

27/31



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**ESTUDIO PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA DE MATEMATICAS III
EN EL
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
A C T U A R I O
P R E S E N T A
MA. LESVIA MORALES SUAREZ**

MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

1a. Parte: Material didáctico.

Ubicación del material.....	(3)
Antecedentes y motivos.....	3
El material.....	4
Fundamentación y planificación.....	27

2a. Parte: Estudio observacional.

Introducción.....	36
Diseño del estudio.....	38
Instrumentos de medición.....	40
Datos obtenidos.....	51
Análisis estadístico	53

3a. Parte: Estudio experimental.

Introducción.....	67
Diseño experimental.....	67
Material de trabajo.....	68
Datos obtenidos.....	71
Análisis estadístico.....	80

CONCLUSIONES.....	83
-------------------	----

APENDICES.....	84
----------------	----

BIBLIOGRAFIA.....	88
-------------------	----

INTRODUCCION

El presente trabajo se desarrolla en el contexto de la problemática de la enseñanza de la matemática en el Colegio de Ciencias y Humanidades, específicamente de la enseñanza de la geometría, tema que tradicionalmente no es fácil para la generalidad de los estudiantes. Dos aspectos conforman el trabajo realizado: el planteamiento específico de una forma de introducir al alumno al estudio de la geometría y, por otro lado, un procedimiento conducente a lograr la validación del planteamiento hecho.

Respecto al primer aspecto se ha elaborado un material de estudio estructurado cuyo desarrollo en la clase constituya la primera parte del curso de Matemáticas III en el Colegio. Material de estudio que se pretende apoyará el desarrollo en el alumno de habilidades de análisis y síntesis útiles para el logro de un mejor desempeño en el estudio del tema.

En relación a la validación del material se hicieron dos estudios uno observacional y otro experimental. El primero tiene por objeto obtener información respecto a la relación entre la habilidad de razonamiento verbal del estudiante y su rendimiento en exámenes de la materia, asociación importante de conocer en cuanto que constituye uno de los rasgos fundamentales del material de estudio propuesto. El estudio experimental tiene por objeto obtener evidencia respecto a la hipótesis de que: el alumno sujeto al estudio del material pro-

puesto en los términos de la metodología que conlleva su planteamiento, --
logrará un mejor desempeño en el curso que aquel que no lo estudia.

Es importante señalar que el estudio realizado tiene el carácter de ser --
piloto, y se espera pueda servir de base para estudios más profundos y sig-
nificativos.

PRIMERA PARTE: Material Didáctico.

Es un hecho observado en el Plantel que el curso de Matemáticas III- es particularmente difícil para el estudiante. De los cursos de matemáticas que forman parte del currículo del Colegio, es éste el elegido para que en él se presente al alumno lo que significa un sistema axiomático y a la geometría como el medio para hacerlo. Este tema constituye casi todo el contenido del curso y es tradicional que la geometría con su planteamiento axiomático-deductivo siempre ha presentado dificultades para su aprendizaje.

Es en el marco de esta problemática que se ubica el trabajo realizado, trabajo que gira en torno al planteamiento que se hace de un tema introductorio al tema de geometría y un procedimiento conducente a lograr la validación del planteamiento hecho. El contenido del tema que se propone con todo y desenvolverse en el contexto de la geometría no tiene como objetivo fundamental el lograr su asimilación por parte del alumno, sino más bien se pretende propiciar el desarrollo de ciertas habilidades intelectuales que hagan posible en el alumno el logro de un mejor desempeño en el tema tradicional de geometría. Específicamente una habilidad que se busca desarrollar es la capacidad de comprensión de enunciados geométricos. Habilidad que creo necesario que el estudiante debe poseer para mejorar su participación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la materia y entonces para un mejor logro de los objetivos del curso.

Los objetivos que me he planteado en este trabajo son:

- I. Elaboración de un material de estudio que constituya el primer tema del curso, el cual se piensa apoyará el desarrollo de habilidades de análisis y síntesis útiles para lograr un mejor desempeño en el estudio de la geometría.
- II. Interesa, con el objeto de lograr apoyo para la fundamentación del tema que se propone en el punto anterior, obtener evidencia en el sentido de saber si están relacionados la capacidad de razonamiento verbal

y el rendimiento en el examen del curso.

III. Obtención de evidencia experimental respecto a la hipótesis que implica el primer objetivo, a saber: el alumno sujeto al estudio del material propuesto y en términos de la metodología que conlleva su planteamiento logrará un mejor desempeño en el curso que aquel que no lo estudió.

El informe está dividido en tres partes, cada una constituida por los resultados obtenidos para estos tres objetivos.

a) Ubicación del material.

La primera parte del programa de Matemáticas III en el Plantel lo -- constituye algunos tópicos de Geometría plana (ver apéndice pág.(85); el material que se ha elaborado conforma el contenido para un primer tema del curso, que anteceda al contenido tradicional del mismo.

b) Antecedentes y motivos.

Al finalizar el primer semestre del año escolar 77-78, la coordinación del área levantó una encuesta en la población estudiantil del curso de Matemáticas III, a partir de ella se supo que el 34% del alumnado evaluado en el curso no acreditó la materia.

Múltiples factores de seguro determinan este índice de reprobación, algunos ciertamente se originan en las propias dificultades en el aprendizaje de la materia, esto se desprende a partir de la experiencia personal y de los comentarios que al respecto se escuchan de los alumnos y de otros profesores. Con todo, a la geometría siempre se le ha asignado un papel importante en la formación general del individuo, papel que adecuadamente se resume en las palabras del profesor soviético A.V. Pogorélov para el prefacio de su texto "Geometría elemental": "La tarea esencial de la enseñanza de la Geometría consiste en enseñar al alumno a razonar lógicamente, argumentar sus afirmaciones y demostrarlas. Muy pocos de los egresados de la escuela serán matemáticos y muchos menos geómetras. También habrá los que no utilicen ni una vez en su actividad práctica el Teorema de Pitágoras. Sin embargo, difícilmente se hallará uno sólo que no deba razonar, analizar o demostrar". Tarea esencial que deberá ser también motivo de atención en el curso de geometría en el Colegio, afirmación que se desprende al realizar un somero análisis de los objetivos del curso en el Plantel así como al ubicarlos en el contexto más amplio de los objetivos generales del ciclo del bachillerato del C.C.H., en particular dos: "El desarrollo integral de la personalidad del educando, su realización plena en el campo individual y su cumplimiento satisfactorio como miembro de la sociedad" y "Proporcionar la educación a nivel medio superior indispen-

ble para aprovechar las alternativas profesionales o académicas tradicionales y modernas, por medio del dominio de los métodos fundamentales del conocimiento (los métodos experimental e histórico-social) y de los lenguajes (español y matemáticas)".

Así, pues, el sentido formativo que debe tener el curso es claro; - sin embargo, y aún cuando no existen estudios en el sentido de conocer la realidad en cuanto al logro de esta meta, por mi experiencia en el Colegio creo que este objetivo difícilmente se logra en la generalidad del estudiantado indudablemente existen muchos factores que determinan esta - - problemática como son: factores socioeconómicos, la propia madurez del -- individuo, etc. Sin embargo, cabe un cuestionamiento ¿el contenido del - curso rebasa las posibilidades del estudiante medio desde el punto de - - vista de su desarrollo intelectual o el problema es simple y sencillamente de didáctica? Asumiendo el punto de vista de la teoría del desarrollo planteada por Jean Piaget, los estudiantes de este nivel estarían en la - etapa de las operaciones formales, es decir deberían estar capacitados pa - ra razonar deductivamente sobre hipótesis verbales, y por lo tanto este - curso está a su alcance. Aceptando ésta como una hipótesis, el presente trabajo sin pretender abarcar toda la problemática, incursiona en el plan - teamiento didáctico.

A continuación se presenta el material elaborado siguiendo al mismo algunas reflexiones en cuanto a su significado.

c) El material.

ACTIVIDADES PARA EL DESARROLLO DEL TEMA :

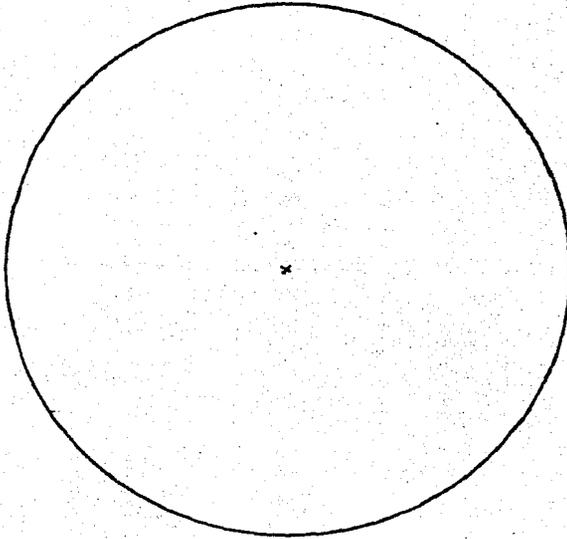
"CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPAS"

Actividad N°. 1

Nombre: _____ Grupo: _____

- 1) Usando la regla y el compás efectuar todos los trazos necesarios que permitan resolver con precisión el siguiente problema:

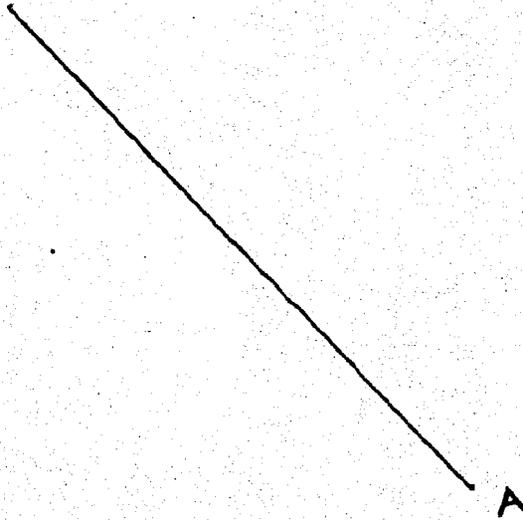
Trazar una línea recta, tangente a la circunferencia dada.



Actividad N^o. 2

Nombre: _____ Grupo: _____

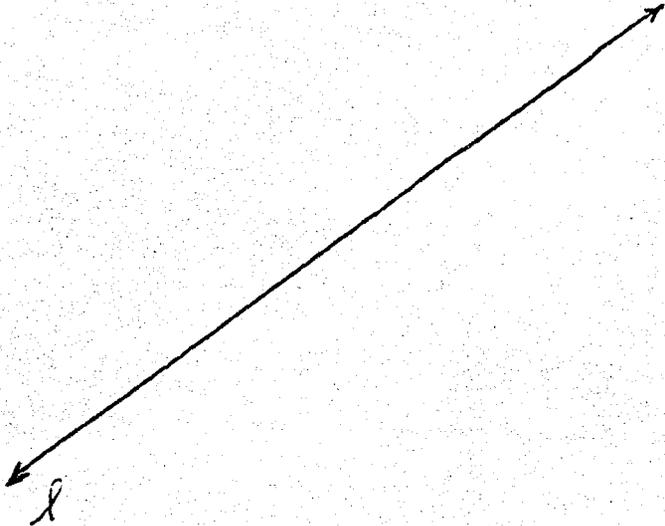
- 2) Construir por el extremo A del segmento dado una línea recta perpendicular a éste.



Actividad N°. 3

Nombre: _____ Grupo: _____

3) Construir una circunferencia que sea tangente a la línea recta l dada.



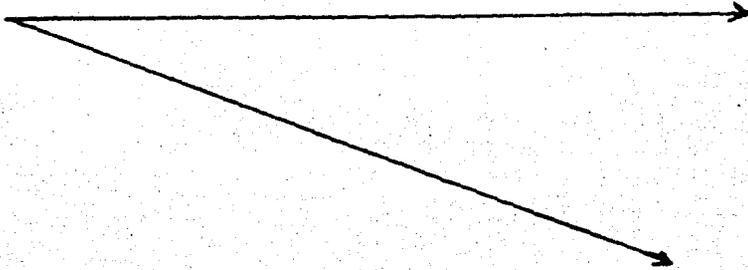
Tarea N°. 1

4) Dada una recta y un punto fuera de ella trazar la línea recta perpendicular a la recta dada y que pase por el punto dado.

Actividad N°. 4

Nombre: _____ Grupo: _____

5) Construir una línea recta que divida al ángulo dado en dos ángulos --- congruentes.



6) Construya una figura en la que se ilustre el siguiente enunciado:

Las bisectrices de los tres ángulos de un triángulo son líneas rectas concurrentes.

Actividad N°. 5

Nombre: _____ Grupo: _____

Se llama incircunferencia a la circunferencia que tiene como centro el in centro y tiene la propiedad de ser tangente a los lados del triángulo.

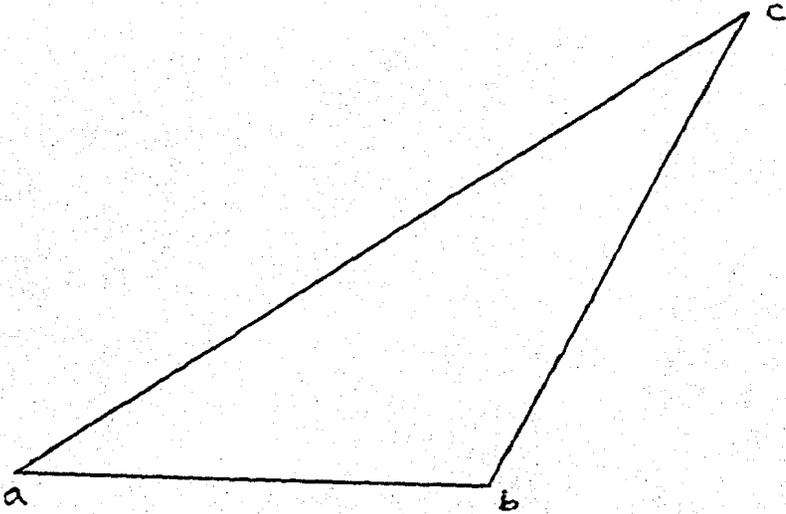
7) Trace la incircunferencia de un triángulo siguiendo estas instruccio--
nes:

Dibuje un triángulo abc ; localice el incentro trazando las tres bisec--
trices de los ángulos interiores, indíquele con la letra i , por el pun--
to i trace líneas perpendiculares a los lados del triángulo, cuyos --
pies se señalarán con las letras d, e, f ; observe que los segmentos ----
 \overline{id} , \overline{ie} , \overline{if} son congruentes. Con centro en i y radio \overline{id} , por ejemplo,
trace con el compás una circunferencia.

2a. Tarea.

Nombre: _____ Grupo: _____

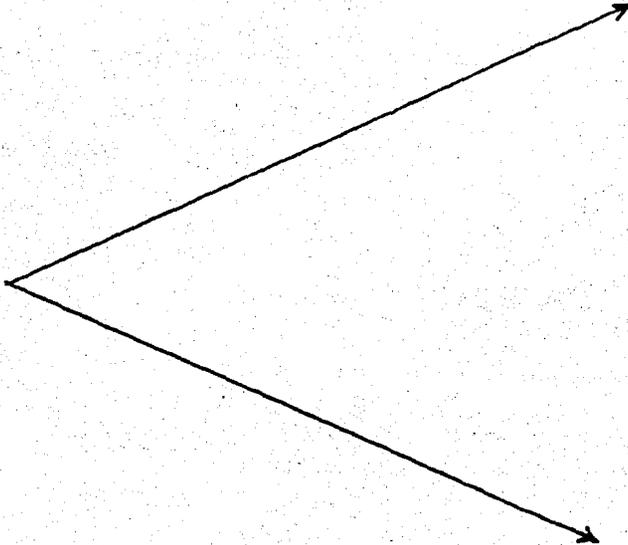
8) Sabiendo que: la altura de un triángulo es un segmento de recta que va de un vértice al lado opuesto y es perpendicular a este lado o a su prolongación. Trazar con regla y compás las tres alturas del siguiente $\triangle abc$.



Actividad N°. 6

Nombre: _____ Grupo: _____

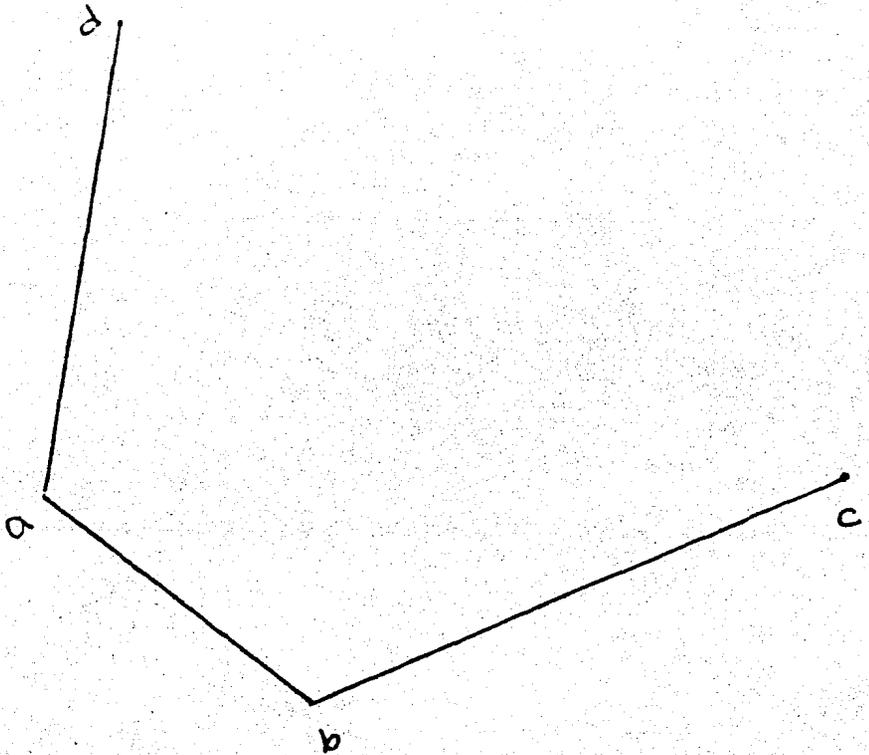
9) Trace una circunferencia tangente a los lados del ángulo dado.



Actividad N°. 7

Nombre: _____ Grupo: _____

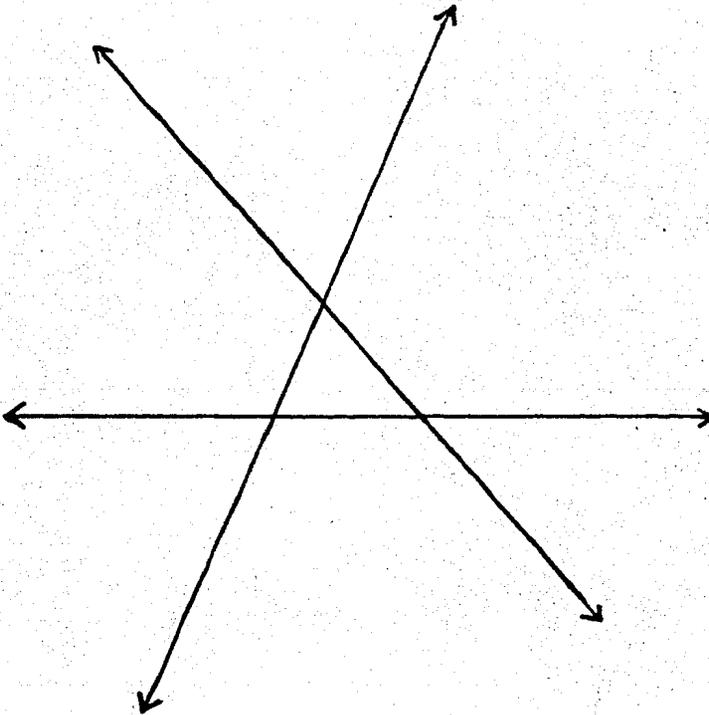
10) Construir una circunferencia tangente a los tres segmentos de la figura dada.



Actividad N°. 8

Nombre: _____ Grupo: _____

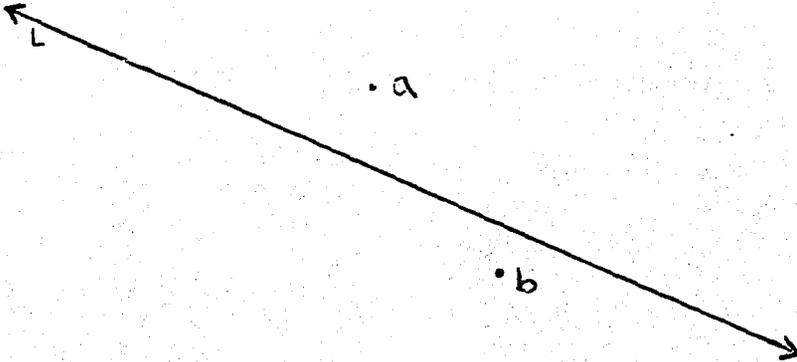
- 11) Construir con regla y compás cuatro circunferencias tangentes a las tres rectas que se dan.



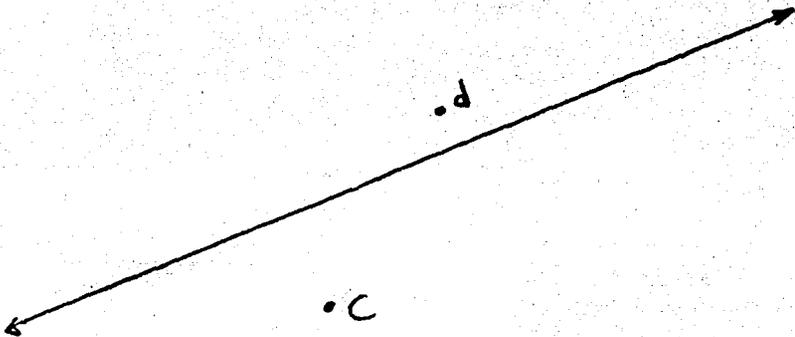
Actividad N°. 9

Nombre: _____ Grupo: _____

- 12) Construir con regla y compás una circunferencia cuyo centro esté en la recta L y que además pase por los puntos a y b.



- 13) Construir con regla y compás cinco circunferencias que pasen por los puntos c y d.



Tarea 3.

Nombre: _____ Grupo: _____

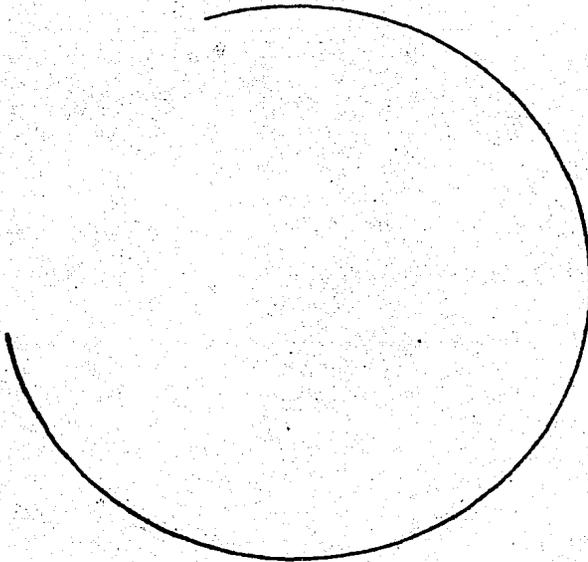
14) Construya una figura en la que se interprete el siguiente enunciado:

"La mediatriz de cualquier cuerda de una circunferencia pasa por el centro de la circunferencia".

Tarea 4.

Nombre: _____ Grupo: _____

- 15) Dibujar con regla y compás una construcción que conduzca a la localización del centro* del arco de circunferencia dado.

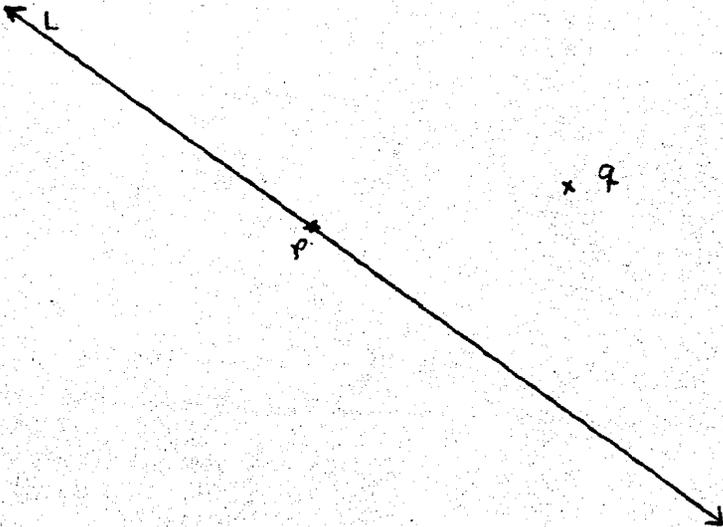


*El centro de un arco de circunferencia es el centro de la circunferencia de la que forma parte.

Actividad N°. 10

Nombre: _____ Grupo: _____

- 16) Trace una circunferencia tangente a la línea recta L por el punto p en ella y que además pase por el punto q situado fuera de la recta.



Actividad N°. 11

Nombre: _____ Grupo: _____

Construya con regla y compás una figura que ilustre los siguientes enunciados.

17) Teorema de la mariposa: Si O es el punto medio de una cuerda dada de una circunferencia y \overline{TU} y \overline{VW} dos cuerdas trazadas por O , y \overline{TW} y \overline{VU} cortan a la cuerda dada en E y F respectivamente, entonces O es el punto medio del segmento EF .

18) Teorema de Pappus: Si A, C, E y B, D, F son dos conjuntos de tres puntos sobre rectas distintas, tomadas en el orden indicado, entonces los puntos de intersección de \overline{AB} y \overline{DE} , \overline{BC} y \overline{EF} , \overline{FA} y \overline{CD} son colineales.

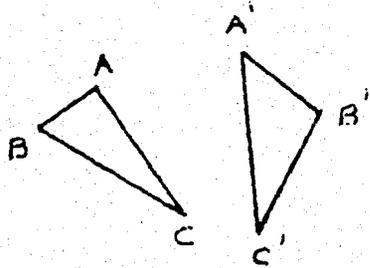
Actividad N°. 12

Nombre: _____ Grupo: _____

19) Triángulos copolares:

Se dice que dos triángulos, ABC y $A'B'C'$, son copolares si las rectas que pasan por A y A' por B y B' y por C y C' son concurrentes.

Ilustre el enunciado con las siguientes figuras



20) Construya un par de triángulos copolares

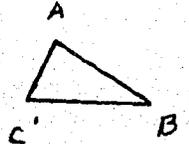
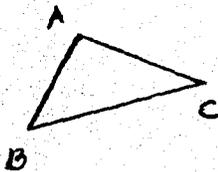
Actividad N°. 13

Nombre: _____ Grupo: _____

21) Triángulos coaxiales:

Se dice que dos triángulos, ABC y $A'B'C'$, son coaxiales si los puntos de intersección de las líneas BC y $B'C'$, CA y $C'A'$ y AB y $A'B'$ son colineales.

Verifique si los dos triángulos siguientes son coaxiales.



Tarea 7.

Nombre: _____ Grupo: _____

- 22) a) Efectuando los trazos necesarios con regla y compás, construya - una figura en la cual deberá usted interpretar que se cumple el siguiente enunciado:

"Las diagonales de un cuadrado son bisectrices de sus ángulos".

- 23) b) En una hoja blanca aparte, construya una figura en la cual se - ilustre el siguiente enunciado:

"Las tres medianas de un triángulo son segmentos concurrentes".

NOTA.- Al segmento que une un vértice de un triángulo con el punto medio del lado opuesto se le llama mediana.

Trabajo para resolver en casa.

CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPAS

Realizar las siguientes construcciones utilizando una hoja para cada una de ellas. Entregarlas cuando el profesor lo indique.

Ilustre los conceptos que a continuación se dan por medio de una figura construida con regla y compás.

24) Segmentos perpendiculares: "Dos segmentos son perpendiculares si las rectas que los contienen son perpendiculares".

25) Trapecio: "Es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

- 26) Se llama circuncentro al punto de intersección de las mediatrices de los lados de un triángulo. A la circunferencia que tiene como centro el circuncentro y que pasa por los tres vértices de un triángulo se llama circuncircunferencia.

Construya una figura con regla y compás en la cual se ilustren los siguientes enunciados.

- 27) Si A, B, C son puntos en la misma línea y si P, Q y R son los puntos medios de \overline{BC} , \overline{CA} y \overline{AB} respectivamente, entonces el punto medio de \overline{CR} coincide con el punto medio de \overline{PQ} .
- 28) El pié de la altura de un triángulo isósceles es el punto medio de la base.
- 29) Los pies de las perpendiculares, trazadas desde un punto de la circuncircunferencia de un triángulo, a los lados de éste son colineales.

Construya con regla y compás una figura en la cual se verifiquen los siguientes enunciados.

30) Si en un cuadrilátero trazamos los segmentos determinados por los puntos medios de sus lados tomados consecutivamente, la figura formada por esos segmentos será un paralelogramo.

31) El siguiente concepto se usará en esta actividad:

Triángulo pedal: "El triángulo cuyos vértices son los pies de las alturas de un triángulo es llamado el triángulo -- pedal del triángulo dado".

Verificar que las alturas de un triángulo son las bisectrices de los ángulos del triángulo pedal.

32) Teorema de Brianchon. Si ABCDEF es un hexágono circunscrito a una circunferencia, entonces \overline{AD} , \overline{BE} , \overline{CF} son concurrentes.

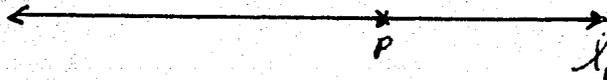
NOTA: El exágono no tiene por qué ser regular. Después de dibujar el exágono señale los vértices en el orden en que se encuentran las letras ABCDEF siguiendo el sentido - de movimiento las manecillas del reloj.

- 33) Si dos paralelogramos $ACBD$ y $A'CB'D'$ tienen un ángulo común en C . Entonces DD' , $A'B$, AB' son concurrentes.

Resolver los siguientes problemas. Enuncie la serie de pasos que se dan para obtener la solución.

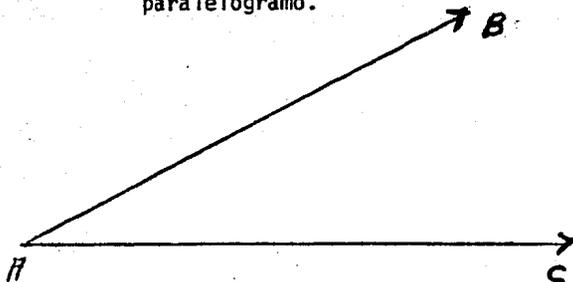
- 34) Construya la perpendicular a l , que pase por el punto P , utilizando el trazo de la bisectriz.

Explique como se usa este trazo en la construcción de la perpendicular.



- 35) En la figura el segmento \overline{AC} es un lado de un rectángulo y \overline{AB} es su diagonal. Construir el rectángulo.

Sugerencia: Un rectángulo es también paralelogramo.



d) Fundamentación y planificación.

Dos ideas están en la base de esta propuesta:

- Todo estudiante al iniciar el tercer semestre del bachillerato ya posee una cultura en geometría, misma que se inicia desde la primaria y que se amplía significativamente en la secundaria, entonces es válido asumir un conocimiento elemental de la materia en la generalidad del estudiantado al inicio del curso.
- El aprendizaje ocurre por la conducta activa del que aprende, quien asimila lo que el mismo hace. La efectividad del aprendizaje se garantiza más por la experiencia y no por los hechos a los cuales está expuesto el estudiante.

Es con este espíritu que se han planteado 13 actividades de estudio, 7 tareas y una serie de 12 ejercicios, que suman un total de 35 situaciones distintas ante las cuales se exige una respuesta por parte del estudiante. Pero este contenido de estudio implica unos objetivos, un planteamiento didáctico, una organización conceptual y una planificación del tema.

- Los objetivos. Dos aspectos me parecen esenciales de la problemática a enfrentar en la enseñanza de la geometría:
 -) El logro de la correcta interpretación de enunciados, los cuales pueden corresponder a definiciones, axiomas, teoremas o problemas.
 -) La exposición correcta y ordenada de un razonamiento, el cual puede corresponder a la solución de un problema, o a la demostración de un teorema.

Ambos aspectos son ejercitados continuamente a lo largo del desarrollo de las actividades y tareas. El primero está presente en todos los 35 ejercicios y esta insistencia es el resultado de la convicción de quien escribe en cuanto al hecho de que el profesor de matemáticas, el de geometría en particular, supone que el estudiante ante un enunciado dicho verbalmente o por escrito no tiene gran dificultad en lograr una buena comprensión del mismo, y entonces el problema del aprendizaje está en la posterior manipulación de los conceptos propia de la disciplina matemática. Sin embargo, mi experiencia me indica que muchos estudiantes no superan la cabal comprensión de los conceptos iniciales en el planteamiento de --

una situación específica. Este es un primer problema a resolver en el -- proceso de aprendizaje de la geometría y el material propuesto lo enfrenta al exigir al estudiante en todo momento una respuesta a través de una construcción realizada con regla y compás.

El segundo aspecto que no es explícito del material se encuentra presente al realizar grupalmente la discusión de las respuestas que a las diferentes actividades dan los estudiantes; a pesar de ésto, este aspecto - no es considerado mayormente en la propuesta ni en este estudio.

Considerando como marco general las observaciones anteriores los objetivos del tema son que el alumno:

- *por medio de la regla y el compás ejercite, sin el formalismo que - caracteriza a la geometría, la ilustración de conceptos, la inter-- pretación de enunciados y la solución de problemas geométricos;
 - *que recuerde conceptos elementales de geometría, al realizar las -- distintas actividades que el desarrollo del tema le propone;
 - *que conozca nuevos conceptos y relaciones entre éstos, al realizar las distintas actividades que el desarrollo del tema le propone;
 - *desarrolle habilidades de análisis al ilustrar conceptos, interpretar enunciados y resolver problemas de construcción;
 - *desarrolle su capacidad de participación activa en el salón de clase.
- El planteamiento didáctico. La presentación del tema apoyándose exclusivamente en las actividades de estudio se sustenta, además de las dos ideas enunciadas al principio de esta fundamentación, en las siguientes consideraciones acerca del aprendizaje.

Según Jerome Bruner, y dicho en forma muy sintética, para represen-- tar al mundo existen tres modalidades principales:

- .) Representación mediante acciones.
- .) Representación mediante imágenes, y

·) Representación mediante símbolos escritos u orales.

Y el desarrollo intelectual no es sino un proceso de interiorización de esas modalidades, las que coexisten siempre, pero relevándose en su mayor dominio. Bruner afirma que prácticamente todos los contenidos de la enseñanza pueden ser planteados de modo que su descripción cargue el peso sobre la acción, o sobre la representación mediante imágenes, o sobre la simbolización. Por ello el contenido que debe ser adquirido por el alumno posteriormente en su aspecto simbólico formal, puede ser presentado previamente con otra modalidad más simple, y de esa manera se facilita el progreso hacia el dominio de la materia.

Ahora bien, cada actividad de estudio exige su realización por parte del alumno y al irse resolviendo va quedando una peculiar manera de introducir al estudio de la geometría. El tratamiento elegido consiste en enfrentar al estudiante con la ilustración de conceptos, la interpretación de enunciados y la solución de problemas en el modo de representación gráfico, mediante la realización de construcciones con regla y compás. Por otro lado las discusiones realizadas en la clase respecto a los modos específicos de solución de los problemas reproduce parcialmente y en términos informales el proceso de argumentación. La finalidad que se persigue es proporcionar apoyo al estudiante respecto al desarrollo de habilidades que le serán útiles en relación a actividades que tendrá que realizar posteriormente, en el curso, en el modo simbólico y formal.

Un aspecto importante en la concepción de J. Bruner, y que se pretende sea una pauta de desarrollo al estudiar este tema como se plantea, es lo que se conoce como "aprendizaje por descubrimiento", esto es, hacer participar al estudiante en actividades que le permitan descubrir relaciones, propiedades, aplicaciones, etc. acerca de los elementos con los que esté interactuando. Obviamente las pretensiones son modestas en este aspecto y se circunscriben solamente al tipo de actividades propuestas.

Antes de terminar este enlistado de lineamientos que determinan el planteamiento didáctico es necesario ubicar la propuesta respecto al formalismo que caracteriza a la materia así como respecto a los antecedentes para su estudio. Respecto a este último aspecto se acepta, como fue seña

tado anteriormente, que todo estudiante posee ya una cultura geométrica:- construcciones hay en el programa de primaria y secundaria, una buena parte de los conceptos involucrados deben ser ya conocidos por la misma razón. La experiencia demostró que ésto es así en el caso de muchos estudiantes. Se pretende que el estudiante se enfrente desde el principio y sólo con las actividades, sin mayor antecedente dado por el profesor. -- Los conceptos no recordados se irán recuperando en la discusión, a la vez que nuevos conceptos se irán caracterizando, y así entonces formar un -- bagaje de conocimientos geométricos obtenidos y recuperados en forma im-- pírca.

En relación al formalismo del planteamiento del tema pudieran surgir las siguientes preguntas:

¿dónde están los términos indefinidos? ¿dónde los axiomas? ¿y la demostración?, etc.

En este sentido son importantes las siguientes precisiones:

- .) No olvidar los objetivos propuestos para el tema y las expectativas en cuanto al desarrollo de habilidades y el aprendizaje.
- .) Se propone este material de estudio como un primer tema del curso. Después habrá suficiente para el desarrollo formal de la geometría.
- .) Se desea que el estudiante se "familiarice con los conceptos sin - la rigidez que implica el estudio formal del tema".

- La organización conceptual.

Algunos conceptos que progresivamente van apareciendo al avanzar en el estudio del tema son:

Circunferencia.

Centro de una circunferencia.

Radio.

Línea perpendicular a otra.

Línea tangente a una circunferencia.

Punto de tangencia.

Segmento de recta.

Circunferencia tangente a una recta.
Bisectriz de un ángulo.
Triángulo.
Rectas concurrentes.
Incentro.
Incircunferencia.
Altura de un triángulo.
Mediatriz de un segmento.
Cuerda de una circunferencia.
Arco de circunferencia.
Punto medio de un segmento.
Puntos colineales.
Triángulos copolares.
Triángulos coaxiales.
Diagonales de un polígono.
Mediana de un triángulo.
Segmentos perpendiculares.
Trapezio.
Circuncentro.
Circunferencia circunscrita.
Pie de una línea perpendicular a otra.
Triángulos isósceles.
Cuadrilátero.
Paralelogramo.
Triángulo pedal.
Polígono circunscrito.

Con el objeto de dar una idea global del significado del material -- propuesto y de cada una de las situaciones planteadas al estudiante, a -- continuación se marca para cada reactivo (identificado en el material por el número a la izquierda de su enunciado) su significado en terminos de - la actividad que exige del estudiante, en el entendido que la respuesta - a cualquier reactivo es siempre una construcción.

Reactivo

- 1 _____ Es un problema de construcción (abreviado: Prob.).
- 2 _____ Prob.
- 3 _____ Prob.
- 4 _____ Prob.
- 5 _____ Prob.
- 6 _____ Interpretación de una proposición (abreviado: Inter.).
- 7 _____ Ilustración de un concepto (abreviado: Ilus.).
- 8 _____ Ilus.
- 9 _____ Prob. Transferencia de 7.
- 10 _____ Prob. Transferencia de 9.
- 11 _____ Prob. Transferencia de 7 y 10.
- 12 _____ Prob.
- 13 _____ Prob.
- 14 _____ Inter.
- 15 _____ Prob. Transferencia de 14.
- 16 _____ Prob. Transferencia de 3 y 14.
- 17 _____ Inter.
- 18 _____ Inter.
- 19 _____ Ilus.
- 20 _____ Prob. Transferencia de 19.

21 _____ Ilus.

22 _____ Inter.

23 _____ Inter.

24 _____ Ilus.

25 _____ Ilus.

26 _____ Ilus.

27 _____ Inter.

28 _____ Inter.

29 _____ Inter.

30 _____ Inter.

31 _____ Inter.

32 _____ Inter.

33 _____ Inter.

34 _____ Prob.

35 _____ Prob.

En esta serie de 35 reactivos se pueden identificar cuatro bloques:

-) Los reactivos 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10 y 11 constituyen el primero, - en el cual los siete primeros son apoyo para que el estudiante lo gre la solución del reactivo 11. Este bloque se apoya en la no-noción de circunferencia tangente a una línea recta, se eligió esta noción para estructurar un bloque por la importancia que para la matemática ha tenido la idea de tangencia y porque el problema -- del reativo 11 es un bonito problema.
-) Los reactivos 12, 13, 14, 15 y 16 constituyen otro bloque. En este se llega a manejar el concepto principal del bloque anterior - y uno más el de la mediatriz de una cuerda de una circunferencia.
-) Los reactivos 17, 18, 19, 20 y 21 son otro más. En estos se manejan algunos conceptos y proposiciones que tradicionalmente aparecen en cursos de geometría moderna, la idea de su inclusión es so lamente con el objeto de ampliar las posibilidades de ejercita--nción de las habilidades de comprensión en situaciones francamente nuevas, y entonces mas difíciles en la cultura geométrica del estudiante.
-) Los últimos 14 reactivos del 22 a 35 constituyen una actividad -- que el estudiante realizará fuera del salón de clase y que esta - formado por reactivos de diferente indole y que abarcan desde la mera ilustración de conceptos hasta la solución de problemas y -- constituyen la etapa de reforzamiento con que concluye el estudio del tema.

- Planificación del tema.

El material se propone para ser cubierto en 12 clases y una sesión - de evaluación, según el siguiente programa.

Clase	Actividades
1	Realización de las actividades 1, 2, discusión y conclusiones.
2	Recapitulación; actividad 3, discusión y conclusiones; Tarea 1.
3	Actividades 4 y 5, discusión y conclusiones.
4	Actividad 6, discusión y conclusiones; Tarea 2.
5	Discusión de la Tarea; actividad 7, discusión y conclusiones.
6	Actividad 8, discusión y conclusiones.
7	Actividad 9, discusión y conclusiones; Tarea 3.
8	Discusión de la Tarea, conclusiones; Tarea 4.
9	Discusión de la Tarea; actividad 10, discusión y conclusiones.
10	Actividad 11 primer inciso, discusión y conclusiones; Tarea 5: el segundo inciso de la actividad 11.
11	Discusión de la Tarea; actividad 12 primer inciso, discusión y conclusiones; Tarea 6: el segundo inciso de la actividad 12.
12	Discusión de la Tarea; actividad 13, discusión y conclusiones; Tarea 7.

En la siguiente clase se recoge la Tarea. Se entrega al alumno una serie de 12 ejercicios para su ejecución fuera de clase y su devolución - al cabo de una semana, día en que se realizará la evaluación del Tema. Se inicia el siguiente Tema.

Recursos materiales:

-) Un juego completo del material por alumno.
-) Compás y regla de pizarrón, gis de colores.
-) Todo alumno deberá tener sus propios instrumentos: compás y regla.

SEGUNDA PARTE: Estudio observacional.

- INTRODUCCION.

Ha sido señalado en la primera parte, que uno de los aspectos esenciales de la problemática que se enfrenta al enseñar un curso de geometría es que el alumno en su generalidad no posee suficientemente desarrollada la habilidad de comprensión de enunciados. Habilidad que, según la propuesta ahí hecha, se desarrollará al ejercitar la correcta ilustración de conceptos, interpretación de proposiciones y solución de problemas de construcción.

El desarrollo de la habilidad de comprensión verbal o escrita es un aspecto en realidad muy descuidado por el sistema educativo, y, a partir de cierto nivel de estudios la generalidad de los profesores suponen que el estudiante sabe leer. Supuesto que es particularmente riesgoso en relación al conocimiento matemático, no sólo por las particularidades del lenguaje matemático, sino también porque al no saber captar los significados del mismo se crean barreras psicológicas y prejuicios que hacen en el estudiante rechazar el estudio por las matemáticas.

Algunos profesores, comparten conmigo los juicios anterior-

res, que se intuyen a partir de nuestra experiencia docente. El objeto del presente estudio es obtener evidencia respecto al siguiente planteamiento: para obtener un alto rendimiento en las pruebas de matemáticas, en nuestro caso de geometría, se requiere una buena capacidad de razonamiento verbal y a una baja capacidad de razonamiento corresponderá un bajo rendimiento en las pruebas de matemáticas.

La habilidad de razonamiento verbal* consiste en comprender conceptos expresados en palabras, abstraer para generalizar y pensar en forma organizada. La manera de medir esta habilidad es presentar al estudiante series de palabras entre las cuales se pueden establecer analogías si se abstraen los conceptos y sus relaciones.

Todo reactivo en una prueba de matemáticas que sea de un nivel superior al de conocimiento**, exige del estudiante la plena comprensión del enunciado como una condición previa para su solución, habilidad que actúa en el sentido de contribuir al logro de la captación de la información necesaria para dar respuesta a la situación planteada. Con el acto de comprensión del enunciado se trata de abstraer la forma

* Esta habilidad ha sido clasificada por los psicólogos G.K. Bennett, H. G. Seashore y A.G. Wesman. Ver bibliografía.

** Según la taxonomía de Bloom.

implícita en él y, por lo tanto, parece que esta forma de razonamiento está ligada, en la intención de lograr una mejor comprensión del fenómeno, con el razonamiento verbal. De aquí la motivación para la realización de este estudio -- observacional que de ser favorable en sus conclusiones apoyará la validez de la propuesta del tema "Construcciones con regla y compás" hecha en la primera parte, apoyo significativo que se sumará a las argumentaciones de carácter didáctico ahí expuestas.

Este estudio se realizó en el Plantel Vallejo del Colegio de Ciencias y Humanidades con dos grupos académicos del tercer semestre, en el año escolar 81-82. Finalmente señalaré que el carácter del estudio es el de ser piloto y que se espera proporcione elementos para la realización de estudios más completos y representativos.

- Diseño del estudio.

A los dos grupos se les aplicó, al inicio del curso (primer semestre de 81-82), un examen de razonamiento verbal y posteriormente, un mes y medio después, cuando habían sido ya cubiertos cuatro temas del programa, se les aplicó una prueba de la materia.

A partir de los datos obtenidos se realizó el análisis esta--

distico correspondiente; se caracterizó a las variables en observación, - que son dos, de la siguiente manera: Razonamiento verbal (V): es la - - puntuación que el alumno obtiene en el examen de razonamiento verbal. - - Rendimiento (R): es la puntuación que cada alumno obtiene en el examen - de la materia.

El objetivo del estudio es, como fue señalado en la introducción, lograr apoyo para la afirmación de que para obtener un alto rendimiento en las pruebas de matemáticas, se requiere de una buena capacidad de razonamiento verbal y que a una baja capacidad de razonamiento verbal corresponderá un bajo rendimiento en las pruebas de matemáticas. A través del análisis estadístico se espera poder rechazar la hipótesis nula (H_0) de que V y R son independientes.

Dado que los datos son al menos ordinales* y que se desconoce la forma funcional de la distribución de la población, se han elegido pruebas - - estadísticas no paramétricas para probar la hipótesis.

En primer lugar se calcula el "coeficiente de correlación de rango de - - Spearman"**) y se realiza su prueba de significación con el -----

* Las puntuaciones obtenidas de exámenes como los utilizados se han considerado por algunos autores como provenientes de una escala de intervalo y ha funcionado esta suposición. En el libro "Multivariate Data - - - Analysis" de William W. Coley y Paul R. Lohnes en el ejemplo 6.3 de la página 179, relativo a correlación canónica se ilustra esta manera de proceder.

**) SIEGEL, SYDNEY. "Estadística no paramétrica". 1980. Trillas. págs.233-245.

objeto de observar el grado de asociación entre estas dos variables (razonamiento verbal y rendimiento) y la probabilidad de la existencia de este grado de asociación en la población. A continuación y con el objeto de probar la hipótesis fundamental de -- este estudio, el estadístico de prueba que se emplea es la ---- "K de Kendall"* que es una prueba de independencia entre dos variables. Es fundamental señalar que la K de Kendall permite obtener evidencia que conduzca a concluir, con un nivel de significancia dado, que la relación entre dos variables aleatorias tienda a ser monótona, esta cualidad es importante ya que la hace -- una prueba idónea para la hipótesis sujeta a investigación. Por el carácter de ser éste un estudio piloto se eligió un nivel de significancia del 5%.

- Instrumentos de Medición.

La prueba de razonamiento verbal que se aplicó a los dos grupos -- es una de las pruebas de aptitud diferencial de G.K. Bennett, H.- G. Seashore y A.G. Wesman. Dicha prueba ha sido publicada por -- el Colegio Americano de Guatemala en 1977. La prueba consta de 50 reactivos y se aplicó durante un período de 60 minutos. Cada respuesta se califica con un punto. Según los editores de la -- edición castellana de los tests de aptitud diferencial, éstos -- "constituyen un instrumento completo y científico para la medi--

*) HOLLANDER, M. y WOLFE, D.A. "Non parametric Statistical ---- Methods". John Wiley & Sons. 1973. Pág.185.

ción de las habilidades de los estudiantes de las escuelas secundarias y las universidades. Fueron elaborados para servir a propósitos de selección y de orientación educativa y vocacional".

.) Prueba de razonamiento verbal*.

* Bennett, G. K. y otros autores: Manual de Instrucciones, tests de aptitud diferencial. Formas A y B. Colegio Americano de Guatemala 1977, 4a. Ed.

C.C.H. VALLEJO.

Nombre: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES.

Esta prueba de razonamiento verbal consta de 50 oraciones. A cada una de las cincuenta oraciones le falta la primera y la última palabra. Completa cada oración para que tenga sentido y sea verdadera, encontrando la primera y la última palabras. Después de cada oración incompleta hay dos líneas de palabras: La primera línea tiene un número antes de cada palabra, y la segunda, una letra.

Para el primer espacio en blanco, escoge una palabra numerada 1,2,3 ó 4. Para el espacio del final de la oración, escoge una de las palabras con letras: A,B,C ó D. Escribe el número en el primer espacio y la letra en el segundo espacio de la oración que estes completando.

EJEMPLO X. es a agua lo que comer es a

- | | | | |
|--------------|------------|-------------|---------------|
| 1. continuar | 2. beber | 3. pie | 4. niña |
| A. manejar | B. enemigo | C. alimento | D. industria. |

BEBER es a agua lo que comer es a ALIMENTO. Beber lleva el número 2, y alimento, la letra C. Entonces debes llenar los espacios en blanco de la siguiente manera:

....2... es a agua lo que comer es a ..C...

Ahora fíjate en el siguiente ejemplo:

EJEMPLO Y. es a uno lo que segundo es a

- | | | | |
|----------|----------|-----------|------------|
| 1. medio | 2. reina | 3. lluvia | 4. primero |
| A. dos | B. fuego | C. objeto | D. colina. |

PRIMERO es a uno lo que segundo es a DOS. Los espacios en blanco se han llenado correctamente de la siguiente manera:

...4... es a uno lo que segundo es a ...A..

Porque 4 es el número de primero y A es la letra de dos.

NOTA.- PARA CADA PROBLEMA HAY SOLO UNA RESPUESTA CORRECTA.

- 1 es a ancho lo que delgado es a
- | | | | |
|-----------|------------|-----------|--------------|
| 1. tienda | 2. angosto | 3. nada | 4. calle |
| A. grueso | B. peso | C. hombre | D. presente. |
2. es a perro lo que cebú es a
- | | | | |
|------------|------------|-----------|------------|
| 1. sabueso | 2. cola | 3. ladrar | 4. gato |
| A. toro | B. caballo | C. noble | D. muebles |
3. es a colgar lo que guillotina es a
- | | | | |
|---------------|--------------|--------------|---------------|
| 1. cuadro | 1. horca | 3. criminal | 4. castigar |
| A. revolución | B. decapitar | C. capitular | D. ciudadano. |
4. es a Pepe lo que Francisca es a
- | | | | |
|----------|--------------|------------|---------------|
| 1. José | 2. Francisco | 3. Ricardo | 4. Fernando |
| A. María | B. Pancha | C. Juana | D. Margarita. |
5. es a masculino lo que mujer es a
- | | | | |
|--------------|--------------|-------------|-----------|
| 1. disfraz | 2. malicioso | 3. viril | 4. hombre |
| A. intuitivo | B. señora | C. femenino | D. niña |
6. es a niñez lo que adolescencia es a
- | | | | |
|---------------|-------------|-------------|-----------------|
| 1. infantería | 2. infancia | 3. destete | 4. salud |
| A. adulterio | B. madurez | C. prebenda | D. inteligencia |
7. es a corcho lo que caja es a
- | | | | |
|------------|-----------|---------------|-------------|
| 1. botella | 2. pescar | 3. quebradizo | 4. ligero |
| A. dinero | B. tapa | C. sombrero | D. canasto. |
8. es a animal lo que corteza es a
- | | | | |
|------------|-----------|---------|------------|
| 1. cáscara | 2. pétalo | 3. piel | 4. hombre |
| A. duro | B. árbol | C. nuez | D. frijol. |
9. es a verso lo que escultor es a
- | | | | |
|-----------|------------|------------|-------------|
| 1. poeta | 2. reverso | 3. libre | 4. música. |
| A. crimen | B. cincel | C. estatua | D. artista. |
10. es a tuerca lo que botón es a
- | | | | |
|------------|------------|-------------|-----------|
| 1. puerta | 2. bisagra | 3. tornillo | 4. ángulo |
| A. redondo | B. flor | C. ojal | D. saco. |
11. es a caballo lo que rebusno es a
- | | | | |
|-----------|----------|-------------|------------|
| 1. guiar | 2. casco | 3. relincho | 4. montura |
| A. relevo | B. jaca | C. carretón | D. asno. |
12. es a nunca lo que todo es a
- | | | | |
|------------|-------------------|-------------|-------------------|
| 1. siempre | 2. ordinariamente | 3. rara vez | 4. frecuentemente |
| A. nada | B. entero | C. cada | D. total |

13. es a caballería lo que pie es a
- | | | | |
|------------|---------------|------------|----------------|
| 1. caballo | 2. cementerio | 3. votivo | 4. retiro |
| A. vara | B. viaje | C. arsenal | D. infantería. |
14. es a cumbre lo que base es a
- | | | | |
|-----------|-----------|-------------|------------|
| 1. índice | 2. viento | 3. lado | 4. cúspide |
| A. bajo | B. pelota | C. cimientó | D. militar |
15. es a calle lo que Av. es a
- | | | | |
|-----------|------------|--------|-------------|
| 1. 3a. | 2. Ma. | 3. C. | 4. Op |
| A. ciudad | B. Francia | C. fin | D. avenida. |
16. es a contrato lo que tenor es a
- | | | | |
|--------------|------------|-------------|--------------|
| 1. cantor | 2. soprano | 3. sonata | 4. solo |
| A. partitura | B. canción | C. orquesta | D. barítono. |
17. es a longitud lo que kilogramo es a
- | | | | |
|-----------|----------|-----------|----------|
| 1. Lejos | 2. metro | 3. Europa | 4. viaje |
| A. pesado | B. onza | C. peso | D. libre |
18. es a disputar lo que perdurar es a
- | | | | |
|--------------|------------|-------------|-------------|
| 1. imputar | 2. reputar | 3. discutir | 4. dispar |
| A. subsistir | B. verdura | C. perder | D. perdonar |
19. es a pescar lo que escopeta es a
- | | | | |
|------------|------------|---------|----------|
| 1. bacalao | 2. cebo | 3. caña | 4. freir |
| A. cazar | B. gatillo | C. tiro | D. bala |
20. es a Venezuela lo que Habana es a
- | | | | |
|-----------------|-----------|------------|-------------|
| 1. Barranquilla | 2. Bogotá | 3. Caracas | 4. Bolívar |
| A. Puerto Rico. | B. Cuba | C. México | D. Florida. |
21. es a guisante lo que concha es a
- | | | | |
|-------------|-----------|-----------|-------------|
| 1. verde | 2. barrer | 3. vaina | 4. sopa |
| A. acústica | B. ostra | C. romper | D. cáscara. |
22. es a río lo que costa es a
- | | | | |
|---------------|--------------|-----------|-------------|
| 1. inundación | 2. lancha | 3. ribera | 4. marea |
| A. playa | B. balneario | C. mar | D. malecón. |
23. es a diestro lo que chambón es a
- | | | | |
|------------|--------------|----------|---------------|
| 1. torpe | 2. habilidad | 3. éxito | 4. ángulo |
| A. experto | B. estúpido | C. feo | D. siniestro. |
24. es a estático lo que dinámico es a
- | | | | |
|-----------|-------------|-----------|------------|
| 1. radio | 2. político | 3. inerte | 4. aire |
| A. orador | B. motor | C. activo | D. antena. |

25. es a pacifista lo que religión es a
- | | | | |
|-----------|-------------|-------------|---------------|
| 1. guerra | 2. atlante | 3. oponerse | 4. conciencia |
| A. devoto | B. estúpido | C. ateo | D. sacerdote. |
26. es a decolorar lo que ruborizar es a
- | | | | |
|---------------|-------------|--------------|----------------|
| 1. pintar | 2. alegre | 3. adorno | 4. compositor. |
| A. abochornar | B. calentar | C. palidecer | D. maquillar. |
- 27.- es a mar lo que general es a
- | | | | |
|--------------|-----------|-------------|-------------|
| 1, almirante | 2. armada | 3. marinero | 4. río |
| A. revuelta | B. guerra | C. tierra | D. soldado. |
28. es avanzar lo que parar es a
- | | | | |
|---------------|--------------|---------------|-------------|
| 1. aprovechar | 2. detenerse | 3. retroceder | 4. alcanzar |
| A. impedir | q B. pared | C. parado | D. marchar |
29. es a oración lo que oración es a
- | | | | |
|------------|------------|------------|-------------|
| 1. iglesia | 2. palabra | 3. punto | 4. pregunta |
| A. rezo | B. coma | C. párrafo | D. frase |
30. es a lluvia lo que dique es a
- | | | | |
|-----------|---------------|----------|-------------|
| 1. nube | 2. niebla | 3. agua | 4. paraguas |
| A. refrán | B. inundación | C. subir | D. lavar. |
31. es a pie lo que codo es a
- | | | | |
|-----------|-----------|------------|-----------|
| 1. hombre | 2. muslo | 3. rodilla | 4. talón. |
| A. brazo | B. pulgar | C. mano | D. dedo. |
32. es a grupo lo que parte es a
- | | | | |
|--------------|-------------|------------|------------|
| 1. individuo | 2. derecho | 3. ninguno | 4. lleno |
| A. todo | B. separado | C. máximo | D. muchos. |
33. es a papa lo que batidor es a
- | | | | |
|---------------|-----------|-------------|-----------|
| 1. machucador | 2. puré | 3. cáscara | 4. patata |
| A. arzobispo | B. batuta | C. bastidor | D. huevo. |
34. es a futuro lo que remordimiento es a
- | | | | |
|-------------|----------------|---------------|--------------|
| 1. adelante | 2. oportunidad | 3. pronóstico | 4. esperanza |
| A. pasado | B. expiar | C. ausente | D. pecados. |
35. es a Inglaterra lo que lira es a
- | | | | |
|------------|-----------|--------------|-------------|
| 1. Londres | 2. libra | 3. rey | 4. colonia. |
| A. Italia | B. México | C. mandolina | D. dinero. |
36. es a colmillo lo que venado es a
- | | | | |
|-----------|----------|-------------|------------|
| 1. marfil | 2. colmo | 3. elefante | 4. trompa. |
| A. gamo | B. caza | C. danta | D. astas |

37. es a tierra lo que nudo es a
- | | | | |
|-------------|--------------|-------------|------------|
| 1. desierto | 2. kilómetro | 3. hectárea | 4. granja |
| A. cuerda | B. yarda | C. mar | D. montaña |
38. es a rombo lo que círculo es a
- | | | | |
|--------------|-----------|------------|---------|
| 1. cuadrado | 2. forma | 3. cubo | 4. ruta |
| A. triángulo | B. elipse | C. redondo | D. liso |
39. es a día lo que calendario es a
- | | | | |
|-----------|------------|----------|-----------|
| 1. mañana | 2. reloj | 3. sol | 4. noche |
| A. año | B. navidad | C. marzo | D. siglo. |
40. es a cadena lo que cuenta es a
- | | | | |
|----------|-----------|------------|-------------|
| 1. reloj | 2. hierro | 3. tirar | 4. eslabón. |
| A. perla | B. cuenca | C. rosario | D. contar |
41. es a ciudad lo que nacional es a
- | | | | |
|------------|--------------|-------------|------------------|
| 1. alcalde | 2. Barcelona | 3. límites | 4. municipal |
| A. país | B. federal | C. gobierno | D. internacional |
42. es a pájaro lo que mudar es a
- | | | | |
|-----------|--------------|--------------|--------------|
| 1. cantar | 2. volar | 3. migración | 4. pelechar. |
| A. cambio | B. serpiente | C. callar | D. voz. |
43. es a fruta lo que carne es a
- | | | | |
|-----------|----------|------------|------------|
| 1. pulpa | 2. mango | 3. flor | 4. canasto |
| A. tajada | B. hueso | C. chuleta | D. animal. |
44. es a águila lo que chihuahua es a
- | | | | |
|-------------|------------|-----------|------------|
| 1. bandera | 2. colibrí | 3. moneda | 4. cóndor. |
| A. mexicano | B. galgo | C. peso | D. sanate |
45. es a árbol lo que melón es a
- | | | | |
|-------------|----------|-----------|-------------|
| 1. arbusto | 2. roble | 3. nudoso | 4. manzana. |
| A. rastreña | B. jugo | C. maduro | D. dulce |
46. es a médico lo que secretaria es a
- | | | | |
|-------------|---------------|--------------|--------------|
| 1. hospital | 2. doctor | 3. enfermera | 4. medicina. |
| A. oficina | B. taquígrafa | C. empleado | D. jefe. |
47. es a prisión lo que Louvre es a
- | | | | |
|--------------|-------------|-----------|-------------|
| 1. carcelero | 2. Bastilla | 3. crimen | 4. barrotes |
| A. Francia | B. museo | C. amante | D. artista. |
48. es a libro lo que acto es a
- | | | | |
|-----------|--------------|-------------|-------------|
| 1. elogio | 2. libreto | 3. capítulo | 4. epílogo. |
| A. música | B. partitura | C. drama | D. ensayo. |

49. es a estante lo que peldaño es a

- | | | | |
|---------------|-------------|------------|------------|
| 1. biblioteca | 2. libro | 3. madera | 4. anaquel |
| A. aluminio | B. escalera | C. pintura | D. pie. |

50. es a ópera lo que lírica es a

- | | | | |
|-------------|-----------|----------|---------------|
| 1. barítono | 2. drama | 3. Verdi | 4. compositor |
| A. sinfonía | B. música | C. himno | D. alegre. |

El examen de rendimiento en la materia que se aplicó a los dos grupos es una prueba que evalúa los temas IV, V y VI del programa oficial (apéndice 1). El estudio de estos temas se realizó en los términos señalados en las páginas (69) (70) Este examen consta de siete reactivos abiertos y se aplicó durante un periodo de 60 minutos.

.) Prueba de rendimiento en la materia.

C.C.H. VALLEJO.

NOMBRE _____

GRUPO _____

1. Dibuje una figura en la cual se ilustre cada uno de los siguientes enunciados. Haga una figura para cada inciso.

a) $\overline{pq} \cap \overline{rs} = \{p\}$

b) $\overline{pq} \cap \overline{rs} = \overline{pr}$

2. Trace una recta L y sobre ella determine tres puntos: p, q y r, con q entre p y r. Diga de cada uno los siguientes enunciados si es falso o verdadero. Si un enunciado es falso, escríbalo de nuevo haciéndolo verdadero.

a) $\overrightarrow{pr} \cap \overrightarrow{qr}$

b) $\{p\} \cup \overline{pq} = \overline{qp}$

c) $\overrightarrow{pr} \cap \overrightarrow{qp} = \overline{pq}$

3. Suponga que tiene tres rectas, diferentes todas, en un plano. Encuentre todas las maneras posibles de relacionar las. Dibuje para cada caso un diagrama.

4. Sean a, b puntos sobre una recta numérica y c el punto medio de \overline{ab} . Apliando las fórmulas para calcular el punto medio de un segmento y la de la distancia entre dos puntos, resuelva los siguientes incisos. **ESCRIBA TODOS LOS CALCULOS EPECTUADOS.**

a) Complete la siguiente tabla:

a	b	c
-4		6

b) Con base en los datos y resultado del inciso anterior y utilizando los cálculos hechos ahí u otros que haga,

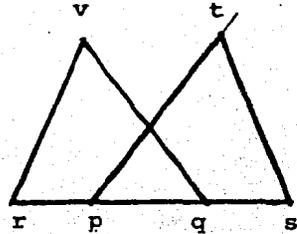
justifique la afirmación de que \overline{ac} es congruente con \overline{cb} , escriba con los símbolos apropiados esta afirmación.

5. ¿Si usted sabe que dos triángulos son equiláteros, podría concluir que son congruentes? Si su respuesta es no, ¿qué hecho adicional es necesario para mostrar que son congruentes?

6. En la figura, $rv \cong st$, $rp \cong sq$ y $\sphericalangle vrq \cong \sphericalangle tsp$.

Completar la demostración de que:

$$\overline{qv} \cong \overline{pt}$$



AFIRMACIONES

RAZONES

1. $\overline{rv} = \overline{st}$

2. $\sphericalangle vrq \cong \sphericalangle tsp$

3. _____

4. _____

5. $\overline{rp} + \underline{\hspace{1cm}} = \overline{pq} + \underline{\hspace{1cm}}$

6. $\overline{sp} = \underline{\hspace{1cm}}$

7. $\triangle rqv \cong \underline{\hspace{1cm}}$

8. _____

Dato o hipótesis

Segmento común de \overline{rq} y \overline{rs}

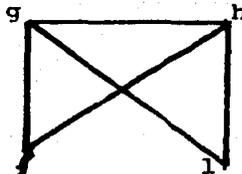
Por el paso 4.

Por el paso _____

Por _____

Por _____

7. En la figura siguiente, si $\overline{fg} \perp \overline{gh}$, $\overline{lh} \perp \overline{gh}$ y $\sphericalangle fhg \cong \sphericalangle lgh$.
Demostrar que $\overline{fh} \cong \overline{lg}$



- Datos obtenidos.

Son dos grupos académicos los sujetos a observación , a uno lo llamamos grupo A y el otro B. Los resultados obtenidos son:

Tabla del grupo A.

Alumno Número	Comprensión verbal V	Rendimiento (R)
1	36	9
2	36	9
3	19	7.5
4	28	7.5
5	27	7.75
6	26	7.75
7	15	7.75
8	20	7.25
9	22	7.25
10	26	7.0
11	32	6.75
12	18	6.5
13	28	6.0
14	18	6.25
15	19	5
16	17	4.5
17	22	4.5
18	14	4.5
19	11	4.5
20	27	4.25
21	14	3.75
22	22	3.5
23	15	3.25
24	18	3.0
25	18	2.8
26	16	2.5
27	18	2.25
28	12	1.75
29	5	0.5

Tabla del grupo B.

Alumno número	Comprension verbal (V)	Rendimiento (R)
1	16	10
2	15	10
3	17	9.75
4	23	9.75
5	15	9.3
6	15	9.0
7	21	8.75
8	23	8.25
9	24	8.25
10	15	8.0
11	26	7.5
12	17	7.3
13	21	7.0
14	18	6.8
15	33	6.5
16	18	6.3
17	14	6.25
18	12	6.0
19	11	6.0
20	21	5.3
21	19	5.3
22	11	5.0
23	19	4.75
24	19	4.5
25	19	3.75
26	22	3.75
27	17	3.3
28	11	3.25
29	13	3.25
30	13	3.25
31	16	3.0
32	12	2.8
33	9	1.5
34	11	1.3

Análisis Estadístico.

a) Cálculo del coeficiente de correlación de rango de Spearman y prueba de significación

Con el objeto de calcular este coeficiente es necesario ordenar por rangos las puntuaciones para V y R: 1 a la menor, 2 a la siguiente menor, etc. A las puntuaciones iguales se les dá un rango igual al promedio de los rangos que les correspondería si fueran ligeramente diferentes. En las siguientes tablas se escriben también los valores de d_i , que es la diferencia entre los dos rangos del i -ésimo alumno.

Tabla de rangos para el grupo " A "

Alumno número	R rendimiento	V razonamiento	d_i	d_i^2
29	1	1	0	0
28	2	3	-1	1
27	3	12	-9	81
26	4	8	-4	16
25	5	12	-7	49
24	6	12	-6	36
23	7	6.5	0.5	0.25
22	8	19	-11	121
21	9	4.5	4.5	20.25
20	10	23.5	-13.5	182.25
19	12.5	2	10.5	110.25
18	12.5	4.5	8	64
17	12.5	19	-6.5	42.25
16	12.5	9	3.5	12.25
15	15	15.5	-0.5	0.25
13	16	25.5	-9.5	90.25
14	17	12	5	25
12	18	12	6	36
11	19	27	-8	64
10	20	21.5	-1.5	2.25
9	21.5	19	2.5	6.25
8	21.5	17	4.5	20.25
4	23.5	25.5	-2	4
3	23.5	15.5	-8	64
5	26	23.5	2.5	6.25
7	26	6.5	19.5	380.25
6	26	21.5	4.5	20.25
2	28.5	28.5	0	0
1	28.5	28.5	0	0
				$\sum d_i^2 = 1454.5$

Tabla de rangos para el grupo "B"

Alumno número	R	V	di	di ²
34	1	3.5	-2.5	6.25
33	2	1	1	1
32	3	7	-4	16
31	4	15.5	-11.5	132.25
30	6	9	-3	9
29	6	7	-1	1
28	6	3.5	2.5	6.25
27	8	18	-10	100
26	9.5	29	-19.5	380.25
25	9.5	23.5	-14	196
24	11	23.5	-12.5	156.25
23	12	23.5	-11.5	132.25
22	13	3.5	9.5	90.25
21	14.5	23.5	-9	81
20	14.5	27	-12.5	156.25
19	16.5	3.5	13	169
18	16.5	7	9.5	90.25
17	18	10	8	64
16	19	20.5	-1.5	2.25
15	20	34	-14	196
14	21	20.5	0.5	0.25
13	22	27	-5	25
12	23	18	5	25
11	24	33	-9	81
10	25	12.5	12.5	156.25
9	26.5	32	-5.5	30.25
8	26.5	30.5	-4	16
7	28	27	1	1
6	29	12.5	16.5	272.25
5	30	12.5	17.5	306.25
4	31.5	30.5	1	1
3	31.5	18	13.5	182.25
2	33	12.5	20.5	420.25
f	34	15.5	18.5	342.25

$$\sum di^2 = 3843.5$$

Para el grupo A.

Debido a la proporción relativamente grande de observaciones empatadas en la variable V y R aplicaremos la fórmula (1) para calcular el coeficiente de correlación de rango Spearman.

$$r_s = \frac{\sum V^2 + \sum R^2 - \sum d_i^2}{2 \sqrt{\sum V^2 \sum R^2}} \dots (1)$$

donde $\sum V^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_V \dots (2)$, N = Tamaño de la muestra

$$\sum R^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_R \dots (3)$$

$T = \frac{t^3 - t}{12}$; t es el número de observaciones empatadas en un rango dado.

Cálculo de (2)

$$\sum V^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_V ; \sum V^2 = \frac{29^3 - 29}{12} - \sum T_V$$

$$\sum T_V = \frac{5^3 - 5}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{3^3 - 3}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12}$$

$$+ \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} = \frac{120}{12} +$$

$$+ 7 \frac{6}{12} + \frac{24}{12} = \frac{186}{12} = 15.5$$

sustituyendo en (2)

$$\sum V^2 = \frac{29^3 - 29}{12} - 15.5 = 2030 - 15.5 = 2014.5$$

cálculo de (3) $\sum R^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_R$

$$\sum T_R = \frac{4^3 - 4}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{3^3 - 3}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} =$$

$$= \frac{60}{12} + \frac{6}{12} + \frac{6}{12} + \frac{24}{12} + \frac{6}{12} = \frac{102}{12} = 8.5$$

$$R^2 = \frac{29^3 - 29}{12} - 8.5$$

$$= \frac{24360}{12} - 8.5 = 2030 - 8.5 = 2021.5$$

Cálculo de (1)

$$r_s = \frac{\sum R^2 + \sum V^2 - \sum d_i^2}{$$

$$2 \sqrt{\sum V^2 \cdot \sum R^2}}$$

$$= \frac{2021.5 + 2014.5 - 1454.5}{$$

$$2 \sqrt{(2021.5) (2014.5)}}$$

$$2 \sqrt{2021.5} \cdot \sqrt{2014.5} = 2 (44.9610) (44.8831) = 4035.985$$

$$r_s = \frac{2581.5}{4035.985} = 0.6396$$

por lo tanto el coeficiente de correlación de Spearman entre el razonamiento verbal y el rendimiento es 0.6396.

NOTA: Para este grupo se calculó también el coeficiente de correlación --- de r momento-producto de Pearson (medida de correlación paramétrica), siendo esta $r = 0.7121$. La prueba de significatividad permitió rechazar la hipótesis nula de independencia con una $t = 5.269$.

Para el grupo B.

En forma análoga a lo realizado para el grupo A se tiene que:

$$r_s = \frac{\sum R^2 + \sum V^2 - \sum di^2}{2 \sqrt{\sum R^2 \cdot \sum V^2}}, \text{ en este caso } N = 34$$

Los valores obtenidos son:

$$\sum R^2 = \frac{34^3}{12} - 34 - 4.5 = 3266.5$$

$$\sum V^2 = \frac{34^3}{12} - 34 - 23 = 3251.5$$

$$\sum di^2 = 3686.75$$

$$r_s = \frac{\sum R^2 + \sum V^2 - \sum di^2}{2 \sqrt{\sum R^2 \cdot \sum V^2}}$$

$$r_s = \frac{2831.26}{6517.98} = 0.4343$$

Entonces, el coeficiente de correlación de Spearman entre el razonamiento verbal y el rendimiento para el grupo B es 0.4343.

Prueba de la significación de las r_s calculadas

Para $r_s = 0.6396$:

.i) Planteamiento de las hipótesis

H_0 : V y R son independientes

H_1 : R y V están relacionadas

.ii) Nivel de significancia $\alpha = 0.05$

.iii) En este caso $N = 29$, la significación de la r_s obtenida conforme a H_0 se prueba por:

$$t = r_s \sqrt{\frac{N - 2}{1 - r_s^2}}$$

cuyo valor está distribuido como la t de Student con $gl = N - 2$

.v) Cálculo

$$t = r_s \sqrt{\frac{N - 2}{1 - r_s^2}}$$

$$t = 0.6396 \sqrt{\frac{29 - 2}{1 - (.6396)^2}}$$

$$t = 0.6396 \sqrt{45.69} = 0.6396 \times 6.7596 = 4.32$$

Con base en la tabla para " t " y para $gl = 27$, una t tan grande como 4.32 es ampliamente significativa al nivel de 0.05. Podemos entonces rechazar H_0 para $\alpha = 0.05$ y concluir que V y R están relacionadas.

Para $r_s = 0.4343$

En forma análoga al caso anterior tenemos:

Nota: Para el grupo B se calculó también el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson (medida de correlación paramétrica), siendo este $r = .477$ la prueba de significatividad permitió rechazar la hipótesis nula de Independencia entre las variables con una $t = 3.069$.

$$N = 34 ; t = 0.4343 \sqrt{\frac{34 - 2}{1 - (.4103)^2}} = 0.4343 \sqrt{\frac{32}{1 - .8316}}$$

$$t = 0.4343 \sqrt{\frac{38}{8114}} = 2.7274$$

Con base en la tabla para "t" y para $gl = 32$, una t tan grande como 2.7274 es significativa al nivel de 0.05. Podemos entonces -- rechazar H_0 para $\alpha = 0.05$ y concluir: V y R están relacionadas.

Podemos decir: dado que la muestra A y la muestra B muestran un grado de asociación de 0.6396 y 0.4343 respectivamente, esto -- nos conduce a pensar que existe una asociación lineal entre las -- variables, y puesto que en la prueba de significación en ambas -- muestras se rechaza la hipótesis nula podemos decir que este grado de asociación existe en la población a un nivel de significancia del 0.05.

b) Prueba de la hipótesis fundamental del estudio.

Hipótesis de investigación: Obtener un alto rendimiento en la -- prueba de la materia requiere de una buena capacidad de razona--- miento verbal y a una baja capacidad de razonamiento verbal co--- rresponderá un bajo rendimiento en la prueba de la materia.

.) Hipótesis estadísticas.

Hipótesis nula (H_0) : V y R son independientes.

Hipótesis alterna (H_1) : R es función creciente de V.

Con esta forma de H_1 se expresa que el rendimiento (R) del estudiante está directamente relacionado con su capacidad de razonamiento verbal (V); y es una forma operativa de la hipótesis de investigación.

.) Prueba estadística

Como se informó en el apartado de diseño del estudio el estadístico de prueba a utilizar es el de Kendall.* Prueba que permite obtener evidencia que conduzca a concluir, con un nivel de significancia dado, que la relación entre dos variables tiende a ser monótona y es en última instancia una prueba de independencia entre dos variables.

Sean V_i y R_i respectivamente la puntuación de la prueba de comprensión verbal y la calificación en la prueba de la materia correspondientes al i -ésimo elemento de una muestra de tamaño n , ordenados de modo que $V_1 \leq V_2 \leq V_3 \leq \dots \leq V_n$.

La estadística
$$K = \sum_{j>i}^{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \text{signo} (V_i - V_j) (R_i - R_j),$$

donde
$$\text{signo} (x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x > 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \\ -1, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$
 es una medida

de qué tanto puede considerarse a R como función creciente de V.

*) HOLLANDER, M. y WOLFE, D.A. "Non parametric Statistical Methods". John Wiley & Sons. 1973. Pág. 185.

Podemos observar que cada vez que $(V_i - V_j) (R_i - R_j) > 0$, significa que el orden que presenta una pareja de valores de V es el mismo, que se da en la pareja correspondiente R, lo cual apoya la hipótesis de que V y R están relacionadas. Lo mismo sucede cada vez que

$$(V_i - V_j) (R_i - R_j) < 0$$

Entonces se tiene que, valores grandes y positivos de K corresponderán a una relación entre V y R que tiende a ser monótona creciente; valores de K cercanos a cero apoyarán la hipótesis de que V y R no están relacionados; valores de K negativos y grandes en valor absoluto, corresponderán a una relación entre V y R que tiende a ser decreciente.

.) Nivel de significancia. Como fue señalado anteriormente el nivel de significancia será de 5% , $\alpha = 0.05$. Son dos grupos en observación y constituyen nuestra muestra, llamamos a uno A y al otro B. El tamaño de A es 29, $n_A = 29$; el tamaño de B es 34, $n_B = 34$.

.) Distribución muestral. Bajo el supuesto de que las dos variables son independientes se han obtenido tablas* que permiten calcular la probabilidad de que K tome un valor tan grande como un valor observado K_0 .

Para n grande ($n > 10$) , K sigue una distribución aproximadamente -----

* HOLLANDER, M. y WOLFE, D.A. "Non parametric Statistical Methods" John Wiley & Sons. 1973. Pág.

normal, con media cero y desviación estándar $\sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}$ si no hay empates entre las variables, es decir, si $(V_i - V_j)(R_i - R_j) \neq 0$ para toda i, j . En caso de haber empates la desviación estándar de K es menor que $\sqrt{\frac{n(n-1)(2n-5)}{18}}$.

.) Regla de decisión. Puesto que H_1 predice la dirección de la relación entre R y V , es apropiada una región de rechazo de una sola cola. Rechazamos la hipótesis nula H_0 y aceptamos la alterna H_1 a un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, si $P(K > K_0) < \alpha$, donde K_0 es el valor de K aportado por la muestra y α es la probabilidad de cometer el error de rechazar H_0 siendo esta verdadera.

.) Datos.

Las siguientes dos tablas de rangos corresponden a las dadas en páginas (51) y (52). El manejo de los rangos y no de las puntuaciones obtenidas para el cálculo de K , en nada afecta al mismo, y si en cambio lo hace más fácil.

Tabla de Rangos para el Grupo "A"

Alumno Número	R	V
29	1	1
28	2	3
27	3	12
26	4	8
25	5	12
24	6	12
23	7	6.5
22	8	19
21	9	4.5
20	10	23.5
19	12.5	2
18	12.5	4.5
17	12.5	19
16	12.5	9
15	15	15.5
13	16	25.5
14	17	12
12	18	12
11	19	27
10	20	21.5
9	21.5	19
8	21.5	17
4	23.5	25.5
3	23.5	15.5
5	26	23.5
7	26	6.5
6	26	21.5
2	28.5	28.5
1	28.5	28.5

Tabla de Rangos para el Grupo "B"

Alumno Número	R	V
34	1	3.5
33	2	1
32	3	7
31	4	15.5
30	6	9
29	6	7
28	6	3.5
27	8	18
26	9.5	29
25	9.5	23.5
24	11	23.5
23	12	23.5
22	13	3.5
21	14.5	23.5
20	14.5	27
19	16.5	3.5
18	16.5	7
17	18	10
16	19	20.5
15	20	34
14	21	20.5
13	22	27
12	23	18
11	24	33
10	25	12.5
9	26.5	32
8	26.5	30.5
7	28	27
6	29	12.5
5	30	12.5
4	31.5	30.5
3	31.5	18
2	33	12.5
1	34	15.5

.) Decisión.

De acuerdo con la tabla de rangos para el rango A se tiene:

$$N_A = 29, \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{18} n(n-1)(2n+5)} = \sqrt{\frac{1}{18} (29)(28)(63)} = 53.3$$

$$K_o = \sum_{j=1}^{28} \sum_{i=1}^{28} \text{signo} (V_i - V_j) (R_i - R_j) = 190$$

$$P(K > K_o) = P\left[Z > \frac{K_o - \mu}{\sigma}\right]; \text{ por ser } n_A = 29 > 10$$

$$P\left[Z > \frac{190}{53.3}\right] = P(Z > 3.56) = 0.0010 < 0.05$$

Por lo tanto se rechaza H_o . Y los datos aportados por el grupo A proporcionan evidencia suficiente para afirmar con una confianza del 95% que el rendimiento (R) del estudiante está directamente relacionado con su capacidad de razonamiento verbal (V).

De acuerdo con la tabla de rangos para el grupo B se tiene:

$$n_B = 34$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{18} n(n-1)(2n+5)} = \sqrt{\frac{1}{18} (34)(33)(73)} = 67.5$$

$$K_o = \sum_{J>I} \sum_{i=1}^{33} \text{signo} (V_i - V_j) (R_i - R_j) = 170$$

$$P(K > K_o) = P\left[Z > \frac{K_o - \mu}{\sigma}\right], \text{ por ser } n_B = 34 > 10.$$

$$P\left[Z > \frac{170}{67.5}\right] = P(Z > 2.518) = 0.006 < 0.05$$

Por lo tanto se rechaza H_0 . Y los datos aportados por el grupo B, también proporcionan evidencia suficientemente para afirmar con una confianza del 95%, que el rendimiento del alumno está directamente relacionado con su capacidad de razonamiento verbal.

TERCERA PARTE: ESTUDIO EXPERIMENTAL.

INTRODUCCION.

En la primera parte se hace la propuesta para un tema del curso de Matemáticas III, el cual se desarrollaría antecediendo a lo que constituye el contenido propio del tema de geometría y que marca el programa vigente en el PlanteL. El supuesto pedagógico en esta propuesta es que el alumno al estudiar este tema (Construcciones con regla y compás) recibirá apoyo para el desarrollo de ciertas habilidades que le permitirán lograr un mejor desempeño en el estudio que a continuación tendrá que realizar de la geometría, parte esta última que corresponde al programa oficial. Así pues, esta tercera parte informa acerca de la evidencia experimental que se logra para este supuesto.

Este estudio se realizó en el PlanteL Vallejo del Colegio de Ciencias y Humanidades con dos grupos académicos del tercer semestre mismos que se utilizaron en el estudio observacional. Finalmente señalaré que el carácter del estudio es el de ser piloto y que se espera proporcione elementos para la realización de estudios más completos y representativos.

- Diseño del experimento.

A los dos grupos sujetos a la experimentación se les aplicó, al inicio del curso (1er. semestre 81-82), un examen previo (examen de razonamiento verbal). A partir de los resultados obtenidos se formaran parejas de alumnos con igual calificación, siendo uno de los alumnos de cada pareja de uno de los dos grupos y el segundo alumno del otro grupo. A uno de los grupos se le llamará experimental y al otro grupo de control.

Al grupo experimental se le sujetó al siguiente proceso: se le hizo estudiar el tema de "Construcciones con regla y compás" en los términos estipulados en la 1/a. parte; a continuación se le sujetó al estudio de los temas IV, V y VI del programa oficial del curso. Al grupo de control se le sujetó sólo al estudio de los temas IV, V y VI del programa oficial. Para el estudio de estos tres temas de geometría se utilizó la misma metodología didáctica en ambos grupos, este aspecto se precisa en el

siguiente apartado.

Después de este proceso se aplicó a ambos grupos un examen posterior sobre los temas IV, V y VI del programa oficial.

Finalmente, se realizó el análisis estadístico con los datos obtenidos para observar que tanta evidencia experimental se logró en el sentido de aceptar la hipótesis (alterna) de que el grupo experimental obtuvo mayor rendimiento que el de control y rechazar la hipótesis (nula) de que ambos grupos obtuvieron el mismo rendimiento, y esto con base en la muestra formada por resultados del segundo examen de los alumnos que constituyeron las parejas previamente formadas. Dado que estos datos son al menos ordinales y que se desconoce la forma funcional de la distribución de la población, se eligió un método estadístico no paramétrico para probar la hipótesis. La prueba que se empleó es la de Rangos señalados y pares igualados de Wilcoxon. Por el carácter de ser éste un estudio piloto se eligió un nivel de significancia del 5%.

- Material de Trabajo.

Examen previo: A los dos grupos se les aplicó el examen previo, a partir de cuyos resultados se obtiene la muestra necesaria para la observación. Cabe antes de presentar el examen hacer las siguientes consideraciones:

- .) Un procedimiento usual en este tipo de estudios es sujetar a los grupos al estudio de un tema de la materia, al término del cual se realiza el examen del tema y se utilizan los resultados en la determinación de la muestra. En nuestro estudio este procedimiento no resulta conveniente por la siguiente consideración: el tema "Construcciones con regla y compás" se propone como el primer tema del curso, y junto con él se a hecho un planteamiento didáctico. No es difícil coincidir conmigo en que el estudio previo de un tema distinto de geometría al proporcionar al alumno una serie de conocimientos, que para que sean realmente significativos deben trascender el plano meramente informativo, modifica su actitud respecto al estudio del tema que estoy proponien

do, mismo que no tiene como objetivo fundamental dar conocimientos de geometría sino más bien apoyar el desarrollo de ciertas habilidades que se suponen útiles para su estudio. Esta consideración me orientó a no proceder como es usual.

- .) La aplicación de un examen previo de matemáticas, pero no de geometría, también se presenta problemático por las características de los grupos: son alumnos del tercer semestre, segundo año del bachillerato, cuyo grupo se conforma a partir de varios grupos -- del primer año que han tenido diferentes profesores y, como es la realidad en el Colegio, con cierta heterogeneidad en sus conocimientos. Esta falta de homogeneidad hace difícil la aplicación de un examen de matemáticas útil para efectos del proceso de -- muestreo.

Por las consideraciones anteriores se determinó para efectos del -- muestreo aplicar como examen previo la prueba de razonamiento verbal utilizada en el estudio anterior. Esta solución encontrada es procedente y se sustenta en lo escrito por Sidney Siegel*. "Cuando se usa el método de pares (y éste es el caso) se trata de seleccionar, dentro de lo posible, en cada pareja de sujetos, aquellos que sean los más semejantes con respecto a cualquier variable extraña que pudiera influir el resultado de la investigación". Y como ha sido constatado en la 2a. parte, la habilidad de razonamiento verbal está relacionada con el rendimiento en matemáticas, entonces, si esta habilidad determina una variable que influye -- en el fenómeno observado.

Los Temas IV, V y VI del Programa Oficial: Esta parte del programa oficial (Apéndice 1) se estudió en ambos grupos y ellos se impartieron a la manera tradicional, es decir: el profesor expone el contenido en la clase; plantea preguntas y ejercicios al grupo los cuales se resuelven durante -- la sesión en algunas ocasiones por algún alumno en otras por el profesor; -- se dejan tareas las cuales en la siguiente clase se resuelven bien por -- los alumnos, bien por el profesor.

El grupo experimental no recibió un tratamiento diferente en el desarrollo del Tema al recibido por el grupo de control.

Se pidió como libro de texto para ésta parte del curso el libro "Geometría" de Margaret Wiscamb H. (Trillas, 1976) cuyo material fue casi la única fuente de estudio para el alumno. Para el tema de congruencia además del texto se utilizó eventualmente el libro "Geometría moderna" de -- E - Moise y F.L. Downs. El contenido estudiado es el siguiente:

- Conjuntos y subconjuntos.
- Operaciones con conjuntos.
- La definición.
- Puntos, rectas y planos.
- Propiedades de la división de conjuntos de puntos.
- Axiomas y teoremas.
- Modelos matemáticos.
- Intersecciones de conjuntos de puntos en el espacio.
- Ángulos.
- Congruencia.
- Medida y congruencia de segmentos de recta.
- Medida y congruencia de ángulos.
- Perpendicularidad.
- Ángulos opuestos por el vértice.
- Clasificación de triángulos.
- Congruencia de triángulos.
- Axiomas de congruencia de triángulos.
- Teoremas sobre congruencia de triángulos.
- Congruencia de figuras en el plano.

Examen posterior de los temas IV, V y VI: Es el mismo que se utilizó como examen de la materia en la 2a. parte de este trabajo.

- Datos obtenidos.

Los resultados obtenidos en el examen previo de Razonamiento Verbal son los siguientes:

Alumno Número	Calificaciones	
	Grupo Experimental	Grupo de Control
1	16	36
2	15	36
3	17	19
4	23	28
5	15	--
6	15	27
7	21	26
8	23	15
9	23	20
10	15	22
11	26	26
12	17	--
13	21	32
14	18	18
15	33	28
16	18	--
17	--	18
18	14	19
19	12	--
20	11	17
21	21	22
22	19	14
23	11	11
24	19	27
25	19	--
26	19	14
27	22	22
28	17	--
29	11	15
30	12	18

Los resultados obtenidos en el examen de razonamiento verbal son los siguientes:

Calificaciones		
Alumno Número	Grupo Experimental	Grupo de Control
31	13	18
32	16	--
33	12	--
34	9	16
35	11	18
36	--	--
37	--	12
38	--	--
39	--	5
40	--	15

Descartando a aquellos alumnos que no presentaron el examen posterior, de rendimiento, podemos resumir la información del siguiente modo:

Número de alumno del grupo experimental	Número de alumno del grupo de control
Alumnos con calificación 11 en el examen	
23	23
20	
29	
36	

Número de alumno del grupo experimental	Número de alumno del grupo de control
Alumnos con calificación 12 en el examen	
19	37
30	
33	

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 14 en el examen	
18	22 26

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 15 en el examen	
2 5 6 10	8 29

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 16 en el examen	
1 32	34

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 17 en el examen	
12	20

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 18 en el examen	
14	14
16	<u>17</u>
	30
	32
	35

Número de alumno grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 19 en el examen	
22	3
24	18
25	
26	

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 22 en el examen	
27	10 21 27

Número de alumno del grupo experimental.	Número de alumno del grupo de control.
Alumnos con calificación 26 en el examen	
11	7 11

Para formar parejas de alumnos, por ejemplo con calificación 11 en el examen previo, procedemos del siguiente modo: seguimos una tabla de números aleatorios de dos en dos cifras hasta que aparezca alguno de los números de la columna izquierda del primer cuadro y al alumno que corresponde con tal número - lo apareamos con el que le corresponde al 23 del grupo de control. Eliminamos el número seleccionado de la columna de la derecha. Siguiendo la tabla de números aleatorios a partir de donde nos detuvimos repetimos el procedimiento y así sucesivamente hasta agotar los números de la columna de la derecha en este caso solo hubo uno, el 23. El mismo procedimiento seguiremos para aparear --- alumnos con 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 26, de calificación en el examen - previo.

Los apareamientos obtenidos son los siguientes:

(23,23)	(19 , 37)	(18, 22)	(2, 8)	(10, 29)
(32,34)	(12 , 20)	(14, 17)	(16,32)	(24, 3)
(22,18)	(27 , 21)	(11, 11)		

Parejas de alumnos que constituyen la muestra en observación.

Las calificaciones obtenidas por los alumnos de la muestra en el examen posterior son los siguientes:

Alumno del grupo experimental.	Calificación	Alumno del grupo de control.	Calificación	Diferencia de calificaciones.
23	5	23	4.5	0.5
19	6	37	1.75	4.25
18	6.25	22	4.5	1.75
2	9	8	7.75	1.25
10	8	29	3.25	4.75
32	3	34	2.5	0.5
12	7.3	20	4.5	2.8
14	6.8	17	6.25	0.55
16	6.3	32	2.8	3.5
24	4.75	3	7.5	-2.75
22	5.3	18	5	0.3
27	3.75	21	4.5	-0.75
11	7.5	11	7	0.5

NOTA: Las calificaciones obtenidas en el examen de rendimiento por el grupo experimental y el grupo de control se localizan en la tabla (ver apéndice-Pág. (87))

- Análisis Estadístico.

·) Hipótesis estadísticas.

Hipótesis nula (H_0): no hay diferencia en el rendimiento entre el grupo experimental y el grupo de control.

Hipótesis alterna (H_1): El grupo experimental obtiene un mayor rendimiento que el grupo de control.

-) Prueba estadística. Como se señaló en el apartado de diseño experimental se aplicará la prueba de rangos señalados y pares igualados de Wilcoxon*, se eligió esta prueba por ser este un estudio que emplea dos muestras relacionadas y que da diferencias de puntaje que pueden clasificarse en orden de su valor absoluto. Se asocia un rango a cada uno de los valores absolutos de las diferencias, es decir, se clasifican todas las diferencias sin tener en cuenta el signo, así: tendrá rango 1 la más pequeña diferencia, rango 2 a la siguiente menor, etc. a las diferencias iguales se les asigna un rango igual al promedio de los rangos que se habrían asignado si las diferencias hubieran diferido ligeramente. En seguida se añade a cada rango el signo de la diferencia, quedando indicado entonces que -- rangos procedieron de diferencias positivas y que otros de diferencias negativas.

* Hollander M., Wolfe D. "Nonparametric Statistical Methods", John Wiley & Sons. 1973. Pág. 27.

La estadística en esta prueba es T^+ que denota a la suma de los rangos --- asignados a los valores absolutos de las diferencias positivas.

-) Nivel de significancia. Por ser éste una primera aproximación al problema se elige un nivel de significancia del 5% ($\alpha = 0.05$).

El número de pares es 13 ($n = 13$).

-) Distribución muestral. Conforme a H_0 la distribución de T^+ se encuentra tabulada* hasta $n = 15$.
-) Regla decisión. A partir de H_1 se predice la dirección de la diferencia, por lo tanto, la región de rechazo es de una cola. Y se rechaza la hipótesis nula (H_0) si $P (T^+ \geq T_0^+) < 0.05$, donde T_0^+ es el valor de la estadística aportado por la muestra.
-) Decisión.

Tabla de diferencias y rangos obtenidos.

LA TABLA ESTA EN LA
SIGUIENTE HOJA

*Hollander M., Wolfe D. "Nonparametric Statistical Methods", John Wiley & Sons. 1973. Pág. 269.

Alumno del* grupo expe rimental.	Alumno del* grupo de control.	Diferencia de califi- cación.	Rango
23	23	0.5	3
19	37	4.25	12
18	22	1.75	8
2	8	1.25	7
10	29	4.75	13
32	34	0.5	3
12	20	2.8	10
14	17	0.55	5
16	32	3.5	11
24	3	-2.75	- 9
22	18	0.3	1
27	21	-0.75	- 6
11	11	0.5	3

De acuerdo con esta tabla se tiene : $T^+ = 76$.

Y de la tabla de distribución para T^+ bajo la hipótesis nula, para $n = 13$ tenemos: $P (T^+ \geq 76) = 0.016 < 0.05$.

Por lo tanto podemos rechazar la hipótesis nula y aceptar la alterna de - que el grupo experimental obtiene mayor rendimiento que el grupo de control, para un nivel de significancia del 5%.

* Estas dos columnas se refieren al # de identificación de los sujetos.

CONCLUSIONES.

En la página 25 se plantearon dos ideas que son básicas para la elaboración del material de estudio del tema "Construcciones con regla y compás". Con respecto a la primera idea, el estudio del tema realizado por el grupo experimental permitió observar que efectivamente la mayoría de los alumnos resolvían las actividades sin que fuera necesaria la participación previa del profesor para explicar los conceptos involucrados en éstas, es decir, es válido asumir un conocimiento elemental de geometría por parte del alumno y el cual usa al enfrentarse sin más con las actividades que se le plantean. Con relación a la segunda idea, la exigencia de la participación activa de cada alumno logró despertar el interés por la materia en una gran mayoría de estudiantes del grupo; en contraste con otros grupos que no estudiaron el tema y en los cuales solamente un número reducido de alumnos mostraron interés por la materia. Con relación al supuesto de una mayor efectividad en el aprendizaje producto de la conducta activa del educando los resultados obtenidos en la 3a. parte de este estudio lo apoyan favorablemente.

La idea principal que da la pauta para el planteamiento del tema de "Construcciones con regla y compás" es que: previo al estudio de los contenidos oficiales del curso, es necesario propiciar el desarrollo de la habilidad de comprensión de enunciados y que en la medida que se logre el desarrollo de esta habilidad el alumno obtendrá un mejor desempeño en el curso. Las partes 2a. y 3a. de este estudio apoyan positivamente esta idea. La 2a. parte nos permite afirmar con un 95% de confianza que efectivamente la habilidad de razonamiento verbal (la habilidad de comprensión de enunciados es una forma de razonamiento verbal) está relacionada positivamente con el desempeño en las pruebas de la materia. Y la 3a. parte nos permite afirmar también con un 95% de confianza que efectivamente el alumno que estudia el tema de "Construcciones con regla y compás" logra un mejor desempeño en el curso que aquellos que no lo estudian.

A P E N D I C E S

A P E N D I C E 1

PROGRAMA VIGENTE DE MATEMATICAS III

CONTENIDO.

- TEMA I. Historia de la Geometría. (3 hrs.) (Tema Optativo)
- TEMA II. Construcciones Geométricas (5 hrs.) (Tema Optativo)
- TEMA III. Problemas de Sentido Común (3 Hrs.) (Tema Optativo)
- TEMA IV. Elementos que constituyen la Geometría Plana. (4 hrs.) (Tema Optativo)
- TEMA V. Angulos y Paralelismo (9 hrs.)
- a) Construcción: recto, agudo, alternos internos, etc.
 - b) Clasificación: por su abertura y su relación con paralelas.
 - c) Aplicaciones.
- TEMA VI. Congruencia. (10 hrs.)
- a) Construcción de triángulos congruentes.
 - b) Criterios de Congruencia.
 - c) Demostraciones.
- TEMA VII. Semejanza. (10 hrs.)
- a) Construcción de Triángulos Semejantes.
 - b) Proporciones.
 - c) Criterios de Semejanza.
 - d) Aplicaciones.
- TEMA VIII. Teorema de Pitágoras. (6 hrs.)
- a) Demostraciones.
 - b) Aplicaciones.
- TEMA IX. Trigonometría. (8 hrs.)
- a) Relaciones (sen, cos, tan, cot, sec, csc).
 - b) Propiedades e Identidades básicas.
- 1) $\text{Sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$
 - 2) $\text{Sen} (a \pm b)$, $\text{cos} (a \pm b)$, $\text{tan} (a \pm b)$.

3) $\text{Sen } 2\alpha$, $\text{sen } (\frac{\alpha}{2})$, $\text{cos } 2\alpha$, $\text{cos } (\frac{\alpha}{2})$, $\text{tan } 2\alpha$, $\text{tan } (\frac{\alpha}{2})$.

c) Aplicaciones en triángulos rectángulos.

TEMA X. Areas y Volúmenes. (21 hrs.) (Tema Optativo).

TEMA XI. Introducción a la Geometría Analítica. (7 hrs.)

- a) El plano Cartesiano.
- b) Localización de puntos.
- c) Distancia entre dos puntos.

* Tiempo total (11 temas) : 69 hrs.

* Tiempo Total (6 temas) : 50 hrs.

Sin temas optativos.

Los objetivos del curso de Matemáticas III en el Plantel son:

- .) Identificar a la geometría como una herramienta útil, para resolver problemas que surjan en el momento, en que el hombre intenta transformar la naturaleza o conocer los fenómenos naturales.
- .) Identificar a la geometría plana como una teoría que intenta describir - y analizar las propiedades de las figuras geométricas planas.
- .) Describir las diferencias existentes entre los razonamientos intuitivo, inductivo y deductivo.
- .) Utilizar el método deductivo para comprobar algunas propiedades de figuras planas.
- .) Encontrar la solución de problemas cuya solución dependa de relaciones - entre figuras geométricas planas.

APENDICE II

Tabla de las calificaciones en el examen de rendimiento.

Nº. de Alumno	Grupo de Control	Grupo Experimental
1	9	10
2	9	10
3	7.5	9.75
4	7.5	9.75
5	7.5	9.5
6	7.75	9
7	7.75	8.75
8	7.75	8.25
9	7.25	8.25
10	7.25	8
11	7	7.5
12	7	7.3
13	6.75	7
14	6.5	6.8
15	6	6.50
16	6.5	6.3
17	6.25	6.25
18	5	6.25
19	5	6.0
20	4.5	6.0
21	4.5	5.3
22	4.5	5.3
23	4.5	5.0
24	4.25	4.75
25	4.0	4.5
26	3.75	3.75
27	3.5	3.75
28	3.5	3.3
29	3.25	3.25
30	3	3.25
31	3	3.25
32	2.8	3.0
33	2.5	2.8
34	2.5	1.5
35	2.25	1.3
36	1.75	.75
37	1.75	
38	1.5	
39	.5	
40	.3	

B I B L I O G R A F I A

- .) Margaret Wiscamb H. "GEOMETRIA" Trillas, México, 1976.
- .) Edwin Moise E. "GEOMETRIA MODERNA".
- .) A. V. Pogorelov "GEOMETRIA ELEMENTAL", Mir, Moscú, 1974.
- .) Wayne W. Daniel "BIOESTADISTICA", Limusa, México. 1982.
- .) Sidney Siegel "ESTADISTICA NO PARAMETRICA". Trillas, México, 1980.
- .) Myles Hollander, Douglas A. Wolfe "NONPARAMETRIC STATISTICAL METHODS".
John Wiley & Sons, 1973.
- .) J. W. Best. "COMO INVESTIGAR EN EDUCACION", Morata, Madrid, 1978.
- .) David Magnisson, "TEORIA DE LOS TESTS" Trillas, México, 1979.
- .) Ario Garza Mercado, "MANUAL DE TECNICAS DE INVESTIGACION", El Colegio
de México, 1976.
- .) Ramón Sebastian Salat Figols, "TRES EXPERIMENTOS EDUCATIVOS", Tesis,
Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto -----
Politécnico Nacional, 1979.

- .) Jean Piaget. "SEIS ESTUDIOS DE PSICOLOGIA". Por Jean Piaget.
Barcelona. Seis Barral. 1977.
- .) José Ramón Ulloa Herrero. Tesis para obtener el grado de maestro en
Ciencias en la especialidad en Matemática Educativa.
— CIEA. I.P.N. - 1979.
- .) Jerome Bruner. "Hacia una Teoría de la Instrucción", UTEHA. México.
- .) L.S. Shulman, "Perspectivas acerca de la Psicología del Aprendizaje y
la Enseñanza de las Matemáticas", tomado de :
W. Robert Houston (Ed.) Improving Mathematics Education
por Elementary School Teachers. A. Conference Report, --
1967 pp. 23-37
- .) Bennett, G. K. y otros autores: Manual de Instrucciones, test de -----
Aptitud diferencial. Formas A y B. Colegio Americano de
Guatemala, 1977, 4a. ed.
- .) William W. Cooley, Paul R. Lohnes. Multivariates date analysis.
John Wiley & sons. inc. New York. 1971.