.

De acuerdo a esto y a partir de este momento al hablar de edad exacta se estará hablando de la expresada en años, edad exacta en años.

1.2.7.2.2 Edad cumplida.

Resulta demasiado complicado y poco operativo, además de su difícil obtención, el manejo de la edad exacta de todos y cada uno de los individuos que conforman la población en lo que se refiere a la ocurrencia de los eventos demográficos ya que cuando se presenta el evento en cada uno de ellos no lo hace en el momento en que el individuo alcanza una edad exacta anual. Por esta razón se realiza una especie de "truncamiento" de la edad exacta; de la edad exacta solo se va a considerar el número de años "enteros" que se tengan sin importar la fracción de año restante que no se considera. Dada esta modificación que se hace de la edad exacta lo que resulta es lo que se va a considerar como edad cumplida.

Por ejemplo:

Supóngase que un individuo tiene edad exacta 22 años 11 meses y 25 días.

Otro individuo tiene 22 años 0 meses y 24 días.

Como puede observarse ambos individuos tienen edad exacta diferente, sin embargo al introducir el concepto de edad cumplida se tiene que los dos individuos tienen la misma edad: edad cumplida 22.

Al referirse a edad exacta se hablará de años exactos y al referirse a edad cumplida se hablará de años cumplidos

1.2.7.2.3 Edad inicial.

La mínima edad a la que se considera que un individuo sea alcanzado por un determinado fenómeno demográfico es a la que se le denomina edad inicial.

Por lo general al determinar la edad inicial se hace en términos de edad exacta.

1.2.7.2.4 Edad final.

La máxima edad a la que se considera que un individuo sea alcanzado por un determinado fenómeno demográfico es a la que se le denomina edad final.

Al igual que en la edad inicial, para determinar la edad final se utiliza una edad exacta.

1.2.8 Periodo de estudio de un fenómeno.

Es el conjunto de edades comprendido entre la edad inicial y la edad final en el que se considera que es factible que el evento se presente a un individuo.

Por ejemplo:

Sí se considera el fenómeno mortalidad, se tiene que la edad inicial es 0 años exactos (en el momento del nacimiento) y la edad final es w (es la edad a la que se supone nadie sobrevive).

Por lo tanto el período de estudio del fenómeno mortalidad es el conjunto de edades comprendidas entre las edades exactas 0 y w.

1.2.9 Flujo y stock.

Cuando se observa el comportamiento de varias cohortes ante un fenómeno durante un período de tiempo determinado y así obtener información de los eventos ocurridos en la cohorte. Al darse esta situación lo que se tiene es un stock.

Dicho de una manera más simple: un stock es el efectivo de eventos ocurridos en un momento determinado, el cual puede ser un día, un mes, un año.

Al observar a una cohorte a lo largo del tiempo para determinar el comportamiento que guarda ante un determinado fenómeno y así de esta manera ir contabilizando el número de eventos que van aconteciendo, entonces lo que se tiene es un flujo

De acuerdo a lo mencionado anteriormente se puede determinar la diferencia éntre un flujo y un stock:

En un flujo se contabilizan los eventos a lo largo del tiempo mientras que en un stock se contabilizan en un momento determinado.

1.2.10 Análisis longitudinal y análisis transversal.

El análisis longitudinal de un fenómeno es aquél que se realiza a lo largo del tiempo y que para su cuantificación y estudio cualitativo se emplean flujos.

Por su parte el análisis transversal (en ocasiones llamado análisis en transversal) se realiza en un momento dado y para determinar un juicio cuantitativo y cualitativo se emplean stocks.

1.3 Fuentes de Datos.

A continuación se presentan las diferentes fuentes de datos que se emplean para llevar a cabo el análisis de cada uno de los diferentes fenómenos demográficos.

En Demografía se utilizan tres diferentes fuentes de datos que son:

a) censo demográfico

b) encuestas demográficas

c) estadísticas vitales

En base a estas fuentes de datos se lleva a cabo el análisis de todos y cada uno de los fenómenos demográficos.

1.3.1 Censo demográfico.

El censo demográfico (llamado en México Censo General de Población y Vivienda) es un cuestionario que se levanta en una fecha determinada al total (es lo que se pretende) de la población que habita un espacio geográfico determinado, el cual se realiza con cierta periodicidad (en México se hace cada diez años).

La pretensión del censo es abarcar a la totalidad de la población, finalidad que generalmente no es alcanzada debido, entre otras cosas, a:

- cobertura real debajo del 100% de la población (denominada subregistro)
- deficiencia en la captación de la información
- mala declaración de la información
- errores en el manejo de la información

De la información que se puede obtener de un censo demográfico destaca, para el análisis de los fenómenos demográficos, lo siguiente:

- edad (en años cumplidos)
- sexo
- fecundidad (número de hijos nacidos vivos de cada mujer)
- estado civil (destacando: casado y soltero aunque se presentan otras alternativas, las cuales no tiene mayor importancia para los fines que se persiguen)
- lugar de nacimiento
- lugar de residencia

1.3.2 Encuestas demográficas.

La encuesta es un método estadístico que se utiliza para obtener información del total de la población con solo aplicar un cuestionario a un número reducido de personas que componen dicha población. A este número reducido de personas se le denomina muestra.

Así pues a partir de la información recogida por medio de la muestra se puede inferir el comportamiento y la situación que guarda la población en su totalidad.

1.3.3 Estadísticas vitales.

Son documentos oficiales cuya finalidad es el registro de nacimientos, defunciones, matrimonios y desuniones.

Por medio de este tipo de registros se puede observar las modificaciones existentes en una población en cuanto a su volumen y estructura.

Las estadísticas vitales pretenden abarcar a la totalidad de la población.

Cabe mencionar lo siguiente: a diferencia del censo y de las estadísticas vitales la encuesta demográfica solo abarca a una pequeña parte de la población mientras que los dos primeros abarcan, o pretenden hacerlo, a la población en su totalidad.

1.4 Pirámide de Población.

Al obtener la información a partir de un censo, lo que se hace es cuantificar y determinar la dimensión tamaño de una población en un momento dado. Es decir se tiene un stock.

Dentro de ese efectivo se tienen agrupadas alrededor de cien generaciones. Debido a esto, al hacer un determinado estudio es importante dar un juicio del comportamiento de toda la población ante un determinado fenómeno, motivo por el cual, en lugar de estudiar a toda la población en su conjunto, lo que se hace es considerar subpoblaciones (subconjuntos de la población total) para así realizar el estudio correspondiente en base a ellas de una manera más apegada a la realidad.

Las subpoblaciones que se consideran se determinan de acuerdo a ciertas características: edad, sexo, estado civil, actividad económica, etc. De acuerdo a esto se tiene una determinada estructura de la población en relación a la característica considerada.

Por ejemplo:

Sí la característica considerada es la actividad económica entonces lo que se obtiene es la estructura de la población por actividad.

Sí en vez de considerar la actividad económica se considera el estado civil entonces lo que se tiene es una estructura de la población por estado civil.

La estructura de la población más utilizada es la que se hace de acuerdo a las características sexo y edad de manera conjunta.

Al considerar la estructura de la población por edad y sexo y hacer su representación gráfica lo que se obtiene es lo que se conoce como pirámide de población.

A continuación se describe la manera de como construir una pirámide de población.

- Al considerar dos sexos, masculino y femenino, se denotará por P_h a la población de hombres (sexo masculino) y por P_m la población de mujeres (sexo femenino).

Sí se denota por PT a la población total entonces se tiene que

$$PT = P_h + P_m \qquad (1.1)$$

- Al tomar en cuenta la variable edad, las poblaciones masculina (P_h) y femenina (P_m) se pueden presentar de la siguiente manera:

$$P_h = \sum_{x=0}^{w-1} P_x^h \qquad (1.2)$$

$$P_m = \sum_{x=0}^{w-1} P_x^m \qquad (1.2")$$

Donde P_x^h y P_x^m denotan la población masculina y femenina respectivamente del grupo x. Se está dando la posibilidad de que el tamaño del grupo sea cualquiera. Generalmente se utilizan grupos quinquenales de edad (grupos de tamaño cinco).

De acuerdo a (1.2) y (1.2") se tiene que:

$$PT = P_h + P_m$$

$$= \sum_{x=0}^{\omega-1} P_x^h + \sum_{x=0}^{\omega-1} P_x^m$$

$$= \sum_{x=0}^{\omega-1} (P_x^h + P_x^m) \qquad (1.3)$$

- Al considerar la siguiente relación, para cualquier edad o grupo de edad,

$$\frac{P_x}{PT}$$

es decir, la población de un grupo de edad entre la población total, lo que se obtiene es la proporción de la población total cuya edad se encuentra en el grupo de edad x.

Esto se hace tanto para la población masculina como para la población femenina, respectivamente:

$$\frac{P_x^h}{PT} \quad y \quad \frac{P_x^m}{PT}$$

Así de esta manera se obtiene la proporción correspondiente a cada grupo de edad, tanto para hombres como para mujeres, con respecto a la población total.

Considerando H_x y M_x de la siguiente manera:

$$H_x = \frac{P_x^h}{PT} 100 \tag{1.4}$$

$$M_x = \frac{P_x^m}{PT} 100 \tag{1.5}$$

lo que se obtiene, en lugar de una proporción, es el porcentaje de la población total que tiene edad correspondiente al grupo x.

Es fácil demostrar que

$$\sum_x (H_x + M_x) = 100 \tag{1.6}$$

ya que

$$\sum_x (H_x + M_x) = \sum_x \left(\frac{P_x^h}{PT} 100 + \frac{P_x^m}{PT} 100 \right)$$

$$= \frac{100}{P\ T} \sum_x (P_x^h + P_x^m)$$

$$= \frac{100}{PT} (P_h + P_m)$$

$$= \frac{100}{PT} (PT)$$

$$= 100. \qquad \square$$

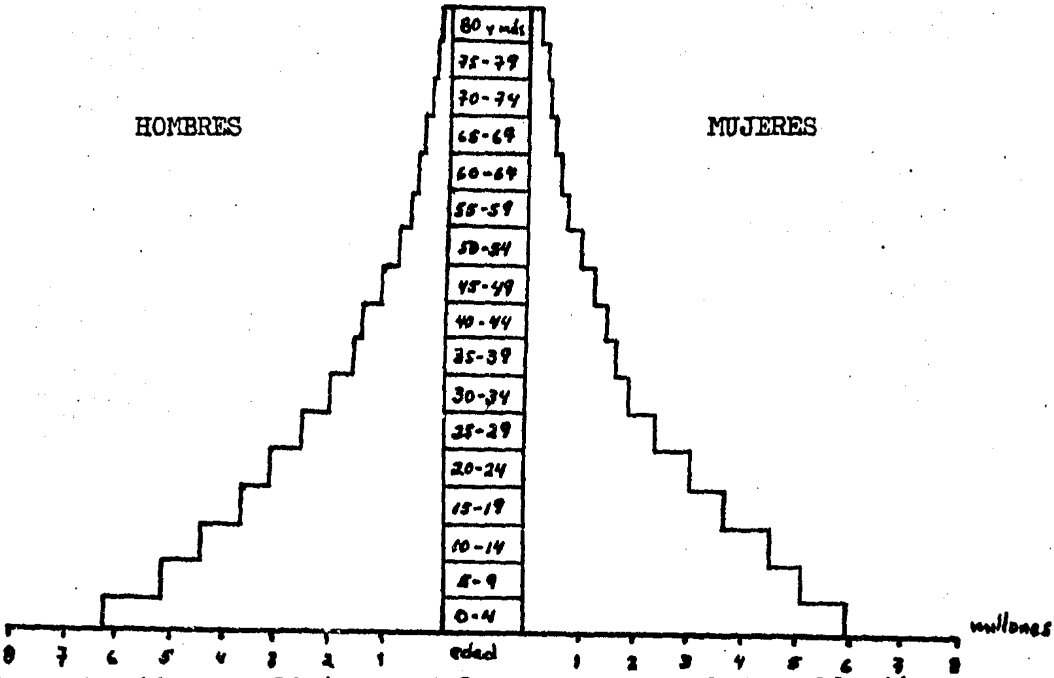
En general al construir pirámides de población se emplean grupos quinquenales de edad. Para éstos se realiza la misma metodología.

Al representar gráficamente los porcentajes H_x y M_x dados por las relaciones (1.4) y (1.5) respectivamente, en forma de histogramas se obtiene lo que se ha dado en llamar pirámide de población (ver diagrama 1.1).

Generalmente se sitúa a la izquierda los porcentajes correspondientes a la población de hombres y a la derecha los correspondientes a la población de mujeres.

Como la pirámide de población es una representación gráfica por medio de histogramas hay que señalar que la magnitud de las abcisas se calcula de tal manera que

Diagrama 1.1



FUENTE: Cifras preliminares del X Censo General de Población, corregidas por subenumeración proyectada al 30 de junio de 1980. CONAPO. México Demográfico, Breviario 1980-81. CONAPO. p.p. 39-40.

la superficie de cada uno de los rectángulos sea proporcional a la magnitud de efectivos a representar.

Así mismo el área total formada por todos los rectángulos debe ser igual a 100 unidades, esto de acuerdo a (1.6).

Una pirámide de población da una idea a grandes rasgos de la estructura por edad y sexo de la población en un momento dado (ya que se tiene un stock).

Además sirve para detectar posibles errores en la información en lo que se refiere a la declaración de las edades.

1.5 Diagrama de Lexis.

Al estudiar los diferentes fenómenos demográficos se maneja el tiempo en dos dimensiones diferentes: calendario y edad.

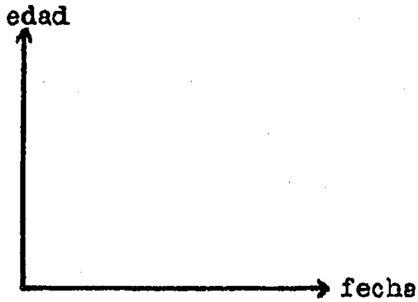
Recordando:

- el calendario se refiere a la fecha común que toda persona conoce y utiliza;

- la edad es el período de tiempo que transcurre para un individuo a partir del momento en que nace hasta un determinado instante.

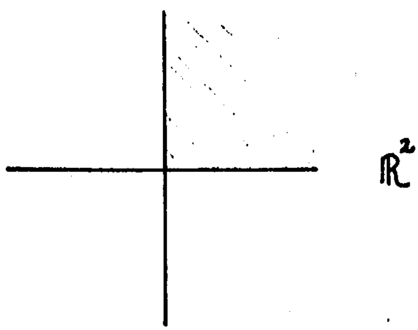
Al graficar tiempo-calendario contra edad se obtiene lo que se conoce como diagrama de Lexis (ver diagrama 1.2).

Diagrama 1.2



Dado que la idea que se tiene de tiempo se refiere a magnitudes positivas (no tiene sentido el hablar de tiempos negativos). Considérese el plano cartesiano R^2, de él solo se toma en cuenta el cuadrante totalmente positivo (ver diagrama 1.3), el cual será el que represente al diagrama de Lexis.

Diagrama 1.3



Al manejar conjuntamente la fecha y la edad es necesario, y resulta por demás redundante señalarlo, emplear la misma unidad de medida para ambos.

Dentro del diagrama de lexis lo que se tendrá es a lo que se denominan líneas de vida, las cuales representan, cada una de ellas, a un individuo a lo largo del tiempo.

Dado que se tienen dos dimensiones del tiempo a la vez cabe señalar lo siguiente: el mismo lapso de tiempo que se recorre en la dimensión calendario es el que se recorre en la dimensión edad.

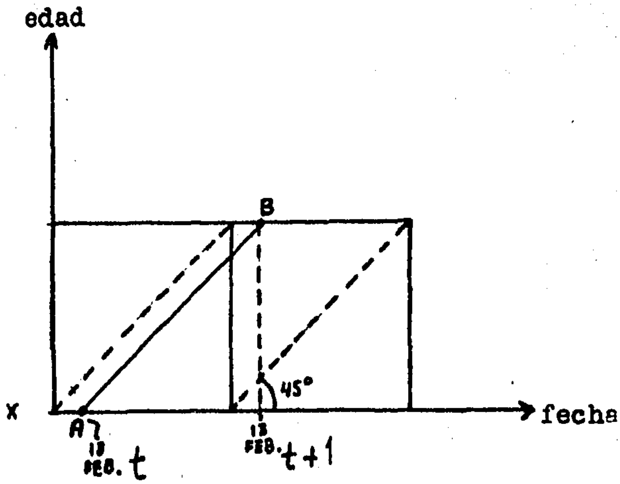
Por ejemplo:

Supóngase que un individuo tiene x años exactos el 13 de febrero del año t. Un año más tarde (un año calendario) dicho individuo tendrá x+1 años exactos el 13 de febrero del año t+1 (ver diagrama 1.4).

En la primera fecha, el 13 de febrero del año t, el individuo se encuentra en el punto A de su línea de vida, y un año más tarde se encuentra en el punto B.

Es fácil de observar en el diagrama y de demostrar analíticamente que la recta (línea de vida) que

Diagrama 1.4



une a los puntos A y B tiene pendiente igual a 1, o bien, que el ángulo que dicha recta forma con el eje calendario mide 45°. Esto último debido al valor de la pendiente o viceversa.

Estas características las tienen todas y cada una de las líneas de vida que se encuentren en un diagrama de lexis.

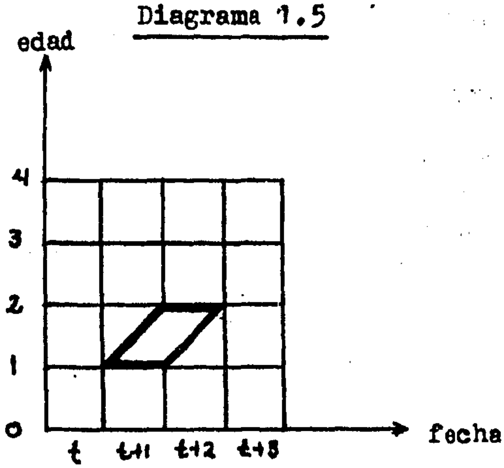
Todo punto que se encuentre en el diagrama de lexis pertenece a una determinada línea de vida.

Dentro de todo diagrama de lexis es posible apreciar tres aspectos diferentes: edad, cohorte (generación y tiempo (calendario o fecha).

A continuación se presentan diferentes diagramas, los cuales muestran la relación que se da entre los tres aspectos mencionados.

El siguiente diagrama contiene los aspectos edad y cohorte (diagrama 1.5):

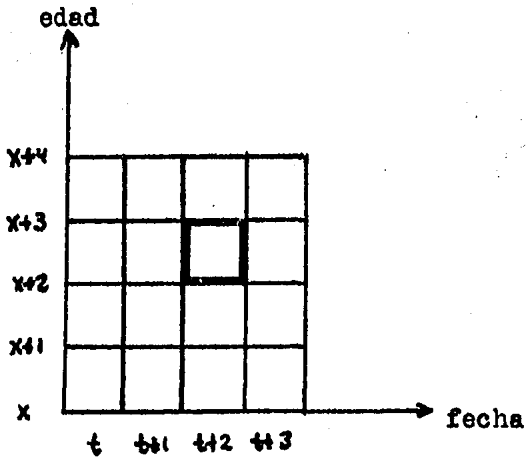
Diagrama 1.5



En él se hace referencia a la cohorte nacida en el año t y cuyos componentes tienen edad cumplida 1, o bien entre 1 y 2 años exactos.

El diagrama siguiente solo incluye los aspectos edad y tiempo (diagrama 1.6):

Diagrama 1.6

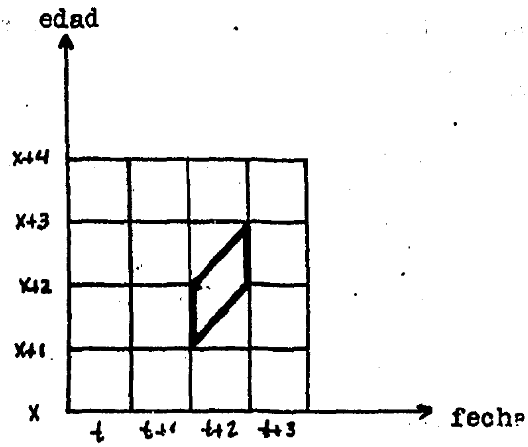


Y se refiere a los individuos que tienen x+2 años cumplidos (entre x+2 y x+3 exactos) en el año t+2. En este caso no se indica a que cohorte pertenecen los individuos ahí presentes ya que aparecen involucradas dos cohortes, motivo por el cual no se puede hablar de una determinada cohorte.

A continuación se presenta un diagrama que solamente incluye cohorte y tiempo (diagrama 1.7).

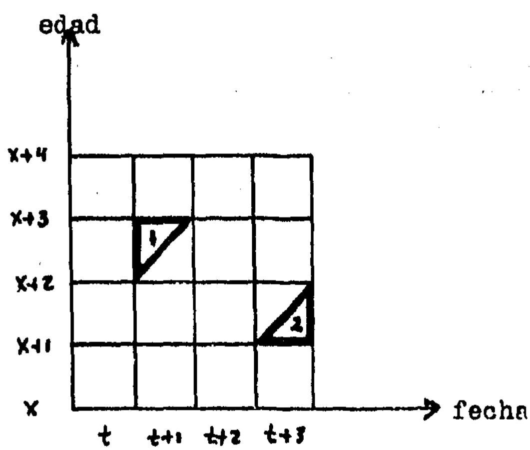
En dicho diagrama (diagrama 1.7) se habla de una determinada cohorte: aquella que alcanza los x años exactos en el año t y de un año calendario determinado: el año t+2.

Diagrama 1.7



En el siguiente diagrama (diagrama 1.8) se incluyen los tres aspectos: edad, cohorte y fecha.

Diagrama 1.8



En ambos casos (los triángulos indicados con los números 1 y 2) se encuentran bien determinados los aspectos edad, cohorte y fecha, ya que hacen referencia a una sola edad, una sola cohorte y una única fecha.

En los diagramas de Lexis precedentes se habla de incluir ó no a cada uno de los diferentes aspectos, esto es, sí estos aspectos se encuentran bien determinados: sí puede hablarse de una determinada cohorte (solo una), de una determinada edad (solo una) y de una determinada fecha (solo una).

1.6 Años-persona ó Tiempo-vivido.

El concepto de años-persona (ó bien tiempo-vivido) es uno de los más importantes y más utilizados en la Demografía.

Los años-persona se refieren al período de tiempo total (medido en años) que transcurre antes de que un individuo sea alcanzado por el fenómeno en estudio.

Por ejemplo:

Sí un individuo fallece a edad k, entonces él aporta con k años-persona.

Ahora bien, sí n personas fallecen todas a edad k, entonces todas ellas en conjunto aportan con n·k años-persona.

En general lo que interesa es conocer el total de años-persona aportados por toda la cohorte dentro de un período determinado.

Por ejemplo:

Se tienen m individuos al inicio del año t. De esos m individuos n migran a mitad del año (m>n). Así pues, de acuerdo a esto, el número de años-persona aportados por los individuos en conjunto es (m-n)·1 + 0.5(n). Esto es, todos los individuos que no migraron (m-n) aportan con un año cada uno, ya que no migraron; y los n restantes, que fueron los que migraron, aportan con medio año cada uno, ya que fué a la mitad del año cuando migraron.

1.7 Intensidad.

La intensidad de un fenómeno demográfico va a indicar el número de individuos de una población a los que se les presenta el fenómeno demográfico en cuestión. Dicho de otra manera: número de eventos que se presentan en la población.

Para determinar cuantitativamente la intensidad de un fenómeno hay que considerar lo siguiente:

- Sea $e_{\underset{\sim}{i}}$ el número de eventos ocurridos a individuos de la población, los cuales tienen edad i cumplida, es decir, su edad se encuentra entre las edades exactas i e i+1.

- Sea α la edad inicial del período de estudio del fenómeno considerado.

- Sea β la edad final del período de estudio del fenómeno en cuestión.

De acuerdo a lo anterior, la intensidad (I) de un fenómeno estará dada por la siguiente relación:

$$I = \sum_{i=\alpha}^{\beta-1} e_{\underset{\sim}{i}} \qquad (1.7)$$

Hay que señalar lo siguiente: la intensidad solo se calcula para fenómenos cuyo evento que los caracteriza es no renovable. Esto es debido a la definición de intensidad, ya que en caso contrario (eventos renovables) se daría el caso de que sí a una misma persona le sucede dos o más veces el evento en cuestión entonces se estaría considerando que tal evento le sucedió a dos o más personas, lo cual no sería correcto.

Para ejemplificar como se obtiene la intensidad de un fenómeno demográfico considérese lo siguiente:

- Supóngase que el fenómeno en estudio es mortalidad.

- En este caso los eventos ocurridos serán las defunciones a edad cumplida i, las cuales se denotan por $d_{\underset{\sim}{i}}$.

- La edad inicial es la edad 0, ya que la primer edad (en años) a la que puede morir un individuo es a los 0 años cumplidos.

- La edad final es la edad w, donde w representa aquella edad a la que nadie sobrevive (esto implica que $l_w=0$).

Por lo tanto la intensidad del fenómeno mortalidad (I(M)) estará dada por la relación

$$I(M) = \sum_{i=0}^{\omega-1} d_{\underset{\sim}{i}} \qquad (1.8)$$

Ahora bien, sí a la intensidad (I) se le divide entre el número total de individuos que se encontraban presentes al inicio del período de estudio, lo que se obtiene es la proporción del total de individuos a la que le sucedió el evento característico del fenómeno en estudio.

A esta proporción se le cónoce como intensidad media y se le denota por $\bar{I}$.

Denotando por N la población presente al inicio del período de estudio, entonces se obtiene lo siguiente:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} e_{\underset{\sim}{i}}}{N} \qquad (1.9)$$

Para el caso particular de mortalidad:

$$\bar{I}(M) = \frac{\sum_{i=0}^{\omega-1} d_{\underset{\sim}{i}}}{N} \qquad (1.10)$$

Se tiene que $d_{\underset{\sim}{i}}$ denota las muertes que se dan a edad cumplida i (entre i e i+1 exactas). Ahora bien, sí se denota con l_i el número de personas vivas a edad exacta i, por lo que de acuerdo a lo señalado con anterioridad el valor de N para el caso de mortalidad es l_0, es decir, la población inicial para el fenómeno mortalidad es aquella que tiene 0 años exactos (recién nacidos). Para el valor de w (el cual se considera 80, 85 ó 100) se depende de la información de que se disponga además del supuesto de que $l_w=0$.

Por otra parte, dado que $d_{\underset{\sim}{i}}$ denota las muertes ocurridas a edad cumplida i o bien entre las exactas i e i+1, entonces $d_{\underset{\sim}{i}}$ se puede escribir de la manera siguiente:

$$d_{\underset{\sim}{i}} = l_i - l_{i+1} \qquad (1.11)$$

Es decir, el número de muertes a edad cumplida i se puede expresar como la diferencia del número de vivos a edad exacta i y el número de vivos a edad exacta i+1. Esto debido a que el estudio del fenómeno mortalidad se realiza al estado puro.

Por lo tanto, y en concordancia a lo expuesto anteriormente, se tiene que:

$$\bar{I}(M) = \frac{\sum_{i=0}^{\omega-1} d_{\underset{\sim}{i}}}{N}$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^{\omega} (l_i - l_{i+1})}{l_o}$$

$$= \frac{(l_o - l_1) + \dots + (l_{w-1} - l_w)}{l_o}$$

$$= \frac{l_o - l_1 + l_1 - l_2 + \dots + l_{w-1} - l_w}{l_o}$$

$$= \frac{l_o}{l_o}$$

$$= 1 .$$

$\square$

$$\therefore \quad \bar{I}(M) = 1 \ ,$$

la intensidad media del fenómeno mortalidad es 1. Esto significa que el evento muerte se presenta a todos y cada uno de los componenetes de la población (al 100%), o dicho de otra manera: a l_0.

Para el fenómeno mortalidad se da que su intensidad media es 1, esto debido a que el evento muerte es el único que se presenta a toda la población, hecho que no se da con los demás eventos demográficos.

Sin embargo no se vaya a suponer que la intensidad media de todos los fenómenos (cuyo evento es no renovable) es siempre 1.

Ejemplificando esto último:

- Considérese el fenómeno nupcialidad de primer orden cuyo evento característico (evento no renovable) es el contraer matrimonio (nupcias) por primera vez.

- El periodo de estudio del fenómeno nupcialidad de primer orden es el conjunto de edades entre los 10 y los 50 años exactos. Esto es: la edad inicial es 10 y la edad final es 50.

- Se conoce el número de individuos

solteros a edad exacta i, $10 \leq i < 50$, llamados también célibes a edad exacta i, los cuales se denotan por c_i.

- Así mismo se conoce el número de individuos que se casan (por primera vez) a edad cumplida i que se denotan por $\underset{\sim}{m_i}$.

- Dado que se esta al estado puro y de acuerdo a los dos puntos anteriores se tiene que:

$$\underset{\sim}{m_i} = c_i - c_{i+1} \tag{1.13}$$

De acuerdo a (1.13) la intensidad del fenómeno nupcialidad de primer orden (I(N;1º)) esta dada por:

$$\begin{aligned} I(N;1º) &= \sum_{i=10}^{49} \underset{\sim}{m_i} \\ &= \sum_{i=10}^{49} (c_i - c_{i+1}) \\ &= (c_{10} - c_{11}) + \dots + (c_{49} - c_{50}) \\ &= c_{10} - c_{11} + c_{11} - \dots + c_{49} - c_{50} \\ &= c_{10} - c_{50}. \qquad \square \end{aligned}$$

$$\therefore \quad I(N;1^{\underline{o}}) = c_{10} - c_{50} \qquad (1.14)$$

Dado que la población inicial en este caso son los célibes a edad exacta 10 (c_{10}) la intensidad media del fenómeno nupcialidad de primer orden ($\bar{I}(N;1^{\underline{o}})$) esta dada por:

$$\bar{I}(N;1^{\underline{o}}) = \frac{c_{10} - c_{50}}{c_{10}}$$

$$= 1 - \frac{c_{50}}{c_{10}}$$

$$\therefore \quad I(N;1^{\underline{o}}) = 1 - \frac{c_{50}}{c_{10}} \qquad (1.15)$$

Ahora bien:

$$I(N;1^{\underline{o}}) = 1 \iff 1 - \frac{c_{50}}{c_{10}} = 1$$

$$\iff \frac{c_{50}}{c_{10}} = 0 \iff c_{50} = 0$$

es decir: para que la intensidad media del fenómeno nupcialidad de primer orden sea 1 se necesita que el total de los individuos de la población contraiga matrimonio antes de alcanzar los 50 años, o sea, que $c_{50} = 0$. Como puede apreciarse esto no tiene porque cumplirse ya que de acuerdo a la experiencia histórica que se tiene resulta muy difícil que el total de individuos que conforman una población todos contraigan matrimonio.

Por lo tanto se tiene que en general $I(N;1^{\underline{o}}) < 1$, lo que implica que el porcentaje de la población que contrae primeras nupcias es menor del 100%.

Para este caso a $\frac{c_{50}}{c_{10}}$ se le denomina "proporción de célibes definitivos". La proporción de célibes definitivos indica el porcentaje de la población que llega soltera al final del período de estudio.

En general se le denomina proporción definitiva de "..." con respecto a la población en estudio.

1.8 Calendario.

El concepto de calendario se define como el tiempo promedio, generalmente medido en años, que un individuo de la cohorte "vive" (permanece, está, se encuentra, etc.) en ella antes de ser alcanzado por el fenómeno en estudio.

Al calendario también se le conoce como esperanza de vida, pero esperanza de vida en el sentido amplio. Por lo que puede hablarse de:

- esperanza de vida al nacimiento (número de años que en promedio se espera que viva una persona que acaba de nacer);
- esperanza de vida célibe (número de años que en promedio transcurren antes de que un individuo contraiga matrimonio);
- etc.

En su aspecto cuantitativo la manera de estimar el valor de la esperanza de vida es la siguiente:

- Se denota por $e_{\underset{\sim}{i}}$ los eventos ocurridos a edad cumplida i. Es claro que para cada valor de i el número de años-persona aportados es, $\underset{\sim}{i} \cdot e_{\underset{\sim}{i}}$.

- Lo que se necesita es el total de años-persona que se aportan en conjunto durante el périoso de estudio del fenómeno. Esto es: es necesario calcular $\underset{\sim}{i} \cdot e_{\underset{\sim}{i}}$ con $\alpha \leq i \leq \beta$. Formalmente el número global de años-persona estaría dado por:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \underset{\sim}{i} \cdot e_{\underset{\sim}{i}} \, di \qquad (1.16)$$

ya que la edad se puede ver como una función continua.

Pero debido a la información de que se dispone resulta imposible trabajar con el caso continuo (1.16), por lo que se trabaja con el caso discreto (1.17)

$$\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} \underset{\sim}{i} \cdot e_{\underset{\sim}{i}} \qquad (1.17)$$

- Una vez que ya se tiene el total de años-persona aportados, a dicho valor (dado por la expresión (1.17)) se le divide entre la intensidad de dicho fenómeno, es decir, se divide entre

$$\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} e_{\underset{\sim}{i}} \tag{1.17''}$$

Por lo que si se denota por E al calendario o esperanza de vida se tiene que:

$$E = \frac{\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} \underset{\sim}{i} \cdot e_{\underset{\sim}{i}}}{\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} e_{\underset{\sim}{i}}} \tag{1.18}$$

Se emplea el supuesto de uniformidad en el siguiente sentido: los eventos que ocurren a edad cumplida i se llevan a cabo a la edad exacta i+0.5, es decir, en vez de trabajar con i se trabaja con i+0.5.

Al suponer uniformidad la expresión para la esperanza de vida queda como sigue:

$$E = \frac{\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} (i+0.5) \cdot e_{\underset{\sim}{i}}}{\sum_{i=\alpha}^{\beta-1} e_{\underset{\sim}{i}}} \tag{1.19}$$

Hasta aquí se han utilizado edades individuales, pero de igual manera se determina el valor de la esperanza de vida cuando se tiene a las edades en grupos quinquenales o en general cuando se encuentran en grupos de n edades.

Respectivamente se tendría:

$$E = \frac{\displaystyle\sum_{\substack{i=\alpha \\ 5}}^{\omega-5} (i+2.5) \cdot e_{i,i+4}}{\displaystyle\sum_{\substack{i=\alpha \\ 5}}^{\omega-5} e_{i,i+4}} \qquad (1.19'')$$

$$E = \frac{\displaystyle\sum_{\substack{i=\alpha \\ n}}^{\omega-n} \left(i+\frac{n}{2}\right) \cdot e_{i,i+(n-1)}}{\displaystyle\sum_{\substack{i=\alpha \\ n}}^{\omega-n} e_{i,i+(n-1)}} \qquad (1.19''')$$

Ejemplo:

- Considérese el fenómeno mortalidad.

- Se denota por $\mathring{e}_0$ la esperanza de vida al nacimiento.

- Se tienen edades individuales y se va a suponer uniformidad.

Se tiene que:

$$\mathring{e}_0 = \frac{\sum_{i=0}^{w-1} (i+0.5) \cdot d_i}{\sum_{i=0}^{w-1} d_i} \qquad (1.20)$$

dado que $d_i = l_i - l_{i+1}$, entonces

$$\mathring{e}_0 = \frac{\sum_{i=0}^{w-1} (i+0.5) \cdot (l_i - l_{i+1})}{\sum_{i=0}^{w-1} (l_i - l_{i+1})} \qquad (1.21)$$

desarrollando ambas sumatorias:

$$\mathring{e}_0 = \frac{0.5(l_0-l_1) + \dots + ((w-1)+0.5)(l_{w-1}-l_w)}{(l_0-l_1) + \dots + (l_{w-1}-l_w)}$$

$$= \frac{0.5 \cdot l_0 + l_1 + \dots + l_{w-1} + (w+0.5) \cdot l_w}{l_0 - l_w}$$

de acuerdo a como se definió la edad final del periodo de estudio de la mortalidad se tiene que $l_w=0$. Sí se considera que $w=80$, esto de acuerdo a la información que se obtiene a partir del censo, se tiene lo siguiente:

$$= \frac{0.5 \cdot l_0 + l_1 + \dots + l_{79}}{l_0}$$

$$= \frac{0.5 \cdot l_0}{l_0} + \frac{l_1 + \dots + l_{79}}{l_0}$$

$$= 0.5 + \sum_{K=1}^{79} \frac{l_k}{l_0}$$

$$= 0.5 + \frac{1}{l_0} \sum_{K=1}^{79} l_k$$

$$\therefore \quad = 0.5 + \frac{1}{l_0} \sum_{K=1}^{79} l_k \qquad (1.22)$$

Sí se denota por e_x la esperanza de vida de una persona de edad x es fácil comprobar que[3]:

3 Para su demostración ver el anexo I.

$$e_x = 0.5 + \frac{1}{l_x} \sum_{k=x+1}^{\omega-1} l_k \tag{1.23}$$

Para el caso de nupcialidad:

Si se denota por $\bar{m}_{10}$ la esperanza de vida célibe para una persona de 10 años de edad, entonces se tiene:

$$\bar{m}_{10} = \frac{\sum_{i=10}^{49} (i + 0.5) \cdot m_{\underset{\sim}{i}}}{m_{\underset{\sim}{i}}} \tag{1.24}$$

Dado que $m_{\underset{\sim}{i}} = c_i - c_{i+1}$ entonces:

$$\bar{m}_{10} = \frac{\sum_{i=10}^{49} (i+0.5)\cdot(c_i - c_{i+1})}{(c_i - c_{i+1})}$$

$$= \frac{10.5(c_{10} - c_{11}) + \dots + 49.5(c_{49} - c_{50})}{(c_{10} - c_{11}) + \dots + (c_{49} - c_{50})}$$

$$= \frac{10.5 \cdot c_{10} + c_{11} + \dots + c_{49} - 49.5 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5 \cdot c_{10} + \sum_{k=11}^{49} c_k - 49.5 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5 \cdot c_{10} - 10.5 \cdot c_{50} - 39 \cdot c_{50} + \sum_{k=11}^{49} c_k}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5(c_{10} - c_{50}) + \sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5(c_{10} - c_{50})}{c_{10} - c_{50}} + \frac{\sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= 10.5 + \frac{\sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$\therefore \quad \bar{m}_{10} = 10.5 + \frac{\sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}} \qquad (1.25)$$

En general, la esperanza de vida célibe para una persona de edad x, $10 \leqslant x < 50$, está dada por la si-

$$e_x = 0.5 + \frac{1}{l_x} \sum_{k=x+1}^{\omega-1} l_k \qquad (1.23)$$

Para el caso de nupcialidad:

Sí se denota por $\overline{m}_{10}$ la esperanza de vida célibe para una persona de 10 años de edad, entonces se tiene:

$$\overline{m}_{10} = \frac{\sum_{i=10}^{49} (i + 0.5) \cdot m_{\underset{\sim}{i}}}{m_{\underset{\sim}{i}}} \qquad (1.24)$$

Dado que $m_{\underset{\sim}{i}} = c_i - c_{i+1}$ entonces:

$$\overline{m}_{10} = \frac{\sum_{i=10}^{49} (i+0.5) \cdot (c_i - c_{i+1})}{(c_i - c_{i+1})}$$

$$= \frac{10.5(c_{10} - c_{11}) + \dots + 49.5(c_{49} - c_{50})}{(c_{10} - c_{11}) + \dots + (c_{49} - c_{50})}$$

$$= \frac{10.5 \cdot c_{10} + c_{11} + \dots + c_{49} - 49.5 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5 \cdot c_{10} + \sum_{k=11}^{49} c_k - 49.5 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5 \cdot c_{10} - 10.5 \cdot c_{50} - 39 \cdot c_{50} + \sum_{k=11}^{49} c_k}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5(c_{10} - c_{50}) + \sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= \frac{10.5(c_{10} - c_{50})}{c_{10} - c_{50}} + \frac{\sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$= 10.5 + \frac{\sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}}$$

$$\therefore \quad \overline{m}_{10} = 10.5 + \frac{\sum_{k=11}^{49} c_k - 39 \cdot c_{50}}{c_{10} - c_{50}} \qquad (1.25)$$

En general, la esperanza de vida célibe para una persona de edad x, $10 \leq x < 50$, está dada por la siguiente expresión[4]:

$$\overline{m}_x = 0.5 + \frac{\sum_{k=x+1}^{49} c_k - (50 - x - 1) \cdot c_{50}}{c_x - c_{50}} \qquad (1.26)$$

1.9 Tasa.

Una relación entre un flujo y un stock por medio de una división es a lo que se denomina tasa.

La tasa es una medida relativa que permite comparar un fenómeno demográfico en el tiempo y/o en el espacio.

Por lo regular el flujo que se emplea en la estimación de una tasa se refiere a un año civil, razón por la cual casi todas las tasas que se estiman son anuales.

Hay que mencionar un aspecto importante: el indicador tasa se refiere, al igual que el indicador in-

4 Para su demostración ver el anexo II.

tensidad, a eventos no renovables.

Por lo general se estiman dos tipos de tasas: las tasas brutas y las tasas específicas.

Las tasas brutas se refieren al total de la población en un periodo determinado (un año civil).

Las tasas específicas no hacen referencia al total de la población sino a un subconjunto de ella, el cual se determina tomando en cuenta una determinada característica. Generalmente y en particular en el presente trabajo dicha característica es la edad.

En general la estructura del indicador tasa es la siguiente:

$$\frac{\text{eventos ocurridos en un año}}{\text{años-persona aportados en un año}} \qquad (1.27)$$

Cabe señalar que tanto en el numerador como en el denominador se tiene un flujo.

A continuación se presenta la manera de como a partir de un flujo se llega a un stock en el denominador de (1.27); esto se hace utilizando el supuesto de uniformidad.

Se tiene lo siguiente:

- Edades individuales.

- Se supone uniformidad: se sitúan los eventos ocurridos a mitad del año, motivo por el cual cada uno de los individuos a los que les ocurre el evento aporta con 0.5 de año. A los individuos a los cuales no se les presenta el evento aportan cada uno de ellos con un año completo.

- Sea N_i el número de individuos de edad exacta i presentes en el año t.

- Sea N_{i+1} el número de individuos de edad exacta i+1 presentes en el año t+1, los cuales se encuentran sin que les haya ocurrido el fenómeno en el año t.

De acuerdo a esto el número de eventos ocurridos a individuos de edad cumplida i ($\underset{\sim}{e_i}$) está dado por:

$$\underset{\sim}{e_i} = N_i - N_{i+1}$$

Por lo tanto la expresión correspondiente a dicha tasa está dada por:

$$T_{\underset{\sim}{i}} = \frac{e_{\underset{\sim}{i}}}{N_{i+1} + 0.5 \cdot e_{\underset{\sim}{i}}} \qquad (1.28)$$

o bien:

$$T_{\underset{\sim}{i}} = \frac{e_{\underset{\sim}{i}}}{N_i - 0.5 \cdot e_{\underset{\sim}{i}}} \qquad (1.29)$$

Es fácil demostrar que las expresiones (1.28) y (1.29) son equivalentes. Esto se hace a partir de la relación

$$e_{\underset{\sim}{i}} = N_i - N_{i+1} \qquad (1.30)$$

ya que para que se cumpla que

$$N_{i+1} + 0.5 \cdot e_{\underset{\sim}{i}} = N_i - 0.5 \cdot e_{\underset{\sim}{i}} \qquad (1.31)$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$N_{i+1} + 0.5 \cdot e_{\underset{\sim}{i}} + 0.5 \cdot e_{\underset{\sim}{i}} = N_i$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$N_{i+1} + e_i = N_i$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$e_i = N_i - N_{i+1}$$

lo cual concuerda con (1.30) por lo tanto se puede asegurar que son equivalentes (1.28) y (1.29).

A partir de (1.28) (se puede hacer a partir de (1.29) ya que son equivalentes) se tiene que:

$$\underset{\sim}{T_i} = \frac{\underset{\sim}{e_i}}{N_{i+1} + 0.5 \cdot \underset{\sim}{e_i}}$$

$$= \frac{\underset{\sim}{e_i}}{N_{i+1} + 0.5(N_i - N_{i+1})}$$

$$= \frac{\underset{\sim}{e_i}}{N_{i+1} + 0.5 \cdot N_i - 0.5 \cdot N_{i+1}}$$

$$= \frac{\underset{\sim}{e_i}}{0.5 \cdot N_i + 0.5 \cdot N_{i+1}}$$

$$= \frac{e_i}{0.5 \cdot (N_i + N_{i+1})}$$

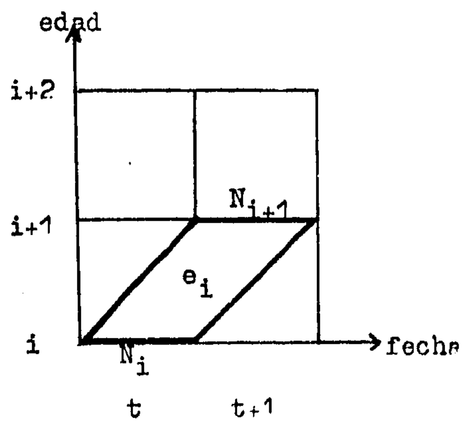
$$\therefore \quad T_i = \frac{e_i}{0.5 \cdot (N_i - N_{i+1})} \qquad (1.32)$$

Como se observa en (1.32) el denominador de T_i representa la población media en el año, la cual representa un stock.

De acuerdo a esto se puede afirmar que la población media es una muy buena aproximación de los años-persona empleando el supuesto de uniformidad.

Representando lo anterior en diagramas de Lexis se tiene:

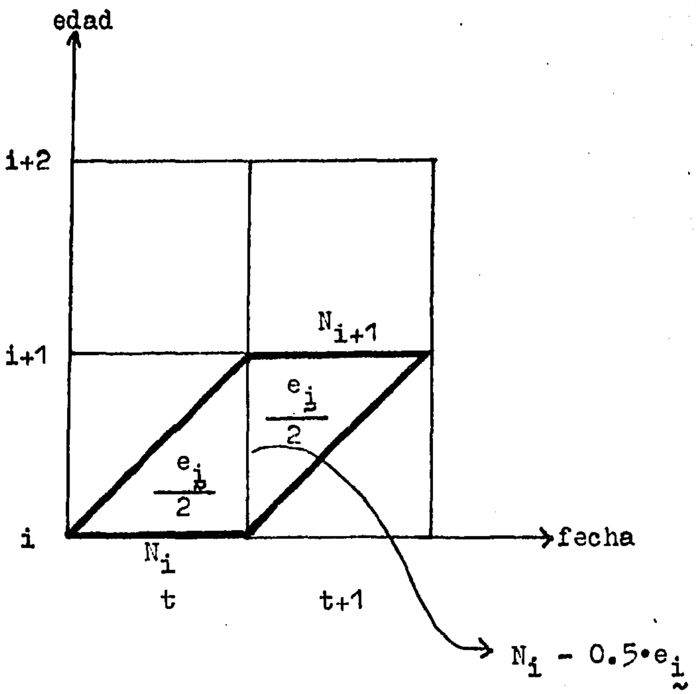
Diagrama 1.9



En el diagrama 1.9 se muestra la representación de la relación (1.30).

En el siguiente diagrama (diagrama 1.10) se presenta el supuesto de uniformidad y al número de años-persona.

Diagrama 1.10



1.10 Cociente.

El concepto de cociente tiene un sentido probabilístico en lo que se refiere a fenómenos demográficos.

Se puede definir como la probabilidad que tiene un individuo de ser alcanzado, en un periodo determinado, por el fenómeno en estudio.

Regularmente los cocientes, al igual que las tasas, se calculan para periodos anuales.

La estructura que guarda la expresión que determina el aspecto cuantitativo de un cociente toma la siguiente forma:

$$\frac{\text{número de eventos ocurridos a edad cumplida } i}{\text{población de edad exacta } i} \qquad (1.33)$$

De acuerdo a la notación que se ha empleado la estructura de un cociente queda de la siguiente manera:

$$\frac{e_{\underset{\sim}{i}}}{N_i} \qquad (1.34)$$

Ejemplos de cocientes:

Para mortalidad se tiene:

$$q_i = \frac{\underset{\sim}{d_i}}{l_i}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$q_i = \frac{l_i - l_{i+1}}{l_i} \qquad (1.35)$$

Su interpretación: probabilidad de que un individuo de edad i fallezca antes de alcanzar la edad i+1.

Para nupcialidad se tiene:

$$n_i = \frac{\underset{\sim}{m_i}}{c_i}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$n_i = \frac{c_i - c_{i+1}}{c_i} \qquad (1.36)$$

En palabras: probabilidad que tiene un individuo de contraer nupcias a edad cumplida i, o bien de casarse entre las edades exactas i e $i+1$.

1.11 Relación entre tasas y cocientes.

Ya que se han definido los conceptos de tasa y cociente, y se han dado las expresiones correspondientes, se presenta a continuación la relación existente entre ellos.

Esta relación es de gran utilidad ya que a partir de ella una vez que se conoce uno se puede conocer el otro.

Para establecer la relación entre tasas y cocientes considérese lo siguiente:

- Se conoce la población de edad exacta i (N_i) en el año t.

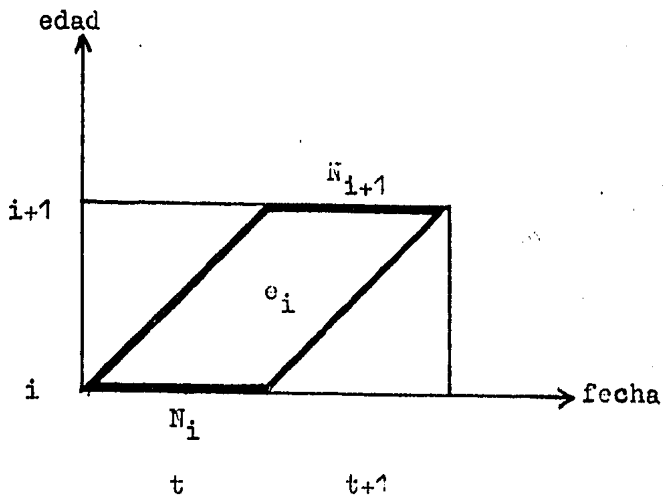
- Se conoce la población de edad exacta i+1 (N_{i+1}) en el año t+1.

- Dado que se está al estado puro, los eventos ocurridos a edad cumplida i (e_i) están dados por la relación

$$N_i - N_{i+1}$$

Representando lo anterior en un diagrama de lexis:

Diagrama 1.11



La tasa para la edad i $t_{\underset{\sim}{i}}$ (tasa específica para edad i) está dada por:

$$t_{\underset{\sim}{i}} = \frac{e_{\underset{\sim}{i}}}{\frac{1}{2}(N_i + N_{i+1})} \qquad (1.37)$$

El cociente para edad i q_i está dado por:

$$q_i = \frac{e_{\underset{\sim}{i}}}{N_i} \qquad (1.38)$$

Al suponer uniformidad en la ocurrencia de los eventos, la población que a edad cumplida i ($N_{\underset{\sim}{i}}$) no ha sufrido el fenómeno correspondiente está dada por:

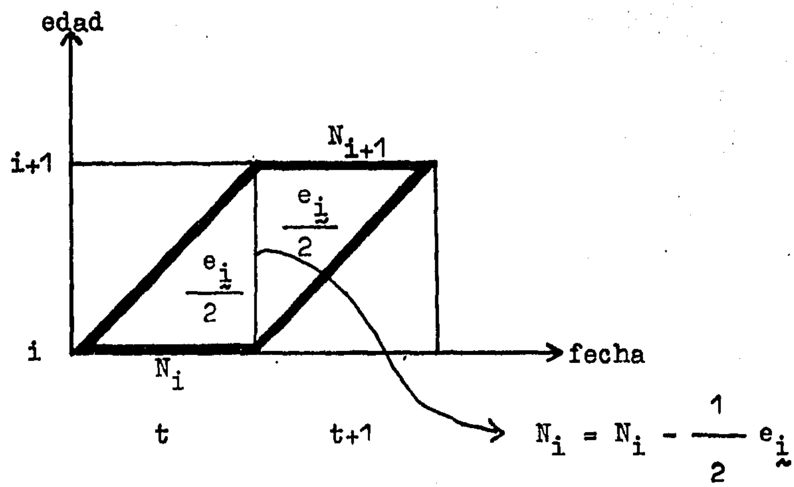
$$N_{\underset{\sim}{i}} = N_i - \frac{1}{2} e_i \qquad (1.39)$$

donde

$$N_{\underset{\sim}{i}} \equiv N_{i+0.5} \qquad (1.40)$$

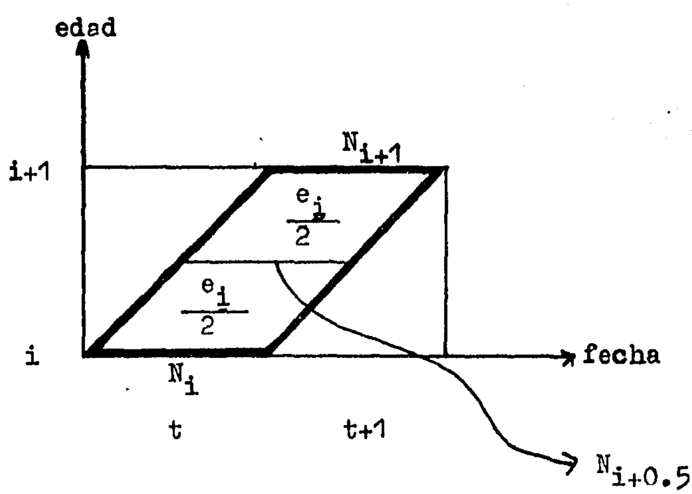
En el siguiente diagrama de lexis (diagrama 1.12) se muestra la situación dada por la relación (1.39):

Diagrama 1.12



En el diagrama 1.13 se representa la relación (1.40):

Diagrama 1.13



Por lo tanto, suponiendo uniformidad, se tiene lo siguiente:

$$\underset{\sim}{t_i} = \frac{\underset{\sim}{e_i}}{N_i - \frac{1}{2}\underset{\sim}{e_i}} = \frac{\underset{\sim}{e_i}}{\underset{\sim}{N_i}} \tag{1.41}$$

por lo cual

$$N_i - \frac{1}{2}\underset{\sim}{e_i} = \underset{\sim}{N_i}$$

si se multiplica por el factor $\frac{1}{\underset{\sim}{e_i}}$ $(\underset{\sim}{e_i} \neq 0)$ de ambos lados de esta última igualdad se tiene:

$$\frac{N_i}{\underset{\sim}{e_i}} - \frac{1}{2} = \frac{\underset{\sim}{N_i}}{\underset{\sim}{e_i}} \tag{1.42}$$

dado que

$$q_i = \frac{\underset{\sim}{e_i}}{N_i}$$

$\Longleftrightarrow$

$$\frac{1}{q_i} = \frac{N_i}{e_{\underset{\sim}{i}}} \qquad (1.43)$$

y además

$$t_{\underset{\sim}{i}} = \frac{e_{\underset{\sim}{i}}}{N_{\underset{\sim}{i}}}$$

$$\frac{1}{t_{\underset{\sim}{i}}} = \frac{N_{\underset{\sim}{i}}}{e_{\underset{\sim}{i}}} \qquad (1.44)$$

A partir de la expresión (1.42) y sustituyendo las igualdades obtenidas en (1.43) y (1.44) se tiene que:

$$\frac{1}{q_i} - \frac{1}{2} = \frac{1}{t_{\underset{\sim}{i}}}$$

multiplicando por $t_{\underset{\sim}{i}}$ de ambos lados:

$$t_{\underset{\sim}{i}}\left(\frac{1}{q_i} - \frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$\underset{\sim}{t_i} = \frac{1}{\dfrac{1}{q_i} - \dfrac{1}{2}}$$

multiplicando por $1 = \dfrac{q_i}{q_i}$ el lado derecho de esta última igualdad se obtiene:

$$\underset{\sim}{t_i} = \frac{q_i}{\dfrac{q_i}{q_i} - \dfrac{1}{2}\, q_i}$$

$$\Longrightarrow$$

$$\underset{\sim}{t_i} = \frac{q_i}{1 - \dfrac{1}{2}\, q_i}$$

$$\therefore \quad \underset{\sim}{t_i} = \frac{q_i}{1 - \dfrac{1}{2}\, q_i} \qquad (1.45)$$

De igual manera o bien a partir de (1.45) se llega a que:

$$q_i = \frac{\underset{\sim}{t_i}}{1 + \frac{1}{2}\underset{\sim}{t_i}} \qquad (1.46)$$

Un desarrollo similar se sigue para determinar la relación entre tasas y cocientes cuando, en vez de tener edades individuales, se tienen edades en grupos de n, en particular grupos quinquenales.

Así pues de esta manera se ha determinado la relación existente entre tasas y cocientes.

La importancia de esta relación radica en la utilidad que presenta cuando se elabora una tabla de mortalidad, ya que a partir de la información de que se dispone se pueden estimar las tasas más no los cocientes, los cuales (los cocientes) conforman una de las principales (llamadas básicas) series que componen una tabla de mortalidad.

Por eso, a partir de la relación existente, se pueden obtener los cocientes a partir de las tasas.

1.12 <u>Tabla.</u>

Una tabla, en Demografía, es un cuadro estadístico que muestra, de manera resumida, la experiencia de una cohorte ante un determinado fenómeno.

Una tabla se compone de varias series, de ellas destacan tres las cuales se denominan básicas o principales. La caracterización de estas series como básicas se debe a que a partir de cualquiera de ellas, una sola, se pueden obtener las series restantes que conforman la tabla.

Las tres series básicas que contiene una tabla son: la de los cocientes, la de los eventos ocurridos y la de los sobrevivientes.

Aquí se emplea el término sobreviviente en un sentido amplio, ya que no solo se refiere a aquellos individuos que no han fallecido, sino que se refiere a todos aquellos individuos que no han sido alcanzados por el fenómeno en estudio. En esto consiste el uso en sentido amplio del término sobreviviente.

Existen dos tipos de tablas, esto de acuerdo a la agrupación que se haga de las edades, por lo tanto se pueden tener tablas completas o tablas abreviadas.

Las tablas completas son aquellas que presentan la experiencia resumida de una cohorte en edades individuales.

Las tablas abreviadas son aquellas que contienen la experiencia de una cohorte conjuntando a las edades en grupos.

La agrupación de edades, como se ha señalado anteriormente, más común es la de cinco edades (grupos quinquenales).

Por lo general el tipo de tablas que se utilizan son las abreviadas, ya que a parte de ser más prácticas, no se pierde mucha información y precisión al usarlas en vez de tablas completas.

1.13 Proporción o Indice de Masculinidad.

Este concepto se refiere a la relación que guardan los componentes de una población en lo que se refiere a la característica sexo. Indica la proporción de hombres con respecto a mujeres que existe en una población.

De acuerdo a esto la proporción de masculinidad (llamada también proporción de hombres) o índice de masculinidad está dada por la siguiente relación:

$$\frac{\text{población de hombres}}{\text{población de mujeres}} \qquad (1.47)$$

Por medio de (1.47) se calcula el índice de masculinidad existente en una población.

Generalmente se emplea la expresión

$$\frac{\text{población de hombres}}{\text{población de mujeres}}\ 100 \qquad (1.48)$$

la cual es un poco más objetiva ya que indica el número de hombres presentes en una población por cada cien mujeres.

Así como se calcula el índice de masculinidad para el total de la población (por medio de (1.47) ó (1.48)) se puede hacer para la población donde las edades de los individuos que la componen se encuentren agrupadas (ya sean edades individuales, grupos quinquenales o grupos de n edades).

De esta manera es posible dar conclusiones sobre la estructura de la población respecto a la relación por grupos de edad de hombres y mujeres que la componen.

Si las edades de los individuos que conforman la población se encuentran en grupos, la proporción de masculinidad existente en cada uno de los grupos se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\text{población de hombres del grupo u}}{\text{población de mujeres del grupo u}} \qquad (1.49)$$

donde u denota cualquier grupo de edad, o bien

$$\frac{\text{población de hombres del grupo u}}{\text{población de mujeres del grupo u}} \, 100 \qquad (1.50)$$

C A P I T U L O   2.

M O R T A L I D A D

2.1 Introducción.

Al realizar la exposición de los diferentes fenómenos demográficos usualmente se comienza con el de mortalidad, esto se debe a que por una parte ha servido de modelo para el estudio de los otros fenómenos demográficos y por otra al realizar el estudio de la mortalidad no se hace uso de técnicas y expresiones matemáticas muy complicadas ó sofisticadas. Aunado a esto cabe mencionar que el fenómeno mortalidad es el más estudiado de todos, sin embargo no por ello deja de presentar gran importancia y hacer indispensable su estudio.

La finalidad de esta exposición es mostrar la metodología que se emplea para la construcción de una tabla de mortalidad. Esto se hace partiendo de recoger la información necesaria y se culmina con la construcción de la tabla. Por lo tanto no hay que perder de vista que todo lo que se presenta en este capítulo tiene dicha finalidad.

2.2 Fuentes de datos.

El primer paso a seguir para la construcción de una tabla de mortalidad es determinar la información con que se cuenta para llevar a cabo el estudio del fenómeno mortalidad y la construcción de la tabla.

La información disponible para el estudio del fenómeno mortalidad es la que se obtiene a partir de estadísticas vitales y de censos demográficos.

En las estadísticas vitales se lleva a cabo el registro de defunciones (cuyo documento oficial es el acta de defunción) y a partir de éste se cuantifica la ocurrencia del fenómeno mortalidad.

Aunque si bien las estadísticas vitales tienen como finalidad abarcar el total de la población que se encuentra en un espacio geográfico determinado las limitaciones que se presentan son notables, sobre todo en lo que se refiere al subregistro.

Entre las limitaciones existentes al llevar a cabo el registro de defunciones destacan:

- la no declaración de la ocurrencia

de la muerte (subregistro);

- la causa de la muerte en ocasiones se altera, se inventa o bien se omite:

- la edad de la persona fallecida no se declara con exactitud y en muchas ocasiones se da aproximada o definitivamente se omite y en otras tantas se inventa.

Resumiendo: hay limitaciones en el registro de defunciones, ya sea de subregistro o bien de deficiencia en la captación.

Si bien existe subregistro de defunciones tanto en las zonas urbanas como en las zonas rurales[1] se tiene que decir que es mucho mayor el existente en las zonas rurales, ya que ellas muchas de las veces el lugar donde se levanta el registro no existe o bien se encuentra alejado y las posibilidades económicas de los individuos impiden recorrer grandes distancias para efectuarlo; en otras tantas no considerar necesario hacer el registro ya que, por ejemplo,

1 Se consideran como zonas rurales aquellas que cuentan con una población no mayor de 2500 habitantes; las zonas urbanas son aquellas que tienen una población mayor de 2500 habitantes. En ocasiones se considera lo que se da en llamar zonas semiurbanas las cuales constan de una población de 2500 a 19999 habitantes[a].

a Julieta Quilodrán,"La Nupcialidad en las areas rurales de México", Lecturas Sobre Temas Demográficos, El Colegio de México, 1983, p.p. 45-98.

al enterrar al fallecido en el lugar donde lo entierran no se exige el acta de defunción y al considerar que no es necesario el registro no se efectúa.

Se hace una clasificación de las defunciones de acuerdo a: la edad de ocurrencia, la causa de ocurrencia, el lugar de ocurrencia, etc.

La clasificación de defunciones que se utilizará en el presente trabajo es la que se obtiene al hacer referencia a la edad de las personas al momento de morir (en años cumplidos).

De acuerdo a esto se va a hablar de:

- mortalidad infantil (antes de un año);
- mortalidad en los primeros años de vida (de 1 a 4 años cumplidos);
- mortalidad no infantil o mortalidad adulta (de 5 años en adelante).

De acuerdo a diferentes estudios realizados se ha observado que es mayor el subregistro de mortalidad infantil y en los primeros años de vida que el existente en la mortalidad adulta. Esto se debe a las causas mencionadas anteriormente, las cuales se hacen más notorias al tratarse de recién nacidos y niños menores de 5 años.

Por todo lo mencionado no hay que olvidar al hacer el manejo de la información de que se dispone las limitaciones existentes.

2.3 Formas de estudio.

Existen tanto métodos directos como indirectos para medir la mortalidad presente en una población.

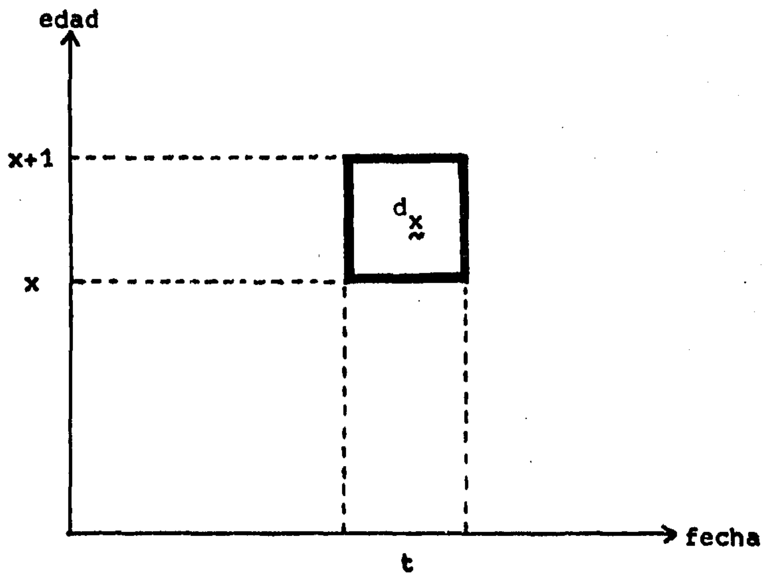
Los métodos indirectos se llevan a cabo generalmente por medio de encuestas.

Los métodos directos son aquellos que utilizan de manera franca la información de los registros de defunciones pertenecientes a las estadísticas vitales.

En el presente trabajo sólo se hará uso de métodos directos para el estudio de la mortalidad.

Los datos que proporcionan las estadísticas vitales se encuentran en transversal referidas a un año calendario. Visto esto en un diagrama de lexis:

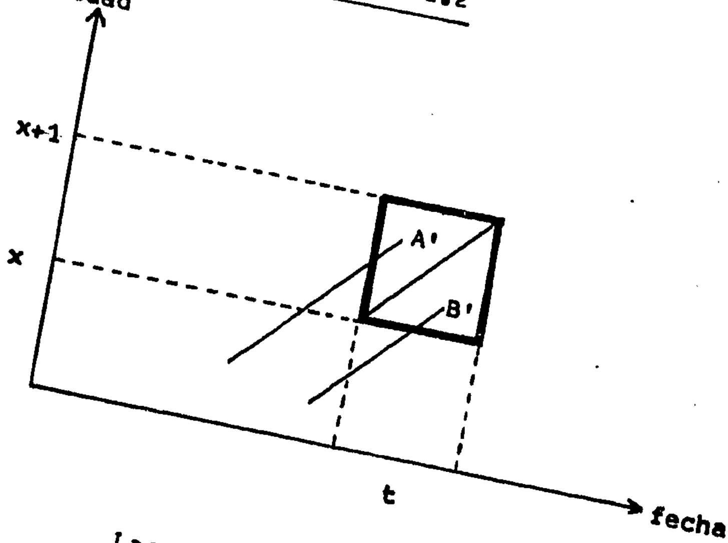
Diagrama 2.1



En él se puede apreciar lo siguiente: para un determinado año (año t en este caso) se tienen las defunciones registradas (que indistintamente se llamarán observadas) de individuos que tenían x años cumplidos (entre x y x+1 años exactos) al momento de fallecer, $0 \leq x < w$.

Esta información se encuentra en transversal ya que no se hace diferencia de generaciones a las cuales pertenecen los individuos fallecidos en un determinado momento (un año civil). Para observar lo anterior véase el siguiente diagrama:

Diagrama 2.2



Las dos defunciones, A' y B', ocurrieron en el año t y corresponden a dos individuos, A y B respectivamente, que fallecieron de x años cumplidos, pero uno de ellos (A) pertenece a la generación t-x-1 y el otro (B) a la generación t-x, por lo cual en el mismo año se tienen defunciones ocurridas a una cierta edad que corresponden a dos diferentes generaciones.

Este hecho se puede generalizar: si se tienen las defunciones por grupos de edad de tamaño n (usualmente n=5, grupos quinquenales) las defunciones ocurridas en un año entre las edades exactas x y x+n corresponden a n+1 generaciones distintas.

Sí se supone que n=5 (grupos quinquenales) se tiene lo siguiente:

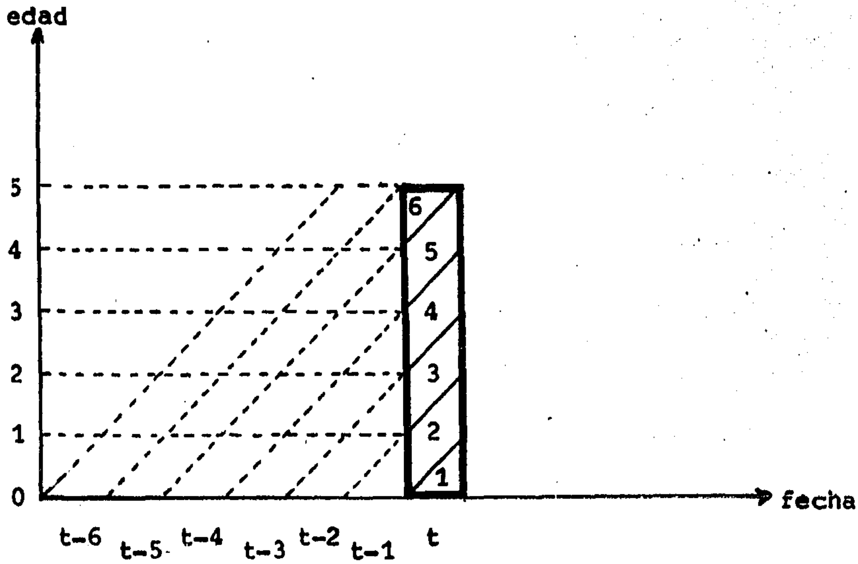
Considérese el grupo 0-4 (para fines ilustrativos ya que es indistinto para cualquier otro grupo) y el año t (ver diagrama 2.3).

Se puede observar que las defunciones ocurridas en el grupo 0-4 (que consta de cinco edades) corresponden a seis generaciones diferentes: de la t-5 a la t.

El triángulo superior marcado con el número 6 representa las defunciones de 4 años cumplidos correspondientes a la generación t-5.

El rombo marcado con el número 5 repre-

Diagrama 2.3



las defunciones de 3 y 4 años cumplidos que corresponden a la generación t-4.

El rombo marcado con el número 4 representa las defunciones de 2 y 3 años cumplidos que corresponden a la generación t-3.

El rombo marcado con el número 3 representa las defunciones de 1 y 2 años cumplidos que corresponden a la generación t-2.

El rombo marcado con el número 2 representa las defunciones de 0 y 1 años cumplidos que correspon- den a la generación t-1.

El triángulo inferior marcado con el número 1 representa las defunciones de 0 años cumplidos correspondientes a la generación t.

Todos ellos en conjunto representan las defunciones registradas en el año t de personas que tenían de 0 a 4 años cumplidos en t al momento de morir.

2.4 Tasa bruta de mortalidad.

El primer índice a presentar es el denominado tasa bruta de mortalidad (TBM) el cual está dado por la relación del total de defunciones ocurridas en una población durante un periodo determinado (un año) y la población presente a la mitad de dicho periodo (30 de junio del año correspondiente).

Si se denota por TBM la tasa bruta de mortalidad correspondiente a un determinado año.

Por D el total de defunciones ocurridas durante ese año.

Por P la población presente el 30 de junio de ese año.

Entonces:

$$TBM = \frac{D}{P}$$

generalmente se considera

$$TBM = \frac{D}{P} 1000$$

la cual indica la tasa bruta de mortalidad por cada mil personas.

La tasa bruta de mortalidad es un índice resumido ya que en él se encuentran condensados dos componentes:

- componente edad

- componente del fenómeno en sí

Para mostrar que la tasa bruta de mortalidad es un índice resumido hay que considerar lo siguiente:

Su estructura es:

$$TBM = \frac{\text{total de defunciones}}{\text{total de población}} \qquad (2.1)$$

Dado que el periodo de estudio correspondiente al fenómeno mortalidad va de la edad 0 a la edad w (edad a la que nadie sobrevive), la expresión (2.1) se puede escribir de la siguiente manera:

$$TBM = \frac{\sum_{x=0}^{w-1} \underset{\sim}{d_x}}{\sum_{x=0}^{w-1} \underset{\sim}{P_x}}$$

Ya que se supone que $P_w=0$ entonces se cumple que $\underset{\sim}{d_{w-1}}=P_{w-1}$ por lo que:

$$TBM = \frac{\underset{\sim}{d_0} + \underset{\sim}{d_1} + \dots + \underset{\sim}{d_{w-2}} + \underset{\sim}{d_{w-1}}}{\sum_{x=0}^{w-1} \underset{\sim}{P_x}}$$

$$= \frac{d_{\underset{\sim}{0}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} + \dots + \frac{d_{\underset{\sim}{w-1}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} \qquad (2.1')$$

Ahora bien:

$$\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}} = P_{\underset{\sim}{0}} + P_{\underset{\sim}{1}} + \dots + P_{\underset{\sim}{w-2}} + P_{\underset{\sim}{w-1}}$$

Si se considera la relación

$$\frac{P_{\underset{\sim}{x}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} \qquad 0 \leq x \leq w-1 \qquad (2.2)$$

lo que está representando es la proporción de la población total que tiene edad cumplida x.

Si se supone que $P_{\underset{\sim}{x}} \neq 0$ para toda x tal que $0 \leq x \leq w-1$ entonces (2.2) tiene valor diferente de cero para cualquier x y además $\frac{1}{P_{\underset{\sim}{x}}}$ tiene sentido para toda x.

De acuerdo a esto si a cada sumando de (2.1') se le multiplica por su correspondiente

$$\frac{P_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}}$$

Esto es: al sumando $\dfrac{d_{\underset{\sim}{k}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}}$ se le multiplica por $\dfrac{P_{\underset{\sim}{k}}}{P_{\underset{\sim}{k}}}$.

Entonces se tiene que:

$$TBM = \frac{d_{\underset{\sim}{0}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} \frac{P_{\underset{\sim}{0}}}{P_{\underset{\sim}{0}}} + \dots + \frac{d_{\underset{\sim}{w-1}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} \frac{P_{\underset{\sim}{w-1}}}{P_{\underset{\sim}{w-1}}}$$

$$= \frac{d_{\underset{\sim}{0}}}{P_{\underset{\sim}{0}}} \frac{P_{\underset{\sim}{0}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} + \dots + \frac{d_{\underset{\sim}{w-1}}}{P_{\underset{\sim}{w-1}}} \frac{P_{\underset{\sim}{w-1}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}} \qquad (2.3)$$

donde $\dfrac{P_{\underset{\sim}{k}}}{\sum_{x=0}^{w-1} P_{\underset{\sim}{x}}}$ es la proporción de la población que tiene edad k, $0 \leqslant k \leqslant w-1$, y $\dfrac{d_{\underset{\sim}{k}}}{P_{\underset{\sim}{k}}}$ muestra el impacto de la mortalidad en la población de edad k, $0 \leqslant k \leqslant w-1$.

De acuerdo a esto se puede concluir que la tasa bruta de mortalidad es un índice que resume el impacto de la mortalidad en una población en base a dos componentes.

A continuación se presenta la expresión correspondiente a la tasa bruta de mortalidad cuando se emplea a grupos quinquenales de edad:

$$TBM = \frac{d_{0-4}}{P_{0-4}} \; \frac{P_{0-4}}{\sum\limits_{\substack{x=0\\5}}^{w-5} P_{x,x+4}} + \ldots + \frac{d_{w-5,w-1}}{P_{w-5,w-1}} \; \frac{P_{w-5,w-1}}{\sum\limits_{\substack{x=0\\5}}^{w-5} P_{x,x+4}} \qquad (2.4)$$

Donde $\sum\limits_{\substack{x=0\\5}}^{w-5} P_{x,x+4}$ denota la suma de poblaciones por grupos quinquenales de edad, el índice de la sumatoria toma valores desde 0 incrementando de 5 en 5 hasta llegar a w-5.

2.5 Tasa específica de mortalidad.

Si ahora en vez de hablar del total de defunciones ocurridas y del total de la población se dividen esas defunciones y esa población en grupos de edades ya sean individuales, quinquenales o de tamaño n. Lo que se hace es estimar la tasa de mortalidad correspondiente a cada grupo de edad y de esta manera se obtiene una tasa específica de mortalidad. En este caso se obtiene una tasa específica de mortalidad por grupos de edades. La división de la mortalidad por edades no es la única ya que se puede determinar cualquier otra en base a la causa de la muerte, lugar del fallecimiento, etc.

Si se consideran edades individuales lo que se obtendrá por medio de las tasas específicas de mortalidad es el impacto que tiene el fenómeno en cada una de ellas.

Denotando por $m_{\underset{\sim}{x}}$ la tasa específica de mortalidad a edad x se tiene que:

$$m_{\underset{\sim}{x}} = \frac{d_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}} \qquad (2.5)$$

donde $P_{\underset{\sim}{x}}$ denota la población presente a mitad del año de edad cumplida x.

Si se tienen grupos quinquenales de edad:

$$ {}_5m_x = \frac{d_{x,x+4}}{P_{x,x+4}} \qquad (2.6) $$

2.6 Tasa de mortalidad infantil.

La tasa de mortalidad infantil determina el impacto de la mortalidad en la población que no alcanza el primer año de vida.

"Esta tasa es aceptada como un buen indicador del nivel de salud de una comunidad, ya que si se tiene una alta tasa de mortalidad infantil, ésta está asociada a una situación pobre, la cual se refleja en los ambientes insalubres, en lo inadecuado de las facilidades de atención médica y en el nivel educativo generalmente bajo."[2].

2 Alejandro Mina Valdés, "Curso Básico de Demografía", CEDDU, El Colegio de México, 1983, p.p. 22.

Si se denota por TMI_{0-1} la tasa de mortalidad infantil, por $\underset{\sim}{d_0}$ las defunciones ocurridas de 0 años cumplidos y por B los nacimientos registrados, entonces:

$$TMI_{0-1} = \frac{\underset{\sim}{d_0}}{B} \qquad (2.7)$$

2.6.1 Tasa de mor..lidad neonatal y postneonatal.

Las causas de muerte de los individuos menores de un año se deben a:

- accidentes del parto o malformaciones congénitas;

- infecciones respiratorias, accidentes alimenticios o por alguna causa externa.

En el primer caso se hablará de causas endógenas y en el segundo de causas exógenas de la mortalidad. De acuerdo a esto se hablará de mortalidad endógena y mortalidad exógena respectivamente[3].

Con la tasa de mortalidad neonatal se va a cuantificar la mortalidad endógena y con la tasa de mortalidad postneonatal la mortalidad exógena.

Las defunciones que acontecen a individuos menores de un mes de vida se deben a causas endógenas y las ocurridas desde el primer mes de vida hasta antes de alcanzar el primer año se deben a causas exógenas.

Por lo tanto la tasa de mortalidad neonatal está dada por la siguiente relación:

$$\frac{d_{0,1/12}}{B} \tag{2.8}$$

La expresión correspondiente a la tasa de mortalidad postneonatal es:

$$\frac{d_{1/12,1}}{B} \tag{2.9}$$

De acuerdo a (2.8) y (2.9) es fácil demostrar que la tasa de mortalidad infantil TMI_{0-1} es igual a la suma de la tasa de mortalidad neonatal y la tasa de mor-

3 Alejandro Mina Valdés, op. cit.

talidad postneonatal, ya que

$$TMI_{0-1} = \frac{d_0}{B} = \frac{d_{0,1/12}}{B} + \frac{d_{1/12,1}}{B} \qquad (2.10)$$

2.7 Tasa de mortalidad de los primeros años de vida.

La tasa de mortalidad de los primeros años de vida va a señalar el impacto que tiene la mortalidad en las edades de 1 a 4 años cumplidos, o bien entre los 1 y los 5 años exactos.

La expresión correspondiente a la tasa de mortalidad en los primeros años de vida está dada por:

$$\frac{d_{1-4}}{P_{1-4}} \qquad (2.11)$$

donde d_{1-4} indica el número de defunciones ocurridas a individuos que tenían de 1 a 4 años cumplidos al morir y P_{1-4} la población presente de esas mismas edades.

2.8 Tasa de mortalidad adulta.

Como se ha señalado con anterioridad la mortalidad adulta se refiere a la ocurrida a individuos de la población que tenían 5 años cumplidos o más al momento de morir.

Si se tienen edades individuales tanto en el registro de defunciones como en el efectivo de la población, entonces la tasa de mortalidad adulta a edad x ($\underset{\sim}{m_x}$), $5 \leqslant x \leqslant w-1$, está dada por

$$\underset{\sim}{m_x} = \frac{\underset{\sim}{d_x}}{\underset{\sim}{P_x}}$$

Si de lo que se dispone son edades en grupos quinquenales entonces lo que se obtiene son tasas quinquenales de mortalidad adulta. Cada una de ellas está dada por la relación que guardan las defunciones correspondientes a un grupo de edad y la población presente en ese mismo grupo de edad. Si se denota por ${}_5m_x$ la tasa de mortalidad para grupos quinquenales entonces:

$$ {}_5m_x = \frac{d_{x,x+4}}{P_{x,x+4}} \qquad x=5,10,\ldots,w-5 \qquad (2.12)$$

Ahora bien, ya se ha determinado la forma de estimar las tasas de mortalidad para todas y cada una de las edades o bien para grupos quimquenales, sin embargo hay que observar lo siguiente: de acuerdo a como se definió el concepto de tasa en el capítulo anterior, lo que se debe tener en los denominadores de cada una de las tasas es la población a mitad del año correspondiente, o bien la población media.

Por lo tanto la tarea a realizar es determinar la manera de como estimar la población media, o bien la población a mitad del año, para cada edad o grupo de edades.

A partir de estadísticas vitales se tiene el registro de las defunciones ocurridas (numerador de las tasas) lo único que falta es determinar el denominador correspondiente.

Para obtener la población a mitad del año se pueden hacer dos cosas: una es considerar la población media y otra es proyectar la población a mitad del año.

2.9 Población a mitad del año.

2.9.1 Estimación de la población media.

Para obtener la población media correspondiente a un año determinado lo que se hace es estimar la población a principio del año y estimar la correspondiente al final de ese mismo año y considerar la media aritmética.

Si se denota por $P^t_{01.01}$ la población a inicio del año t y por $P^t_{31.12}$ la población final en el año t, entonces la población media correspondiente al año t ($P^t_{30.06}$) está dada por:

$$P^t_{30.06} = \frac{P^t_{01.01} + P^t_{31.12}}{2} \qquad (2.13)$$

2.9.2 <u>Proyección de la población a mitad del año.</u>

Para proyectar la población a mitad del año es necesario conocer el efectivo de esa población en dos momentos dados (distintos) y en base a ellos determinar una tasa de crecimiento.

Como punto de partida, para hacer la proyección de una población, se hará un breve análisis de la expresión conocida como ecuación demográfica.

2.9.2.1 Ecuación Demográfica.

Si de alguna manera se tiene una población inicial P_0, el efectivo de individuos que la componen tendrá una variación a lo largo del tiempo debida a factores naturales y a factores sociales. Por lo tanto la población al cabo de un periodo de duración t, P_t, se puede expresar en función de la población inicial P_0, los factores naturales (muertes y nacimientos) y de los factores sociales (migraciones).

De acuerdo a esto la población P_t estará dada por la siguiente relación:

$$P_t = P_0 + Nac_{0-t} - Def_{0-t} + Inm_{0-t} - Emi_{0-t} \qquad (2.14)$$

Donde:

Nac_{0-t} denota los nacimientos ocurridos entre el momento inicial 0 y el final t;

Def_{0-t} denota las muertes ocurridas entre 0 y t;

Inm_{0-t} denota las inmigraciones ocurridas en la población entre 0 y t;

Emi_{0-t} denota las emigraciones efectuadas entre 0 y t.

Si se supone que t=1, esto es, la población dentro de un año (P_1) está dada por la relación:

$$P_1 = P_0 + Nac_{0-1} - Def_{0-1} + Inm_{0-1} - Emi_{0-1} \quad (2.15)$$

Cabe aclarar que el periodo 0-1 se refiere a tiempo calendario no a edad.

Como la mortalidad es un fenómeno demográfico de origen natural y además su estudio se realiza al estado puro, esto es, no considerar los factores sociales, entonces (omitiendo los factores sociales) la población al momento 1 estará dada por la relación:

$$P_1 = P_0 + Nac_{0-1} - Def_{0-1} \qquad (2.16)$$

Por otra parte:

La tasa bruta de natalidad (TBN), la cual indica el número de nacimientos ocurridos per cápita en una población (en un año), está dada por la relación:

$$TBN = \frac{Nac_{0-1}}{P_0} \qquad (2.17)$$

La tasa bruta de mortalidad (TBM), la cual indica el número de defunciones ocurridas per cápita en una población (en un año), está dada por la relación:

$$TBM = \frac{Def_{0-1}}{P_0} \qquad (2.18)$$

Si se multiplica el lado derecho de (2.16) por $1 = \frac{P_0}{P_0}$ se tiene que:

$$P_1 = \frac{P_0}{P_0}\left(P_0 + Nac_{0-1} - Def_{0-1}\right)$$

$$= P_0 + \frac{P_0}{P_0}\, Nac_{0-1} + \frac{P_0}{P_0}\, Def_{0-1}$$

$$= P_0 + P_0\,\frac{Nac_{0-1}}{P_0} + P_0\,\frac{Def_{0-1}}{P_0}$$

sustituyendo (2.17) y (2.18) en ésta última igualdad se tiene que:

$$P_1 = P_0 + P_o\, TBN + P_0\, TBM$$

$$= P_0\,(\,1 + TBN - TBM\,)$$

$$= P_0\,(\,1 + (\,TBN - TBM\,)\,) \qquad (2.19)$$

A la diferencia entre la tasa bruta de natalidad (TBN) y la tasa bruta de mortalidad (TBM) se le denomina tasa de crecimiento natural, la cual se denota por r.

Por lo tanto:

$$r = TBN - TBM \qquad (2.20)$$

Sustituyendo (2.20) en la expresión (2.19) se tiene:

$$P_1 = P_0 (1 + r) \qquad (2.21)$$

De esta manera se tiene que la pohlación dentro de un año será igual a la población inicial (P_0) afectada por el factor (1+r).

Ahora bien si se requiere la población dentro de dos años (P_2) entonces:

$$P_2 = P_1 (1 + r)$$

Sustituyendo (2.21) en esta última igualdad se tiene que:

$$P_2 = (P_2 (1 + r)) (1 + r)$$

$$= P_2 (1 + r)^2 \qquad (2.22)$$

En la expresión (2.22) se emplea el supuesto de estabilidad en el sentido siguiente: la tasa de crecimiento es igual a lo largo del tiempo para periodos de tiempo iguales.

En general es fácil comprobar que la población dentro de n años (a partir de este momento) estará dada por:

$$P_n = P_0 (1 + r)^n \qquad (2.23)$$

Así pues si se conocen la población inicial P_0 y la población al cabo de n años P_n se puede conocer la tasa de crecimiento natural r a partir de (2.23):

$$P_n = P_0 (1 + r)^N$$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{P_n}{P_0} = (1 + r)^n$$

sacando raíz n-ésima de ambos lados:

$$(1 + r) = \left(\frac{P_n}{P_0} \right)^{1/n}$$

$$r = \left(\frac{P_n}{P_0} \right)^{1/n} - 1 \qquad (2.24)$$

Son necesarios dos efectivos de la población en dos momentos diferentes, estos efectivos se obtienen a partir de dos censos consecutivos. (En México el censo se levanta cada 10 años, motivo por el cual el valor de n es aproximadamente 10; no es exactamente 10 debido a que la fecha en que se levanta cada uno de ellos no es la misma.[4]).

Es de todos conocidos (y ya mencionado anteriormente) que el censo presenta deficiencias en la información debidas al subregistro o bien a mala captación. Por lo que para poder obtener la tasa de crecimiento natural entre ambos censos, llamada tasa de crecimiento natural intercensal, y con ella poder proyectar la población a la mitad del año es necesario determinar el grado de confiabilidad de la información que proporciona el censo, para lo cual

4 Más adelante, en la sección 2.12, se muestra lo aquí señalado.

se necesita evaluar la calidad de la información y de esta manera determinar su grado de confiabilidad.

2.10 Métodos de evaluación de la información censal.

Al evaluar la información censal lo que se busca es dar un juicio del dato que se tiene pero sin modificarlo, esto es, se va a determinar su calidad pero sin hacerle nada en absoluto a los datos.

Existen dos tipos de evaluación de los datos:

- directos: se refieren al origen del dato; lo que se hace es volver a captar la información y de esta manera determinar las posibles diferencias existentes de los datos obtenidos.

- indirectos: en éstos lo que se hace

es un análisis de la información censal y de informaciones colaterales por medio de índices, los cuales de acuerdo a ciertos supuestos que emplean determinan la calidad de la información.

Hacer uso de algún método directo para evaluar la información censal resulta sumamente difícil debido a la cobertura tan grande que se tiene que realizar amén de ser sumamente costoso.

A continuación se presentan tres métodos que se utilizan para evaluar la estructura por edad de la población censada:

a) Indice de Whipple

b) Indice de Myers

c) Indice Combinado de Naciones Unidas

Es de suma importancia evaluar la estructura por edad de la población censada ya que en base a ella se estiman las tasas de mortalidad las cuales son de gran importancia en el estudio de la mortalidad (ya que a partir de ellas se obtienen los cocientes de mortalidad, los cuales conforman una de las series básicas de una tabla de mortalidad).

2.10.1 <u>Indice de Whipple.</u>

A través del tiempo se han observado una notoria tendencia de la población por declarar edades terminadas en los dígitos 0 y 5, lo cual causa alteraciones y desviaciones en el momento de estimar las tasas de mortalidad, sobre todo al tener edades en grupos quinquenales ya que la edad inicial de un grupo de edad determinado bien termina en 0 ó en 5.

El índice de Whipple (I_w) está dado por la relación:

$$I_w = \frac{P_{25} + P_{30} + \dots + P_{55} + P_{60}}{\sum_{x=23}^{62} P_x} \qquad (2.25)$$

El supuesto empleado en la relación (2.25) es el de uniformidad en el siguiente sentido: la población que declara edad terminada en 0 ó en 5 es una quinta parte de la población que declara tener edad correspondiente al grupo quinquenal cuya edad inicial es la correspondiente terminada en 0 ó en 5.

Por ejemplo:

Se supone que la población que declara tener edad 35 (P_{35}) es una quinta parte de la población que declara tener edad correspondiente al grupo 35-39 (P_{35-39}).

En el denominador de (2.25) se está considerando la población que declara tener edad desde los 23 a los 62 años.

En esta parte cabe hacer una pregunta: ¿de acuerdo al supuesto empleado, el denominador debería consiserar solamente la suma de edades de la 25 a la 60, entonces por qué se consideran las edades 23, 24, 61 y 62?

La respuesta es la siguiente: de alguna manera las personas que declaran tener edad 25 (60) pudiera ser que en realidad tuvieran edad 23 ó 24 (61 ó 62), las cuales son muy cercanas a 25 (60) y no han sido consideradas. Con esto lo que se busca es disminuir el posible error que se pudiera tener.

Al multiplicar por 5 y cumpliendose el supuesto de uniformidad en (2.25) su valor tenderá a 1. Esto es:

$$I_w = \frac{P_{25} + P_{30} + \cdots + P_{55} + P_{60}}{\sum_{x=23}^{62} P_x} 5 \longrightarrow 1 \quad (2.26)$$

Multiplicando (2.26) por 100:

$$I_w = \frac{P_{25} + P_{30} + \cdots + P_{55} + P_{60}}{\sum_{x=23}^{62} P_x} 5 \cdot 100 \quad (2.27)$$

lo que se obtiene es un valor de I_w que se puede incluir dentro de la siguiente clasificación que se da para el índice de Whipple:

$100 \leq I_w < 105$	información muy precisa
$105 \leq I_w < 110$	información relativamente precisa
$110 \leq I_w < 125$	información aproximada
$125 \leq I_w < 175$	información deficiente
$175 \leq I_w < +$	información muy deficiente

2.10.2 Indice Combinado de Naciones Unidas.[5]

Al agrupar los datos poblacionales arrojados por el censo de manera quinquenal los errores cometidos en la declaración de edad se eliminan en parte.

El índice de Naciones Unidas se construye en base a dos supuestos:

- regularidad de los sexos
- regularidad de los grupos de edad

El primer supuesto se refiere a lo siguiente: la proporción de masculinidad para cada grupo de edad no varía de un grupo de edad al siguiente. Dicho de otra manera: la proporción de masculinidad es constante.

El segundo supuesto se refiere al hecho del decrecimiento lineal del efectivo de individuos por grupo de edad. Este supuesto se da tanto para población masculina como para población femenina.

El índice se construye para grupos quinquenales del 0-4 al 65-69 (trece grupos quinquenales).

Se considera hasta el grupo 65-69 debido

5 United Nations, Bulletin Démographique, No. 2, octubre 1952.

a que para edades mayores las irregularidades en la información se pueden deber a causas diferentes a la mala declaración.

Se va a denotar por u a los grupos quinquenales de edad, u=0-4, 5-9, ... , 60-64, 65-69.

Al considerar la regularidad de los sexos se construye el índice correspondiente I_s:

Dado que se supone que la proporción de masculinidad para dos grupos concecutivos es la misma (proporción de masculinidad constante) entonces se tiene:

$$\left| \frac{P_u^h}{P_u^m} - \frac{P_{u+1}^h}{P_{u+1}^m} \right| \longrightarrow 0$$

para u=0-4, ... , 60-64.

El índice I_s está dado por la media aritmética de todas las diferencias anteriores (trece), por lo que:

$$I_s = \frac{\sum\limits_{u=0-4}^{60-64} \left| \frac{P_u^h}{P_u^m} - \frac{P_{u+1}^h}{P_{u+1}^m} \right|}{13} \qquad (2.28)$$

Considerando I_s porcentualmente:

$$I_s = \frac{\displaystyle\sum_{u=0-4}^{60-64} \left| \frac{P_u^h}{P_u^m} - \frac{P_{u+1}^h}{P_{u+1}^m} \right|}{13}\ 100 \qquad (2.29)$$

En lo que se refiere al supuesto de regularidad de los grupos se construyen dos índices: uno para hombres I_g^h y otro para mujeres I_g^m.

Ya que se está suponiendo un decrecimiento lineal de los efectivos por grupo de edad (tanto para hombres como para mujeres) lo que se va a pedir es lo siguiente: que dos veces la población de un grupo determinado u sea igual a la suma de las poblaciones de un grupo anterior u-1 y un grupo posterior u+1 al grupo considerado.

De otra manera: se pide que

$$\frac{2\ P_u}{P_{u-1} + P_{u+1}} \longrightarrow 1$$

con u=5-9, ... , 65-69.

Esto conduce a que:

$$\left| \frac{2\, P_u}{P_{u-1} + P_{u+1}} - 1 \right| \longrightarrow 0$$

Al considerar la media aritmética de estas últimas diferencias de manera porcentual se obtiene el índice de regularidad por grupos de edad I_g:

$$I_g = \frac{\sum\limits_{u=5-9}^{65-69} \left| \frac{2\, P_u}{P_{u-1} + P_{u+1}} - 1 \right|}{13}\, 100 \qquad (2.30)$$

Este índice se calcula tanto para hombres como para mujeres, por lo que de acuerdo a (2.30) se obtiene el índice de regularidad por grupos de edad para hombres I_g^h y el índice de regularidad por grupos de edad para mujeres I_g^m.

El índice de regularidad por grupos de edad para hombres está dado por la siguiente relación:

$$I_g^h = \frac{\displaystyle\sum_{u=5-9}^{65-69} \left| \frac{2\, P_u^h}{P_{u-1}^h + P_{u+1}^h} - 1 \right|}{13} \, 100 \qquad (2.31)$$

El índice de regularidad por grupos de edad para mujeres está dado por la siguiente relación:

$$I_g^m = \frac{\displaystyle\sum_{u=5-9}^{65-69} \left| \frac{2\, P_u^m}{P_{u-1}^m + P_{u+1}^m} - 1 \right|}{13} \, 100 \qquad (2.32)$$

El índice de Naciones Unidas es un índice combinado ya que involucra a los índices de regularidad de los sexos (I_s), regularidad por grupos de edad para hombres (I_g^h) y regularidad por grupos de edad para mujeres (I_g^m).

Los especialistas de la Organización de Naciones Unidas (ONU), de acuerdo a un gran número de observaciones, han dado un peso mayor al índice de regularidad de los sexos. De acuerdo a esto el índice combinado de Naciones Unidas I_{NU} está dado por la siguiente relación:

$$I_{NU} = I_g^h + I_g^m + 3\, I_s \qquad (2.33)$$

De acuerdo al valor que se obtenga de I_{NU} se puede determinar la precisión ó no de la información de acuerdo a la siguiente clasificación:

$30 \leq I_{NU} < 80$	información precisa
$80 \leq I_{NU} < +$	información imprecisa

Es conveniente señalar una cosa: dado que los supuestos son sumamente rigurosos el índice I_{NU} no alcanza su óptimo en 0.

Una cosa más: este índice no es conveniente utilizarlo cuando se tiene una población con un número reducido de individuos que la componen, esto se debe a que por haber un número no muy grande de individuos en la población se puede dar el caso de que en un determinado grupo de edad se encuentren un mayor volumen de individuos y esto ocasione desviaciones muy marcadas en la evaluación de la información sin que esto sea un reflejo fiel de la precisión o no de la información.

2.10.3 Indice de Myers.

El índice de Myers[6] (I_M) lo que determina es la inclinación que tienen los individuos de una población por declarar edades terminadas en algunos de los diferentes dígitos (0, 1, ... , 9).

En el índice de Myers se emplea el supuesto siguiente:

Dado que se tienen 10 dígitos lo que se espera es que la décima parte de la población (un 10%) declare edad terminada en cada uno de los diferentes dígitos.

Sea x la edad considerada. Suponiendo que $0 \leq x < 100$, x se puede escribir de la siguiente manera:

$$x = 10\,i + j \qquad \begin{array}{l} i=0,1,\ldots,8,9 \\ j=0,1,\ldots,8,9 \end{array} \qquad (2.34)$$

Donde i es el dígito correspondiente a las decenas y j es el correspondiente a las unidades.

Sean:

P_x el número de personas que declaran tener edad x;

6 "Error and Bias in the Reporting of age in Census Data", Actuarial Society of America Transaction, Vol. 49, N.Y. 1940.

V_x el número verdadero, o estimado como tal, de personas que tienen edad x;

P población total.

De acuerdo a (2.34):

$\sum_{i=0}^{9} P_{10i+j}$ es el número de personas que declaran tener edades terminadas en el dígito j, j=0,...,9

$\sum_{i=0}^{9} V_{10i+j}$ es el número verdadero de personas que tienen edades terminadas en el dígito j, j=0,...9

Ejemplos:

a) $\sum_{i=0}^{9} P_{10i+4}$ es el número de personas que declaran edades terminadas en el dígito 4, ya que

$$\sum_{i=0}^{9} P_{10i+4} = P_4 + P_{14} + \dots + P_{84} + P_{94}$$

b) $\sum_{i=0}^{9} V_{10i+9}$ es el número verdadero de personas que tienen edades terminadas en el dígito 9, dado que

$$\sum_{i=0}^{9} V_{10i+9} = V_9 + V_{19} + \ldots + V_{89} + V_{99}$$

Debido a que a edades bajas se hallan ciertas irregularidades, se considerará a la población en dos grandes grupos[7]:

- población de 10 años y más
- población de 20 años y más

De acuerdo a esto:

- V_j es el número verdadero de personas con edades terminadas en el dígito j dentro de la población de 10 años y más. Por lo tanto:

$$V_j = \sum_{i=1}^{9} V_{10i+j}$$

- V_j' es el número verdadero de personas con edades terminadas en el dígito j dentro de la población de 20 años y más. Por lo tanto:

7 Joaquín Leguina, "Fundamentos de Demografía", Ed. Siglo XXI, 3a. ed., 1981, p.p. 296-301.

$$V'_j = \sum_{i=2}^{9} V_{10i+j}$$

- P_j es el número de personas que declaran edades terminadas en el dígito j dentro de la población de 10 años y más. Por lo que:

$$P_j = \sum_{i=1}^{9} P_{10i+j}$$

- P'_j es el número de personas que declaran edades terminadas en el dígito j dentro de la población de 20 años y más. Por lo que:

$$P'_j = \sum_{i=2}^{9} P_{10i+j}$$

Un buen indicador que muestra lo atractivo ó no que es el dígito j estará dado por el porcentaje que representa la diferencia entre el efectivo de personas que declaran edad terminada en el dígito j y el efectivo verdadero o considerado como tal, esto con respecto a la suma de las poblaciones observadas de los dos grandes grupos (10 años y más y 20 años y más).

Esto es, considerar:

$$\frac{(P_j - V_j) + (P_j^{'} - V_j^{'})}{\sum_{j=0}^{9} (P_j + P_j^{'})}$$

ó bien

$$\frac{(P_j + P_j^{'}) - (V_j + V_j^{'})}{\sum_{j=0}^{9} (P_j + P_j^{'})} \qquad (2.35)$$

Como se puede observar en (2.35) es necesario conocer los valores de V_j y $V_j^{'}$ para $j=0,\ldots,9$, lo cual presenta una inconveniencia sino se puede recurrir a la entrevista repetida, por lo tanto no se puede conocer el valor de V_j y $V_j^{'}$. Debido a esto se hace el planteamiento siguiente:

Si pueden encontrarse coeficientes a_j y $a_j^{'}$, $j=0,\ldots,9$, tal que para toda j se tenga que:

$$\frac{a_j V_j + a_j^{'} V_j^{'}}{\sum_{j=0}^{9} (a_j V_j + a_j^{'} V_j^{'})} = 0.10 \qquad (2.36)$$

Y además se cumpla que:

$$\sum_{j=0}^{9} (a_jV_j + a_j'V_j') = \sum_{j=0}^{9} (a_jP_j + a_j'P_j') \qquad (2.37)$$

Entonces se puede construir un índice modificado M_j $j=0,\dots,9$, de la siguiente manera:

Multiplicando (2.35) por a_j y a_j' de manera conveniente, esto es P_j y V_j por a_j y P_j' junto con V_j' por a_j', se obtiene para $j=0,\dots,9$ que:

$$M_j = \frac{(a_jP_j + a_j'P_j') - (a_jV_j + a_j'V_j')}{\sum_{j=0}^{9} (a_jP_j + a_j'P_j')}$$

$\Longrightarrow$

$$M_j = \frac{a_jP_j + a_j'P_j'}{\sum_{j=0}^{9} (a_jP_j + a_j'P_j')} - \frac{a_jV_j + a_j'V_j'}{\sum_{j=0}^{9} (a_jP_j + a_j'P_j')} \qquad (2.38)$$

Sustituyendo (2.37) en la expresión (2.38) se tiene que:

$$M_j = \frac{a_jP_j + a_j'P_j'}{\sum_{j=0}^{9} (a_jP_j + a_j'P_j')} - \frac{a_jV_j + a_j'V_j'}{\sum_{j=0}^{9} (a_jV_j + a_j'V_j')} \qquad (2.39)$$

Sustituyendo la igualdad (2.36) en la expresión (2.39):

$$M_j = \frac{a_j P_j + a'_j P'_j}{\sum_{j=0}^{9} (a_j P_j + a'_j P'_j)} - 0.10 \qquad (2.40)$$

Suponiendo linealidad en V_x Myers asignó los siguientes valores de a_j y a'_j para $j=0,\ldots,9$[8]:

j	a_j	a'_j
0	1	9
1	2	8
2	3	7
3	4	6
4	5	5
5	6	4
6	7	3
7	8	2
8	9	1
9	10	0

8 Si en vez de suponer linealidad en V_x se supone variación parabólica de 2º ó 3º grado los coeficientes cambian mínimamente. Cf. Eric Michalup, Propuesta de un coeficiente de exactitud, IASI, Vol. 26, 1950.

Tales coeficientes a_j y a'_j son aplicables a cualquier población ya que proporcionan una muy buena evaluación de la información recogida.

A partir de (2.40) se establece el criterio de atracción o rechazo del dígito j de la siguiente manera:

- Si $M_j > 0 \Longrightarrow$ el dígito j es atractivo
- Si $M_j < 0 \Longrightarrow$ el dígito j es rechazado

Así mismo a partir de (2.40) se determina el valor del índice de Myers (I_M), el cual está dado por la siguiente relación:

$$I_M = \sum_{j=0}^{9} \left| M_j \right| 100$$

ó

$$I_M = 100 \sum_{j=0}^{9} \left| M_j \right| \qquad (2.41)$$

ya que se conocen los valores de M_j para $j=0,\ldots,9$.

A partir de (2.41) se determina la calidad de la información conforme a la siguiente clasificación:

$0 \leqslant I_M < 5$	baja concentración de la información
$5 \leqslant I_M < 15$	mediana concentración de la información
$15 \leqslant I_M < 30$	alta concentración de la información
$30 \leqslant I_M < +$	muy alta concentración de la información

Una vez que se ha evaluado la calidad de la información y determinado su confiabilidad lo que procede, antes de situar a la población a mitad del año, es corregir la estructura por edad de la población, la cual se obtiene por medio de un censo (ya mencionado con anterioridad).

2.11 Corrección de la estructura por edad de la población censada.

Al referirse a la corrección de la estructura por edad de la población censada hay que señalar algo muy importante: lo que se hace en realidad no es una corrección en el sentido estricto sino una suavización.

Para llevar a cabo tal suavización se emplea un modelo matemático de muy fácil aplicación denominado método de un dieciseisavo.

2.11.1 Método de un dieciseisavo.

Supuestos:

- Se conoce la población de un determinado grupo de edades denominado "grupo central", la cual se va a denotar por S_0.
- Se conoce la población de dos grupos

anteriores a S_0: S_{-2} y S_{-1}.

- Se conoce la población de dos grupos posteriores a S_0: S_{+1} y S_{+2}.

Así de esta manera se conocen los grupos S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_{+1} y S_{+2}, de ellos el grupo a suavizar es el grupo "central" S_0.

- Para suavizar S_0 se va a hacer uso de un conocido resultado: "Dado un polinomio de grado n, las diferencias de grado n+1 de ese polinomio son todas iguales a cero".

Utilizando este resultado y suponiendo que por S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_{+1} y S_{+2} pasa un polinomio de grado tres, se puede afirmar que las diferencias de grado cuatro del polinomio correspondiente serán todas iguales a cero.

Por lo tanto se tiene lo siguiente:

S	Δ S
S_{-2}	
	$S_{-1} - S_{-2}$
S_{-1}	
	$S_0 - S_{-1}$
S_0	
	$S_{+1} - S_0$
S_{+1}	
	$S_{+2} - S_{+1}$
S_{+2}	

Δs	$\Delta^2 s$
$s_{-1} - s_{-2}$	
$s_0 - s_{-1}$	$s_0 - 2\ s_{-1} + s_{-2}$
$s_{+1} - s_0$	$s_{+1} - 2\ s_0 + s_{-1}$
$s_{+2} - s_{+1}$	$s_{+2} - 2\ s_{+1} - s_0$

$\Delta^2 s$	$\Delta^3 s$
$s_0 - 2\ s_{-1} + s_{-2}$	
$s_{+1} - 2\ s_0 + s_{-1}$	$s_{+1} - 3\ s_0 + 3\ s_{-1} - s_{-2}$
$s_{+2} - 2\ s_{+1} + s_0$	$s_{+2} - 3\ s_{+1} + 3\ s_0 - s_{-1}$

$\Delta^3 s$	$\Delta^4 s$
$s_{+1} - 3\ s_0 + 3\ s_{-1} - s_{-2}$	$s_{+2} - 4\ s_{+1} + 6\ s_0 - 4\ s_{-1} + s_{-2}$
$s_{+2} - 3\ s_{+1} + 3\ s_0 - s_{-1}$	

Ya se obtuvo la cuarta diferencia, la cual es igual a:

$$S_{+2} - 4\ S_{+1} + 6\ S_0 - 4\ S_{-1} + S_{-2}$$

además se está suponiendo que se tiene un polinomio de grado 3, por lo que se debe cumplir que:

$$S_{+2} - 4\ S_{+1} + 6\ S_0 - 4\ S_{-1} + S_{-2} = 0$$

multiplicando por (-1) en ambos lados de la igualdad y reacomodando términos se tiene:

$$- S_{-2} + 4\ S_{-1} - 6\ S_0 + 4\ S_{+1} - S_{+2} = 0$$

sumando 16 S_0 de ambos lados de la igualdad:

$$- S_{-2} + 4\ S_{-1} - 6\ S_0 + 16\ S_0 + 4\ S_{+1} - S_{+2} = 16\ S_0$$

$$- S_{-2} + 4\ S_{-1} + (16 - 6)\ S_0 + 4\ S_{+1} - S_{+2} = 16\ S_0$$

$$- S_{-2} + 4\ S_{-1} + 10\ S_0 + 4\ S_{+1} - S_{+2} = 16\ S_0$$

Dado que el que se está suavizando es S_0, se despeja su valor de esta última igualdad y se llega a que:

$$\overline{S}_0 = \frac{1}{16} (- S_{-2} + 4\ S_{-1} + 10\ S_0 + 4\ S_{+1} - S_{+2}) \qquad (2.42)$$

donde $\overline{S}_0$ se refiere al S_0 suavizado.

Así pues al tener todos los grupos de edad de la población censada, considerando cada vez a uno de ellos como "grupo central", se pueden suavizar cada uno de ellos.

El método de un dieciseisavo presenta una limitación muy importante:

Ya que para suavizar un determinado grupo de edad son necesarios dos grupos anteriores y dos posteriores, al tener grupos quinquenales, los grupos de edad 0-4, 5-9, 75-79 y 80-+ (cuando éste sea el último grupo de edad) no se pueden suavizar por medio del método, debido a que los grupos 0-4 y 5-9 no tienen dos grupos que los antecedan y los grupos 75-79 y 80-+ no tienen dos grupos que les sucedan.

Antes de concluir es conveniente hacer la siguiente observación:

Al realizar la suavización de un grupo determinado (S_0) los valores de S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_{+1} y S_{+2} se toman directamente de la información censal, aunque uno o varios de ellos ya hayan sido suavizados.

Ejemplo:

Supóngase que ya se han suavizado los grupos de edad 10-14, 15-19 y 20-24, y el grupo a suavizar es el 25-29.

Para suavizar el grupo 25-29 se requiere de los grupos 15-19, 20-24, 30-34 y 35-39.

Aunque los grupos 15-19 y 20-24 ya se han suavizado (15-19 y 20-24 respectivamente) los grupos que se emplean para suavizar el grupo 25-29 son los grupos 15-19 y 20-24 obtenidos del censo y no los suavizados.

Una vez que se ha evaluado y suavizado la información se procede a determinar la tasa de crecimiento natural intercensal (r), la cual se obtiene a partir de la expresión (2.24).

2.12 Tasa de crecimiento intercensal.

Como se mencionó anteriormente para determinar la tasa de crecimiento natural intercensal es necesario tener una población inicial P_0 y una población final P_n, donde el periodo de tiempo transcurrido entre los dos momentos es n.

Para determinar la tasa de crecimiento intercensal se dispone de dos censos consecutivos (en México se leventan cada diez años). De la información proporcionada por el censo se toma la población total en cada uno de los censos y en base a estos valores se estimará la tasa de crecimiento. Ahora bien, de acuerdo a (2.24) lo único que falta por determinar es el valor de n; este se determina midiendo el tiempo transcurrido entre las fechas en que se levantó cada uno de los censos. El tiempo transcurrido entre el levantamiento de los censos siempre se mide en años.

Así pues de esta manera de determina la tasa de crecimiento intercensal.

A continuación se presenta un ejemplo del cálculo de la tasa de crecimiento intercensal r:

- Es necesario disponer de dos censos consecutivos, en este caso son el IX Censo general de Población y Vivienda 1970 y el X Censo General de Población y Vivienda 1980.

- A partir de ellos se obtienen las poblaciones inicial P_0 (1970) y final P_n (1980).

- El censo de 1970 se levantó el día 28 de enero y el censo de 1980 se levantó el día 4 de junio.

El tiempo comprendido entre ambos censos es el valor de n (medido en años) al estimar la tasa de crecimiento.

El valor de n se va a determinar de la siguiente manera:

- Del 28 de enero de 1970 al 28 de enero de 1980 transcurren 10 años; del 28 de enero de 1980 al 28 de mayo del mismo año transcurren 4 meses; del 28 de mayo de 1980 al 4 de junio del mismo año transcurren 7 días.

Por lo tanto el valor de n es igual a 10 años + 4 meses + 7 días, pero como n debe estar dado en años lo que hay que hacer es convertir los 7 meses y los 4 días en años (de hecho en fracción de año).

- 4 meses equivalen a $\frac{4}{12}$ de año.

- 7 días equivalen a $\frac{7}{365}$ de año.

Por lo tanto el valor de n expresado en años es:

$$10 + \frac{4}{12} + \frac{7}{365}$$

$$\Longrightarrow$$

$$n = 10.349$$

Denotando por P^{1970} la población inicial P_0 y por P^{1980} la población final P_n, y dado que ya se conoce el valor de n, la tasa de crecimiento intercensal está dada por la relación:

$$r = \left(\frac{P^{1980}}{P^{1970}}\right)^{1/10.349} - 1 \qquad (2.43)$$

Ya se tiene la tasa de crecimiento y a su vez también se tiene suavizada la población por grupos de edad. Ahora lo que procede es situar la población suavizada del 4 de junio a la mitad del año (30 de junio).

Si se denota por $\dot{P}^{1980}_{x,x+4}$ la población del grupo de edad x,x+4 a mitad del año, ésta está dada por la relación:

$$\dot{P}^{1980}_{x,x+4} = \bar{P}^{1980}_{x,x+4} (1 + r)^{26/365} \qquad (2.44)$$

donde $\bar{P}^{1980}_{x,x+4}$ denota la población suavizada del grupo x,x+4 al 4 de junio de 1980 y 26/365 es la fracción de año correspondiente al periodo comprendido entre el 4 de junio y el 30 del mismo mes.

Los grupos 5-9, 75-79 y 80-+ que no se pudieron suavizar (por medio del método de un dieciseisavo) se proyectan tal cual se tenían, esto es:

$$\dot{P}^{1980}_{x,x+4} = P^{1980}_{x,x+4} (1 + r)^{26/365} \qquad (2.44')$$

para x=5, 75, 80.

Al proyectar la población a mitad del año se emplean dos supuestos muy importantes:

- todos y cada uno de los grupos de edad crecen a la misma tasa. Hay que recordar que al estimar la tasa de crecimiento se hizo en base a poblaciones totales y no por grupos de edad.

- la tasa de crecimiento intercensal es la misma para cuando se desea proyectar la población en un lapso reducido de tiempo fuera del periodo intercensal (menor a un año).

Al llevar a cabo esta proyección se determina la población a mitad del año para los grupos quinquenales del 5-9 al 80-+, dicho de otra manera se conocen los denominadores de las tasas de mortalidad de dichos grupos de edad.

Pero surge una pregunta muy importante: ¿qué sucede con el grupo de edad 0-4?

Cuya respuesta es: dada la importancia que reviste el grupo de edad 0-4, para situar la población de este grupo a mitad del año se realiza un tratamiento más refinado para lograr tal objetivo.

Para llevar a cabo esto se hace uso de lo que se denominan factores de separación, los cuales se presentan a continuación.

2.13 Factores de separación.

Para el grupo quinquenal 0-4 no se puede estimar el efectivo correspondiente a mitad del año de la manera descrita anteriormente ya que es un grupo que presenta un alto grado de subregistro al momento de levantar el censo. Esto se debe a que los niños menores de un año o bien los no mayores de cinco años no se declaran ya que se da el caso de que la persona que proporciona la información en el momento del censo no los considera como individuos integrantes del núcleo familiar o en otras de las veces se les olvida declararlos.

Debido a esto la manera de estimar la población a mitad del año del grupo 0-4 se realiza en base a nacimientos y defunciones ocurridas (información proporcionada por estadísticas vitales) correspondientes a aquellas generaciones que para el año para el cual se estima la tasa de mortalidad sus componentes tienen edades pertenecientes al grupo de 0 a 4 años cumplidos.

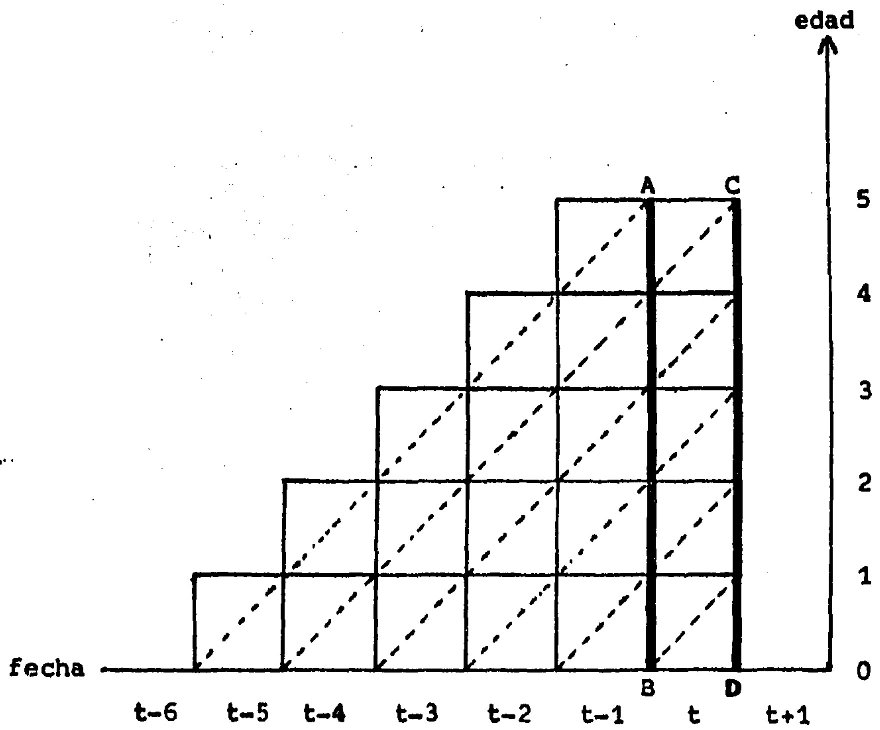
Para este grupo de edad no se lleva la población directamente a mitad del año sino que se considera la población media, motivo por el cual es necesario determinar la población al inicio y al final del año para el cual se estima la tasa de mortalidad.

Con ayuda del siguiente diagrama de lexis (diagrama 2.4) se va a determinar la información necesaria para estimar la población media del grupo 0-4, es decir, el denominador de las tasas de mortalidad 0-1 y 1-4, denotadas por ${}_1m_0$ y ${}_4m_1$ respectivamente.

Se va a suponer que el año para el cual se determina la población media es el año t, por ende las tasas de mortalidad se calcularán para este año.

En tal caso se requiere determinar la población a inicio y final del año t.

Diagrama 2.4



De acuerdo al diagrama 2.4 se tiene lo siguiente:

- La población del grupo 0-4 al inicio del año t está representada por la recta vertical AB.

- La población del grupo 0-4 al final del año t está representada por la recta vertical CD.

- Se necesita la información correspondiente a los nacimientos registrados en los años t-5, t-4, t-3, t-2, t-1 y t.

- Se necesita la información correspondiente a las defunciones registradas de la siguiente manera:

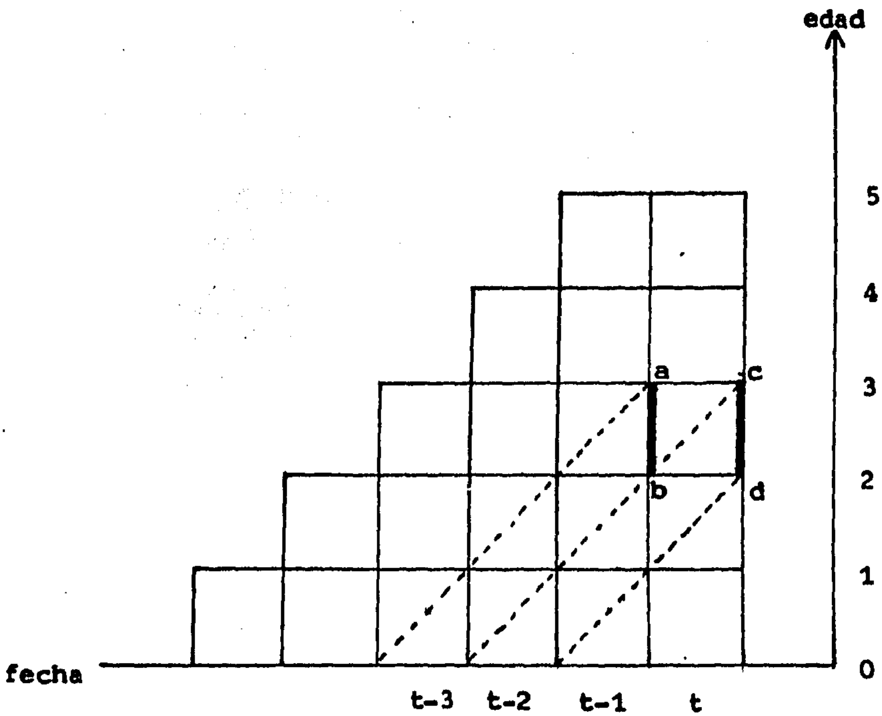
año t-5	de 0 años
año t-4	de 0 y 1 años
año t-3	de 0,1 y 2 años
año t-2	de 0,1,2 y 3 años
año t-1	de 0,1,2,3 y 4 años
año t	de 0,1,2,3 y 4 años

A continuación se muestra la manera de determinar la población de edad cumplida x, x=0,1,2,3,4, al inicio y al final del año t.

Para ilustrar esto se tomará el caso particular con x=2, es decir, la población al inicio y al final del año t de 2 años cumplidos.

Para esto considérese el siguiente diagrama de lexis:

Diagrama 2.5



Lo que se quiere es determinar las poblaciones inicial y final del año t de edad 2 años cumplidos representadas por los segmentos de recta ab y cd respectivamente.

Como lo muestra el diagrama 2.5, la población que al inicio del año t (segmento de recta ab) tiene 2 años cumplidos corresponde a la generación t-3, y la población que al final del año t (segmento de recta cd) cuenta con con 2 años cumplidos corresponde a la generación t-2.

Para conocer la población de 2 años cumplidos al inicio del año t se hace lo siguiente:

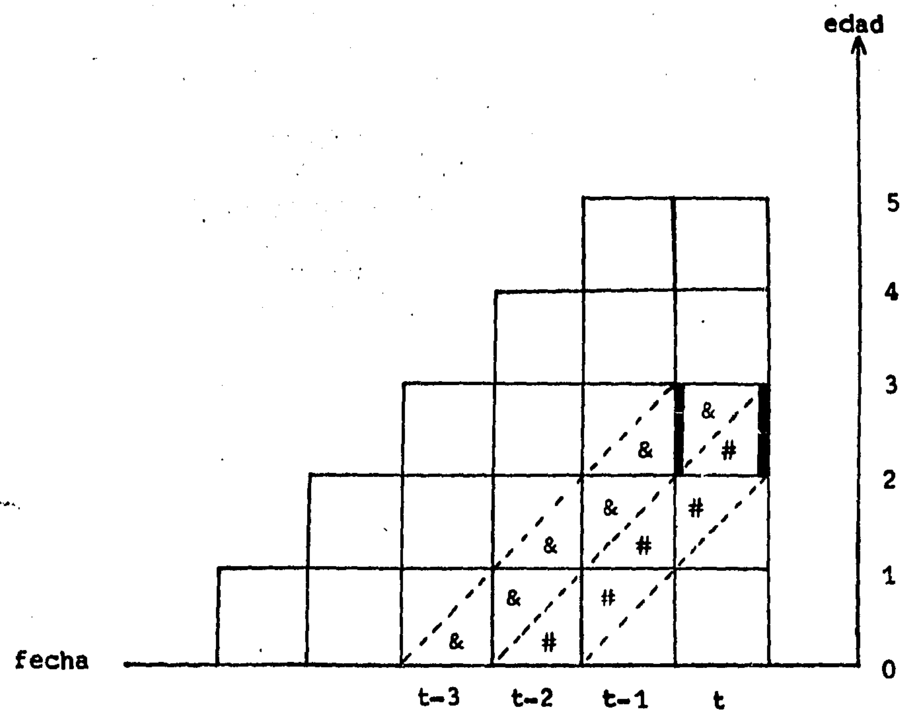
- A los nacimientos registrados en el año t-3 (generación t-3) se les restan las defunciones ocurridas antes del año t que corresponden a esta generación (las cuales faltan por determinar).

Para determinar la población de 2 años cumplidos a fines del año t se hace lo siguiente:

- A los nacimientos registrados en el año t-2 (generación t-2) se les restan las defunciones ocurridas antes del año t+1 que corresponden a esta generación (las cuales faltan por determinar).

Si en el diagrama 2.6 se denotan por & las muertes correspondientes a la generación t-3 y por # las correspondientes a la generación t-2 se obtiene lo siguiente:

Diagrama 2.6



De manera similar se obtienen las poblaciones al inicio y al final del año t para las demás edades.

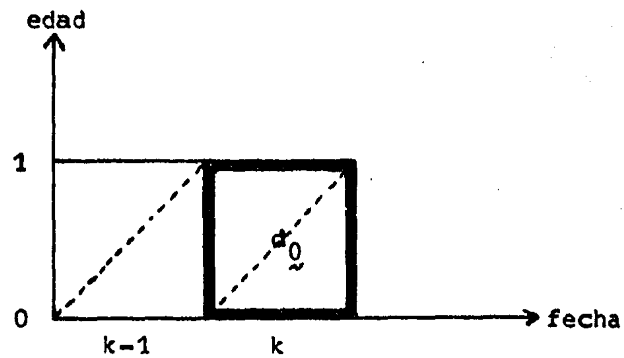
Como puede observarse en los diagramas anteriores (diagramas 2.4, 2.5 y 2.6), para cada año se tienen registradas las defunciones a edad cumplida, las cuales (para cada edad en cualquier año) corresponden a dos generaciones diferentes, motivo por el cual es necesario determinar que proporción de muertes corresponde a cada una de las generaciones involucradas. El determinar esta proporción se lleva a cabo por medio de los factores de separación.

De acuerdo a lo indicado en la sección 2.2 del presente capítulo, la mortalidad correspondiente al grupo 0-4 se divide en mortalidad infantil (de 0 años cumplidos) y mortalidad en los primeros años de vida (de 1 a 4 años cumplidos), motivo por el cual, de acuerdo a las tasas de mortalidad correspondientes a dicha división que se necesitan estimar, la población al principio y al final del año t del grupo 0-4 se particiona de igual manera: por un lado la población al inicio y al final del año t de 0 años cumplidos y por otro la población de 1 a 4 años cumplidos al inicio y al final del año t.

2.13.1 Factor de separación 0-1.

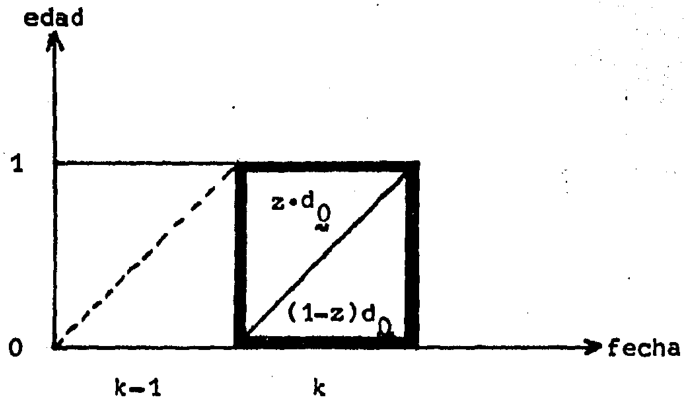
Las muertes ocurridas a edad cumplida cero ($\underset{\sim}{d_0}$) en un determinado año k , k=t-5,..., t (de acuerdo al diagrama 2.4), corresponden a las generaciones k-1 y k (ver diagrama 2.7).

Diagrama 2.7



El factor de separación 0-1 va a indicar, del total de muertes a edad cumplida 0 en al año k ($\underset{\sim}{d_0}$), la proporción de esas muertes ($\underset{\sim}{d_0}$) que corresponden a la generación k-1 ($z \cdot \underset{\sim}{d_0}$). El complemento de esta proporción indica las muertes correspondientes a la generación k ($(1-z) \cdot \underset{\sim}{d_0}$) (ver diagrama 2.8).

Diagrama 2.8



Es obvio que la suma de ambas proporciones es igual al total de muertes $d_{\tilde{0}}$, ya que

$$z \cdot d_{\tilde{0}} + (1-z) \cdot d_{\tilde{0}} = z \cdot d_{\tilde{0}} + d_{\tilde{0}} - z \cdot d_{\tilde{0}} = d_{\tilde{0}}$$

A z se le denomina el factor de separación 0-1 para el año k.

Para determinar el valor de z (factor de separación 0-1 del año k) se requiere de la siguiente información:

Defunciones registradas de niños menores de un año desagregadas de la siguiente manera:

- de 0 a 6 días cumplidos;

- de 1 a 3 semanas cumplidas;
- de 1 a 11 meses cumplidos.

Se va a suponer uniformidad en la ocurrencia de las muertes.

Por lo tanto hay que considerar lo siguiente:

Si un niño muere de 0 días cumplidos aporta con medio día de tiempo vivido (supuesto de uniformidad), esto es aporta con $\frac{1}{2}\frac{1}{365}$, ya que se supone que muere a la mitad del primer día de vida. Si muere de 1 día cumplido aporta con un día y medio ($\frac{1}{365}+\frac{1}{}\frac{1}{365}$) de tiempo po vivido. Y así sucesivamente hasta considerar los 6 días cumplidos.

En general: si un niño muere de i días cumplidos aporta con un tiempo vivido igual a:

$$\frac{i}{365}+\frac{1}{2}\frac{1}{365} \qquad i=0,\ldots,6$$

Generalizando: si el número de muertes a edad cumplida i días es $d_{\underset{\sim}{i}}$ el tiempo que aportan todas en conjunto es

$$d_{\underset{\sim}{i}} \left(\frac{1}{365} + \frac{1}{2} \; \frac{1}{365} \right) \qquad (2.37)$$

A partir del séptimo y hasta el treceavo día cumplido se conforma la segunda semana (la primera la constituyen del cero al sexto día), por lo tanto si un niño muere de edad una semana cumplida aporta con semana y media de tiempo vivido.

En general: si un niño muere de j semanas cumplidas de edad aporta con un tiempo vivido igual a

$$\frac{j}{52} + \frac{1}{2} \; \frac{1}{365} \qquad j=1,2,3$$

Generalizando: si fallecen $d_{\underset{\sim}{j}}$ de j semanas cumplidas el tiempo vivido aportado en conjunto es

$$d_{\underset{\sim}{j}} \left(\frac{j}{52} + \frac{1}{2} \; \frac{1}{52} \right) \qquad (2.38)$$

- Si un niño muere de k meses cumplidos aporta con un tiempo vivido igual a

$$\frac{k}{12} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{12} \qquad k=1,\ldots,11$$

Generalizando: si $\underset{\sim}{d_k}$ es el total de muertes a edad k meses cumplidos el tiempo aportado en conjunto es

$$\underset{\sim}{d_k}\left(\frac{k}{12} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{12}\right) \qquad (2.39)$$

El factor de separación z está dado por la relación guardada entre el tiempo vivido total aportado por todas las defunciones (dado por las relaciones (2.37), (2.38) y (2.39)) de 0 años cumplidos y el total de muertes ($\underset{\sim}{d_0}$), por lo tanto:

$$z = \sum_{i=0}^{6} \underset{\sim}{d_i}\left(\frac{i}{365} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{365}\right) + \sum_{j=1}^{3} \underset{\sim}{d_j}\left(\frac{j}{52} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{52}\right) + \sum_{k=1}^{11} \underset{\sim}{d_k}\left(\frac{k}{12} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{12}\right) \qquad (2.40)$$

De esta manera (de acuerdo a la relación (2.40)) se determina el valor de z, el cual indica la proporción de muertes ocurridas en el año k de niños menores de un año que nacieros en el año k-1 (generación k-1).

Este mismo procedimiento se lleva a cabo para todos y cada uno de los años, del t-5 al t (ver diagrama 2.4), por lo que, como puede apreciarse, hay que calcular seis factores de separación 0-1, uno para cada año.

2.13.2 Factores de separación para 1, 2, 3 y 4 años cumplidos.

De igual manera a la que se calculó el factor de separación para 0 años cumplidos (factor de separación 0-1) se tienen que calcular los factores de separación de 1 a 4 años cumplidos.

Se ha observado históricamente que al calcular los factores de separación de 1 a 4 años cumplidos para cualquier población, los valores obtenidos no difieren de los obtenidos por T.N.E. Grevielle para Alemania .

Denotando por $\underset{\sim}{s_x}$ el factor de separación para edad x años cumplidos, x=1, 2, 3, 4, se tienen los valores obtenidos por Grevielle:

$$\underset{\sim}{s_1} = 0.41$$

$$\underset{\sim}{s_2} = 0.47$$

$$\underset{\sim}{s_3} = 0.48$$

$$\underset{\sim}{s_4} = 0.48$$

Como puede observarse los valores de los factores de separación van tendiendo a 0.5. En base a este hecho se puede suponer, y no por eso alejarse de la realidad notablemente, que $\underset{\sim}{s_x} = 0.5$ para $x \geq 5$.

Con un procedimiento similar al presentado para el factor de separación 0-1 (z) se determina la aplicación de los factores de separación $\underset{\sim}{s_1}$, $\underset{\sim}{s_2}$, $\underset{\sim}{s_3}$ y $\underset{\sim}{s_4}$.

2.14 Tasas de mortalidad ${}_1m_0$ y ${}_4m_1$.

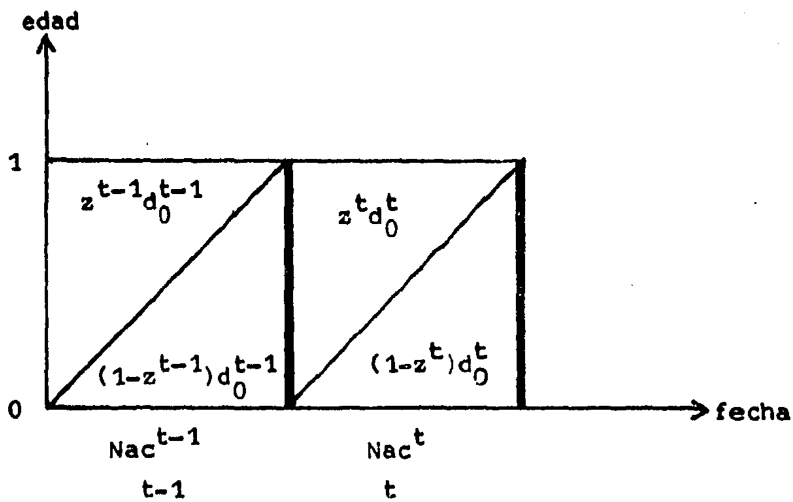
Una vez que se ha mostrado la forma de calcular y hacer uso de los factores de separación, se determinan las poblaciones al inicio y al final del año para el cual se calculan las tasas (año t) correspondientes a los grupos 0-1 y 1-4, para, en base a ellas, conocer la población media de dichos grupos de edad, ya que estas poblaciones medias vienen a ser los denominadores de las tasas de mortalidad correspondientes a cada uno de los grupos.

En la sección 2.13 se mostró la forma de obtener la población media (población a mitad del año) de edad cumplida x, x=0,...,4; ahí mismo se menciona que lo único que faltaba era determinar las defunciones correspondientes a cada generación a lo largo del tiempo, lo cual se logra por medio de los factores de separación y por lo tanto es posible calcular las tasas de mortalidad ${}_1m_0$ y ${}_4m_1$.

Si se denota por z^{t-1} el factor de separación 0-1 para el año t-1 y por z^{t} el factor de separación 0-1 para el año t, la población media de 0 años cumplidos en el año t ($\overset{*}{P}{}^{t}_{\underset{\sim}{0}}$) está dada por (ver diagrama 2.10):

$$\overset{*}{P}{}^{t}_{\underset{\sim}{0}} = \frac{Nac^{t-1} - (1-z^{t-1})d^{t-1}_{\underset{\sim}{0}} + Nac^{t} - (1-z^{t})d^{t}_{\underset{\sim}{0}}}{2} \qquad (2.43)$$

<u>Diagrama 2.10</u>



2.14.2 Tasa de mortalidad ${}_4m_1$.

La tasa de mortalidad ${}_4m_1$ para el año t está dada por la relación:

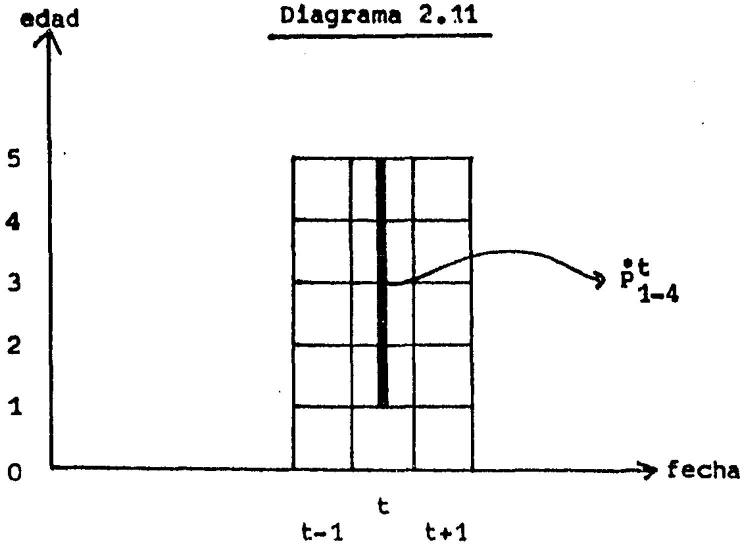
$$ {}_4m_1 = \frac{d^t_{1-4}}{\mathring{P}^t_{1-4}} \qquad (2.44)$$

ó bien

$$ {}_4m_1 = \frac{d^t_{(1-5)}}{\mathring{P}^t_{(1-5)}} \qquad (2.45)$$

donde $\mathring{P}^t_{1-4}$ ($\mathring{P}^t_{(1-5)}$) denota la población media de 1 a 4 años cumplidos en el año t (ver diagrama 2.11).

Diagrama 2.11



2.14.3 Tasas centrales de mortalidad ${}_1m_0$ y ${}_4m_1$.

Debido a la inconsistencia que suele presentarse en el registro de defunciones de menores de 5 años en vez de considerar las tasas anuales de mortalidad para los grupos 0-1 y 1-4 dadas por las relaciones (2.41) y (2.44) respectivamente, se emplean, en ocasiones, las correspondientes tasas centrales de mortalidad.

Estas se obtienen considerando, en vez de las defunciones registradas en el año t, el promedio de defunciones registradas en tres años consecutivos: t-1, t y t+1.

Hay que hacer notar que el año t es el que queda al "centro" de los años considerados, de aquí que se denominen tasas centrales de mortalidad.

Si se denota por ${}_1\ddot{m}_0$ y ${}_4\ddot{m}_1$ las tasas centrales de mortalidad ${}_1m_0$ y ${}_4m_1$ respectivamente, las expresiones correspondientes son:

$$ {}_1\ddot{m}_0 = \frac{\dfrac{d_{\tilde{0}}^{t-1} + d_{\tilde{0}}^{t} + d_{\tilde{0}}^{t+1}}{3}}{\dot{P}_{\tilde{0}}^{t}} \qquad (2.46) $$

$$
{}_4\ddot{m}_1 = \frac{\dfrac{d_{1-4}^{t-1} + d_{1-4}^{t} + d_{1-4}^{t+1}}{3}}{\dot{P}_{1-4}^{t}} \qquad (2.47)
$$

2.15 Tasas de mortalidad adulta.

Para edades a partir de los cinco años se calculan tasas de mortalidad para grupos quinquenales de edad, aunque también suelen calcularse para edades individuales.

Para calcular la tasa de mortalidad para el año t correspondiente al grupo quinquenal x,x+4 (en edades cumplidas) ó (x,x+5) en edades exactas, se requiere de:

- las defunciones registradas en el

año t a edades de x a x+4 años cumplidos ($d^t_{x,x+4}$);

- la población a mitad del año del grupo x,x+4 ($\dot{P}^t_{x,x+4}$), la cual se obtiene de acuerdo a lo indicado en la sección 2.12.

Por lo tanto la tasa de mortalidad correspondiente al grupo de edad x,x+4 ($_5m_x$) está dada por:

$$ {}_5m_x = \frac{d^t_{x,x+4}}{\dot{P}^t_{x,x+4}} \qquad x=5,10,\ldots,w-5 \qquad (2.48)$$

Para edades individuales se tendría:

$$ m_{\underset{\sim}{x}} = \frac{d^t_{\underset{\sim}{x}}}{\dot{P}^t_{\underset{\sim}{x}}} \qquad x=5,6,\ldots,w-1 \qquad (2.49)$$

2.16 Construcción de una tabla de mortalidad.

A continuación se presenta de manera detallada la secuencia a seguir para la construcción de una tabla de mortalidad completa[10].

Hay que recordar que existen tanto tablas completas como tablas abreviadas (sección 1.12 del capítulo 1); para el caso de mortalidad: tablas completas de mortalidad y tablas abreviadas de mortalidad.

2.16.1 Tabla completa de mortalidad.

Si se dispone de información completa desglosada en edades individuales, esto es se conoce alguna de las series básicas (o se puede conocer) para toda edad x, $0 \leq x \leq w-1$, se puede construir una tabla de mortalidad completa.

En este caso la información de que se dis-

10 Para la construcción de una tabla abreviada de mortalidad ver el anexo III.

pone es la siguiente:

- defunciones a edad cumplida x ($d_{\underset{\sim}{x}}$),

$0 \leq x \leq w-1$;

- población de edad cumplida x ($P_{\underset{\sim}{x}}$),

$0 \leq x \leq w-1$.

A partir de esta información se construye la serie de las tasas de mortalidad $\{m_x\}$ dado que:

$$m_{\underset{\sim}{x}} = \frac{d_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}} \qquad x=0,1,\ldots,w-1 \qquad (2.50)$$

Una vez que se obtiene la serie de las tasas de mortalidad $\{m_x\}$ puede obtenerse la serie de cocientes de mortalidad $\{q_x\}$ (serie de probabilidades de muerte) por medio de la relación existente entre tasas y cocientes (sección 1.11 del capítulo 1):

$$q_x = \frac{m_{\underset{\sim}{x}}}{1 + \frac{1}{2} m_{\underset{\sim}{x}}} \qquad x=0,1,\ldots,w-1 \qquad (2.51)$$

Ahora que se tiene $\{q_x\}$ se fija un efectivo poblacional hipotético de edad 0 (l_0) al cual se le denomina el radix de una tabla de mortalidad. A partir de ambas cosas, $\{q_x\}$ y l_0, se inicia la construcción de la tabla de mortalidad.

Si se considera el primer valor de $\{q_x\}$, q_0, y se le multiplica por l_0 se obtiene el número de muertes a edad 0 (d_0):

$$d_0 = l_0 \cdot q_0 \tag{2.53}$$

Ahora bien, si a l_0 se le resta el número de muertes a edad 0 d_0, se obtiene el número de vivos (sobrevivientes) a edad 1 (l_1):

$$l_1 = l_0 - d_0 \tag{2.54}$$

Así sucesivamente hasta la última edad, w-1, donde:

$$d_{w-1} = l_{w-1} \cdot q_{w-1} \tag{2.55}$$

Dado que w es la edad a la que nadie sobrevive esto implica que $q_{w-1}=1$, por lo tanto:

$$d_{w-1} = l_{w-1} \tag{2.56}$$

En general: para una edad x, $0 \leqslant x \leqslant w-1$

se tiene:

$$d_x = l_x \cdot q_x \tag{2.57}$$

y

$$l_{x+1} = l_x - d_x \tag{2.58}$$

De (2.58) se tiene que:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \tag{2.59}$$

El número de vivos a edad x+1 (l_{x+1}) también se puede expresar en términos del número de vivos a edad x (l_x) y la probabilidad que tienen éstos de sobrevivir un año ($1-q_x$), por lo que:

$$l_{x+1} = l_x(1-q_x) \tag{2.60}$$

Las expresiones (2.58) y (2.60) son equivalentes, ya que a partir de (2.58) se puede obtener (2.60) ó viceversa:

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

sustituyendo el valor de d_x dado por (2.57):

$$l_{x+1} = l_x - l_x q_x$$

$$= l_x(1-q_x) \qquad \square$$

Por lo tanto conociendo $\{q_x\}$ y l_0 se obtienen las series $\{l_x\}$ y $\{d_x\}$, series de sobrevivientes y eventos ocurridos (defunciones) respectivamente.

Toda vez que se conocen $\{l_x\}$ y $\{d_x\}$ se puede obtener la serie de años-persona ó tiempo-vivido $\{L_x\}$.

Para determinar $\{L_x\}$ se va a hacer uso del supuesto de uniformidad (al igual que en la sección 1.6 del capítulo 1): un individuo que fallece de edad x muere a la mitad del periodo (un año, por tener edades individuales), por lo que aporta con medio año de tiempo-vivido.

El total de tiempo-vivido aportado por el conjunto a una cierta edad x está dado por la suma del tiempo-vivido aportado por los sobrevivientes de esa edad x (l_{x+1}) y el aportado por los que murieron a esa edad (d_x).

El tiempo-vivido aportado por los sobrevivientes es $1 \cdot l_{x+1}$ y el tiempo-vivido aportado por las defunciones es $(0.5) \cdot d_x$ (supuesto de uniformidad).

Por lo tanto el tiempo-vivido total está dado por:

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x \tag{2.61}$$

ó bien

$$L_x = l_x - \frac{1}{2} d_x \tag{2.62}$$

Es fácil demostrar la veracidad de (2.62) ya que:

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x$$

sustituyendo el valor de l_{x+1} dado por (2.58):

$$L_x = (l_x - d_x) + \frac{1}{2} d_x$$

$$= l_x - d_x + \frac{1}{2} d_x$$

$$= l_x - (1 - \frac{1}{2}) d_x$$

$$= l_x - \frac{1}{2} d_x \qquad \square$$

También se puede obtener $\{L_x\}$ a partir únicamente de l_x :

$$L_x = \frac{1}{2} (l_x + l_{x+1}) \qquad (2.63)$$

Ya que:

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x$$

sustituyendo el valor de d_x dado por (2.59):

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} (l_x - l_{x+1})$$

$$= l_{x+1} + \frac{1}{2} l_x - \frac{1}{2} l_{x+1}$$

$$= \frac{1}{2} l_x + \frac{1}{2} l_{x+1}$$

$$= \frac{1}{2} (l_x + l_{x+1}) \qquad \square$$

Para el caso particular x=0, L_0 se puede obtener conociendo el factor de separación 0-1 z[11]:

$$L_0 = z \cdot l_0 + (1-z) \cdot l_1 \qquad (2.64)$$

11 Para su demostración ver el anexo IV.

Ya que se ha obtenido $\left\{L_x\right\}$, a partir de ella se obtiene $\left\{T_x\right\}$ (serie de años-persona acumulados), ya que:

$$T_x = \sum_{i=x}^{w-1} L_i \qquad (2.65)$$

Como puede observarse a partir de (2.65) $T_x \longrightarrow 0$ cuando $x \longrightarrow w$.

Para el caso particular x=w-1 se tiene:

$$T_{w-1} = L_{w-1} \qquad (2.66)$$

ó en términos de l_x:

$$T_{w-1} = \frac{1}{2}\, l_{w-1} \qquad (2.67)$$

Es fácil demostrar la validez de (2.66) y (2.67) ya que:

$$T_{w-1} = \sum_{i=w-1}^{w-1} L_i$$

$$= L_{w-1} \qquad \text{(queda demostrada (2.66))}$$

$$= \frac{1}{2} (l_{w-1} - l_w)$$

dado que $l_w = 0$

$$= \frac{1}{2} l_{w-1} \qquad \text{(queda demostrada (2.67))}$$

La importancia de $\{T_x\}$ radica en el hecho de que a partir de ella, y de l_x, se obtiene la serie considerada como la más importante de una tabla de mortalidad: la serie de esperanzas de vida $\{e_x\}$.

La serie de esperanzas de vida se considera la más importante de una tabla de mortalidad ya que resume (ella sola) el comportamiento ante la mortalidad y a partir de ella se puede determinar el grado de adelanto de los servicios públicos y de salud junto con el nivel de desarrollo alcanzado por una comunidad.

La esperanza de vida a edad x (e_x) está dada por la relación:

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \qquad x=0,1,\ldots,w-1 \qquad (2.68)$$

La esperanza de vida dada por la relación (2.68) concuerda con la obtenida con la expresión (1.23) del capítulo 1 ya que:

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

$$= \frac{L_x + \dots + L_{w-1}}{l_x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(l_x + l_{x+1}) + \dots + \frac{1}{2}(l_{w-1} + l_w)}{l_x}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} l_x + l_{x+1} + \dots + l_{w-1}}{l_x}$$

$$= \frac{1}{2} + \sum_{k=x+1}^{w-1} \frac{l_k}{l_x} \qquad \square$$

Al obtener la serie de esperanzas de vida $\{e_x\}$ se concluye la construcción de una tabla de mortalidad, objetivo de la exposición del fenómeno mortalidad presentada en el presente capítulo.

Sin embargo, una vez que se ha construido una tabla de mortalidad, ésta hay que corregirla.

2.17 Corrección de una tabla de mortalidad.

Una vez que se ha hecho la construcción de una tabla de mortalidad con la metodología aquí presentada hay que corregirla.

La pregunta inmediata que surge al afirmar que hay que corregir una tabla de mortalidad es la siguiente: ¿ por qué corregir una tabla de mortalidad construida?

La respuesta es la siguiente:

Una tabla de mortalidad construida con la metodología presentada debe ser corregida por las siguientes razones:

- información mal captada en censos y estadísticas vitales;
- subregistro de defunciones;
- subregistro de nacimientos;
- errores cometidos en el manejo de la información;
- supuestos empleados que no van muy acordes con la realidad.

Existen diversas formas para corregir una tabla de mortalidad, una de ellas, la presentada aquí, realiza la corrección por medio de tablas-modelo de mortalidad.

Este método de tablas-modelo de mortalidad fué desarrollado por William Brass[12] y se denomina Sistema Logito.

12 William Brass, "Seminario sobre métodos para medir variables demográficas (Fecundidad y Mortalidad)", del 14 al 24 de Septiembre de 1971, San José Costa Rica, 1973, p.p. 78-103.

2.17.1 Sistema Logito.

Dada una tabla de mortalidad construida con la metodología presentada (tabla por corregir) y una tabla-modelo de mortalidad, se toma de cada una de ellas la correspondiente serie de sobrevivientes: $\{l_x\}$ y $\{l'_x\}$ respectivamente.

A continuación se define lo que es el logito:

Definición:

$$\text{logito } (1-l_{(x)}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - l_{(x)}}{l_{(x)}} \right) \qquad (2.69)$$

donde

$$l_{(x)} = \frac{l_x}{l_0} \qquad (2.70)$$

con l_x y l_0 tomados de una tabla de mortalidad.

Para abreviar logito $(1-l_{(x)})$ se le denotará por $Y(x)$.

Por lo tanto:

$$Y(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - l_{(x)}}{l_{(x)}} \right) \qquad (2.71)$$

William Brass demostró[13] que:

$$Y(x) = \alpha + \beta\, Y'(x) \qquad (2.72)$$

donde Y(x) es el logito obtenido a través de la tabla observada (tabla por corregir) y Y'(x) es el logito obtenido a partir de la tabla-modelo de mortalidad.

De acuerdo a esto se tiene que:

$$Y(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - l_{(x)}}{l_{(x)}} \right) \qquad (2.73)$$

y

$$Y'(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - l'_{(x)}}{l'_{(x)}} \right) \qquad (2.74)$$

son los logitos Y(x) y Y'(x) corresponden a la tabla de mortalidad observada y a la tabla-modelo de mortalidad respectivamente, además

$$l'_{(x)} = \frac{l'_x}{l'_0} \qquad (2.75)$$

La expresión (2.72) indica que el logito de la tabla observada es una combinación lineal del logito

13 William Brass, op. cit.

de la tabla-modelo (logito standard).

Lo que se quiere es estimar un logito $\overline{Y}(x)$ tal que, de acuerdo a la relación (2.72), cumpla que:

$$\overline{Y}(x) = \alpha + \beta Y'(x) \qquad (2.76)$$

Hasta aquí se ha presentado lo que es un logito y los pasos preliminares para corregir una tabla de mortalidad.

A continuación se presentan de manera esquemática los pasos a seguir para la corrección de una tabla de mortalidad.

Paso 1. Tener una tabla observada (tabla por corregir). De ella se toma la serie $\left\{l_x\right\}$ y se calcula

$$\frac{l_x}{l_0} \text{ para toda } x.$$

Por lo tanto se obtiene la serie $\left\{l_{(x)}\right\}$.

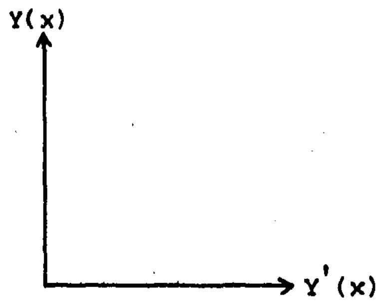
Paso 2. Tener una tabla standard (tabla-modelo de mortalidad). De ella se considera la serie de sobrevivientes $\left\{ l'_x \right\}$ y se calcula

$$\frac{l'_x}{l'_0}$$ para toda x.

Por lo tanto se obtiene la serie $\left\{ l'_{(x)} \right\}$.

Paso 3. A partir de 1 y 2 se estiman los valores de $Y(x)$ y $Y'(x)$ de acuerdo a las relaciones (2.73) y (2.74) respectivamente.

Paso 4. Se grafican los valores $Y'(x)$ vs. $Y(x)$ de la siguiente manera:



Paso 5. Se dividen en dos grupos de igual tamaño los

puntos $(Y'(x), Y(x))$.

Paso 6. Se obtienen aritméticamente los puntos medios de cada grupo. Sean P_1 y P_2 los dos puntos medios,

$$P_1 = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i'(x)}{n} , \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i(x)}{n} \right)$$

y

$$P_2 = \left(\frac{\sum_{j=1}^{m} Y_j'(x)}{m} , \frac{\sum_{j=1}^{m} Y_j(x)}{m} \right)$$

donde m=n si el número de puntos en total es par y difieren en 1 si el número de puntos es impar.

Paso 7. Una vez que se determinan P_1 y P_2 se estima la recta que pasa por ellos.

Se obtiene:

$$\overline{Y}(x) = \alpha + \beta \; Y'(x) \qquad (2.77)$$

donde: $\beta \longrightarrow 1$ y $\alpha \longrightarrow 0$.

Paso . Se conocen los valores de $\overline{Y}(x)$ para toda x, a partir de (2.77), por lo que se obtiene:

$$\overline{Y}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - \overline{I}_{(x)}}{\overline{I}_{(x)}} \right) \qquad (2.78)$$

$\Longrightarrow$

$$2\,\overline{Y}(x) = \ln \left(\frac{1 - \overline{I}_{(x)}}{\overline{I}_{(x)}} \right)$$

$\Longrightarrow$

$$e^{2\,\overline{Y}(x)} = \frac{1 - \overline{I}_{(x)}}{\overline{I}_{(x)}}$$

$\Longrightarrow$

$$\overline{I}_{(x)}\, e^{2\,\overline{Y}(x)} = 1 - \overline{I}_{(x)}$$

$\Longrightarrow$

$$\bar{I}_{(x)}\, e^{2\,\bar{Y}(x)} + \bar{I}_{(x)} = 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$\bar{I}_{(x)}\,(e^{2\,\bar{Y}(x)} + 1) = 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$\bar{I}_{(x)} = \frac{1}{e^{2\,\bar{Y}(x)} + 1}$$

$$\therefore \quad \bar{I}_{(x)} = \frac{1}{e^{2\,\bar{Y}(x)} + 1} \qquad (2.79)$$

Paso 9. Por medio de la expresión (2.79) se obtienen los valores de $\bar{I}_{(x)}$ para toda x.

Fijando un radix $\bar{I}_0$ se obtiene la serie de sobrevivientes de la tabla corregida $\left\{ \overline{l}_x \right\}$ ya que

$$\overline{l}_{(x)} = \frac{\overline{l}_x}{\overline{l}_0} \qquad (2.80)$$

$\Longrightarrow$

$$\overline{l}_x = \overline{l}_{(x)} \cdot \overline{l}_0 \qquad (2.81)$$

Paso 10. Dado que $\left\{ \overline{l}_x \right\}$ es una de las series básicas de la tabla corregida a partir de ella se puede construir completa la tabla de mortalidad corregida.

C A P I T U L O   3

F E C U N D I D A D

3.1 Introducción.

Dentro de los fenómenos demográficos existe uno que está directamente relacionado con la procreación humana, tal fenómeno es la fecundidad.

La fecundidad estudia los nacimientos desde el punto de vista de la mujer, esto es, desde la concepción; al llevar cabo esto se relaciona directamente con la natalidad, fenómeno demográfico que estudia la procreación humana desde el punto de vista de los nacimientos en sí.

Así pues puede decirse que la fecundidad estudia el proceso de procreación humana desde el manantial de donde fluyen cada uno de los individuos que componen una población: la mujer.

La fecundidad estudia las circunstancias que rodean a la procreación humana y en sus aspectos cuantitativo y cualitativo ofrece una panorámica bastante amplia del proceso de reproducción humana.

3.2 Fertilidad.

Se denomina fertilidad a la capacidad biológica o aptitud física que tiene una mujer para tener hijos[1] (procrear).

El periodo fértil de la mujer se considera de los 15 a los 49 años cumplidos (entre los 15 y los 50 años exactos). Este periodo no es el único considerado ya que en otros casos se considera el que abarca de los 20 a los 49 años cumplidos u otro diferente.

3.3 Diferencia entre fecundidad y fertilidad.

Es conveniente determinar la diferencia entre fecundidad y fertilidad para evitar posibles confusiones posteriores (ver nota 1): la fertilidad se refiere al poten-

1 Algunos autores emplean los conceptos fecundidad y fertilidad de manera contraria a la aquí señalada (denominan fecundidad a la fertilidad y viceversa).

cial biológico que posee una mujer para tener hijos, mientras la fecundidad hace referencia a los nacimientos como tales (observados). Estos nacimientos, como se mencionó en la sección 3.1 del presente capítulo, desde el punto de vista de la concepción (desde el punto de vista de la mujer).

Por lo tanto es posible afirmar que la fecundidad es la realización concreta de la fertilidad.

3.4 Estudio de la fecundidad.

El estudio de la fecundidad se hace tanto en su aspecto cuantitativo como en el cualitativo.

El análisis cuantitativo de la fecundidad se llevará a cabo por medio de los siguientes indicadores:

- tasa bruta de natalidad (TBN)

- tasas específicas de fecundidad (f)
- tasa de fecundidad general (TFG)
- tasa global de fecundidad (TGF)
- tasa bruta de reproducción (TBR)
- tasa neta de reproducción (TNR)

En lo que respecta al análisis cualitativo se realiza en base a dos modelos:

- transición demográfica
- variables intermedias

3.5 Aspectos generales de la fecundidad.

Antes de iniciar el estudio cuantitativo y el análisis cualitativo de la fecundidad se presentan a continuación las características propias del fenómeno fecundidad.

El periodo de estudio del fenómeno fecundidad es el que va de los 15 a los 49 años cumplidos (periodo fértil de la mujer).

Aunque existen varias posibilidades en lo referente al estado civil de la mujer, como son el estar soltera, casada, viuda, divorciada o vivir en unión libre, al realizar el estudio de la fecundidad todas estas posibilidades se resumen en dos: casada y no casada.

Una mujer se considera casada si existe un documento oficial (acta de matrimonio) que así lo haga constar. En este sentido solo se va a considerar el matrimonio "por lo civil" dejando a un lado las creencias religiosas (matrimonio "por la iglesia" ó "matrimonio religioso").

Una mujer se considera no casada si no existe un documento legal (acta de matrimonio) que así lo determine. Por lo que una mujer se considera no casada sí está:

- soltera (no haberse casado ni vivir en unión libre);

- vivir en unión libre (vivir en concubinato sin estar casada);

- divorciada (cuando existe un documento legal (acta de divorcio) que muestre la disolución de su matrimonio);

- viuda (cuando su esposo ha fallecido).

De acuerdo a las posibilidades del estado civil de una mujer mencionadas anteriormente (casada ó no casada) es posible considerar dos tipos diferentes de fecundidad:

- legítima
- ilegítima

La fecundidad legítima es la asociada a las mujeres casadas mientras que la fecundidad ilegítima se asocia a las mujeres no casadas.

3.6 Tasa bruta de natalidad.

El indicador tasa bruta de natalidad (TBN) señala el número de nacimientos per cápita en la población (número per cápita anual).

La forma de obtener la TBN es la siguiente:

Como en sí la TBN es una proporción entonces basta con dividir el número de nacimientos[2] ocurridos (registrados) en un año (B) entre el total de la población en ese año (PT). Así pues:

$$TBN = \frac{B}{PT} \tag{3.1}$$

El denominador de (3.1) se refiere a la población que se encuentra a mitad del año, ya sea población media ó población proyectada.

El indicador TBN es un índice resumido ya que en él se encuentran, de manera condensada, dos componentes:

- componente edad

2 Al número de nacimientos se le llama también número de nacidos vivos.

- componente en sí de la fecundidad

Esto es fácil de demostrar, ya que a partir de (3.1):

$$TBN = \frac{B}{PT}$$

$$= \frac{\sum_{x=15}^{49} b_{\underset{\sim}{x}}}{PT}$$

donde $b_{\underset{\sim}{x}}$ indica el número de nacimientos ocurridos en mujeres de edad cumplida x, $15 \leq x \leq 49$;

$$= \frac{b_{\underset{\sim}{15}} + \ldots + b_{\underset{\sim}{49}}}{PT}$$

$$= \frac{b_{\underset{\sim}{15}}}{PT} + \ldots + \frac{b_{\underset{\sim}{49}}}{PT} \qquad (3.2)$$

multiplicando cada sumando de (3.2) por $1 = \frac{P_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}}$, $15 \leq x \leq 49$

de acuerdo a la edad correspondiente en cada caso (por ejemplo: $\frac{b_{\underset{\sim}{k}}}{PT}$ se multiplica por $1 = \frac{P_{\underset{\sim}{k}}}{P_{\underset{\sim}{k}}}$), donde $P_{\underset{\sim}{x}}$ denota la población de mujeres de edad cumplida x. Por lo tanto:

$$TBN = \frac{b_{\underset{\sim}{15}}}{PT}\,\frac{P_{\underset{\sim}{15}}}{P_{\underset{\sim}{15}}} + \dots + \frac{b_{\underset{\sim}{49}}}{PT}\,\frac{P_{\underset{\sim}{49}}}{P_{\underset{\sim}{49}}}$$

$$= \frac{b_{\underset{\sim}{15}}}{P_{\underset{\sim}{15}}}\,\frac{P_{\underset{\sim}{15}}}{PT} + \dots + \frac{b_{\underset{\sim}{49}}}{P_{\underset{\sim}{49}}}\,\frac{P_{\underset{\sim}{49}}}{PT}$$

$$= \sum_{x=15}^{49} \frac{b_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}}\,\frac{P_{\underset{\sim}{x}}}{PT}$$

$$\therefore \quad TBN = \sum_{x=15}^{49} \frac{b_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}}\,\frac{P_{\underset{\sim}{x}}}{PT} \qquad (3.3)$$

En (3.3) se pueden observar las dos componentes mencionadas:

- componente edad

$\frac{P_{\underset{\sim}{x}}}{PT}$, $15 \leq x \leq 49$, es la proporción de la población de mujeres de edad x cumplida con respecto a la población total (en la población total se encuentran incluidos tanto hombres como mujeres);

- componente de la fecundidad en sí

$\frac{b_{\underset{\sim}{x}}}{P_{\underset{\sim}{x}}}$, $15 \leq x \leq 49$, muestra el impacto del fenómeno fecundidad en la población femenina de edad x cumplida ya que se considera el total de nacimientos tenidos por mujeres de edad x y la población femenina a esa misma edad.

Así, de esta manera, se ha mostrado el porque la tasa bruta de natalidad (TBN) es un índice resumido.

En muchas ocasiones la TBN se presenta de la siguiente manera:

$$TBN = \frac{B}{PT} K \tag{3.4}$$

donde K es una potencia de 10.

Generalmente K toma el valor de 1000 (10^3)

en tal caso se hablará del número de nacimientos ocurridos por cada mil personas.

3.6.1 Impacto de la fecundidad en dos poblaciones.

Muchas de las veces puede darse el caso de que la TBN de dos poblaciones diferentes sea igual. Es decir, si TBN' es la TBN para la población 1 y TBN'' la TBN correspondiente a la población 2 se cumple que TBN'=TBN''. ¿Puede concluirse que el impacto de la fecundidad es el mismo en las dos poblaciones?

La respuesta es NO, esto debido a que no se tiene la misma estructura por edad de la población y el impacto del fenómeno en sí es diferente (las dos componentes de la tasa bruta de natalidad).

Pero entonces ¿cómo analizar el impacto de la fecundidad en dos diferentes poblaciones?

Para determinar el impacto de la fecundidad en dos poblaciones diferentes se realiza lo siguiente:

a) Se consideran las tasas brutas de natalidad de ambas poblaciones (TBN' la tasa de la población 1 y TBN'' la correspondiente a la población 2) dadas por las siguientes relaciones:

$$TBN' = \sum_{x=15}^{49} \frac{b'_{\underset{\sim}{x}}}{P'_{\underset{\sim}{x}}} \frac{P'_{\underset{\sim}{x}}}{PT'} \qquad (3.5)$$

$$TBN'' = \sum_{x=15}^{49} \frac{b''_{\underset{\sim}{x}}}{P''_{\underset{\sim}{x}}} \frac{P''_{\underset{\sim}{x}}}{PT''} \qquad (3.6)$$

b) A la estructura por edad correspondiente a la población 1 se le aplica el impacto de la fecundidad tenido por la población 2. Por lo que se obtiene la siguiente relación:

$$\sum_{x=15}^{49} \frac{b''_{\underset{\sim}{x}}}{P''_{\underset{\sim}{x}}} \frac{P'_{\underset{\sim}{x}}}{PT'} \qquad (3.7)$$

c) A la estructura por edad correspondiente a la población 2 se le aplica el impacto de la fecundidad tenido por la población 1. Por lo que se obtiene la siguiente relación:

$$\sum_{x=15}^{49} \frac{b'_{\underset{\sim}{x}}}{P'_{\underset{\sim}{x}}} \frac{P''_{\underset{\sim}{x}}}{PT''} \qquad (3.8)$$

d) Hecho esto se hace una comparación de los valores obtenidos en (3.5), (3.6), (3.7) y (3.8) para de esta manera dar un juicio en cuanto al impacto de la fecundidad en cada una de las poblaciones.

Otra forma de determinar el impacto de la fecundidad en dos diferentes poblaciones es recurrir a una tercera población y hacer una comparación similar a la señalada en los puntos (b) , (c) y (d) y así poder concluir sobre el impacto de la fecundidad en cada una de las poblaciones.

Para concluir con lo que se refiere a la tasa bruta de natalidad (TBN) cabe señalar lo siguiente:

Si se tienen grupos quinquenales de edad en lugar de edades individuales entonces:

$$TBN = \frac{\sum_{\substack{x=15 \\ 5}}^{45} b_{x,x+4}}{PT} \qquad (3.9)$$

donde $b_{x,x+4}$ denota los hijos nacidos vivos (ver nota 2) que tienen las mujeres del grupo de edad $x,x+4$, $x=15,\ldots,45$.

De manera similar a como se hizo para edades individuales se demuestra para grupos quinquenales que la TBN es un índice resumido, y de igual manera se lleva a cabo el análisis del impacto de la fecundidad en dos poblaciones diferentes.

3.7 Tasa de fecundidad general.

La tasa de fecundidad general (TFG) es un indicador más preciso que la tasa bruta de natalidad (TBN), ya que en vez de considerar en el denominador a la población total (tanto hombres como mujeres) considera únicamente la población femenina (solo mujeres), la cual es la única con posibilidades de procrear.

Existen dos formas de presentar la tasa de fecundidad general (TFG), las cuales se presentan a continuación:

La primera considera los nacimientos ocurridos (B) y la población femenina total (PF) (población de mujeres desde los 0 a los 79 años cumplidos), por lo que:

$$TFG = \frac{B}{PF} K \tag{3.10}$$

La segunda considera los nacimientos ocurridos (B) y la población femenina en edad fértil (PF_{15-49}) (población de mujeres desde los 15 a los 49 años cumplidos), por lo tanto:

$$TFG = \frac{B}{PF_{15-49}} K \tag{3.11}$$

En ambos casos, expresiones (3.10) y (3.11), K toma valores potencias de 10. En el caso de que K=1000 la expresión (3.10) indica el número de nacimientos por cada 1000 mujeres; en (3.11) indica el número de nacimientos por cada 1000 mujeres en edad fértil (de los 15 a los 49 años cumplidos).

La forma más utilizada de la tasa de fecundidad general (TFG) es la correspondiente a la expresión (3.11).

Existe una forma más específica de la tasa de fecundidad general (TFG) denominada tasa marital general de fecundidad (TMGF), la cual se refiere al número de nacimientos ocurridos en relación a la población femenina casada en edad fértil (PF^{c}_{15-49}), por lo tanto:

$$TMGF = \frac{B}{PF^{c}_{15-49}} K \qquad (3.12)$$

La tasa de fecundidad general (TFG) se descompone en dos (ver sección 3.5):

- tasa de fecundidad general legítima (TFG^c)

- tasa de fecundidad general ilegítima (TFG^{nc})

De acuerdo a esto:

$$TFG^c = \frac{B^c}{PF} \qquad (3.13)$$

donde B^c indica el número de nacimientos ocurridos en mujeres casadas;

$$TFG^{nc} = \frac{B^{nc}}{P\ F} \qquad (3.14)$$

donde B^{nc} indica el número de nacimientos ocurridos en mujeres no casadas.

Es claro que:

$$TFG = TFG^c + TFG^{nc} \qquad (3.15)$$

ya que

$$B = B^{c} + B^{nc} \tag{3.16}$$

3.8 Tasas específicas de fecundidad.

Al considerar el periodo de estudio del fenómeno fecundidad y dividirlo en grupos de edades (generalmente grupos quinquenales de edad[3]) determinando el impacto de la fecundidad en cada uno de ellos lo que se está haciendo es calcular la tasa de fecundidad correspondiente a cada grupo de edad, a estas tasas se les llama tasas específicas de fecundidad.

Estas tasas específicas de fecundidad, denotadas por ${}_nf_x$ (cuando el grupo consta de n edades) están dadas por el número de nacimientos ocurridos en mujeres con edades en el grupo x,x+n y el total de mujeres en la pobla-

3 También se pueden considerar edades individuales.

ción que tienen edad correspondiente a dicho grupo (x,x+n).

Para el caso de edades individuales:

$$f_x = \frac{b_x}{PF_x} \qquad x=15,\ldots,49 \qquad (3.17)$$

Si se tienen grupos quinquenales:

$$_5f_x = \frac{b_{x,x+4}}{PF_{x,x+4}} \qquad x=15,20,\ldots,45 \quad (3.18)$$

Así f_x indica el número promedio de hijos que tiene una mujer de edad x.

De igual forma $_5f_x$ indica el promedio de hijos que tiene una mujer con edad dentro del grupo x,x+4.

3.9 Tasa global de fecundidad.

3.9.1 Descendencia parcial.

Las tasas específicas de fecundidad indican el promedio de hijos que tiene una mujer de edad x.

De acuerdo a esto si se considera la suma de las tasas específicas hasta una cierta edad x, $15 \leq x \leq 49$, lo que se está haciendo es estimar la descendencia que alcanza a tener una mujer hasta la edad x.

La descendencia a edad x se puede definir como el número de hijos en total que ha tenido una mujer durante el periodo reproductivo comprendido entre las edades 15 y x.

Así pues, si se denota por D_x la descendencia de una mujer a edad x, se tiene que:

$$D_x = \sum_{i=15}^{x} f_i \qquad (3.19)$$

Para grupos quinquenales se obtiene lo siguiente:

$$ {}_5D_x = 5 \sum_{\substack{i=15 \\ 5}}^{x} {}_5f_i \qquad (3.20) $$

donde ${}_5D_x$ indica la descendencia que tiene una mujer hasta la edad x+4 ó bien al alcanzar los x+5 años exactos.

Por ejemplo:

$$ {}_5D_{25} = 5 \sum_{\substack{i=15 \\ 5}}^{25} {}_5f_i $$

$$ = 5 \left({}_5f_{15} + {}_5f_{20} + {}_5f_{25} \right) $$

indica la descendencia que tiene una mujer hasta los 30 años exactos (a partir de los 15).

A la descendencia obtenida a través de (3.19) y (3.20) con $x < 49$ ó $x < 45$ respectivamente se le conoce como descendencia parcial.

Ahora bien ¿por qué en (3.20) se considera

$$5 \sum_{\substack{i=15\\5}}^{x} {}_5f_i \quad \text{en lugar de} \sum_{\substack{i=15\\5}}^{x} {}_5f_i \quad ?$$

La respuesta es la siguiente:

Al estimar la descendencia parcial de una mujer hasta la edad x+5 (de acuerdo a (3.20)) se supone lo siguiente:

- en cada una de las edades que componen el grupo quinquenal x,x+4 (x, x+1, x+2, x+3 y x+4) se tiene el mismo promedio de nacimientos;

- estabilidad: la tasa específica de las mujeres que en este momento tienen edad x+4 es la misma que las que tienen edad x y es igual a la de aquellas (las que ahora tienen edad x+4) cuando tenían edad x.

Al hacer uso de estos dos supuestos es por lo que se considera $5 \sum_{\substack{i=15\\5}}^{x} {}_5f_i$ en lugar de $\sum_{\substack{i=15\\5}}^{x} {}_5f_i$.

Así mismo se pueden estimar las tasas específicas de fecundidad legítima (f^{c}) y las tasas específicas de fecundidad ilegítima (f^{nc}).

Las tasas específicas de fecundidad legítima están dadas por las relaciones:

$$f_x^c = \frac{b_x^c}{PF_x^c} \qquad x=15,\ldots,49 \qquad (3.21)$$

y

$$_5f_x^c = \frac{b_{x,x+4}^c}{PF_{x,x+4}^c} \qquad x=15,20,\ldots,45 \qquad (3.22)$$

para edades individuales y grupos quinquenales respectivamente.

Para las tasas específicas de fecundidad ilegítimas se obtienen:

$$f_x^{nc} = \frac{b_x^{nc}}{PF_{x,}^{nc}} \qquad x=15,\ldots,49 \qquad (3.23)$$

y

$$_5f_x^{nc} = \frac{b_{x,x+4}^{nc}}{PF_{x,x+4}^{nc}} \qquad x=15,20,\ldots,45 \qquad (3.24)$$

para edades individuales y grupos quinquenales respectivamente.

3.9.2 Descendencia final.

Ahora en lugar de considerar la descendencia que tiene una mujer hasta una cierta edad x, con $x < 49$, se considera la descendencia que puede alcanzar a lo largo de su periodo reproductivo: de los 15 a los 49 años.

A la descendencia que tiene una mujer a lo largo de su periodo reproductivo se le denomina descendencia final ó tasa global de fecundidad (TGF).

De acuerdo a lo señalado:

$$TGF = \sum_{x=15}^{49} f_x \qquad (3.25)$$

para edades individuales; y

$$TGF = 5 \sum_{\substack{x=15 \\ 5}}^{45} {}_5f_x \tag{3.26}$$

para grupos quinquenales.

En general:

$$TGF = n \sum_{\substack{x=15 \\ n}}^{50-n} {}_nf_x \tag{3.27}$$

para grupos de n edades.

3.10 Tasa bruta de reproducción.

La tasa bruta de reproducción (TBR) va a indicar el número de hijas que tiene una mujer a lo largo de su periodo reproductivo.

Al afirmar lo anterior se está suponiendo que una mujer va a cubrir todo su periodo reproductivo.

Dicho de otra manera: la tasa bruta de reproducción (TBR) es igual a la proporción de niñas existente en la descendencia final ó tasa global de fecundidad.

Si se denota por k la proporción de niñas al nacimiento, llamada también tasa de feminidad al nacimiento[4], se obtiene la siguiente relación:

$$TBR = k \cdot TGF \qquad (3.28)$$

Se ha observado que la proporción de niñas al nacimiento (k) no varía mucho alrededor del valor 0.4878, motivo por el cual no se pierde precisión al considerar que k=0.4878. Por lo tanto:

$$TBR = 0.4878\ TGF \qquad (3.29)$$

Si se tienen edades individuales:

$$TBR = 0.4878 \sum_{x=15}^{49} f_x \qquad (3.30)$$

4 Alejandro Mina Valdés, "Curso Básico de Demografía", CEDDU, El Colegio de México, 1983, p.p. 35-39.

Si se tienen edades en grupos quinquenales:

$$TBR = 0.4878\ (5) \sum_{\substack{x=15 \\ 5}}^{45} {}_5f_x \qquad (3.31)$$

En general: si se tienen grupos de n edades:

$$TBR = 0.4878\ (n) \sum_{\substack{x=15 \\ n}}^{50-n} {}_nf_x \qquad (3.32)$$

3.11 Tasa neta de reproducción.

Al estimar la tasa bruta de reproducción se supuso que una mujer cubre todo su periodo reproductivo; dicho de otra manera: que una mujer permanecerá con vida de la edad 15 a la edad 49.

En la tasa neta de reproducción (TNR) se considera la posibilidad de que una mujer fallezca antes de completar su periodo reproductivo (que no alcance los 50 años exactos).

Así pues la tasa neta de reproducción (TNR) indica el número de hijas que tiene una mujer durante su periodo reproductivo estando expuesta al riesgo de fallecer antes de completarlo.

Si p_x es la probabilidad que tiene una mujer de sobrevivir a la edad x, se tiene que:

$$TNR = 0.4878 \sum_{x=15}^{49} f_x \, p_x \qquad (3.33)$$

donde p_x se obtiene de una tabla de mortalidad femenina desagregada en edades individuales.

Ahora bien, si se tiene una tabla de mortalidad femenina abreviada por grupos quinquenales al igual que las tasas específicas de fecundidad entonces:

$$TNR = 0.4878 \, (5) \sum_{\substack{x=15 \\ 5}}^{45} {}_5f_x \; {}_5p_x \qquad (3.34)$$

Existe una relación entre la tasa neta de reproducción (TNR) y el reemplazo de una generación. Donde al hablar del reemplazo de una generación se está haciendo referencia al hecho de que una generación es capaz de garantizar su reproducción ó no.

Si TNR $<$ 1, esto es que el promedio es menor de una hija por mujer, entonces no está asegurada la reproducción de la generación ya que faltaría 1-TNR.

Si TNR = 1 la reproducción de la generación está garantizada, ya que cada mujer tiene a lo largo de su periodo reproductivo una hija.

Si TNR $>$ 1 la reproducción está asegurada y además se tiene un excedente. Este excedente (EX) se mide por medio de TNR-1. Por lo que EX=TNR-1.

3.12 Edad media a la fecundidad.

La edad media a la fecundidad se refiere a la edad promedio en que una mujer tiene a su primer hijo nacido vivo (primer nacimiento).

Dicho de otra manera: la edad media a la fecundidad representa el promedio de años que deben transcurrir antes de que una mujer tenga a su primer hijo nacido vivo[5].

La edad media a la fecundidad está dada por la siguiente relación:

$$em = \frac{\sum_{x=15}^{49} x \cdot f_x}{\sum_{x=15}^{49} f_x} \qquad (3.35)$$

Suponiendo uniformidad:

$$em = \frac{\sum_{x=15}^{49} (x + 0.5) \cdot f_x}{\sum_{x=15}^{49} f_x} \qquad (3.36)$$

Para grupos quinquenales y suponiendo uni-

5 Alejandro Mina Valdés, op. cit., p.p. 39-40.

formidad se obtiene la siguiente relación:

$$em = \frac{\sum_{\substack{x=15\\5}}^{45} (x + 2.5) \cdot {}_5f_x}{\sum_{\substack{x=15\\5}}^{45} {}_5f_x} \qquad (3.37)$$

3.13 Relación entre la tasa bruta de reproducción y la tasa neta de reproducción.

Al determinar la relación existente entre la tasa bruta de reproducción (TBR) y la tasa neta de reproducción (TNR) se supone linealidad entre las edades y las probabilidades de supervivencia, esto para edades entre los 15 y los 50 años exactos.

Para esto se va a considerar lo siguiente:

Sean x_1 y x_2 dos edades comprendidas en el periodo de estudio, $15 \leqslant x_1, x_2 \leqslant 49$, $x_1 \neq x_2$.

Sin pérdida de generalidad se puede suponer que $x_1 < x_2$ (de igual manera se puede suponer que $x_1 > x_2$).

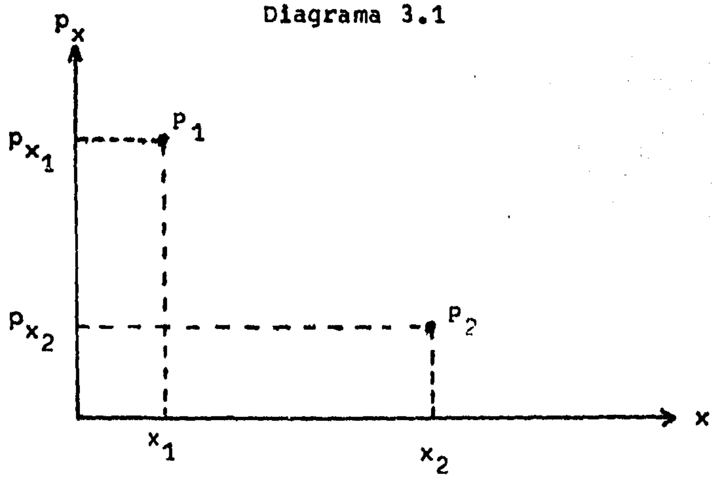
Dado que la función de supervivencia p_x es decreciente entonces: $p_{x_1} > p_{x_2}$.

Resumiendo:

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow p_{x_1} > p_{x_2}$$

Graficando edad contra probabilidad de supervivencia se obtiene la siguiente gráfica (ver diagrama 3.1).

Diagrama 3.1



De acuerdo al diagrama 3.1: el punto P_1 tiene coordenadas (x_1, p_{x_1}) y el punto P_2 tiene coordenadas (x_2, p_{x_2}).

La recta que pasa por P_1 y P_2 (supuesto de linealidad) está dada por la siguiente ecuación:

$$p_x - p_{x_1} = \frac{p_{x_2} - p_{x_1}}{x_2 - x_1}(x - x_1) \qquad (3.38)$$

La recta dada por la ecuación (3.38) tiene pendiente m dada por:

$$m = \frac{p_{x_2} - p_{x_1}}{x_2 - x_1} \qquad (3.39)$$

Sustituyendo el valor de m dado por la relación (3.39) en la ecuación dada por (3.38) se tiene que:

$$p_x - p_{x_1} = m\,(x - x_1) \qquad (3.40)$$

$$p_x = m\,(x - x_1) + p_{x_1} \qquad (3.41)$$

Multiplicando ambos lados de (3.41) por la tasa específica de fecundidad a edad x (f_x) se tiene:

$$f_x\, p_x = f_x\, m\,(x - x_1) + f_x\, p_{x_1} \qquad (3.42)$$

Ahora multiplicando (3.42) por la tasa de feminidad al nacimiento (k=0.4878) se obtiene:

$$0.4878\, f_x\, p_x = 0.4878\, f_x\, m\,(x-x_1) + 0.4878\, f_x\, p_{x_1} \qquad (3.43)$$

Sumando sobre todas las edades que componen el periodo reproductivo en la expresión (3.43) se tiene:

$$0.4878 \sum_{x=15}^{49} f_x p_x = 0.4878\, m \sum_{x=15}^{49} f_x (x-x_1) + 0.4878\, p_{x_1} \sum_{x=15}^{49} f_x \qquad (3.44)$$

Sustituyendo (3.30) en el lado derecho de (3.44) y (3.32) en el lado izquierdo de (3.44) se tiene que:

$$\text{TNR} = 0.4878\, m \sum_{x=15}^{49} f_x (x-x_1) + p_{x_1}\, \text{TBR} \qquad (3.45)$$

Ahora bien: ¿existe un valor de x_1 tal que:

$$0.4878\ m \sum_{x=45}^{49} f_x\ (x - x_1) = 0\ ,$$

y así a partir de (3.45) obtener la relación existente entre TBR y TNR ?

Se cumple que

$$0.4878\ m \sum_{x=45}^{49} f_x\ (x - x_1) = 0$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$m \sum_{x=45}^{49} f_x\ (x - x_1) = 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$m = 0 \quad ó \quad \sum_{x=45}^{49} f_x\ (x - x_1) = 0$$

a) si $m = 0$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{p_{x_2} - p_{x_1}}{x_2 - x_1} = 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$p_{x_2} - p_{x_1} = 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$p_{x_2} = p_{x_1}$$

lo cual no puede suceder ya que p_x es monótona decreciente y se está suponiendo que $x_1 \neq x_2$.

$$\text{b) si } \sum_{x=15}^{49} f_x (x - x_1) = 0$$

$$\Longrightarrow \sum_{x=15}^{49} x\, f_x - \sum_{x=15}^{49} x_1\, f_x = 0$$

$$\Longrightarrow \sum_{x=15}^{49} x\, f_x - x_1 \sum_{x=15}^{49} f_x = 0$$

$$\Longrightarrow \sum_{x=15}^{49} x\, f_x = x_1 \sum_{x=15}^{49} f_x$$

$$\Longrightarrow x_1 = \frac{\sum_{x=15}^{49} x\, f_x}{\sum_{x=15}^{49} f_x}$$

Esto último sucede, de acuerdo a (3.35), si x_1 es la edad media a la fecundidad, es decir: si $x_1 = em$.

Por lo tanto si $x_1 = em$ se ha encontrado un valor de x_1 tal que

$$f_x (x - x_1) = 0$$

por lo que (3.45) se puede escribir como:

$$TNR = p_{em}\ TBR \qquad (3.46)$$

Donde (3.46) indica que la tasa neta de reproducción (TNR) es igual a la tasa bruta de reproducción (TBR) multiplicada por la probabilidad que tiene una mujer de sobrevivir a la edad media a la fecundidad.

3.14 Paridez.

El indicador paridez (P) tiene un sentido acumulativo ya que señala el número promedio de hijos nacidos vivos (nacimientos) que tiene una mujer de edad x.

En el numerador de P se considera el total de nacimientos ocurridos a mujeres con edad de los 15 hasta x (denotados por B_{15-x}).

En el denominador se considera la población femenina de edad x (PF_x).

De esta manera la paridez a edad x (P_x) está dada por la relación:

$$P_x = \frac{B_{15-x}}{PF_x} \qquad (3.47)$$

donde $B_{15-x} = \sum_{i=15}^{x} b_i$ con b_i señalando los nacimientos ocurridos a mujeres de edad i.

Si se tienen grupos quinquenales de edad se obtiene la siguiente relación:

$$P_{x,x+4} = \frac{B_{15,19-x,x+4}}{PF_{x,x+4}} \qquad (3.48)$$

con x=15,20,...,45; donde

$$B_{15,19-x,x+4} = \sum_{x=15}^{x} b_{x,x+4}$$

con $b_{x,x+4}$ señalando los nacimientos ocurridos a mujeres con edad dentro del grupo x,x+4.

3.15 Transición Demográfica[6].

La transición demográfica surge como un intento de los demógrafos para establecer una teoría de la población.

"La transición demográfica, contrariamente a otras teorías, se deriva de la experiencia histórica real"[7].

La transición demográfica se basa en los cambios que van sufriendo de manera simultánea los dos fenómenos que modifican el volumen y la estructura de la población: mortalidad y fecundidad.

Se considera que la transición demográfica

6 Ansley J. Coale, "Factors Associated with the Development of Low Fertility: An Historic Summary", Actas de la Conferencia Mundial de Población, Belgrado, 1965, Vol. II.

7 Alejandro Mina Valdés, op. cit. p.p. 91.

"puede anticipar las tendencias demográficas futuras en los países que actualmente se encuentran en las primeras fases de la transición. Estas fases se caracterizan por altas tasas de crecimiento demográfico debidas a la rápida disminución de los niveles de mortalidad y a los elevados, pero más ó menos estables, niveles de fecundidad"[8].

La transición demográfica señala que toda población pasa por tres diferentes etapas:

i) el nivel de mortalidad y el nivel de fecundidad son muy altos;

ii) se controla el nivel de mortalidad (que ya no es tan alto) pero no sucede así con el nivel de fecundidad el cual permanece igual (muy alto);

iii) tanto el nivel de mortalidad como el de fecundidad disminuyen.

Durante la primer etapa el nivel de mortalidad es superior al de fecundidad (siendo los dos elevados). En la segunda etapa, dado que el nivel de mortalidad disminuye y el de fecundidad permanece igual, el nivel de fecun-

8 Alejandro Mina Valdés, op. cit., p.p. 92.

didad es mayor que el de mortalidad.

Durante la tercera etapa, donde tanto el nivel de fecundidad como el de mortalidad disminuyen, el nivel de fecundidad sigue siendo mayor que el de mortalidad.

Al finalizar la tercera etapa cuando el nivel de mortalidad es mayor que el nivel de fecundidad se afirma que la población ha llevado a cabo su transición demográfica.

A continuación se presenta una breve reseña de las partes más importantes del estudio.

Primeramente se definen los conceptos correspondientes al modelo junto con su notación, enseguida se presenta la expresión correspondiente a cada uno de ellos.

En la segunda parte se lleva a cabo el análisis de cada uno de los índices que se presentan en el modelo de transición demográfica.

3.15.1 Modelo de Transición Demográfica.

Sean:

- I_f el índice de fecundidad del total de mujeres en edad fértil (índice de fecundidad total);

- I_g el índice de fecundidad de las mujeres casadas en edad fértil (índice de fecundidad marital ó legítima);

- I_h el índice de fecundidad de las mujeres no casadas en edad fértil (índice de fecundidad ilegítima);

- I_m el índice de nupcialidad de las mujeres en edad fértil ponderado por la fecundidad (proporción de la fecundidad marital con respecto a la fecundidad del total de mujeres);

- w_i el total de mujeres en el grupo i de edades;

- m_i el número de mujeres casadas del grupo i de edades;

- u_i el número de mujeres no casadas del grupo i de edades;

- f_i la tasa específica de fecundidad del total de mujeres del grupo i de edades;

- g_i la tasa específica de fecundidad de las mujeres casadas del grupo i de edades;

- h_i la tasa específica de fecundidad de las mujeres no casadas del grupo i de edades;

- F_i la tasa específica de fecundidad marital de las huteritas[9] correspondiente al grupo i de edades.

De acuerdo a lo señalado se tiene que:

$$u_i = m_i + u_i \qquad \text{para toda } i \qquad (3.49)$$

y

$$f_i w_i = g_i m_i + h_i u_i \qquad \text{para toda } i \qquad (3.50)$$

Las expresiones correspondientes a I_f, I_g, I_h e I_m son respectivamente:

9 Huteritas: nombre de una secta religiosa establecida en el noroeste de los Estados Unidos y en algunas provincias del sur de Canadá. Este grupo es considerado como prototipo de los más altos niveles de fecundidad. En 1950 en una comunidad de Dakota, Eaton y Mayer se registró un tamaño medio de familia de 10.6 hijos por mujer huterita.

$$I_f = \frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i F_i w_i} \qquad (3.51)$$

$$I_g = \frac{\sum_i g_i m_i}{\sum_i F_i m_i} \qquad (3.52)$$

$$I_h = \frac{\sum_i h_i u_i}{\sum_i F_i u_i} \qquad (3.53)$$

$$I_m = \frac{\sum_i F_i m_i}{\sum_i F_i w_i} \qquad (3.54)$$

En cada una de ellas (I_f, I_g e I_h) se establece la fecundidad del grupo indicado (total de mujeres, mujeres casadas y mujeres no casadas respectivamente) sí éste experimentara el más alto nivel de la fecundidad (a lo que Coale llama "cédula standard"), aquel de las huteritas.

A) Indice de fecundidad total.

El índice de fecundidad total, referente al total de mujeres en edad fértil, está dado por:

$$I_f = \frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i F_i w_i}$$

El numerador de I_f indica la descendencia final del total de mujeres en edad fértil de la población en estudio; el denominador señala la descendencia final de las huteritas sí éstas tuvieran la estructura por edad del total de mijeres de la población en estudio.

i) $I_f > 1$.

Si $I_f > 1$

$$\Longrightarrow \frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i F_i w_i} > 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$\sum_i f_i w_i > \sum_i F_i w_i$$

$\Longrightarrow$ que la descendencia final de las mujeres de la población en estudio es mayor que la descendencia final de las huteritas ∇_o , la cual es la mayor de todas (cédula standard), por lo tanto I_f no puede ser mayor que 1.

ii) $I_f = 1$.

Si $I_f = 1$

$$\Longrightarrow \quad \frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i F_i w_i} = 1$$

$$\Longrightarrow \quad \sum_i f_i w_i = \sum_i F_i w_i$$

$\Longrightarrow$ que la descendencia final de las mujeres de la población en estudio es igual a la descendencia final de las huteritas, lo cual indica que no existe control sobre la fecundidad de la población en estudio ya que ésta tendría la fecundidad más alta, la de las huteritas.

iii) $I_f < 1$.

Si $I_f < 1$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i F_i w_i} < 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$\sum_i f_i w_i < \sum_i F_i w_i$$

$\Longrightarrow$ que la descendencia final de las mujeres de la población en estudio es menor que la de las huteritas (la mayor de todas), lo cual indica que se tiene control sobre la fecundidad de la población en estudio.

Por lo tanto se puede concluir que en general $I_f < 1$.

B) Indice de fecundidad legítima.

El índice de fecundidad legítima (I_g) está dado por:

$$I_g = \frac{\sum_i g_i m_i}{\sum_i F_i m_i}$$

El numerador de I_g indica la descendencia final de las mujeres casadas de la población en estudio y el denominador la descendencia final de las huteritas si éstas tuvieran la estructura por edad de la población correspondiente a las mujeres casadas.

Por medio de un razonamiento similar al realizado para el índice de fecundidad total I_f se concluye que $I_g < 1$, lo cual señala que se tiene control sobre la fecundidad legítima de la población en estudio. Esto debido a que si $I_g < 1 \quad \Longrightarrow$

$$\frac{\sum_i g_i m_i}{\sum_i F_i m_i} < 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$\sum_i g_i m_i < \sum_i F_i m_i$$

C) Indice de fecundidad ilegítima.

El índice de fecundidad ilegítima (I_h) está dado por:

$$I_h = \frac{\sum_i h_i u_i}{\sum_i F_i u_i}$$

El numerador de I_h indica la descendencia final de las mujeres no casadas de la población en estudio, mientras que el denominador señala la descendencia final de las huteritas si éstas tuvieran la estructura por edad de las mujeres no casadas de la población en estudio.

Analogamente a como se hizo para I_f e I_g se concluye que $I_h < 1$, lo cual muestra que existe control sobre la fecundidad ilegítima de la población.

D) Fecundidad de las mujeres casadas ponderada por la fecundidad del total de las mujeres.

La relación correspondiente a I_m es:

$$I_m = \frac{\sum_i F_i m_i}{\sum_i F_i w_i}$$

En I_m se hace una comparación relativa de la fecundidad legítima y de la fecundidad total aplicando a ambas estructuras por edad las más elevadas tasas de fecundidad: las de las huteritas (cédula standard).

La importancia del índice I_m es la de medir el grado de ilegitimidad de los nacimientos.

La fecundidad de una población se divide en dos (sección 3.5 del presente capítulo):

- legítima
- ilegítima

De acuerdo a esto se puede dar la composición del índice de fecundidad total I_f:

i) La fecundidad correspondiente a las mujeres casadas está dada por el índice de fecundidad legítima (I_g) multiplicado por la proporción de fecundidad marital con respecto a la fecundidad total (I_m). Por lo que las mujeres casadas aportan al índice de fecundidad total I_f con $I_m \cdot I_g$.

ii) La fecundidad correspondiente a mujeres no casadas está dada por el índice de fecundidad ilegítima (I_h) multiplicado por el complemento de la proporción de la fecundidad marital con respecto a la fecundidad total $(1.0 - I_m)$ (proporción de fecundidad no marital con respecto a la fecundidad total). Por lo tanto las mujeres no casadas aportan al índice de fecundidad I_f con la cantidad $(1.0 - I_m)\cdot I_h$.

De acuerdo a esto el índice de fecundidad total I_f está dado por la relación[10]:

$$I_f = I_m \cdot I_g + (1.0 - I_m)\cdot I_h \qquad (3.55)$$

La expresión (3.55) viene a resumir el modelo de transición demográfica.

Al índice I_m se le conoce como índice malthusiano[11] y como se mencionó con anterioridad mide el grado de ilegitimidad de los nacimientos.

Para concluir se va a determinar el rango de valores que puede tomar I_m:

i) $I_m = 1.$

Si $I_m = 1$

10 La demostración de (3.55) se presenta en el anexo V.
11 Sobre Malthus y su teoría consultar el anexo VI.

$\Longrightarrow$

$$I_f = 1 \cdot I_g + 0 \cdot I_h$$

$\Longrightarrow$

$$I_f = I_g$$

$\therefore$ la fecundidad total es toda legítima, es decir, no existe fecundidad ilegítima.

ii) $I_m = 0$.

Si $I_m = 0$

$\Longrightarrow$

$$I_f = 0 \cdot I_g + 1 \cdot I_h$$

$\Longrightarrow$

$$I_f = I_h$$

$\therefore$ la fecundidad total es toda ilegítima, es dedir, no existe fecundidad legítima.

iii) $I_m \longrightarrow 1$.

$$\text{Si } I_m \longrightarrow 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$I_m \cdot I_g \longrightarrow I_g$$

y

$$(1.0 - I_m) \cdot I_h \longrightarrow 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$I_f \longrightarrow I_g$$

$\therefore$ la fecundidad total tiende a ser legítima.

iv) $I_m \longrightarrow 0.$

$$\text{Si } I_m \longrightarrow 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$I_m \cdot I_g \longrightarrow 0$$

y

$$(1.0 - I_m) \cdot I_h \longrightarrow I_h$$

$$\Longrightarrow$$

$$I_f \longrightarrow I_h$$

$\therefore$ la fecundidad total tiende a ser ilegítima.

v) $I_m > 1.$

Si $I_m > 1 \ \nabla_o$, ya que si $I_m > 1$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{\sum_i F_i m_i}{\sum_i F_i w_i} > 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$\sum_i F_i m_i > \sum_i F_i w_i$$

la descendencia final de las mujeres casadas es mayor que la del total de mujeres ∇_o ,

$\therefore \quad I_m \leq 1.$

Como es claro de observar I_m no puede tomar valores negativos, por lo que considerando este hecho y la mínima factibilidad de que se den las condiciones expuestas en i) y ii) se puede concluir que $0 < I_m < 1.$

3.16 Variables intermedias.

"Kingsley Davis y Judith Blake[12], en un estudio sobre los determinantes sociales de la fecundidad, presentan una clasificación muy útil de los factores determinantes de la fecundidad, a lo que llaman "variables intermedias". Estas son variables a través de las cuales los factores socioeconómicos influyen sobre la fecundidad. Estos autores afirman que cualquier influencia social sobre la fecundidad puede ser analizada a través de una ó varias de estas variables intermedias"[13].

"En algunos estudios recientes se ha tratado de evaluar la influencia de factores socioeconómicos sobre la fecundidad, pero en ninguno de ellos se tiene en cuenta de manera explícita las variables intermedias. Aun cuando en estos estudios se sigue una metodología semejante, se utilizan las mismas fuentes de información para el mismo periodo de tiempo y, en algunos casos aún empleando variables socioeconómicas similares, se llega a resultados diferentes e inesperados"[14].

12 K. Davis y J. Blake (1956), "La estructura social: un sistema analítico" en R. Freedman, Factores sociológicos de la fecundidad, México, El Colegio de México, 1967, p.p. 157-197.

Davis y Blake proporcionan la siguiente clasificación de las "variables intermedias" que afectan a la fecundidad[15]:

1) Variables de relaciones sexuales ó variables del coito.

I) Factores que rigen la formación y la disolución de las uniones en el periodo de procreación

a) Edad de iniciación de las uniones sexuales

b) Celibato permanente: proporción de mujeres que nunca tuvieron uniones sexuales

c) Total del periodo de procreación transcurrido después de las uniones o entre ellas

II) Factores que rigen las relaciones sexuales entre uniones

a) Abstinencia voluntaria

b) Abstinencia involuntaria

c) Frecuencia del coito

13 Irma Olaya García y Garma, "Diferenciales de Fecundidad en México, 1970", Lecturas Sobre Temas Demográficos, El Colegio de México, 1983, p.p. 11-43.

14 op. cit.

15 Alejandro Mina Valdés, "Curso Básico de Demografía", CEDDU, El Colegio de México, 1983, p.p. 96-100.

2) Variables de la concepción.

I) Fertilidad ó esterilidad afectadas por causas involuntarias

II) Empleo ó no de métodos anticonceptivos

a) Por medios mecánicos ó químicos

b) Por otros medios

III) Fertilidad ó esterilidad afectadas por causas voluntarias

3) Variables de la gestación ó variables del embarazo.

I) Mortalidad intrauterina por causas voluntarias

II) Mortalidad intrauterina por causas involuntarias

Cada una de las diferentes variables intermedias actuan ya sea para incrementar o disminuir los niveles de fecundidad.

"El nivel de fecundidad de una población resulta del efecto combinado de estas variables intermedias"[16].

Se ha presentado a grosso modo la manera de como llevar a cabo el estudio del aspecto cualitativo de la fecundidad.

Para un estudio más a fondo del modelo de transición demográfica y del modelo de variables intermedias se sugiere recurrir a la bibliografía (mínima) recomendada[17].

16 Alejandro Mina Valdés, op. cit.

17 Se encuentra al final del presente trabajo.

C A P I T U L O   4

M I G R A C I O N

4.1 Aspectos generales.

Se denomina migración a aquel fenómeno demográfico que estudia la movilidad geográfica de los componentes de una población.

Esta movilidad geográfica va a estar determinada por el cambio de lugar de residencia de los componentes de la población.

Se va a denominar migrante (individuo que migra) a aquél miembro de la población que cambia su lugar de residencia.

El cambio de lugar de residencia de un individuo puede darse por un periodo relativamente corto de tiempo o bien por un lapso de tiempo más prolongado. En el primer caso se va a hablar de migración temporal y en el segundo de migración permanente.

De acuerdo a la información censal, la migración temporal está asociada a un cambio del lugar de residencia por un periodo de tiempo no mayor de seis meses; la migración permanente se encuentra asociada a un cambio de residencia cuya duración exceda a los seis meses.

No hay que dejar a un lado que la migración es un fenómeno escencialmente social.

El desplazamiento que realiza un individuo caracteriza y a la vez está determinado por dos puntos geográficos distintos:

- punto de partida u origen
- punto de llegada o destino

Una población, localizada en un espacio geográfico determinado, puede ser punto origen o punto destino de movimientos migratorios.

En el caso de que la población sea punto origen la migración será un fenómeno de salida para dicha población, en caso contrario, de que sea punto destino, la migración será un fenómeno de entrada (ver sección 1.2.4 del capítulo 1).

Un individuo, al cambiar su lugar de residencia (migrar), se caracteriza de dos maneras diferentes:

a) en su punto de salida es emigrante

b) en su punto de llegada es inmigrante

Por esta razón siempre hay que señalar con precisión la situación que guarda un migrante con el lugar en donde se encuentra (origen o destino).

4.2 Migración interna y migración externa.

Los movimientos migratorios presentes en la población de un país cumplen alguna de las dos siguientes características:

i) se llevan a cabo dentro del mismo territorio;

ii) se realizan fuera, ya sea desde ó hacia, del territorio.

En el primer caso se habla de migración interna y en el segundo de migración externa[1].

En México, a la migración interna se le denomina migración interestatal (migración de estado a estado).

4.2.1 Migración rural-urbana.

Dentro de la migración interna existe un tipo especial de migración denominado migración rural-urbana.

La migración rural-urbana se caracteriza

1 Llamada también migración internacional.

por lo siguiente:

Su punto de partida (origen) es una zona rural y su punto de llegada (destino) es una zona urbana[2].

Hay que señalar que la migración interestatal no es necesariamente rural-urbana, ya que se puede migrar de un estado a otro sin pasar de una zona rural a una zona urbana.

La migración rural-urbana tiene gran importancia por los efectos sociales, económicos, culturales, políticos, etc. que produce. Pero para los fines del presente trabajo esta problemática se encuentra fuera de ellos. Existe bibliografía en abundancia que trata las diferentes repercusiones de la migración rural-urbana[3].

2 Ver nota 1 del capítulo 2.

3 Para un estudio detallado consultar la bibliografía recomendada.

4.3 Fuentes de datos.

La información con la cual se lleva a cabo el análisis de la migración se obtiene a partir de:

- censos demográficos
- estadísticas vitales
- encuestas demográficas

La información obtenida a partir de un censo demográfico es: lugar de nacimiento y lugar de residencia de los individuos de una población. En base a ésta se realiza el estudio de la migración: exclusivamente migración nacional interna e inmigración internacional, la emigración internacional no es posible cuantificarla.

La información censal tiene marcadas deficiencias con respecto al estudio de la migración, de entre ellas destaca la periodicidad de levantamiento del censo: decenal (aproximadamente cada 10 años).

Al ser decenal el censo se presentan las siguientes situaciones, las cuales afectan en mayor o menor grado el estudio que se hace de la migración.

Considérense dos censos consecutivos. Entonces:

i) Un individuo es censado en el primero de ellos y fallece antes del levantamiento del siguiente; por lo tanto no es censado en este último;

ii) Un individuo es censado en un determinado estado al levantarse el primer censo, luego cambia de lugar de residencia (migra de ese lugar), y otra vez vuelve a migrar al lugar donde fué censado y posteriormente es censado en ese mismo estado al levantarse el siguiente censo;

iii) Un individuo es captado por el primer censo, posteriormente migra al extranjero y ya no es captado por el segundo censo;

iv) Después del levantamiento del primer censo un individuo llega del extranjero y es captado al levantarse el segundo censo.

En cada una de estas situaciones se está perdiendo información debido a la periodicidad de los censos, motivo por el cual la información censal está sesgada. A partir de la información censal unicamente se cuantifican las migraciones "definitivas" dentro del país (migraciones internas definitivas).

En lo que respecta a estadísticas vitales, éstas vienen a ser un auxiliar en la cuantificación del fenómeno migración, ya que no se usan en forma directa sino de manera indirecta para cuantificar la ocurrencia del fenómeno.

Las encuestas que se emplean al realizar el estudio de la migración se realizan cuando la deficiencia del censo y de las estadísticas vitales es sumamente grande.

Así como para otros fenómenos demográficos es posible hacer una evaluación de la información, en el caso de la migración es imposible hacerlo y por lo tanto medir el sesgo existente.

4.4 Estudio de la migración.

El análisis cuantitativo de la migración se realiza por medio de dos tipos diferentes de métodos:

- directos
- indirectos

Los cuales se presentan a continuación.

4.4.1 Métodos directos.

Los métodos directos empleados para el estudio de la migración son los siguientes:

- Método para medir migración interna
- Método para medir migración intercensal

En el primero de ellos se utiliza la información proporcionada por un censo y en el segundo de ellos la información de dos censos consecutivos.

En cada uno de ellos se construye la correspondiente matriz de migración; así mismo se estiman la tasa bruta de emigración y la tasa bruta de inmigración.

Vinculados con la matriz de migración se calculan los saldos netos migratorios, los cuales indican el nivel migratorio de una población con respecto a las demás, señalando en cada caso si existen mayor número de inmigrantes que de emigrantes o viceversa.

4.4.2 Métodos indirectos.

En los métodos indirectos, como su nombre lo indica, no se utiliza en forma directa la información censal, sino se hace uso de la igualdad denominada ecuación demográfica migratoria (presentada más adelante).

Los métodos indirectos empleados son los siguientes:

- Método de los residuales ó método de los residuos
- Método de las tasas de supervivencia
  - prospectivo
  - retrospectivo
- Método de saldos netos migratorios con ausencia de mortalidad diferencial
- Método de saldos netos migratorios con presencia de mortalidad diferencial

Al igual que en los métodos directos, se van a estimar los saldos netos migratorios de una determinada población con respecto a las demás.

4.5 Método directo para medir migración interna (Método censal).

La información necesaria en la aplicación de este método es un censo demográfico.

La República Mexicana cuenta con 32 estados (incluyendo como tal el Distrito Federal), de aquí que se consideren 32 zonas en el estudio de la migración interna.

La matriz de migración consta de tantas columnas y renglones como estados tiene el país. Por tanto la matriz de migración es cuadrada (igual número de renglones que de columnas).

De acuerdo a esto la matriz de migración para México es una matriz de dimensión 32 X 32, esto es, consta de 32 columnas y 32 renglones.

Los estados de la República Mexicana se ordenan alfabéticamente tanto por renglones como por columnas. Así al estado de Aguascalientes le corresponden el renglón y la columna 1, y al estado de Zacatecas la columna y el renglón 32.

Por columnas se considera a los estados como lugar de nacimiento y por renglones como lugar de residencia.

Del censo se obtiene la siguiente información:

- lugar de nacimiento
- lugar de residencia
- población total de cada estado

Al obtener la población total de cada uno de los estados (PT_i, $i=1,\ldots32$), hay que considerar los extranjeros presentes en ella (EX_i, $i=1,..,32$), ya que sólo se va a cuantificar la migración interna (nacional). Por tanto para obtener la población nacional presente en un determinado estado (P_i, $i=1,..,32$) al total de población censada (PT_i) se le resta la población extranjera presente ahí (EX_i). Por lo tanto:

$$P_i = PT_i - EX_i \qquad i=1,...,32 \qquad (4.0)$$

A continuación se presentan los conceptos empleados en el desarrollo del método.

Sean:

- P_i $i=1,...,32$ (dada por (4.0)) la población presente en el estado i;
- O_i $i=1,...,32$ el total de originarios del estado i censados en todo el país (en los 32 estados);
- OP_i $i=1,...,32$ el total de originarios del estado i presentes en el estado i en el momento del censo (individuos no migrantes del estado i);

- E_{ji} $i=1,\ldots,32$, $j=1,\ldots,32$, $i \neq j$,

el total de originarios del estado i censados en el estado j;

- I_{ij} $i=1,\ldots,32$, $j=1,\ldots,32$, $i \neq j$,

el total de individuos censados en el estado i originarios del estado j;

- E_i $i=1,\ldots32$ el total de originarios del estado i censados fuera del estado i (censados en los 31 estados restantes);

- I_i $i=1,\ldots,32$ el total de individuos censados en el estado i nacidos fuera del estado i (nacidos en los 31 estados restantes).

De esto se puede observar lo siguiente:

$$E_i = \sum_{\substack{j \\ i \neq j}} E_{ji} \qquad i=1,\ldots,32 \qquad (4.1)$$

$$I_i = \sum_{\substack{j \\ i \neq j}} I_{ij} \qquad i=1,\ldots,32 \qquad (4.2)$$

De aquí que:

$$E_{ij} = I_{ji} \qquad \begin{array}{c} i=1,\ldots,32 \\ j=1,\ldots,32 \\ i \neq j \end{array} \qquad (4.3)$$

de acuerdo a como se definieron E_{ij} e I_{ij}.

Para vaciar la información en la correspondiente matriz de migración se hace lo siguiente:

- Para cada estado i, $i=1,\ldots,32$, OP_i se coloca en la entrada (i,i) de la matriz, ya que el lugar de nacimiento concuerda con el lugar de residencia y se cumple con la definición OP_i. De esta manera se obtiene la diagonal principal de la matriz de migración.

- Para cada estado i, $i=1,\ldots,32$, los valores E_{ij}, $j=1,\ldots,32$, $i \neq j$, se colocan en la columna i, la cual tiene entradas (j,i). Con esto se llenan todas las entradas de la matriz de migración.

Así pues, para cada estado i se conocen todos los valores involucrados en la cuantificación de la migración en dicho estado: los originarios de i presentes en i (OP_i), los originarios de i censados fuera de i (emigrantes de i) y los censados en i originarios de fuera de i (inmigrantes en i). Estos últimos se obtienen de acuerdo a la relación (4.3).

Por lo tanto se conocen todos los valores de la matriz de migración (ver diagrama 4.1).

A partir de la matriz se pueden conocer los valores de O_i y P_i, $i=1,\ldots,32$, (para todos los estados), mediante las siguientes relaciones:

$$O_i = OP_i + \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} E_{ji} \qquad i=1,\ldots,32 \qquad (4.4)$$

$$P_i = OP_i + \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} I_{ij} \qquad i=1,\ldots,32 \qquad (4.5)$$

También se puede obtener el saldo neto migratorio para cada estado i (SNM_i) $i=1,\ldots,3?$, mediante la relación:

$$SNM_i = I_i - E_i \qquad (4.6)$$

Diagrama 4.1

		LUGAR DE NACIMIENTO							
		1	2	. . .	i	. . .	31	32	
LUGAR DE RESIDENCIA	1	OP_1			E_{1i}				
	2		OP_2		E_{2i}				
	.			.	.				
	.			.	.				
	.			.	.				
	.			.	.				
	i	I_{i1}	I_{i2}	. . .	OP_i	. . .	$I_{i,31}$	$I_{i,32}$	P_i
	.				.	.			
	.				.	.			
	.				.	.			
	.				.	.			
	31				$E_{31,i}$		OP_{31}		
	32				$E_{32,i}$			OP_{32}	
					O_i				

De acuerdo a (4.6) se tiene lo siguiente:

- Sí $SNM_i > 0$ entonces el estado i es atractivo con respecto a los demás estados, esto debido a que tiene más inmigrantes que emigrantes.

- Sí $SNM_i < 0$ entonces el estado i es de rechazo con respecto a los estados restantes, ya que tiene más emigrantes que inmigrantes.

- Sí $SNM_i = 0$ se dice que el estado i es de equilibrio en relación al resto de los estados, ya que tiene el mismo número de inmigrantes que de emigrantes.

De esta manera, por medio de (4.6), se obtiene el saldo neto migratorio global de un estado, esto es, la situación que guarda con el resto de los estados en conjunto.

También se puede obtener el saldo neto migratorio de un estado i con respecto a cada uno de los estados restantes; esto es, se obtiene el saldo neto migratorio del estado i con respecto a cada estado j, $i \neq j$,

(SNM_{ij}) mediante la siguiente relación:

$$SNM_{ij} = I_{ij} - E_{ji} \qquad \begin{array}{c} i=1,\ldots,32 \\ j=1,\ldots,32 \\ i \neq j \end{array} \qquad (4.7)$$

Los criterios de atracción, equilibrio y rechazo para SNM_{ij} se dan de la misma manera que para SNM_i.

Por último, a partir de la matriz de migración, se estiman las correspondientes tasa bruta de emigración (TBE_i) y tasa bruta de inmigración (TBI_i) para cada estado i, i=1,...,32. Dichas tasas están dadas por las siguientes relaciones:

$$TBE_i = \frac{E_i}{O_i} 100 \qquad i=1,\ldots,32 \qquad (4.8)$$

$$TBI_i = \frac{I_i}{P_i} 100 \qquad i=1,\ldots,32 \qquad (4.9)$$

La expresión (4.8) indica el número de emigrantes del estado i por cada 100 originarios del estado i; dicho de otra manera: por cada 100 originarios del estado i cuántos se encuentran fuera del estado i.

La expresión (4.9) señala el número de inmigrantes en el estado i por cada 100 individuos presentes (censados) en el estado i.

En el cálculo de los saldos netos migratorios y las tasas brutas de emigración y de inmigración por medio de este método se hace uso de un supuesto sumamente importante: supervivencia.

El supuesto de supervivencia se emplea en el siguiente sentido: los emigrantes de i captados en el momento del censo son absolutamente todos los que migraron del estado i, es decir, ninguno de los emigrantes de i falleció al cambiar de lugar de residencia.

De manera similar se emplea el supuesto de supervivencia en el caso de los inmigrantes.

4.6 Método directo para medir migración intercensal.

La información necesaria para medir la migración intercensal se obtiene a partir de dos censos consecutivos tomando de cada uno de ellos la información correspondiente a lugar de nacimiento, lugar de residencia y población total para cada estado.

Sean t y t+n los momentos en que se levantan los dos censos consecutivos.

Haciendo uso del método directo para medir migración interna (descrito en el punto anterior) se obtienen:

$$I_i^t - E_i^t$$

y

$$I_i^{t+n} - E_i^{t+n}$$

para $i=1,\ldots,32$.

Esto es, se calculan los saldos netos migratorios en t y t+n para cada uno de los 32 estados.

El método directo para medir migración intercensal consiste en lo siguiente:

Sí se denota por M la migración neta intercensal, entonces:

$$M = (I^{t+n} - E^{t+n}) - (S_I I^t - S_E E^t) \qquad (4.10)$$

donde:

S_I es la probabilidad de supervivencia de t a t+n que tienen los inmigrantes;

S_E es la probabilidad de supervivencia de t a t+n que tienen los emigrantes.

Dejando a un lado (por el momento) las probabilidades de supervivencia tanto de emigrantes como de inmigrantes, se tiene que:

$$M = (I^{t+n} - I^t) - (E^{t+n} - E^t) \qquad (4.11)$$

La expresión (4.11) señala el saldo neto migratorio intercensal (entre t y t+n) bajo los siguientes supuestos:

- no mortalidad

- permanencia en el status migratorio correspondiente.

Por otra parte, al analizar (4.10), se tiene lo siguiente:

$S_I I^t$ indica cuántos de los inmigrantes en t llegan con vida a t+n;

$S_E E^t$ señala cuántos de los emigrantes en t llegan con vida a t+n.

Hablando en sentido estricto, tanto S_I como S_E no se pueden estimar, razón por la cual se supone lo siguiente:

$$S_I = S_E = S_i \qquad (4.12)$$

Esta igualdad indica que la probabilidad de supervivencia de los inmigrantes y de los emigrantes es igual a la probabilidad de supervivencia de los nativos de la región i (estado i)[4].

4 Debido al clima, alimentación, actividad económica, nivel de vida, salud pública, etc., la probabilidad de supervivencia no es igual para cada uno de estos grupos. La diferencia es mayor cuando el desplazamiento se lleva a cabo de una zona rural a una urbana ó viceversa.

4.7 Método indirecto de los residuales.

Para medir la migración intercensal por medio de este método se requiere de la siguiente información:

- población presente en dos momentos diferentes (dada por dos censos consecutivos);
- nacimientos registrados en el lapso de tiempo existente entre el levantamiento de lós censos;
- defunciones registradas durante el periodo comprendido entre ambos censos.

Para una mayor facilidad supóngase que los censos se levantan en t y t+n.

Sean:

- P_t la población en el momento t;
- P_{t+n} la población en el momento t+n;
- $Nac_{t,t+n}$ los nacimientos registra-

dos entre t y t+n;

- $Def_{t,t+n}$ las defunciones registradas entre t y t+n;

- $Inm_{t,t+n}$ las inmigraciones ocurridas entre t y t+n;

- $Emi_{t,t+n}$ las emigraciones ocurridas entre t y t+n.

De acuerdo a esto, la población en t+n estará dada por:

$$P_{t+n} = P_t + Nac_{t,t+n} - Def_{t,t+n} + Inm_{t,t+n} - Emi_{t,t+n}$$

$$P_{t+n} = P_t + Nac_{t,t+n} - Def_{t,t+n} + (Inm_{t,t+n} - Emi_{t,t+n}) \qquad (4.13)$$

El saldo neto migratorio intercensal (SNM) está dado por la diferencia

$$Inm_{t,t+n} - Emi_{t,t+n} \qquad (4.14)$$

Por lo tanto:

$$SNM = (P_{t+n} - P_t) - (Nac_{t,t+n} - Def_{t,t+n}) \qquad (4.15)$$

Con la expresión (4.15) es posible calcular los saldos netos migratorios, sin embargo cabe sñalar que este método presenta limitaciones, las cuales se deben a la calidad de la información tanto censal como de estadísticas vitales.

4.8 Método indirecto de las tasas de supervivencia.

La información requerida por este método es la siguiente:

- estructura por edad de la población en dos momentos diferentes t y t+n (dada por dos censos consecutivos);

- tabla de mortalidad correspondiente a cada uno de los dos diferentes momentos;

- tasas intercensales de supervivencia, las cuales se obtienen a través de las tablas de mortalidad.

Dentro de este método de las tasas de supervivencia existen dos modalidades:

- prospectiva
- retrospectiva

Cada una de ellas se presenta a continuación.

4.8.1 Método prospectivo de las tasas de supervivencia.

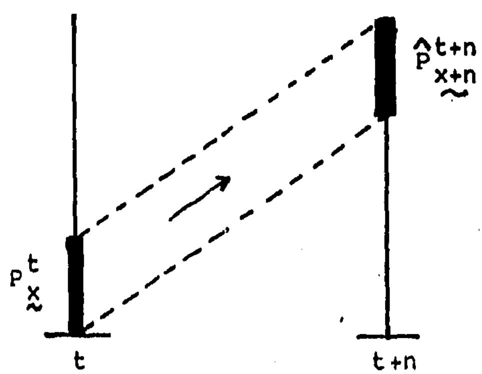
Este método, el prospectivo (al igual que el retrospectivo), calcula los saldos netos migratorios por grupos de edad o bien por edades individuales.

Se presenta el desarrollo del método para edades individuales señalando que para grupos de edades es similar.

Se conoce la población de x años cumplidos en el momento t ($P^{t}_{\underset{\sim}{x}}$).

Lo que se quiere es determinar cuánta de esa población, $P^{t}_{\underset{\sim}{x}}$, sobrevive a t+n. Dicho de otra manera: cuánta población de edad cumplida x+n habrá en el momento t+n, esta población $P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$ es la que se debe estimar (ver diagrama 4.2).

Diagrama 4.2



El valor de $P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$ se estima a partir del valor observado $P^{t}_{\underset{\sim}{x}}$. Esto es, se va a determinar el valor estimado $\hat{P}^{t+n}_{x+n}$.

Para determinar cuánta población de $P^{t}_{\underset{\sim}{x}}$ llega con vida a t+n es necesario determinar la probabilidad que tiene una persona de edad x en el momento t de sobrevivir n años, es decir, alcanzar la edad x+n en el momento t+n. Sea ${}_{n}r_{x}$ dicha probabilidad.

Para calcular ${}_{n}r_{x}$ se requieren dos tablas de mortalidad, una correspondiente a t y otra a t+n (al tratarse de edades individuales se necesitan tablas completas).

De cada una de ellas se necesita la correspondiente serie de años-persona $\left\{L_x\right\}$, ya que para calcular ${}_{n}r_{x}$ se emplea la relación:

$${}_{n}r_{x} = \frac{L^{t+n}_{x+n}}{L^{t}_{x}} \qquad (4.16)$$

Al calcular ${}_{n}r_{x}$ de esta manera se supone que la mortalidad se estabilizó entre t y t+n (supuesto de cuasi-uniformidad).

Por lo tanto la población estimada en t+n de edad cumplida x+n ($\hat{P}^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$) está dada por:

$$\hat{P}^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} = {}_n r_x \, P^t_{\underset{\sim}{x}} \qquad (4.17)$$

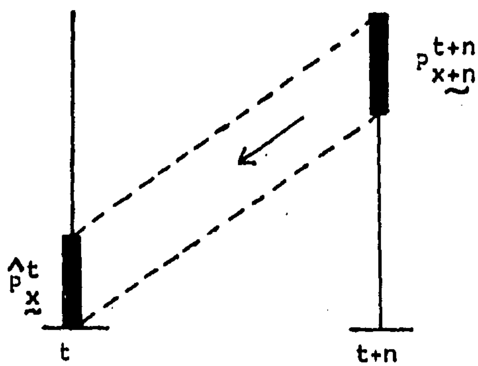
Ahora bien, por otro lado se tiene la población observada de x+n años cumplidos en t+n ($P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$), entonces al considerar la diferencia entre el valor observado $P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$ y el valor estimado $\hat{P}^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$ se obtiene la migración neta intercensal (M_p) para cada edad:

$$M_p = P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} - \hat{P}^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} \qquad (4.18)$$

4.8.2 Método retrospectivo de las tasas de supervivencia.

Este método consiste en considerar la población presente en el momento t+n a una determinada edad y en base a ella estimar la población presente n años antes[5], esto es, la población presente en el momento t. Sí en t+n la población tenía x+n años en el momento t tenía edad x (ver diagrama 4.4).

Diagrama 4.4



Calculando las probabilidades de supervi-

5 A este procedimiento se le denomina "rejuvenecer a la población".

vencia de igual manera que en el método prospectivo, lo cual es posible de hacer ya que se está manejando la misma información.

Por lo tanto la población de edad x cumplida en el momento t ($P_{\underset{\sim}{x}}^{t}$), población por estimar, va a estar dada por la población en t+n de edad x+n multiplicada por el inverso de la probabilidad de supervivencia intercensal ${}_nr_x$ (${}_nr_x^{-1}$). Por lo que:

$$\hat{P}_{\underset{\sim}{x}}^{t} = P_{\underset{\sim}{x+n}}^{t+n} \; {}_nr_x^{-1} \qquad (4.19)$$

ó bien

$$\hat{P}_{\underset{\sim}{x}}^{t} = P_{\underset{\sim}{x+n}}^{t+n} \; \frac{1}{{}_nr_x} \qquad (4.20)$$

Por otra parte: se conoce la población de edad cumplida x en el momento t (población observada), entonces al considerar la diferencia entre la población estimada y la población observada se obtiene la migración neta intercensal (M_r) para cada edad:

$$M_r = \hat{P}_{\underset{\sim}{x}}^{t} - P_{\underset{\sim}{x}}^{t} \qquad (4.21)$$

4.8.3 Relación entre el método prospectivo y el método retrospectivo de las tasas de supervivencia.

Las expresiones obtenidas para calcular la migración neta intercensal por medio del método prospectivo y retrospectivo son respectivamente:

$$M_p = P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} - \hat{P}^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}$$

y

$$M_r = \hat{P}^{t}_{\underset{\sim}{x}} - P^{t}_{\underset{\sim}{x}}$$

Ahora bien, sí en ambas expresiones se involucran sólo valores observados se obtienen:

$$M_p = P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} - P^{t}_{\underset{\sim}{x}}\ {}_n r_x \tag{4.22}$$

y

$$M_r = P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}\ {}_n r_x^{\ -1} - P^{t}_{\underset{\sim}{x}} \tag{4.23}$$

ó

$$M_r = P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}\ \frac{1}{{}_n r_x} - P^{t}_{\underset{\sim}{x}} \tag{4.24}$$

Sí se multiplica (4.24) (ó (4.23)) por $_n r_x$ de ambos lados se tiene que:

$$_n r_x \, M_r = \underset{\sim}{P}{}^{t+n}_{x+n} - \underset{\sim}{P}{}^{t}_{x} \, _n r_x \tag{4.25}$$

Como se puede apreciar el lado derecho de (4.25) representa la migración intercensal obtenida por medio del método prospectivo (M_p), por lo tanto se obtiene la relación:

$$M_p = {_n r_x} \, M_r \tag{4.26}$$

ó bien

$$M_r = {_n r_x}^{-1} \, M_p \tag{4.27}$$

Al cuantificar la migración intercensal por medio del método de tasas de supervivencia en sus dos modalidades se obtiene que:

$$M_p \neq M_r \tag{4.28}$$

Esto es fácil de apreciar a partir de (4.26) ó de (4.27).

Ya que $M_p \neq M_r$ es recomendable considerar su media aritmética como el saldo migratorio intercensal obtenido por medio del método de las tasas de supervivencia:

$$M_a = \frac{M_p + M_r}{2} \qquad (4.29)$$

donde M_a, la media aritmética de los métodos de supervivencia, involucra, valga la redundancia, a ambas modalidades de este método.

Este método, el de las tasas de supervivencia (en sus dos modalidades), presenta ciertas limitantes, las cuales se deben a:

- deficiencia en cobertura y declaración de la información (por ser censal);

- mediana calidad de las tablas de mortalidad empleadas (posibles errores en ellas);

- la veracidad de las tasas de supervivencia depende de las tablas de mortalidad (de su calidad);

- la tasa de supervivencia que se aplica es la de la región ó estado correspondiente, la cual no necesariamente concuerda con la de los migrantes.

4.9 Método indirecto con ausencia de mortalidad diferencial.

Al cuantificar la migración intercensal por medio de este método se emplean los siguientes supuestos:

i) presencia de mortalidad

ii) ausencia de mortalidad diferencial

iii) uniformidad en la ocurrencia de las muertes

El primer supuesto se refiere a la consideración que se hace de la mortalidad. El segundo indica que la mortalidad de los inmigrantes, de los emigrantes y de los nativos es la misma, es decir, no existe diferencia alguna entre ellas. El tercer supuesto señala que una mitad de las muertes de los emigrantes ocurre dentro de la región (estado) correspondiente y la otra mitad fuera; de igual manera para las defunciones de los inmigrantes.

Este método es aplicable a edades individuales o bien para grupos de edades.

A continuación se presenta la descripción del presente método para edades individuales (para grupos de edades es similar).

La información necesaria para este método es la siguiente:

- estructura por edades de la población en dos momentos t y t+n (dos censecutivos censos);

- tablas de mortalidad en t y t+n, para a partir de ellas obtener la probabilidad de supervivencia intercensal (p_x).

Sean:

- S(x) la población de edad x en el

momento t;

- $S(x+n)$ la población de edad $x+n$ en el momento $t+n$;

- $q(x)$ la probabilidad de fallecer de una persona de edad x (en el momento t) antes de alcanzar la edad $x+n$ (en el momento $t+n$);

- I el total de inmigrantes;

- E el total de emigrantes.

De acuerdo a esto se tiene lo siguiente:

La población de edad $x+n$ ($S(x+n)$) va a ser igual a la población de edad x n años antes ($S(x)$) más los inmigrantes menos los emigrantes menos las muertes ocurridas en cada uno de los diferentes grupos poblacionales (nativos, emigrantes e inmigrantes) bajo el supuesto de uniformidad. Por lo tanto:

$$S(x+n) = S(x) + I - E - (q(x)S(x) - 0.5q(x)E) - 0.5q(x)I \quad (4.30)$$

donde la probabilidad de fallecer entre t y $t+n$ $q(x)$ es posible de obtener a partir de la relación $1 - p(x) = q(x)$.

$0.5q(x)I$ indica el número de muertes de inmigrantes ocurridas dentro de la región (estado) considerada. De igual forma $0.5q(x)E$ señala el número de muertes de emigrantes ocurridas.

En la expresión (4.30) los valores que se desconocen (incógnitas) son I y E, donde su diferencia (I - E) es el saldo neto migratorio intercensal. Por lo tanto su valor se encuentra a partir de (4.30):

$$S(x+n) = S(x) + I - E - (q(x)s(x) - 0.5q(x)E) - 0.5q(x)I$$

$$I - E = \frac{S(x+n) - S(x)(1 - q(x))}{1 - 0.5q(x)} \qquad (4.31)$$

Por lo tanto, a partir de (4.31), se determina el saldo neto migratorio intercensal bajo el supuesto de ausencia de mortalidad diferencial.

4.10 Método indirecto con presencia de mortalidad diferencial.

En este método, al igual que en el anterior, se supone presencia de la mortalidad en nativos y migrantes, pero en esta ocasión se hace una diferencia entre la mortalidad de los inmigrantes y la de los emigrantes.

Aunque sí bien se supone mortalidad diferencial para emigrantes e inmigrantes, se supone que la mortalidad de los emigrantes es igual a la de los nativos de la región.

Sean:

- $S(x)$, $S(x+n)$, I y E definidos de igual manera que en el método anterior;
- $q(x)$ la probabilidad de morir entre t y $t+n$ que tienen los emigrantes y los nativos de edad x;
- $k(x)$ la probabilidad de morir entre t y $t+n$ que tienen los inmigrantes de edad x.

Dado que $q(x)$ es la probabilidad de muerte de los nativos su valor se puede determinar, sin embargo el valor de $k(x)$ en muchas de las veces no es posible determinarlo.

Al no conocer $k(x)$ lo que se hace es considerar la diferencia relativa (R) entre $k(x)$ y $q(x)$.

R está dada por:

$$R = \frac{k(x)}{q(x)} \qquad (4.32)$$

Sí $R = 1$ se tiene que $q(x) = k(x)$, lo cual significa que no existe mortalidad diferencial, por tanto se cae en el método anterior.

Sí $R > 1$ entonces existe una mayor mortalidad en los inmigrantes que en los emigrantes y nativos, ya que $k(x) > q(x)$.

Sí $R < 1$ existe una menor mortalidad en los inmigrantes que en los nativos y emigrantes, puesto que $k(x) < q(x)$.

Considerando presencia de mortalidad diferencial se tiene la siguiente relación para la población en $t+n$ de edad $x+n$:

$$S(x+n) = S(x) + I - E - (q(x)S(x) - 0.5q(x)E) - 0.5k(x)I \quad (4.33)$$

Sustituyendo (4.32) en (4.33):

$$S(x+n) = S(x) + I - E - (q(x)S(x) - 0.5q(x)E) - 0.5Rq(x)I \quad (4.34)$$

$$S(x+n) = S(x) + (I - E) - q(x)S(x) + 0.5q(x)E - 0.5Rq(x)I$$

$$(I - E)^{*} = S(x+n) - S(x) + q(x)S(x) + 0.5q(x)RI - 0.5q(x)E \quad (4.35)$$

La expresión (4.35) determina la migración neta intercensal suponiendo presencia de mortalidad diferencial y uniformidad en cuanto a la ocurrencia de las defunciones de los migrantes.

Al no considerar mortalidad diferencial el saldo neto migratorio está dado por:

$$(I - E) = S(x+n) - S(x) + q(x)S(x) + 0.5q(x)I - 0.5q(x)E \quad (4.36)$$

Al hacer la diferencia entre (4.35) y (4.36) se obtiene lo siguiente:

$$(I - E)^{*} - (I - E) = 0.5Rq(x)I - 0.5q(x)I \qquad (4.37)$$

$$I^{*} - E^{*} - (I - E) = 0.5q(x)I\ (R - 1) \qquad (4.38)$$

$$I - E = I^{*} - E^{*} - 0.5q(x)I\ (R - 1) \qquad (4.39)$$

$$I - E = I^{*} - 0.5q(x)I\ (R - 1) - E^{*} \qquad (4.40)$$

Sí se supone que $I^{*} = I$ entonces se tiene que:

$$I - E = I^{*} - 0.5q(x)I^{*}\ (R - 1) - E^{*}$$

$$I - E = (1 - 0.5q(x)\ (R - 1))\ I^{*} - E^{*} \qquad (4.41)$$

En (4.41) se obtiene el saldo neto migratorio de los nativos en relación con el saldo neto migratorio de los no nativos (migrantes).

Haciendo $z = 1 - 0.5q(x)\ (R - 1)$ se

tiene que:

$$I - E = z\, I^* - E^* \qquad (4.42)$$

Sí $z > 1$ la mortalidad de los inmigrantes ($k(x)$) se sobreestima.

Sí $z < 1$ la mortalidad de los inmigrantes ($k(x)$) se subestima.

En general

$$1 - 0.5q(x)\,(R - 1) < 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$0.5q(x)\,(R - 1) > 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$R - 1 > 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$R > 1$$

$\therefore\ k(x) > q(x).$

4.11 Medición de sesgos.

Al cuantificar la migración utilizando los diferentes métodos indirectos existe un posible sesgo al realizar la estimación de la probabilidad de supervivencia para el método de las tasas de supervivencia (ambas modalidades) y para la obtención de la tasa correspondiente de los métodos con y sin presencia de mortalidad diferencial.

En las dos modalidades del método de las tasas de supervivencia la tasa correspondiente se obtiene mediante la relación r_x, mientras que en los métodos con y sin presencia de mortalidad diferencial se obtiene la tasa correspondiente mediante q(x).

Donde r_x y q(x) están dadas por las relaciones:

$$r_x = \frac{L_{x+1}}{L_x} \qquad (4.44)$$

$$1 - q(x) = 1 - \frac{\underset{\sim}{d_x}}{l_x} \qquad (4.45)$$

Lo que procede es determinar de cual de las dos maneras se obtiene una mejor estimación de los supervivientes a cada edad.

Hay que recordar lo siguiente:

$$q(x) = \frac{d_{\underset{\sim}{x}}}{l_x}$$

$$p(x) = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

$$L_x = \frac{1}{2}(l_x - l_{x+1})$$

Supóngase que $1-q(x) \neq r_x$, entonces:

$$1 - q(x) < r_x \tag{4.46}$$

ó

$$1 - q(x) > r_x \tag{4.47}$$

Sí sucede (4.46) entonces:

$$1 - \frac{d_{\underset{\sim}{x}}}{l_x} < \frac{L_{x+1}}{L_x}$$

$\Longrightarrow$

$$\frac{l_x - (l_x - l_{x+1})}{l_x} < \frac{(l_{x+1} + l_{x+2})}{(l_x + l_{x+1})}$$

$\Longrightarrow$

$$\frac{l_{x+1}}{l_x} < \frac{l_{x+1} + l_{x+2}}{l_x + l_{x+1}}$$

como $l_x > 0$ y $l_{x+1} > 0$ entonces $l_x + l_{x+1} > 0$, por lo tanto:

$$\frac{l_x + l_{x+1}}{l_x} < \frac{l_{x+1} + l_{x+2}}{l_{x+1}}$$

$\Longrightarrow$

$$1 + \frac{l_{x+1}}{l_x} < 1 + \frac{l_{x+2}}{l_{x+1}}$$

$\Longrightarrow$

$$p(x) < p(x+1)$$

$\therefore$ la probabilidad de sobrevivir a una edad menor es menor que la probabilidad de sobrevivir a una edad mayor ∇_0 ya que en general la función p(x) es decreciente, esto es, sí $x < x+1 \Longrightarrow p(x) > p(x+1)$,

$\therefore$ 1 - q(x) no puede ser mayor que r_x.

Sí se considera (4.47) entonces: realizando el mismo desarrollo que para el caso contrario se llega a que:

$$p(x) > p(x+1)$$

lo cual, por lo mencionado en el párrafo anterior, es correcto,

$$\therefore \quad 1 - q(x) > r_x \qquad (4.48)$$

De acuerdo a esto se puede concluir que

al calcular el número de supervivientes por medio de $1 - q(x)$ en lugar de r_x lo que se está haciendo es sobreestimar esta última.

Se ha presentado la manera de determinar el sesgo existente al calcular la probabilidad de supervivencia de las dos diferentes formas utilizadas en los métodos presentados. A continuación se expone la manera de determinar el posible sesgo que pueda existir al calcular los saldos netos migratorios por medio de los métodos prospectivo y retrospectivo de las tasas de supervivencia y el método indirecto con ausencia de mortalidad diferencial.

4.11.1 Medición del sesgo entre el método prospectivo de las tasas de supervivencia y el método indirecto con ausencia de mortalidad diferencial.

Para determinar el posible sesgo existente entre estos dos métodos se considera la diferencia relativa entre ambos.

El saldo neto migratorio dado por el método indirecto con ausencia de mortalidad diferencial (ver sección 4.9) es:

$$I - E = \frac{S(x+n) - S(x) + q(x)S(x)}{1 - 0.5\, q(x)} \qquad (4.49)$$

El saldo neto migratorio dado por el método prospectivo de las tasas de supervivencia (ver secciones 4.8.1 ó 4.8.3) es:

$$M_p = P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} - {}_n r_x \, P^{t}_{\underset{\sim}{x}} \qquad (4.50)$$

Al considerar la diferencia relativa entre ellos:

$$\frac{I - E}{M_p} \qquad (4.51)$$

se tiene que:

$$\frac{I - E}{M_p} = \frac{\dfrac{S(x+n) - S(x) + q(x)S(x)}{1 - 0.5\, q(x)}}{P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} - {}_n r_x\, P^{t}_{\underset{\sim}{x}}} \qquad (4.52)$$

Dado que esta última relación hace referencia a la misma población, se considera lo siguiente (para unificar notación):

$$S(x) \equiv P^{t}_{\underset{\sim}{x}} \qquad (4.53)$$

$$S(x+n) \equiv P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}} \qquad (4.54)$$

En el caso de las tasas de supervivencia, $1 - q(x)$ y ${}_n r_x$, ambas se refieren a la misma población y al mismo periodo de tiempo (ver secciones 4.8.1 y 4.9 del presente capítulo), por lo que:

$${}_n r_x \equiv 1 - q(x) \qquad (4.55)$$

Por lo tanto (4.52) puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{I - E}{M_p} = \frac{\dfrac{S(x+n) - S(x)(1 - q(x))}{1 - 0.5q(x)}}{S(x+n) - S(x)(1 - q(x))} \qquad (4.56)$$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{I - E}{M_p} = \frac{1}{1 - 0.5q(x)} \qquad (4.57)$$

Analizando el rango de valores en donde puede variar (4.57) se tiene lo siguiente:

a) $\frac{I - E}{M_p} = 1.$

Sí $\frac{I - E}{M_p} = 1$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{1}{1 - 0.5q(x)} = 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$1 - 0.5q(x) = 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$0.5\, q(x) = 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$q(x) = 0 \ \forall$$

ya que sí $q(x)=0$ se tendría que la probabilidad de fallecer a edad x es cero, es decir, la probabilidad de sobrevivir $(1 - q(x))$ es igual a 1 (para todas las edades), esto es, no se estaría considerando la mortalidad ó bien la posibilidad de sobrevivir; por lo tanto:

$$I - E \neq M_p \tag{4.58}$$

$$\text{b)} \quad \frac{I - E}{M_p} < 1.$$

$$\text{sí} \quad \frac{I - E}{M_p} < 1.$$

$$\Longrightarrow$$

$$\frac{1}{1 - 0.5q(x)} < 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$1 - 0.5\, q(x) > 1$$

$$\Longrightarrow$$

$$0.5\, q(x) < 0$$

$$\Longrightarrow$$

$$q(x) < 0 \quad ¡$$

ya que $q(x)$ es una probabilidad y por tanto se debe cumplir que $0 \leq q(x) \leq 1$, por lo tanto

$$\frac{I - E}{M_p} \not< 1 \qquad (4.59)$$

c) $\dfrac{I - E}{M_p} > 1.$

$$\Longrightarrow \quad \text{sí} \quad \frac{I - E}{M_p} > 1$$

$$\Longrightarrow \quad \frac{1}{1 - 0.5q(x)} > 1$$

$$\Longrightarrow \quad 1 - 0.5\, q(x) < 1$$

$$0.5\, q(x) > 0$$

lo cual sucede ya que $0 < q(x) < 1$, por lo tanto

$$\frac{I - E}{M_p} > 1 \qquad (4.60)$$

lo cual implica que:

$$I - E > M_p \tag{4.61}$$

Esto último indica que el saldo neto migratorio está sobre-estimado por $I - E$, es decir, está sobreestimado por el método indirecto con ausencia de mortalidad diferencial.

4.11.2 Medición del sesgo entre el método retrospectivo de las tasas de supervivencia y el método indirecto con ausencia de mortalidad diferencial.

El saldo neto migratorio dado por el método de tasas de supervivencia en su modalidad retrospectiva está dado por:

$$M_r = P_{\underset{\sim}{x+n}}^{t+n} \; {}_n r_x^{-1} - P_{\underset{\sim}{x}}^{t} \tag{4.62}$$

Al considerar la diferencia relativa entre ambos métodos se tiene:

$$\frac{I - E}{M_r} \qquad (4.63)$$

Utilizando las igualdades (4.49) y (4.62) se obtiene:

$$\frac{I - E}{M_r} = \frac{\dfrac{S(x+n) - S(x) + q(x)S(x)}{1 - 0.5q(x)}}{P^{t+n}_{\underset{\sim}{x+n}}\; {}_n r_x - P^{t}_{\underset{\sim}{x}}} \qquad (4.64)$$

Sustituyendo (4.53), (4.54) y (4.55) en (4.64) se tiene que:

$$\frac{I - E}{M_r} = \frac{\dfrac{S(x+n) - S(x)(1 - q(x))}{1 - 0.5q(x)}}{\dfrac{S(x+n) - S(x)(1 - q(x))}{1 - q(x)}}$$

$\Longrightarrow$

$$\frac{I - E}{M_r} = \frac{1 - q(x)}{1 - 0.5\, q(x)} \qquad (4.65)$$

Analizando los posibles valores que puede tomar (4.65) de igual manera a la hecha para (4.57) se concluye que:

$$I - E < M_r \tag{4.66}$$

La relación (4.66) señala que el saldo neto migratorio se sobreestima por medio de M_r, el método retrospectivo de las tasas de supervivencia.

A N E X O S

A N E X O I

P. D.

$$e_x = 0.5 + \frac{1}{l_x} \sum_{K=x+1}^{w-1} l_k$$

A partir de la definición de esperanza de vida:

$$e_x = \frac{0.5(l_x - l_{x+1}) + \ldots + (w-x-0.5)(l_{w-1} - l_w)}{(l_x - l_{x+1}) + \ldots + (l_{w-1} - l_w)}$$

$$= \frac{0.5(l_x - l_{x+1}) + \ldots + (w-x-0.5)(l_{w-1} - l_w)}{l_x - l_w}$$

De acuerdo a como se define w se tiene que $l_w = 0$, por lo que:

$$e_x = \frac{0.5\ l_x - 0.5\ l_{x+1} + \ldots + (w-x-0.5)\ l_{w-1}}{l_w}$$

$$= \frac{0.5\ l_x}{l_x} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \ldots + l_{w-2} + l_{w-1}}{l_x}$$

$$= 0.5 + \frac{1}{l_x} \sum_{K=x+1}^{w-1} l_k \qquad \text{(a)}$$

Existe otro concepto: edad media ó edad promedio a la mortalidad ($\overset{\circ}{e}_x$) de una persona de edad x.

Este concepto se refiere a la edad en promedio en la cual una persona de edad x va a fallecer. Por tanto:

$$\overset{\circ}{e}_x = \frac{(x+0.5)(l_x-l_{x+1}) + \dots + (w-1-0.5)(l_{w-1}-l_w)}{l_x - l_w}$$

$$= \frac{(x+0.5)\ l_x - (x+0.5)\ l_{x+1} + \dots + (w-1-0.5)\ l_{w-1}}{l_x}$$

$$= \frac{(x+0.5)l_x}{l_x} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{w-1}}{l_x}$$

$$= (x+0.5) + \frac{1}{l_x}\sum_{k=x+1}^{\omega-1} l_k$$

$$\therefore \quad \overset{\circ}{e}_x = x + 0.5 + \frac{1}{l_x}\sum_{k=x+1}^{\omega-1} l_k \qquad \text{(b)}$$

Analizando el lado derecho de la expresión

(b) se puede observar que éste es igual a:

$$x + e_x$$

donde e_x está dada por la relación (a). De acuerdo a esto se puede dar la relación entre esperanza de vida y la edad media a la mortalidad:

$$\mathring{e}_x = x + e_x \qquad (c)$$

ó

$$e_x = \mathring{e}_x - x \qquad (d)$$

La expresión (c) indica que la edad media a la mortalidad de una persona de edad x es igual a la edad que tiene (edad x) más la esperanza de vida a esa edad.

La relación (d) muestra que la esperanza de vida de una persona de edadx es igual a la edad promedio de fallecimiento (edad media a la mortalidad) menos la edad que ya se tiene (edad x).

A N E X O   II

P. D.

$$\overline{m}_x = 0.5 + \frac{\sum_{k=x+1}^{49} c_k - (50 - x - 1)\, c_{50}}{c_x - c_{50}}$$

para $10 \leq x < 50$.

Partiendo de la definición de esperanza de vida (en este caso para nupcialidad) se tiene:

$$\overline{m}_x = \frac{0.5(c_x - c_{x+1}) + \dots + (50-x-0.5)(c_{49} - c_{50})}{c_x - c_{50}}$$

donde en el numerador se tienen $50 - x$ sumandos,

$$= \frac{0.5\, c_x + c_{x+1} + c_{x+2} + \dots + c_{49} - (50-x-0.5)c_{50}}{c_x - c_{50}}$$

$$= \frac{0.5\, c_x - (50-x-0.5)c_{50} + \sum_{k=x+1}^{49} c_k}{c_x - c_{50}}$$

$$= \frac{0.5\, c_x - (50-x-1+0.5)c_{50} + \sum_{k=x+1}^{49} c_k}{c_x - c_{50}}$$

$$= \frac{0.5\,c_x - 0.5\,c_{50} - (50-x-1)c_{50} + \sum_{k=x+1}^{49} c_k}{c_x - c_{50}}$$

$$= \frac{0.5(c_x - c_{50}) + \sum_{k=x+1}^{49} c_k - (50-x-1)c_{50}}{c_x - c_{50}}$$

$$= \frac{0.5(c_x - c_{50})}{c_x - c_{50}} + \frac{\sum_{k=x+1}^{49} c_k - (50-x-1)c_{50}}{c_x - c_{50}}$$

$$= 0.5 + \frac{\sum_{k=x+1}^{49} c_k - (50-x-1)c_{50}}{c_x - c_{50}}$$

ANEXO III

CONSTRUCCION DE UNA TABLA ABREVIADA DE MORTALIDAD.

Cuando no se dispone de información desglosada en edades individuales sino en grupos de ellas lo que se hace es construir una tabla abreviada de mortalidad.

Se va a suponer que las edades están conjuntadas de cinco en cinco, esto es, se tienen grupos quinquenales de edad.

De acuerdo a esto la información de que se dispone es la siguiente:

- Defunciones registradas a edades correspondientes al grupo de edades x,x+4 años cumplidos ó (x,x+5) en años exactos ($d_{x,x+4}$ ó $d_{(x,x+5)}$), $x=0,5,\ldots,w-5$;
- Población del grupo de edades x,x+4, $x=0,5,\ldots,w-5$ ($P_{x,x+4}$).

A partir de esta información se construye la serie de tasas quinquenales de mortalidad $\left\{{}_5m_x\right\}$, ya que:

$$ {}_5m_x = \frac{d_{x,x+4}}{P_{x,x+4}} \qquad x=0,5,\ldots,w-5 \qquad (1) $$

Una vez que se tiene $\left\{{}_5m_x\right\}$ se obtiene la serie de cocientes de mortalidad $\left\{{}_5q_x\right\}$.(serie de probabilidades de mortalidad), mediante la relación entre tasas y cocientes para grupos quinquenales de edad:

$$ {}_5q_x = \frac{5\ {}_5m_x}{1 + \frac{5}{2}\ {}_5m_x} \qquad x=0,5,\ldots,w-5 \qquad (2) $$

Así pues también ya se tiene $\left\{{}_5q_x\right\}$.

Fijando un radix hipotético de edad 0 (l_0), es decir, el radix de la tabla de mortalidad.

Por tanto: con l_0 y $\left\{{}_5q_x\right\}$ se procede a construir la tabla de mortalidad para grupos quinquenales (tabla abreviada).

Al considerar el primer valor de $\{_5q_x\}$, $_5q_0$, y multiplicarlo por l_0 se obtiene el número de muertes correspondientes al grupo 0-4:

$$d_{0,4} = {_5q_0}\, l_0 \qquad (3)$$

Sí a l_0 se le restan las muertes ocurridas de 0 a 4 años cumplidos ($d_{0,4}$) se obtiene el número de personas vivas a edad 5 (l_5):

$$l_5 = l_0 - d_{0,4} \qquad (4)$$

Esto mismo se hace para todos y cada uno de los grupos de edad x,x+4 para x=0,5,...,w-5. Para el último grupo, el w-5,w-1, se tiene que:

$$d_{w-5,w-1} = {_5q_{w-5}}\, l_{w-5} \qquad (5)$$

Como w es la edad a la que nadie sobrevive, entonces:

$$d_{w-5,w-1} = l_{w-5} \qquad (6)$$

En general para un grupo de edad x,x+4 se tiene que:

$$d_{x,x+4} = {}_5q_x \, l_x \qquad (7)$$

y

$$l_{x+5} = l_x - d_{x,x+4} \qquad (8)$$

A partir de (8) se tiene:

$$d_{x,x+4} = l_x - l_{x+5} \qquad (9)$$

De esta manera se obtienen: la serie de eventos ocurridos $\left\{d_{x,x+4}\right\}$ y la serie de supervivientes $\left\{l_x\right\}_5$.

A partir de las series $\left\{l_x\right\}_5$ y $\left\{d_{x,x+4}\right\}$ se obtiene la serie de años-persona $\left\{{}_5L_x\right\}$ puesto que:

$${}_5L_x = \frac{5}{2}(l_x + l_{x+5}) \qquad (10)$$

Obtenida $\left\{{}_5L_x\right\}$ se tiene la serie de años-persona acumulados $\left\{{}_5T_x\right\}$, donde:

$$ {}_5T_x = \sum_{\substack{k=0 \\ 5}}^{w-x-5} {}_5L_{x+k} \qquad (11) $$

Ya que se tiene $\left\{{}_5T_x\right\}$ es posible determinar la serie de esperanza de vida $\left\{e_{x,x+4}\right\}$, puesto que:

$$ e_{x,x+4} = \frac{{}_5T_x}{l_x} \qquad x=0,5,\ldots,w-5 \qquad (12) $$

Al obtener $\left\{e_{x,x+4}\right\}$ se concluye la construcción de todas y cada una de las series que conforman una tabla de mortalidad y por ende se concluye la construcción de la tabla de mortalidad.

A N E X O IV

P. D.

$$L_0 = z\, l_0 + (1-z)\, l_1.$$

El tiempo aportado por la población de 0 años es igual a la suma del tiempo aportado por los sobrevivientes más el aportado por las defunciones.

Cuando se supone uniformidad:

$$L_x = l_x - \frac{1}{2}\, d_{\underset{\sim}{x}} \qquad (a)$$

ó

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2}\, d_{\underset{\sim}{x}} \qquad (b)$$

Por las razones expuestas con toda oportunidad a edad 0 no es posible suponer uniformidad.

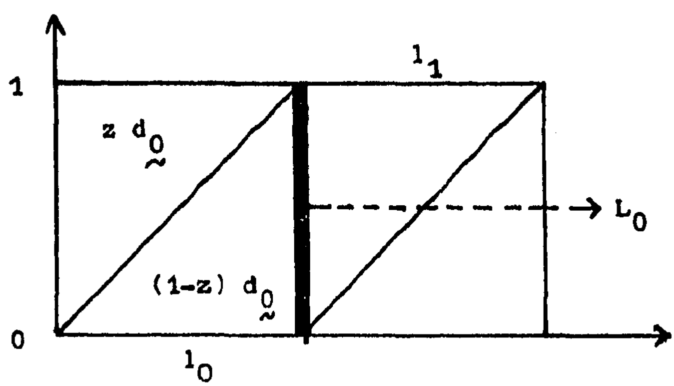
Al no suponer uniformidad lo que se hizo fué calcular el denominado factor de separación 0-1 (z), el cual, como su nombre lo indica, separa la proporción de muertes registradas correspondiente a cada una de las generaciones ahí presentes.

De acuerdo a esto se tiene que:

$$d_{\underset{\sim}{0}} = z\ d_{\underset{\sim}{0}} + (1-z)\ d_{\underset{\sim}{0}} \qquad \text{(c)}$$

Donde $z\ d_{\underset{\sim}{0}}$ es la proporción de muertes correspondiente a la generación anterior y $(1-z)\ d_{\underset{\sim}{0}}$ la proporción de defunciones que corresponde a la generación presente.

Mediante diagrama de Lexis:



Lo que se desea obtener es L_0, por lo que de acuerdo a lo señalado al inicio y al diagrama de Lexis está dado por:

$$L_0 = l_0 - (1 - z)\, \underset{\sim}{d_0} \qquad (d)$$

ó

$$L_0 = l_1 + (1 - z)\, \underset{\sim}{d_0} \qquad (e)$$

Se tiene que:

$$\underset{\sim}{d_0} = l_0 - l_1 \qquad (f)$$

Sustituyendo (f) en (d) (también puede sustituirse en (e)):

$$L_0 = l_0 - (1 - z)(l_0 - l_1)$$

$$= l_0 - l_0 + l_1 + z\, l_0 - z\, l_1$$

$$= z\, l_0 + l_1 - z\, l_1$$

$$= z\ l_0 + (1 - z)\ l_1$$

$$\therefore \quad L_0 = z\ l_0 + (1 - z)\ l_1 .$$

ANEXO V

P. D.

$$I_f = I_m \, I_g \; + \; (1.0 - I_m) \, I_h \qquad (*)$$

Se tiene que:

$$I_f = \frac{\sum_i f_i w_i}{\sum_i F_i w_i} \qquad (a)$$

$$I_g = \frac{\sum_i g_i m_i}{\sum_i F_i m_i} \qquad (b)$$

$$I_h = \frac{\sum_i h_i u_i}{\sum_i F_i u_i} \qquad (c)$$

$$I_m = \frac{\sum_i F_i m_i}{\sum_i F_i w_i} \qquad (d)$$

Además:

$$w_i = m_i + u_i \qquad (e)$$

y

$$f_i = g_i + h_i \qquad (f)$$

Por lo tanto:

$$\sum_i f_i w_i = \sum_i (g_i m_i + h_i u_i)$$

$$\sum_i f_i w_i = \sum_i g_i m_i + \sum_i h_i u_i \qquad (g)$$

De igual manera:

$$F_i w_i = \sum_i F_i m_i + \sum_i F_i u_i \qquad (h)$$

La idea de la demostración es desarrollar el lado derecho de (*) y ver que es igual a I_f.

$I_f = I_m \, I_g + (1.0 - I_m) \, I_h$

Para mayor facilidad se van a omitir los símbolos de sumatoria.

$$I_f = \frac{F_i m_i}{F_i w_i} \frac{g_i m_i}{F_i m_i} + (1.0 - \frac{F_i m_i}{F_i w_i}) \frac{h_i u_i}{F_i u_i}$$

$$= \frac{g_i m_i}{F_i w_i} + \frac{h_i u_i}{F_i u_i} - \frac{F_i m_i}{F_i w_i} \frac{h_i u_i}{F_i u_i}$$

multiplicando por $1 = \frac{F_i w_i}{F_i w_i}$ el segundo sumando del lado derecho de la igualdad:

$$= \frac{g_i m_i}{F_i w_i} + \frac{F_i w_i}{F_i w_i} \frac{h_i u_i}{F_i u_i} - \frac{F_i m_i}{F_i w_i} \frac{h_i u_i}{F_i u_i}$$

$$= \frac{1}{F_i w_i} (g_i m_i + \frac{F_i w_i \;\; h_i u_i}{F_i u_i} - \frac{F_i m_i \;\; h_i u_i}{F_i u_i})$$

$$= \frac{1}{F_i w_i} (\frac{F_i u_i \;\; g_i m_i + F_i w_i \; h_i u_i - F_i m_i \;\; h_i u_i}{F_i u_i})$$

Sustituyendo (h) en esta última igualdad:

$$I_f = \frac{1}{F_iw_i}\left(\frac{F_iu_i \quad g_im_i \quad + (F_im_i + F_iu_i)\ h_iu_i - F_im_i \quad h_iu_i}{F_iu_i}\right)$$

$$= \frac{1}{F_iw_i}\left(\frac{F_iu_i\ g_im_i \ + F_im_i \quad h_iu_i + F_iu_i \quad h_iu_i \ - F_im_i\ h_iu_i}{F_iu_i}\right)$$

$$= \frac{1}{F_iw_i}\left(\frac{F_iu_i\ (g_im_i \ + h_iu_i)}{F_iu_i}\right)$$

Sustituyendo (g) en esta igualdad:

$$I_f = \frac{f_iw_i}{F_iw_i}$$

$$I_f = \frac{\sum_i f_iw_i}{\sum_i F_iw_i}$$

Esta última igualdad es la misma que (a), por lo tanto queda demostrada la igualdad (*).

A N E X O VI

TEORIA MALTHUSIANA DE LA POBLACION.

Thomas Robert Malthus nació en Bookery Inglaterra en 1766. Fué pastor protestante. Famoso economista que junto con Ricardo y Adam Smith fue iniciador de la escuela liberal ó librecambista.

El malthusianismo, teoría poblacional debida a Malthus, se refiere a la relación que existe entre el aumento de la población y las posibilidades de subsistencia de la misma.

El punto de partida de la teoría de Malthus es la tesis de que todo ser vivo lleva en sí el instinto de multiplicarse hasta el infinito y el hombre no es una excepción.

El aumento de los medios de subsistencia (alimentos) está sometido a la ley de los rendimientos decrecientes de la tierra, lo cual constituye una limitación insuperable.

Según Malthus la población aumenta con una velocidad mayor que la de los alimentos, o dicho de una manera matemática: la población tiende a crecer en progresión geométrica mientras que los alimentos sólo pueden hacerlo en progresión aritmética.

Este estado de cosas pone obstáculos al aumento de la población en forma de miseria y necesidades.

Una de las afirmaciones más conocidas de Malthus es la siguiente: "La estructura de la población depende de la distribución de la riqueza".

Cabe observar lo siguiente: Malthus señaló que la tendencia de la población a crecer en progresión geométrica cuando no se encuentra reprimida.

En los inicios (en la primera edición de su Ensayo sobre el Principio de la Población) Malthus insistía con enfásis en los frenos positivos que incrementan la mortalidad e impiden el crecimiento desmedido de la población: hambres, pestes, guerras, etc.

Malthus, siendo como era un clérigo de principios del siglo XIX, solamente propugnaba la represión moral, consistente en evitar los matrimonios prematuros hasta que pudiera mantenerse una familia. En realidad Malthus veía en la lucha por la existencia (supervivencia) una prueba de la sabiduría del Creador.

Entre otras cosas Malthus apoyaba la opinión de que un sindicato de trabajadores no podía mejorar la condición de los obreros, puesto que cualquier aumento de salarios sólo les haría reproducirse más hasta que de nuevo faltase alimento para todos.

La teoría de Malthus se desarrolla años antes de la revolución industrial. En lo que se refiere a los alimentos, salvo en circunstancias anormales como las grandes guerras, fue posible advertir un aumento muy superior al pronosticado por Malthus.

Los progresos de las técnicas agropecuarias, la industrialización y la colonización de nuevos territorios hacen que hoy en día se considere que las posibilidades de producción sean teoricamente ilimitadas.

En realidad Malthus formuló su teoría en los albores de la nueva era, cuando todavía no se podían anticipar las posibilidades de las nuevas técnicas.

Hay dos pequeñas cosas que se le objetan hoy día a Malthus: se le tacha de que sus ideas son muy simplistas ya que en su examen de los rendimientos decrecientes no previó los milagros de la revolución industrial, al mismo tiempo que los adelantos de la medicina iban prolongando la duración de la vida humana y disminuyendo las barreras positivas opuestas al desarrollo de la población.

En la mayor parte de las naciones occidentales la fecundidad de las familias (medida por el número de hijos) empieza a disminuir hasta quedar muy por debajo de la fertilidad (capacidad biológica reproductiva).

La teoría de Malthus apareció reformada posteriormente por discípulos suyos, que predicaron, en reemplazo de las restricciones morales, los procedimientos de la limitación artificial de la natalidad, sosteniendo que es pueril la discusión de un medio cualquiera, por repugnante que aparezca a la moral, siempre que con él se llegue al resultado preconizado por el iniciador de la teoría, Malthus.

Entre las obras de Malthus destacan: Definiciones de Economía Política, Los Principios de Economía Política considerados desde el punto de vista de su aplicación práctica, Ensayo Sobre el Principio de la Población.

B I B L I O G R A F I A   R E C O M E N D A D A

- JOSE LUIS CASTRO Y ANDREI ROGERS
  "Patrones modelo de migración"
  Rev. Dem. y Eco. #51, COLMEX, 1982

- JULIAN L. SIMON
  "The effects of income on fertility"
  U. of North Carolina, Chapel Hill, 1974

- GUSTAVO CABRERA A.
  "México: Política demográfica sobre migración interna"
  Rev. Dem. y Eco. #51, COLMEX, 1982

- PICHAT BOURGEOIS F.
  "La próxima transición demográfica mundial"
  Rev. Dem. y Eco. #52, COLMEX, 1982

- ANDREI ROGERS
  "Migración, urbanización y desarrollo"
  Rev. Dem. y Eco. #51, COLMEX, 1982

- GUSTAVO CABRERA
  "Selectividad por edad y por sexo de los migrantes en México, 1930-1960"
  Rev. Dem. y Eco. #12, COLMEX, 1970

░ BRIGIDA GARCIA

"Anticoncepción en el medio rural"

Rev. Dem. y Eco. #30, COLMEX, 1976

░ FRANK W. OECHSLI Y DUDLEY KIRK

"Modernization and the demographic transition in Latin America and the Caribbean"

Economic Development and the Cultural Change, April of 1975

░ VIRGILIO PARTIDA BUSH

"Patrones modelo de mortalidad para México"

Rev. Dem. y Eco. #45, COLMEX, 1981

░ MICHAEL S. TEITELBAUM

"Importancia de la teoría de la transición demográfica para los países en desarrollo"

Rev. Dem. y Eco. #28, COLMEX, 1976

░ ANSLEY J. COALE

"Crecimiento de la población y desarrollo económico: El caso de México"

Rev. Dem. y Eco. #38, COLMEX, 1979

░ LANDRY

"Les trois théories principales de la population"

Ed. de 1934

░ WILLIAM BRASS

"Seminario sobre métodos para medir variables demográficas (Fecundidad y mortalidad)"

14-24 sep. de 1971, San José Costa Rica, 1973

░ IRMA O. GARCIA Y GARMA

"Algunos factores asociados con la mortalidad infantil en México"

Rev. Dem. y Eco. #55, COLMEX, 1983

░ FRANS WILLEKENS

"Análisis multidimensional de la población con datos incompletos"

Rev. Dem. y Eco. #51, COLMEX, 1982

░ ALEJANDRO MINA VALDES

"La integridad del registro de defunciones adultas en México"

Rev. Dem. y Eco. #55, COLMEX, 1983

░ ROBERT G. BURNIGHT

"Differential rural-urban fertility in México"

American Sociological Rev., 1956

░ WILLIAM SELTZER

"Recolección de datos demográficos"

Consejo de Población, Bogotá Colombia, 1974

░ WILLIAM BRASS

"Método de generaciones para proyectar tasas de mortalidad"

CELADE, San José Costa Rica, 1971

░ JUAN CARLOS LERDA

"Estimación de la mortalidad intercensal mediante el uso de factores de separación"

Rev. Dem. y Eco. #24, COLMEX, 1974

░ LEON TABAH Y MARIA EUGENIA COSIO

"Medición de la migración interna a través de la información censal: El caso de México"

Rev. Dem. y Eco. #10, COLMEX, 1970

░ ANSLEY J. COALE

"The effects of changes in mortality and fertility on age composition"

Milbank Fund Quarterly, 1956

░ JOHN HOLIAN

"Patterns of fertility determinants in México"

Bowling Green State University, 1980

░ HUMBERTO MUÑOZ Y ORLANDINA DE OLIVEIRA

"Migraciones internas y desarrollo: Algunas consideraciones sociológicas"

Rev. Dem. y Eco. #17, COLMEX, 1972

IRMA O. GARCIA Y GARMA
"inferences about the relationship between fertility and some socio-economic factors in México according to the 1970 census of population"
Mimeo, spring of 1975

ROMEO E. MADRIGAL
"Estimación de los niveles de fecundidad para la República Mexicana y las zonas que la constituyen"
CELADE, 1950

ALEJANDRO AGUIRRE M. Y SERGIO CAMPOSORTEGA C.
"Evaluación de la información básica sobre mortalidad infantil en México"
Rev. Dem. y Eco. #44, COLMEX, 1980

DANIEL A. SEIVER
"Recent fertility in México, measurement and interpretation"
Yale University, 1976

ANSLEY J. COALE Y TYE
"The significance of age patterns of fertility in high fertility populations"
Milbank Memorial Fund Quarterly, Vol. 2

W. WHITNEY HICKS

"Economic development and fertility change in México, 1950-1970"

Demography, Vol. II, #3, agosto de 1974

BIBLIOGRAFIA.

░ BOURGEOIS-PICHAT, JEAN

"La Demografía"

Ariel, Ariel Quincenal 136, España, 1978

░ CONAPO

"México Demográfico", Breviario 1980-81

CONAPO, México, 1982

░ DICCIONARIO ENCICLOPEDICO QUILLET

Tomo V

Argentina Aristides Quillet, Argentina, 1973

░ LEGUINA, JOAQUIN

"Fundamentos de Demografía"

Siglo XXI, España, 1976

░ LEGUINA, JOAQUIN

"Fundamentos de Demografía"

Siglo XXI, España, 1981

░ MINA VALDES, ALEJANDRO (Compilador)

"Lecturas Sobre Temas Demográficos"

El Colegio de México, México, 1983

- MINA VALDES, ALEJANDRO
"Curso Básico de Demografía" (Material Compilado)
El Colegio de México, CEDDU, México, 1983

- PRESSAT, ROLAND
"Introducción a la Demografía"
Ariel, Ariel Quincenal 127, España, 1977

- PRESSAT, ROLAND
"La Práctica de la Demografía"
F.C.E., España, 1977

- PRESSAT, ROLAND
"Demografía Estadística"
Ariel, Ariel Quincenal 141, España, 1979

- PRESSAT, ROLAND
"El Análisis Demográfico"
F.C.E., México, 1983

- SAMUELSON, PAUL
"Curso de Economía Moderna"
Aguilar, España, 1973

- SPIEGELMAN, MORTIMER
"Introducción a la Demografía"
F.C.E., México, 1979

NACIONES UNIDAS
"Multilingual Demographic Dictionary"
Population Studies No. 29, Department of Economic on Social Affairs
O.N.U., U.S.A.

BRASS, WILLIAM
"Seminario sobre métodos para medir variables demográficas (Fecundidad y Mortalidad)"
14-24 de Septiembre de 1971, San José Costa Rica, 1973