

298



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO.**

**FACULTAD DE CIENCIAS.**

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA**

**ANALISIS DE CURVAS  
DE CRECIMIENTO PARA  
MEDICIONES REFERIDAS  
AL TIEMPO**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**

**ACTUARIO**

**PRESENTA**

**ROY ALBERTO CAMPOS ESQUERRA**

1984



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INTRODUCCION

A) .- DEFINICION DEL PROBLEMA .- EL METODO ESTADISTICO A TRAVES DE LA BIOESTADISTICA, HA ADQUIRIDO UNA CRECIENTE IMPORTANCIA EN LA INVESTIGACION, ADMINISTRACION Y PRESTACION DEL SERVICIOS MEDICOS DEBIDO A QUE POSEE CARACTERISTICAS DE ESPECIAL APLICACION EN EL CAMPO DE LAS CIENCIAS BIOLÓGICAS Y SOCIALES QUE UTILIZA LA MEDICINA, CIENCIAS TODAS ELLAS, QUE ESTUDIAN FENOMENOS DE GRAN VARIABILIDAD; EL CURSO DE UNA ENFERMEDAD O LAS CARACTERISTICAS DE UN HOMBRE SANO SON, POR EJEMPLO, HECHOS EN EXTREMO VARIABLES; SIN EMBARGO, ES POSIBLE ESTABLECER ESTADISTICAMENTE CRITERIOS Y PRONOSTICOS APLICABLES A GRUPOS DE INDIVIDUOS EN LOS QUE SE FIJEN LOS LIMITES DE VARIACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL HOMBRE NORMAL, PARA RECONOCER ASI, LOS CASOS PATOLOGICOS. DE ALLI QUE EXISTE LA NECESIDAD DE UNA CONSTANTE COLABORACION ENTRE EL MEDICO Y EL ESTADISTICO, EL CUAL NO DEBE AISLARSE EN SUS CALCULOS, SINO QUE DEBE PARTICIPAR POR LO MENOS EN EL PROCESO DE PLANTEAR LAS HIPOTESIS DE INTERES CIENTIFICO Y DE PRESENTAR LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO ESTADISTICO DE UNA MANERA ACCESIBLE E INTERESANTE.

EL METODO ESTADISTICO QUE SE UTILICE EN LA INVESTIGACION DEPENDE DE LOS OBJETIVOS, LAS CARACTERISTICAS DEL PROBLEMA Y LOS RECURSOS DISPONIBLES, SIN EMBARGO EL USO DE ESTOS METODOS EN LA INVESTIGACION Y LA ADMINISTRACION DE SERVICIOS MEDICOS EN MEXICO, SE ENCUENTRA, A MI PARECER, CON EL GRAN PROBLEMA DE QUE LOS TEXTOS EN LOS QUE SE TRATA EL METODO ESTADISTICO Y EN PARTICULAR LA BIOES-

TADISTICA SON EN SU MAYORIA, ESCRITOS EN IDIOMAS EXTRANJEROS - Y DE CARACTER PURAMENTE INTRODUCTORIO, DEBIDO A QUE VAN DIRIGIDOS A PROFESIONISTAS NO ESPECIALIZADOS, LO QUE CONDUCE A UNA ALTA FRECUENCIA DE REPETICION DE TEMAS ELEMENTALES EN LOS DIFERENTES TEXTOS, Y A CUBRIR SOLO LOS METODOS CORRESPONDIENTES A LOS PROBLEMAS MAS SIMPLES. LA CONSECUENCIA DE ESTA LIMITACION ES QUE EL INVESTIGADOR QUE DESCONOCE LA EXISTENCIA DE METODOS Y PROCEDIMIENTOS MAS PODEROSOS, AJUSTA SU PROBLEMA A LA CAPACIDAD DEL METODO ESTADISTICO ELEMENTAL, SACRIFICANDO ASI, EN CIERTA MEDIDA LA RIQUEZA DE INFORMACION DISPONIBLE EN LOS DATOS, MISMA QUE PUDIESE SER APROVECHADA EMPLEANDO UNA METODOLOGIA MAS SOFISTICADA.

B) .- PRETENCIONES DEL TRABAJO .- UNA ESTRATEGIA A SEGUIR PARA COADYUVAR A LA SOLUCION DEL PROBLEMA ANTERIOR, CONSISTIRIA EN LA SELECCION DE PROBLEMAS ESTADISTICOS PARA LOS CUALES EXISTEN METODOS DE SOLUCION Y QUE TIENEN UNA AMPLIA APLICACION, DESARROLANDOLOS Y PRESENTANDOLOS EN FORMA ACCESIBLE, DE MANERA TAL QUE SU IMPLANTACION A LA PRACTICA NO PLANTEE PROBLEMAS A LOS INVESTIGADORES, PARA LOS QUE REPRESENTARIA UNA GRAN INVERSION DE TIEMPO EL "TRADUCIR" LA TEORIA A SU PROBLEMA REAL.

CON ESTE CRITERIO, HE ELEGIDO POR DESARROLLAR Y PRESENTAR ALGUNOS DE LOS METODOS DE SOLUCION EXISTENTES PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE AJUSTE DE CURVAS DE CRECIMIENTO A DATOS OBTENIDOS EN MEDICIONES REFERIDAS AL TIEMPO, EL CUAL TIENE APLICACIONES MULTI--

PLES; EN MEDICINA, BIOLOGIA, BOTANICA, SELVICULTURA, ZOOLOGIA Y ECOLOGIA, PARA DESCRIBIR EL CRECIMIENTO DE VIRUS, ORGANISMOS, -- PLANTAS, ANIMALES O PERSONAS; EN ECONOMIA Y POLITICA PARA ANALIZAR EL CRECIMIENTO DE ORGANIZACIONES O INCLUSO DE NACIONES; EN -- DEMOGRAFIA Y SOCIOLOGIA PARA EL ANALISIS DE POBLACIONES; ETC.

C).- ESTRUCTURA DEL TRABAJO .- EN EL CAPITULO I, SE PRESENTAN TRES METODOS DE ESTIMACION DE PARAMETROS PARA FUNCIONES NO -- LINEALES, CON LOS FUNDAMENTOS TEORICOS EN QUE SE SUSTENTAN.

EN EL CAPITULO II, ENTRAMOS DE LLENO EN EL PROBLEMA Y PRESENTAMOS ALGUNOS MODELOS QUE HAN SIDO TÍPICAMENTE USADOS PARA DESCRIBIR EL CRECIMIENTO, INDICANDO LAS HIPOTESIS QUE SOBRE EL FENOMENO EN ESTUDIO DEBE HACER EL INVESTIGADOR PARA SUPONER ESE COMPORTAMIENTO A SUS DATOS, E ILUSTRANDO GRAFICAMENTE CUANDO ES POSIBLE, EL SIGNIFICADO QUE POSEEN LOS PARAMETROS DESCONOCIDOS EN -- LOS MODELOS, PARA POSTERIORMENTE DESARROLLAR LOS ALGORITMOS CORRESPONDIENTES A LOS METODOS DE SOLUCION DADOS, APLICADOS ESPECIFICAMENTE A CADA MODELO.

EN EL CAPITULO III, SE UTILIZA UN PROGRAMA DE LENGUAJE DE PROGRAMACION "BASIC" QUE AJUSTA LOS MODELOS DADOS EN EL CAPITULO II -- POR MEDIO DEL METODO O METODOS QUE EL INVESTIGADOR PREFIERA, -- EJEMPLIFICANDOLO CON LA ESTIMACION DE CURVAS QUE DESCRIBEN EL -- CRECIMIENTO DE NIÑOS DE UNO A 22 MESES DE EDAD.

SE PRESENTAN EN EL APENDICE A.1 LOS FUNDAMENTOS TEORICOS DE UNO DE LOS METODOS DE SOLUCION, POR CONSIDERARLO FUERA DE NIVEL QUE EL TRABAJO PRETENDE, Y EN EL APENDICE A.2 VARIOS RESULTADOS NUMERADOS DESDE (R.1) HASTA (R.22), A LOS CUALES SE HACE REFERENCIA EN EL DESARROLLO DEL CAPITULO II.

POR ULTIMO EN EL APENDICE A.3 SE PRESENTA EL PROGRAMA UTILIZADO EN EL EJEMPLO DEL CAPITULO III.

ESPERO QUE EL LECTOR QUE SE AVENTURE A INVERTIR EN ESTE TRABAJO ALGO DE SU TIEMPO, QUEDE, SI NO SATISFECHO, POR LO MENOS MOTIVADO POR EL TEMA, PUES ESTO ULTIMO ES PRIMORDIALMENTE LA INTENCION DEL QUE ESCRIBE.

R. A. C. E.

# CAPITULO I

## METODOS DE ESTIMACION DE PARAMETROS EN FUNCIONES NO LINEALES

"ESPINOSO ES EL CAMINO A LA VERDAD,  
PERO SÍGUELO Y NO TE DEMORES,  
FALLO, FALLO OTRA VEZ FALLO,  
PERO CADA VEZ MENOS Y MENOS"

PIET HEIN

I.A).- INTRODUCCION A LOS MODELOS .- EN ADELANTE Y SOLO POR LAS PRETENCIONES DEL TRABAJO, AL REFERIRNOS A UN "MODELO", SE DEBE ENTENDER COMO UNA RELACION O EXPRESION MATEMATICA EXPLICITA EN LA QUE UNA VARIABLE DEPENDIENTE "Y" QUE SE PUEDE MEDIR CUANTITATIVAMENTE, SE EXPRESA EN FUNCION DE UNA VARIABLE DEPENDIENTE "t", QUE NOS REPRESENTA EL VALOR CUANTITATIVO DEL TIEMPO MEDIDO DE ACUERDO A ALGUNA ESCALA PREDETERMINADA (AÑOS, MESÉS, DIAS, HORAS, ETC...); DICHA EXPRESION, INCLUIRA GENERALMENTE PARAMETROS DESCONOCIDOS  $T_1, T_2, \dots, T_p$  PARA LOS CUALES ES DESEABLE OBTENER VALORES NUMERICOS QUE HAGAN QUE EL MODELO PLANTEADO NOS REPRESENTE EL COMPORTAMIENTO DE ALGUNA CARACTERISTICA O FENOMENO QUE SE PRESENTE DENTRO DE UNA POBLACION. ESTE TIPO DE REPRESENTACIONES SE UTILIZAN CON FRECUENCIA CUANDO LA FINALIDAD O LOS REQUERIMIENTOS DE UNA INVESTIGACION EN ALGUNA DE SUS FASES, ES DETERMINAR UNA RELACION FUNCIONAL ESTADISTICA ENTRE EL VALOR DE LA RESPUESTA "Y" CON EL MOMENTO EN EL TIEMPO "t" EN QUE SE TOMO ESA OBSERVACION, POR LO QUE SE PUEDE PROPONER ALGUNA FUNCION DE LA FORMA:

$$y_t = F(t; T)$$

DONDE  $T$  NOS REPRESENTA EL VECTOR DE PARAMETROS DESCONOCIDOS.

EN CUALQUIER INVESTIGACION QUE PRETENDA SER REALISTA, LA OBSERVACION, NUNCA SERA EXACTAMENTE IGUAL AL VALOR QUE PROPORCIONA EL MODELO, ES DECIR, DICHA RESPUESTA ESTARA SUJETA NECESARIAMENTE A UNA VARIACION ALEATORIA O ERROR, POR LO QUE LA VERDADERA RELACION PODRIA CONSIDERARSE QUE ES:

$$Y_t = F(t ; \underline{T}) + e_t \quad t = 1, 2, \dots, N$$

SIENDO  $N$  EL NUMERO DE OBSERVACIONES TOMADAS POR EL INVESTIGADOR Y  $e_t$  EL ERROR O DESVIACION ALEATORIA ENTRE LAS RESPUESTAS OBSERVADAS Y LA PROPORCIONADA POR EL MODELO. SIN EMBARGO PARA FACILITAR EL TRATAMIENTO ESTADISTICO DE LOS MODELOS QUE VEREMOS, PRESENTAREMOS RELACIONES QUE EXPLIQUEN EL CRECIMIENTO, DE TAL MANERA QUE APAREZCAN EN EL PAPEL COMO DETERMINISTICAS, AUNQUE DEBE DE ENTENDERSE QUE LAS VARIACIONES ALEATORIAS DEBEN SER CONSIDERADAS.

LA FUNCION QUE SE PROPONGA PARA DESCRIBIR EL COMPORTAMIENTO EN ESTUDIO, PUEDE SER DE DOS CLASES: LINEAL O NO-LINEAL; ENTENDIENDOSE POR LINEALIDAD A LA FORMA EN QUE LOS PARAMETROS DESCONOCIDOS INTERVIENEN EN ELLA; ES DECIR, LA FUNCION PUEDE SER LINEAL O NO-LINEAL EN SUS PARAMETROS.

POR EJEMPLO, DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES:

$$F(t ; A, B) = A + Bt + e_t$$

$$G(t ; A, B, C) = \text{Exp}(A + B/Ct) + e_t$$



LA PRIMERA ES LINEAL EN "A" Y "B", MIENTRAS QUE LA SEGUNDA ES -  
NO-LINEAL EN "A", "B" Y "C".

EN OCASIONES, UN MODELO NO-LINEAL SE PUEDE REDUCIR A LA FORMA LI  
NEAL MEDIANTE REPARAMETRIZACIONES O POR TRANSFORMACIONES: CONSIDE  
REMOS LOS SIGUIENTES CASOS:

$$F(t; A, B) = A * \text{Exp}(Bt)$$

$$G(t; A, B) = A + t * \text{Exp}(B)$$

$$H(t; A, B) = A \left[ \frac{\text{Exp}(Bt) - \text{Exp}(At)}{A - B} \right]$$

EN LA PRIMERA ECUACION, SACANDO LOGARITMOS OBTENEMOS:

$$Y_t = \text{Ln}(F(t; A, B)) = \text{Ln}(A) + Bt$$

LO CUAL ES LINEAL EN "Ln(A)", y "B".

EN LA SEGUNDA ECUACION, VEMOS QUE ES LINEAL EN "A" Y "Exp(B)".  
Y POR ULTIMO, EN LA TERCERA EXPRESION, NO HAY TRANSFORMACION O -  
REPARAMETRIZACION QUE LA HAGA LINEAL: Y SON DE ESTE TIPO LOS MO-  
DELOS PRESENTADOS EN ESTE TRABAJO POR SER DE ESTA CLASE LAS FUN-  
CIONES QUE MEJOR HAN RESULTADO EN LA PRACTICA PARA REPRESENTAR -  
AL CRECIMIENTO Y PORQUE LA ESTIMACION DE PARAMETROS EN EL CASO -  
DE LOS MODELOS LINEALES HA SIDO AMPLIAMENTE TRATADA EN LOS TEX--  
TOS BASICOS DE ESTADISTICA. A CONTINUACION, SE PRESENTAN TRES -  
METODOS DE ESTIMACION DE PARAMETROS PARA ESTE TIPO DE MODELOS.

I.B) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL .- SUPONGAMOS QUE NOS ENCONTRAMOS EN LA SITUACION DE ESTIMAR EL VECTOR  $\underline{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)'$  DE PARAMETROS DESCONOCIDOS EN UN MODELO NO-LINEAL DE LA FORMA:

$$Y_t = F(t; \underline{T}) \quad \dots (1.1)$$

$$t = 1, 2, \dots, N$$

LA TECNICA DEL METODO DE APROXIMACION LINEAL PARA ESTIMAR  $\underline{T}$ , SE BASA EN CONSIDERAR A LA FUNCION COMO DEPENDIENTE DE LOS VALORES DEL PARAMETRO, Y APROVECHANDO LA EXPANSION EN SERIES DE TAYLOR DE F EN UNA P-VECINDAD DE  $\underline{T}$ , ES DECIR:

$$F(t_i; \underline{T}) = F(t_i; \underline{T}^0) + (\underline{T} - \underline{T}^0)' \left[ \frac{d}{d\underline{T}} F(t_i; \underline{T}) \right]_{\underline{T}^0} \quad (1.2)$$

DONDE  $\underline{T}^0$  ES UN VECTOR QUE SE ENCUENTRA EN UNA VECINDAD DE  $\underline{T}$  EN EL ESPACIO PARAMETRAL DE DIMENSION "P", Y QUE PARA FINES DE ESTIMACION, REPRESENTA EL VECTOR DE PARAMETROS INICIALES QUE EL INVESTIGADOR FIJA DE ACUERDO A LO QUE CADA PARAMETRO ( $T_i$ ) REPRESENTA EN EL FENOMENO BAJO ESTUDIO.

COMO LA DERIVADA EN EL SEGUNDO MIEMBRO DE (1.2) ES CON RESPECTO A UN VECTOR P-DIMENSIONAL TENEMOS:

$$\left[ \frac{d}{d\underline{T}} F(t_i; \underline{T}) \right]_{\underline{T}^0} = \left[ \frac{\partial}{\partial T_1} F(t_i; \underline{T}) \dots, \frac{\partial}{\partial T_p} F(t_i; \underline{T}) \right]_{\underline{T}^0} \quad (1.3)$$

HACEMOS:

$$F_i = F ( t_i ; \underline{T}^o ) \dots\dots\dots(1.4)$$

$$\underline{B} = \underline{T} - \underline{T}^o \dots\dots\dots(1.5)$$

$$Y: \quad \underline{X}_i = \left[ \frac{d}{dT} F ( t_i ; \underline{T} ) \right]'_{\underline{T}^o} \dots\dots\dots(1.6)$$

DONDE LA " ' " -SUPRA NOS INDICARA EN ADELANTE LA TRANSPUESTA DE -  
UNA MATRIZ O DE UN VECTOR Y EL VECTOR INDICADO COMO SUBINDICE --  
DEL PARENTESIS NOS INDICA EL "PUNTO" DONDE SE VALUA LA EXPRESION

SUSTITUYENDO (1.2), HASTA (1.6) EN (1.1), PODEMOS EXPRESAR CADA  
OBSERVACION  $Y_i$  COMO:

$$Y_i = F_i + \underline{B}' \underline{X}_i \dots\dots\dots(1.7)$$

AHORA, CON EL FIN DE INCLUIR EN UN SOLO MODELO LAS N OBSERVACIONES  
HACEMOS:

$$\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)' \dots\dots\dots(1.8)$$

$$\underline{F} = (F_1, F_2, \dots, F_N)' \dots\dots\dots(1.9)$$

$$\underline{X} = (\underline{X}_1; \underline{X}_2; \dots; \underline{X}_N) \dots\dots\dots(1.10)$$

OBTENIENDO ENTONCES:

$$\underline{Y} = \underline{F} + \underline{B}' \underline{X} \dots\dots\dots(1.11)$$

LLEGANDO CON ESTO A LA MUY ESTUDIADA SITUACION DE UN MODELO LINE

AL EN SUS PARAMETROS, EN LA QUE LOS ESTIMADORES MINIMOCUADRATICOS ESTAN DADOS POR:

$$\hat{\underline{B}} = (\underline{X} \underline{X}')^{-1} \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F}) \quad \dots\dots (1.12)$$

PERO DE (1.5)  $\underline{B} = \underline{T} - \underline{T}^0$ , POR LO QUE EN REALIDAD NUESTRO ESTIMADOR SERA:

$$\hat{\underline{T}} = \underline{T}^0 + \hat{\underline{B}} \quad \dots\dots (1.13)$$

Y ENTONCES, USAMOS  $\hat{\underline{T}}$  COMO NUEVO VECTOR DE PARAMETROS INICIALES, REPITIENDO EL PROCESO HASTA QUE EN LA J-ESIMA ITERACION:

$$\left| \frac{\tau_i^{j+1} - \tau_i^j}{\tau_i^j} \right| < R \quad \forall i = 1, \dots, P$$

ES DECIR, LA GANANCIA RELATIVA DEL PASO J AL J+1, ES MENOR QUE - ALGUNA APROXIMACION DADA POR EL INVESTIGADOR (TAN PEQUEÑA COMO - SUS REQUERIMIENTOS LO RECLAMEN) PARA TODOS LOS PARAMETROS INVOLUCRADOS EN EL MODELO.

SE HA CRITICADO A ESTE METODO EN EL SENTIDO DE QUE SU CONVERGENCIA NO ESTA ASEGURADA, DEBIDO A LO CUAL SE HA PROPUESTO LA SIGUIENTE MODIFICACION: EN CADA PASO CALCULAMOS LA SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR  $S(\underline{T})$  DADA POR:

$$S(\underline{T}^j) = \sum_{i=1}^N (Y_i - F(t_i; \underline{T}^j))^2 \quad \dots\dots (1.14)$$

Y:

-SI

$$S(\underline{T}^j) > S(\underline{T}^{j+1})$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \frac{1}{2} \hat{B}$$

-SI

$$S(\underline{T}^j) \leq S(\underline{T}^{j+1})$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + 2 \hat{B}$$

RESUMIENDO, EL ALGORITMO A SEGUIR POR ESTA TECNICA SERIA MAS O -  
MENOS ASI:

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:  $Y = F(t ; \underline{T})$
- EL GRADO DE APROXIMACION DESEADA:  $R$
- EL VALOR INICIAL DE  $\underline{T}$ :  $\underline{T}^0 = (T_1^0, T_2^0, \dots, T_n^0)'$

- HACEMOS:

- $j = 0$
- $\underline{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)'$

PASO 2 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

(USANDO 1.14)

PASO 3 .- ENCONTRAMOS:  $G_k(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial T_k} F(t; \underline{T})$

$$\forall \quad k = 1, 2, \dots, P$$

PASO 4 .- CALCULAMOS:  $F_1$  (SEGUN (1.4) )

$$Y: \quad X_{ki} = G_k(t_i; \underline{T}^0)$$

$$\forall \quad i = 1, 2, \dots, N \quad k = 1, 2, \dots, P$$

PASO 5 .- HACEMOS:

$$\underline{F} = (F_1, \dots, F_N)'$$

$$\underline{X} = (X_{ki})_{P \times N}$$

PASO 6 .- CALCULAMOS:

$$\hat{\underline{T}} = (\underline{X}\underline{X}')^{-1} \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F})$$

PASO 7 .- HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \hat{\underline{T}}$$

PASO 8 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^{j+1})$$

-SI

$$S(\underline{T}^{j+1}) \geq S(\underline{T}^j)$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + 2\hat{\underline{T}}$$

-SI

$$S(\underline{T}^{j+1}) < S(\underline{T}^j)$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \frac{1}{2}\hat{\underline{T}}$$

**PASO 9 .- CALCULAMOS:**

$$C_k = \frac{|T_k^{j+1} - T_k^j|}{T_k^j}$$

$\forall k = 1, 2, \dots, P$

-SI  $C_k > R$  PARA ALGUNA  $k = 1, 2, \dots, P$

HACEMOS  $j = j+1$  Y VOLVEMOS AL PASO 4

-SI  $C_k \leq R$  PARA TODA  $k = 1, 2, \dots, P$

$T_k^{j+1}$  ES EL ESTIMADOR BUSCADO

I.C).- METODO DE "MAXIMO DESCENSO" O DEL "GRADIENTE".- DADO EL MODELO (1.1), ESTA TECNICA SE BASA EN INTENTAR MINIMIZAR LA SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR  $S(\underline{T})$  DADA POR (1.14), ES DECIR, - DESEAMOS ENCONTRAR UN VECTOR EN EL ESPACIO PARAMETRAL, QUE HAGA - MINIMA (1.14).

ES CONOCIDO QUE UNA FUNCION VECTORIAL DIFERENCIABLE QUE TOMA VALORES EN EL CAMPO DE LOS REALES, AUMENTA MAS RAPIDAMENTE SU VALOR A PARTIR DE UN PUNTO, CUANDO MOVEMOS LAS VARIABLES DE QUE LAS QUE DEPENDE EN DIRECCION DE SU GRADIENTE (VECTOR DE DIRIVADAS PARCIALES DE LA FUNCION CON RESPECTO A CADA UNA DE SUS VARIABLES), POR LO QUE SI DESEAMOS MINIMIZAR  $S(\underline{T})$ , NECESITAMOS MOVERNOS EN LA DIRECCION CONTRARIA AL GRADIENTE VALUADO EN EL PUNTO  $\underline{T}^0$  DONDE NOS ENCONTRAMOS.

CON ESTA IDEA, EL METODO DE "MAXIMO DESCENSO" O DEL "GRADIENTE" COMO TAMBIEN SE LE CONOCE, CONSISTE EN ENCONTRAR UNA SUCCESION DE PUNTOS:

$$\{\underline{T}^j\}_{j \in \mathbb{N}}$$

QUE CUMPLA CON:

$$S(\underline{T}^{j+1}) \leq S(\underline{T}^j)$$

OBTENIENDO ASI OTRA SUCCESION REAL:

$$\{S(\underline{T}^j)\}_{j \in \mathbb{N}}$$

QUE POR SER DECRECIENTE Y ACOTADA INFERIORMENTE POR EL CERO, DEBE CONVERGER.



DADO UN VALOR INICIAL  $\underline{T}^0$ , EL METODO A SEGUIR CONSISTE EN HACER:

$$\underline{H} = \left[ \text{Grad } S(\underline{T}) \right]_{\underline{T}^0} = \left[ \frac{\partial}{\partial T_1} S(\underline{T}), \dots, \frac{\partial}{\partial T_n} S(\underline{T}) \right]_{\underline{T}^0} \dots (1.15)$$

$$\underline{B} = -\lambda \underline{H} \dots (1.16)$$

DONDE  $\lambda$  ES UN VALOR POSITIVO QUE NOS SIRVE UNICAMENTE PARA CONTROLAR LA MAGNITUD DE NUESTROS DESPLAZAMIENTOS, PUES (  $-\underline{H}$  ) SOLO NOS INDICA LA DIRECCION.

AHORA, SI HACEMOS:

$$G(z) = S(\underline{T}^0 + z\underline{B}) \dots (1.17)$$

ASEGURAMOS QUE ES DECRECIENTE EN  $z = 0$ , ES DECIR:

LEMA .- SI  $\underline{T}$ , Y  $\underline{B}$  SE FIJAN Y:

$$G(z) = S(\underline{T} + z\underline{B})$$

ENTONCES

$$G'(0) < 0$$

DEMOSTRACION

$$\begin{aligned} G'(z) &= \frac{d}{dz} S(\underline{T} + z\underline{B}) = \underline{B}' \left[ \text{Grad } S(\underline{T} + z\underline{B}) \right] \\ &= -\lambda \left[ \text{Grad } S(\underline{T}) \right]' \left[ \text{Grad } S(\underline{T} + z\underline{B}) \right] \end{aligned}$$

EN  $z = 0$

$$G'(0) = -\lambda \left\| \text{Grad } S(\underline{T}) \right\|^2 < 0$$

POR LO QUE COMO CONCLUSION Y DE ACUERDO A NUESTROS REQUERIMIENTOS DEBE EXISTIR UN PUNTO  $K > 0$ , EN ALGUNA VECINDAD ALREDEDOR DEL CERO PARA EL CUAL:

$$S(\underline{T}^0 + K \underline{B}) < S(\underline{T}^0)$$

Y ENTONCES HACEMOS:

$$\underline{T}^1 = \underline{T}^0 + k \underline{B} \quad \dots\dots\dots(1.18)$$

AL QUE PODEMOS CONSIDERAR DE NUEVO COMO VECTOR DE PARAMETROS INICIALES Y REPETIR EL PROCESO HASTA QUE:

$$\frac{S(\underline{T}^j) - S(\underline{T}^{j+1})}{S(\underline{T}^j)} < R$$

EN RESUMEN, PODEMOS CONSIDERAR QUE EL SIGUIENTE ALGORITMO REPRESENTA A ESTE METODO.

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:

$$Y_t = F(t; \underline{T})$$

- LA APROXIMACION DESEADA : R

- LA RAPIDEZ DE CONVERGENCIA:  $\lambda$

- EL VALOR INICIAL DE  $\underline{T}$  :  $\underline{T}^0$

- HACEMOS:

$$- \underline{Y} = (Y_1, \dots, Y_N)'$$

$$-j = 0$$

PASO 2 .- ENCONTRAMOS:

$$G_k(\underline{T}) = \frac{\partial}{\partial T_k} S(\underline{T}) \quad \forall k = 1, 2, \dots, P$$

PASO 3 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^J)$$

PASO 4 .- CALCULAMOS:

$$G_k = G_k(\underline{T}^J) \quad \forall k = 1, 2, \dots, P$$

- HACEMOS:

$$\underline{B} = -\lambda (G_1, G_2, \dots, G_p)'$$

$$k = 1$$

PASO 5 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^J + \underline{B} / k)$$

PASO 6

$$- \text{SI } S(\underline{T}^J + \underline{B} / k) > S(\underline{T}^J)$$

HACEMOS  $k = k + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 5

$$- \text{SI } S(\underline{T}^J + \underline{B} / k) \leq S(\underline{T}^J)$$

-HACEMOS:

$$\underline{T}^{J+1} = \underline{T}^J + \underline{B} / k$$

PASO 7 .- CALCULAMOS:

$$C = \frac{S(\underline{T}^j) - S(\underline{T}^{j+1})}{S(\underline{T}^j)}$$

-SI  $C > R$

HACEMOS  $J = J + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 3

-SI  $C \leq R$

$\underline{T}^{j+1}$  ES EL ESTIMADOR BUSCADO

I.D.- METODO DE "COMPROMISO" DE MARQUARD .-ESTA TECNICA ES FUNDAMENTALMENTE UNA COMBINACION DE LOS DOS METODOS ANTERIORES, APROVECHANDO LA SEGURIDAD DE CONVERGENCIA QUE PROPORCIONA EL METODO DEL GRADIENTE Y LA RAPIDEZ EN UNA VECINDAD DE  $\underline{T}$  QUE DA EL METODO DE APROXIMACION LINEAL.

SI CONSIDERAMOS A  $\underline{B}_G$  EL VECTOR CORRECCION EN EL METODO DEL GRADIENTE, ES DECIR:

$$\underline{B}_G = - \lambda \text{ Grad } S(\underline{T})$$

Y  $\underline{B}_L$  EL CORRESPONDIENTE AL METODO DE APROXIMACION LINEAL:

$$\underline{B}_L = (X X')^{-1} X (\underline{Y} - \underline{F})$$

MARQUARD SEÑALA QUE TALES VECTORES FORMAN ENTRE SI, GENERALMENTE, UN ANGULO CERCANO A LOS NOVENTA GRADOS, POR LO QUE SU METODO PRETENDE INTERPOLAR ENTRE DICHS VECTORES. ADEMÁS, EN LOS METODOS ANTERIORES, AL IR DE UN PASO A OTRO EN EL PROCESO ITERATIVO DE CONVERGENCIA, LOS ALGORITMOS DETERMINAN LA DIRECCION EN LA QUE NOS MOVEMOS Y POSTERIORMENTE LA MAGNITUD DE ESE MOVIMIENTO, EN CAMBIO EL METODO DE MARQUARD LOS DETERMINA SIMULTANEAMENTE.

LOS FUNDAMENTOS TEORICOS EN QUE SE BASA LA VALIDEZ DE ESTE METODO APARECEN EN TRES TEOREMAS QUE SE PLANTEAN EN EL APENDICE A.1, POR LO QUE AQUI SOLO EXPONGO CON CIERTO GRADO DE DETALLE SU ALGORITMO.

SUPONGAMOS EL MODELO (1.1) Y HAGAMOS " $\underline{Y}$ ", " $\underline{F}_i$ ", " $\underline{F}$ " Y " $\underline{X}$ " COMO EN (1.8), (1.4), (1.9) y (1.10) RESPECTIVAMENTE Y ADEMÁS:

$$\underline{H} = X (\underline{Y} - \underline{F}) \quad Z = (X X') = (Z_{ij})_{P \times P} \quad \dots\dots (1.19)$$

RECORDANDO, EN EL METODO DE APROXIMACION LINEAL, EL VECTOR EN NUESTRAS PROXIMA ITERACION SERIA:

$$\hat{\underline{T}} = \underline{T}^0 + \hat{\underline{B}}$$

DONDE:

$$\underline{B} = Z^{-1} \cdot H$$

PERO MARQUARD PROPONE USAR  $\underline{T}$  EN UNIDADES DE LA DESVIACION ESTANDAR DE LAS DERIVADAS PARCIALES, ESCALA QUE HACE QUE NUESTRA MATRIZ ( Z ) SE TRANSFORME EN LA MATRIZ DE COEFICIENTES DE CORRELACION SIMPLE ENTRE DICHAS DERIVADAS PARCIALES, Y LA CUAL HA SIDO AMPLIAMENTE USADA EN OTROS TRABAJOS.

SE DEFINE ENTONCES LA MATRIZ:

$$M = \text{Diag} (1/\sqrt{Z_{11}}, 1/\sqrt{Z_{22}}, \dots, 1/\sqrt{Z_{pp}}) \quad \dots\dots (1.20)$$

Y ENTONCES HACEMOS:

$$C = M Z M = (W_{ij})_{P \times P} \quad \dots\dots (1.21)$$

$$\text{DONDE: } W_{ij} = Z_{ij} / \sqrt{Z_{ii} Z_{jj}} \quad \dots\dots (1.22)$$

$$\underline{K} = M \underline{H} = (K_i) \quad \dots\dots (1.23)$$

DONDE:

$$K_i = H_i / \sqrt{Z_{ii}} \quad \dots\dots (1.24)$$

LA SOLUCION POR EL METODO DE APROXIMACION LINEAL ESTARIA DADA EN  
TONCES POR:

$$\hat{\underline{T}} = \underline{T}^{\circ} + M \hat{\underline{D}} \quad \dots\dots\dots(1.25)$$

DEBIDO A QUE:

$$\hat{\underline{D}} = C^{-1} \underline{K} \quad \dots\dots\dots(1.26)$$

ES DECIR:

$$\begin{aligned} C \hat{\underline{D}} &= \underline{K} \\ M Z M \hat{\underline{D}} &= M \underline{H} \\ Z M \hat{\underline{D}} &= \underline{H} \\ M \hat{\underline{D}} &= Z^{-1} \underline{H} = \hat{\underline{B}} \quad \dots\dots\dots(1.27) \end{aligned}$$

POR LO QUE SI QUEREMOS RECUPERAR NUESTRO VECTOR ORIGINAL DE CO-  
RRECCION  $\hat{\underline{B}}$  AL ESTIMAR  $\underline{D}$ , CADA COMPONENTE  $B_i$  DE  $\hat{\underline{B}}$  ESTA RELACIONA-  
DO CON LA COMPONENTE  $D_i$  DE  $\hat{\underline{D}}$  DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$B_i = D_i / \sqrt{z_{ii}} \quad \dots\dots\dots(1.28)$$

AHORA, RECORDEMOS QUE POR EL METODO DEL GRADIENTE, LA SOLUCION ES  
TA DADA POR:

$$\hat{\underline{T}} = \underline{T}^{\circ} + \lambda \underline{B}$$

DONDE:

$$\underline{B} = - \lambda [\text{Grad } S(\underline{T})] \cdot \underline{T}^{\circ}$$

ES DECIR:

$$\hat{T} = T^0 - \lambda \sum [\text{Grad } S(T)]_{T^0}$$

PERO:

$$[\text{Grad } S(T)]_{T^0} = \left[ \frac{\partial}{\partial T_1} S(T), \dots, \frac{\partial}{\partial T_p} S(T) \right]_{T^0}$$

Y:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial T_j} S(T) \right]_{T^0} &= \left[ \frac{\partial}{\partial T_j} \sum_{i=1}^N (Y_i - F(t_i; T)) \right]_{T^0} \\ &= -2 \left[ \sum_{i=1}^N (Y_i - F(t_i; T)) \frac{\partial}{\partial T_j} F(t_i; T) \right]_{T^0} \\ &= -2 (Y - F)' \left( \frac{\partial}{\partial T_j} F(t_1; T), \dots, \frac{\partial}{\partial T_j} F(t_N; T) \right)_{T^0} \end{aligned}$$

EN CONSECUENCIA:

$$[\text{Grad } S(T)]_{T^0} = -2 X (Y - F) \dots \dots \dots (1.29)$$

POR LO QUE REVALORANDO  $\lambda$ :

$$\hat{T} = T^0 + \lambda X (Y - F) = T^0 + \lambda H$$



AHORA, COMO QUEREMOS INTERPOLAR ENTRE LOS DOS VECTORES SOLUCION, PODEMOS TOMAR LA DIRECCION DADA POR LA SUMA DE AMBOS VECTORES, ES DECIR, NUESTRA NUEVA SOLUCION POR ESTE METODO DEBE DE SATISFACER:

$$(X X' + \lambda I) \hat{B} = \underline{H}$$

QUE ES LA COMBINACION DE AMBOS METODOS EN SU FORMA ORIGINAL; AL USAR LA ESCALA PROPUESTA POR MARQUARD, TENEMOS QUE:

$$(C + \lambda I) \hat{D} = \underline{K}$$

ES DECIR:

$$\hat{D} = (C + \lambda I)^{-1} \underline{K}$$

POR LO QUE:

$$\hat{T} = \underline{T}^* + M \hat{D}$$

PERO A PESAR DE QUE YA CONTROLAMOS EL SENTIDO EN EL QUE DEBEMOS VARIAR NUESTRO NUEVO VECTOR, ES NECESARIO CONTROLAR LA MAGNITUD DE ESE MOVIMIENTO, Y ESTO NOS LO PERMITE HACER EL TEOREMA 2 (VER APENDICE A.1) VARIANDO  $\lambda$  DE LA SIGUIENTE MANERA: INTRODUCIMOS UN NUEVO PARAMETRO  $\nu > 1$  Y SUPONGAMOS QUE DIMOS UN VALOR INICIAL PARA  $\lambda$  AL QUE LLAMAREMOS  $\lambda_0$ .

DE ACUERDO A LA TEORIA EXPUESTA, DEBE EXISTIR UN  $\lambda$ , QUE SATISFAGA QUE:

$$S(\hat{T}) \leq S(\underline{T}^*)$$

DENOTEMOS POR  $S(\hat{T} | \lambda)$  EL VALOR DE  $S(T)$  QUE SE OBTIENE AL USAR  $\lambda$  PARA ESTIMAR  $T$ .

CALCULAMOS  $S(\hat{T} | \lambda_0)$  Y  $S(\hat{T} | \lambda_0/v)$  Y ENTONCES:

$$\text{-SI } S(T^0) \geq S(\hat{T} | \lambda_0/v)$$

HACEMOS:

$$\lambda_1 = \lambda_0 / v$$

-SI

$$S(T^0) < S(\hat{T} | \lambda_0 / v)$$

Y ADEMÁS:

$$S(T^0) \geq S(\hat{T} | \lambda_0)$$

HACEMOS:

$$\lambda_1 = \lambda_0$$

- EN CUALQUIER OTRO CASO VAMOS INCREMENTANDO  $\lambda$  POR MULTIPLICACIONES SUCCESIVAS POR  $v$ , DE TAL FORMA QUE PARA EL MINIMO NUMERO NATURAL  $k$  QUE CUMPLA CON QUE:

$$S(\hat{T} | \lambda_0 v^k) \leq S(T^0)$$

HACEMOS:

$$\lambda_1 = \lambda_0 v^k$$

Y AHORA USAMOS  $\hat{T}$  Y  $\lambda_1$  COMO NUEVOS VALORES INICIALES Y SEGUIMOS EL PROCESO HASTA QUE EN LA  $R$ -ESIMA ITERACION:

$$\left| \frac{T_j^{r+1} - T_j^r}{T_j^r} \right| < R \quad \forall j = 1, 2, \dots, P$$

CON UN VALOR "R" ARBITRARIO.

EN PARTICULAR MARQUARD PROPONE VALORES QUE HAN DADO BUENOS RESULTADOS,  $V = 10$  y  $\lambda = 0.01$ , Y AGREGA QUE CUANDO LA MATRIZ  $(X X')$  ESTA CERCA DE SER SINGULAR (DETERMINANTE NULO), UN VALOR GRANDE DE  $\lambda$ , CONTRIBUYE A ELIMINAR ESTE PROBLEMA.

PODEMOS SECUENCIAR EL ALGORITMO DE LA SIGUIENTE MANERA:

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:  $Y_t = F(t; T)$
- EL VECTOR INICIAL:  $T^0$
- EL VALOR INICIAL DE:  $\lambda : \lambda_0$
- $V > 1$
- EL GRADO DE APROXIMACION: R

- HACEMOS:

- $\underline{Y} = (Y_1, \dots, Y_N)'$
- $J = 0$

PASO 2 .- ENCONTRAMOS:

$$G_k(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial T_k} F(t; \underline{T}) \quad \forall k = 1, 2, \dots, P$$

PASO 3 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

PASO 4 .- HACEMOS:

$$F_i = F(t_i; \underline{T}^j) \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

$$\underline{F} = (F_1, \dots, F_N)'$$

$$X_{ij} = G_i(t_i; \underline{T}^j)$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, P \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$X = (X_{ik})_{P \times N}$$

$$Z_{ik} = \sum_{l=1}^N X_{il} X_{kl} \quad \forall i, k = 1, 2, \dots, P$$

$$Z = (Z_{ik})_{P \times P}$$

$$W_{ij} = \frac{Z_{ij}}{\sqrt{Z_{ii} Z_{jj}}} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, P$$

$$C = (W_{ij})_{P \times P}$$

$$K_i = \left[ \frac{\sum_{k=1}^N X_{ik} (Y_k - F_k)}{\sum_{k=1}^N X_{ik}^2} \right] / \sqrt{z_{ii}} \quad \forall i = 1, 2, \dots, P$$

$$\underline{K} = (K_1, \dots, K_p)'$$

PASO 5 .- AQUI INTRODUCIMOS  $Q = -1$

PASO 6 .- HACEMOS:

$$M = \begin{bmatrix} c + \lambda_j & v^Q & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\underline{D} = \underline{M} \underline{K} = (D_i)$$

PASO 7 .- HACEMOS:

$$B_i = D_i / \sqrt{z_{ii}}$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, P$$

$$\underline{B} = (B_1, \dots, B_p)'$$

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \underline{B}$$

PASO 8 .- CALCULAMOS:

$$s(\underline{T}^{j+1} | Q)$$

- SI

$$s(\underline{T}^{j+1} | Q) > s(\underline{T}^j)$$

HACEMOS  $Q = Q + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 6

- SI

$$S(\underline{T}^{j+1} | Q) \leq S(\underline{T}^j)$$

SEGUIMOS EL PROCESO (ESTO ULTIMO DEBE OCURRIR PARA ALGUNA Q FINITA)

PASO 9 .- CALCULAMOS:

$$C_i = \left| \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{T_i^j} \right| \quad \forall i = 1, 2, \dots, P$$

- SI:  $C_i > R$  PARA ALGUNA  $i = 1, 2, \dots, P$

HACEMOS:

$$S(\underline{T}^{j+1}) = S(\underline{T}^{j+1} | Q)$$

$$\lambda_{j+1} = \lambda_j \nu^Q$$

$$j = j+1$$

Y VOLVEMOS AL PASO 4

- SI  $C_i \leq R$  PARA TODO  $i = 1, 2, \dots, P$

ENTONCES  $\underline{T}^{j+1}$  ES EL ESTIMADOR BUSCADO

## CAPITULO II

### MODELOS NO LINEALES DE CRECIMIENTO

"... SI DESEAMOS HACERLE EL MAXIMO  
CUMPLIDO A UN MODELO MATEMATICO  
...PODEMOS LLAMARLE UN JUEGO..."

E. KASNER Y J. NEWMAN

#### II.A) .- MODELO LOGISTICO

II. A-1).- PRESENTACION DEL MODELO .- ESTA EXPRESION, LLAMADA ORIGINALMENTE "AUTOCATALITICA", FUE USADA EN UN PRINCIPIO PARA REPRESENTAR LOS PESOS DE NIÑOS MAYORES DE 12 MESES, E INVOLUCRA UN SUPUESTO IMPORTANTE POR PARTE DEL INVESTIGADOR, EL CUAL ES QUE LA TASA DE CAMBIO DE TAMAÑO DECRECE PROPORCIONALMENTE AL TAMAÑO MISMO, LA TASA PROMEDIO DE CAMBIO, ES MEDIDA POR LA TASA DE CRECIMIENTO RELATIVA, ES DECIR, LA VELOCIDAD DE CRECIMIENTO DIVIDIDA POR EL TAMAÑO.

LO ANTERIOR SE PUEDE EXPRESAR ANALITICAMENTE COMO:

$$\frac{1}{Y} \frac{dy}{dt} = B \left( \frac{k-Y}{k} \right) \dots\dots\dots (2.1)$$

DONDE "K" ES EL VALOR LIMITE DE CRECIMIENTO Y "B" LA CONSTANTE NO CONOCIDA DE PROPORCIONALIDAD. OTRA FORMA DE VER A LA EXPRESION ANTERIOR, ES OBSERVANDO QUE LA VELOCIDAD DE CRECIMIENTO ES PROPORCIONAL AL PRODUCTO DEL CRECIMIENTO ACUMULADO "Y" Y LO QUE FALTA POR CRECER "K-Y".

RESOLVIENDO (2.1) OBTENEMOS:

$$Y = \frac{K}{1 + \text{Exp}(A - B_t)} \dots\dots\dots(2.2)$$

CUYA GRAFICA TIENE LA FORMA DE UNA "S" QUE PUEDE CONSIDERARSE -  
COMO EL COMPORTAMIENTO TIPICO DEL CRECIMIENTO DE MUCHOS ORGANIS-  
MOS Y PARTES DE ORGANISMOS, NOTE QUE CUANDO  $t$  CRECE, EL TAMAÑO O  
CRECIMIENTO ACUMULADO "Y" SE APROXIMA LENTAMENTE A "K", QUE ES  
CONOCIDA COMO LA ASINTOTA SUPERIOR, Y QUE EN LOS CASOS PRACTI-  
COS PUEDE TOMARSE COMO EL TAMAÑO MAXIMO QUE PUEDE ADQUIRIR EL -  
ORGANISMO.

LA INTERPRETACION DE LA SINTOTA INFERIOR DE ESA CURVA, ES A VE-  
CES MAS PROBLEMÁTICA, PUES EL CRECIMIENTO RARA VEZ COMIENZA LEN-  
TAMENTE DE CERO O CERCA DE CERO, SIN EMBARGO AL SUMAR UNA CONES-  
TANTE POSITIVA A LA ECUACION ANTERIOR, PODEMOS OBTENER UNA A-  
PROXIMACION RAZONABLE DE UNA PARTE DEL CICLO DE CRECIMIENTO.

ESCRIBIENDO:

$$Y = C + \frac{K}{1 + \text{Exp}(A - B_t)} \dots\dots\dots(2.3)$$

TENEMOS COMO ASINTOTAS INFERIOR Y SUPERIOR A "C" Y "K" RESPECTI-  
VAMENTE Y ES A ESTA EXPRESION A LA QUE SE CONOCE COMO LA CURVA  
"LOGISTICA".

ANTES DE ANALIZAR LOS ALGORITMOS PARA ESTIMAR LOS PARAMETROS -  
DESCONOCIDOS "A" Y "B", VAMOS A INTENTAR VER EL SIGNIFICADO DE  
CADA UNO DE ELLOS EN EL FENOMENO DE CRECIMIENTO. PARA HACERLO  
VAMOS A SUPONER PRIMERO QUE  $C = 0$  Y  $K = 1$ , ES DECIR, EL CRECI-



MIENTO EMPIEZA EN CERO Y PUEDE LLEGAR SOLO HASTA UNO, LO QUE NO NOS HACE PERDER LA GENERALIDAD EN EL ANALISIS.

VAMOS AHORA A MANTENER "A" CONSTANTE Y VARIAMOS "B". LA ECUACION (2.3), HACIENDO  $C=0$ ,  $K=1$  Y " $\text{EXP}(A) = C_0$ . (CONSTANTE)" NOS QUEDA:

$$Y = \frac{1}{1 + C_0 \cdot \text{Exp}(-B_t)}$$

GRAFICANDO PARA  $C_0 = 1$  HASTA 5, POR TOMAR VALORES CUALQUIERA, OBTENEMOS LAS GRAFICAS 1 HASTA 5 RESPECTIVAMENTE, EN LAS CUALES - HACEMOS A "B" TOMAR LOS VALORES: 8, 4, 2, 1, 1/2, y 1/4.

OBSERVAMOS QUE AL ESTAR VARIANDO "A", CAMBIAMOS LOS VALORES QUE TOMA LA FUNCION EN  $t = 0$ , ES DECIR EL VALOR QUE SE ASIGNE A ESTE PARAMETRO DEPENDE DE LA POSICION DE LA ESCALA DE TIEMPO CON LA - QUE TRABAJAMOS, SI NUESTRA ESCALA EMPIEZA DESDE CERO (ES DECIR , SIN CONSIDERAR TIEMPOS NEGATIVOS EN NUESTRO ANALISIS), CONVIENE DAR UN VALOR DE "A" MUY GRANDE, Y ENTRE MAS MOVAMOS NUESTRO ORI- GEN ( $t=0$ ) HACIA LA DERECHA MAS REDUCIREMOS ESTE PARAMETRO.

POR SU PARTE "B" NOS VARIA EL TIEMPO DURANTE EL CUAL SE DA EL - CRECIMIENTO, ENTRE MENOS SEAN LOS PERIODOS DE TIEMPO EN EL QUE ESPERAMOS HAYA CRECIMIENTO, MAYOR DEBE SER NUESTRA "B", Y VICE- VERSA. O DICHO DE OTRA MANERA, ENTRE MAS CORTOS SEAN LOS PERIO- DOS DE TIEMPO QUE ESTAMOS CONSIDERANDO COMO UNIDADES, MENOR SERA EL VALOR QUE TOME ESTE PARAMETRO.

## GRAFICA ILUSTRATIVA DE LA FUNCION LOGISTICA

$$\text{Exp}(A) = 1$$

$$( ) = B$$

$$(1) = 8$$

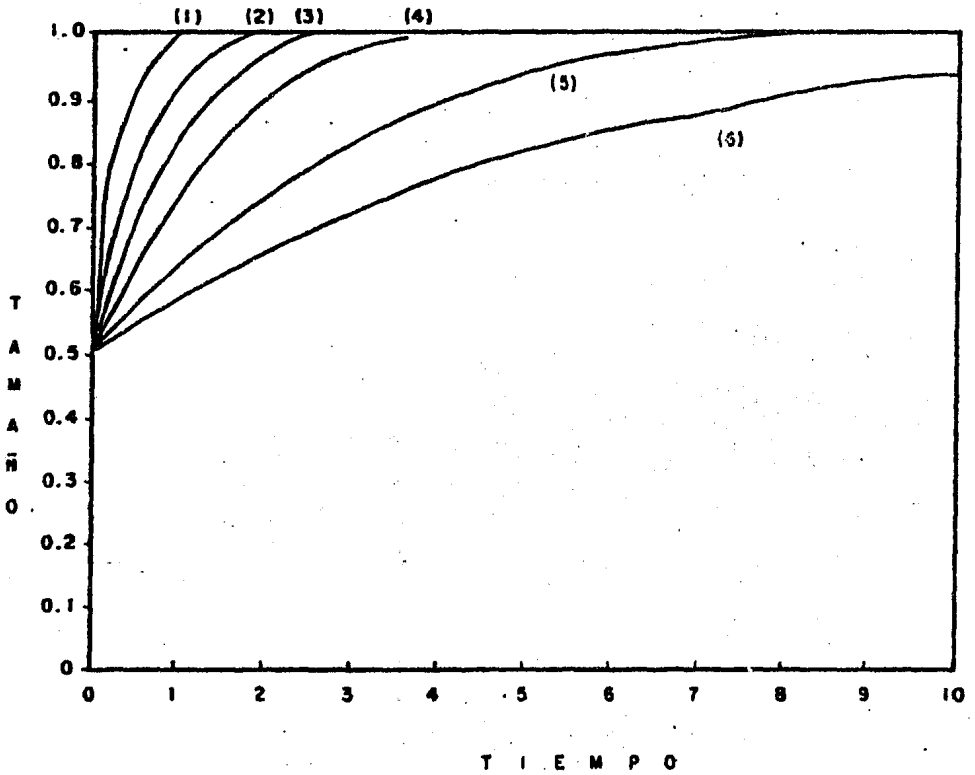
$$(2) = 4$$

$$(3) = 2$$

$$(4) = 1$$

$$(5) = 0.5$$

$$(6) = 0.25$$

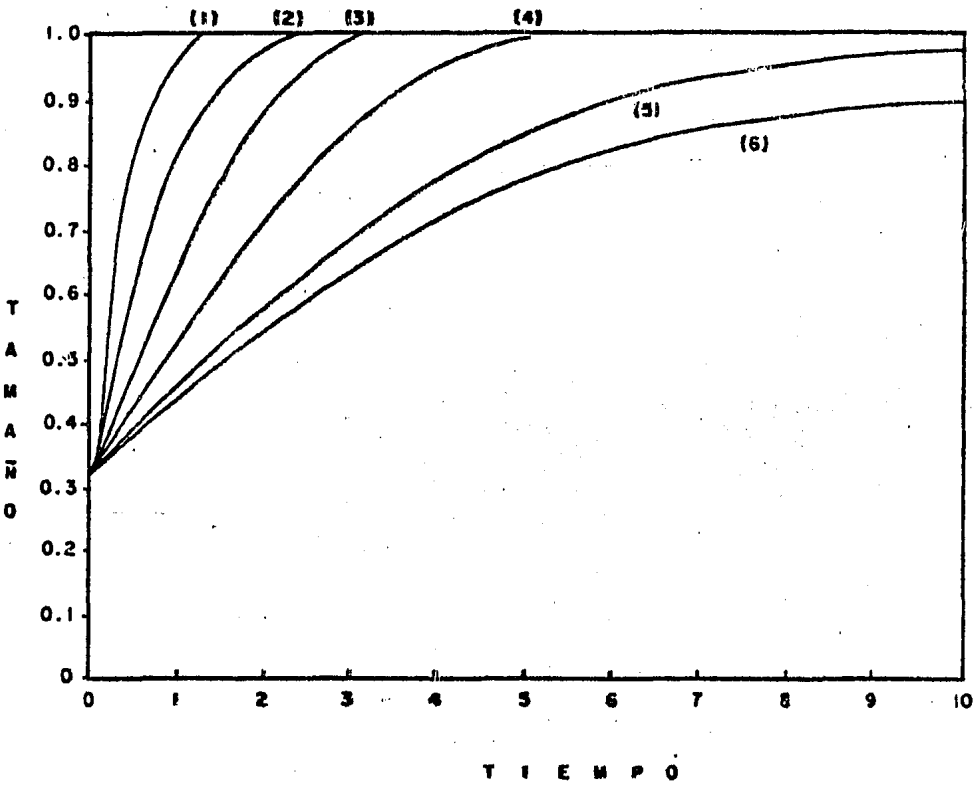


GRAFICA # 1

## GRAFICA ILUSTRATIVA DE LA FUNCION LOGISTICA

$$\text{Exp}(A) = 2$$

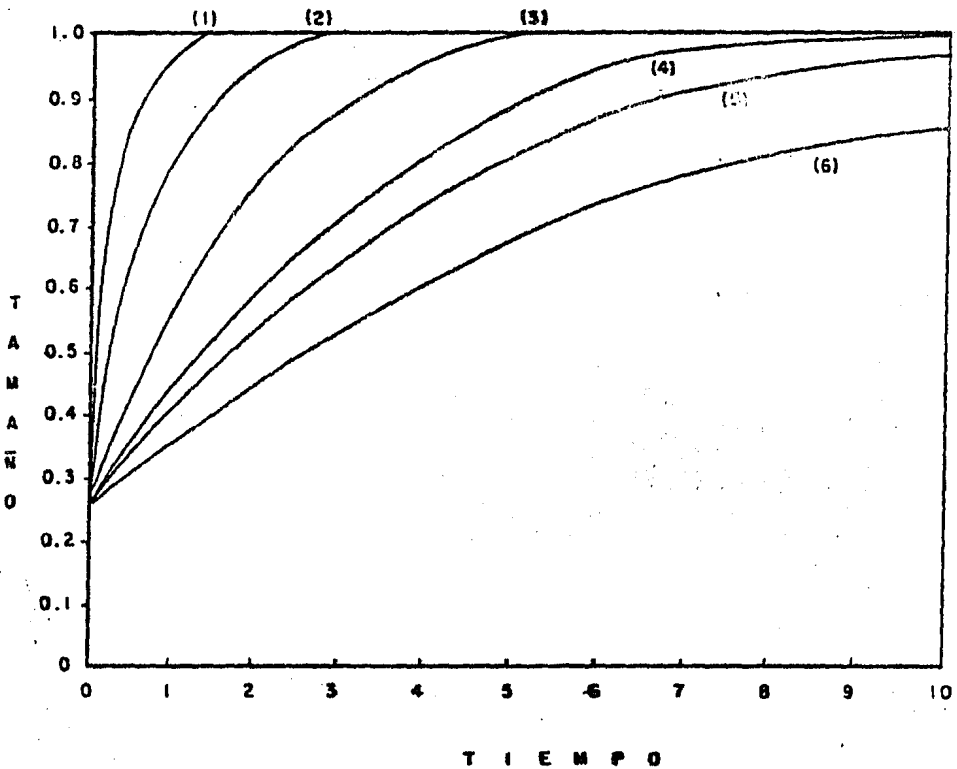
- ( ) = B
- (1) = 8
- (2) = 4
- (3) = 2
- (4) = 1
- (5) = 0.5
- (6) = 0.25



GRAFICA # 2

GRAFICA ILUSTRATIVA DE LA FUNCION LOGISTICA  
 $\text{Exp}(A) = 3$

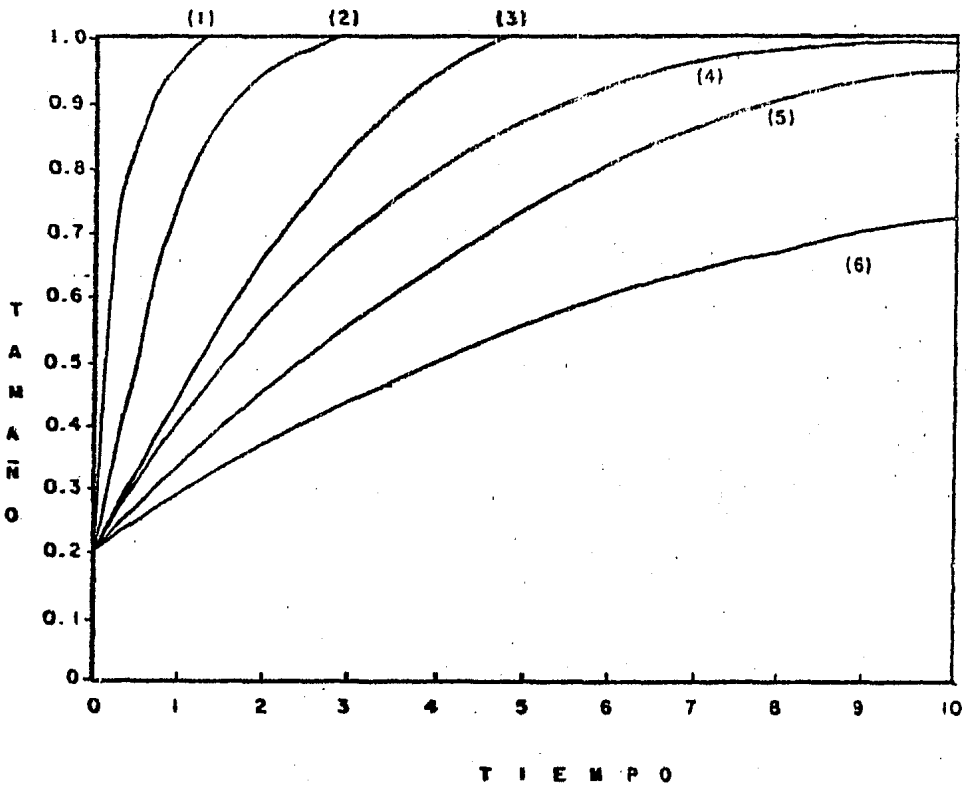
- ( ) = B  
 (1) = 8  
 (2) = 4  
 (3) = 2  
 (4) = 1  
 (5) = 0.5  
 (6) = 0.25



GRAFICA # 3

GRAFICA ILUSTRATIVA DE LA FUNCION LOGISTICA  
 $Exp(A) = 4$

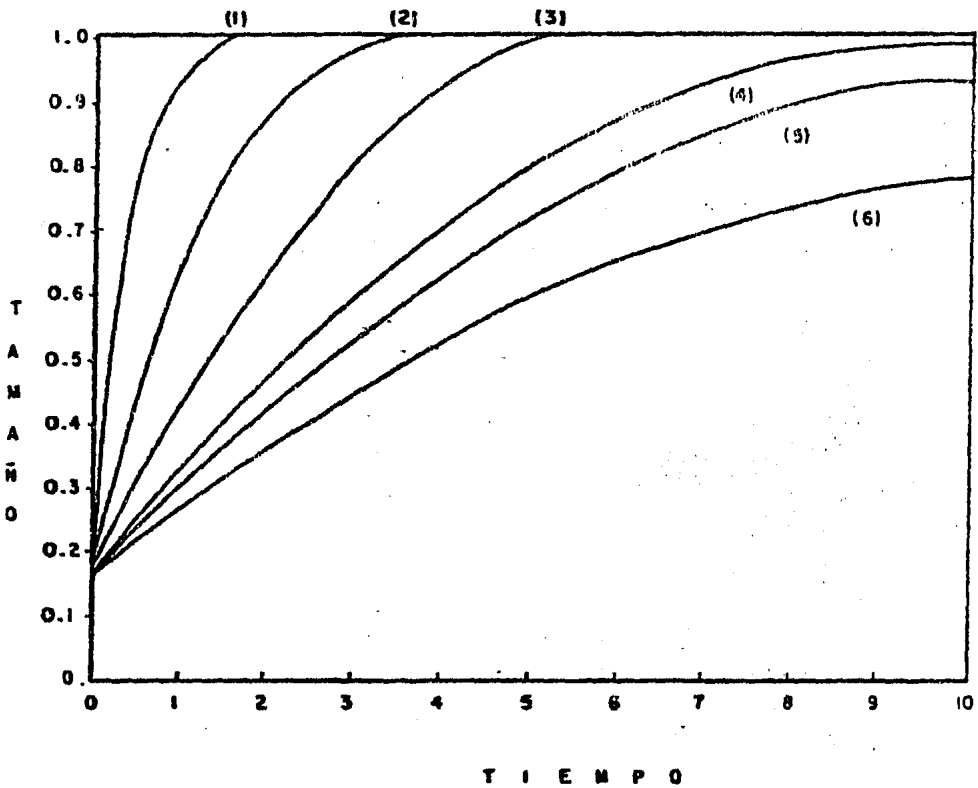
- ( ) = B  
 (1) = 8  
 (2) = 4  
 (3) = 2  
 (4) = 1  
 (5) = 0.5  
 (6) = 0.25



GRAFICA # 4

GRAFICA ILUSTRATIVA DE LA FUNCION LOGISTICA  
 $\text{Exp}(A) = 5$

- ( ) = B  
 (1) = 8  
 (2) = 4  
 (3) = 2  
 (4) = 1  
 (5) = 0.5  
 (6) = 0.25



GRAFICA # 5

## II.A-2) .- SOLUCION AL MODELO

1) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL .- PRESENTO A CONTINUA  
 CION EL DESARROLLO DEL ALGORITMO CORRESPONDIENTE AL METODO DE -  
 APROXIMACION LINEAL PARA EL CASO PARTICULAR DEL MODELO LOGISTI-  
 CO, HACIENDOLO PRIMERO DETALLADAMENTE, CITANDO LOS RESULTADOS -  
 EN QUE SE APOYA, CUYAS DEMOSTRACIONES PUEDEN VERSE EN EL APENDI-  
 CE A.2, Y POSTERIORMENTE UN RESUMEN DE ESTE ALGORITMO; CONSIDE-  
 RO QUE ESTE FORMATO AGILIZA LA COMPRESION, POR LO QUE SEGUIRE  
 UTILIZANDOLO EN LOS DEMAS CASOS.

EL MODELO CONSIDERADO ESTA DADO POR LA EXPRESION (2.3), PERO PA-  
 RA CUESTIONES PRACTICAS HAREMOS:

$$F(t; \underline{T}) = Z = Y - C = \frac{K}{1 + \text{Exp}(A - B_t)}$$

LAS DERIVADAS PARCIALES ESTAN DADAS POR:

$$G_1(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial A} F(t; \underline{T}) = -F(t; \underline{T}) \left[ 1 - \frac{F(t; \underline{T})}{K} \right] \quad \dots (R.1)$$

Y:

$$G_2(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial B} F(t; \underline{T}) = -t G_1(t; \underline{T}) \quad \dots (R.2)$$

TENIENDO UN VECTOR DE PARAMETROS  $\underline{T}^j$ , PODEMOS CALCULAR LA MATRIZ:

$$X = (X_{ij}) \quad 2 \times N$$

DONDE:

$$X_{iK} = G_1 (t_K ; \underline{T}^j)$$

Y:

$$X_{2K} = -t_K G_1 (t_K ; \underline{T}^j) = -t_K X_{1K}$$

ENTONCES LA MATRIZ  $(X X')^{-1} X = (Y_{ij})_{2 \times N}$  SERA:

$$Y_{1K} = \frac{1}{D} X_{1K} (\sum (t_i X_{1i})^2 - t_K \sum t_i X_{1i}^2) \dots (R.4)$$

$$Y_{2K} = \frac{1}{D} X_{1K} (\sum t_i X_{1i}^2 - t_K \sum X_{1i}^2) \dots (R.5)$$

DONDE:  $D = (\sum X_{1i}^2 \sum (t_i X_{1i})^2) - (\sum t_i X_{1i}^2)^2 \dots (R.3)$

HACIENDO:

$$F_K = F (t_K ; \underline{T}^j)$$

$$\underline{F} = (F_1, F_2, \dots, F_N)'$$

TENEMOS QUE:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + (X X')^{-1} X (\underline{Z} - \underline{F})$$

DONDE:

$$(X X')^{-1} X (\underline{Z} - \underline{F}) = (\hat{A}, \hat{B})'$$

$$\hat{A} = \frac{1}{D} \sum (Z_K - F_K) X_{1K} (\sum (t_i X_{1i})^2 - t_K \sum t_i X_{1i}^2) \dots (R.6)$$

$$\hat{B} = \frac{1}{D} \sum (Z_K - F_K) X_{1K} (\sum t_i X_{1i}^2 - t_K \sum X_{1i}^2) \dots (R.7)$$



PASO 4 .- HACEMOS:

$$X_{1i} = - F_i \left[ 1 - F_i / K \right]$$

CALCULAMOS:

$$Z_{11} = \varepsilon X_{1i}^2$$

$$Z_{12} = \varepsilon t_i X_{1i}^2$$

$$Z_{22} = \varepsilon (t_i X_{1i})^2$$

PASO 5 .- HACEMOS:

$$D = Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12}^2$$

$$\hat{A} = (\varepsilon (Z_K - F_K) X_{1K} (Z_{22} - t_K Z_{12})) / D$$

$$\hat{B} = (\varepsilon (Z_K - F_K) X_{1K} (Z_{12} - t_K Z_{11})) / D$$

$$\hat{T} = (\hat{A}, \hat{B})'$$

$$A^{j+1} = A^j + \hat{A}$$

$$B^{j+1} = B^j + \hat{B}$$

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \hat{T} = (A^{j+1}, B^{j+1})'$$

PASO 6 .- CALCULAMOS:

$$S (\underline{T}^{j+1})$$

- SI:

$$S(\underline{T}^{j+1}) \geq S(\underline{T}^j)$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + 2 \hat{\underline{T}}$$

- SI:

$$S(\underline{T}^{j+1}) < S(\underline{T}^j)$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \frac{1}{2} \hat{\underline{T}}$$

PASO 7 .- CALCULAMOS:

$$C_1 = \left| \frac{A^{j+1} - A^j}{A^j} \right| \quad C_2 = \left| \frac{B^{j+1} - B^j}{B^j} \right|$$

- SI:  $C_1 > R$  O  $C_2 > R$

HACEMOS:  $J = J + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 3

- SI:  $C_1 \leq R$  Y  $C_2 \leq R$

$\underline{T}^{j+1}$  ES EL VECTOR BUSCADO

II) .- METODO DEL GRADIENTE .- TENIENDO: "Z", "F" Y "X"  
 COMO EN EL CASO ANTERIOR Y ADEMAS:

$$\left[ \text{Grad } S(\underline{T}) \right]_{\underline{T}^0} = -2 \lambda (\underline{Z} - \underline{F}) \quad \dots \text{VER (1.29)}$$

$$\underline{B} = 2 \lambda \times (\underline{Z} - \underline{F}) = 2 \lambda (\epsilon X_{1i} (Z_i - F_i), - \epsilon t_i X_{1i} (Z_i - F_i))'$$

EL ALGORITMO QUEDA ENTONCES:

### ALGORITMO # 2

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:

$$F(t; \underline{T}) = \frac{K}{1 + \text{Exp}(A - Bt)}$$

- EL GRADO DE APROXIMACION: R

- EL VECTOR INICIAL:  $\underline{T}^0$

-  $\lambda > 0$

- HACEMOS:

$$- Z_t = Y_t - C$$

$$- J = 0$$

PASO 2 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

PASO 3 .- HACEMOS:

$$F_i = F(t_i; \underline{T}^j)$$

PASO 4 .- CALCULAMOS:

$$X_{1i} = -F_i \left[ 1 - F_i / K \right]$$

$$D_1 = 2 \lambda \sum X_{1i} (Z_i - F_i)$$

$$D_2 = -2 \lambda \sum X_{1i} t_i (Z_i - F_i)$$

$$\underline{D} = (D_1, D_2)$$

$$L = 0$$

PASO 5 .- HACEMOS  $L = L + 1$

PASO 6 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^j + \underline{D} / L)$$

- SI:

$$S(\underline{T}^j + \underline{D} / L) > S(\underline{T}^j)$$

VOLVEMOS AL PASO 5

- SI:

$$S(\underline{T}^j + \underline{D} / L) \leq S(\underline{T}^j)$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \underline{D} / L$$

PASO 7 .- CALCULAMOS:

$$C = \frac{S(\underline{T}^j) - S(\underline{T}^{j+1})}{S(\underline{T}^j)}$$

- SI:  $C > R$

HACEMOS  $J = J + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 3

- SI:  $C \leq R$

$\underline{T}^{j+1}$  ES EL VECTOR BUSCADO

III) METODO DEL COMPROMISO .- TENIENDO " $Z_i$ ", " $F_i$ ", " $X_{1i}$ ",

" $\lambda$ " Y DANDO  $V > 1$ , NECESITAMOS CALCULAR:

$$Z_{11} = \sum X_{1i}^2$$

$$Z_{22} = \sum (t_i X_{1i})^2$$

$$Z_{12} = - \sum t_i X_{1i}^2 = Z_{21}$$

$$W_{11} = W_{22} = 1$$

$$W_{12} = Z_{12} / \sqrt{Z_{11} Z_{22}} = W_{21}$$

$$C = (W_{iK})_{2 \times 2}$$

$$K_1 = (\sum X_{1i} (Z_i - F_i)) / \sqrt{Z_{11}}$$

$$K_2 = (- \sum t_i X_{1i} (Z_i - F_i)) / \sqrt{Z_{22}}$$

$$\underline{K} = (K_1, K_2)'$$

$$N = [C + \lambda V^Q I]^{-1}$$

$$\underline{D} = N \underline{K} = (D_{11}, D_2)'$$

$$T_1 = D_1 / \sqrt{Z_{11}}$$

$$T_2 = D_2 / \sqrt{Z_{22}}$$

PERO:

$$T_1 = \frac{K_1 (1 + \lambda V^Q) - K_2 W_{12}}{[(1 + \lambda V^Q)^2 - W_{12}^2] \sqrt{Z_{11}}}$$

$$T_2 = \frac{K_2 (1 + \lambda V^Q) - K_1 W_{12}}{\left[ (1 + \lambda V^Q)^2 - W_{12}^2 \right] \sqrt{Z_{22}}} \dots\dots\dots (R.9)$$

POR LO QUE EL ALGORITMO QUEDA:

ALGORITMO # 3

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:

$$F(t; \underline{T}) = \frac{K}{1 + \text{Exp}(A - Bt)}$$

- EL GRADO DE APROXIMACION: R

-  $\lambda > 0$

-  $V > 1$

- EL VECTOR INICIAL:  $\underline{T}^0$

- HACEMOS:

$$- Z_t = Y_t - C$$

$$- J = 0$$

PASO 2 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

PASO 3 .- HACEMOS:

$$F_i = F(t_i; \underline{T}^j)$$

PASO 4 .- CALCULAMOS:

$$X_{1i} = -F_i \left[ 1 - F_i / K \right]$$

PASO 5 .- HACEMOS:

$$Z_{11} = \sum X_{1i}^2$$

$$Z_{12} = -\sum t_i X_{1i}^2$$

$$Z_{22} = \sum (t_i X_{1i})^2$$

$$W_{12} = Z_{12} / \sqrt{Z_{11} Z_{22}}$$

$$K_1 = (\sum X_{1i} (Z_i - F_i)) / \sqrt{Z_{11}}$$

$$K_2 = (-\sum t_i X_{1i} (Z_i - F_i)) / \sqrt{Z_{22}}$$

PASO 6 .- HACEMOS  $Q = (-1)$

PASO 7 .- CALCULAMOS:

$$T_1 = \frac{K_1 (1 + \lambda V^Q) - K_2 W_{12}}{[(1 + \lambda V^Q)^2 - W_{12}^2] \sqrt{Z_{11}}}$$

$$T_2 = \frac{K_2 (1 + \lambda V^Q) - K_1 W_{12}}{[(1 + \lambda V^Q)^2 - W_{12}^2] \sqrt{Z_{22}}}$$

$$A^{j+1} = A^j + T_1 \quad B^{j+1} = B^j + T_2$$

$$T^{j+1} = (A^{j+1}, B^{j+1})'$$

PASO 8 .- CALCULAMOS:

$$S (T^{j+1})$$



- SI:

$$S(\underline{T}^{j+1}) > S(\underline{T}^j)$$

HACEMOS  $Q = Q+1$  Y VOLVEMOS AL PASO 7

- SI:

$$S(\underline{T}^{j+1}) \leq S(\underline{T}^j)$$

SEGUIMOS EL PROCESO

PASO 9 .- CALCULAMOS:

$$C_1 = |T_1 / A^j| \quad C_2 = |T_2 / B^j|$$

- SI:  $C_1 > R$ , O  $C_2 > R$

HACEMOS:

$$\lambda = \lambda V^Q$$

$$J = J+1$$

Y VOLVEMOS AL PASO 3

- SI:  $C_1 \leq R$ , Y  $C_2 \leq R$

$\underline{T}^{j+1}$  ES EL VECTOR BUSCADO

II.B) .- MODELO DE GOMPERTZ.

II.B.1) .- PRESENTACION DEL MODELO .- LA HIPOTESIS -  
PRINCIPAL DE ESTE MODELO ES QUE LA TASA DE CRECIMIENTO RELATIVA  
DECRECE EXPONENCIALMENTE EN EL TIEMPO, LO CUAL SE PUEDE ESCRI--  
BIR COMO:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = C \text{ Exp } (-Bt) \quad \dots\dots(2.5)$$

CUYA SOLUCION ESTA DADA POR:

$$Y = K \text{ Exp } (-\text{Exp } (A - Bt) ) \quad \dots\dots(2.6)$$

LA FORMA DE ESTA CURVA, AL IGUAL QUE LA LOGISTICA, ESTA REPRESENTADA POR UNA "S", DONDE LA ASINTOTA SUPERIOR ES NUEVAMENTE "K" Y DONDE, SI AGREGAMOS UNA CONSTANTE, OBTENEMOS:

$$Y = C + K \text{ Exp } (- \text{Exp } (A - Bt) ) \quad \dots\dots(2.7)$$

SITUACION EN LA QUE "C". NOS REPRESENTA LA ASINTOTA INFERIOR. A ESTA ULTIMA EXPRESION ES A LA QUE SE CONOCE COMO: LA ECUACION DE GOMPERTZ

TRATEMOS AHORA DE INTERPRETAR LOS PARAMETROS "A" Y "B"; HACIENDO C = 0 y K = 1.

LA ECUACION QUEDA:

$$F (t) = \text{Exp } (- \text{Exp } (A - Bt))$$

$$F' (t) = B F (t) \text{Exp} (A - Bt)$$

$$F'' (t) = B F' (t) \left[ \text{Exp} (A - Bt) - 1 \right]$$

EL PUNTO DE INFLEXION SE ALCANZA EN:  $t = A / B$

Y ADEMAS:

$$F (A / B) = \text{Exp} (-1) \quad \forall A, B$$

$$F' (A / B) = B \text{Exp} (-1)$$

LO CUAL NOS INDICA QUE EL VALOR QUE TOMA LA FUNCION EN SU PUNTO DE INFLEXION ES SIEMPRE EL MISMO, SIN IMPORTAR EL VALOR QUE TOMEN LOS PARAMETROS, PERO EL VALOR DE LA PENDIENTE EN ESE PUNTO DEPENDE DEL VALOR QUE TOMA "B", PODEMOS CONCLUIR ENTONCES QUE - EL PARAMETRO "B" ES UN INDICADOR DE LA RAPIDEZ DEL CRECIMIENTO Y CONSECUENTEMENTE DE LA AMPLITUD DEL RANGO EN QUE SE DA EL MISMO, A MAYOR AMPLITUD, MENOR "B", Y VICEVERSA.

ESTO ULTIMO PODEMOS TRADUCIRLO AL HECHO IMPORTANTE DE LA ESCALA ESCOGIDA, YA QUE EL FACTOR "B" ES DEPENDIENTE DIRECTO DE ESTA, POR LO QUE SI NUESTRA UNIDAD DE TIEMPO HACE QUE EL CRECIMIENTO SE EFECTUE EN UN GRAN NUMERO DE UNIDADES, NUESTRO PARAMETRO "B" DEBE COMPENSAR ESE EFECTO Y TENER UN VALOR PEQUEÑO Y VICEVERSA. (CUANDO NO HAY EXPERIENCIA ANTERIOR RESPECTO A LA ESCALA ADECUADA SE PUEDE ELEGIR INICIALMENTE  $B = 1$ ).

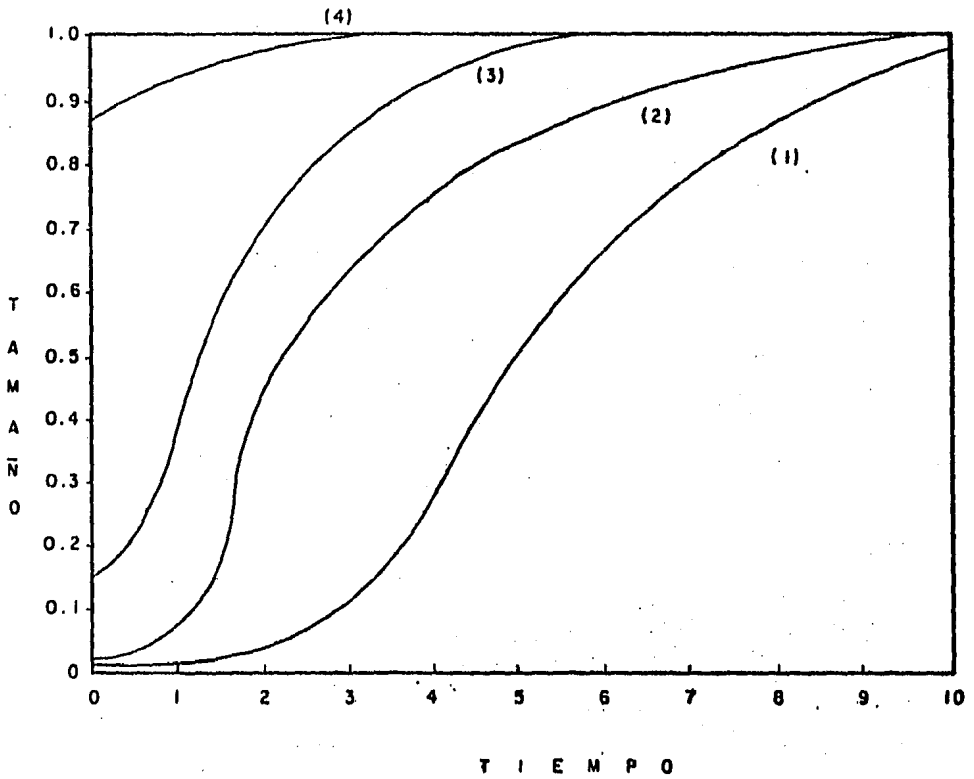
AHORA, DADO "B", NUESTRO VALOR "A" VUELVE A INCIDIR, COMO EN EL CASO ANTERIOR, EN EL INSTANTE DONDE LA FUNCION FORMA SU PUNTO -

DE INFLEXION: DADO QUE  $\text{EXP}(-1)$  ES APROXIMADAMENTE UN TERCIO, PODEMOS TOMAR UN VALOR INICIAL DE "A", DE ACUERDO CON EL PUNTO "t" DONDE PENSEMOS QUE SE ALCANZA LA TERCERA PARTE DEL CRECIMIENTO, DANDO  $A = Bt$  ; O BIEN, COMO OBSERVAMOS EN LA GRAFICA 6, ENTRE MAS LENTO SEA EL CRECIMIENTO, MAS PEQUEÑO DEBE DE SER NUESTRO VALOR ASIGNADO Y VICEVERSA.

EN LA GRAFICA 6 SE PRESENTAN CURVAS PARA  $C = 0$ ,  $K = 1$  Y EN LA QUE SE SUPONE YA ELEGIDO EL PARAMETRO DE ESCALA "B"; HACIENDO LA TRANSFORMACION  $\text{EXP}(A) = C_0$  , Y DANDO VALORES A ESTA ULTIMA TRANSFORMACION DE: 64, 8, 2 Y  $1/8$ .

GRAFICA ILUSTRATIVA DE LA FUNCION DE GOMPERTZ  
 $B = 1$

- ( ) =  $\text{Exp}(A)$   
 (1) = 64  
 (2) = 8  
 (3) = 2  
 (4) = 0.125



GRAFICA # 6

## II.B.2) .- SOLUCION AL MODELO

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL .- EL MODELO DADO POR (2.7) LO TRANSFORMAMOS EN:

$$F(t; \underline{T}) = Z = Y - C = K \text{Exp}(-\text{Exp}(A - Bt))$$

DONDE:

$$\underline{T} = (A, B)'$$

LAS DERIVADAS PARCIALES  $G_1$ , Y  $G_2$ , SON:

$$G_1(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial A} F(t; \underline{T}) = - \left[ \text{Exp}(A - Bt) \right] F(t; \underline{T}) \quad \text{(R.10)}$$

$$G_2(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial B} F(t; \underline{T}) = -t G_1(t; \underline{T}) \quad \dots\dots\dots \text{(R.11)}$$

HACIENDO:

$$X_{1i} = G_1(t_i; \underline{T}^0)$$

NUESTRAS EXPRESIONES PARA " $X_{iK}$ ", " $X$ ", " $(X X^t)^{-1} X$ ", " $F_i$ ", " $\hat{A}$ ", " $\hat{B}$ " DAN LOS MISMOS RESULTADOS QUE EN EL MODELO ANTERIOR, POR LO QUE EL ALGORITMO ES IDENTICO AL ALGORITMO # 1 SALVO EN EL PASO 4 (Y OBIAMENTE EN EL PASO 1 DONDE DAMOS EL MODELO), TOMANDO LA EXPRESION DADA POR (R.10) AL CALCULAR  $X_{1i}$ .

II).- METODO DEL GRADIENTE .- DADA LA SIMILITUD EN LAS CARACTERISTICAS DE LAS DERIVADAS PARCIALES DE ESTE MODELO CON EL ANTERICR, Y EN ANALOGIA CON LA SECCION ANTERIOR, EL ALGORITMO VUELVE A SER EL EQUIVALENTE AL ALGORITMO # 2, HACIENDO LA

MISMA MODIFICACION QUE EN EL CASO ANTERIOR, EN EL PASO 4.

III) .- METODO DEL COMPROMISO .- TAL COMO SE ESPERABA, DESPUES DE HACERLE LA MODIFICACION ADECUADA EN EL PASO 4, SU ALGO RITMO QUEDA TAL COMO EL ALGORITMO # 3.

II.C) .- MODELO MONOMOLECULAR.

II.C.1) .- PRESENTACION DEL MODELO .- CONSIDEREMOS UNA SITUACION DE CRECIMIENTO EN LA CUAL SE APRECIA QUE LA VELOCIDAD DE CRECIMIENTO (Y NO LA TASA RELATIVA) EN EL TIEMPO  $t$ , ES DIRECTAMENTE PROPORCIONAL AL MONTO DE CRECIMIENTO ACUMULADO.

SI "K" NOS REPRESENTA NUEVAMENTE EL LIMITE SUPERIOR DEL CRECIMIENTO, TENEMOS:

$$\frac{d y}{d t} = B (K - y) \quad \dots (2.8)$$

DONDE B ES LA CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD; RESOLVIENDO:

$$y = K (1 - A \text{ Exp } (-B t) ) \quad \dots (2.9)$$

LA CUAL SE CONOCE COMO LA FUNCION DE CRECIMIENTO "MONOMOLECULAR" LA QUE CRECE DESDE "K (1 - A)" EN  $t = 0$  HASTA EL VALOR LIMITE "K" CUANDO "t" TIENDE A INFINITO.

ENTRE OTROS, UNO DE LOS USOS QUE SE HA DADO A ESTE MODELO HA SIDO EL DE REPRESENTAR, EN SU VERSION DE DECRECIMIENTO (O CRECI-

MIENTO NEGATIVO), LA PARTE CORRESPONDIENTE A LAS ULTIMAS EDADES EN UNA TABLA DE SUPERVIVENCIA.

LA INTERPRETACION DE LOS PARAMETROS EN ESTE CASO ES MAS SENCILLA QUE EN LOS ANTERIORES. DE EL HECHO DE QUE EL CRECIMIENTO - SE INICIE EN " $K(1 - A)$ ", SE VE QUE EL PARAMETRO "A" DEBE VARIAR ENTRE CERO Y UNO, Y QUE NOS VA A INDICAR LO QUE HACE FALTA POR CRECER DESDE  $t = 0$  HASTA LA EDAD ADULTA (O TIEMPO DE MADURACION DEL FENOMENO), ES DECIR, SI CREEMOS QUE AL INICIARSE EL FENOMENO (BIEN PODRIAMOS LLAMAR A ESTA ETAPA "NACIMIENTO"), EL ORGANISMO EMPIEZA CON UN TAMAÑO EQUIVALENTE A  $(R) \times (K)$ , HACEMOS  $A = (1-R)$  ( $0 < R < 1$ ).

POR SU PARTE EL PARAMETRO "B", NOS PUEDE SIGNIFICAR DOS COSAS - MUY RELACIONADAS, UNA ES SU VALOR COMO MODIFICADOR O PONDERADOR DE ESCALA, ES DECIR, SU INFLUENCIA EN EL MODELO ESTA PRECISAMENTE EN AFECTAR A LAS UNIDADES DE TIEMPO QUE SE CONSIDEREN, Y OTRA ES LA RAPIDEZ DE CRECIMIENTO INICIAL, PUES DADO QUE LA PRIMERA DERIVADA VALUADA EN EL ORIGEN ES:

$$Y'(0) = (K)(A)(B)$$

ENTRE MAS GRANDE TOMEMOS EL VALOR DE "B", MAS RAPIDO SE CRECE EN EL "NACIMIENTO".

## II.C.2) .- SOLUCION AL MODELO

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL .- EL MODELO ESTA DADO POR (2.9) Y SUS DERIVADAS PARCIALES POR:



$$G_1(t; \underline{T}) = -K \text{Exp}(-Bt) \quad \dots\dots(2.10)$$

$$G_2(t; \underline{T}) = -At G_1(t; \underline{T}) \quad \dots\dots(2.11)$$

ENTONCES, NUESTROS VALORES PARA " $X_{iK}$ " EN EL PASO J-ESIMO, SERAN:

$$X_{1K} = -K \text{Exp}(-Bt_K)$$

$$X_{2K} = -A^j t_K X_{1K}$$

NUESTRA MATRIZ " $(X X')$ " SERA:

$$\begin{bmatrix} \sum X_{1i}^2 & -A^j \sum t_i X_{1i}^2 \\ -A^j \sum t_i X_{1i}^2 & (A^j)^2 \sum (t_i X_{1i})^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(R.12)$$

SU DETERMINANTE ESTARA DADO POR:

$$C = (A^j)^2 \left[ \sum X_{1i}^2 \sum (t_i X_{1i})^2 - \left( \sum t_i X_{1i}^2 \right)^2 \right]$$

Y SU INVERSA POR LO TANTO ES:

$$\frac{1}{C} \begin{bmatrix} (A^j)^2 \sum (t_i X_{1i})^2 & A^j \sum t_i X_{1i}^2 \\ A^j \sum t_i X_{1i}^2 & \sum X_{1i}^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(2.12)$$

LOS ELEMENTOS DE " $(X X')^{-1} X = (Y_{iK})_{2 \times N}$ " SON:

$$Y_{1K} = \frac{X_{1K}}{C} (A^j)^2 \left[ \sum (t_i X_{1i})^2 - t_K \sum t_i X_{1i}^2 \right] \quad \dots\dots(R.13)$$

$$y_{2K} = \frac{x_{1K}}{C} A^j \left[ \sum t_i x_{1i}^2 - t_K \sum x_{1i}^2 \right] \dots (R.14)$$

NUESTROS VALORES PARA " $\hat{A}$ " Y " $\hat{B}$ " SON EN CONSECUENCIA:

$$\hat{A} = \frac{(A^j)^2}{C} \left[ \sum (y_K - F_K) x_{1K} (\sum t_i x_{1i}^2 - t_K \sum x_{1i}^2) \right] \dots (R.15)$$

$$\hat{B} = \frac{A^j}{C} \left[ \sum (y_K - F_K) x_{1K} (\sum t_i x_{1i}^2 - t_K \sum x_{1i}^2) \right] \dots (R.16)$$

PERO " $(A^j)^2 / C = 1/D$ ", DONDE "D" ES COMO EN (R.3), POR LO QUE -  
 LAS EXPRESIONES DADAS DESDE (R.13) HASTA (R.15), CORRESPONDEN EN  
 SU ORDEN RESPECTIVO, EXACTAMENTE A LAS DADAS DE (R.4) HASTA (R.6)  
 HACIENDO QUE EL ALGORITMO SE NOS VUELVA A SIMPLIFICAR; VARIANDO  
 EL ALGORITMO # 1 NUEVAMENTE EN EL PASO 4, EN EL QUE UTILIZAMOS -  
 LA EXPRESION (2.10) AL CALCULAR " $x_{1i}$ ". Y EN EL PASO 5 EN EL -  
 QUE INCLUIAMOS LA FORMULA (R.16) AL CALCULAR  $\hat{B}$ . (ADEMAS, AUNQUE  
 NO SE MENCIONE, SE DEBE RECORDAR QUE EL MODELO ES DIFERENTE Y -  
 QUE NO SE HACE EL CAMBIO DE VARIABLE DE "Y" A "Z").

II) .- METODO DEL GRADIENTE .- EN ESTE CASO NUESTRO -  
 VECTOR DE CORRECCION  $\underline{E}$  ES:

$$\underline{E} = 2\lambda (\sum x_{1i} (y_i - F_i), - A^j \sum t_i x_{1i} (y_i - F_i))' \dots (R.)$$

POR LO QUE EL ALGORITMO VUELVE A SER EL MISMO QUE EL ALGORITMO -  
 # 2 VARIANDO (ADEMAS DE LOS OBVIOS) a), -EN EL PASO 4 LA MISMA MODI  
 FICACION ANTERIOR b), - SUBSTITUIR EN ESE MISMO PASO LA SIGUIENTE  
 FORMULA:

$$D_2 = -2 \lambda A^j \sum t_i X_{1i} (Y_i - F_i)$$

III) .- METODO DEL COMPROMISO .- EN ESTE CASO NECESI

TAMOS:

$$Z_{11} = \sum X_{1i}^2 \quad Z_{22} = (A^j) \sum (t_i X_{1i})^2$$

$$Z_{12} = -A^j \sum t_i X_{1i}^2 = Z_{21}$$

$$W_{11} = W_{22} = 1 \quad W_{12} = \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{11} Z_{22}}} = W_{21}$$

$$C = (W_{iK}) \quad 2 \times 2$$

$$K_1 = \left[ \sum X_{1i} (Y_i - F_i) \right] / \sqrt{Z_{11}}$$

$$K_2 = \left[ -A^j \sum t_i X_{1i} (Y_i - F_i) \right] / \sqrt{Z_{22}}$$

$$N = \left[ C + \lambda V^Q I \right]^{-1}$$

$$\underline{D} = N \underline{K} = (D_1, D_2)'$$

$$T_1 = D_1 / \sqrt{Z_{11}} \quad T_2 = D_2 / \sqrt{Z_{22}}$$

OBSERVAMOS SIN EMBARGO QUE "W<sub>11</sub>", "W<sub>22</sub>" Y "K<sub>1</sub>" SON EXACTAMENTE IGUALES A LAS DADAS PARA EL MODELO LOGISTICO: PERO ADEMÁS PODEMOS SIMPLIFICAR:

$$W_{12} = \frac{z_{12}}{\sqrt{z_{11} z_{22}}} = - \frac{\sum t_i x_{1i}^2}{\sqrt{\sum x_{1i}^2 \sum (t_i x_{1i})^2}}$$

$$K_2 = - \frac{\sum t_i x_{1i} (y_i - F_i)}{\sqrt{\sum (t_i x_{1i})^2}}$$

POR LO TANTO " $W_{12}$ ", " $K_2$ ", " $C$ " Y " $N$ " SON TAMBIEN IDENTICAS A SUS CORRESPONDIENTES EN EL MODELO LOGISTICO, Y EN CONSECUENCIA POR LA FORMA DE CALCULARSE, TAMBIEN LO SON " $D_1$ " Y " $T_1$ ", DIFIRIENDO UNICAMENTE EN LO QUE RESPECTA A " $T_2$ ".

APROVECHAREMOS DE NUEVO EL ALGORITMO # 3, VARIANDO EL PASO 4 COMO YA ES COSTUMBRE (SUSTITUIR LA FORMULA (2.10) AL CALCULAR " $x_{1i}$ ") Y MODIFICANDO LA FORMULA PARA " $T_2$ " EN EL PASO 7 POR:

$$T_2 = \frac{K_2 (1 + \lambda v^Q) - K_1 W_{12}}{A^j [(1 + \lambda v^Q)^2 - W_{12}^2] \sqrt{z_{22}}} \quad \dots (R.18)$$

(NOTA: EL " $z_{22}$ " QUE APARECE EN ESTA ULTIMA FORMULA SE REFIERE AL QUE SE CALCULA DENTRO DEL ALGORITMO # 3 Y NO AL QUE SE DIO LINEAS ARRIBA).

II.D) .- MODELO DE VON VERTAJANFFY

II.D-1) .- PRESENTACION DEL MODELO .- CONSIDEREMOS

LA SIGUIENTE FUNCION:

$$F(t) = \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right]^{\frac{1}{1-M}} \quad \dots (2.13)$$

DONDE "B" "D" Y "M" SON PARAMETROS DESCONOCIDOS Y "K" ES UNA -  
CONSTANTE CONOCIDA.

LA FAMILIA DE CURVAS REPRESENTADA POR ESTE MODELO, ES INTERESAN -  
TE PARA NUESTRO ESTUDIO PORQUE INCLUYE A TODOS LOS MODELOS CON -  
SIDERADOS ANTERIORMENTE Y OTROS MAS: POR EJEMPLO ESTOS DOS CA--  
SOS:

- A) .- SI  $M = 0$  Y RELAVORANDO  $D = KA$ , OBTENEMOS LA -  
FUNCION MONOMOLECULAR DADA POR (2.9).
- B) .- CUANDO  $M = 2$  Y  $D = (I / K) \text{Exp}(A)$ , OBTENEMOS  
LA CURVA LOGISTICA DADA POR (2.2).

TAMBIEN SE PODRIA OBSERVAR GRAFICAMENTE QUE CUANDO  $M + 1$ , LA -  
FUNCION TIENDE UNIFORMEMENTE EN SU FORMA, A UNA FUNCION GOMPERTZ  
Y VARIANDO LOS PARAMETROS PODEMOS OBTENER MUCHAS OTRAS FORMAS -  
(NO SOLO DE CRECIMIENTO).

OBSERVAMOS EN (2.13) QUE CUANDO  $t$  CRECE, LA FUNCION TIENDE NUE -  
VAMENTE A "K" Y QUE EN  $t = 0$  TOMA EL VALOR:

$$\left[ K^{1-M} - D \right] \frac{1}{1-M}$$

POR LO QUE EL PARAMETRO "M" VA A ESTAR NECESARIAMENTE LIGADO AL TAMAÑO INICIAL.

TRATEMOS DE ANALIZAR UNO A UNO LOS PARAMETROS: LO PRIMERO QUE OBSERVAMOS ES QUE "B" NOS REPRESENTA NUEVAMENTE EL FACTOR PONDEDOR DE ESCALA, POR LO QUE PODRIAMOS CONSIDERAR INICIALMENTE  $B = 1$  SALVO EN EL CASO DE QUE TUVIERAMOS ALGUN CONOCIMIENTO PRIOR DE ACUERDO A EXPERIMENTOS ANTERIORES, ES DECIR, SI EN ALGUNA OCASION, AL ESTUDIAR EL MISMO FENOMENO Y AJUSTAR ESTE MODELO RESULTO SER "B<sub>o</sub>" EL ESTIMADOR, NOSOTROS ACTUARIAMOS DE LA SIGUIENTE MANERA; SI NUESTRAS MEDICIONES CONSIDERAN UNIDADES DE TIEMPO MAYORES A LAS TOMADAS EN EL EXPERIMENTO ANTERIOR, DISMINUIAMOS "B<sub>o</sub>" APROXIMADAMENTE EN LA MISMA PROPORCION EN QUE AUMENTO NUESTRA ESCALA; PROCEDEMOS EN FORMA EQUIVALENTE (AUMENTANDO), EN EL CASO CONTRARIO.

FIJADO "B", VEAMOS LOS PARAMETROS "M" Y "D" SIMULTANEAMENTE; SUPONGAMOS QUE LA CONSTANTE "K" NOS REPRESENTA EL CRECIMIENTO QUE SE PUEDE ACUMULAR DE PRINCIPIO A FIN DEL PERIODO DE CRECIMIENTO ES DECIR, CONSIDERAMOS QUE EL CRECIMIENTO COMIENZA EN CERO Y TERMINA EN LA DIFERENCIA ENTRE EL TAMAÑO MAYOR Y EL MENOR, CON LO QUE SIMPLEMENTE TRASLADAMOS LAS MEDICIONES.

CON ESAS HIPOTESIS EL VALOR DE LA FUNCION EN EL ORIGEN ES:

$$F(0) = \left[ K^{1-M} - D \right] \frac{1}{1-M} = 0$$

$$K^{1-M} = D$$

POR LO QUE NOS BASTARIA FIJAR UNO DE ELLOS PARA QUE QUEDE PERFECTAMENTE DETERMINADO EL VALOR DEL OTRO.

PARA FIJAR LOS VALORES DE "D" Y "M" DEBEMOS CONSIDERAR TAMBIEN OTRA RELACION, QUE DEPENDE DE LA VELOCIDAD CON QUE SE INICIA EL CRECIMIENTO, PUES LA PRIMERA DERIVADA VALUADA EN EL ORIGEN DA - COMO RESULTADO LA SIGUIENTE EXPRESION:

$$F'(0) = \frac{BD}{1-M}$$

POR LO QUE A MAYOR VELOCIDAD INICIAL DE CRECIMIENTO QUE CREAMOS POSEE EL FENOMENO, MAYOR DEBE SER EL VALOR QUE ASIGNEMOS AL PARAMETRO "D", Y VICEVERSA.

## II.D-2) .- SOLUCION AL MODELO.

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL .- OBTENIENDO DE - (2.13) LAS DERIVADAS PARCIALES CON RESPECTO A LOS PARAMETROS - DESCONOCIDOS, ENCONTRAMOS:

$$G_1(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial B} F(t; \underline{T}) = t F \left[ (F / K)^{M-1} - 1 \right] / (1-M) \quad (R.19)$$

$$G_2 (t ; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial D} F (t ; \underline{T}) = - \left[ G_1 (t ; \underline{T}) \right] / Dt \dots (R.20)$$

$$G_3 (t ; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial M} F (t ; \underline{T}) = F \left[ \ln (F) - (F/K)^{M-1} \ln (K) \right] / (1-M) \dots (R. 21)$$

DONDE:

"F" REPRESENTA A  $F (t ; \underline{T})$

POR LO QUE LOS VALORES PARA " $x_{iK}$ " ESTARAN DADOS POR:

$$x_{1K} = G_1 (t_K ; \underline{T}^j)$$

$$x_{2K} = G_2 (t_K ; \underline{T}^j)$$

$$x_{3K} = G_3 (t_K ; \underline{T}^j)$$

AHORA, LA MATRIZ  $(X X')$  ESTA DADA POR:

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{12} & z_{22} & z_{23} \\ z_{13} & z_{23} & z_{33} \end{bmatrix}$$



DONDE:

$$z_{11} = \sum X_{1i}^2$$

$$z_{12} = \sum X_{1i} X_{2i}$$

$$z_{13} = \sum X_{1i} X_{3i}$$

$$z_{22} = \sum X_{2i}^2$$

$$z_{23} = \sum X_{2i} X_{3i}$$

$$z_{33} = \sum X_{3i}^2$$

Y:  $[X X']^{-1}$  POR:

$$\frac{1}{DET} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{12} & u_{22} & u_{23} \\ u_{13} & u_{23} & u_{33} \end{bmatrix}$$

DONDE:

$$DET = z_{11} z_{22} z_{33} + (z_{12} z_{13} z_{23})^2 - z_{11} z_{23}^2 - z_{22} z_{13}^2 - z_{33} z_{12}^2$$

$$U_{11} = z_{22} z_{33} - z_{23}^2$$

$$U_{12} = z_{12} z_{33} - z_{13} z_{23}$$

$$U_{13} = z_{12} z_{23} - z_{13} z_{22}$$

$$U_{22} = z_{11} z_{33} - z_{13}^2$$

$$U_{23} = z_{11} z_{23} - z_{12} z_{13}$$

$$U_{33} = z_{11} z_{22} - z_{12}^2$$

.....(R.22)

ENTONCES, LA MATRIZ  $[X X']^{-1} X = (V_{ij})_{3 \times N}$

DONDE:

$$V_{ij} = \frac{1}{\text{DET}} \sum_{K=1}^3 U_{iK} X_{Kj}$$

POR LO QUE NUESTRO VECTOR SOLUCION SERA:

$$(X X')^{-1} X (\underline{Y} - \underline{F}) = (\hat{B}, \hat{D}, \hat{M})'$$

DONDE:

$$\hat{B} = \sum (Y_i - F_i) V_{1i} = \frac{1}{\text{DET}} \sum (Y_i - F_i) \sum_{j=1}^3 U_{1j} X_{ji}$$

$$= \frac{1}{\text{DET}} \sum_{j=1}^3 U_{1j} \sum (Y_i - F_i) X_{ji}$$

$$\hat{D} = \frac{1}{\text{DET}} \sum_{j=1}^3 U_{2j} \sum_i (Y_i - F_i) X_{ji}$$

$$\hat{M} = \frac{1}{\text{DET}} \sum_{j=1}^3 U_{3j} \sum_i (Y_i - F_i) X_{ji}$$

EL ALGORITMO, USANDO LO ANTERIOR, QUEDARIA DE LA SIGUIENTE MANERA:

ALGORITMO # 4

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:
 
$$F(t; \underline{T}) = \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right]^{\frac{1}{1-M}}$$
- EL GRADO DE APROXIMACION: R
- EL VALOR INICIAL DE  $\underline{T}$ ;  $\underline{T}^0 = (B^0, D^0, M^0)$
- HACEMOS:
- J = 0

PASO 2 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

PASO 3 .- HACEMOS:

$$F_i = F(t_i; \underline{T}^j)$$

$$X_{1i} = t_i F_i \left[ (F_i / K)^{(M^j-1)} - 1 \right] / (1 - M^j)$$

$$X_{2i} = - X_{1i} / D^j t_i$$

$$X_{3i} = F_i \left[ \text{Ln} (F_i) - (F_i / K)^{(M^j-1)} \text{Ln} (K) \right] / (1 - M^j)$$

$$Q_1 = \sum (Y_i - F_i) X_{1i} \quad \dots\dots(2.14)$$

$$Q_2 = \sum (Y_i - F_i) X_{2i} \quad \dots\dots(2.15)$$

$$Q_3 = \sum (Y_i - F_i) X_{3i} \quad \dots\dots(2.16)$$

$$Z_{11} = \sum X_{1i}^2$$

$$Z_{12} = \sum X_{1i} X_{2i}$$

$$Z_{13} = \sum X_{1i} X_{3i}$$

$$Z_{22} = \sum X_{2i}^2$$

$$Z_{23} = \sum X_{2i} X_{3i}$$

$$Z_{33} = \sum X_{3i}^2$$

$$\text{DET} = Z_{11} Z_{22} Z_{33} + (Z_{12} Z_{13} Z_{23})^2 - Z_{11} Z_{23}^2 - Z_{22} Z_{13}^2 - Z_{33} Z_{12}^2$$

$$U_{11} = z_{22} z_{33} - z_{23}^2$$

$$U_{12} = z_{12} z_{33} - z_{13} z_{23}$$

$$U_{13} = z_{12} z_{23} - z_{13} z_{22}$$

$$U_{22} = z_{11} z_{33} - z_{13}^2$$

$$U_{23} = z_{11} z_{23} - z_{12} z_{13}$$

$$U_{33} = z_{11} z_{22} - z_{12}^2$$

$$\hat{B} = \left[ Q_1 U_{11} + Q_2 U_{12} + Q_3 U_{13} \right] / \text{DET}$$

$$\hat{D} = \left[ Q_1 U_{12} + Q_2 U_{22} + Q_3 U_{23} \right] / \text{DET}$$

$$\hat{M} = \left[ Q_1 U_{13} + Q_2 U_{23} + Q_3 U_{33} \right] / \text{DET}$$

$$B^{j+1} = B^j + \hat{B} \quad D^{j+1} = D^j + \hat{D} \quad M^{j+1} = M^j + \hat{M}$$

$$\underline{T}^{j+1} = (B^{j+1}, D^{j+1}, M^{j+1})'$$

PASO 4 .- CALCULAMOS:

$$s(\underline{T}^{j+1})$$

- SI

$$s(\underline{T}^{j+1}) \geq s(\underline{T}^j)$$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + 2 \hat{\underline{T}}$$

- SI  $S(\underline{T}^{j+1}) < S(\underline{T}^j)$

HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \frac{1}{2} \hat{\underline{T}}$$

PASO 5 .- CALCULAMOS:

$$C_1 = \left| \frac{B^{j+1} - B^j}{B^j} \right| \quad C_2 = \left| \frac{D^{j+1} - D^j}{D^j} \right|$$

$$C_3 = \left| \frac{M^{j+1} - M^j}{M^j} \right|$$

- SI

$$C_1 > R, \text{ O } C_2 > R, \text{ O } C_3 > R$$

HACEMOS  $J = J + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 3

- SI

$$C_1 \leq R \text{ Y } C_2 \leq R \text{ Y } C_3 \leq R$$

$\underline{T}^{j+1}$  ES EL ESTIMADOR BUSCADO

II).- METODO DEL GRADIENTE .- EN ESTE CASO LAS COORDENADAS -  
DE:

$$- \lambda \left[ \text{Grad } S(\underline{T}) \right]_{T^0} = 2 \lambda \times (\underline{Y} - \underline{F})$$

ESTAN DADAS PRECISAMENTE POR:

$$2 \lambda (Q_1, Q_2, Q_3)'$$

DONDE "Q<sub>1</sub>", "Q<sub>2</sub>", "Q<sub>3</sub>" SON COMO EN (2.14), (2.15) Y (2.16) RES-  
PECTIVAMENTE, POR LO QUE LOS PASOS A SEGUIR PARA ESTE METODO DE  
ESTIMACION, SON:

#### ALGORITMO # 5

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:

$$F(t; \underline{T}) = \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-B t) \right]^{\frac{1}{1-M}}$$

- LA APROXIMACION: R

- LA RAPIDEZ DE CONVERGENCIA:  $\lambda$

- EL VALOR INICIAL DE  $\underline{T}$  :  $\underline{T}^0 = (B^0, D^0, M^0)'$

- HACEMOS:

$$- J = 0$$

PASO 2 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

PASO 3 .- HACEMOS:

$$F_1 = F(t_1; \underline{T}^j)$$

$$X_{1i} = t_i F_i \left[ (F_i / K)^{M^j - 1} - 1 \right] / (1 - M^j)$$

$$X_{2i} = - X_{1i} / D^j t_i$$

$$X_{3i} = F_i \left[ \text{Ln} (F_i) - (F_i / K)^{M^j - 1} \text{Ln} (K) \right] / (1 - M^j)$$

$$Q_1 = \sum (Y_i - F_i) X_{1i}$$

$$Q_2 = \sum (Y_i - F_i) X_{2i}$$

$$Q_3 = \sum (Y_i - F_i) X_{3i}$$

$$\hat{B} = 2\lambda Q_1$$

$$\hat{D} = 2\lambda Q_2$$

$$\hat{M} = 2\lambda Q_3$$

$$\underline{V} = (\hat{B}, \hat{D}, \hat{M})'$$

$$L = 1$$

PASO 4 .- CALCULAMOS:

$$S (\underline{T}^j + \underline{V} / L)$$

PASO 5 .-

- SI

$$S (\underline{T}^j + \underline{V} / L) > S (\underline{T}^j)$$

HACEMOS  $L = L + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 4

- SI

$$S (\underline{T}^j + \underline{V} / L) \leq S (\underline{T}^j)$$



HACEMOS:

$$\underline{T}^{j+1} = \underline{T}^j + \underline{V} / L$$

Y SEGUIMOS EL PROCESO

PASO 6 .- CALCULAMOS:

$$C = \frac{S(\underline{T}^j) - S(\underline{T}^{j+1})}{S(\underline{T}^j)}$$

- SI  $C > R$

HACEMOS  $J = J + 1$  Y VOLVEMOS AL PASO 3

- SI  $C \leq R$

$\underline{T}^{j+1}$  ES EL VECTOR BUSCADO.

III .- METODO DEL COMPROMISO .- EN ESTE METODO DEBEMOS CONSIDERAR ADEMAS DE LOS " $x_{ij}$ " 'S" Y LOS " $z_{ij}$ " 'S", A:

$$W_{11} = W_{22} = W_{33} = 1$$

$$W_{12} = z_{12} / \sqrt{z_{11} z_{22}} = W_{21}$$

$$W_{13} = z_{13} / \sqrt{z_{11} z_{33}} = W_{31}$$

$$W_{23} = z_{23} / \sqrt{z_{22} z_{33}} = W_{32}$$

$$K_1 = Q_1 / \sqrt{z_{11}} \quad K_2 = Q_2 / \sqrt{z_{22}} \quad K_3 = Q_3 / \sqrt{z_{33}}$$

$$C = (W_{iK})_{3 \times 3} \quad N = [C + \lambda V^Q I]^{-1} = (S_{ij})_{3 \times 3}$$

DONDE:

$$DET = DET (N^{-1}) = (1 + \lambda V^Q)^3 + (W_{12} W_{13} W_{23})^2 - (1 + \lambda V^Q) (W_{13}^2 + W_{12}^2 + W_{23}^2)$$

$$S_{11} = \frac{1}{DET} ( (1 + \lambda V^Q)^2 - W_{23}^2 )$$

$$S_{12} = \frac{1}{DET} ( W_{12} (1 + \lambda V^Q) - W_{13} W_{23} ) = S_{21}$$

$$S_{13} = \frac{1}{DET} ( W_{12} W_{23} - W_{13} (1 + \lambda V^Q) ) = S_{31}$$

$$S_{22} = \frac{1}{DET} ( (1 + \lambda V^Q)^2 - W_{13}^2 )$$

$$S_{23} = \frac{1}{DET} ( W_{23} (1 + \lambda V^Q) - W_{12} W_{13} ) = S_{32}$$

$$S_{33} = \frac{1}{DET} ( (1 + \lambda V^Q)^2 - W_{12}^2 )$$

$$\hat{B} = (K_1 S_{11} + K_2 S_{12} + K_3 S_{13}) / \sqrt{Z_{11}}$$

$$\hat{D} = (K_1 S_{12} + K_2 S_{22} + K_3 S_{23}) / \sqrt{Z_{22}}$$

$$\hat{M} = (K_1 S_{13} + K_2 S_{23} + K_3 S_{33}) / \sqrt{Z_{33}}$$

RESUMIENDO EL ALGORITMO QUEDA:

#### ALGORITMO # 6

PASO 1 .- FIJAMOS:

- EL MODELO:

$$F(t; \underline{T}) = \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-B t) \right]^{\frac{1}{1-M}}$$

- EL GRADO DE APROXIMACION: R

- EL VECTOR INICIAL:  $\underline{T}^0$

- LA RAPIDEZ DE CONVERGENCIA:  $\lambda$

-  $V > 1$  :

- HACEMOS:

$$J = 0$$

PASO 2 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^0)$$

PASO 3 .- HACEMOS:

$$F_1 = F(t_1; \underline{T}^J)$$

$$X_{1i} = t_i F_i \left[ (F_i / K)^{M^j - 1} - 1 \right] / (1 - M^j)$$

$$X_{2i} = - X_{1i} / D^j t_i$$

$$X_{3i} = F_i \left[ \ln (F_i) - (F_i / K)^{M^j - 1} \ln (K) \right] / (1 - M^j)$$

$$Q_1 = \sum (Y_i - F_i) X_{1i} \quad Q_2 = \sum (Y_i - F_i) X_{2i} \quad Q_3 = \sum (Y_i - F_i) X_{3i}$$

$$Z_{11} = \sum X_{1i}^2$$

$$Z_{22} = \sum X_{2i}^2$$

$$Z_{12} = \sum X_{1i} X_{2i}$$

$$Z_{23} = \sum X_{2i} X_{3i}$$

$$Z_{13} = \sum X_{1i} X_{3i}$$

$$Z_{33} = \sum X_{3i}^2$$

$$W_{12} = \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{11} Z_{22}}}$$

$$W_{13} = \frac{Z_{13}}{\sqrt{Z_{11} Z_{33}}}$$

$$W_{23} = \frac{Z_{23}}{\sqrt{Z_{22} Z_{33}}}$$

$$K_1 = Q_1 / \sqrt{Z_{11}}$$

$$K_2 = Q_2 / \sqrt{Z_{22}}$$

$$K_3 = Q_3 / \sqrt{Z_{33}}$$

ASO 4 .- AQUI INTRODUCIMOS EL PARAMETRO:  $L = -1$

ASO 5 .- CALCULAMOS:

$$DET = (1 + \lambda V^L)^3 + (W_{12} W_{13} W_{23})^2 - (1 + \lambda V^L) (W_{12}^2 + W_{13}^2 + W_{23}^2)$$

$$S_{11} = \left[ (1 + \lambda V^L)^2 - W_{23}^2 \right] / DET$$

$$S_{12} = \left[ W_{12} (1 + \lambda V^L) - W_{13} W_{23} \right] / \text{DET}$$

$$S_{13} = \left[ W_{12} W_{23} - W_{13} (1 + \lambda V^L) \right] / \text{DET}$$

$$S_{22} = \left[ (1 + \lambda V^L)^2 - W_{13}^2 \right] / \text{DET}$$

$$S_{23} = \left[ W_{23} (1 + \lambda V^L) - W_{12} W_{13} \right] / \text{DET}$$

$$S_{33} = \left[ (1 + \lambda V^L)^2 - W_{12}^2 \right] / \text{DET}$$

$$\hat{B} = (K_1 S_{11} + K_2 S_{12} + K_3 S_{13}) / \sqrt{Z_{11}}$$

$$\hat{D} = (K_1 S_{12} + K_2 S_{22} + K_3 S_{23}) / \sqrt{Z_{22}}$$

$$\hat{M} = (K_1 S_{13} + K_2 S_{23} + K_3 S_{33}) / \sqrt{Z_{33}}$$

$$B^{j+1} = B^j + \hat{B} \quad D^{j+1} = D^j + \hat{D} \quad M^{j+1} = M^j + \hat{M}$$

$$\underline{T}^{j+1} = (B^{j+1}, D^{j+1}, M^{j+1})'$$

PASO 6 .- CALCULAMOS:

$$S(\underline{T}^{j+1})$$

- SI  $S(\underline{T}^{j+1}) > S(\underline{T}^j)$  HACEMOS  $L = L + 1$

Y VOLVEMOS AL PASO 5

- SI  $S(\underline{T}^{j+1}) \leq S(\underline{T}^j)$

SEGUIMOS EL PROCESO

PASO 7 .- CALCULAMOS:

$$C_1 = \left| \frac{B^{j+1} - B^j}{B^j} \right| \quad C_2 = \left| \frac{D^{j+1} - D^j}{D^j} \right| \quad C_3 = \left| \frac{M^{j+1} - M^j}{M^j} \right|$$

- SI  $C_1 > R$ , O  $C_2 > R$ , O  $C_3 > R$

HACEMOS:  $\lambda = \lambda V^j$ ,  $J = J+1$  Y VOLVEMOS AL PASO 3

- SI  $C_1 \leq R$ , Y  $C_2 \leq R$ , Y  $C_3 \leq R$

T<sup>j+1</sup> ES EL VECTOR BUSCADO

# CAPITULO III

## EJERCICIO DE APLICACION

"LOS MATEMATICOS TAMBIEN HACEN  
CONSTANTE USO DE MODELOS Y EJEM--  
PLOS BIEN CONCRETOS; ESTOS CONSTI-  
TUYEN LA FUENTE REAL DE LA TEORIA  
Y UN MEDIO DE DESCUBRIR TEOREMAS."

A. D. ALEKSANDROV

III.A) .- PROGRAMA DE CALCULO.- EL OBJETIVO GLOBAL DEL PRO-  
GRAMA QUE PRESENTARE ES AJUSTAR A CUALQUIER SERIE DE DATOS OBTEN-  
IDOS EN EL TIEMPO DE ALGUN FENOMENO DE CRECIMIENTO, ALGUNO DE  
LOS CUATRO TIPOS DE CURVAS QUE SE ESTUDIARON EN EL CAPITULO II,  
REALIZANDO ESTE AJUSTE MEDIANTE ESTIMACION DE SUS PARAMETROS A  
TRAVES DE ALGUNO O ALGUNOS DE LOS METODOS ITERATIVOS QUE SE --  
PLANTEARON EN EL CAPITULO I.

HE INCLUIDO UNA MODIFICACION EN EL PROCESO DE CALCULO PARA EL -  
METODO DEL GRADIENTE; CON OBJETO DE AGILIZAR LA CONVERGENCIA Y  
CON LA CERTEZA QUE PROPORCIONA EL LEMA 1 EN EL PASO 5 DE SU AL-  
GORITMO (CAP. 1), EN LUGAR DE CALCULAR LO QUE PIDE, CALCULAMOS:

$$S (\underline{T}^j + \underline{B} / 2^k)$$

ASIMISMO EN EL MODELO DE VON-VERTALENFFY, CON EL FIN DE EVITAR  
DIVISIONES ENTRE CERO EN ALGUNO DE SUS PASOS, CUANDO EL PARAME-  
TRO  $M(J+1)$  ESTE DEMASIADO CERCA DE CERO O DE UNO, HAGO:

$$M (J + 1) = M (J)$$

ANALIZANDO EL PROGRAMA MAS DETALLADAMENTE (VER APENDICE A.3) -  
PODEMOS SEGUIR LA SIGUIENTE SECUENCIA:

- EL PRIMER DATO QUE LE PROPORCIONAMOS ES EL NUMERO DE OBSERVACIONES QUE TENEMOS, PARA DESPUES DAR, POR PAREJAS, EL TIEMPO Y EL TAMANO ASOCIADOS A CADA OBSERVACION.
- DEBIDO A QUE EN ALGUNOS CALCULOS SE REQUIERE DIVIDIR ENTRE EL TIEMPO, SI LLEGASEMOS A PROPORCIONAR ALGUN TIEMPO  $T = 0$ , EL PROGRAMA NOS DA OPCION DE: CORREGIR ESA OBSERVACION; DAR TODOS NUESTROS DATOS DE NUEVO; TERMINAR; O TRASLADAR LOS TIEMPOS CORRESPONDIENTES A TODAS LAS OBSERVACIONES YA DADAS Y EN ADELANTE DAR LOS DATOS YA TRASLADADOS. (EL VALOR DE ESA TRASLACION TAMBIEN DEBEMOS PROPORCIONARLA LLEGADO EL CASO).
- DADOS LOS DATOS, ELEGIMOS PRIMERO EL MODELO Y DESPUES EL METODO DE ESTIMACION, Y DEPENDIENDO DE ESTOS, NOS PIDE LOS VALORES DE LOS PARAMETROS Y DEMAS VALORES INICIALES, INDICANDONOS EN CADA CASO LOS POSIBLES VALORES QUE PUEDEN TOMAR, (Y VOLVIENDO A PEDIRLOS EN CASO DE QUE LOS PROPORCIONADOS NO ESTEN DENTRO DE ESE RANGO).
- AL ESCOGER EL MODELO O METODO Y DARNOS CUENTA DE QUE OMITIMOS, AGREGAMOS O NOS EQUIVOCAMOS EN ALGUN DATO, PODEMOS CORREGIRLO SIMPLEMENTE DICIENDO QUE AUN NO ESCOGEMOS MODELO (O METODO EN SU CASO) CON LO QUE VAMOS AUTOMATICAMENTE A UNA RUTINA -



DONDE PODEMOS HACER TODAS LAS MODIFICACIONES QUE QUERAMOS, PARA QUE YA HECHAS, VOLVAMOS A ELEGIR MODELO Y METODO.

- DADO EL GRADO DE APROXIMACION DESEADA "R", EL PROGRAMA INICIA SUS CALCULOS, ENTRE LOS QUE SE ENCUENTRA, ADEMAS DE LOS NECESARIOS PARA EL METODO ELEGIDO, EL QUE CADA VEZ QUE LAS OPERACIONES INVOLUCREN DIVISIONES ENTRE CERO O DETERMINANTES NULOS, SE REDUCE LA ESCALA DE TIEMPO EN UN DECIMO, INFORMANDONOS AL FINAL EN LA IMPRESION, EN QUE ITERACIONES FUE NECESARIO ESA OPERACION.

- DESPUES DE HABER HECHO ESTA ULTIMA MODIFICACION A LA ESCALA EN CINCO OCASIONES, (O LO QUE ES LO MISMO; DE HABER DIVIDIDO NUESTROS TIEMPOS POR UN DIEZMILESIMO) NOS ENVIA UN MENSAJE DONDE TENEMOS LA OPCION DE: TERMINAR; DAR NUEVOS PARAMETROS INICIALES O DAR DEFINITIVAMENTE OTROS DATOS.

- EN EL CASO DE QUE EN 999 ITERACIONES EL METODO AUN NO CONVERGA, EL PROGRAMA DA LA OPCION: DE QUE SIGAMOS INTENTANDO; DE QUE ELIJAMOS NUEVOS PARAMETROS O DATOS; MODIFIQUEMOS ESTOS O DEFINITIVAMENTE TERMINAR, DEJANDO A NUESTRA ELECCION SI DESEAMOS LA IMPRESION DE ESAS 999 ITERACIONES; ADEMAS, ESTO ULTIMO SE REPITE CADA 999 ITERACIONES.

ANALOGAMENTE, EN EL CASO EN QUE SE DE LA CONVERGENCIA, EN LA IMPRESION FINAL DECIDIMOS, DE ACUERDO AL NUMERO DE ITERACIONES QUE SE NECESITARON, SI SE IMPRIMEN LOS DATOS OBTENIDOS EN CADA UNA, INCLUYENDO EN ESTOS; EL NUMERO DE ITERACION, LOS CAMBIOS RELATI

VOS EN LAS ESTIMACIONES DE UN PASO A OTRO, EL VALOR DE LOS ESTI-  
MADORES Y LA SUMA DE CUADRADOS.

CUANDO DECIDAMOS NO IMPRIMIR TODAS LAS ITERACIONES, SOLO NOS IM  
PRIME LOS VALORES INICIALES Y FINALES DE LOS PARAMETROS, POSTE-  
RIORMENTE UNA TABLA DE VALORES OBSERVADOS, ESTIMADOS Y SU DIFE-  
RENCIA EN VALOR ABSOLUTO, Y FINALMENTE, BAJO LA TABLA, SE PRE--  
SENTA EL ESTADISTICO JI-CUADRADO CON LOS GRADOS DE LIBERTAD -  
QUE SE PRESUPONEN, CON OBJETO DE ENCONTRAR LA SIGNIFICANCIA DEL  
AJUSTE.

REALIZADO LAS IMPRESIONES ANTERIORES, TENEMOS LA OPCION DE OBTE  
NER UNA TABLA DE VALORES ESTIMADOS PARA TIEMPOS CUALESQUIERA; -  
CON LO CUAL SU LABOR NO ACABA, SINO QUE QUEDA A NUESTRO JUICIO  
SI AJUSTAMOS OTROS DATOS, OTRO MODELO CON ESTOS MISMOS DATOS U  
OTRO METODO EN ESTE MISMO MODELO.

SOLO FALTARIA AGREGAR QUE EL PROGRAMA IDENTIFICA ERRORES DE IN-  
FORMACION TALES COMO; DAR ASINTOTA SUPERIOR MENOR A ALGUN DATO  
(O ASINTOTA INFERIOR MAYOR A ALGUNO), DAR UN NUMERO DE DATOS A  
BORRAR MAYOR QUE EL NUMERO DE OBSERVACIONES QUE SE TIENEN, IN--  
TENTAR MODIFICAR ALGUNA OBSERVACION QUE NO SE POSEE, ETC.

PRESENTO A CONTINUACION UNA DESCRIPCION DE ALGUNAS DE LAS ETI--  
QUETAS MAS IMPORTANTES Y SU FUNCION DENTRO DEL PROGRAMA:

PRINCIPIO : ES DONDE SE INICIA LA ENTRADA DE DATOS, Y ES AQUI -

DONDE REGRESAMOS CADA VEZ QUE DECIDIMOS DAR NUEVAS  
OBSERVACIONES.

ELECCION : ELEGIMOS MODELO Y METODO.

VONVER : REALIZA TODOS LOS CALCULOS CORRESPONDIENTES AL MODE-  
LO DE VON-VERTALANFFY.

INTERMEDIO : AQUI ES DONDE DECIDIMOS AGREGAR, BORRAR O MODIFI--  
CAR DATOS.

MASDATOS : CUANDO DECIDIMOS AGREGAR INFORMACION.

MENOSDATOS : BORRAMOS INFORMACION.

MODIFICA : MODIFICAMOS DATOS.

YANO : REINICIALIZA LAS VARIABLES QUE INTERVIENEN EN LOS -  
CALCULOS, CADA 999 ITERACIONES.

PROBLEMA : REALIZA LOS CAMBIOS EN LA ESCALA DE TIEMPO, CUANDO -  
HAY PROBLEMAS EN LOS CALCULOS.

RUTINA : IMPRIME LOS RESULTADOS Y LAS ESTIMACIONES.

GRUPOS DE ETIQUETAS.

ATRAS # : NOS PIDE DATOS COMO PARAMETROS INICIALES, ASINTOTAS,

APROXIMACION DESEADA, ETC., POR LO QUE CADA VEZ QUE -  
 ESOS DATOS NO ESTEN DENTRO DEL RANGO POSIBLE DE VALO-  
 RES A TOMAR, VOLVEMOS A ESTAS ETIQUETAS.

SIGUE ## : CUANDO EN LOS CALCULOS, DEPENDIENDO DEL MODELO, SEA -  
 NECESARIO "BRINCAR" UNA SERIE DE INSTRUCCIONES QUE PA-  
 RA ESE MODELO NO ES NECESARIO EJECUTAR.

ADELAN## : ESTAS ETIQUETAS SON MUY IMPORTANTES Y ESTAN DESTINA--  
 DAS A NO CAER DENTRO DE ALGUN "OVERFLOW" EN LOS CALCULO  
 LOS DANDO VALORES A LAS VARIABLES SIN NECESIDAD DE -  
 CALCULARLAS CUANDO EN ESOS CALCULOS SE HUBIESE TENIDO  
 QUE REALIZAR POR EJEMPLO, UNA EXPONENCIAL MUY GRANDE  
 O MUY PEQUEÑA (EN ESE CASO EN PARTICULAR EL VALOR - -  
 ASIGNADO CORRESPONDE A ALGUNA DE LAS ASINTOTAS DEL MO-  
 DELO).

GRADIEN# : SE REALIZAN LOS CALCULOS POR EL METODO DEL GRADIENTE.

MARQUAR# : CALCULOS POR EL METODO DEL COMPROMISO.

MENSAJ## : INDICAN PROBLEMAS DEL TIPO DE: ALGUN DATO FUERA DE -  
 SUS ASINTOTAS, TIEMPOS NULOS, PROBLEMAS DE CONVERGEN-  
 CIA DE UN PASO A OTRO, E INDICANDONOS POR REGLA GENE-  
 RAL COMO RESOLVER ESOS PROBLEMAS.

VUELVE## : ESTAN RELACIONADAS A LAS ANTERIORES, PUES CORREGIDO -  
ALGUN PROBLEMA, VOLVEMOS AL PASO EN QUE NOS QUEDAMOS  
POR MEDIO DE ESTAS ETIQUETAS.

NCONVER# : CUANDO HAY PROBLEMAS EN LA CONVERGENCIA Y SE NOS PIDE  
DECIDIR SI CONTINUAMOS O NO.

TITULO# : IMPRESION DE TITULOS DE CUADROS, ETC.

ULTIMO# : IMPRESION DE LOS DATOS FINALES, CUANDO DECIDIMOS NO -  
IMPRIMIR LOS RESULTADOS DE TODAS LAS ITERACIONES.

III.B) .- NATURALEZA DEL PROBLEMA .- LA INFORMACION QUE SE PROCESARA, CORRESPONDE AL PESO EN GRAMOS DE NIÑOS VARONES MEXICANOS DE 1, 5, 10 Y 22 MESES DE EDAD, TOMADA DE "ESTUDIO ESTADISTICO DEL DESARROLLO INFANTIL EN MEXICO" DE JOSE L. DOMINGUEZ T. AL QUE A SU VEZ FUE PROPORCIONADA POR EL DR. RAFAEL RAMOS GALVAN, - PRESIDENTE DE LA ACADEMIA MEXICANA DE PEDIATRIA (1974) QUIEN LA OBTUVO DE UN SEGUIMIENTO LONGITUDINAL DE NIÑOS MEXICANOS REALIZADO DURANTE 20 AÑOS.

EL TOTAL DE LA MUESTRA ES DE 963 NIÑOS, DIVIDIDOS EN 291 DE UN MES, 284 DE CINCO, 215 DE DIEZ Y 173 DE VEINTIDOS MESES.

EN CADA MEDICION, LOS NIÑOS FUERON AGRUPADOS SEGUN SU PESO EN INTERVALOS, POR LO QUE NO SE POSEE LA MEDICION EXACTA PARA CADA CASO.

EN LAS SIGUIENTES CUATRO TABLAS, SE PRESENTA LA INFORMACION QUE SE POSEE

T A B L A   # 1  
P E S O   E N   G R A M O S   P A R A   U N   M E S   D E   E D A D

*****					
* DE	* A	* #	* PUNTO MEDIO	*	
*****					
* 2070	* 2258	* 1	* 2164	*	
* 2058	* 2447	* 0	* 2352.5	*	
* 2447	* 2635	* 0	* 2541	*	
* 2635	* 2824	* 0	* 2729.5	*	
* 2824	* 3012	* 1	* 2918	*	
* 3012	* 3201	* 2	* 3106.5	*	
* 3201	* 3389	* 5	* 3295	*	
* 3389	* 3578	* 16	* 3483.5	*	
* 3578	* 3766	* 28	* 3572	*	
* 3766	* 3955	* 31	* 3860.5	*	
* 3955	* 4143	* 47	* 4049	*	
* 4143	* 4332	* 51	* 4237.5	*	
* 4332	* 4520	* 32	* 4426	*	
* 4520	* 4709	* 23	* 4614.5	*	
* 4709	* 4897	* 24	* 4803	*	
* 4897	* 5086	* 12	* 4991.5	*	
* 5086	* 5274	* 10	* 5180	*	
* 5274	* 5463	* 4	* 5368.5	*	
* 5463	* 5651	* 2	* 5557	*	
* 5651	* 5840	* 2	* 5745.5	*	
*****					

## T A B L A # 2

## PESO EN GRAMOS PARA 5 MESES DE EDAD

DE	A	#	PUNTO MEDIO
4450	4684.25	1	4567.125
4684.25	4918.5	0	4801.375
4918.5	5152.75	0	5035.625
5152.75	5387	1	5269.875
5387	5621.25	0	5504.125
5621.25	5855.5	3	5738.375
5855.5	6089.75	5	5972.625
6089.75	6324	10	6206.875
6324	6558.25	23	6441.125
6558.25	6792.5	32	6675.375
6792.5	7026.75	47	6909.625
7026.75	7261	29	7143.875
7261	7495.25	36	7378.125
7495.25	7729.5	33	7612.375
7729.5	7963.75	18	7846.625
7963.75	8198	23	8080.875
8198	8432.25	16	8315.125
8432.25	8666.5	4	8549.375
8666.5	8900.75	2	8783.625
8900.75	9135	1	9017.875



T A B L A   # 3  
PESO EN GRAMOS PARA 10 MESES DE EDAD

DE	A	#	PUNTO MEDIO
7250	7468	1	7399
7468	7486	1	7577
7686	7604	2	7795
7904	8122	4	8013
8122	8340	12	8231
8340	8558	14	8449
8558	8776	15	8667
8776	8994	16	8885
8994	9212	29	9103
9212	9430	21	9321
9430	9648	21	9539
9648	9866	23	9757
9866	10084	12	9975
10084	10302	11	10193
10302	10520	10	10411
10520	10738	12	10629
10738	10956	1	10847
10956	11174	5	11065
11174	11392	2	11283
11392	11610	3	11501

III.C) .- RESULTADOS .- DESEARIAMOS AHORA AJUSTAR ALGUNA -  
CURVA, DE LAS ESTUDIADAS EN EL CAPITULO II, BUSCANDO REPRESENTAR  
LO MEJOR POSIBLE LA TRAYECTORIA MUESTRAL ASI COMO LOS CAMBIOS SE  
GUIDOS POR ESTA EN EL TIEMPO.

INTENTARE AJUSTAR TODOS LOS MODELOS POR MEDIO DE TODOS LOS METO-  
DOS ESTUDIADOS, HACIENDO CON ESTO UN TOTAL DE 12 AJUSTES, NUMERO  
QUE SE VERA REDUCIDO DEBIDO A AQUELLOS CASOS EN QUE EL METODO -  
SEA INEFECTIVO (NO CONVERGE).

PARA CADA AJUSTE, SE INTENTARA OBTENER UNA TABLA DE VALORES ESTI  
MADOS PARA EDADES DE 6 A 25 MESES.

PARA EFECTO DE AJUSTAR, SE CONSIDERO; COMO VALOR OBSERVADO EL -  
PUNTO MEDIO DE LA CATEGORIA DONDE SE ENCUENTRA LA MEDICION; COMO  
ASINTOTA INFERIOR 2000 GRAMOS (2070 ES LA MENOR OBSERVACION POSI  
BLE EN LA MUESTRA) Y COMO ASINTOTA SUPERIOR A 16000 GRAMOS, ACL  
RANDO CON RESPECTO A ESTA ULTIMA QUE PODRIA VARIARSE DEPENDIENDO  
DE LA LONGITUD DE LA EXTRAPOLACION QUE SE BUSQUE.

EN EL PRIMER CASO DONDE SEA POSIBLE, SE PRESENTARAN LOS RESULTA  
DOS DE TODAS LAS ITERACIONES ASI COMO LA TABLA DE VALORES OBSER  
VADOS Y ESTIMADOS; EN LOS DEMAS CASOS, SOLO SE PRESENTARAN LOS -  
RESULTADOS INICIALES Y FINALES, CON UNA TABLA DE ESTIMACIONES.

ANTES DE PRESENTAR LOS RESULTADOS EN CADA AJUSTE, SE PRESENTA -

## T A B L A # 4

## PESO EN GRANOS PARA 22 MESES DE EDAD

*****				
*	*	*	*	*
DE	A	#	PUNTO	
*	*	*	MEDIO	*
*****				
* 10240	* 10482	* 4	* 10361	*
* 10482	* 10724	* 3	* 10603	*
* 10724	* 10966	* 2	* 10845	*
* 10966	* 11208	* 6	* 11087	*
* 11208	* 11450	* 10	* 11329	*
* 11450	* 11692	* 20	* 11571	*
* 11692	* 11934	* 19	* 11813	*
* 11934	* 12176	* 26	* 12055	*
* 12176	* 12418	* 16	* 12297	*
* 12418	* 12660	* 9	* 12539	*
* 12660	* 12902	* 14	* 12781	*
* 12902	* 13144	* 6	* 13023	*
* 13144	* 13386	* 14	* 13265	*
* 13386	* 13628	* 4	* 13507	*
* 13628	* 13870	* 6	* 13749	*
* 13870	* 14112	* 9	* 13991	*
* 14112	* 14354	* 3	* 14233	*
* 14354	* 14596	* 0	* 14475	*
* 14596	* 14838	* 0	* 14717	*
* 14838	* 15080	* 2	* 14959	*
*****				

UNA SECUENCIA PARA CADA CASO, DE LA FORMA EN QUE SE LE PROPORCIONAN AL PROGRAMA LAS INSTRUCCIONES PARA QUE REALICE LOS AJUSTES.

**AJUSTE # 1****MODELO : LOGISTICO****METODO : APROXIMACION LINEAL**

PRKSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

139:15 AM JUEVES JULIO 22, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\* 1 2 3 4 5 6 7 8 \*\*  
\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*\*  
\*\*\*\*\*

1\* TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:  
2\* 1.- LOGISTICA  
3\* 2.- GOMPERTZ  
4\* 3.- MONOMOLECULAR  
5\* 4.- VON-VERTALANFFY  
6\* 5.- NINGUNA DE ELLAS  
7\*  
8\* 1  
9\*  
0\*  
1\*  
2\*  
3\*  
4\*  
5\*  
6\*  
7\*  
8\*  
9\*  
0\*  
1\*  
2\*  
3\*  
4\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
\*\* 1 2 3 4 5 6 7 8 \*\*  
\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*\*  
\*\*\*\*\*

WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY.A. CAMPOS

9:12:34 PM VIFRNE5 JULIO 23, 1982

\*\*\*\*\*  
1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789 \*\*\*\*\*

- \* 1. METODO DE AJUSTE
- \* 2. 1.-LINEALIZACION
- \* 3. 2.-GRADIENTE
- \* 4. 3.-COMPROMISO
- \* 5. 4.-NINGUNO DE ELLOS
- \* 6. 1
- \* 7. GRADO DE APROXIMACION R??.001
- \* 8. ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)? 16000
- \* 9. ASINTOTA INFERIOR C?K? 2000
- \* 10. PARAMETRO INICIAL A ( DIFERENTE DE CERO )? .78
- \* 1. PARAMETRO INICIAL B ( DIFERENTE DE CERO )? .09
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

\*\*\*\*\*  
1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789 \*\*\*\*\*

WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:17:13 PM VIERNES JULIO 23, 1982

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

\* \*  
\* 1\* DEFINITIVAMENTE EL PROCESO NO CONVERGE  
\* 2\* 1.-DAS NUEVOS DATOS  
\* 3\* 2.-ESCOGES MODELO Y METODO  
\* 4\* 3.-DAS NUEVOS PARAMETROS INICIALES  
\* 5\* 4.-TERMINAS  
\* 6\* 2  
\* 7\*  
\* 8\*  
\* 9\*  
\* 10\*  
\* 1\*  
\* 2\*  
\* 3\*  
\* 4\*  
\* 5\*  
\* 6\*  
\* 7\*  
\* 8\*  
\* 9\*  
\* 20\*  
\* 1\*  
\* 2\*  
\* 3\*  
\* 4\*  
\* \*  
.....

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....



**AJUSTE # 2****MODELO : LOGISTICO****METODO : GRADIENTE**

AKSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

139:15 AM JUEVES JULIO 22, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\* 1 2 3 4 5 6 7 8 \*\*  
\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*\*  
\*\*\*\*\*

1\* TIPO DE CURVA POR AJUSTAR: \*  
2\* 1.- LOGISTICA - \*  
3\* 2.- GOMPERTZ \*  
4\* 3.- MONOMOLECULAR \*  
5\* 4.- VON-VERTALANFFY \*  
6\* 5.- NINGUNA DE ELLAS \*  
7\* \*  
8\* 1 \*  
9\* \*  
0\* \*  
1\* \*  
2\* \*  
3\* \*  
4\* \*  
5\* \*  
6\* \*  
7\* \*  
8\* \*  
9\* \*  
0\* \*  
1\* \*  
2\* \*  
3\* \*  
4\* \*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
\*\* 1 2 3 4 5 6 7 8 \*\*  
\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*\*  
\*\*\*\*\*



WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

10:14:14 PH VIERNES JULIO 23, 1982

```
*****  
****      1      2      3      4      5      6      7  
**** 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
*****
```

- \* \*
- \* 1\* EL PROCESO ACABO EN 20 ITERACIONES, QUIERES IMPRIMIR TODAS SI
- \* 2\* DESEAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- \* 3\* CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- \* 4\* TIEMPO:T? 6
- \* 5\* TIEMPO:T? 7
- \* 6\* TIEMPO:T? 8
- \* 7\* TIEMPO:T? 9
- \* 8\* TIEMPO:T? 10
- \* 9\* TIEMPO:T? 11
- \*10\* TIEMPO:T? 12
- \* 1\* TIEMPO:T? 13
- \* 2\* TIEMPO:T? 14
- \* 3\* TIEMPO:T? 15
- \* 4\* TIEMPO:T? 16
- \* 5\* TIEMPO:T? 17
- \* 6\* TIEMPO:T? 18
- \* 7\* TIEMPO:T? 19
- \* 8\* TIEMPO:T? 20
- \* 9\* TIEMPO:T? 21
- \*20\* TIEMPO:T? 22
- \* 1\* TIEMPO:T? 23
- \* 2\* TIEMPO:T? 24
- \* 3\* TIEMPO:T? 25
- \* 4\*
- \* \*

```
*****  
****      1      2      3      4      5      6      7  
**** 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
*****
```

## ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO LOGISTICO

## AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

# DE ITERACION	0		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.7800000000	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0900000000	
ASINTOTA SUPERIOR:	16000.000		
ASINTOTA INFERIOR:	2000.000		
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA: LAMDA=		.500000	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		4859481765.2721800000	
# DE ITERACION	1		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.7861320767	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0518599313	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3386996876.3187300000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.30301274088	
# DE ITERACION	2		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.7886484000	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0615776151	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3320884256.4587900000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.01949001498	
# DE ITERACION	3		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.7921500264	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0566885254	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3284605020.3639800000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.01095435367	
# DE ITERACION	4		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.7980462602	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0622901298	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3256933891.9808400000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.00842449189	
# DE ITERACION	5		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.8014956215	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0573200499	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3220724030.1365800000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.01111777611	
# DE ITERACION	6		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.8072743089	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0629461563	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3194685671.5528100000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.00808462890	
# DE ITERACION	7		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.8106676239	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0579627895	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3159043231.8308000000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.01115679080	
# DE ITERACION	8		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.8163362788	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0635425415	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		3134158777.4114600000	
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS		.00787721236	

# DE ITERACION 9  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8196699417  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0586155294  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 3099479546.8962200000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .01106492458

# DE ITERACION 10  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8252356599  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0640831596  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 3075320841.0283400000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00779443951

# DE ITERACION 11  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8285064408  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0592763060  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 3041962262.6542600000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .01084718639

# DE ITERACION 12  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8339757479  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0649733851  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 3018175207.2233300000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00781964185

# DE ITERACION 13  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8371809380  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0599426569  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 2986429519.2725900000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .01051817266

# DE ITERACION 14  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8425596922  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0650195424  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 2962746203.2824500000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00793031137

# DE ITERACION 15  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8456971925  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0606118514  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 2932824884.7963800000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .01009918380

# DE ITERACION 16  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8509905377  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0654284039  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 2909065327.9266200000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00810125316

# DE ITERACION 17  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8540588972  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0612810812  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 2881094489.7918600000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00961506015

# DE ITERACION 18  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8592712559  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0658067794  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 2857160210.5476400000  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00830735657

# DE ITERACION	19		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.8622696703	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0619476071	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		2831184939	.4983100000
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS			.00909128964

## ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION	20		
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-		.8725398659	
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-		.0703748131	
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR		2830037130	.2986400000
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS			.00040542713
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA=		.500000	

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
1	1.0000	2164.00000	6959.30609	4795.30609
2	1.0000	2918.00000	6959.30609	4041.30609
3	1.0000	3107.50000	6959.30609	3852.80609
4	1.0000	3106.50000	6959.30609	3852.80609
5	1.0000	3295.00000	6959.30609	3664.30609
6	1.0000	3295.00000	6959.30609	3664.30609
7	1.0000	3295.00000	6959.30609	3664.30609
8	1.0000	3295.00000	6959.30609	3664.30609
9	1.0000	3295.00000	6959.30609	3664.30609
10	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
11	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
12	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
13	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
14	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
15	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
16	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
17	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
18	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
19	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
20	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
21	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
22	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
23	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
24	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
25	1.0000	3483.50000	6959.30609	3475.80609
26	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
27	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
28	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
29	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
30	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
31	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
32	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
33	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
34	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
35	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
36	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
37	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
38	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
39	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
40	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609



VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
41	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
42	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
43	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
44	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
45	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
46	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
47	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
48	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
49	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
50	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
51	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
52	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
53	1.0000	3672.00000	6959.30609	3287.30609
54	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
55	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
56	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
57	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
58	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
59	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
60	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
61	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
62	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
63	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
64	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
65	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
66	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
67	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
68	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
69	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
70	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
71	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
72	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
73	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
74	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
75	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
76	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
77	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
78	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
79	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
80	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
81	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
82	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
83	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
84	1.0000	3860.50000	6959.30609	3098.80609
85	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
86	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
87	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
88	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
89	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
90	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
91	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
92	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
93	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
94	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
95	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
96	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
97	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
98	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
99	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
100	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
101	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
102	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
103	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
104	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
105	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
106	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
107	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
108	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
109	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
110	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
111	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
112	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
113	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
114	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
115	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
116	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
117	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
118	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
119	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
120	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
121	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
122	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
123	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
124	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
125	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
126	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
127	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
128	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
129	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
130	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
131	1.0000	4049.00000	6959.30609	2910.30609
132	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
133	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
134	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
135	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
136	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
137	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
138	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
139	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
140	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
141	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
142	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
143	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
144	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
145	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
146	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
147	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
148	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
149	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
150	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
151	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
152	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
153	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
154	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
155	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
156	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
157	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
158	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
159	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
160	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
161	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
162	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
163	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
164	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
165	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
166	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
167	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
168	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
169	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
170	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
171	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
172	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
173	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
174	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
175	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
176	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
177	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
178	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
179	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
180	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
181	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
182	1.0000	4237.50000	6959.30609	2721.80609
183	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
184	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
185	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
186	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
187	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
188	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
189	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
190	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
191	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
192	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
193	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
194	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
195	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
196	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
197	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
198	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
199	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
200	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
201	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
202	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
203	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
204	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
205	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
206	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
207	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
208	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
209	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
210	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
211	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
212	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
213	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
214	1.0000	4426.00000	6959.30609	2533.30609
215	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
216	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
217	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
218	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
219	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
220	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
221	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
222	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
223	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
224	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
225	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
226	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
227	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
228	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
229	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
230	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
231	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
232	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
233	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
234	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
235	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
236	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
237	1.0000	4614.50000	6959.30609	2344.80609
238	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
239	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
240	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
241	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
242	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
243	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
244	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
245	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
246	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
247	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
248	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
249	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
250	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
251	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
252	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
253	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
254	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
255	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
256	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
257	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
258	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
259	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
260	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
261	1.0000	4803.00000	6959.30609	2156.30609
262	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
263	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
264	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
265	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
266	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
267	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
268	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
269	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
270	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
271	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
272	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
273	1.0000	4991.50000	6959.30609	1967.80609
274	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609
275	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609
276	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609
277	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609
278	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609
279	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609
280	1.0000	5180.00000	6959.30609	1779.30609

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

* # *	* TIEMPO *	* OBSERVADO *	* ESTIMADO *	* DIFERENCIA *
* 281 *	1.0000*	5180.00000*	6959.30609*	1779.30609 *
* 282 *	1.0000*	5180.00000*	6959.30609*	1779.30609 *
* 283 *	1.0000*	5180.00000*	6959.30609*	1779.30609 *
* 284 *	1.0000*	5368.50000*	6959.30609*	1590.80609 *
* 285 *	1.0000*	5368.50000*	6959.30609*	1590.80609 *
* 286 *	1.0000*	5368.50000*	6959.30609*	1590.80609 *
* 287 *	1.0000*	5368.50000*	6959.30609*	1590.80609 *
* 288 *	1.0000*	5557.00000*	6959.30609*	1402.30609 *
* 289 *	1.0000*	5557.00000*	6959.30609*	1402.30609 *
* 290 *	1.0000*	5745.50000*	6959.30609*	1213.80609 *
* 291 *	1.0000*	5745.50000*	6959.30609*	1213.80609 *
* 292 *	5.0000*	6567.12500*	7844.43600*	3277.31100 *
* 293 *	5.0000*	6269.87500*	7844.43600*	2574.56100 *
* 294 *	5.0000*	5738.37500*	7844.43600*	2106.06100 *
* 295 *	5.0000*	5738.37500*	7844.43600*	2106.06100 *
* 296 *	5.0000*	5738.37500*	7844.43600*	2106.06100 *
* 297 *	5.0000*	5972.62500*	7844.43600*	1871.81100 *
* 298 *	5.0000*	5972.62500*	7844.43600*	1871.81100 *
* 299 *	5.0000*	5972.62500*	7844.43600*	1871.81100 *
* 300 *	5.0000*	5972.62500*	7844.43600*	1871.81100 *
* 301 *	5.0000*	5972.62500*	7844.43600*	1871.81100 *
* 302 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 303 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 304 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 305 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 306 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 307 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 308 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 309 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 310 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 311 *	5.0000*	6206.87500*	7844.43600*	1637.56100 *
* 312 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 313 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 314 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 315 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 316 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 317 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 318 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 319 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *
* 320 *	5.0000*	6441.12500*	7844.43600*	1403.31100 *

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
321	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
322	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
323	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
324	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
325	5.0000	6441.12500	7844.43500	1403.31100
326	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
327	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
328	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
329	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
330	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
331	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
332	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
333	5.0000	6441.12500	7844.43600	1403.31100
334	5.0000	6441.12500	7844.43600	1169.06100
335	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
336	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
337	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
338	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
339	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
340	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
341	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
342	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
343	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
344	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
345	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
346	5.0000	6675.37500	7844.43500	1169.06100
347	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
348	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
349	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
350	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
351	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
352	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
353	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
354	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
355	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
356	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
357	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
358	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
359	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100
360	5.0000	6675.37500	7844.43600	1169.06100



VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

*****					
* N	* TIEMPO	* OBSERVADO	* ESTIMADO	* DIFERENCIA	*
*****					
* 361	* 5.0000*	* 6675.37500*	* 7844.43600*	* 1169.06100 *	*
* 362	* 5.0000*	* 6675.37500*	* 7844.43600*	* 1169.06100 *	*
* 363	* 5.0000*	* 6675.37500*	* 7844.43600*	* 1169.06100 *	*
* 364	* 5.0000*	* 6675.37500*	* 7844.43600*	* 1169.06100 *	*
* 365	* 5.0000*	* 6675.37500*	* 7844.43600*	* 1169.06100 *	*
* 366	* 5.0000*	* 6675.37500*	* 7844.43600*	* 1169.06100 *	*
* 367	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 368	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 369	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 370	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 371	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 372	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 373	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 374	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 375	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 376	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 377	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 378	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 379	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 380	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 381	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 382	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 383	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 384	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 385	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 386	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 387	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 388	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 389	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 390	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 391	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 392	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 393	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 394	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 395	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 396	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 397	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 398	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 399	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
* 400	* 5.0000*	* 6909.62500*	* 7844.43600*	* 934.81100 *	*
*****					

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
401	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
402	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
403	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
404	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
405	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
406	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
407	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
408	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
409	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
410	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
411	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
412	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
413	5.0000	6909.62500	7844.43600	934.81100
414	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
415	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
416	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
417	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
418	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
419	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
420	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
421	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
422	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
423	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
424	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
425	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
426	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
427	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
428	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
429	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
430	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
431	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
432	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
433	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
434	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
435	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
436	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
437	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
438	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
439	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
440	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
441	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
442	5.0000	7143.87500	7844.43600	700.56100
443	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
444	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
445	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
446	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
447	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
448	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
449	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
450	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
451	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
452	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
453	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
454	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
455	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
456	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
457	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
458	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
459	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
460	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
461	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
462	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
463	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
464	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
465	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
466	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
467	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
468	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
469	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
470	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
471	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
472	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
473	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
474	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
475	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
476	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
477	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
478	5.0000	7378.12500	7844.43600	466.31100
479	5.0000	7612.37500	7844.43600	232.06100
480	5.0000	7612.37500	7844.43600	232.06100

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
481	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
482	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
483	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
484	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
485	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
486	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
487	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
488	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
489	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
490	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
491	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
492	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
493	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
494	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
495	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
496	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
497	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
498	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
499	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
500	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
501	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
502	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
503	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
504	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
505	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
506	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
507	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
508	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
509	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
510	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
511	5.0000	7612.3750	7344.4360	232.0610
512	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
513	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
514	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
515	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
516	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
517	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
518	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
519	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889
520	5.0000	7846.6250	7844.4360	2.1889

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
521	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
522	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
523	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
524	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
525	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
526	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
527	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
528	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
529	5.0000	7846.62500	7844.43600	2.18899
530	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
531	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
532	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
533	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
534	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
535	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
536	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
537	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
538	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
539	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
540	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
541	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
542	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
543	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
544	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
545	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
546	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
547	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
548	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
549	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
550	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
551	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
552	5.0000	8080.87500	7844.43600	236.43899
553	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
554	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
555	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
556	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
557	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
558	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
559	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
560	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POP EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OPSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
561	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
562	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
563	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
564	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
565	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
566	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
567	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
568	5.0000	8315.12500	7844.43600	470.68899
569	5.0000	8549.37500	7844.43600	704.93899
570	5.0000	8549.37500	7844.43600	704.93899
571	5.0000	8549.37500	7844.43600	704.93899
572	5.0000	8549.37500	7844.43600	704.93899
573	5.0000	8783.62500	7844.43600	939.18899
574	5.0000	8783.62500	7844.43600	939.18899
575	5.0000	9017.87500	7844.43600	1173.43899
576	10.0000	7359.00000	9033.56844	1674.56844
577	10.0000	7577.00000	9033.56844	1456.56844
578	10.0000	7795.00000	9033.56844	1238.56844
579	10.0000	7795.00000	9033.56844	1238.56844
580	10.0000	8013.00000	9033.56844	1020.56844
581	10.0000	8013.00000	9033.56844	1020.56844
582	10.0000	8013.00000	9033.56844	1020.56844
583	10.0000	8013.00000	9033.56844	1020.56844
584	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
585	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
586	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
587	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
588	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
589	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
590	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
591	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
592	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
593	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
594	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
595	10.0000	8231.00000	9033.56844	802.56844
596	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
597	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
598	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
599	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
600	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
601	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
602	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
603	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
604	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
605	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
606	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
607	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
608	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
609	10.0000	8449.00000	9033.56844	584.56844
610	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
611	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
612	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
613	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
614	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
615	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
616	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
617	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
618	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
619	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
620	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
621	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
622	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
623	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
624	10.0000	8667.00000	9033.56844	366.56844
625	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
626	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
627	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
628	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
629	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
630	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
631	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
632	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
633	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
634	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
635	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
636	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
637	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
638	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
639	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844
640	10.0000	8885.00000	9033.56844	148.56844

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
641	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
642	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
643	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
644	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
645	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
646	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
647	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
648	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
649	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
650	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
651	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
652	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
653	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
654	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
655	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
656	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
657	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
658	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
659	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
660	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
661	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
662	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
663	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
664	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
665	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
666	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
667	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
668	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
669	10.0000	9103.00000	9033.56844	69.43155
670	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
671	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
672	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
673	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
674	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
675	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
676	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
677	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
678	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
679	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
680	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155



VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
681	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
682	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
683	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
684	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
685	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
686	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
687	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
688	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
689	10.0000	9321.00000	9033.56844	287.43155
690	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
691	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
692	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
693	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
694	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
695	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
696	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
697	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
698	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
699	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
700	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
701	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
702	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
703	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
704	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
705	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
706	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
707	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
708	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
709	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
710	10.0000	9539.00000	9033.56844	505.43155
711	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
712	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
713	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
714	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
715	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
716	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
717	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
718	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
719	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
720	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
721	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
722	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
723	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
724	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
725	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
726	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
727	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
728	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
729	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
730	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
731	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
732	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
733	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
734	10.0000	9757.00000	9033.56844	723.43155
735	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
736	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
737	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
738	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
739	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
740	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
741	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
742	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
743	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
744	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
745	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
746	10.0000	9975.00000	9033.56844	941.43155
747	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
748	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
749	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
750	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
751	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
752	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
753	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
754	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
755	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
756	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
757	10.0000	10193.00000	9033.56844	1159.43155
758	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
759	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
760	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
761	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
762	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
763	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
764	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
765	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
766	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
767	10.0000	10411.00000	9033.56844	1377.43155
768	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
769	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
770	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
771	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
772	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
773	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
774	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
775	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
776	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
777	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
778	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
779	10.0000	10629.00000	9033.56844	1595.43155
780	10.0000	10847.00000	9033.56844	1813.43155
781	10.0000	11065.00000	9033.56844	2031.43155
782	10.0000	11065.00000	9033.56844	2031.43155
783	10.0000	11065.00000	9033.56844	2031.43155
784	10.0000	11065.00000	9033.56844	2031.43155
785	10.0000	11065.00000	9033.56844	2031.43155
786	10.0000	11283.00000	9033.56844	2249.43155
787	10.0000	11283.00000	9033.56844	2249.43155
788	10.0000	11501.00000	9033.56844	2467.43155
789	10.0000	11501.00000	9033.56844	2467.43155
790	10.0000	11501.00000	9033.56844	2467.43155
791	22.0000	10351.00000	11961.52128	1600.52128
792	22.0000	10351.00000	11961.52128	1600.52128
793	22.0000	10351.00000	11961.52128	1600.52128
794	22.0000	10351.00000	11961.52128	1600.52128
795	22.0000	10603.00000	11961.52128	1358.52128
796	22.0000	10603.00000	11961.52128	1358.52128
797	22.0000	10603.00000	11961.52128	1358.52128
798	22.0000	10845.00000	11961.52128	1116.52128
799	22.0000	10845.00000	11961.52128	1116.52128
800	22.0000	11087.00000	11961.52128	874.52128

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

* #	* TIEMPO	* OBSERVADO	* ESTIMADO	* DIFERENCIA
* 801	* 22.0000	* 11087.00000	* 11961.52128	* 874.52128
* 802	* 22.0000	* 11087.00000	* 11961.52128	* 874.52128
* 803	* 22.0000	* 11087.00000	* 11961.52128	* 874.52128
* 804	* 22.0000	* 11087.00000	* 11961.52128	* 874.52128
* 805	* 22.0000	* 11087.00000	* 11961.52128	* 874.52128
* 806	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 807	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 808	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 809	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 810	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 811	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 812	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 813	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 814	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 815	* 22.0000	* 11329.00000	* 11961.52128	* 632.52128
* 816	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 817	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 818	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 819	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 820	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 821	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 822	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 823	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 824	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 825	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 826	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 827	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 828	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 829	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 830	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 831	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 832	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 833	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 834	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 835	* 22.0000	* 11571.00000	* 11961.52128	* 390.52128
* 836	* 22.0000	* 11813.00000	* 11961.52128	* 148.52128
* 837	* 22.0000	* 11813.00000	* 11961.52128	* 148.52128
* 838	* 22.0000	* 11813.00000	* 11961.52128	* 148.52128
* 839	* 22.0000	* 11813.00000	* 11961.52128	* 148.52128
* 840	* 22.0000	* 11813.00000	* 11961.52128	* 148.52128

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	OBSERVADO	ESTIMADO	DIFERENCIA
841	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
842	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
843	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
844	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
845	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
846	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
847	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
848	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
849	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
850	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
851	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
852	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
853	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
854	22.0000	11813.00000	11961.52128	148.52128
855	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
856	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
857	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
858	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
859	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
860	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
861	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
862	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
863	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
864	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
865	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
866	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
867	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
868	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
869	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
870	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
871	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
872	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
873	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
874	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
875	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
876	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
877	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
878	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
879	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871
880	22.0000	12055.00000	11961.52128	93.47871

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

* #	* TIEMPO	* OBSERVADO	* ESTIMADO	* DIFERENCIA
* 881	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 882	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 883	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 884	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 885	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 886	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 887	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 888	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 889	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 890	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 891	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 892	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 893	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 894	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 895	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 896	* 22.0000	* 12297.00000	* 11961.52128	* 335.47871
* 897	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 898	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 899	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 900	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 901	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 902	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 903	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 904	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 905	* 22.0000	* 12539.00000	* 11961.52128	* 577.47871
* 906	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 907	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 908	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 909	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 910	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 911	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 912	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 913	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 914	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 915	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 916	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 917	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 918	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 919	* 22.0000	* 12781.00000	* 11961.52128	* 819.47871
* 920	* 22.0000	* 13023.00000	* 11961.52128	* 1061.47871

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

* # *	* TIEMPO *	* OBSERVADO *	* ESTIMADO *	* DIFERENCIA *
* 921 *	22.0000*	13023.00000*	11961.52128*	1061.47871 *
* 922 *	22.0000*	13023.00000*	11961.52128*	1061.47871 *
* 923 *	22.0000*	13023.00000*	11961.52128*	1061.47871 *
* 924 *	22.0000*	13023.00000*	11961.52128*	1061.47871 *
* 925 *	22.0000*	13023.00000*	11961.52128*	1061.47871 *
* 926 *	22.0000*	13055.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 927 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 928 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 929 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 930 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 931 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 932 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 933 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 934 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 935 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 936 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 937 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 938 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 939 *	22.0000*	13265.00000*	11961.52128*	1303.47871 *
* 940 *	22.0000*	13507.00000*	11961.52128*	1545.47871 *
* 941 *	22.0000*	13507.00000*	11961.52128*	1545.47871 *
* 942 *	22.0000*	13507.00000*	11961.52128*	1545.47871 *
* 943 *	22.0000*	13507.00000*	11961.52128*	1545.47871 *
* 944 *	22.0000*	13749.00000*	11961.52128*	1787.47871 *
* 945 *	22.0000*	13749.00000*	11961.52128*	1787.47871 *
* 946 *	22.0000*	13749.00000*	11961.52128*	1787.47871 *
* 947 *	22.0000*	13749.00000*	11961.52128*	1787.47871 *
* 948 *	22.0000*	13749.00000*	11961.52128*	1787.47871 *
* 949 *	22.0000*	13749.00000*	11961.52128*	1787.47871 *
* 950 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 951 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 952 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 953 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 954 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 955 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 956 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 957 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 958 *	22.0000*	13991.00000*	11961.52128*	2029.47871 *
* 959 *	22.0000*	14233.00000*	11961.52128*	2271.47871 *
* 960 *	22.0000*	14233.00000*	11961.52128*	2271.47871 *

VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA CURVA LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

```

*****
* # * TIEMPO * OBSERVADO * ESTIMADO * DIFERENCIA *
*****
* 961 * 22.0000 * 14233.00000 * 11961.52128 * 2271.47871 *
* 962 * 22.0000 * 14959.00000 * 11961.52128 * 2997.47871 *
* 963 * 22.0000 * 14959.00000 * 11961.52128 * 2997.47871 *
*****
    
```

ESTADISTICO JI-CUADRADO 386730.52554  
 GRADOS DE LIBERTAD 960



ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	ESTIMACION
1	6.00	8228.6653
2	7.00	8498.3538
3	8.00	8771.6270
4	9.00	9047.8680
5	10.00	9326.4315
6	11.00	9606.6497
7	12.00	9887.8389
8	13.00	10169.3055
9	14.00	10450.3534
10	15.00	10730.2905
11	16.00	11008.4358
12	17.00	11284.1255
13	18.00	11556.7197
14	19.00	11825.6078
15	20.00	12090.2139
16	21.00	12350.0008
17	22.00	12604.4744
18	23.00	12853.1861
19	24.00	13095.7352
20	25.00	13331.7705

## AJUSTE # 3

MODELO : LOGISTICO

METODO : COMPROMISO

WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

10:15:42 PM VIERNES JULIO 23, 1982

```
*****  
**** 1 2 3 4 5 6 7  
**** 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
*****
```

- \* \*
- \* 1\* METODO DE AJUSTE
- \* 2\* 1.-LINEALIZACION
- \* 3\* 2.-GRADIENTE
- \* 4\* 3.-COMPROMISO
- \* 5\* 4.-NINGUNO DE ELLOS
- \* 6\* 3
- \* 7\* GRADO DE APROXIMACION R>0? .001
- \* 8\* ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)? 16000
- \* 9\* ASINTOTA INFERIOR C<K? 2000
- \* 10\* PARAMETRO INICIAL A ( DIFERENTE DE CERO )? .78
- \* 1\* PARAMETRO INICIAL B ( DIFERENTE DE CERO )? .09
- \* 2\* VELOCIDAD DE CONVERGENCIA INICIAL:LAMDA>0? .5
- \* 3\* CONTROL DE VELOCIDAD V>1? 10
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

```
*****  
**** 1 2 3 4 5 6 7  
**** 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
*****
```

WORKSTATION 14 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

8:56:14 PM DOMINGO JULIO 25, 1982

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

- 1• EL PROCESO ACABO EN 54 ITERACIONES, QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- 2• DESEAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- 3• CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- 4• TIEMPO: 02 04
- 5• TIEMPO: 02 07
- 6• TIEMPO: 02 09
- 7• TIEMPO: 02 11
- 8• TIEMPO: 02 13
- 9• TIEMPO: 02 15
- 10• TIEMPO: 02 17
- 1• TIEMPO: 02 19
- 2• TIEMPO: 02 21
- 3• TIEMPO: 02 23
- 4• TIEMPO: 02 25
- 5• TIEMPO: 02 27
- 6• TIEMPO: 02 29
- 7• TIEMPO: 02 31
- 8• TIEMPO: 02 33
- 9• TIEMPO: 02 35
- 10• TIEMPO: 02 37
- 1• TIEMPO: 02 39
- 2• TIEMPO: 02 41
- 3• TIEMPO: 02 43
- 4•
- 5•

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO LOGISTICO

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

# DE ITERACION 0  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .7800000000  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0900000000  
ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
ASINTOTA INFERIOR: 2000.000  
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA- .5000000000  
CONTROL DE VELOCIDAD:V= 10.000  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 4859481765.27218

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 56  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- 1.3951072461  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .1002203722  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -A- .00094030748  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -B- .00043500771  
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA- 4.9999999999  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1317608281.99833

\*\*\*\*\*  
ESTADISTICO JI-CUADRADO 185589.48192  
GRADOS DE LIBERTAD 960

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION LOGISTICA

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

```

*****
*      #      *      TIEMPO      *      ESTIMACION      *
*****
*      1      *      6          *      6981.7045      *
*      2      *      7          *      7331.8491      *
*      3      *      8          *      7693.8862      *
*      4      *      9          *      8066.5269      *
*      5      *      10         *      8448.2965      *
*      6      *      11         *      8837.5538      *
*      7      *      12         *      9232.5165      *
*      8      *      13         *      9631.2917      *
*      9      *      14         *      10031.9116      *
*     10      *      15         *      10432.3716      *
*     11      *      16         *      10830.6701      *
*     12      *      17         *      11224.8486      *
*     13      *      18         *      11613.0298      *
*     14      *      19         *      11993.4518      *
*     15      *      20         *      12364.4984      *
*     16      *      21         *      12724.7234      *
*     17      *      22         *      13072.8687      *
*     18      *      23         *      13407.8759      *
*     19      *      24         *      13728.8912      *
*     20      *      25         *      14035.2649      *
*****
    
```

AJUSTE # 4

MODELO : GOMPERTZ

METODO : APROXIMACION LINEAL





WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

10:48:23 PM VIERNES JULIO 23, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 10\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

METODO DE AJUSTE  
1.-LINEALIZACION  
2.-GRADIENTE  
3.-COMPROMISO  
4.-NINGUNO DE ELLOS

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:17:13 PM VIERNES JULIO 23, 1982

.....  
\* \* \* \* \* 1 2 3 4 5 6 7 \* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789 \* \* \* \* \*

\* 1. DEFINITIVAMENTE EL PROCESO NO CONVERGE  
\* 2. 1.-DAS NUEVOS DATOS  
\* 3. 2.-ESCOGES MODELO Y METODO  
\* 4. 3.-DAS NUEVOS PARAMETROS INICIALES  
\* 5. 4.-TERMINAS  
\* 6. 2  
\* 7.  
\* 8.  
\* 9.  
\* 10.

\* 1.  
\* 2.  
\* 3.  
\* 4.  
\* 5.  
\* 6.  
\* 7.  
\* 8.  
\* 9.  
\* 10.  
\* 1.  
\* 2.  
\* 3.  
\* 4.  
\* 5.  
\* 6.  
\* 7.  
\* 8.  
\* 9.  
\* 10.  
\* 1.  
\* 2.  
\* 3.  
\* 4.  
\* 5.

.....  
\* \* \* \* \* 1 2 3 4 5 6 7 \* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789 \* \* \* \* \*

## AJUSTE # 5

MODELO : GOMPERTZ

METODO : GRADIENTE

ORKSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

0:39:30 AM JUEVES JULIO 22, 1982

..... 1 2 3 4 5 6 7 8 \*  
... 1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*  
.....

1\* TIPO DE CURVA POR AJUSTAR: \*  
2\* 1.- LOGISTICA \*  
3\* 2.- COMPERTZ \*  
4\* 3.- MONOMOLECULAR \*  
5\* 4.- VON-VERTALANFFY \*  
6\* 5.- NINGUNA DE ELLAS \*  
7\* \*  
8\* \*  
9\* \*  
10\* \*  
1\* \*  
2\* \*  
3\* \*  
4\* \*  
5\* \*  
6\* \*  
7\* \*  
8\* \*  
9\* \*  
10\* \*  
1\* \*  
2\* \*  
3\* \*  
4\* \*  
5\* \*

..... 1 2 3 4 5 6 7 8 \*  
... 1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*  
.....



WORKSTATION 14 - USER RAC - RDY A. CAMPOS

9:29:14 PM DOMINGO

JULIO 25, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

- \* 1\* EL PROCESO ACABO EN 13 ITERACIONES. QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- \* 2\* DESEAS OPTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- \* 3\* CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- \* 4\* TIEMPO: T? 6
- \* 5\* TIEMPO: T? 7
- \* 6\* TIEMPO: T? 8
- \* 7\* TIEMPO: T? 9
- \* 8\* TIEMPO: T? 10
- \* 9\* TIEMPO: T? 11
- \* 10\* TIEMPO: T? 12
- \* 1\* TIEMPO: T? 13
- \* 2\* TIEMPO: T? 14
- \* 3\* TIEMPO: T? 15
- \* 4\* TIEMPO: T? 16
- \* 5\* TIEMPO: T? 17
- \* 6\* TIEMPO: T? 18
- \* 7\* TIEMPO: T? 19
- \* 8\* TIEMPO: T? 20
- \* 9\* TIEMPO: T? 21
- \* 20\* TIEMPO: T? 22
- \* 1\* TIEMPO: T? 23
- \* 2\* TIEMPO: T? 24
- \* 3\* TIEMPO: T? 25
- \* 4\*
- \* \*

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO DE GOMPERTZ

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

# DE ITERACION 0  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .7800000000  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0000000000  
ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
ASINTOTA INFERIOR: 2000.000  
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA= .500000  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1480730198.51561

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 13  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .6992752567  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0806210362  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1190712485.04991  
CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00084285145  
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA= .500000

\*\*\*\*\*  
ESTADISTICO JI-CUADRADO 148464.71293  
GRADOS DE LIBERTAD 960

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION GOMPERTZ

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	ESTIMACION
1	6	6627.6348
2	7	7094.3614
3	8	7566.5756
4	9	8040.9397
5	10	8514.3324
6	11	8983.8905
7	12	9447.0386
8	13	9901.5049
9	14	10345.3269
10	15	10776.8479
11	16	11194.7062
12	17	11597.8193
13	18	11965.3639
14	19	12356.7535
15	20	12711.6146
16	21	13049.7626
17	22	13371.1775
18	23	13675.9817
19	24	13964.4172
20	25	14236.8263



## AJUSTE # 6

MODELO : GUMPERTZ

METODO : COMPROMISO.

ORKSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:39:30 AM JUEVES JULIO 22, 1982

.....  
\* \* \* 1 2 3 4 5 6 7 8 \* \* \*  
\* \* \* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \* \* \*

1\* TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:  
2\* 1.- LOGISTICA  
3\* 2.- GOMPERTZ  
4\* 3.- MONOMOLECULAR  
5\* 4.- VON-VERTALANFFY  
6\* 5.- NINGUNA DE ELLAS  
7\*  
8\*  
9\*  
10\* 2.

1\*  
2\*  
3\*  
4\*  
5\*  
6\*  
7\*  
8\*  
9\*  
10\*  
1\*  
2\*  
3\*  
4\*  
\* \* \*

.....  
\* \* \* 1 2 3 4 5 6 7 8 \* \* \*  
\* \* \* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \* \* \*

WORKSTATION 2 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

10:15:42 PM VIERNES JULIO 23, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

- \* 1\* METODO DE AJUSTE
- \* 2\* 1.-LINEALIZACION
- \* 3\* 2.-GRADIENTE
- \* 4\* 3.-COMPROMISO
- \* 5\* 4.-NINGUNO DE ELLOS
- \* 6\* 3
- \* 7\* GRADO DE APROXIMACION P>0? .001
- \* 8\* ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)? 16000
- \* 9\* ASINTOTA INFERIOR C<<? 2000
- \* 10\* PARAMETRO INICIAL A ( DIFERENTE DE CERO )? .78
- \* 1\* PARAMETRO INICIAL B ( DIFERENTE DE CERO )? .09
- \* 2\* VELOCIDAD DE CONVERGENCIA INICIAL:LAMDA>0? .5
- \* 3\* CONTROL DE VELOCIDAD V>1? 10
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

WORKSTATION 14 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:47:36 PM DOMINGO JULIO 25, 1982

```

.....
****
..... 1 2 3 4 5 6 7
..... 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
.....

```

- 1. EL PROCESO ACABO EN 46 ITERACIONES, QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- 2. DESSAS OPTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- 3. CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- 4. TIEMPO: T? 7
- 5. TIEMPO: T? 7
- 6. TIEMPO: T? 8
- 7. TIEMPO: T? 9
- 8. TIEMPO: T? 10
- 9. TIEMPO: T? 11
- 10. TIEMPO: T? 12
- 1. TIEMPO: T? 13
- 2. TIEMPO: T? 14
- 3. TIEMPO: T? 15
- 4. TIEMPO: T? 16
- 5. TIEMPO: T? 17
- 6. TIEMPO: T? 18
- 7. TIEMPO: T? 19
- 8. TIEMPO: T? 20
- 9. TIEMPO: T? 21
- 21. TIEMPO: T? 22
- 1. TIEMPO: T? 23
- 2. TIEMPO: T? 24
- 3. TIEMPO: T? 25
- 4.

```

.....
****
..... 1 2 3 4 5 6 7
..... 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
.....

```

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO DE GOMPERTZ

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

# DE ITERACION 0  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .7800000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0900000000  
 ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
 ASINTOTA INFERIOR: 2000.000  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA- -.5000000000  
 CONTROL DE VELOCIDAD:V= 10.000  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1480730198.51561

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 46  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .5760233127  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0723121664  
 CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -A- .00035976517  
 CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -B- .00082821950  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA- 4.8899999999  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1006639709.03122

\*\*\*\*\*

ESTADISTICO JI-CUADRADO 136196.33091  
 GRADOS DE LIBERTAD 960

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION GOMPERTZ

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

#	TIEMPO	ESTIMACION
1	6	7052.2758
2	7	7475.3385
3	8	7900.6332
4	9	8325.8654
5	10	8749.9007
6	11	9167.7852
7	12	9580.7570
8	13	9986.2534
9	14	10382.9119
10	15	10769.5671
11	16	11145.2438
12	17	11509.1479
13	18	11860.6547
14	19	12199.2961
15	20	12524.7469
16	21	12836.8111
17	22	13135.4073
18	23	13420.5554
19	24	13692.3634
20	25	13951.0149

## AJUSTE # 7

MODELO : MONOMOLECULAR

METODO : APROXIMACION LINEAL

KSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

39:42 AM JUEVES JULIO 22, 1982

.....  
\* 1 2 3 4 5 6 7 8 \*  
\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*  
.....

TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:

- 1.- LOGISTICA
- 2.- COMPERTZ
- 3.- MONOMOLECULAR
- 4.- VON-VERTALANFFY
- 5.- NINGUNA DE ELLAS

3

.....  
\* 1 2 3 4 5 6 7 8 \*  
\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890 \*  
.....



WORKSTATION 13 - USER RAC - F0Y A. CAMPOS

11:14:20 PM LUNES JULIO 24, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

- \* \*
- \* 1\* METODO DE AJUSTE
- \* 2\* 1.-LINEALIZACION
- \* 3\* 2.-GRADIENTE
- \* 4\* 3.-COMPROMISO
- \* 5\* 4.-NINGUNO DE ELLOS
- \* 6\* 1
- \* 7\* GRADO DE APROXIMACION R>0? .001
- \* 8\* ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)? 16000
- \* 9\* PARAMETRO INICIAL 0<A<1? .875
- \* 10\* PARAMETRO INICIAL B ( DIFERENTE DE CERO )? .02
- \* 1\* VAN 999 ITERACIONES MAS-DESEAS QUE SE CONTINUE? SI
- \* 2\* DESEAS LOS RESULTADOS DE ESAS 999 ITERACIONES? NO
- \* 3\* VAN 999 ITERACIONES MAS-DESEAS QUE SE CONTINUE? NO
- \* 4\* DESEAS LOS RESULTADOS DE ESAS 999 ITERACIONES? NO
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

AJUSTE # 8

MODELO : MONOMOLECULAR

METODO : GRADIENTE

STATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:42 AM JUVFS JULIO 22, 1982

.....  
1 2 3 4 5 6 7 8  
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

- TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:
- 1.- LOGISTICA
  - 2.- SOMPERTZ
  - 3.- MONOMOLECULAR
  - 4.- VON-VERTZLANFFY
  - 5.- NINGUNA DE ELLAS

3

.....  
1 2 3 4 5 6 7 8  
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....



```

.....
****      1          2          3          4          5          6          7          8
**** 1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
.....

```

- \* 1\* EL PROCESO ACABO EN 9 ITERACIONES. QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- \* 2\* DESEAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- \* 3\* CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- \* 4\* TIEMPO:?? 4
- \* 5\* TIEMPO:?? 7
- \* 6\* TIEMPO:?? 6
- \* 7\* TIEMPO:?? 9
- \* 8\* TIEMPO:?? 10
- \* 9\* TIEMPO:?? 11
- \*10\* TIEMPO:?? 17
- \* 1\* TIEMPO:?? 13
- \* 2\* TIEMPO:?? 14
- \* 3\* TIEMPO:?? 15
- \* 4\* TIEMPO:?? 16
- \* 5\* TIEMPO:?? 17
- \* 6\* TIEMPO:?? 16
- \* 7\* TIEMPO:?? 18
- \* 8\* TIEMPO:?? 20
- \* 9\* TIEMPO:?? 21
- \*20\* TIEMPO:?? 22
- \* 1\* TIEMPO:?? 23
- \* 2\* TIEMPO:?? 24
- \* 3\* TIEMPO:?? 25
- \* 4\*
- \* \*

```

.....
****      1          2          3          4          5          6          7          8
**** 1234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
.....

```

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO MONOMOLECULAR

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

# DE ITERACION 0  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8750000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0600000000  
 ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA= .500000  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1291948708.55162

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 9  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8227824676  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0646468392  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 819793011.28703  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .00087190745  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA= .500000

\*\*\*\*\*  
 ESTADISTICO JI-CUADRADO 114462.93578  
 GRADOS DE LIBERTAD 960

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION MONOMOLECULAR

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	ESTIMACION
1	6	7067.9649
2	7	7627.1241
3	8	8151.2790
4	9	8642.6211
5	10	9103.2043
6	11	9534.9544
7	12	9939.6762
8	13	10319.6618
9	14	10674.6973
10	15	11008.0695
11	16	11320.5720
12	17	11613.5114
13	18	11888.1124
14	19	12145.5229
15	20	12386.8191
16	21	12613.0098
17	22	12825.0406
18	23	13023.7980
19	24	13210.1128
20	25	13384.7640

## AJUSTE # 9

MODELO : MONOMOLECULAR

METODO : COMPROMISO





WORKSTATION 14 - USER PAC - ROY A. CAMPOS

8:55:01 AM LUNES JULIO 26 1982

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

- \* \*
- \* 1\* METODO DE AJUSTE
- \* 2\* 1.-LINEALIZACION
- \* 3\* 2.-GRADIENTE
- \* 4\* 3.-COMPROMISO
- \* 5\* 4.-NINGUNO DE ELLOS
- \* 6\* 3
- \* 7\* GRADO DE APROXIMACION R??.001
- \* 8\* ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)? 16000
- \* 9\* PARAMETRO INICIAL 0<A1? .875
- \* 10\* PARAMETRO INICIAL B ( DIFERENTE DE CERO )? .09
- \* 1\* VELOCIDAD DE CONVERGENCIA INICIAL:LA?A??.5
- \* 2\* CONTROL DE VELOCIDAD V?1? 10
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 10\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

WORKSTATION 14 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:08:15 AM LUNES JULIO 26, 1982

```
.....  
****      1      2      3      4      5      6      7  
**** 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....
```

- \* 1\* EL PROCESO ACABO EN 76 ITERACIONES, QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- \* 2\* DESEAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- \* 3\* CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- \* 4\* TIEMPO:Y? 6
- \* 5\* TIEMPO:Y? 7
- \* 6\* TIEMPO:Y? 8
- \* 7\* TIEMPO:Y? 9
- \* 8\* TIEMPO:Y? 10
- \* 9\* TIEMPO:Y? 11
- \*10\* TIEMPO:Y? 12
- \* 1\* TIEMPO:Y? 13
- \* 2\* TIEMPO:Y? 14
- \* 3\* TIEMPO:Y? 15
- \* 4\* TIEMPO:Y? 16
- \* 5\* TIEMPO:Y? 17
- \* 6\* TIEMPO:Y? 18
- \* 7\* TIEMPO:Y? 19
- \* 8\* TIEMPO:Y? 20
- \* 9\* TIEMPO:Y? 21
- \*20\* TIEMPO:Y? 22
- \* 1\* TIEMPO:Y? 23
- \* 2\* TIEMPO:Y? 24
- \* 3\* TIEMPO:Y? 25
- \* 4\*
- \* \*

```
.....  
****      1      2      3      4      5      6      7  
**** 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....
```

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO MONOMOLECULAR

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

# DE ITERACION 0  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .8750000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0900000000  
 ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMBDA- .5000000000  
 CONTROL DE VELOCIDAD: V= 10.000  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 1515325150.27488

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 35  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -A- .7682532645  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0602011968  
 CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -A- .00044459029  
 CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -B- .00085361834  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMBDA- 4.9999999999  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 574509579.76884

\*\*\*\*\*  
 ESTADISTICO JI-CUADRADO 72991.21263  
 GRADOS DE LIBERTAD 960

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION MONOMOLECULAR

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

```

*****
*      #      *      TIEMPO      *      ESTIMACION      *
*****
*      1      *      6          *      7434.4725         *
*      2      *      7          *      7934.9128         *
*      3      *      8          *      8406.1149         *
*      4      *      9          *      8949.7871         *
*      5      *      10         *      9267.5378         *
*      6      *      11         *      9660.8814         *
*      7      *      12         *      10031.2439        *
*      8      *      13         *      10379.9681        *
*      9      *      14         *      10708.3180        *
*     10      *      15         *      11017.4842        *
*     11      *      16         *      11308.5873        *
*     12      *      17         *      11582.6827        *
*     13      *      18         *      11840.7642        *
*     14      *      19         *      12083.7672        *
*     15      *      20         *      12312.5728        *
*     16      *      21         *      12528.0105        *
*     17      *      22         *      12730.8612        *
*     18      *      23         *      12921.8604        *
*     19      *      24         *      13101.7005        *
*     20      *      25         *      13271.0334        *
*****
    
```

AJUSTE # 10

MODELO : VON-VERTALANFFY

METODO : APROXIMACION LINEAL

ORKSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:39:55 AM JUEVES JULIO 22, 1982

.....  
.. 1 2 3 4 5 6 7 8  
.. 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

1. TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:  
2. 1.- LOGISTICA  
3. 2.- COMPERTZ  
4. 3.- MONOMOLECULAR  
5. 4.- VON-VERTALANFFY  
6. 5.- NINGUNA DE ELLAS  
7.  
8.  
9.  
10.  
1.  
2.  
3.  
4.  
5.  
6.  
7.  
8.  
9.  
10.  
1.  
2.  
3.  
4.  
.....

.....  
.. 1 2 3 4 5 6 7 8  
.. 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

WORKSTATION 14 - USER RAC - REV 1. CAMPOS

9:09:15 AM LUNES JULIO 26, 1982

```

*****
****      1      2      3      4      5      6      7
**** 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
*****

```

- \* 1\* METODO DE AJUSTE
- \* 2\* 1.-LINEALIZACION
- \* 3\* 2.-GRADIENTE
- \* 4\* 3.-COMPONISO
- \* 5\* 4.-MIXTURA DE ELLOS
- \* 6\* 1
- \* 7\* GRADO DE APROXIMACION EDP? .001
- \* 8\* ASINTOTA SUPERIOR -MODIFICANTE DE CERD? 14000
- \* 9\* PARAMETRO INICIAL EDP? .08
- \* 10\* PARAMETRO INICIAL EDP? .05
- \* 1\* PARAMETRO INICIAL M -CCMCI-? .3
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

```

*****
****      1      2      3      4      5      6      7
**** 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
*****

```



9:17:44 AM LUNES JULIO 26, 1982

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

- \* \*
- \* 1 EL PROCESO ACABO EN 1 ITERACIONES. QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- \* 2 DESEAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- \* 3 CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- \* 4 TIEMPO:T? 6
- \* 5 TIEMPO:T? 7
- \* 6 TIEMPO:T? 8
- \* 7 TIEMPO:T? 9
- \* 8 TIEMPO:T? 10
- \* 9 TIEMPO:T? 11
- \* 10 TIEMPO:T? 12
- \* 1 TIEMPO:T? 13
- \* 2 TIEMPO:T? 14
- \* 3 TIEMPO:T? 15
- \* 4 TIEMPO:T? 16
- \* 5 TIEMPO:T? 17
- \* 6 TIEMPO:T? 18
- \* 7 TIEMPO:T? 19
- \* 8 TIEMPO:T? 20
- \* 9 TIEMPO:T? 21
- \* 20 TIEMPO:T? 22
- \* 1 TIEMPO:T? 23
- \* 2 TIEMPO:T? 24
- \* 3 TIEMPO:T? 25
- \* 4
- \* \*

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO DE VON-WEPTALANFFY

AJUSTE POR LINEALIZACION

# DE ITERACION 0  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -E- .0800000000  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -D- .5000000000  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -H- .2000000000  
ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 74237754923.12070

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 1  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -E- .0799999999  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -D- .5000000029  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -H- .2999999999  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -E- .0000000025  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -D- .0000000586  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -H- .0000000002  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 74237754922.24890

\*\*\*\*\*  
ESTADISTICO JI-CUADRADO 4642744.16419  
GRADOS DE LIBERTAD 959

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION DE VGN-VERTALANFFY

AJUSTE POR LINEALIZACION

```

*****
*      #      *      TIFMPO      *      ESTIMACION      *
*****
*      1      *      6          *      15991.9348      *
*      2      *      7          *      15992.5548      *
*      3      *      8          *      15993.1272      *
*      4      *      9          *      15993.6556      *
*      5      *      10         *      15994.1433      *
*      6      *      11         *      15994.5936      *
*      7      *      12         *      15995.0092      *
*      8      *      13         *      15995.3929      *
*      9      *      14         *      15995.7471      *
*     10      *      15         *      15996.0741      *
*     11      *      16         *      15996.3759      *
*     12      *      17         *      15996.6545      *
*     13      *      18         *      15996.9117      *
*     14      *      19         *      15997.1491      *
*     15      *      20         *      15997.3683      *
*     16      *      21         *      15997.5706      *
*     17      *      22         *      15997.7574      *
*     18      *      23         *      15997.9298      *
*     19      *      24         *      15998.0890      *
*     20      *      25         *      15998.2359      *
*****
    
```

## AJUSTE # 11

MODELO : VON-VERTALANFFY

METODO : GRADIENTE

RMSTATION 1 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

3:39:55 AM JUEVES

JULIO 22. 1982

.....  
1 2 3 4 5 6 7 8  
12345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:

- 1.- LOGISTICA
- 2.- COMPERTZ
- 3.- MONOMOLECULAR
- 4.- VON-VERTALANFFY
- 5.- NINGUNA DE ELLAS

1.  
2.  
3.  
4.  
5.  
6.  
7.  
8.  
9.  
0.  
1.  
2.  
3.  
4.  
5.  
6.  
7.  
8.  
9.  
0.  
1.  
2.  
3.  
4.

.....  
1 2 3 4 5 6 7 8  
12345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

WORKSTATION 14 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:12:04 AM LUNES JULIO 26, 1982

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

- \* \*
- \* 1\* METODO DE AJUSTE
- \* 2\* 1.-LINEALIZACION
- \* 3\* 2.-GRADIENTE
- \* 4\* 3.-COMPROMISO
- \* 5\* 4.-NINGUNO DE ELLOS
- \* 6\* 2
- \* 7\* GRADO DE APROXIMACION R>0? .001
- \* 8\* ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)? 16000
- \* 9\* PARAMETRO INICIAL B>0? .08
- \* 10\* PARAMETRO INICIAL C>0? .5
- \* 1\* PARAMETRO INICIAL M -0<M<1-2 .3
- \* 2\* VELOCIDAD DE CONVERGENCIA: LAMDA>0? .9
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* 5\*
- \* 6\*
- \* 7\*
- \* 8\*
- \* 9\*
- \* 20\*
- \* 1\*
- \* 2\*
- \* 3\*
- \* 4\*
- \* \*

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

WORKSTATION 14 - USER R4C - P0Y 4. CAMPOS

9:11:04 AM LUNES JULIO 25, 1982

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

- \* 1\* EL PROCESO ACABO EN 1 ITERACIONES, QUIERES IMPRIMIR TODAS? NO
- \* 2\* DESEAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- \* 3\* CUANTAS ESTIMACIONES? 25
- \* 4\* TIEMPO:T? 6
- \* 5\* TIEMPO:T? 7
- \* 6\* TIEMPO:T? 8
- \* 7\* TIEMPO:T? 9
- \* 8\* TIEMPO:T? 10
- \* 9\* TIEMPO:T? 11
- \* 10\* TIEMPO:T? 12
- \* 1\* TIEMPO:T? 13
- \* 2\* TIEMPO:T? 14
- \* 3\* TIEMPO:T? 15
- \* 4\* TIEMPO:T? 16
- \* 5\* TIEMPO:T? 17
- \* 6\* TIEMPO:T? 18
- \* 7\* TIEMPO:T? 19
- \* 8\* TIEMPO:T? 20
- \* 9\* TIEMPO:T? 21
- \* 20\* TIEMPO:T? 22
- \* 1\* TIEMPO:T? 23
- \* 2\* TIEMPO:T? 24
- \* 3\* TIEMPO:T? 25
- \* 4\*
- \* \*

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO DE VON-VERTALANSEY

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

# DE ITERACION 0  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -R- .0000000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -D- .5000000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -H- .3000000000  
 ASINTOTA SUPERIOR: 14000.000  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA= .500000  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 74237754923.12070

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 1  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -R- .0000000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -D- .5000000000  
 ESTIMACION DEL PARAMETRO -H- .2999999999  
 SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 74237754923.12070  
 CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS .0000000000  
 VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA= .500000

\*\*\*\*\*  
 ESTADISTICO JI-CUADRADO 4442744.16622  
 GRADOS DE LIBERTAD 959



ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION DE VON-VERTALANFFY

AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE

#	TIEMPO	ESTIMACION
1	6	15991.9348
2	7	15992.5548
3	8	15993.1272
4	9	15993.6556
5	10	15994.1433
6	11	15994.5936
7	12	15995.0092
8	13	15995.3929
9	14	15995.7471
10	15	15996.0741
11	16	15996.3759
12	17	15996.6545
13	18	15996.9117
14	19	15997.1491
15	20	15997.3683
16	21	15997.5706
17	22	15997.7574
18	23	15997.9298
19	24	15998.0890
20	25	15998.2359

## AJUSTE 12

MODELO : VON-VERTALANFFY

METODO : COMPROMISO

STATION 1 - USER PAC - ROY A. CARPOS

09:55 AM JUEVES JULIO 22, 1982

.....  
1 2 3 4 5 6 7 8  
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:

- 1.- LOGISTICA
- 2.- GOMPERTZ
- 3.- MONOMOLECULAR
- 4.- VON-VERTALARFFY
- 5.- NINGUNA DE ELLAS

4

.....  
1 2 3 4 5 6 7 8  
123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890  
.....

WORKSTATION 14 - USEP PAC - ROY A. CAMPOS

9:23:35 AM LUNFS

JULIO 26, 1982

.....  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

- \*
- 1\*
- 2\*
- 3\*
- 4\*
- 5\*
- 6\*
- 7\*
- 8\*
- 9\*
- 10\*
- 1\*
- 2\*
- 3\*
- 4\*
- 5\*
- 6\*
- 7\*
- 8\*
- 9\*
- 20\*
- 1\*
- 2\*
- 3\*
- 4\*
- \*

METODO DE AJUSTE  
1.-LINEALIZACION  
2.-GRADIENTE  
3.-COMPROMISO  
4.-NINGUNO DE ELLOS

- 7\* GRADO DE APROXIMACION R>>>? .001
- 8\* ASINTOTA SUPERIOR -MODIFICANTE DE CERCO? 16000
- 9\* PARAMETRO INICIAL R>>>? .08
- 10\* PARAMETRO INICIAL D>>>? .5
- 1\* PARAMETRO INICIAL \* -0.001-? .1
- 2\* VELOCIDAD INICIAL DE CONVERGENCIA:LANDA>>>? .5
- 3\* CONTROL DE VELOCIDAD:V>>>? 10
- 4\* HAY PROBLEMAS-DUMENTE LA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA? 1.5

.....  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
\*\*\*\*\*

WORKSTATION 14 - USER RAC - ROY A. CAMPOS

9:42:49 AM LUNES JULIO 26, 1982

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

- . \*
- . 1. EL PROCESO ACAPO EN ? ITERACIONES. QUIERES IMPRIPR TODAS? NO
- . 2. DESFAS OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS? SI
- . 3. CUANTAS ESTIMACIONES? 20
- . 4. TIEMPO: T? 6
- . 5. TIEMPO: T? 7
- . 6. TIEMPO: T? 8
- . 7. TIEMPO: T? 9
- . 8. TIEMPO: T? 10
- . 9. TIEMPO: T? 11
- . 10. TIEMPO: T? 12
- . 1. TIEMPO: T? 13
- . 2. TIEMPO: T? 14
- . 3. TIEMPO: T? 15
- . 4. TIEMPO: T? 16
- . 5. TIEMPO: T? 17
- . 6. TIEMPO: T? 18
- . 7. TIEMPO: T? 19
- . 8. TIEMPO: T? 20
- . 9. TIEMPO: T? 21
- . 20. TIEMPO: T? 22
- . 1. TIEMPO: T? 23
- . 2. TIEMPO: T? 24
- . 3. TIEMPO: T? 25
- . 4.
- . \*

.....  
\*\*\*\* 1 2 3 4 5 6 7  
\*\*\*\* 12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789  
.....

ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO DE VON-VERTALANFFY

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

# DE ITERACION 0  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .0800000000  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -D- .5000000000  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -M- .3000000000  
ASINTOTA SUPERIOR: 16000.000  
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA- .5000000000  
CONTROL DE VELOCIDAD:V= 10.000  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 74237754923.12070

ESTIMACION FINAL

# DE ITERACION 2  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -B- .7711931254  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -D- 601.1775127776  
ESTIMACION DEL PARAMETRO -M- .2286500377  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -B- .0000000000  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -D- .0000000000  
CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -M- .0000000000  
VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA- #####,#####  
SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR 54610492487.52820

\*\*\*\*\*  
ESTADISTICO JI-CUADRADO 3761845.55067  
GRADOS DE LIBERTAD 959

ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA FUNCION DE VON-VERTALANFFY

AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO

#	TIEMPO	ESTIMACION
1	6	15930.2960
2	7	15967.7560
3	8	15985.0865
4	9	15993.1027
5	10	15996.8101
6	11	15998.5248
7	12	15999.3177
8	13	15999.6845
9	14	15999.8540
10	15	15999.9325
11	16	15999.9687
12	17	15999.9855
13	18	15999.9933
14	19	16000.0000
15	20	16000.0000
16	21	16000.0000
17	22	16000.0000
18	23	16000.0000
19	24	16000.0000
20	25	16000.0000

COMO LO ANTICIPAMOS, HUBO CASOS EN LOS QUE EL PROCESO NO CONVERGE; EN LOS MODELOS LOGISTICO, GOMPERTZ Y MONOMOLECULAR, AL RESOLVER POR EL METODO DE APROXIMACION LINEAL, EL PROCESO FALLO; EN LOS DOS PRIMEROS, EL PROGRAMA NOS ENVIO MENSAJES DE QUE NO HABIA CONVERGENCIA, LOS CUALES FUERON OCASIONADOS POR EL HECHO DE QUE NI AUN EL CAMBIO DE ESCALA EN EL TIEMPO EFECTUADO 5 VECES CONSECUTIVAS, RESOLVIO LOS PROBLEMAS DE CALCULO; EN EL TERCERO DE LOS CASOS, SE DECIDIO TERMINAR EL PROCESO DESPUES DE 1998 ITERACIONES (VER AJUSTE # 7).

EN TODOS LOS CASOS, SE TRABAJO CON UN ERROR MINIMO DE ITERACION DE 0.001, Y EXCEPTUANDO LOS CASOS DE NO CONVERGENCIA, EL AJUSTE # 3 FUE EL QUE MAS ITERACIONES (56) NECESITO PARA LLEGAR A ELLA, Y LOS AJUSTES # 10 y # 11, SOLO EMPLEARON UNA ITERACION, AUNQUE EN ESTOS ULTIMOS CASOS, EL AJUSTE NO FUE BUENO.

SE PRESENTARON DOS SITUACIONES INTERESANTES EN LOS AJUSTES, Y AMBAS EN EL MODELO DE VON-VERTALANFFY; UNA DE ELLAS FUE QUE EN EL AJUSTE # 12 EL PROGRAMA NOS PIDIO AUMENTAR LA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA; PARA VER EL MOTIVO DE ESE MENSAJE, SE NECESITA OBSERVAR EL ALGORITMO # 6 EN EL CUAL LA VARIABLE "L" DEL PASO 6 LLEGA A TOMAR EL VALOR DE 250 Y AUN NO CUMPLE LA CONDICION SOLICITADA. ESTE AUMENTO EN LA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA (DE 0.5 A 1.5), HIZO CONVERGER AL METODO PERO OCASIONO QUE LA VELOCIDAD FINAL FUERA MAS GRANDE QUE 10,000, Y DEBIDO A QUE EL FORMATO DE IMPRE-



PRESION SOLO ASIGNA CUATRO CIFRAS ENTERAS A ESTE RESULTADO, NO ALCANZA A IMPRIMIRSE.

LA OTRA SITUACION INTERESANTE FUE QUE EN LOS AJUSTES # 10, #11 Y # 12, LAS APROXIMACIONES EN 1, 1 Y 2 ITERACIONES RESPECTIVAMENTE, FUERON CASI CERO, A PESAR DE LO CUAL, BASADOS EN LOS CRITERIOS DE LA SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR O DEL VALOR DE LA JI-CUADRADA CALCULADA, ESTOS TRES, RESULTARON SER LOS PEORES AJUSTES, LO CUAL PODEMOS EXPLICARLO TAL VEZ POR EL HECHO DE HABER DADO UNA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA PEQUEÑA, LO QUE OCASIONO QUE EN ESOS PRIMEROS PASOS, LA GANANCIA RELATIVA EN LA ESTIMACION DE LOS PARAMETROS FUERA DESPRECIABLE A PESAR DE NO ESTAR CERCA DE LOS VALORES OPTIMOS.

POR LAS RAZONES EXPUESTAS, SOLO INCLUIREMOS EN EL ANALISIS LOS AJUSTES # 2, # 3, # 5, # 6, # 8 Y # 9; DE ELLOS, COMO YA MENCIONAMOS, EL # 3 FUE EL QUE MAS ITERACIONES NECESITO (56) Y EL # 8 EL QUE MENOS ( 9 ).

EN TODOS LOS CASOS DONDE FUE NECESARIO Y CON OBJETO DE HACERLOS COMPARABLES, SE DIERON ESTIMACIONES INICIALES PARA LA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA DE 0.5 Y PARA EL CONTROL DE VELOCIDAD (V) DE 10.

EN EL MODELO LOGISTICO SE DIERON ESTIMACIONES INICIALES DE  $A = 0.78$  Y  $B = 0.09$ ; ESTE ULTIMO POR CONSIDERAR QUE LA ESCALA DE TIEMPO UTILIZADA CONSTABA DE PERIODOS MUY CORTOS (MESES), DEBIDO

A LO CUAL SE INTENTO DAR APROXIMADAMENTE UN DOCEAVO COMO PARAMETRO INICIAL.

EN EL MODELO DE GOMPERTZ LOS VALORES INICIALES FUERON  $A = 0.7$  Y  $B = 0.09$ , Y EN EL MODELO MONOMOLECULAR  $A = 0.875$  Y  $B = 0.08$ ; EL VALOR DE "A" EN ESTE ULTIMO MODELO ES PRECISAMENTE  $7/8$ , QUE ES LA PARTE DEL CRECIMIENTO TOTAL (14,000 DE 16,000) QUE SE ESPERABA - FALTE POR AUMENTAR DESDE EL "NACIMIENTO", LO QUE ESTA DE ACUERDO A LA INTERPRETACION QUE SE DIO A ESTE PARAMETRO.

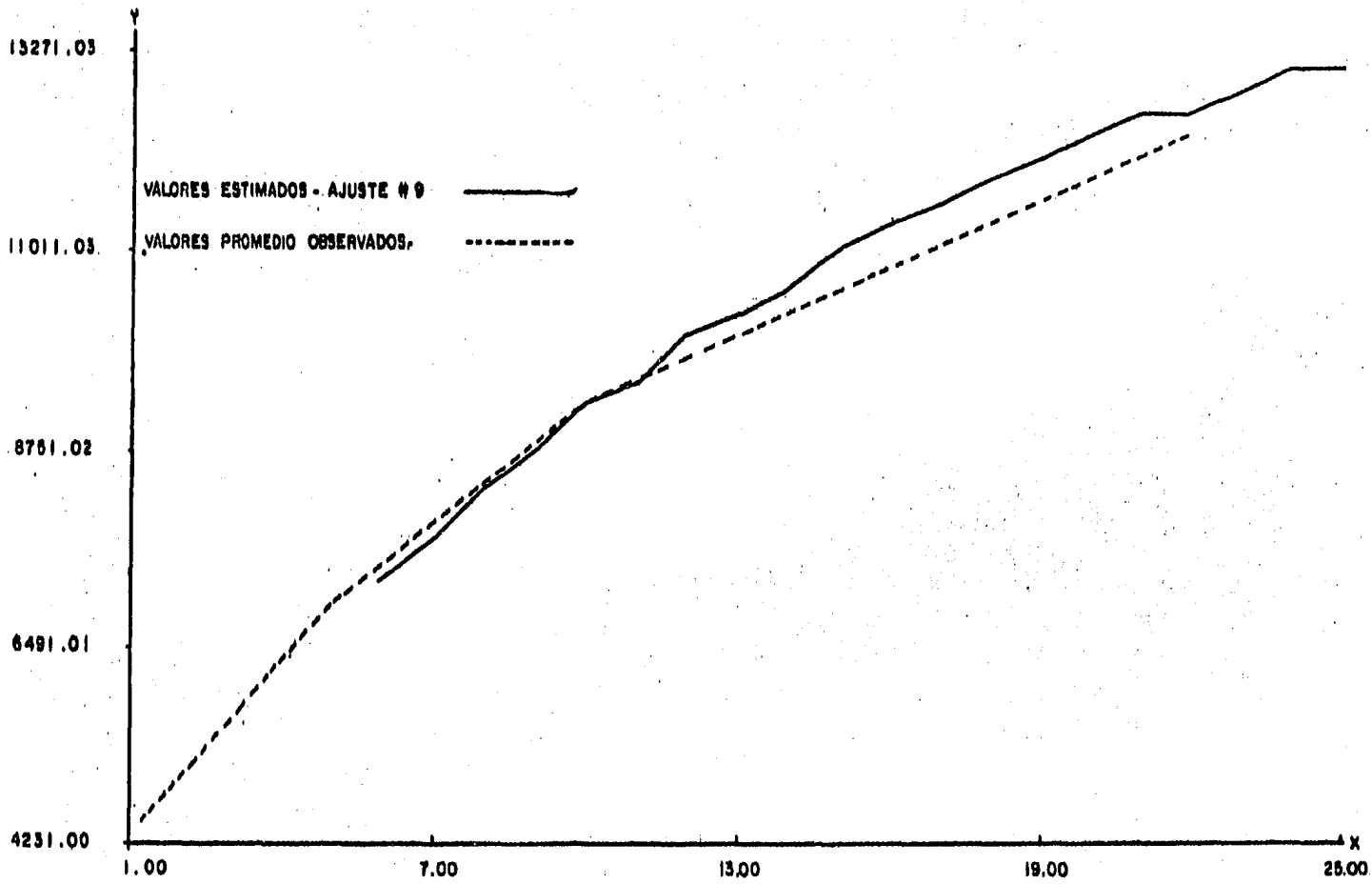
DENTRO DE CADA MODELO, EL AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO FUE MEJOR, AUNQUE NECESITO EN PROMEDIO EL TRIPLE DE LAS ITERACIONES - QUE SE HICIERON POR EL METODO DEL GRADIENTE.

EL MEJOR AJUSTE, DE ACUERDO CON LOS CRITERIOS MENCIONADOS PARRA-- FOS ARRIBA, FUE EL # 9, CON UNA SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR DE -- 574609579.77 Y UN VALOR DE JI-CUADRADA (960 G. L.) CALCULADO - -- 72991.21, EL CUAL ES INFERIOR EN MAS DE 40000 AL VALOR MAS CERCA-- NO DE LOS OTROS AJUSTES (# 8).

EN LA PROXIMA PAGINA, SE PRESENTA UNA GRAFICA CON LOS VALORES ESTIMADOS POR EL AJUSTE # 9 (LINEA CONTINUA) COMPARANDOLO CON LA - GRAFICA DE VALORES PROMEDIO OBSERVADOS PARA CADA EDAD (LINEA PUNTEADA).

CABE MENCIONAR QUE EL EJEMPLO NO PRETENDE ENCONTRAR LA LEY DE CRE

CIMIENTO DE LOS NIÑOS Y QUE SU RESULTADO NO IMPLICA QUE LA FUN--  
CION MONOMOLECULAR SEA LA QUE LO REPRESENTA, PUES LOS DATOS NO -  
PROPORCIONAN INFORMACION DE TODO EL CICLO DE CRECIMIENTO HUMANO,  
POR LO QUE EN ESTE CASO EL FENOMENO NO TIENE QUE SER ASINTOTICO  
AL VALOR QUE DIMOS; EN CASO DE HABER FIJADO OTRA ASINTOTA SUPE--  
RIOR, POSIBLEMENTE EL MEJOR AJUSTE HUBIESE SIDO OTRO, A PESAR DE  
LO CUAL EL EJEMPLO SIRVIO PARA LOS FINES QUE SE REQUERIAN.



GRAFICA # 7

AJUSTE	MODELO	METODO	CONVERJE		ITERACIONES	SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR	NOTA
			SI	NO			
1	LOGISTICO	APROX. LINEAL		X			
2	LOGISTICO	GRADIENTE	X		20	$283 \times 10^7$	
3	LOGISTICO	COMPROMISO	X		56	$132 \times 10^7$	
4	GOMPERTZ	APROX. LINEAL		X			
5	GOMPERTZ	GRADIENTE	X		13	$120 \times 10^7$	
6	GOMPERTZ	COMPROMISO	X		46	$101 \times 10^7$	
7	MONOMOLE- CULAR	APROX. LINEAL		X			DESPUES DE 1998 ITERACIONES
8	MONOMOLE- CULAR	GRADIENTE	X		9	$82 \times 10^7$	
9	MONOMOLE- CULAR	COMPROMISO	X		36	$57 \times 10^7$	MENOR SUMA DE - CUADRADOS DEL - ERROR
10	VON-VERTA LANFFY	APROX. LINEAL	X		1	$7424 \times 10^7$	LOS PARAMETROS INICIALES
11	VON-VERTA LANFFY	GRADIENTE	X		1	$7424 \times 10^7$	NO FUERON LOS ADECUADOS
12	VON-VERTA LANFFY	COMPROMISO	X		2	$5461 \times 10^7$	PIDIO AUMENTAR LA VELOCIDAD - DE CONVERGENCIA

# CAPITULO IV

## COMENTARIOS FINALES

"SI BIEN, POR SU MISMA NATURALEZA  
LOS METODOS DE CALCULO NO PUEDEN  
POR REGLA GENERAL, PRODUCIR MAS  
QUE RESULTADOS APROXIMADOS, LO  
CIERTO ES QUE EN LA PRACTICA SO-  
LO SE NECESITAN TALES RESULTADOS"

V. I. KRILOV

EL OBJETIVO PRINCIPAL DE ESTE TRABAJO FUE INTRODUCIR ALGUNOS MO-  
DELOS NO-LINEALES QUE SON USADOS PARA PREDICCIONES Y CUYA IMPOR-  
TANCIA RESIDE EN EL HECHO DE QUE LOS DATOS A LOS QUE SE AJUSTAN,  
POR SU MISMA NATURALEZA, DIFICILMENTE PODRIAN SER MODELADOS CON  
EL USO DE POLIMONIOS U OTRA FUNCION LINEAL (EN SUS PARAMETROS).

SIN EMBARGO EN EL TRABAJO NO ATACAMOS EXPLICITAMENTE EL PROBLEMA  
DE DECIDIR CUAL CURVA ES LA APROPIADA PARA AJUSTARSE A UN CONJUN-  
TO DE DATOS, LO CUAL ES PARTICULARMENTE DIFICIL; LA SOLUCION MAS  
SIMPLE SERIA GRAFICAR LOS DATOS EN UN PAPEL ESPECIAL PARA GRAFI-  
CAS (PAPEL SEMI-LOG, LOG-LOG, ETC.), USANDO EJES DISENADOS PARA  
DAR LINEAS RECTAS CUANDO LOS DATOS PROVIENEN DEL MODELO ADECUADO,

OTRA FORMA DE HACER LA ELECCION, LA CUAL ES EN PARTICULAR LA QUE  
EMPLEAMOS EN ESTE TRABAJO, ES BASARNOS EN EL VALOR DE LA SUMA DE  
CUADRADOS DEL ERROR, EL CUAL HEMOS PROPORCIONADO EN TODOS LOS --  
AJUSTES DONDE FUE POSIBLE, Y ELIGIENDO AQUEL CUYO VALOR SEA MENOR

UNA PROPIEDAD IMPORTANTE DE LOS MODELOS ASINTOTICOS PRESENTADOS, ESTA EN LAS PROYECCIONES A LARGO PLAZO (EXTRAPOLACIONES); SI - - NUESTRO PROPOSITO FUESE INTERPOLAR DATOS, ESTADISTICA Y PREDICTI VAMENTE HABRIA POCA DIFERENCIA ENTRE LOS POSIBLES MODELOS, Y TAL VEZ EN ESE CASO DEBIESEMOS INCLINARNOS HACIA LA SENCILLEZ DE ALGUNO DE ELLOS; PERO SI LOS PROPOSITOS DEL ESTUDIO INVOLUCRAN EXTRAPOLACIONES, UN MODELO QUE SIGA CORRECTAMENTE LA CURVATURA, -- LAS PROPIEDADES ASINTOTICAS, Y LOS PROBABLES CAMBIOS EN LA CONCA VIDAD DURANTE LA TRAYECTORIA DEL FENOMENO, JUSTIFICARA EL ESFUERZO EXTRA REQUERIDO.

POR ULTIMO QUISIERA AGREGAR QUE EN LOS DESARROLLOS DE ESTE TRABAJO SE CONSIDERARON, EN TODOS LOS MODELOS, LAS ASINTOTAS COMO SI FUERAN DATOS CONOCIDOS Y NO COMO PARAMETROS A ESTIMAR, A PESAR DE QUE LOS METODOS PERMITIRIAN OBTENER ESTIMACIONES PARA - ELLAS A PARTIR DE LOS DATOS, QUEDANDO ENTONCES COMO DESARROLLO POSTERIOR LOS ALGORITMOS PARA ESA SITUACION.

## APENDICE A.1

### FUNDAMENTOS TEORICOS DEL METODO DEL "COMPROMISO" DE MARQUARD



## A P E N D I C E A . 1

FUNDAMENTOS TEORICOS DEL METODO DEL "COMPROMISO" DE MARQUARD

EMPECEMOS POR SUPONER QUE, COMO EN EL METODO DE LINEALIZACION, -  
TENEMOS UN VECTOR INICIAL DE PARAMETROS " $\underline{T}^0$ ", Y HAGAMOS:

$$\underline{X} = (d_{ij}) \quad P \times N$$

$$F_i = F(t_i; \underline{T}^0)$$

$$\underline{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)'$$

$$\underline{F} = (F_1, F_2, \dots, F_N)'$$

$$d_{ij} = \left[ \frac{\partial}{\partial A_i} F(t_j; \underline{T}) \right]_{\underline{T}^0}$$

Y EXPRESAMOS LA SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR EN NOTACION MATRICIAL:

$$S(\underline{T}^0) = (\underline{Y} - \underline{F} - \underline{X}' \underline{T}^0)' (\underline{Y} - \underline{F} - \underline{X}' \underline{T}^0)$$

DAMOS AHORA EL:

TEOREMA # 1 .- SEA  $\lambda > 0$  ARBITRARIO Y "B" UN VECTOR TAL QUE CUM-

PLA:

$$(\underline{X} \underline{X}' + \lambda \underline{I}) \underline{B} = \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F})' \quad \dots (1)$$

ENTONCES "B" MINIMIZA "S(T)" EN LA HIPER-ESFERA

CON CENTRO EN EL ORIGEN Y RADIO "  $||\underline{B}||$  "

DEMOSTRACION : SE DESEA ENCONTRAR EL VECTOR "C" QUE MINIMICE

"S(T)" SUJETO A LA RESTRICCIÓN DE QUE:

$$||\underline{C}|| = ||\underline{B}||$$

USANDO MULTIPLICADORES DE LAGRANGE, SEA:

$$H(\underline{C}, \lambda) = (\underline{Y} - \underline{F} - \underline{X}' \underline{C})' (\underline{Y} - \underline{F} - \underline{X}' \underline{C}) + \lambda (\underline{C}' \underline{C} - \underline{B}' \underline{B})$$

$$\frac{\partial}{\partial \underline{C}} H = -2 \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F} + \underline{X}' \underline{C}) + 2 \lambda \underline{C} = 0$$

$$\lambda \underline{C} = \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F}) - \underline{X} \underline{X}' \underline{C}$$

$$\underline{X} \underline{X}' \underline{C} + \lambda \underline{C} = \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F})$$

ES DECIR:

$$(\underline{X} \underline{X}' + \lambda I) \underline{C} = \underline{X} (\underline{Y} - \underline{F})$$

PERO "B" SATISFACE POR HIPOTESIS PRECISAMENTE ESA CONDICIÓN, Q.E.P.D.

ESTE PRIMER TEOREMA NOS SIRVE PARA VER CUAL DEBE SER EL VALOR DE "B" QUE MINIMICE "S(T)", Y QUE ADEMÁS ESTE RESTRINGIDO A ESTAR EN LA HIPER-ESFERA DE RADIO " $||\underline{B}||$ "; ES DECIR, EL VALOR DE "B" -

ASI OBTENIDO ESTA DETERMINADO EN CUANTO A SU DIRECCION Y A SU --  
MAGNITUD. DE LA ECUACION (1), ES EVIDENTE QUE EL VECTOR "B" ES  
FUNCION DEL VALOR " $\lambda$ "; ESTO SUGIERE QUE LA MAGNITUD PODEMOS CON-  
TROLARLA PRECISAMENTE POR MEDIO DE CAMBIOS EN ESTE PARAMETRO, PE-  
RO ANTES DE EXPONER EL MODO DE HACERLO VEREMOS LOS OTROS DOS TEO-  
REMAS.

DEL TEOREMA 1 PODEMOS OBTENER:

$$\hat{B} = (X X' + \lambda I)^{-1} X (Y - F)$$

EN EL SEGUNDO TEOREMA VEREMOS UNA PROPIEDAD CUYA UTILIDAD ES PRE-  
CISAMENTE EL OBSERVAR EN QUE SENTIDO DEBEMOS DE VARIAR EL PARAME-  
TRO " $\lambda$ " PARA CONTROLAR LA MAGNITUD DE NUESTRO VECTOR "B"

TEOREMA # 2 .- SI EXPRESAMOS "B" EN FUNCION DE " $\lambda$ ", ES DECIR:

$$\underline{B}(\lambda) = (X X' + \lambda I)^{-1} X (Y - F) \quad \dots\dots(2)$$

Y ADEMAS " $(X X')$ " ES POSITIVA DEFINIDA.

ENTONCES:

$$||\underline{B}(\lambda)||$$

ES FUNCION DECRECIENTE DE " $\lambda$ " DE TAL MANERA QUE -  
CUANDO ESTA TIENDE A INFINITO LA NORMA TIENDE A -  
CERO.

DEMOSTRACION:

YA QUE  $(X X')$  ES POSITIVA DEFINIDA, EXISTE UNA MATRIZ ORTOGONAL "S" TAL QUE:

$$S' (X X') S = D = \text{Diag} (D_1, D_2, \dots, D_p)$$

LA MATRIZ "D", ESTA FORMADA PRECISAMENTE POR LAS RAICES CARACTERISTICAS DE  $(X X')$  POR LO QUE CADA "D<sub>i</sub>" ES POSITIVA.

LA EXPRESION (2) LA PODEMOS ESCRIBIR COMO:

$$\begin{aligned} \underline{B}(\lambda) &= (X X' + \lambda I)^{-1} X (\underline{Y} - \underline{F}) \\ &= S \left[ S' (X X' + \lambda I)^{-1} S \right] S' X (\underline{Y} - \underline{F}) \\ &= S \left[ D + \lambda I \right]^{-1} S' X (\underline{Y} - \underline{F}) \end{aligned}$$

EN DONDE HACEMOS:

$$\underline{V} = S' X (\underline{Y} - \underline{F})$$

Y PODEMOS EXPRESAR:

$$\begin{aligned} ||\underline{B}(\lambda)||^2 &= (S (D + \lambda I)^{-1} \underline{V})' (S (D + \lambda I)^{-1} \underline{V}) \\ &= \underline{V}' (D + \lambda I)^{-1} S' S (D + \lambda I)^{-1} \underline{V} \\ &= \underline{V}' \left[ (D + \lambda I)^{-1} \right]^2 \underline{V} \\ &= \sum V_i^2 / (D_i + \lambda)^2 \end{aligned}$$

QUE CLARAMENTE ES FUNCION DECRECIENTE DE  $\lambda > 0$ .

Q.E.P.D.

ESTE ULTIMO TEOREMA, NOS DICE POR LO PRONTO QUE AL AUMENTAR " $\lambda$ " DISMINUYE LA NORMA DE " $\underline{B}$ ".

POR ULTIMO EL TERCER TEOREMA QUE NO DEMOSTRARE POR REQUERIRSE PARA ELLO ALGUNOS RESULTADOS MAS FUERTES, NOS DICE LO SIGUIENTE:

TEOREMA # 3 .- SEA " $\underline{T}^0$ " UN VECTOR INICIAL, UNA MATRIZ " $X$ " Y UNOS VECTORES " $\underline{Y}$ " Y " $\underline{F}$ " COMO EN EL TEOREMA UNO:

$$\underline{B}_G = - \left[ \text{Grad } S \left( \underline{T} \right) \right] \underline{T}^0$$

(VECTOR DE CORRECCION POR EL METODO DEL GRADIENTE CON  $\lambda = 1$ )

Y:

$$\underline{B}^0 = (X X' + \lambda I)^{-1} X (\underline{Y} - \underline{F})$$

SEA " $\alpha$ " EL ANGULO ENTRE " $\underline{B}_G$ ", Y " $\underline{B}^0$ "; Y  $(X X')$  DEFINIDA POSITIVA:

ENTONCES " $\alpha$ " ES FUNCION DECRECIENTE DE " $\lambda$ ", DE TAL MANERA QUE CUANDO ESTA TIENE A INFINITO, " $\alpha$ " TIENDE A CERO.

AUN SIN DEMOSTRAR, PODEMOS OBTENER UN COROLARIO DE ESTE TEOREMA TENEMOS QUE COMO " $\underline{B}_G$ " NO DEPENDE DE " $\lambda$ ", " $\underline{B}^0$ " TIENDE A " $\underline{B}_G$ " CUANDO  $\lambda \rightarrow \infty$ , ADEMAS, SI  $\lambda = 0$ , " $\underline{B}^0$ " ES PRECISAMENTE LA CORRECCION POR EL METODO DE LINEALIZACION.

EN RESUMEN, LOS TRES TEOREMAS PROPORCIONAN EL SIGUIENTE RESULTADO:

- EL VECTOR DE CORRECCION " $\underline{B}^o$ " ES FUNCION DEL PARAMETRO " $\lambda$ " ESCOGIDO; EL QUE DETERMINA TANTO SU MAGNITUD (TEOREMA 2), COMO SU SENTIDO (TEOREMA 3).

ADEMAS SE OBSERVA QUE EN EL CASO EN QUE CONVENGA UTILIZAR EL METODO DEL GRADIENTE, UN " $\lambda$ " UN GRANDE SERIA ADECUADO; POR EL CONTRARIO SI LA FUNCION ES PRACTICAMENTE LINEAL, ES CONVENIENTE UN VALOR DE " $\lambda$ " CERCANO A CERO, UNA TERCERA POSIBILIDAD ES COMBINAR DISTINTOS VALORES DE " $\lambda$ ", ELIGIENDO EN CADA ETAPA EL MAS ADECUADO Y ESTO ULTIMO ES LO QUE SE PRETENDE CON EL METODO DEL COMPROMISO.

**A P E N D I C E      A.2**

**DEMOSTRACION DE RESULTADOS CITADOS EN EL TRABAJO**

A P E N D I C E    A.2

DEMOSTRACION DE RESULTADOS CITADOS EN EL TRABAJO

(R.1) :

$$F(t ; \underline{T}) = K / (1 + \text{Exp} (A - Bt) )$$

$$\begin{aligned} G_1 (t ; \underline{T}) &= \frac{\partial}{\partial A} F(t ; \underline{T}) = - K \text{Exp} (A - Bt) / (1+\text{Exp} (A - Bt) )^2 \\ &= -K \left[ (1+\text{Exp} (A - Bt))^{-1} \right] / (1+\text{Exp} (A-Bt))^2 \\ &= - \left[ K/(1+\text{Exp} (A - Bt)) \right] + K/(1+\text{Exp} (A-Bt))^2 \\ &= - F (t ; \underline{T}) + \frac{1}{K} \left[ F (t ; \underline{T}) \right]^2 \\ &= - F (t ; \underline{T}) \left[ 1 - \left( \frac{F (t ; \underline{T})}{K} \right) \right] \end{aligned}$$

Q. E. P. D.

(R.2) :

$$\begin{aligned} G_2 (t; \underline{T}) &= \frac{\partial}{\partial B} F (t ; \underline{T}) = - K (\text{Exp} (A - Bt)) (-t) / (1+\text{Exp} (A-Bt))^2 \\ &= - t \left[ - K \text{Exp} (A - Bt) / (1+\text{Exp} (A - Bt))^2 \right] \\ &= - t G_1 (t ; \underline{T}) \end{aligned}$$

Q. E. P. D.



(R.3) :

$$X X' = \begin{bmatrix} \Sigma X_{1i}^2 & \Sigma X_{1i} X_{2i} \\ \Sigma X_{1i} X_{2i} & \Sigma X_{2i}^2 \end{bmatrix}$$

PERO:

$$X_{1i} X_{2i} = X_{1i} (-t_i X_{1i}) = -t_i X_{1i}^2$$

$$X_{2i}^2 = (-t_i X_{1i})^2 = (t_i X_{1i})^2$$

$$X X' = \begin{bmatrix} \Sigma X_{1i}^2 & -\Sigma t_i X_{1i}^2 \\ -\Sigma t_i X_{1i}^2 & \Sigma (t_i X_{1i})^2 \end{bmatrix}$$

Y:

$$D = \text{DET} (X X') = (\Sigma X_{1i}^2 \Sigma (t_i X_{1i})^2) - (\Sigma t_i X_{1i}^2)^2$$

Q. E. P.-D.

(R.4) :

$$(X X')^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \Sigma (t_i X_{1i})^2 & \Sigma t_i X_{1i}^2 \\ \Sigma t_i X_{1i}^2 & \Sigma X_{1i}^2 \end{bmatrix}$$

$$(X X')^{-1} X = (Y_{1j})_{2 \times N}$$

$$\begin{aligned} \text{(D) } (Y_{1K}) &= X_{1K} \sum (t_i X_{1i})^2 + X_{2K} \sum t_i X_{1i}^2 \\ &= X_{1K} \sum (t_i X_{1i})^2 - t_K X_{1K} \sum t_i X_{1i}^2 \\ &= X_{1K} \left[ \sum (t_i X_{1i})^2 - t_K \sum t_i X_{1i}^2 \right] \end{aligned}$$

Q. E. P. D.

(R.5) :

$$\begin{aligned} \text{(D) } (Y_{2K}) &= X_{1K} \sum t_i X_{1i}^2 + X_{2K} \sum X_{1i}^2 \\ &= X_{1K} \sum t_i X_{1i}^2 - t_K X_{1K} \sum X_{1i}^2 \\ &= X_{1K} \left[ \sum t_i X_{1i}^2 - t_K \sum X_{1i}^2 \right] \end{aligned}$$

Q. E. P. D.

(R.6) :

$$(X X')^{-1} X = (Y_{1K})_{2 \times N}$$

$Y_{iK}$  COMO EN (R.4) Y (R.5).

$$(X X')^{-1} X (\underline{Z} - \underline{F}) = (\hat{A}, \hat{B})'$$

$$\hat{A} = \Sigma Y_{iK} (Z_K - F_K) = \frac{1}{D} \Sigma (Z_K - F_K) X_{1K} (\Sigma (t_i X_{1i})^2 - T_K \Sigma t_i X_{1i}^2)$$

Q. E. P. D.

(R.7) :

$$\hat{B} = \Sigma Y_{2K} (Z_K - F_K) = \frac{1}{D} \Sigma (Z_K - F_K) X_{1K} (\Sigma t_i X_{1i}^2 - t_K \Sigma X_{1i}^2)$$

Q. E. P. D.

(R.8) :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & W_{12} \\ W_{12} & 1 \end{bmatrix}$$

$$(C + \lambda V^Q I) = \begin{bmatrix} 1 + \lambda V^Q & W_{12} \\ W_{12} & 1 + \lambda V^Q \end{bmatrix}$$

$$\text{DET} = \text{DET} (C + \lambda V^Q I) = (1 + \lambda V^Q)^2 - W_{12}^2$$

$$N = C + \lambda V^Q I^{-1} = \frac{1}{\text{DET}} \begin{bmatrix} 1 + \lambda V^Q - W_{12} & -W_{12} \\ -W_{12} & 1 + \lambda V^Q \end{bmatrix}$$

$$\underline{D} = N \underline{K} = (D_1, D_2)$$

$$D_1 = \frac{1}{\text{DET}} \left[ K_1 (1 + \lambda V^Q) - K_2 W_{12} \right]$$

$$D_2 = \frac{1}{\text{DET}} \left[ K_2 (1 + \lambda V^Q) - K_1 W_{12} \right]$$

$$T_1 = D_1 / \sqrt{Z_{11}}$$

Q. E. P. D.

(R.9):

$$T_2 = D_2 / \sqrt{Z_{22}}$$

Q.E.P.D.

(R.10):

$$F(t; \underline{T}) = K \text{Exp}(-\text{Exp}(A-Bt))$$

$$\begin{aligned} G_1(t; \underline{T}) &= \frac{\partial}{\partial A} F(t; \underline{T}) = K (\text{Exp}(-\text{Exp}(A-Bt))) (-\text{Exp}(A-Bt)) \\ &= -K (\text{Exp}(A-Bt)) F(t; \underline{T}) \end{aligned}$$

Q.E.P.D.

(R.11):

$$\begin{aligned} G_2(t; \underline{T}) &= \frac{\partial}{\partial B} F(t; \underline{T}) = K (\text{Exp}(-\text{Exp}(A-Bt))) (-\text{Exp}(A-Bt)) (-t) \\ &= -t G_1(t; \underline{T}) \end{aligned}$$

Q.E.P.D.

(R.12):

$$\begin{aligned} \sum X_{1i} X_{2i} &= \sum X_{1i} (-A^j t_i X_{1i}) = -A^j \sum t_i X_{1i}^2 \\ \sum X_{2i}^2 &= \sum (-A^j t_i X_{1i})^2 = (A^j)^2 \sum (t_i X_{1i})^2 \end{aligned}$$

Q.E.P.D.

(R.13):

$$(XX')^{-1} \quad \text{COMO EN (2.12).}$$

$$(XX')^{-1} X = (Y_{ij})_{2 \times N}$$

$$\begin{aligned} (C) (Y_{1k}) &= (X_{1k} (A^j)^2 \sum (t_i X_{1i})^2 + X_{2k} A^j \sum t_i X_{1i}^2) \\ &= A^j (X_{1k} A^j \sum (t_i X_{1i})^2 - A^j t_k X_{1k} \sum t_i X_{1i}^2) \\ &= X_{1k} (A^j)^2 (\sum (t_i X_{1i})^2 - t_k \sum t_i X_{1i}^2) \end{aligned}$$

Q.E.P.D.

(R.14):

$$\begin{aligned}
 (C) (y_{2k}) &= (X_{1k} A^j \sum t_i X_{1i}^2 + X_{2k} \sum X_{1i}^2) \\
 &= (X_{1k} A^j \sum t_i X_{1i}^2 - A^j t_k X_{1k} \sum X_{1i}^2) \\
 &= X_{1k} A^j (\sum t_i X_{1i}^2 - t_k \sum X_{1i}^2)
 \end{aligned}$$

Q.E.P.D.

(R.15) Y (R.16):

$$(\hat{A}, \hat{B})' = (XX')^{-1} X(\underline{Y}-\underline{F})$$

Y SE SIGUE DIRECTO AL RESULTADO USANDO ESTA  
EXPRESION CONJUNTAMENTE CON (R.13) y (R.14).

Q.E.P.D.

(R.17):

$$X(\underline{Y}-\underline{F}) = (E_1, E_2)'$$

$$E_1 = \sum X_{1i} (Y_i - F_i)$$

$$\begin{aligned}
 E_2 &= \sum X_{2i} (Y_i - F_i) = \sum -A^j t_i X_{1i} (Y_i - F_i) \\
 &= -A^j \sum t_i X_{1i} (Y_i - F_i)
 \end{aligned}$$

Q.E.P.D.

(R.18): RESULTA OBVIO DESPUES DE VER (R.9) CONSIDERANDO QUE  
EN ESTE CASO  $D_2$  SE DIFERENCIA DEL ANTERIOR ( VER (R.8) )  
EN QUE POSEE COMO DENOMINADOR A  $A^j$ .

Q.E.P.D.

(R.19) :

$$F(t; \underline{T}) = \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right]^{\frac{1}{1-M}}$$

$$F^{1-M} = \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right]$$

$$G_1(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial B} F(t; \underline{T}) = \frac{-1}{1-M} \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right]^{\left(\frac{1}{1-M} - 1\right)} \left[ -D \text{Exp}(-Bt) \right] (-t)$$

$$= -\frac{t}{1-M} \left[ \left( K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right) - K^{1-M} \right] \left[ K^{1-M} D \text{Exp}(-Bt) \right]^{\frac{M}{1-M}}$$

$$= -\frac{t}{1-M} F^M \left[ F^{1-M} - K^{1-M} \right]$$

$$= -t \left[ F - F^M K^{1-M} \right] / (1-M)$$

$$= t F \left[ \left( F/K \right)^{M-1} - 1 \right] / (1-M)$$

Q. E. P. D.

(R.20) :

$$G_2(t; \underline{T}) = \frac{\partial}{\partial D} F(t; \underline{T}) = \frac{1}{1-M} \left[ K^{1-M} - D \text{Exp}(-Bt) \right]^{\left(\frac{1}{1-M} - 1\right)} \left[ -\text{Exp}(-Bt) \right]$$

$$= - \left[ G_1(t; \underline{T}) \right] / Dt$$

Q. E. P. D.

(R.21) :

$$\begin{aligned}
 G_3 (t ; \underline{T}) &= \frac{\partial}{\partial M} F (t ; \underline{T}) \\
 &= P \left[ \frac{\text{Ln } (F)^{1-M}}{(1-M)^2} - \frac{K^{1-M} \text{Ln } (K)}{(1-M) F^{1-M}} \right] \\
 &= P \left[ \frac{(1-M) \text{Ln } (F)}{(1-M)^2} - \frac{(F/K)^{M-1} \text{Ln } (K)}{(1-M)} \right] \\
 &= P \left[ \text{Ln } (F) - (F/K)^{M-1} \text{Ln } (K) \right] / (1-M)
 \end{aligned}$$

Q. E. P. D.

(R.22) : ES CLARO QUE:

$$\text{DET} = \text{DET } (X X')$$

ES COMO EN EL TEXTO SE INDICA; AHORA, PARA OBTENER LA INVERSA ES NECESARIA LA ADJUNTA TRANSPUESTA, - QUE POR SER "(X X')" SIMETRICA, TAMBIEN SERA SIMETRICA.

PERO LOS ADJUNTOS SON PRECISAMENTE LOS "U<sub>ij</sub>" QUE SE INDICAN.



**APENDICE A.3**

**PROGRAMA "R CURVAS"**

```

*****
*****
***
*** ESTE PROGRAMA AJUSTA CUALQUIER SERIE DE DATOS QUE REPRESENTEN
*** UN CRECIMIENTO A CUALQUIERA DE LOS SIGUIENTES MODELOS:
***
*** A).-LOGISTICA
*** B).-GOMPERTZ
*** C).-MONOMOLECULAR
*** D).-VON-VERTALANFFY
***
*** POR ALGUNO DE LOS SIGUIENTES METODOS DE ESTIMACION:
***
*** 1).-LINEALIZACION
*** 2).-MAXIMO DESCENSO O GRADIENTE
*** 3).-CONFRONTO DE MARQUARD
***
*****
*****
*
* ENTRADA DE DATOS
*
*****

```

```

DIM SINOS2,Y2S2 ,Y3S2, Y4S2, W5S2, W6S2, A(1000), B(1000)
DIM S(1000), C1(1001), C2(1001), C3(1001), LAMB(1001)
DIM VALOR(100),T(1000),Y(1000),F(1000),X(1000),G(1000),D(1000)
DIM Z(1000),X2(1000),N3Z(100),PI(1000),FF(1000),YY(1000),I(1000)
DIM MIENTRAS(1000),PASO2X(5), INF42, M(1000), PASOZ(100)
SINOS="NO"

```

```
INPUT "DESEAS LOS DATOS POR LA IMPRESORA", SINOS
```

```
IF ( SINOS="SI" ) THEN SELECT PRINTER
```

```
PRINCIPIO:
```

```
INPUT "TIENES DATOS DADOS Y DESEAS TRABAJAR CON ELLOS", Y1S
```

```
IF ( Y1S="SI" ) THEN GO TO ELECCION
```

```
Y1=0
```

```
TRASL=0
```

```
INPUT "CURVAS DE CRECIMIENTO-# DE OBSERVACIONES", NX
```

```
IF ( NX<1 ) THEN GO TO PRINCIPIO
```

```
REDIM T(N%), Y(N%), F(N%), X(N%), G(N%), D(N%), Z(N%), X2(N%)
```

```
REDIM I(N%)
```

```
FOR IX=1 TO N%
```

```
I(IX)=0
```

```
T(IX)=0
```

```
VUELVE01:
```

```
INPUT "TIEMPO T-DIFERENTE A CERO-", I(IX)
```

```
IF ( I(IX)=0 ) THEN GO TO MENSAJ01
```

```
VUELVE02:
```

```
Y(IX)=0
```

```
INPUT "TAMAÑO -Y", Y(IX)
```

```
NEXT IX
```

```
*****
*                                     *
*                               ELECCION DEL MODELO                               *
*                                     *
*****
```

```
ELECCION:
```

```
K=0
```

```
IT%=0
```

```
UNOX=5
```

```
DOS%=4
```

```
TRES%=5
```

```
Y2$="SI"
```

```
Y3$="NO"
```

```
ACCEPT AT(01,20),"TIPO DE CURVA POR AJUSTAR:"
```

```
AT(02,24),"1.- LOGISTICA"
```

```
AT(03,24),"2.- COMPERTZ"
```

```
AT(04,24),"3.- MONOMOLECULAR"
```

AT(05,24),"4.- VON-VERTALANFFY"

AT(06,24),"5.- NINGUNA DE ELLAS"

AT(08,30),UNOX,PIC(#)

IF (UNOX=5) THEN GO TO INTERMEDIO

```

*****
*                                     *
*          ELECCION DEL METODO          *
*                                     *
*****

```

ACCEPT AT(01,20),"METODO DE AJUSTE"

AT(02,21),"1.-LINEALIZACION"

AT(03,21),"2.-GRADIENTE"

AT(04,21),"3.-COMPROMISO"

AT(05,21),"4.-NINGUNO DE ELLOS"

AT(06,25),DOS%,PIC(#)

VUELVE03:

FOR IX=1 TO NX

T(IX)=I(IX)

NEXT IX

CREDX=0

REDX=1

INF\$="SIFINITO"

IF ( DOS%=4 ) THEN GO TO INTERMEDIO

CAMBIO\$X=1

R=0.01

CRED=0

ATRAS1:

INPUT "GRADO DE APROXIMACION R>0", R

IF ( R<=0 ) THEN GO TO ATRAS1

INPUT "ASINTOTA SUPERIOR -K(DIFERENTE DE CERO)", K

VUELVE04:

IF ( K=0 ) THEN GO TO MENSAJ02

C=0

IF ( UNO%=4 ) THEN GO TO VONVER

```
*****
*   AQUI REALIZA CALCULOS COMUNES A LOS TRES PRIMEROS MODELOS   *
*****
```

A(1)=0

B(1)=0

IF ( UNO%=3 ) THEN GO TO SIGUE01

INPUT "ASINTOTA INFERIOR C<K", C

INPUT "PARAMETRO INICIAL A ( DIFERENTE DE CERO )", A(1)

IF ( K<=C ) THEN GO TO MENSAJ03

SIGUE01:

IF ( UNO%=3 ) THEN INPUT "PARAMETRO INICIAL D<A<1", A(1)

IF ( A(1)<=0 AND UNO%=3 ) THEN GO TO SIGUE01

IF ( A(1)>=1 AND UNO%=3 ) THEN GO TO SIGUE01

INPUT "PARAMETRO INICIAL B ( DIFERENTE DE CERO )", B(1)

IF ( A(1)=0 OR B(1)=0 ) THEN GO TO SIGUE01

FOR I%=1 TO N%

VUELVE05:

IF ( UNO%<>3 AND Y(I%)<C ) THEN GO TO MENSAJ04

IF ( Y(I%)>K ) THEN GO TO MENSAJ05

E(I%)=C

Z(I%)=Y(I%)-C

G(I%)=0

```

D(I%)=0
NEXT I%
VUELVE04:
  J%=1
  C1(1)=1000
  C2(1)=1000
ITERA1:
  DET1=1
  Z11=0
  Z12=0
  Z22=0
  Q1=0
  Q2=0
  C1(J%+1)=1000
  C2(J%+1)=1000
  S(J%)=0
FOR IX=1 TO NX
  F(I%)=0
  X(I%)=0
  F=0
  G=0
  AF=0
  G=(B(J%))*T(I%)
  F=A(J%)-G
  IF ( F>14 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN01
  IF ( F>14 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN02

```

IF ( F>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN03

IF ( F>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN04

AF=ARS(F)

IF ( AF>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN05

IF ( AF>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN06

IF ( F<=2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN07

IF ( UNO%=1 ) THEN F(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNO%=2 ) THEN F(I%)=(K)\*(EXP(-EXP(F)))

IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=(K)\*(1-(A(J%))\*(EXP(-G)))

IF ( UNO%=1 ) THEN Y(I%)=(F(I%))\*(1-(F(I%)/K))\*(-1)

IF ( UNO%=2 ) THEN X(I%)=(F(I%))\*(EXP(F))\*(-1)

IF ( UNO%=3 ) THEN X(I%)=(K)\*(EXP(-G))\*(-1)

GO TO ADELAN08

ADELAN01:

IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=K

GO TO ADELAN08

ADELAN02:

IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=(K)\*(1-(A(J%))\*(EXP(-G)))

IF ( UNO%=3 ) THEN X(I%)=(K)\*(EXP(-G))\*(-1)

GO TO ADELAN08

ADELAN03:

IF ( UNO%=1 ) THEN F(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=K

IF ( UNO%=1 ) THEN X(I%)=(F(I%))\*(1-(F(I%)/K))\*(-1)

GO TO ADELAN08

ADELAN04:

IF ( UNO% = 1 ) THEN F(I%) = K / (1 + EXP(F))

IF ( UNO% = 3 ) THEN F(I%) = (K) \* (1 - (A(J%)) \* (EXP(-G)))

IF ( UNO% = 1 ) THEN X(I%) = (F(I%)) \* (1 - (F(I%) / K)) \* (-1)

IF ( UNO% = 3 ) THEN X(I%) = (K) \* (EXP(-G)) \* (-1)

GO TO ADELANO8

ADELANO5:

F(I%) = K

GO TO ADELANO8

ADELANO6:

F(I%) = K

IF ( UNO% = 3 ) THEN F(I%) = (K) \* (1 - (A(J%)) \* (EXP(-G)))

IF ( UNO% = 3 ) THEN X(I%) = (K) \* (EXP(-G)) \* (-1)

GO TO ADELANO8

ADELANO7:

F(I%) = K

IF ( UNO% = 1 ) THEN F(I%) = K / (1 + EXP(F))

IF ( UNO% = 2 ) THEN F(I%) = (K) \* (EXP(-EXP(F)))

IF ( UNO% = 1 ) THEN Y(I%) = (F(I%)) \* (1 - (F(I%) / K)) \* (-1)

IF ( UNO% = 2 ) THEN X(I%) = (F(I%)) \* (EXP(F)) \* (-1)

ADELANO8:

D(I%) = Z(I%) - F(I%)

S(J%) = S(J%) + ((D(I%)) \* 2)

NEXT I%

IF ( C1(J%) < R AND C2(J%) < R ) THEN GO TO ROUTINA

IF ( J% = 1000 ) THEN GO TO NCONVER1

A(J%+1) = 0



B(JX+1)=0

FOR IX=1 TO NX

Z11=Z11+((X(IX))\*\*2)

Z12=Z12+(T(IX)+((X(IX))\*\*2))

Z22=Z22+((T(IX)\*X(IX))\*\*2)

Q1=Q1+X(IX)\*D(IX)

Q2=Q2+(X(IX)\*T(IX)\*D(IX))

NEXT IX

Q2=(-1)\*Q2

IF ( DCS%=2 ) THEN GO TO GRADIEN1

IF ( DCS%=3 ) THEN GO TO MARQUAR1

\*\*\*\*\*  
 \* TRES PRIMEROS MODELOS: LINEALIZACION \*  
 \*\*\*\*\*

DET1=(Z11\*Z22)-((Z12)\*\*2)

IF ( DET1=0 ) THEN GO TO PROBLEMA

AEST1=0

BEST1=0

FOR IX=1 TO NX

AEST1=AEST1+((Z22-Z12\*T(IX))+X(IX)\*D(IX))/DET1

BEST1=BEST1+((Z12-Z11\*T(IX))+X(IX)\*D(IX))/DET1

NEXT IX

A(JX+1)=A(JX)+AEST1

B(JX+1)=B(JX)+BEST1

S(JX+1)=0

FOR IX=1 TO NX

F=0

```

AF=0
G=0
F(I%)=0
G=(5(J%+1))*(T(I%))
F=A(J%+1)-G
IF ( F>14 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN09
IF ( F>14 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN10
IF ( F>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN11
IF ( F>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN12
AF=ABS(F)
IF ( AF>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN13
IF ( AF>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN14
IF ( F<=2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN15
IF ( UNO%=1 ) THEN F(I%)=K/(1+EXP(F))
IF ( UNO%=2 ) THEN F(I%)=(K)*(EXP(-EXP(F)))
IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=(K)*(1-(A(J%+1))*(EXP(-G)))
GO TO ADELAN16
ADELAN09:
IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=K
GO TO ADELAN16
ADELAN10:
IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=(K)*(1-(A(J%+1))*(EXP(-G)))
GO TO ADELAN16
ADELAN11:
IF ( UNO%=1 ) THEN F(I%)=K/(1+EXP(F))
IF ( UNO%=3 ) THEN F(I%)=K

```

```

GO TO ADELAN16:
ADELAN12:
IF ( UNO% = 1 ) THEN F(I%) = K / (1 + EXP(F))
IF ( UNO% = 3 ) THEN F(I%) = (K) * (1 - (A(J% + 1)) * (EXP(-G)))
GO TO ADELAN16
ADELAN13:
F(I%) = K
GO TO ADELAN16
ADELAN14:
F(I%) = K
IF ( UNO% = 3 ) THEN F(I%) = (K) * (1 - (A(J% + 1)) * (EXP(-G)))
GO TO ADELAN16
ADELAN15:
F(I%) = K
IF ( UNO% = 1 ) THEN F(I%) = K / (1 + EXP(F))
IF ( UNO% = 2 ) THEN F(I%) = (K) * (EXP(-EXP(F)))
ADELAN16:
S(J% + 1) = S(J%) + (Z(I%) - F(I%)) * * 2
NEXT I%
IF ( S(J% + 1) < S(J%) ) THEN GO TO MITAD1
A(J% + 1) = A(J%) + (2 * AEST1)
B(J% + 1) = B(J%) + (2 * BEST1)
GO TO SIGUE02
MITAD1:
A(J% + 1) = A(J%) + (AEST1 / 2)
B(J% + 1) = B(J%) + (BEST1 / 2)

```

SIGUE02:

$C1(J\%+1) = \text{ABS}((A(J\%+1) - A(J\%)) / A(J\%))$

$C2(J\%+1) = \text{ABS}((B(J\%+1) - B(J\%)) / B(J\%))$

$J\% = J\% + 1$

GO TO ITERA1

\*\*\*\*\*  
 \* TRES PRIMEROS MODELOS: GRADIENTE \*  
 \*\*\*\*\*

GRADIEN1:

IF (  $J\% > 1$  OR  $IT\% > 0$  ) THEN GO TO SIGUE03

LAMDA=0

INPUT "VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA>0", LAMDA

IF (  $LAMDA \leq 0$  ) THEN GO TO GRADIEN1

PASO1%(1)=0

VALOR(1)=LAMDA

SIGUE03:

D1=0

D2=0

$D1 = 2 * Q1 + LAMDA$

$D2 = 2 * Q2 + LAMDA$

VUELVE07:

LL%=0

LL%=0

ASEST2=0

BEST2=0

ITERA2:

IF (  $LL\% = 2 = 0$  ) THEN GO TO NCONVER2

```

LX=LX+1
LLX=LLX+1
AEST2=A(JX)+D1/(2**LX)
BEST2=R(JX)+D2/(2**LX)
SEST2=0
FOR IX=1 TO NX
  F=0
  G=0
  G=BEST2*T(IX)
  F=AEST2-G
  G(IX)=0
  AF=0
  IF ( F>14 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN17
  IF ( F>14 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN18
  IF ( F>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN19
  IF ( F>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN20
  AF=ABS(F)
  IF ( AF>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN21
  IF ( AF>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN22
  IF ( F<=2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN23
  IF ( UNOX=1 ) THEN G(IX)=K/(1+EXP(F))
  IF ( UNOX=2 ) THEN G(IX)=(K)*(EXP(-EXP(F)))
  IF ( UNOX=3 ) THEN G(IX)=(K)*(1-(AEST2)*(EXP(-G)))
GO TO ADELAN24
ADELAN17:
IF ( UNOX=3 ) THEN G(IX)=K

```

GO TO ADELAN24

ADELAN18:

IF ( UNO% = 3 ) THEN  $G(I\%) = (K) * (1 - (AEST2) * (EXP(-G)))$

GO TO ADELAN24

ADELAN19:

IF ( UNO% = 1 ) THEN  $G(I\%) = K / (1 + EXP(F))$

IF ( UNO% = 3 ) THEN  $G(I\%) = K$

GO TO ADELAN24

ADELAN20:

IF ( UNO% = 1 ) THEN  $G(I\%) = K / (1 + EXP(F))$

IF ( UNO% = 3 ) THEN  $G(I\%) = (K) * (1 - (AEST2) * (EXP(-G)))$

GO TO ADELAN24

ADELAN21:

$G(I\%) = K$

GO TO ADELAN24

ADELAN22:

$G(I\%) = K$

IF ( UNO% = 3 ) THEN  $G(I\%) = (K) * (1 - (AEST2) * (EXP(-G)))$

GO TO ADELAN24

ADELAN23:

$G(I\%) = K$

IF ( UNO% = 1 ) THEN  $G(I\%) = K / (1 + EXP(F))$

IF ( UNO% = 2 ) THEN  $G(I\%) = (K) * (EXP(-EXP(F)))$

ADELAN24:

$SEST2 = SEST2 + (Z(I\%) - G(I\%)) ** 2$

NEXT I%

IF ( SEST2>S(J%) ) THEN GO TO ITERA2

A(J%+1)=AEST2

B(J%+1)=BEST2

S(J%+1)=SEST2

C3(J%+1)=(S(J%)-SEST2)/S(J%)

IF ( C3(J%+1)<R ) THEN GO TO RUTINA

IF ( J%=1000 ) THEN GO TO NCONVER1

J%=J%+1

GO TO ITERA1

```
*****
*           TRES PRIMEROS MODELOS: COMPROMISO           *
*****
```

MARCUAR1:

IF ( JX>1 OR ITX>0 ) THEN GO TO SIGUE04

LAMD(1)=0

V=2

ATRAS2:

INPUT "VELOCIDAD DE CONVERGENCIA INICIAL:LAMDA>0", LAMD(1)

INPUT "CONTROL DE VELOCIDAD V>1", V

IF ( LAMD(1)<=0 OR V<=1 ) THEN GO TO ATRAS2

SIGUE04:

K1=0

K2=0

LAMD(J%+1)=0

W12=0

W12=712/(Z11+Z22)\*\*(0.5))

K1=01/(Z11)\*\*(0.5))

```

K2=G2/(Z22**(.5))
LX=0
LLX=0
ITERA3:
  IF ( LLX=1000 ) THEN GO TO NCONVER3
VUELVE08:
  LX=LX+1
  LLX=LLX+1
  AEST3=0
  BEST3=0
  SEST3=0
  T1=0
  T2=0
VUELVE09:
  AUX1=0
  AUX1=(LAMD(JX)*(V**((LX-2))))+1
  AW=ABS(W12)
  IF ( AUX1=AW ) THEN GO TO MENSAJ06
  T1=(K1+AUX1-K2+W12)/(((AUX1**2)-(W12**2))*(Z11**(.5)))
  T2=(K2+AUX1-K1+W12)/(((AUX1**2)-(W12**2))*(Z22**(.5)))
  IF ( UNO%=3 ) THEN T2=T2/(A(JX))
  AEST3=A(JX)+T1
  BEST3=B(JX)+T2
  IF ( AEST3=0 OR BEST3=0 ) THEN GO TO MENSAJ06
FOR IX=1 TO NX
  G(IX)=0

```



F=0

G=0

AF=0

G=BEST3\*T(I%)

F=AEST3-G

IF ( F>14 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN25

IF ( F>14 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN26

IF ( F>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN27

IF ( F>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN28

AF=ABS(F)

IF ( AF>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN29

IF ( AF>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN30

IF ( F<=2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN31

IF ( UNOX=1 ) THEN G(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNOX=2 ) THEN G(I%)=(K)+(EXP(-EXP(F)))

IF ( UNOX=3 ) THEN G(I%)=(K)\*(1-(AEST3)\*(EXP(-G)))

GO TO ADELAN32

ADELAN25:

IF ( UNOX=3 ) THEN G(I%)=K

GO TO ADELAN32

ADELAN26:

IF ( UNOX=3 ) THEN G(I%)=(K)\*(1-(AEST3)\*(EXP(-G)))

GO TO ADELAN32

ADELAN27:

IF ( UNOX=1 ) THEN G(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNOX=3 ) THEN G(I%)=K

GO TO ADELAN32

ADELAN28:

IF ( UNO%=1 ) THEN G(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNO%=3 ) THEN G(I%)=(K)+(1-(AEST3)\*(EXP(-G)))

GO TO ADELAN32

ADELAN29:

G(I%)=K

GO TO ADELAN32

ADELAN30:

G(I%)=K

IF ( UNO%=3 ) THEN G(I%)=(K)+(1-(AEST3)\*(EXP(-G)))

GO TO ADELAN32

ADELAN31:

G(I%)=K

IF ( UNO%=1 ) THEN G(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNO%=2 ) THEN G(I%)=(K)\*(EXP(-EXP(F)))

ADELAN32:

SEST3=SEST3+((Z(I%)-G(I%))\*\*2)

NEXT I%

IF ( SEST3>S(J%) ) THEN GO TO ITERA3

C1(J%+1)=ABS(T1/A(J%))

C2(J%+1)=ABS(T2/B(J%))

S(J%+1)=SEST3

A(J%+1)=AEST3

B(J%+1)=BEST3

LAND(J%+1)=AUX1-1

JX=JX+1

GO TO ITERA1

```
*****
*                                     *
*          MODULO DE VON-VERTALANFFY          *
*                                     *
*****
```

VONVER:

P(1)=0

A(1)=0

M(1)=0

ATRAS3:

INPUT "PARAMETRO INICIAL E>0", B(1)

INPUT "PARAMETRO INICIAL D>0", A(1)

INPUT "PARAMETRO INICIAL M -0<M<1-", M(1)

IF ( M(1)<=0 OR M(1)>=1 ) THEN GO TO ATRAS3

IF ( B(1)<=0 OR A(1)<=0 ) THEN GO TO ATRAS3

VUELVE10:

FOR IX=1 TO NX

IF ( Y(IX)>K ) THEN GO TO MENSAJOS

NEXT IX

VUELVE11:

JX=1

C1(1)=1000

C2(1)=1000

C3(1)=1000

ITCPAA:

O1=0

O2=0

Q3=0

Z11=0

Z12=0

Z13=0

Z22=0

Z23=0

Z33=0

DET2=1

U11=0

U12=0

U13=0

U22=0

U23=0

U33=0

C1(J%+1)=1000

C2(J%+1)=1000

C3(J%+1)=1000

S(J%)=0

IF ( M(J%)=1 ) THEN GO TO MITAD2

FOR IX=1 TO NX

F(IX)=0

X(IX)=0

X2(IX)=0

Z(IX)=0

G=0

G=B(J%)\*T(IX)

IF ( G>14 ) THEN GO TO ADELAN33

F(I%)=K\*(1-M(J%))

F(I%)=F(I%)-((A(J%))\*(EXP(-G)))

F(I%)=F(I%)+(1/(1-M(J%)))

X(I%)=(((F(I%)/K)+(M(J%)-1))-1)\*(T(I%))\*(F(I%)/(1-M(J%)))

X2(I%)=-X(I%)/((A(J%))\*(T(I%)))

Z(I%)=(F(I%))\*(LOG(F(I%))-(LOG(K))\*((F(I%)/K)+(M(J%)-1)))

Z(I%)=(Z(I%))/(1-M(J%))

GO TO ADELAN34

ADELAN33:

F(I%)=K

ADELAN34:

D(I%)=Y(I%)-F(I%)

S(J%)=S(J%)+(D(I%))\*\*2

NEXT I%

IF ( C1(J%)<R AND C2(J%)<R AND C3(J%)<R ) THEN GO TO ROUTINA

IF ( JX=1000 ) THEN GO TO NCONVER1

B(JX+1)=0

A(JX+1)=0

M(JX+1)=0

FOR IX=1 TO NX

Z11=Z11+((X(I%))\*\*2)

Z12=Z12+((X(I%))\*(X2(I%)))

Z13=Z13+((X(I%))\*(Z(I%)))

Z23=Z23+((X2(I%))\*(Z(I%)))

Z33=Z33+((Z(I%))\*\*2)

$$Z22=Z22+((X2(IX))^{**2})$$

$$Q1=Q1+((X(IX))*D(IX))$$

$$Q2=Q2+((X2(IX))*D(IX))$$

$$Q3=Q3+((Z(IX))*D(IX))$$

NEXT IX

IF ( DOS% = 2 ) THEN GO TO GPADIEN2

IF ( DOS% = 3 ) THEN GO TO MARQUAR2

\*\*\*\*\*  
 \*                    MODELO DE VON-VERTALANFFY: LINEALIZACION                    \*  
 \*\*\*\*\*

$$DET2=((Z11)*(Z22)*(Z33))+(((Z12)*(Z13)*(Z23))^{**2})$$

$$DET2=DET2-((Z11)*(Z23^{**2}))$$

$$DET2=DET2-((Z22)*(Z13^{**2}))$$

$$DET2=DET2-((Z33)*(Z12^{**2}))$$

IF ( DET2 = 0 ) THEN GO TO PROBLEMA

BEST4=0

AEST4=0

MEST4=0

$$U11=((Z22)*(Z33))- (Z23^{**2})$$

$$U12=((Z12)*(Z33))- ((Z13)*(Z23))$$

$$U13=((Z12)*(Z23))- ((Z13)*(Z22))$$

$$U22=((Z11)*(Z33))- (Z13^{**2})$$

$$U23=((Z11)*(Z23))- ((Z12)-(Z13))$$

$$U33=((Z11)*(Z22))- (Z12^{**2})$$

$$BEST4=((Q1)*(U11))+((Q2)*(U12))+((Q3)*(U13))/DET2$$

$$AEST4=((Q1)*(U12))+((Q2)*(U22))+((Q3)*(U23))/DET2$$

$$MEST4=((Q1)*(U13))+((Q2)*(U23))+((Q3)*(U33))/DET2$$

```

B(JX+1)=B(JX)+BESTA
A(JX+1)=A(JX)+AFSTA
M(JX+1)=M(JX)+MESTA
IF ( A(JX+1)=0 OR B(JX+1)=0 OR M(JX+1)=0 ) THEN GO TO PROBLEMA
S(JX+1)=0
IF ( M(JX+1)=1 ) THEN GO TO MITAD2
FOR IX=1 TO NX
  G=0
  F(IX)=0
  G=(B(JX+1))+T(IX)
  IF ( G>14 ) THEN GO TO ADELAN35
  F(IX)=K**((1-M(JX+1)))
  F(IX)=F(IX)-((A(JX+1))*(EXP(-G)))
  F(IX)=F(IX)**(1/(1-M(JX+1)))
  GO TO ADELAN36
ADELAN35:
F(IX)=K
ADELAN36:
S(JX+1)=S(JX+1)+((Y(IX)-F(IX))**2)
NEXT IX
IF ( S(JX+1)<S(JX) ) THEN GO TO MITAD2
B(JX+1)=B(JX)+(2*BESTA)
A(JX+1)=A(JX)+(2*AFSTA)
M(JX+1)=M(JX)+(2*MESTA)
GO TO SIGUE05
MITAD2:

```

$B(J\%+1)=B(J\%)+(BEST4/2)$

$A(J\%+1)=A(J\%)+(AEST4/2)$

$M(J\%+1)=M(J\%)+(MEST4/2)$

IF (  $M(J\%+1)>1-R/10$  OR  $M(J\%+1)<R/10$  ) THEN  $M(J\%+1)=M(J\%)$

SIGUE05:

$C2(J\%+1)=ABS((P(J\%+1)-B(J\%))/B(J\%))$

$C1(J\%+1)=ABS((A(J\%+1)-A(J\%))/A(J\%))$

$C3(J\%+1)=ABS((M(J\%+1)-M(J\%))/M(J\%))$

$J\%=J\%+1$

GO TO ITERA4

```
*****
*           MODELO DE VON-VERTALANFFY: GRADIENTE           *
*****
```

GRADIEN2:

IF (  $J\%>1$  OR  $IT\%>0$  ) THEN GO TO SIGUE06

INPUT "VELOCIDAD DE CONVERGENCIA: LAMDA>0", LAMDA

IF (  $LAMDA<=0$  ) THEN GO TO GRADIEN2

PASO1%(1)=0

VALOR(1)=LAMDA

SIGUE06:

$D1=0$

$D2=0$

$D3=0$

$D1=2*D1+LAMDA$

$D2=2*D2+LAMDA$

$D3=2*D3+LAMDA$

VUELVE12:



```

LX=0
LLX=0
BEST5=0
AEST5=0
MEST5=0
ITERA5:
IF ( LLX=250 ) THEN GO TO NCONVER2
LX=LX+1
LLX=LLX+1
BEST5=B(JX)+01/(2**LX)
AEST5=A(JX)+02/(2**LX)
MEST5=M(JX)+03/(2**LX)
SEST5=0
IF ( MEST5=1 ) THEN GO TO ITERA5
FOR IX=1 TO NX
G=0
G=(BEST5)*T(IX)
G(IX)=0
IF ( G>14 ) THEN GO TO ADELAN37
G(IX)=K**(1-MEST5)
G(IX)=G(IX)-(AEST5)*(EXP(-G))
G(IX)=G(IX)**(1/(1-MEST5))
GO TO ADELAN38
ADELAN37:
G(IX)=K
ADELAN7

```

```

SEST5=SEST5+((Y(I%) - G(I%))**2)
NEXT I%
IF ( SEST5>S(J%) ) THEN GO TO ITERA5
B(J%+1)=BEST5
A(J%+1)=AEST5
M(J%+1)=MEST5
C3(J%+1)=(S(J%) - SEST5)/S(J%)
S(J%+1)=SEST5
IF ( C3(J%+1)<R ) THEN GO TO Rutina
IF ( J%=1000 ) THEN GO TO NCONVER1
J%=J%+1
GO TO ITERA4

```

```

*****
*                               MODELO DE VON-VERTALANFFY: COMPROMISO                               *
*****

```

MARQUAR2:

```

IF ( J%>1 OR IT%>0 ) THEN GO TO SIGUE07
LAMDA(1)=0
V=2

```

ATRAS4:

```

INPUT "VELOCIDAD INICIAL DE CONVERGENCIA: LAMDA>0", LAMDA(1)
INPUT "CONTROL DE VELOCIDAD: V>1", V
IF ( V<=1 OR LAMDA(1)<=0 ) THEN GO TO ATRAS4

```

SIGUE07:

```

W12=0
W13=0
W27=0

```

K1=0

K2=0

K3=0

LAMB(JX+1)=0

W12=(Z12)/(((Z11)+(Z22))\*\*(0.5))

W13=(Z13)/(((Z11)+(Z33))\*\*(0.5))

W23=(Z23)/(((Z22)+(Z33))\*\*(0.5))

K1=Q1/(Z11\*\*(0.5))

K2=Q2/(Z22\*\*(0.5))

K3=Q3/(Z33\*\*(0.5))

LX=0

LLX=0

ITERA6:

IF ( LLX=1000 ) THEN GO TO NCONVER3

VUELVE13:

LX=LX+1

LLX=LLX+1

BEST6=0

AEST6=0

MEST6=0

SEST6=0

DET3=1

AUX2=0

T1=0

T2=0

T3=0

VUELVE14:

AUX2=1+((LAMB(J%))\*(V\*\*(L%-2)))

DET3=(AUX2\*\*3)+(((W12)\*(W13)\*(W23))\*\*2)

DET3=DET3-((AUX2)\*((W12\*\*2)+(W13\*\*2)+(W23\*\*2)))

IF ( DET3=0 ) THEN GO TO MENSAJ06

S11=((AUX2\*\*2)-(W23\*\*2))/DET3

S12=(( (AUX2)\*(W12) )-((W13)\*(W23)))/DET3

S13=(( (W12)\*(W23) )-((W13)\*(AUX2)))/DET3

S22=((AUX2\*\*2)-(W13\*\*2))/DET3

S23=(( (W23)\*(AUX2) )-((W12)\*(W13)))/DET3

S33=((AUX2\*\*2)-(W12\*\*2))/DET3

T1=(( (K1)\*(S11) )+( (K2)\*(S12) )+( (K3)\*(S13) ))/(Z11\*\*(.5))

T2=(( (K1)\*(S12) )+( (K2)\*(S22) )+( (K3)\*(S23) ))/(Z22\*\*(.5))

T3=(( (K1)\*(S13) )+( (K2)\*(S23) )+( (K3)\*(S33) ))/(Z33\*\*(.5))

BEST6=B(J%)+T1

AEST6=A(J%)+T2

MEST6=M(J%)+T3

IF ( BEST6=0 OR AEST6=0 OR MEST6=0 ) THEN GO TO MENSAJ06

IF ( MEST6=1 ) THEN GO TO ITERA6

FOR IX=1 TO NX

G(IX)=0

G=0

G=(BEST6)\*T(IX)

IF ( G>14 ) THEN GO TO ADELAN39

G(IY)=K\*\*(1-MEST5)

G(IX)=G(IX)-((AEST6)\*(EXP(-G)))

G(I%)=G(I%)+\*(1/(1-MEST6))

GO TO ADELAN40

ADELAN39:

G(I%)=K

ADELAN40:

SEST6=SEST6+((Y(I%)-G(I%))\*\*2)

NEXT I%

IF ( SEST6>S(J%) ) THEN GO TO ITERA6

C2(J%+1)=ABS(T1/B(J%))

C1(J%+1)=ABS(T2/A(J%))

C3(J%+1)=ABS(T3/M(J%))

S(J%+1)=SEST6

B(J%+1)=BEST6

A(J%+1)=AEST6

M(J%+1)=MEST6

LAMD(J%+1)=AUX2-1

J%=J%+1

GO TO ITERA4

```

*****
*****
**                PUTINAS AUXILIARES                **
*****
*****

```

INTERMEDIO:

ACCEPT, AT(01,20), "DESEAS:"

AT(02,21), "1.- TERMINAR"

AT(03,21), "2.- APEGAR OBSERVACIONES"

AT(04,21), "3.- BORRAR OBSERVACIONES"

```

AT(05,21),"4.- MODIFICAR OBSERVACIONES"
AT(06,21),"5.- ELEGIR MODELO Y METODO"
AT(07,21),"6.- AJUSTAR OTRA SERIE DE DATOS"
AT(08,25),TRES%,PIC(4)

```

```

IF ( TRES%=2 ) THEN GO TO MASDATOS
IF ( TRES%=3 ) THEN GO TO MENOSDATOS
IF ( TRES%=4 ) THEN GO TO MODIFICA
IF ( TRES%=5 ) THEN GO TO ELECCION
IF ( TRES%=6 ) THEN GO TO PRINCIPIO
GO TO FINAL

```

```

*****
*                               AGREGAR INFORMACION                               *
*****

```

MASDATOS:

```

N1%=0
INPUT "CUANTOS DATOS VAS A AGREGAR", N1%
IF ( N1%<1 ) THEN GO TO INTERMEDIO
N%=N%+N1%
REDIM T(N%),Y(N%),F(N%),X(N%),G(N%),D(N%),Z(N%),X2(N%),E(N%)
FOR IX=1 TO N1%
INPUT "TIEMPO:T-DIFERENTE A CERO-", T(N%-N1%+IX)
INPUT "TAMASO:", Y(N%-N1%+IX)
NEXT IX
GO TO INTERMEDIO

```

```

*****
*                               QUITAR INFORMACION                               *
*****

```

MENOSDATOS:

N2%=0

INPUT "CUANTOS DATOS VAS A BORRAR", N2%

IF ( N2%<1 ) THEN GO TO INTERMEDIO

IF ( N2%>N% ) THEN GO TO MENSAJ07

REDIM N3%(N2%+1)

N3%(1)=1

FOR I%=2 TO N2%+1

N3%(I%)=1

INPUT "NUMERO MAS CHICO DEL DATO POR BORRAR", N3%(I%)

VUELVE15:

IF ( N3%(I%)>N% ) THEN GO TO MENSAJ08

VUELVE16:

IF ( N3%(I%)<N3%(I%-1) ) THEN GO TO MENSAJ09

Y(N3%(I%))=0

T(N3%(I%))=0

NEXT I%

ULTIMO1:

IF ( N3%(N2%+1)<N% ) THEN GO TO SIGUE08

N2%=N2%-1

N%=N%-1

IF ( N%=0 ) THEN GO TO MENSAJ10

GO TO ULTIMO1

SIGUE08:

FOR I%=1 TO N2%

FOR CONT1%=1 TO N%-N3%(N2%-I%+2)

```

Y(N3%(N2%-IX+2)+CONT1%-1)=Y(N3%(N2%-IX+2)+CONT1%)
T(N3%(N2%-IX+2)+CONT1%-1)=T(N3%(N2%-IX+2)+CONT1%)
NEXT CONT1%
N%=N%-1
NEXT IX
REDIM T(N%),Y(N%),F(N%),X(N%),G(N%),D(N%),Z(N%),V2(N%)
GO TO INTERMEDIO

```

```

*****
*                               MODIFICAR OBSERVACIONES                               *
*****

```

MODIFICA:

```

N4%=0
INPUT "CUANTOS DATOS VAS A MODIFICAR", N4%
IF ( N4%<1 ) THEN GO TO INTERMEDIO
FOR IX=1 TO N4%
  N5%=0
  ATRAS5:
  INPUT "NUMERO DE LA OBSERVACION POR MODIFICAR", N5%
  IF ( N5%<1 ) THEN GO TO ATRAS5
  VUELVE17:
  IF ( N5%>N% ) THEN GO TO MENSAJOP
  ATRAS6:
  INPUT "TIEMPO:T-DIFERENTE A CERO", T(N5%)
  IF ( T(N5%)=0 ) THEN GO TO ATRAS6
  INPUT "TAMAÑO:Y", Y(N5%)
NEXT IX
GO TO INTERMEDIO

```



```
*****
*                               IMPRESION CUANDO EL METODO ACABA                               *
*****
```

RUTINA:

JICUAD=0

FOR I%=1 TO N%

G(I%)=0

G(I%)=F(I%)+C

IF ( G(I%)=0 AND Y(I%)<>0 ) THEN INFS="INFINITO"

IF ( G(I%)=0 ) THEN GO TO ADELAN41

JICUAD=JICUAD+G(I%)-2\*Y(I%)+(Y(I%))\*(Y(I%)/G(I%))

ADELAN41:

NEXT I%

IF ( DOS%=2 ) THEN JX=JX+1

SUMAX=IT%+JX-1

ACCEPT AT(01,07),"EL PROCESO ACABO EN",AT(01,27),SUMAX

PIC(###),AT(01,32),"ITERACIONES, QUIERES IMPRIMIR TODAS",Y2s

IF ( IT%>0 ) THEN GO TO SIGUE00

PRINT PAGE

PRINT

IF ( UNO%=1 ) THEN PRINT USING FORMAT42

IF ( UNO%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT43

IF ( UNO%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT44

IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT45

PRINT

IF ( DOS%=1 ) THEN PRINT USING FORMAT22

IF ( DOS%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT23

```

IF ( DOS%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT24
PRINT
PRINT USING FORMAT01, IT%
IF ( UNO%<>4 ) THEN PRINT USING FORMAT02, A(1)
PRINT USING FORMAT03, B(1)
IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT04, A(1)
IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT05, M(1)
PRINT USING FORMAT37, K
IF ( UNO%=1 OR UNO%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT38, C
IF ( DOS%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT06, LAMD(1)
IF ( DOS%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT33, LAMDA
IF ( DOS%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT34, V
PRINT USING FORMAT07, S(1)
IF ( JX=2 ) THEN GO TO ULTIMO2
SIGUE09:
IF ( Y2$="NO" ) THEN GO TO ULTIMO2
FOR CONT2%=2 TO JX-1
PRINT
PRINT USING FORMAT01, IT%+CONT2%-1
IF ( UNO%<>4 ) THEN PRINT USING FORMAT02, A(CONT2%)
PRINT USING FORMAT03, B(CONT2%)
IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT04, A(CONT2%)
IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT05, M(CONT2%)
IF ( DOS%<>2 AND UNO%<>4 ) THEN PRINT USING FORMAT08, C1(CONT2%)
IF ( DOS%<>2 ) THEN PRINT USING FORMAT09, C2(CONT2%)
IF ( DOS%<>2 AND UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT10, C3(CONT2%)

```

```

IF ( DOS%<>2 AND UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT11, C3(CONT2%)
IF ( DOS%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT06, LAMD(CONT2%)
PRINT USING FORMAT07, S(CONT2%)
IF ( DOS%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT12, C3(CONT2%)
NEXT CONT2%
ULTIMO%:
PRINT SKIP(3)
PRINT USING FORMAT13
PRINT USING FORMAT01, IT%+J%-1
IF ( UNO%<>4 ) THEN PRINT USING FORMAT02, A(J%)
PRINT USING FORMAT03, B(J%)
IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT04, A(J%)
IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT05, M(J%)
IF ( DOS%<>2 AND UNO%<>4 ) THEN PRINT USING FORMAT08, C1(J%)
IF ( DOS%<>2 ) THEN PRINT USING FORMAT09, C2(J%)
IF ( DOS%<>2 AND UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT10, C1(J%)
IF ( DOS%<>2 AND UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT11, C3(J%)
IF ( DOS%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT06, LAMD(J%)
PRINT USING FORMAT07, S(J%)
IF ( DOS%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT12, C3(J%)
IF ( DOS%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT33, LAMDA
IF ( CAMBIOS%=1 ) THEN GO TO SIGUE10
PRINT
FOR I%=1 TO CAMBIOS%
PRINT
PRINT USING FORMAT14

```

```
PRINT USING FORMAT15, PAS01%(IX)
PRINT USING FORMAT16, VALOR(IX)
NEXT IX
SIGUE10:
IF ( CRED% = 0 ) THEN GO TO SIGUE11
FOR IX = 1 TO CRED%
PRINT
PRINT USING FORMAT35
PRINT USING FORMAT36, PAS02%(IX)
NEXT IX
SIGUE11:
TAB1% = 0
TAB2% = 0
TITULO1:
IF ( TAB2% = 40 ) THEN PRINT USING FORMAT17
PRINT PAGE
PRINT SKIP(3)
IF ( UNO% = 1 ) THEN PRINT USING FORMAT18
IF ( UNO% = 2 ) THEN PRINT USING FOPMAT19
IF ( UNO% = 3 ) THEN PRINT USING FORMAT20
IF ( UNO% = 4 ) THEN PRINT USING FOPMAT21
PRINT
IF ( DOS% = 1 ) THEN PRINT USING FORMAT22
IF ( DOS% = 2 ) THEN PRINT USING FORMAT23
IF ( DOS% = 3 ) THEN PRINT USING FORMAT24
PRINT
```

ING FORMAT17

ING FORMAT25

ING FORMAT17

TAB1% .

=0 ) THEN GO TO SIGUE12

TO N6%

TAB1%+1

TAB2%+1

USING FORMAT26, TAB1%, T(TAB1%), Y(TAB1%), G(TAB1%), D(TAB1%)

AB2%=40 ) THEN GO TO TITULO1

ING FOPMAT17

\$="INFINITO" ) THEN PRINT USING FORMAT39, INF\$

\$<>"INFINITO" ) THEN PRINT USING FORMAT40, JICUAD

<>"INFINITO" AND UNO%<>4 ) THEN PRINT USING FORMAT41, NX-3

\$<>"INFINITO" AND UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT41, NX-4

GE

\*\*\*\*\*  
 ESTIMACIONES DEL MODELO \*  
 \*\*\*\*\*

ESEAS .OBTENER ESTIMACIONES PARA ALGUNOS PUNTOS", Y3\$

="NO" ) THEN GO TO INTERMEDIO

UANTAS ESTIMACIONES", N7%

<1 ) THEN GO TO INTERMEDIO

```

REDIM TT(N7%),FF(N7%),YY(N7%),MIENTRAS(N7%)
FOR I%=1 TO N7%
  F=0
  G=0
  TT(I%)=0
  FF(I%)=0
  YY(I%)=0
  AF=0
  INPUT "TIEMPO:T", MIENTRAS(I%)
  TT(I%)=MIENTRAS(I%)/RED%
  G=(B(J%))*TT(I%)
  F=A(J%)-G
  IF ( F>14 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN42
  IF ( F>14 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN43
  IF ( F>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN44
  IF ( F>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN45
  AF=ABS(F)
  IF ( AF>2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN46
  IF ( AF>2.95 AND G<=14 ) THEN GO TO ADELAN47
  IF ( F<=2.95 AND G>14 ) THEN GO TO ADELAN48
  IF ( UNO%=1 ) THEN FF(I%)=K/(1+EXP(F))
  IF ( UNO%=2 ) THEN FF(I%)=(K)+(EXP(-EXP(F)))
  IF ( UNO%=3 ) THEN FF(I%)=(K)+(1-(A(J%))*(EXP(-G)))
  IF ( UNO%=4 ) THEN FF(I%)=K+(1-M(J%))
  IF ( UNO%=4 ) THEN FF(I%)=FF(I%)-((A(J%))*(EXP(-G)))
  IF ( UNO%=4 ) THEN FF(I%)=(FF(I%))*(1/(1-M(J%)))

```

GO TO ADELAN49

ADELAN42:

IF ( UNOX=3 OR UNOX=4 ) THEN FF(I%)=K

GO TO ADELAN49

ADELAN43:

IF ( UNOX=3 ) THEN FF(I%)=(K)+(1-(A(J%))+(EXP(-G)))

IF ( UNOX=4 ) THEN FF(I%)=K+(1-M(J%))

IF ( UNOX=4 ) THEN FF(I%)=FF(I%)-((A(J%))+(EXP(-G)))

IF ( UNOX=4 ) THEN FF(I%)=(FF(I%))+(1/(1-M(J%)))

GO TO ADELAN49

ADELAN44:

IF ( UNOX=3 OR UNOX=4 ) THEN FF(I%)=K

IF ( UNOX=1 ) THEN FF(I%)=K/(1+EXP(F))

GO TO ADELAN49

ADELAN45:

IF ( UNOX=2 ) THEN GO TO ADELAN49

IF ( UNOX=1 ) THEN FF(I%)=K/(1+EXP(F))

IF ( UNOX=3 ) THEN FF(I%)=(K)+(1-(A(J%))+(EXP(-G)))

IF ( UNOX=4 ) THEN FF(I%)=K+(1-M(J%))

IF ( UNOX=4 ) THEN FF(I%)=FF(I%)-((A(J%))+(EXP(-G)))

IF ( UNOX=4 ) THEN FF(I%)=(FF(I%))+(1/(1-M(J%)))

GO TO ADELAN49

ADELAN46:

FF(I%)=K

GO TO ADELAN49

ADELAN47:

```

IF ( UNO%=1 OR UNO%=2 ) THEN FF(I%)=K
IF ( UNO%=3 ) THEN FF(I%)=(K)*(1-(A(J%))*(EXP(-G)))
IF ( UNO%=4 ) THEN FF(I%)=K*(1-M(J%))
IF ( UNO%=4 ) THEN FF(I%)=FF(I%)-((A(J%))*(EXP(-G)))
IF ( UNO%=4 ) THEN FF(I%)=(FF(I%))*((1/(1-M(J%))))
GO TO ADELAN49

```

ADELAN48:

```

IF ( UNO%=3 OR UNO%=4 ) THEN FF(I%)=K
IF ( UNO%=1 ) THEN FF(I%)=K/(1+EXP(F))
IF ( UNO%=2 ) THEN FF(I%)=(K)*(EXP(-EXP(F)))

```

ADELAN49:

YY(I%)=FF(I%)+C

NEXT I%

TAB3%=0

TAB4%=0

TITULO2:

IF ( TAB4%=40 ) THEN PRINT USING FORMAT17

IF ( TAB3%>0 ) THEN PRINT PAGE

PRINT SKIP(3)

IF ( UNO%=1 ) THEN PRINT USING FORMAT27

IF ( UNO%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT28

IF ( UNO%=3 ) THEN PRINT USING FORMAT29

IF ( UNO%=4 ) THEN PRINT USING FORMAT30

PRINT

IF ( DOS%=1 ) THEN PRINT USING FORMAT22

IF ( DOS%=2 ) THEN PRINT USING FORMAT23



```

IF ( DOS% = 3 ) THEN PRINT USING FORMAT24
PRINT
PRINT USING FORMAT17
PRINT USING FORMAT31
PRINT USING FORMAT17
TAB4% = 0
N8% = N7% - TAB3%
IF ( N8% = 0 ) THEN GO TO INTERMEDIO
FOR IX = 1 TO N8%
    TAB3% = TAB3% + 1
    TAB4% = TAB4% + 1
    PRINT USING FORMAT32, TAB3%, TT*(TAB3%), YY(TAB3%)
    IF ( TAB4% = 40 ) THEN GO TO TITULO2
NEXT IX
PRINT USING FORMAT17
GO TO INTERMEDIO

```

```

*****
*          RUTINAS PARA CUANDO HAY PROBLEMAS EN LA CONVERGENCIA          *
*****

```

```

NCONVER1:
Y4$ = "SI"
Y5$ = "NO"
INPUT "VAN 999 ITERACIONES MAS-DESEAS QUE SE CONTINUE", Y4$
INPUT "DESEAS LOS RESULTADOS DE ESAS 999 ITERACIONES", Y5$
IF ( IT% > 0 ) THEN GO TO SIGUE13
PRINT
IF ( UNO% = 1 ) THEN PRINT USING FORMAT42

```

```

IF ( UNDX=2 ) THEN PRINT USING FORMAT43
IF ( UNDX=3 ) THEN PRINT USING FORMAT44
IF ( UNDX=4 ) THEN PRINT USING FORMAT45
PRINT
IF ( DCSX=1 ) THEN PRINT USING FORMAT22
IF ( DCSX=2 ) THEN PRINT USING FORMAT23
IF ( DCSX=3 ) THEN PRINT USING FORMAT24
PRINT
PRINT USING FORMAT01, INT
IF ( UNDX<4 ) THEN PRINT USING FORMAT02, A(1)
PRINT USING FORMAT03, S(1)
IF ( UNDX=4 ) THEN PRINT USING FORMAT04, A(1)
IF ( UNDX=4 ) THEN PRINT USING FORMAT05, M(1)
IF ( DCSX=3 ) THEN PRINT USING FORMAT06, LAND(1)
PRINT USING FORMAT07, S(1)
SIGUE13:
IF ( Y53="NO" ) THEN GO TO Y140
FOR CONT3X=2 TO 1200
  PRINT
  PRINT USING FORMAT01, INT-CONT3X-1
  IF ( UNDX<4 ) THEN PRINT USING FORMAT02, A(CONT3X)
  PRINT USING FORMAT03, S(CONT3X)
  IF ( UNDX=4 ) THEN PRINT USING FORMAT04, A(CONT3X)
  IF ( UNDX=4 ) THEN PRINT USING FORMAT05, M(CONT3X)
  IF ( DCSX<2 AND UNDX<4 ) THEN PRINT USING FORMAT08, C1(CONT3X)
  IF ( DCSX<2 ) THEN PRINT USING FORMAT09, C2(CONT3X)

```

```

IF ( DOS% <> 2 AND UNO% = 4 ) THEN PRINT USING FORMAT10, C1(CONT3%)
IF ( DOS% <> 2 AND UNO% = 4 ) THEN PRINT USING FORMAT11, C3(CONT3%)
IF ( DOS% = 3 ) THEN PRINT USING FORMAT56, LAMB(CONT3%)
PRINT USING FORMAT07, S(CONT3%)
IF ( DOS% = 2 ) THEN PRINT USING FORMAT12, C3(CONT3%)
NEXT CONT3%
YARGO:
IF ( YAS="NO" ) THEN GO TO INTERMEDIO
A(1)=A(1000)
B(1)=B(1000)
IF ( UNO% = 4 ) THEN M(1)=M(1000)
IF ( DOS% = 3 ) THEN LAMB(1)=LAMB(1000)
ITX=ITX+999
IF ( UNO% = 4 ) THEN GO TO VUELVE11
GO TO VUELVE66
NCONVERP2:
CUATROX=1
ACCEPT AT(01,20),"HAY PROBLEMAS EN LA CONVERGENCIA" ,!
AT(03,22),"1.- CAMBIAS LA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA" ,!
AT(04,22),"2.- TERMINAS EL PROCESO" ,!
AT(05,26),CUATROX,PIC(2)
IF ( CUATROX=2 ) THEN GO TO INTERMEDIO
ATRAS7:
INPUT "NUEVA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA>0". LAMDA
IF ( LAMDA<=0 ) THEN GO TO ATRAS7
CAMBIOSX=CAMBIOX+1

```

```

REDIM PASO1%(CAMBIOS%),VALOR(CAMBIO%)
PASO1%(CAMBIOS%)=ITX+JX
VALOR(CAMBIO%)=LAMDA
IF ( UNO%>4 ) THEN GO TO VUELVE07
GO TO VUELVE12
NCONVER3:
CINCO%=1
ACCEPT AT(01,20),"HAY PROBLEMAS EN LA CONVERGENCIA",
        AT(02,22),"1.-CONTINUA EL PROCESO",
        AT(03,22),"2.-TERMINA EL PROCESO",
        AT(05,30),CINCO%,PIC(4)
IF ( CINCO%=2 ) THEN GO TO INTERMEDIO
IF ( UNO%=4 ) THEN GO TO VUELVE12
GO TO VUELVE08

*****
*   RUTINAS PARA CUANDO HAY PROBLEMAS EN LOS CALCULOS
*****

PROBLEMA:
RED%=10+RED%
CRED%=CRED%+1
PASO2%(CRED%)=ITX+JX
IF ( CRED%=5 ) THEN GO TO MENSAJ11
FOR I%=1 TO N%
    T(I%)=T(I%)/10
NEXT I%
IF ( UNO%=4 ) THEN GO TO ITERA0
GO TO ITERA1

```



MENSAJ04:

INPUT "ERROR EXISTE Y<C-NUEVA ASINTOTA INFERIOR", C

GO TO VUELVE05

MENSAJ05:

INPUT "ERROR EXISTE Y>X-NUEVA ASINTOTA SUPERIOR", K

IF ( UNO%=4 ) THEN GO TO VUELVE10

GO TO VUELVE05

MENSAJ06:

INPUT "HAY PROBLEMAS-AUMENTA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA", LAM0(J%)

IF ( UNO%=4 ) THEN GO TO VUELVE14

GO TO VUELVE09

MENSAJ07:

SIETE%=0

ACCEPT AT(01,20),"BORRAS MAS DE LO QUE TIENES" ,!

AT(02,22),"1.- DESEAS ELEGIR DE NUEVO CUANTOS BORRAR" ,!

AT(03,22),"2.- DAS NUEVOS DATOS" ,!

AT(04,26),SIETE%,PIC(8)

IF ( SIETE%=2 ) THEN GO TO PRINCIPIO

GO TO MENOSDATOS

MENSAJ08:

NUEVO%=0

INPUT "NO TIENES TANTOS DATOS-ELIGE DE NUEVO", NUEVO%

IF ( TPES%=4 ) THEN NS%=NUEVO%

IF ( TPES%=4 ) THEN GO TO VUELVE17

N3%(IX)=NUEVO%

GO TO VUELVE15

MENSAJ0:

INPUT "ELIGE DE NUEVO-PERO EL MAS CHICO", NSX(IX)

GO TO VUELVE16

MENSAJ10:

OCHOX=1

ACCEPT AT(01,20),"BORRASTE TODO:"

AT(02,18),"1.- VUELVES A DAR DATOS"

AT(03,18),"2.- TERMINAS"

AT(04,26),OCHOX,PIC(=)

IF ( OCHOX=2 ) THEN GO TO FINAL

GO TO PRINCIPIO

MENSAJ11:

NUEVEX=2

ACCEPT AT(01,20),"DEFINITIVAMENTE EL PROCESO NO CONVERGE"

AT(02,24),"1.-DAS NUEVOS DATOS"

AT(03,24),"2.-ESCOGES MODELO Y METODO"

AT(04,24),"3.-DAS NUEVOS PARAMETROS INICIALES"

AT(05,24),"4.-TERMINAS"

AT(06,32),NUEVEX,PIC(=)

IF ( NUEVEX=1 ) THEN GO TO PRINCIPIO

IF ( NUEVEX=2 ) THEN GO TO ELECCION

IF ( NUEVEX=3 ) THEN GO TO VUELVES3

GO TO FINAL

\*\*\*\*\*  
 \* FORMATOS DE IMPRESION \*  
 \*\*\*\*\*

FORMAT01:FMT COL(7),"# DE ITERACION",COL(23),PIC(###)

FORMAT02:FMT COL(7),"ESTIMACION DEL PARAMETRO -A-",  
 COL(35),PIC(#####.#####)  
 FORMAT03:FMT COL(7),"ESTIMACION DEL PARAMETRO -B-",  
 COL(35),PIC(#####.#####)  
 FORMAT04:FMT COL(7),"ESTIMACION DEL PARAMETRO -D-",  
 COL(35),PIC(#####.#####)  
 FORMAT05:FMT COL(7),"ESTIMACION DEL PARAMETRO -M-",  
 COL(35),PIC(#####.#####)  
 FORMAT06:FMT COL(7),"VELOCIDAD DE CONVERGENCIA -LAMDA-".  
 COL(41),PIC(#####.#####)  
 FORMAT07:FMT COL(7),"SUMA DE CUADRADOS DEL ERROR",  
 COL(35),PIC(#####.#####)  
 FORMAT08:FMT COL(7),"CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -A-",  
 COL(47),PIC(#####.#####)  
 FORMAT09:FMT COL(7),"CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -B-",  
 COL(47),PIC(#####.#####)  
 FORMAT10:FMT COL(7),"CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -D-",  
 COL(47),PIC(#####.#####)  
 FORMAT11:FMT COL(7),"CAMBIO RELATIVO EN LA ESTIMACION DE -M-",  
 COL(47),PIC(#####.#####)  
 FORMAT12:FMT COL(7),"CAMBIO RELATIVO EN LA SUMA DE CUADRADOS",  
 COL(47),PIC(#####.#####)  
 FORMAT13:FMT COL(20),"ESTIMACION FINAL"  
 FORMAT14:FMT COL(7),"CAMBIOS EN LA VELOCIDAD DE CONVERGENCIA"  
 FORMAT15:FMT COL(7),"PASO:",COL(13),PIC(###)  
 FORMAT16:FMT COL(7),"LAMDA",COL(14),PIC(#####.#####)



```

FORMAT17:FMT COL(7),"*****",!
          COL(49),"*****"
FORMAT18:FMT COL(14),"VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA", !
          COL(52),"CURVA LOGISTICA"
FORMAT19:FMT COL(14),"VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA", !
          COL(52),"FUNCION DE GOMPERTZ"
FORMAT20:FMT COL(13),"VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA", !
          COL(51),"FUNCION MONOMOLECULAR"
FORMAT21:FMT COL(11),"VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS CON LA", !
          COL(49),"FUNCION DE VON-VERTALANFFY"
FORMAT22:FMT COL(25),"AJUSTE POR LINEALIZACION"
FORMAT23:FMT COL(23),"AJUSTE POR EL METODO DEL GRADIENTE"
FORMAT24:FMT COL(23),"AJUSTE POR EL METODO DEL COMPROMISO"
FORMAT25:FMT COL(7),"+",COL(12),"#";COL(17),"+",COL(20),"TIEMPO"!
          ,COL(29),"+",COL(37),"OBSERVADO",COL(43),"+", !
          COL(46),"ESTIMADO",COL(57),"+",COL(60),"DIFERENCIA",!
          COL(72),"+",
FORMAT26:FMT COL(7),"+",COL(9),PIC(#####),COL(17),"+", !
          COL(19),PIC(#####.###), COL(29),"+", !
          COL(31),PIC(#####.###), COL(43),"+", !
          COL(45),PIC(#####.###), COL(57),"+", !
          COL(59),PIC(#####.###), COL(72),"+",
FORMAT27:FMT COL(14),"ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA", !
          COL(48),"FUNCION LOGISTICA"
FORMAT28:FMT COL(15),"ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA", !
          COL(49),"FUNCION GOMPERTZ"

```

FORMAT29:FMT COL(12),"ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA", !  
 COL(46),"FUNCION MONOMOLECULAR"  
 FORMAT30:FMT COL(11),"ESTIMACIONES PARA EL AJUSTE DE LA", !  
 COL(45),"FUNCION DE VON-VERTALAMFFY"  
 FORMAT31:FMT COL(7),"\*",COL(12),"\*",COL(17),"\*",COL(23),"TIEMPO", !  
 COL(37),"\*",COL(50),"ESTIMACION",COL(72),"\*"  
 FORMAT32:FMT COL(7),"\*",COL(19),PIC(#####),COL(17),"\*", !  
 COL(19),PIC(#####.#####),COL(37),"\*" !  
 COL(43),PIC(#####.#####),COL(72),"\*"  
 FORMAT33:FMT COL(7),"VELOCIDAD DE CONVERGENCIA:LAMDA=", !  
 COL(39),PIC(###.#####)  
 FORMAT34:FMT COL(7),"CONTROL DE VELOCIDAD:V=", !  
 COL(31),PIC(###.###)  
 FORMAT35:FMT COL(7),"POR PROBLEMAS DE CALCULO LA ESCALA DE", !  
 COL(45),"TIEMPO FUE"  
 FORMAT36:FMT COL(7),"REDUCIDA EN EL PASO",COL(27),PIC(###), !  
 COL(32),"EN UN DECIMO"  
 FORMAT37:FMT COL(7),"ASINTOTA SUPERIOR:",COL(26),PIC(#####.###)  
 FORMAT38:FMT COL(7),"ASINTOTA INFERIOR:",COL(26),PIC(#####.###)  
 FORMAT39:FMT COL(7),"ESTADISTICO JI-CUADRADO",COL(32),CH(6)  
 FORMAT40:FMT COL(7),"ESTADISTICO JI-CUADRADO", !  
 COL(32),PIC(#####.#####)  
 FORMAT41:FMT COL(7),"GRADOS DE LIBERTAD",COL(27),PIC(###)  
 FORMAT42:FMT COL(7),"ITERACIONES PARA AJUSTAR MODELO LOGISTICO"  
 FORMAT43:FMT COL(17),"ITERACIONES PARA AJUSTAR EL MODELO DE", !  
 COL(55),"GOMPERTZ"

# REFERENCIAS

## A.- SOBRE MODELOS DE CRECIMIENTO

- Boas, F., (1892). The growth of children, *Science* 20, 351-352.
- Jenss, R.M. y Bayley, N., (1937). A mathematical method for studying the growth of a child, *Human Biology* 9, 556-563.
- Krause, G.F., Siegel, P.D. y Hurst, D.C., (1967). A probability structure for growth curves, *Biometrics* 23, 217-225.
- Nelder, J.A., (1961). The fitting of a generalization of a logistic curve, *Biometrics* 17, 89-110.
- Nelder, J.A., (1962). An alternative form of a generalized logistic equation, *Biometrics* 18, 614-616.
- Preece, M.A. y Baines, M.J., (1978). A new family of mathematical models describing the human growth curve, *Annals of Human Biology* 5, 1-24.
- Thompson, D.W., (1917). "On Growth an Form", Cambridge University Press.
- Winsor, C.P., (1932). The Gompertz curve as a growth curve, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 18, 1-8.

## B.- SOBRE METODOS DE ESTIMACION

- Bard, Y., (1974). "Nonlinear Parameter Estimation", Academic Press.
- Box, G.E.P., (1950). Problems in the analysis of growth and wear curves, *Biometrics* 6, 362-389.
- Forsén, L. (1979). The efficiency of selected moment methods in Gompertz-Makeham graduation of mortality, *Scandinavian Actuarial Journal*, 167-178.
- Hills, M., (1968). A note on the analysis of growth curves, *Biometrics* 24, 189-196.
- Rao, C.R., (1958). Some statistical methods for the comparison of growth curves, *Biometrics* 14, 1-17.
- Rao, C.R., (1959). Some problems involving linear hypotheses in multivariate analysis, *Biometrika* 46, 49-58.

# I N D I C E

## INTRODUCCION

(1)

- A).- DEFINICION DEL PROBLEMA
- B).- PRETENCIONES DEL TRABAJO
- C).- ESTRUCTURA DEL TRABAJO

## CAPITULO I .- METODOS DE ESTIMACION DE PARAMETROS EN FUNCIONES NO LINEALES

- I.A) .- INTRODUCCION A LOS MODELOS
- I.B) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL
- I.C) .- METODO DE "MAXIMO DESCENSO" O DEL "GRADIENTE"
- I.D) .- METODO DEL COMPROMISO DE MARQUARD

## CAPITULO II .- MODELOS NO LINEALES DE CRECIMIENTO 25

### II.A) .- MODELO LOGISTICO 25

#### II.A-1) .- PRESENTACION DEL MODELO

#### II.A-2) .- SOLUCION DEL MODELO

#### I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL

#### II) .- METODO DEL GRADIENTE

#### III) .- METODO DEL COMPROMISO

# I N D I C E

INTRODUCCION

(1)

A).- DEFINICION DEL PROBLEMA

B).- PRETENCIONES DEL TRABAJO

C).- ESTRUCTURA DEL TRABAJO

CAPITULO I .- METODOS DE ESTIMACION DE PARAMETROS EN FUNCIONES NO LINEALES

I.A) .- INTRODUCCION A LOS MODELOS

I.B) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL

I.C) .- METODO DE "MAXIMO DESCENSO" O DEL "GRADIENTE"

I.D) .- METODO DEL COMPROMISO DE MARQUARD

CAPITULO II .- MODELOS NO LINEALES DE CRECIMIENTO

25

II.A) .- MODELO LOGISTICO

25

II.A-1) .- PRESENTACION DEL MODELO

II.A-2) .- SOLUCION DEL MODELO

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL

II) .- METODO DEL GRADIENTE

III) .- METODO DEL COMPROMISO

II.B) .- MODELO DE GOMPERTZ

45

II.B-1) .- PRESENTACION DEL MODELO

II.B-2) .- SOLUCION DEL MODELO

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL

II) .- METODO DEL GRADIENTE

III) .- METODO DEL COMPROMISO

II.C) .- MODELO MONOMOLECULAR

50

II.C-1) .- PRESENTACION DEL MODELO

II.C-2) .- SOLUCION DEL MODELO

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL

II) .- METODO DEL GRADIENTE

III) .- METODO DEL COMPROMISO

II.D) .- MODELO DE VON-VERTALANFFY

56

II.D-1) .- PRESENTACION DEL MODELO

II.D-2) .- SOLUCION DEL MODELO

I) .- METODO DE APROXIMACION LINEAL

II) .- METODO DEL GRADIENTE

III) .- METODO DEL COMPROMISO

CAPITULO III .- EJERCICIO DE APLICACION

74

III.A) .-	PROGRAMA DE CALCULO	
III.B) .-	NATURALEZA DEL PROBLEMA	
III.C) .-	RESULTADOS	
CAPITULO IV .-	COMENTARIOS FINALES	187
APENDICE A.1 .-	FUNDAMENTOS TEORICOS DEL METODO DE ESTIMACION DEL "COMPROMISO" DE MARQUARD	189
APENDICE A.2 .-	DEMOSTRACION DE RESULTADOS CITADOS EN EL TRA- BAJO	196
APENDICE A.3 .-	PROGRAMA "R CURVAS"	206
BIBLIOGRAFIA		257
REFERENCIAS		258
A) .-	SOBRE MODELOS DE CRECIMIENTOS	
B) .-	SOBRE METODOS DE ESTIMACION	
INDICE		259