

28. No 48

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS

CORRECCION DE LA ESTRUCTURA  
POR EDAD DE LA FECUNDIDAD  
EMPLEANDO LA FUNCION DE  
GOMPERTZ: CASO DE COLOMBIA

T E S I S

QUE PARA SUSTENTAR EXAMEN  
PROFESIONAL DE ACTUARIO

P r e s e n t a

ANGELA MARIA TOBON TRUJILLO

MEXICO, D. F.

1 9 8 2.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

		Página
	INTRODUCCION.	
I.	PANORAMA DEMOGRAFICO DE COLOMBIA	1
	A. DESCRIPCION DE LA POBLACION.....	2
	1. Distribución Geográfica .....	2
	2. Crecimiento Poblacional .....	5
	3. Estructura por edad de la población..	17
	B. MIGRACIONES INTERNAS Y URBANIZA- CION .....	24
II.	PRESENTACION DEL MODELO.....	34
	A. MODELO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA FUNCION DE GOMPERTZ .....	36
	B. COMPROBACION DE LA RELACION LI- NEAL ENTRE $V(x)$ y $V^S(x)$ .....	39
	C. SIGNIFICADO DE LOS PARAMETROS...	42
	D. AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE LA FE- CUNDIDAD POR EDADES.....	47
III.	PRESENTACION DE LA INFORMACION...	50
IV.	APLICACION DEL MODELO .....	67
V.	ALCANCES DEL MODELO BILOGISTICO...	77
	APENDICE .....	89
	BIBLIOGRAFIA .....	94

## INTRODUCCION

La fecundidad es un componente demográfico en cuyo estudio no pueden aplicarse confiadamente los métodos tradicionales de estimación. Esto debido a la insuficiencia e irregularidad de la información, cuyas fuentes son los registros de las estadísticas vitales, las encuestas y los censos.

Por lo anterior, se hace necesario realizar ajustes a la información.

Un procedimiento que puede ser de utilidad para realizar ajustes del patrón de fecundidad, es presentado en este trabajo; dicho procedimiento fué desarrollado por Juan Chackiel en 1979 (1), su procedimiento está basado en ideas de W. Brass (2) y V. Kandiah (3), quienes se apoyaron en la función de Gompertz Linealizada mediante una transformación Logarítmica.

---

(1) Chackiel, Juan. - Estructura de la Fecundidad por Edades: Ajuste y Proyección mediante la función de Gompertz Linealizada. CELADE.

(2) Brass, W.: The Relational Gompertz model of fertility by age of woman (Inédito).

(3) Kandiah, V.: The use of the relational fertility model parameters in population projections. EAST-WEST CENTER, Honolulu. ( Inédito ).

El objetivo del presente trabajo es presentar el modelo del doble logaritmo de la función de Gompertz, aplicándolo a información obtenida de la Encuesta Nacional de Fecundidad de Colombia de 1976, y señalar el empleo de dicho modelo en la desagregación de la estructura de la fecundidad por edad, a edades individuales.

## I. PANORAMA DEMOGRAFICO DE COLOMBIA.

Para situar un poco al lector con respecto al país del cual se va a estudiar la fecundidad, tema de este trabajo, se inicia con un resumen brevemente comentado de su situación demográfica. El último censo nacional de población se realizó en 1973 y no existe ninguna publicación oficial del total de los resultados obtenidos.

La división político-administrativa de Colombia ha cambiado mucho durante este siglo; en la actualidad consta de 24 departamentos y los llamados territorios nacionales, que constan de 4 intendencias y 4 comisarías.

La distribución de la población en el territorio ha sido muy desigual, fenómeno que se ha incrementado a partir de 1951, con la concentración en algunas ciudades: Bogotá, Medellín, Cali y Barranquilla.

En los últimos años el crecimiento de la población ha sido rápido y se han presentado importantes movimientos migratorios entre las zonas rurales y las ciudades.

Enseguida se darán a conocer algunos aspectos demográficos generales del país, y luego se tratará el problema de la migración rural-urbana y su influencia en el proceso de urbanización. Este último problema es de mucha actualidad dadas las implicaciones que trae consigo: por ejemplo, si se compara el flujo migratorio hacia las áreas urbanas con el proceso de industrialización, que se ha dado con un ritmo menor, se observa que la asimilación de los migrantes a la economía urbana no es siempre satisfactoria.

#### A. DESCRIPCION DE LA POBLACION.

##### I. DISTRIBUCION GEOGRAFICA:

Como se dijo antes, la población está distribuida de manera muy desigual en el territorio. Esto puede verse con los datos del cuadro 1-1, que muestra como en Bogotá D.E., Antioquia y el Valle, existe una cantidad mayor de personas (son las regiones más industrializadas y con mayor desarrollo económico), en comparación con los territorios nacionales que tienen un mínimo de la población, a pesar de ocupar estos casi la mitad de la superficie.

## CUADRO 1-1

COLOMBIA: DISTRIBUCION DE LA POBLACION POR SECCIONES Y AREAS URBANO-RURAL. ESTIMACION EN MILES. 1 9 7 4

SECCIONES	P O B L A C I O N			PORCENTAJES	
	TOTAL	URBANA	RURAL	URBANO	RURAL
1. Cundinamarca	1 131.7	463.4	868.3	34.8	65.2
2. Bogotá	3 143.4	2 983.4	160.3	94.9	5.1
3. Antioquia	3 436.0	21 133.8	1 302.2	62.1	37.9
4. Atlántico	1 035.6	956.9	78.3	92.4	77.6
5. Bolívar	961.7	583.8	377.9	60.7	39.3
6. Boyacá	1 308.7	399.2	909.5	30.5	69.5
7. Caldas	892.0	553.0	339.0	62.0	38.0
8. Cauca	768.4	205.3	563.2	26.7	73.3
9. Cesar	582.5	182.3	400.2	31.3	68.7
10. Córdoba	886.9	295.3	591.6	33.3	66.7
11. Chocó	232.00	68.4	163.6	29.5	70.5
12. Huila	583.5	275.7	262.8	51.2	48.8
13. Guajira	309.9	129.2	180.7	41.7	58.3
14. Magdalena	685.6	338.0	347.6	49.3	50.7
16. Meta	331.9	151.9	162.0	48.4	51.6
17. Nariño	859.9	296.7	563.2	34.5	65.5
18. Quindío	379.3	322.4	56.9	85.0	15.0
19. Risaralda	566.3	360.2	206.1	63.6	36.4
20. Santander	1 249.2	653.3	595.9	52.3	47.7
21. Sucre	399.0	182.3	216.7	45.7	54.3
22. Tolima	972.1	519.1	453.0	53.4	46.6
23. Valle	2 391.4	1 803.1	588.3	75.4	24.6
T. Nacionales	405.8	126.6	279.2	31.2	68.8
T O T A L:	24 329.3	14 373.6	9 955.7	59.1	40.9

NOTA: Actualmente existe un nuevo Departamento, El Caquetá, señalado en el mapa con el número 24. Fue erigido como tal por el Congreso Nacional a principios de 1982.



Así, teniendo en cuenta que la superficie total del país es de 1'138.914 km cuadrados, y su población en 1974 era 24'329,300 habitantes (cuadro 1-1), la densidad sería de 21.36 habitantes por kilómetro cuadrado, pero el 48% de la superficie corresponde a los territorios nacionales que cuentan con el 1.7% de la población. Esto puede tener una explicación en base a las condiciones naturales, pues son grandes zonas selváticas bastante insanas o llanuras que se dedican a la ganadería extensiva.

"En términos de residencia urbana o rural, la población colombiana ha sufrido grandes cambios como consecuencia del proceso de migración rural-urbana paralelo con el proceso de urbanización experimentado por el país. En 1951, solamente el 38.9% de la población vivía en cabeceras municipales, es decir, en centros de 1500 o más habitantes, proporción que pasó a 52.8 en 1964 y que para 1973 era ya de 63.6%. Concomitante con este proceso, se observa una concentración de población en pueblos de más de -

20,000 habitantes. En 1938, sólo el 13% de la población residía en localidades de ese tamaño y para 1973 la proporción había pasado el 45%. Para este mismo año existían en el país 9 ciudades con más de 200,000 habitantes y 16 con más de 100,000". (Encuesta Nacional de Fecundidad 1973).

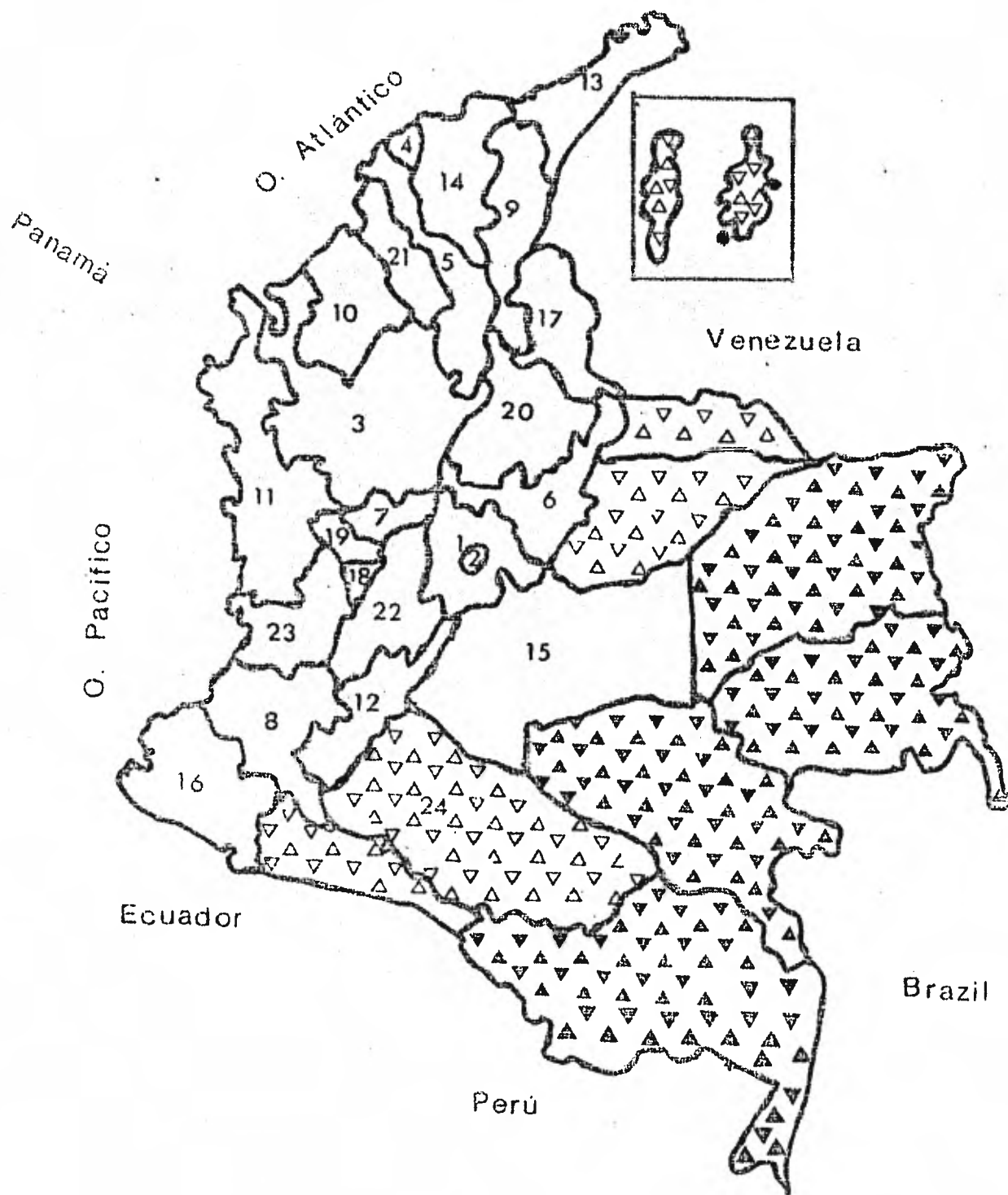
## 2. CRECIMIENTO POBLACIONAL.-

Año con año la población fue incrementándose hasta alcanzar una de las tasas de crecimiento más altas en América Latina.

En el Cuadro 1-2 está calculado el crecimiento anual de la población hasta el censo de 1973 y en la gráfica 1-1, su comportamiento.

Es de observarse que de 1964 en adelante, la tendencia de la tasa es descendente debido a la baja de la fecundidad registrada en este período, que ha sido una de las más rápidas de Suramérica.

# COLOMBIA MAPA POLITICO



- ▭ Departamentos
- △ ▽ Intendencias
- ▽ ▽ △ Comisarias

CUADRO 1-2  
 RESULTADO DE LOS CENSOS NACIONALES  
 1905 - 1973

FECHAS.	HABITANTES	% INCREMENTO	PERIODO INTERCENSAL	INCREMENTO ANUAL ( tasa )
15. V. 1905	4 143 632	-	34	-
5. III. 1912	5 072 604	22.4	7	2.9
14. X. 1918	5 855 077	15.4	6	2.4
17. XI. 1928	7 851 000	34.1	10	3.0
5. VI. 1938	8 701 816	10.8	10	1.03
9. V. 1951	11 548 172	32.7	13	2.2
15. VII. 1964	17 484 508	51.4	13	3.2
24. X. 1973	21 187 115	21.2	9	2.2

$$\% \text{ INCREMENTO} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \times 100$$

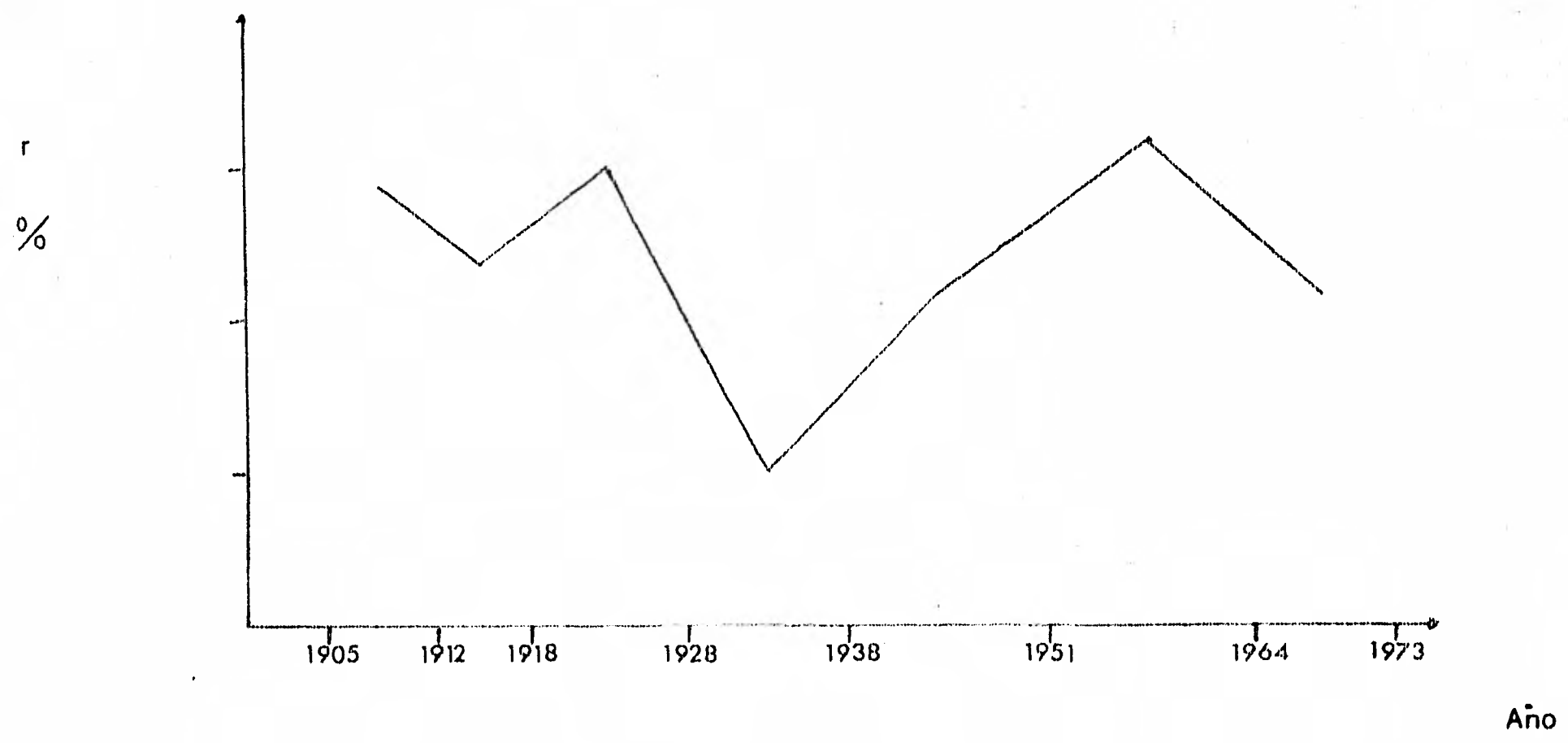
$$\text{TASA DE CRECIMIENTO ANUAL } (r) = e^{1/t (\ln P_1 - \ln P_0)} - 1$$

donde:  $P_0$  = población inicial

$P_1$  = población después de transcurrido un tiempo  $t$ .

En general, los cambios en las tasas de crecimiento hasta 1964, fueron resultado del juego entre las tasas de fecundidad y de mortalidad. Después de la

GRAFICA 1-1  
TASA DE CRECIMIENTO ANUAL DE LA  
POBLACION r



FUENTE: Cuadro 1-z.

Segunda Guerra Mundial, como consecuencia de la medicina preventiva y de la ampliación de los servicios de atención materno infantil, empezaron a disminuir las tasas de mortalidad. De acuerdo con algunas estimaciones, la tasa bruta de mortalidad para el período 1938-51, era de 22.4 por mil y para 1951-1964, era de 17.4 por mil. Hacia 1973 según el DANE (Departamento Administrativo Nacional de Estadística), la tasa se sitúa entre 9 y 10 por mil habitantes. Al presentarse este descenso en la mortalidad, especialmente en la infantil, la esperanza de vida se incrementó (cuadro 1-3).

CUADRO 1-3

ESTIMACIONES DE LA ESPERANZA DE VIDA AL NACER DE LA POBLACION COLOMBIANA

PERIODO	ESPERANZA DE VIDA AL NACER	
	HOMBRES	MUJERES
1938 - 51	40.0	43.8
1951 - 64	45.4	50.7
1964 - 69	57.1	61.3
1969 - 73	58.3	63.3

Con el crecimiento del país se puede comparar el crecimiento de las ciudades principales, cuyos datos aparecen en cuadro 1-4 y son en todos los casos mayores que la media nacional, aunque siguiendo la misma tendencia; el crecimiento de estas ciudades se debe sobre todo a fenómenos migratorios.

Otra forma de ver como crece la población, es analizando la tasa de crecimiento natural, es decir, la diferencia entre la tasa bruta de natalidad y la de mortalidad. Para esto se requiere la información de los registros vitales y en Colombia es bastante deficiente. Sin embargo, en el cuadro 1-5 vemos como desciende la mortalidad. En esto influyen factores como la aplicación de políticas sanitarias que han atacado sobre todo la mortalidad infantil y el hecho de que la población cuente con pocos efectivos en edades avanzadas.

La tasa de crecimiento entre los dos últimos censos fue aproximadamente de 2.2%, más baja que la del período anterior, 3.2%, debido a la baja significa-

CUADRO 1-4

CRECIMIENTO DE LA POBLACION EN LAS MAYORES  
CIUDADES DE COLOMBIA: 1938 - 1973

CIUDADES	POBLACION EN MILES				$r_1$	$r_2$	$r_3$	PORCENTAJE DE AUMENTO		
	1938	1951	1964	1973						
BOGOTA	356	715	1697	2855	5.4	6.8	6.0	100.8	137.3	68.2
MEDELLIN	168	358	773	1100	6.1	6.0	4.0	130.1	115.9	42.3
CALI	102	284	638	923	8.3	6.3	4.2	178.4	124.6	44.7
B/QUILLA	152	280	498	661	4.8	4.5	3.2	84.2	77.9	32.7

Las tasas de crecimiento y los porcentajes de aumento fueron calculados respectivamente de 1938 a 1951, de 1951 a 1964, de 1964 a 1973.

FUENTE: Asociación Colombiana para el estudio de la población ACEP. La población de Colombia C.I.C.R.E.D. Series. Ed. L. Canal y Asociados Ltda. Bogotá, 1975.



CUADRO 1-5  
TASAS DE NATALIDAD, MORTALIDAD  
Y CRECIMIENTO NATURAL

REGISTROS VITALES AÑOS	TASAS POR MIL		CRECIMIENTO NATURAL (1) - (2)
	Natalidad (1)	Mortalidad (2)	
1940	32.2	15.2	17
1945	31.7	15.7	16
1950	36.5	14.2	22.3
1955	38.8	12.3	26.5
1960	38.8	11.9	26.9
1965	36.8	9.9	26.9
1970	39.7	10.5	29.2

tiva de la fecundidad. Esto se muestra en las gráficas 1-2 y 1-3 hechas a partir del cuadro 1-6.

En realidad desde mediados de la década del 60 se presenta un rápido descenso en la fecundidad que se corrobora con los datos obtenidos

CUADRO 1-6

TASAS DE FECUNDIAD: TOTAL Y POR EDAD ESPECIFICA

A Ñ O	TOTAL	P O R E D A D E S P E C I F I C A						
	TGF	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
1960-1964	7.04	129	299	337	304	230	98	10
1965-1966	6.51	125	270	321	261	214	95	10
1967-1968	6.03	110	210	278	277	176	85	10
1969-1970	5.83	114	267	283	219	173	110	0
1971-1972	5.16	111	257	241	193	141	90	0
1973-1974	4.41	101	227	211	160	118	55	11
1975-1976	5.47	94	212	221	172	132	53	31
1977-1978	3.92	54	186	202	156	105	60	20
1976	4.24	73	209	192	172	133	50	19

LAS FUENTES:

1960 - 1968 Encuesta Nacional de Fecundidad 1969.

1969 - 1978 Folleto de las Naciones Unidas

1976 Encuesta Nacional de Fecundidad 1976. Hogares.

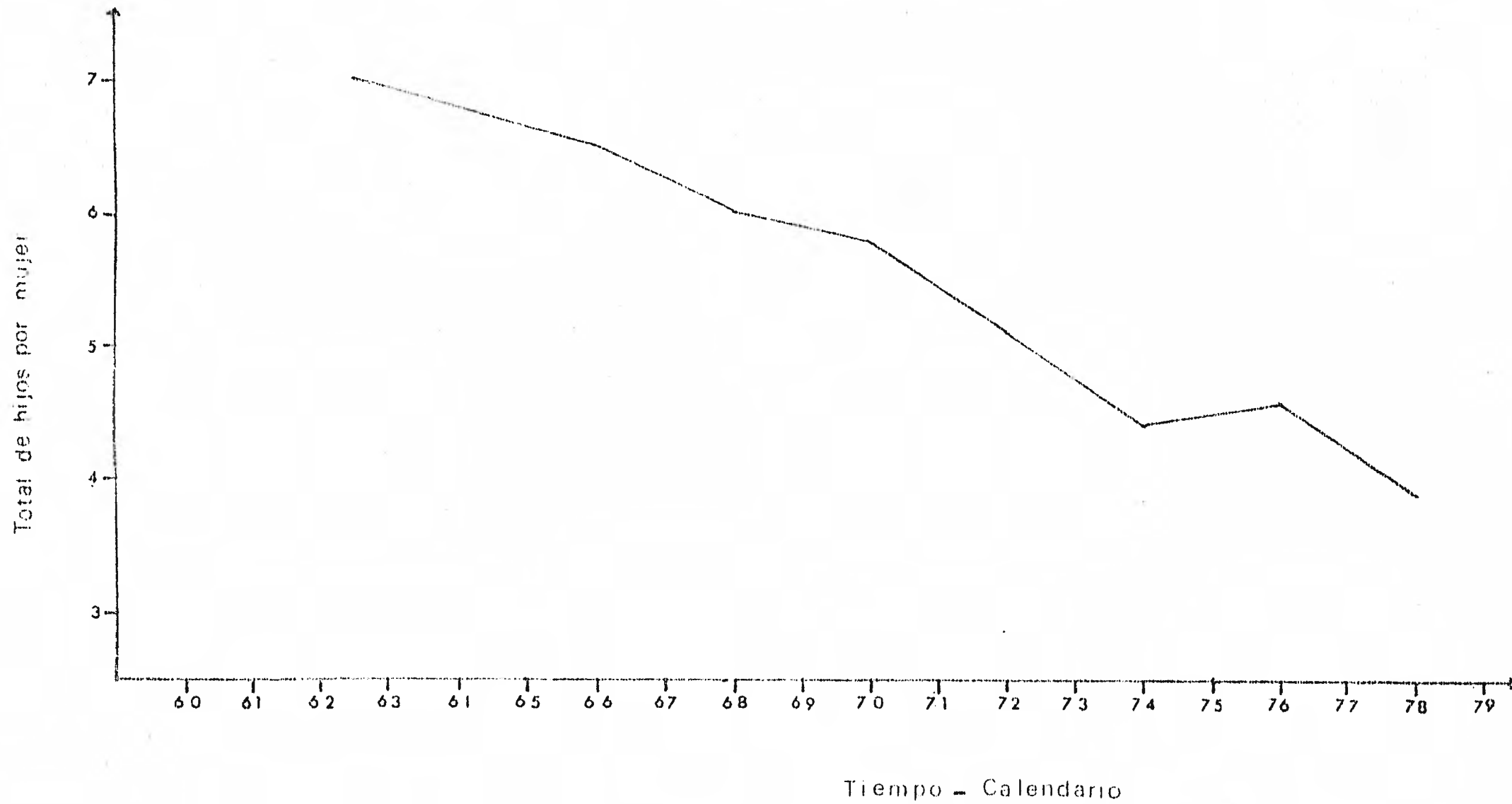
$$\text{Tasa específica de fecundidad} = 5f_x = \frac{\# \text{ de hijos tenidos vivos a edad } x}{\# \text{ de mujeres en edad } x}$$

$$\text{Total o Tasa Global de fecundidad} = \text{TGF} =$$

$$5 \sum_{x=15}^{49} 5f_x$$

es el número medio de hijos tenidos vivos por cada mujer al terminar su período de reproducción, si el comportamiento a través de él, fuera igual al del momento en el cual se levanta la Encuesta.

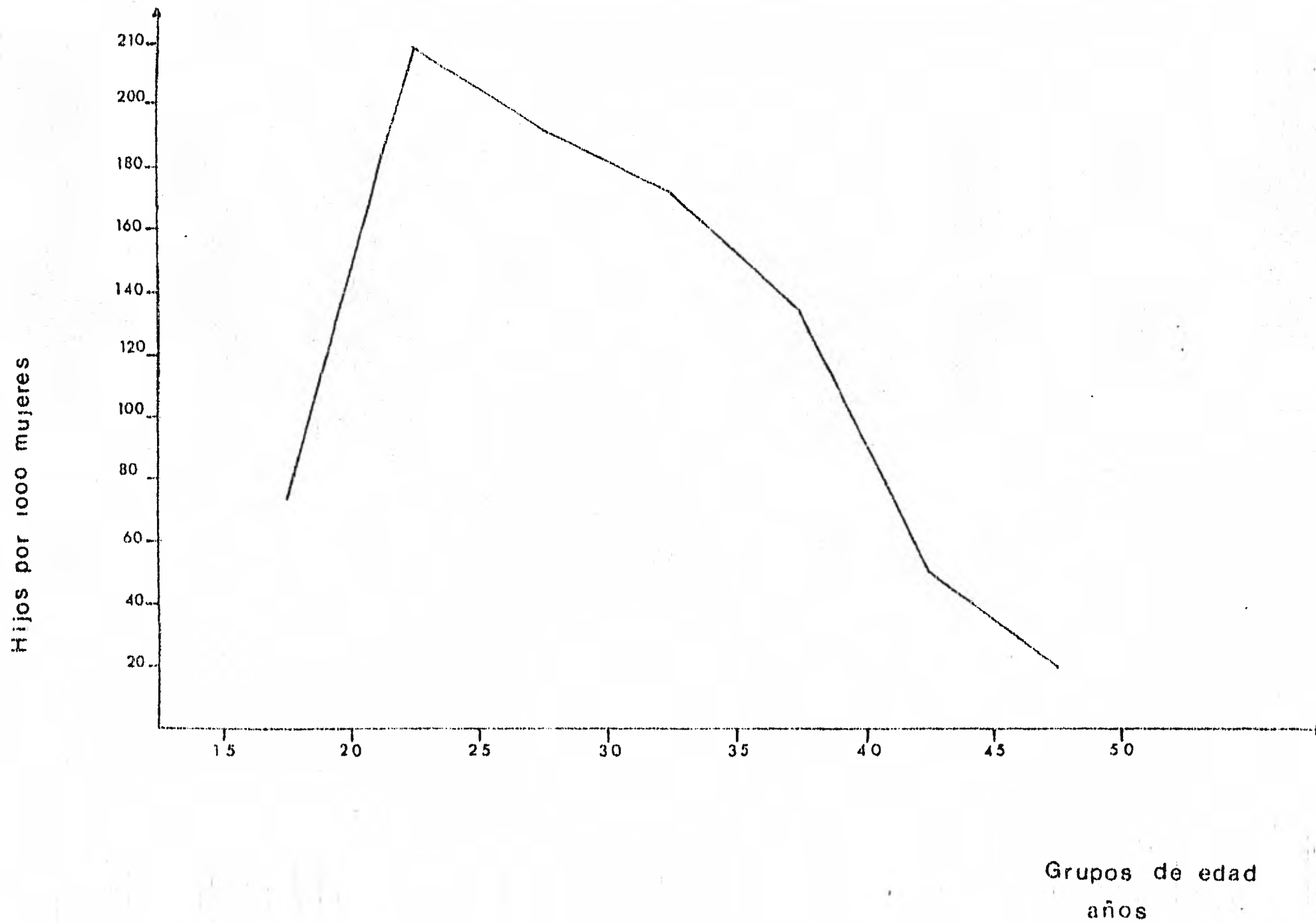
GRAFIA 1-2  
TASA GLOBAL DE FECUNDIDAD  
1976



FUENTE: Cuadro 1-6

TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD  
1976

GR A F I C A 1-3



FUENTE: Cuadro 1-6

en el Censo de 1973.

Entre 1960 y 1976 las declinaciones mayores ocurrieron en las edades intermedias del periodo reproductivo, 25-29 años.

Es importante anotar que en un lapso de 16 años, el número de hijos nacidos vivos por mujer descendió de 7.04 a 4.57, es decir, que ahora, las mujeres tienen 2.4 hijos menos que hace 16 años, factor que influye directamente en el crecimiento de la población.

Estas manifestaciones son fruto de la planificación familiar que comenzó en los 60s, como una actividad integrada al sector salud y continuó siendo parte de los planes de desarrollo, en cuanto la fecundidad es un motor para la modificación de las tasas de crecimiento y esto es un objetivo primordial en las políticas de población.

También mediante la información de la encuesta nacional de fecundidad se observa que a mayores niveles de urbanización, menores son -

las tasas de fecundidad, sobre todo en relación con el origen de las mujeres, es decir, del nivel de urbanización donde la mujer pasó sus 15 primeros años de vida.<sup>1</sup>

Se mostraron los principales factores que influyen en el crecimiento de la población, falta analizar las migraciones internacionales, que según lo investigado hasta 1973, no tenían una influencia considerable.

### 3. ESTRUCTURA.

Como consecuencia de las características generales de su crecimiento, Colombia presenta la estructura y composición por edades que se pueden observar y analizar en la pirámide adjunta construída con base en los cuadros 1-7 y 1-8.

En 1964 el país tenía una población joven, con amplia base y una disminución pareja de efectivos con respecto a la edad.

Ya para 1973 se observa una disminución importante de la población de 0 a 5 años, esto co

---

1. Encuesta Nacional de Fecundidad. 1976.

## CUADRO 1-7

## POBLACION POR SEXO Y GRUPOS DE EDAD 1964.

GRUPOS DE EDAD	TOTAL	HOMBRES		MUJERES		INDICE DE MASCULI- NIDAD
		ABSOLUTO/RELATIVO %	ABSOLUTO/RELATIVO %	ABSOLUTO/RELATIVO %	ABSOLUTO/RELATIVO %	
TOTAL EN EL PAIS	17 484 508	8 614 652	49.2	8 869 856	50.7	.97
MENORES DE 1 AÑO	630 494	318 769	1.82	311 725	1.78	1.02
1 a 4	2 455 253	1 243 488	7.11	1 211 765	6.93	1.03
5 a 9	2 800 739	1 418 522	8.11	1 382 217	7.91	1.03
10 a 14	2 269 043	1 148 494	6.56	1 120 549	6.41	1.02
15 a 19	1 766 040	836 284	4.78	929 756	5.32	.90
20 a 24	1 417 375	671 272	3.83	746 103	4.27	.90
25 a 29	1 165 820	549 667	3.14	616 153	3.52	.89
30 a 34	1 030 298	500 217	2.86	530 081	3.03	.94
35 a 39	924 416	443 163	2.53	481 253	2.05	1.00
45 a 49	592 224	291 251	1.67	300 973	1.72	.97
50 a 54	518 298	262 251	1.50	256 047	1.46	1.03
55 a 59	331 602	167 127	.96	164 475	.94	1.02
60 a 64	339 967	163 818	.94	176 149	1.01	.93
65 a 69	189 549	92 211	.53	97 338	.56	.95
70 a 74	148 987	68 296	.39	80 691	.46	.85
75 a 79	83 697	39 384	.22	44 313	.25	.88
80 a 84	57 132	23 652	.14	33 480	.19	.74
85 a 90	44 896	16 850	.10	28 046	.16	.63

FUENTE: Censo Nacional de Población y Vivienda 1964.

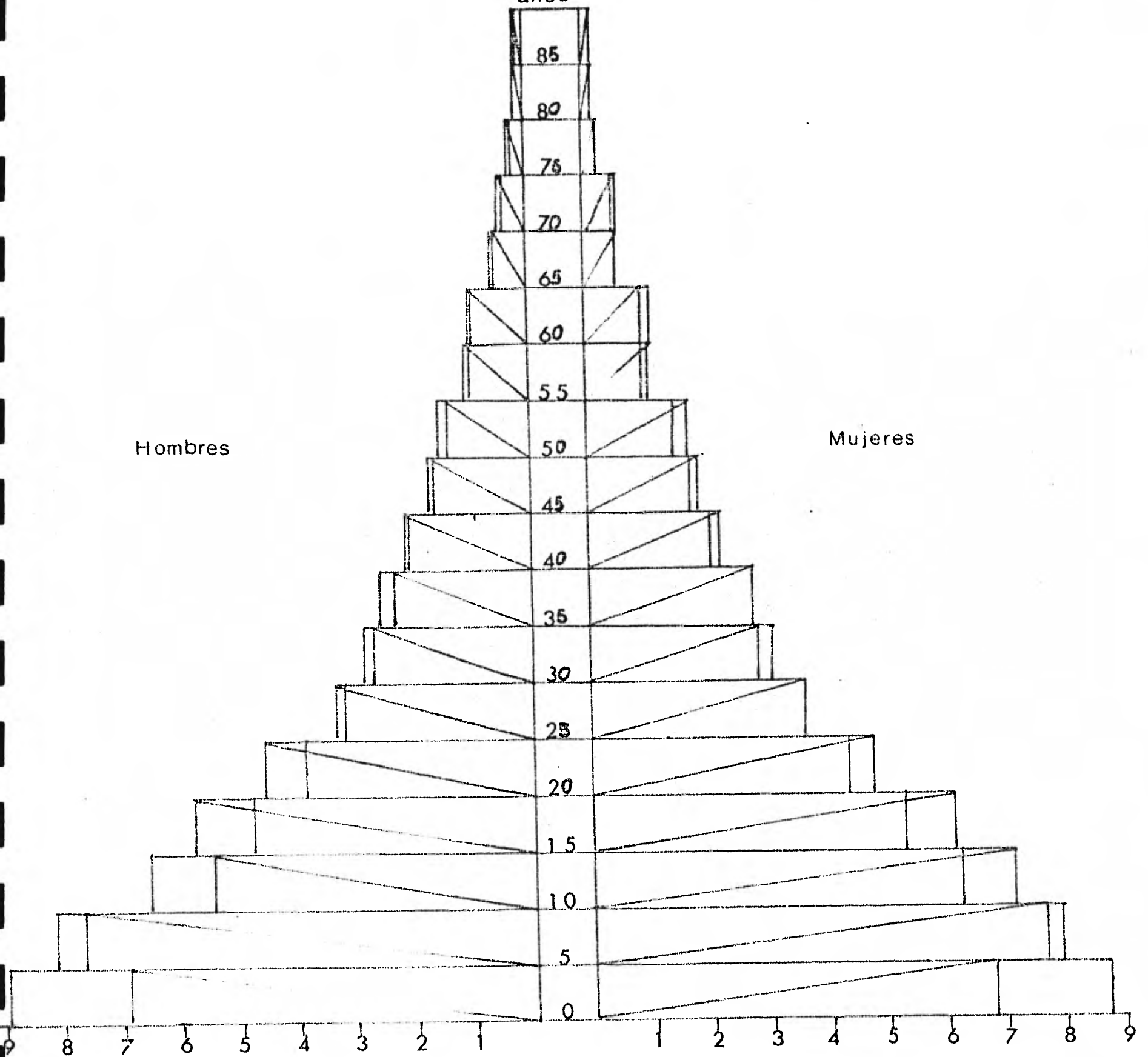
CUADRO 1-8  
POBLACION AJUSTADA POR SEXO Y GRUPOS DE  
EDAD EN OCTUBRE DE 1973.

GRUPOS DE EDAD	HOMBRES		MUJERES		TOTAL	INDICE DE MASCULI- NIDAD (1) / (2)
	ABSOLUTO/RELATIVO (1)	%	ABSOLUTO/RELATIVO (2)	%		
0 - 4	1 479 323	6.98	1 439 220	6.79	2 918 534	1.028
5 - 9	1 624 247	7.67	1 592 391	7.52	3 216 638	1.020
10 - 14	1 516 189	5.43	1 507 777	7.12	3 023 966	.763
15 - 19	1 225 800	5.79	1 303 954	6.15	2 529 754	.941
20 - 24	972 331	4.59	1 007 284	4.75	1 979 615	.966
25 - 29	716 543	3.38	758 113	3.58	1 474 656	.944
30 - 34	567 422	2.68	602 767	2.84	1 170 189	.944
35 - 39	503 801	2.38	576 031	2.72	1 079 832	.875
40 - 44	442 852	2.10	468 223	2.21	911 075	.950
45 - 49	350 597	1.65	383 559	1.81	734 156	.912
55 - 59	215 628	1.02	222 412	1.05	438 040	.967
60 - 64	195 190	.92	207 181	.98	402 371	.939
65 - 69	122 399	.58	125 670	.59	248 069	.887
75 - 79	44 257	.21	53 197	.25	97 545	.840
80 - 90	48 527	.23	72 125	.34	120 652	.676
TOTAL	10 434 623	49.3	10 752 492	50.75	21 187 115	.972

BAMONA NUÑEZ. Cobertura del Censo de Población 1973.



GRUPOS DE EDAD.  
años



Hombres

Mujeres

- 1964
- ▨ 1973

Porcentaje de efectivos sobre el total de la población

FUENTE: Cuadros 1-7, 1-8

mo efecto de la baja en la fecundidad que ha venido dándose desde 1960; pero Colombia sigue - siendo un país de población joven.

Los menores de 15 años alcanzan en 1973, el 43.22% y sumados a los mayores de 60 años, el 5.1% constituyen un 48.32% de la población y son los llamados dependientes. El índice de dependencia es 93.5, bastante alto, y se agrava además con el desempleo existente y el hecho de que mucha parte de la población femenina no trabaja.

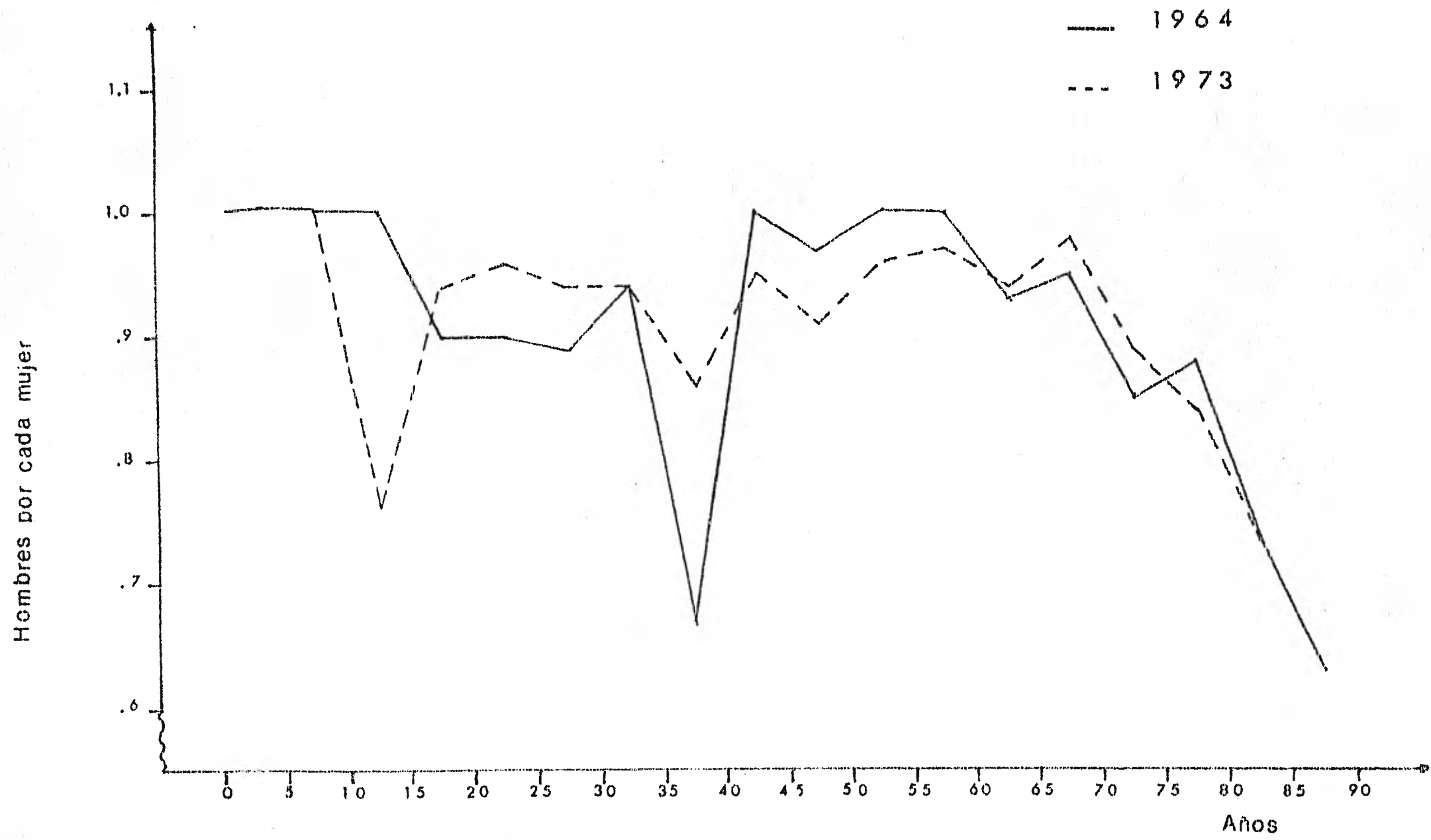
La disminución en las edades jóvenes es compensada sobretodo por el aumento de la población - entre los 15 y los 30 años, es decir, los jóvenes en edad activa. El crecimiento de este grupo - puede ser positivo pues hace que baje el nivel de dependencia. Esto en un tiempo considerablemente largo, pues en 1964 el índice de dependencia era de 93.8. con un 51.59% de población dependiente.

Con respecto a la composición por sexos, la proporción no ha variado con respecto al 64. Se mantiene en un 50.7% de mujeres. Esta composición para los diversos grupos de edad es muy variable como podemos verlo en la gráfica 1-4, que muestra el comportamiento del índice de masculinidad, el cual está por debajo de 1.05 es - perado al nacer.

En la gráfica del 64, se observa una descenso pronunciado entre los 35 y los 40 años que se atribuye a una mala enumeración de los hombres a dicha edad. Esta misma caída se observa en 1973 pero mucho más leve, por lo que podrían buscarse las causas en la mala declaración de la edad de las personas de ese grupo, o a desplazamientos de los hombres de dicha edad,

Otro grupo a considerar dada su importancia en el crecimiento de la población, es el de las mujeres en edad reproductiva ( 15 - 40 años ). que alcanzó el 24,1% de la población total y el 47,4% de la femenina en 1973. Es -

GRAFICA 1-4  
INDICE DE MASCULINIDAD



FUENTE: Cuadros 1-7, 1-8

tas proporciones son mayores que las que se presentaron en 1964: 22.67% del total y 44.68% de la población femenina; situación que era de esperarse como consecuencia del aumento de la población en edades jóvenes a raíz de la baja en la fecundidad.

La alta proporción de mujeres jóvenes, en edad reproductiva lleva consigo un crecimiento potencial de la población significativo, aunque los niveles de fecundidad bajen.

#### B. MIGRACIONES INTERNAS Y URBANIZACION.-

Como se dijo en un principio, el proceso de urbanización se desarrolla paralelamente a un movimiento de migraciones internas que van cambiando el carácter del país.

Hasta muy avanzada la década del 30, aproximadamente el 70% de la población radicaba en el campo o en núcleos de menos de 5 000 habitantes; pero por diversas causas, entre ellas, el incremento de los medios de comunicación y el deterioro de las -

condiciones de vida en el sector rural (sistema de tenencia de la tierra y conflictos socio políticos), a partir de 1940, se iniciaron los desplazamientos hacia las ciudades, y así, un país que era eminentemente rural inició su marcha hacia la urbanización.

Como podemos observar en los cuadros 1-9 y 1-10 y en la gráfica 1-5, cada vez la concentración urbana es mayor: por esto, a nivel nacional se han propuesto planes específicos para enfrentar los problemas que trae consigo. Estos planes van inmersos en las políticas de desarrollo regional, urbano y de ciudades intermedias (hacia las que se han dirigido movimientos migratorios importantes); pero la concentración ha crecido principalmente en 4 centros urbanos, como puede verse en el cuadro 1-11.

El crecimiento de las grandes ciudades es, pues, motivado en gran parte por la población migrante que se establece en ellas. A pesar de que estas ciudades son incapaces de satisfacer las demandas por servicios de esta población, en ellas puede tenerse acceso a servicios de diversa índole en rela-

## CUADRO 1-9

POBLACION ABSOLUTA Y RELATIVA, POR CENSOS,  
SEGUN AREA URBANA-RURAL, 1951-1973

DATO, UNIDAD, AREA	CENSO DE POBLACION		
	9-V-51	15-VII+64	24-X-73
ABSOLUTOS (Habitantes)			
TOTAL	11 548 172	17 484 508	19 735 286
URBANA	4 492 239	9 239 626	12 550 441
RURAL	7 055 933	8 244 882	7 184 845
RELATIVOS (%)			
TOTAL	100	100	100
URBANA	38.9	52.8	63.6
RURAL	61.1	47.2	36.4

FUENTE: XIV Censo Nacional de Población y III de Vivienda.

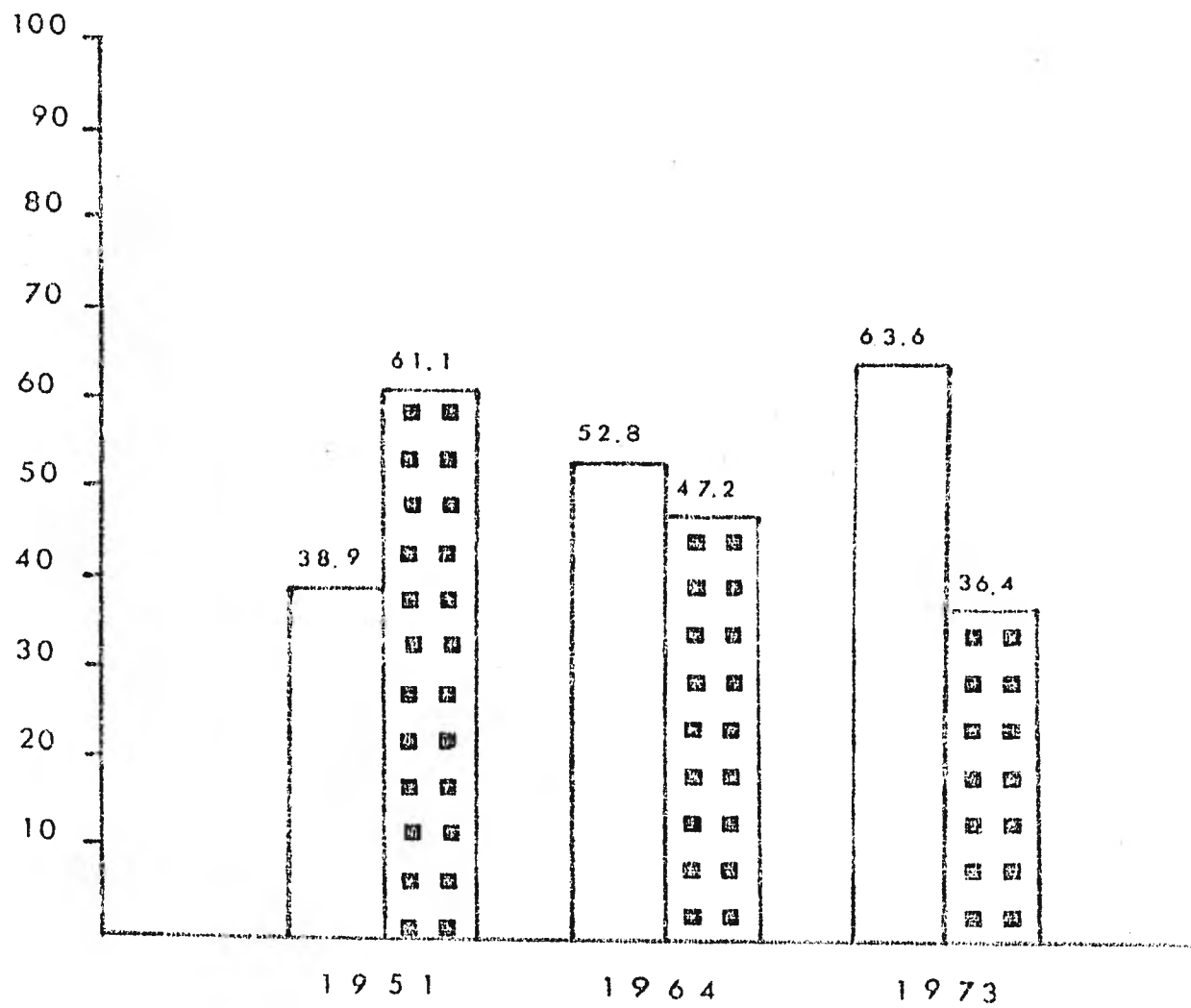
Muestra de avance

BOLETIN OGA

## GRAFICA 1-5

## POBLACION RELATIVA SEGUN AREAS

URBANA RURAL 1951 - 1973



Urbana



Rural

FUENTE: Cuadro 1-9



## CUADRO 1-10

POBLACION DEL PAIS SEGUN NUMERO Y  
MAGNITUD DE LAS LOCALIDADES ( 1964 ).

MAGNITUD DE LOS CENTROS POBLADOS	NUMERO DE Centros Poblados.	P O B L A C I O N	
		TOTAL	%
TOTAL	3 218	17 484 508	100.00
500 000 y más	3	2 889 747	16.53
200 000 a 499 999	3	927 765	5.31
100 000 a 199 999	6	841 456	4.81
50 000 a 99 999	13	896 880	5.13
20 000 a 49 999	24	767 136	4.39
10 000 a 19 999	59	833 270	4.77
5 000 a 9 999	121	811 324	4.64
2 000 a 4 999	335	1 049 425	6.00
1 500 a 1 999	129	222 473	1.27
1 000 a 1 499	268	327 735	1.87
500 a 999	638	453 212	2.59
200 a 499	897	295 202	1.69
Menos de 200	722	85 290	.49
LOCALIDADES CON POBLACION DISEMINADA.		7 083 593	40.51

CENSO DE 1964. (Censo Nacional de Población y Vivienda).

## CUADRO 1-11

 URBANIZACION Y MIGRACION RURAL URBANA EN  
 COLOMBIA 1918-1938; 1938-1951; 1951-1964 y 1964-1974.

Ciudades	Tamaño Poblacional ( Miles )					CRECIMIENTO (%)				Porcentaje estimado del crecimiento total debi- do a migrantes y sus hijos.			
	1918	1938	1951	1964	1974	18- 38	38- 51	51- 64	64- 74	18- 38	38- 51	51- 64	64- 74
BOGOTA	145	330	648	1697	3143	129	96	162	852	62	70	65	54
MEDELLIN	79	168	358	773	1137	113	113	113	471	57	74	52	17
CALI	46	101	284	638	1134	122	181	125	777	60	84	55	50
B/QUILLA	66	152	180	498	752	136	84	78	512	64	86	29	24
TOTAL COLOMBIA	5852	8 702	11229	17485	24329	49	29	56	391	-	-	-	-

FUENTE: Tabla 1 p. 207 Cardona, Ramiro y Alan Simons.

Los datos para 1974 los aumenté al cuadro, son de "La población en Colombia" p. 170.

$$\% \text{ crecimiento} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \times 100$$

$$\% \text{ crecimiento debido a la migración: } \frac{P_{loc} - P_{tot}}{P_{loc}} \times 100$$

$P_{loc}$  y  $P_{tot}$  crecimiento intercensal de la ciudad y del país respectivamente.

Donde:  $P_{loc}$  = población local

$P_{tot}$  = población total

ción con los lugares de origen: áreas rurales o áreas urbanas menores.

"En la zona rural el 40% de los individuos de 15 años y más, no han recibido instrucción, proporción dos veces mayor que en las ciudades: el 2% ha recibido educación media y superior, proporción 10 veces menor. Las viviendas sin agua, sin disposición de excretas y en malas condiciones generales constituyen alrededor de un 80% en el campo, cuando en las ciudades constituyen entre el 15 y el 30%. Las diferencias entre habitantes rurales y urbanos son - significativas". (Cuadros 1-12 y 1-13).

Las grandes ciudades tampoco están en capacidad de absorber la población adulta activa que llega a ellas y por ésto se han originado una serie de subocupaciones que por lo general, ofrece mejores gratificaciones que otras formas de empleo en el sector rural y es en parte, por ésto, que no se presenta la migración de retorno.

Sin embargo, parece que las ciudades que más han crecido presentan las más bajas tasas de desem-

CUADRO 1-12  
 INGRESO MEDIO DE LA FAMILIA POR LUGAR  
 DE RESIDENCIA Y NIVEL EDUCACIONAL DE  
 1965 - 1966

NIVEL EDUCACIONAL JEFE DE FAMILIA	RESIDENCIA		DIFERENCIA ABSOLU TA ENTRE INGRESOS RURALES Y URBANOS
	URBANA	RURAL	
NINGUNA	5 139	3 043	2 105
PRIMARIA	7 162	3 401	3 761
SECUNDARIA	12 949	6 088	6 861
BACHILLERATO	30 432	22 342	8 091

Schultz, Paul.- Population Growth and Internal Migration in Colombia.  
 p. 99

## CUADRO 1-12

DISTRIBUCION DE LAS PERSONAS EN COLOMBIA  
 POR RESIDENCIA URBANA-RURAL E INGRESO DE  
 LAS FAMILIAS (1964)

INGRESOS DE LAS FAMILIAS (\$)	TOTAL FAMILIAS	RESIDENCIA	
		URBANA	RURAL
3 600 o menos	39.6	22.6	58.0
3 601 a 6 000	21.9	19.6	24.3
6 001 a 12 000	21.9	31.1	12.0
12 000 o más	16.6	26.7	5.7
TOTAL %	100.0	100.0	100.0

Schultz, Paul.- Population Growth and Internal Migration in Colombia.  
 p. 100

pleo. De ésto podría concluirse que la migración responde en cierta medida a estímulos de empleo y de oportunidad económica, además, "los sueldos y los ingresos están directamente correlacionados con el tamaño de la ciudad", por ejemplo, "hay evidencia de que en el distrito especial de Bogotá el ingreso per cápita es 50% superior al promedio del país" (Cardona Ramiro y Alan Simons. Colombia: Distribución especial de la población. p. 212).

## II. PRESENTACION DEL MODELO.-

El modelo que se empleará en el presente estudio, para el ajuste de la estructura de la fecundidad por edades, es la FUNCION DE GOMPERTZ LINEALIZADA\*.

Este modelo puede también aportar el criterio para posibles proyecciones y está basado en las ideas de William Brass, quién usa la función de Gompertz linealizada mediante un doble logaritmo.

El caso particular que se trata, es el de la fecundidad en Colombia; la información fue extraída de la Encuesta Nacional de Fecundidad de 1976.

La fecundidad se expresa fundamentalmente, a través de las "tasas específicas de fecundidad por edades" ( $f_x$ ), que indican el número de hijos tenidos vivos por cada mil mujeres a edad  $x$ ; también por medio de la "Tasa Global de Fecundidad" (TGF), que es la suma de las tasas específicas a lo largo del período reproductivo de la mujer (considerado en este caso de los

---

(\*) Chackiel, Juan. Estructura de la Fecundidad por edades: Ajuste y Proyección mediante la Función de Gompertz Linealizada. CELADE.

15 a los 50 años de edad. Este período se fija de acuerdo al país o al tipo de cultura). La TGF puede interpretarse como el número medio de hijos tenidos vivos por mujer al final del período reproductivo, de una cohorte hipotética de mujeres que ha estado sujeta a la fecundidad por edades de un momento determinado; esto debido a que las tasas específicas son calculadas en un momento dado, en una encuesta o un censo, y se usan para dar una conclusión acerca de un concepto que abarca un período de tiempo.

La distribución relativa de las tasas de fecundidad por edades, indica la forma en que las mujeres han tenido sus hijos a través de la edad.

Al caracterizar la fecundidad como fenómeno demográfico, se diría que la TGF mide la "Intensidad" con que se presentan los hechos, y la distribución relativa de la fecundidad por edades, representa el "calendario", es decir, la forma en que se dan a través del tiempo.

El modelo es útil para ajustar las irregularidades propias de la información, es decir, para realizar un



ajuste del patrón de fecundidad por edades obtenido, a uno que se aproxime más o la situación real del país o la región en estudio, en base a ésto establecer un criterio para proyectar esa estructura.

#### A. MODELO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA FUNCION DE GOMPERTZ.

Usando la Ley de Gompertz para representar la fecundidad acumulada, se tiene:

$$F(x) = (TGF)A^{B^x} \quad (1)$$

donde:

x variable edad

F(x) fecundidad acumulada hasta la edad x (Número de hijos tenidos vivos por mujer hasta la edad x)

TGF Tasa global de fecundidad, valor de F(x) para la edad límite superior

A y B parámetros que varían alrededor de 0 y 1 respectivamente.

La distribución relativa acumulada tiene la forma:

$$\frac{F(x)}{TGF} = A^{B^x} \quad (2)$$

Aplicando logaritmo natural, se tiene:

$$\ln \frac{F(x)}{TGF} = B^x \ln A$$

Como ambos valores,  $F(x)/TGF$  y  $A$ , varían entre 0 y 1, los dos miembros de la igualdad son negativos, por lo tanto, si se multiplican por menos uno y se aplica de nuevo el logaritmo natural se llega a:

$$\ln \left( - \ln \frac{F(x)}{TGF} \right) = x \ln B + \ln (-\ln A) \quad (3)$$

Esta expresión es la de una recta de la forma:

$$V(x) = \alpha_0 + \beta_0 x \quad (4)$$

donde:

$$V(x) = \ln \left( - \ln(F(x)/TGF) \right)$$

$$\alpha_0 = \ln (- \ln A)$$

$$\beta_0 = \ln B.$$

Al llegar a este punto se toma como Modelo o Standar, una determinada distribución de la fecundidad, y al aplicársele un procedimiento idéntico, se obtiene una recta de la forma:

$$V^s(x) = \alpha_s + \beta_s x \quad (5)$$

donde:

$$V^s(x) = \ln (-\ln (F^s(x) / (TGF)^s) ).$$

De (5) se obtiene:

$$x = \frac{1}{\beta_s} V^s(x) - \frac{\alpha_s}{\beta_s}$$

y sustituyendo en (4):

$$V(x) = \alpha_0 + \beta_0 \left[ \frac{1}{\beta_s} V^s(x) - \frac{\alpha_s}{\beta_s} \right]$$

$$V(x) = \alpha_0 - \alpha_s \frac{\beta_0}{\beta_s} + \frac{\beta_0}{\beta_s} V^s(x),$$

expresión que muestra la relación lineal existente entre  $V(x)$  y  $V^s(x)$ ,

pues si se hacen

$$\alpha = \alpha_0 - \alpha_s \frac{\beta_0}{\beta_s} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{\beta_0}{\beta_s}$$

se tiene que

$$V(x) = \alpha + \beta V^s(x) \quad (6)$$

B. COMPROBACION DE LA RELACION LINEAL ENTRE  $V(x)$  y  $V^s(x)$ .

A continuación se presenta un ejemplo que permite apreciar esta relación. Es el caso de Colombia; como modelo se toman los valores correspondientes a la encuesta nacional de fecundidad de 1876, y para ajustar, los del período 1960-64.<sup>1</sup>

En el cuadro 2-1 se observa el resultado de los cálculos para obtener la función  $V(x)$  y en el cuadro 2-2, se aplican los mismos conceptos a la función estándar. En la gráfica 2-1 puede verse que la relación que existe entre estos valores, verifica la relación (6).

Enseguida se calculan los promedios  $\bar{V}_1(x)$  y  $\bar{V}_2(x)$  y de la misma forma,  $\bar{V}_1^s(x)$  y  $\bar{V}_2^s(x)$ .

Los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  pueden obtenerse mediante las siguientes ecuaciones:

$$\bar{V}_1(x) = \alpha + \beta \bar{V}_1^s(x) \quad (a)$$

$$\bar{V}_2(x) = \alpha + \beta \bar{V}_2^s(x) \quad (b)$$

Restando (b) - (a) se tiene:

1. Para desarrollar este ejemplo se eligieron arbitrariamente los períodos.

## CUADRO 2-1

COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA  
ESTRUCTURA DE FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO 1960 - 1964

X	GRUPOS DE EDADES.	$5f_x$	F(x)	$V(x) = \ln \left( -\ln \frac{F(x)}{TGF} \right)$
15	15-19	.129	-	-
20	20-24	.299	.645	.87104
25	25-29	.337	2.140	.17403
30	30-34	.304	3.825	-.49538
35	35-39	.230	5.345	-1.29194
40	40-44	.098	6.495	-2.52742
45	45-49	.010	6.985	-4.94307
TGF = 7.035		$\bar{V}_1(x) = .54969$	$\bar{V}_2(x) = 2.92081$	

## CUADRO 2-2

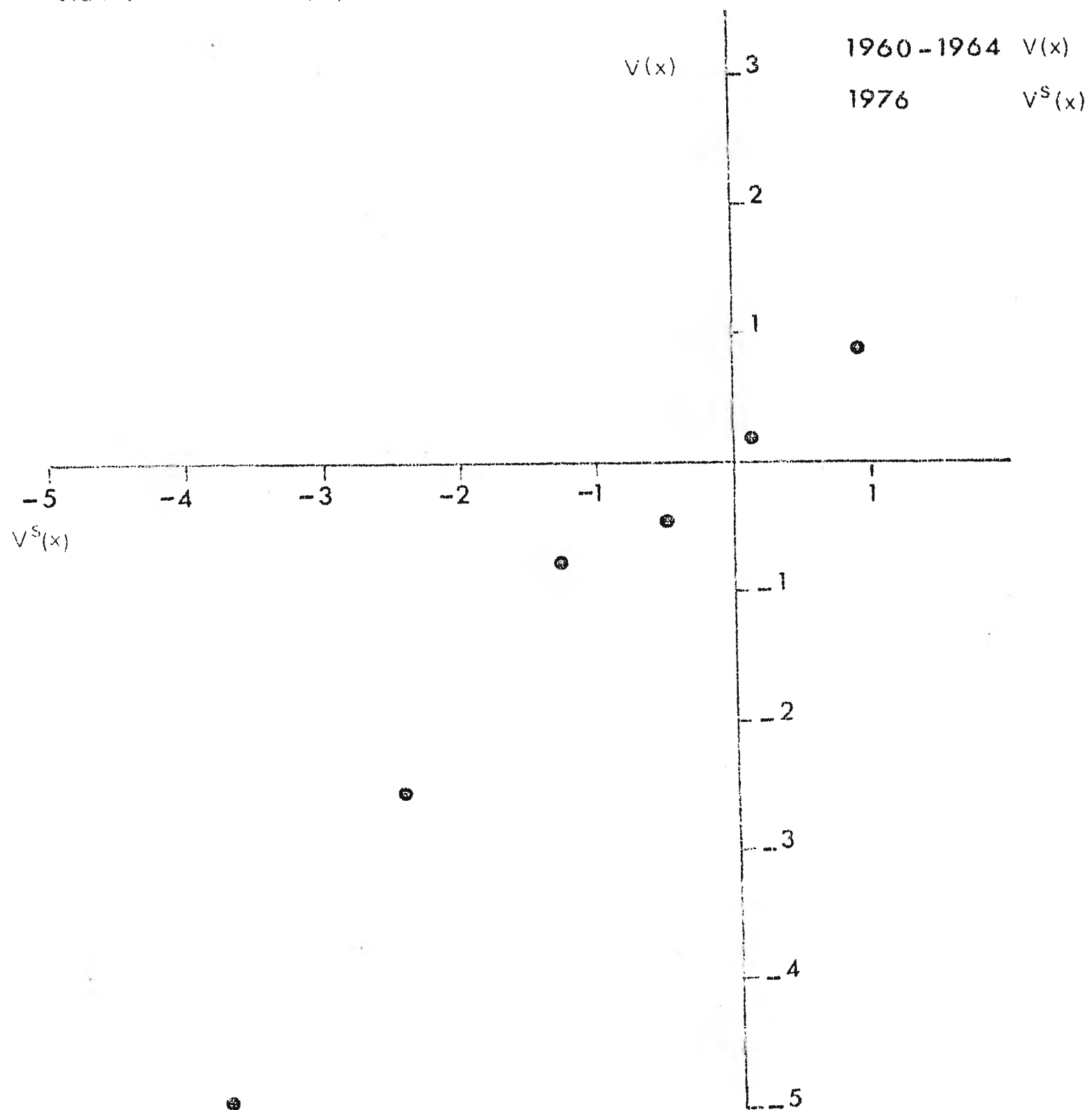
ESTANDAR: ENCUESTA NACIONAL DE FECUNDIDAD  
1 9 7 6.

X	GRUPO DE EDADES.	$5f_x^s$	$F^s(x)$	$V^s(x) = \ln \left( -\ln \frac{F^s(x)}{TGF} \right)$
15	15-19	.073	-	-
20	20-24	.209	.365	.89708
25	25-29	.192	1.410	.09618
30	30-34	.172	2.370	-.54185
35	35-39	.133	3.230	-1.30165
40	40-44	.050	3.895	-2.46666
45	45-49	.019	4.145	-3.78713
TGF = 4.24		$\bar{V}_1^s(x) = .45142$	$\bar{V}_2^s(x) = 2.51848$	

$$\alpha = .02220$$

$$\beta = 1.16850$$

## GRAFICA 2-1

Relación entre  $V(x)$  y  $V^S(x)$ 

FUENTE: Cuadro 2-1

$$\nabla_2(x) - \nabla_1(x) = \beta (\nabla_2^s(x) - \nabla_1^s(x))$$

de donde

$$\hat{\beta} = \frac{\nabla_2(x) - \nabla_1(x)}{\nabla_2^s(x) - \nabla_1^s(x)} \quad (7)$$

Sustituyendo este valor en (a) y despejando se obtiene:

$$\hat{\alpha} = \nabla_1(x) - \hat{\beta} \nabla_1^s(x) \quad (8)$$

De esta manera se obtienen  $\alpha$  y  $\beta$  que son los parámetros que diferencian la estructura observada de la estandar.

### C. SIGNIFICADO DE LOS PARAMETROS.

$\alpha$  representa la diferencia en la edad media de la fecundidad, y  $\beta$  está relacionada con la dispersión de las tasas de fecundidad por edades.

Este significado se aclara analizando las gráficas 2-2A y 2-2B. Primero se toma  $\beta = 1$  como constante y se hace variar  $\alpha$  en la relación  $V(x) = \alpha + \beta V^s(x)$  se

observa que  $\alpha < 0$  traslada la curva de la estructura de la fecundidad, hacia la izquierda, es decir, la edad media de la fecundidad es menor. Un  $\alpha > 0$  conduce a lo contrario.

Cuando se mantiene constante  $\alpha = 0$  y se hace variar  $\beta$  (gráfica 2-2B), se observa que un  $\beta > 1$  conlleva a una mayor concentración de las tasas con respecto al estandar y en cambio, un  $\beta < 1$  representa una menor concentración.

El proceso para realizar las gráficas 2-2A y 2-2B viene adjunto a ellas, en los cuadros 2-2A y 2-2B.

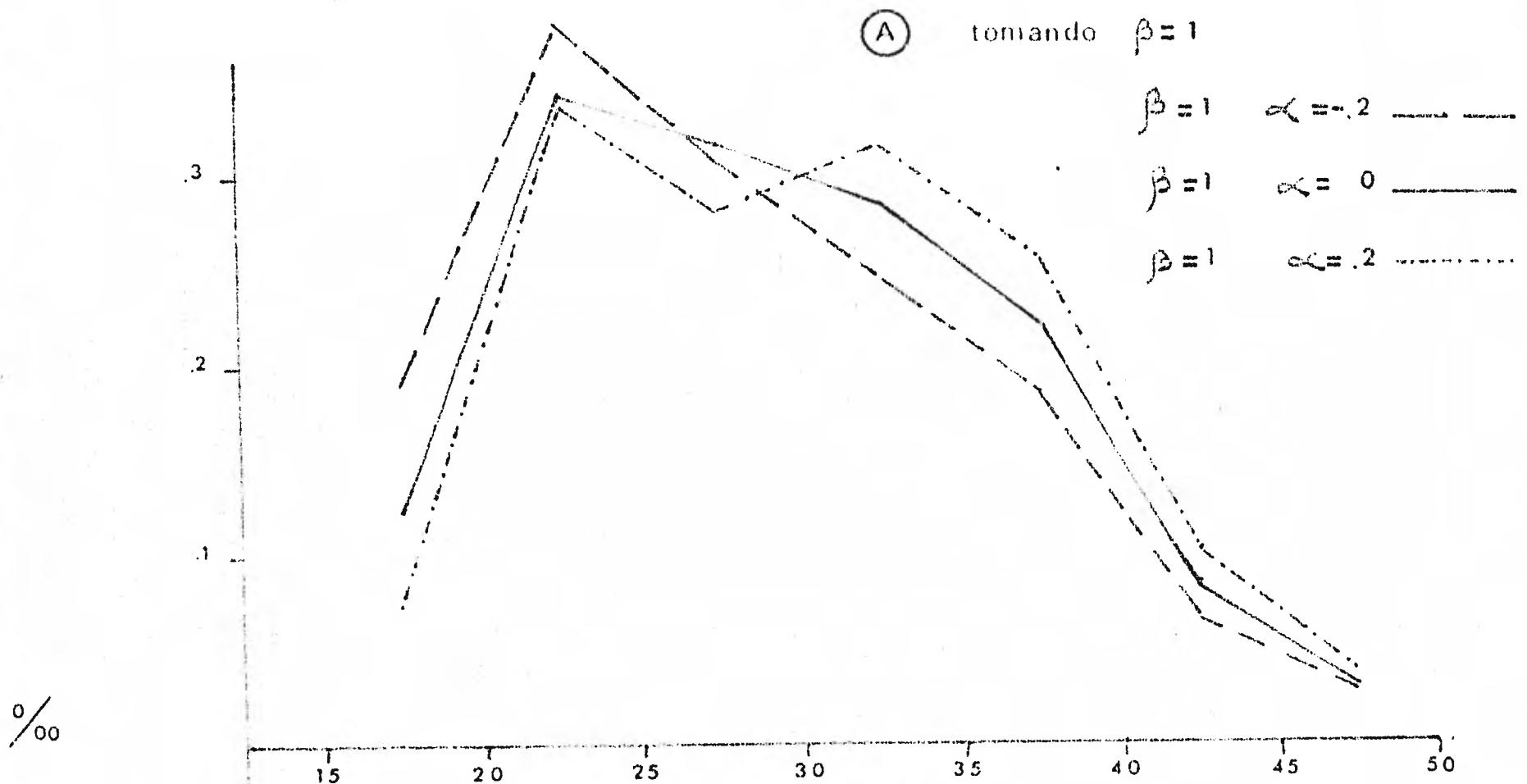
Resumen:

- $\alpha < 0$  edad media de la fecundidad menor que la standar
- $\alpha > 0$  edad media de la fecundidad mayor que la standar
- $\beta > 1$  mayor concentración de las tasas de fecundidad por edades
- $\beta < 1$  menor concentración de las tasas de fecundidad por edades.



GRAFICA 2-2A

Modificaciones de la estructura de la fecundidad:



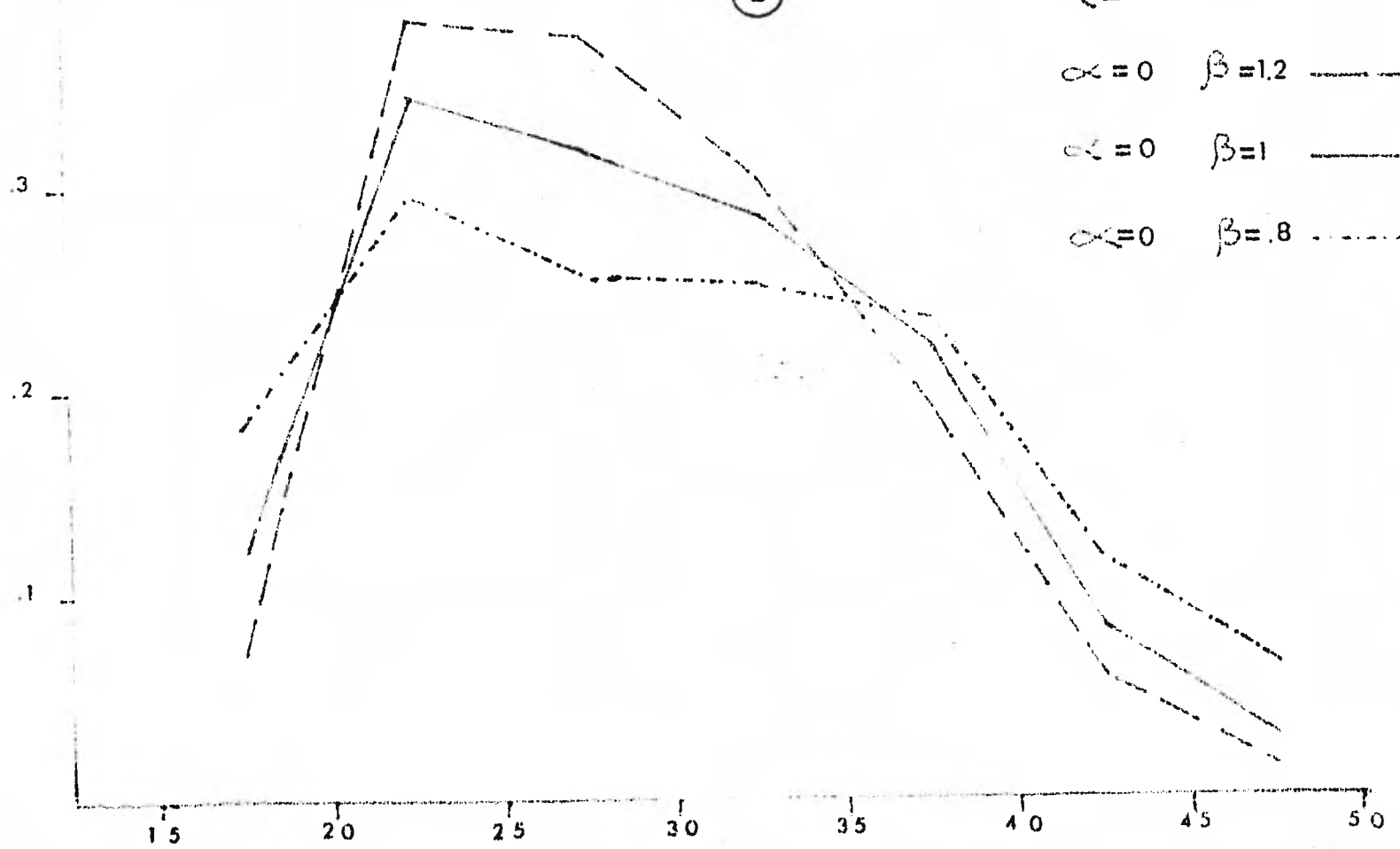
GRAFICA 2-2(B)

tomando  $\alpha = 0$

$\alpha = 0 \quad \beta = 1.2$  -----

$\alpha = 0 \quad \beta = 1$  \_\_\_\_\_

$\alpha = 0 \quad \beta = .8$  .....



Grupos de edad

## CUADRO 2-2A

PROCESO PARA OBTENER LOS DATOS DE LA  
GRAFICA 2-2A

$$V(x) = \alpha + \beta V^s(x)$$

Si  $\beta = 1$  y  $\alpha = 0$       TGF = 7,035

X	$V(x) = V^s(x)$	$F(x) = TGF e^{-e^{V(x)}}$	$5f_x$
15	-	-	.12112
20	.89708	.60560	.34678
25	.09618	2.33951	.31856
30	-.54185	3.93231	.28538
35	-1.30165	5.35920	.22068
40	-2.46666	6.46258	.08296
45	-3.78713	6.87738	.031524

\* EDAD MEDIA DE LA FECUNDIDAD :29.3

Si  $\beta = 1$  y  $\alpha = -.2$

X	$V(x) = -.2 + V^s(x)$	$F(x)$	$5f_x$
15	-	-	.18892
20	.69708	.94461	.38233
25	-.10382	2.85625	.30866
30	-.74185	4.39957	.24612
35	-1.50165	5.63015	.18653
40	-2.66666	6.56278	.06858
45	-3.98713	6.90568	.02586

\*EDAD MEDIA DE LA FECUNDIDAD: 28.1

28.1 < 29.3

Si  $\beta = 1$  y  $\alpha = .2$

## CUADRO 2-2A

PROCESO PARA OBTENER LOS DATOS DE LA  
GRAFICA 2-2A

$\beta = 1$

$\alpha = .2$

X	$V(x) = .2 + V(x)$	F(x)	$5f_x$
15	-	-	.07037
20	1.09708	.35186	.33957
25	.20962	2.04969	.28145
30	.34185	3.45714	.31775
35	-1.10165	5.04590	.25928
40	-2.26666	6.34230	.10013
45	-3.58713	6.84296	.03841

\* EDAD MEDIA DE LA FECUNDIDAD: 30.4    29.3    < 30.4

## CUADRO 2-2B

PROCESO PARA OBTENER LOS DATOS DE LA  
GRAFICA 2-2B

$$V(x) = \alpha + \beta V^s(x) \quad TGF = 7.035$$

Si  $\alpha = 0$  y  $\beta = 1$  (se hicieron los cálculos en el cuadro 2-2A)

Si  $\alpha = 0$  y  $\beta = 1.2$

X	$V(x) = 1.2 V^s(x)$	F(x)	$5f_x$
15	-	-	.07480
20	1.07650	.37400	.38320
25	.11542	2.29000	.37688
30	-.65022	4.17438	.30593
35	-1.56198	5.70405	.19514
40	-2.95999	6.67973	.05618
45	-4.54446	6.96065	.01484

EDAD MEDIA DE LA FECUNDIDAD: 28.9

\* Edad Media de la fecundidad:  $\frac{\sum x 5f_x}{\sum 5f_x}$ , Para el cálculo de la edad media de la fecundidad, se toma la edad media del intervalo correspondiente.

## CUADRO 2-2B

PROCESO PARA OBTENER LOS DATOS DE LA  
GRAFICA 2-2B

$$\text{Si } \alpha = 0 \text{ y } \beta = .8$$

X	$V(x) = .8V^S(x)$	F(x)	$5f_x$
15	-	-	.18120
20	.71766	.90598	.29663
25	.07694	2.38911	.25798
30	-.43348	3.67903	.25273
35	-1.04132	4.94269	.23588
40	-1.97333	6.12210	.11620
45	-3.02970	6.70308	.06638
EDAD MEDIA DE LA FECUNDIDAD: 26.2			

D. AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD  
POR EDADES.-

Debido a que en muchos países la información a partir de la cual se obtienen las tasas de fecundidad, proviene de estadísticas insuficientes, al realizar el análisis de algún fenómeno puede llegarse a irregularidades en ciertos casos notorias. Estas irregularidades se deben a la consideración de un número limitado de casos, a la mala declaración de la edad de las mujeres o a la calidad dudosa de las

respuestas relacionadas con el número de hijos nacidos vivos y la edad de la madre en el momento de tenerlos.

En estos casos es importante entonces realizar un ajuste de la distribución relativa de la fecundidad por edades observadas.

#### PROCEDIMIENTO DE AJUSTE.-

Teniendo ya la estructura estandar  $V^s(x)$  y estimados los parámetros  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ , se pueden obtener los valores  $\hat{V}(x)$  mediante la relación

$$\hat{V}(x) = \hat{\alpha} + \hat{\beta} V^s(x) \quad (9)$$

y luego, siguiendo el proceso inverso al descrito para llegar a  $V(x)$ , tenemos:

$$\frac{\hat{F}(x)}{TGF} = e^{-e^{\hat{V}(x)}}$$

La TGF es la misma que obtuvimos en el caso de los valores observados que se están tratando, por tanto podemos llegar a

$$\hat{F}(x) = (TGF) e^{-e^{\hat{V}(x)}}$$

y luego desacumular para obtener las tasas específicas de fecundidad ajustadas.

Para el proceso de desacumulación pueden usarse las fórmulas

$${}_5^f x = ( F(x+5) - F(x) ) / 5 \quad \text{para } x = 20, 25, \dots \quad (40)$$

$${}_5^f 15 = F(20) / 5 \quad \text{y}$$

$${}_5^f 45 = ( TGF - F(45) ) / 5$$

En el cuadro 2-3 se resume el procedimiento con los datos del ejemplo que se venía desarrollando, es decir, Colombia en el período 1960-64 y como estándar, la fecundidad en 1976.

CUADRO 2-3

AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD POR EDADES.

X	$\hat{V}(x)$ (+)	$\hat{F}(x) = TGF e^{-e \hat{V}(x)}$	${}_5^f x$
15	-	-	.07614
20	1.07044	.38069	.37202
25	.13459	2.24079	.36945
30	-.61095	4.088	.30770
35	-1.49878	5.62654	.20339
40	-2.86009	6.64347	.06119
45	-4.40306	6.94942	.01712

$$(+)\ \hat{V}(x) = \hat{\alpha} + \hat{\beta} V^s(x)$$

$$\hat{V}(x) = .0222 + 1.16850 V^s(x)$$

### III. PRESENTACION DE LA INFORMACION.

La información necesaria para la aplicación del modelo de la función de Gompertz Linealizada, para ajustar la fecundidad, se reduce a las tasas específicas de fecundida, por grupos quinquenales de edades, de los años o períodos elegidos como objeto de estudio.

Estos datos para el caso de Colombia, fueron obtenidos de la Escuela Nacional de Fecundidad de 1976 y se presentan en el cuadro 3-1

Según los datos de este cuadro, puede observarse que de 1960 a 1976, las declinaciones más grandes en términos absolutos ocurrieron en las edades intermedias del período reproductivo, siendo la más significativa la ocurrida en el grupo de 25 a 29 años de edad.

El descenso más rápido en las tasas de fecundidad por edad específica, ocurrió de 1964 a 1973; después se mantuvo la tendencia, pero de una manera mucho más lenta.

CUADRO 3.-1

COLOMBIA: TASAS BRUTAS DE NATALIDAD Y TASAS DE FECUNDIDAD: GLOBAL Y POR EDAD ESPECIFICA PARA COLOMBIA DE ACUERDO CON LA ENF/69\*, CENSO DE POBLACION DE 1973 Y LA ENF/76.

FUENTE:	TASA BRUTA DE NATALIDAD	TASA GLOBAL DE FECUNDIDAD	TASAS DE FECUNDIDAD							
			POR EDAD ESPECIFICA							
			15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	
ENF/69										
1960-1964	48.0	7.04	129	299	337	304	230	98	10	
1965-1966	44.5	6.51	125	270	321	267	214	95	10	
1967-1968	41.3	6.03	110	210	278	277	176	85	10	
CENSO DE 1973	33.1	4.36	77	207	205	172	130	63	19	
ENF/76	31.1	4.24	73	209	192	172	133	50	19	
INDIVIDUALES		5.83	114	267	283	219	173	110	0	
1969-1970	-									
1971-1972	-	5.16	111	257	241	193	141	90	0	
1973-1974	-	4.41	101	227	211	160	118	55	11	
1975-1976	-	4.57	94	212	221	172	132	53	31	
1977-1978	-	3.92	54	186	202	156	105	60	20	

- NO CALCULADAS

(\*) ENF : ENCUESTA NACIONAL DE FECUNDIDAD.



A continuación cabe señalar que la información es observada, es decir, requiere una evaluación para decidir si se lleva a cabo un ajuste que corrija o uno que suavice la información. El primer caso se tomará cuando dicha evaluación arroje una mala captación de la información, es decir, mala calidad de la información captada; y el segundo caso, sería tomado cuando la evaluación de la información arroje resultados positivos acerca de ella, es decir, la información en general fue bien captada.

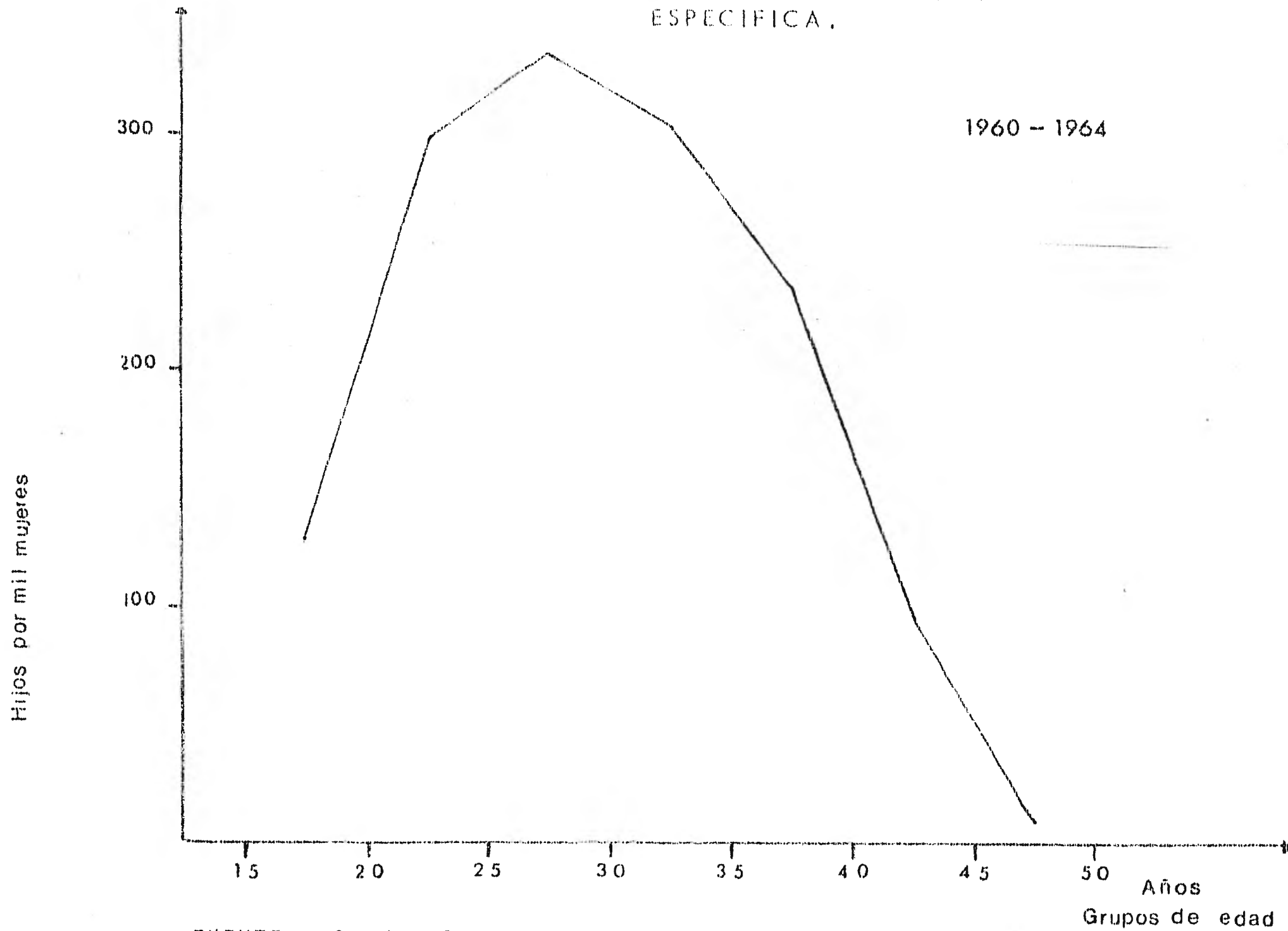
La evaluación de la información, si bien es cierto, no se llevará a cabo de manera explícita a lo largo del presente trabajo, sí de una manera implícita, ya que se parte del hecho de que la información más recientemente captada en cuanto al fenómeno en estudio, es de mejor calidad que las anteriores, es decir, que a través del tiempo se ha venido superando la calidad en cuanto a la captación de la información, sobre todo en lo que a encuestas se refiere; además, debe recordarse que lo que se intenta en el presente trabajo es ilustrar el uso de la función de Gompertz para corregir, resumir y proyectar las tendencias observadas de la estruc-

tura por edades de la fecundidad para el caso colombiano.

A continuación se presenta gráficamente el comportamiento de las tasas específicas de fecundidad, primero en las gráficas 3-1 a 3-10, para cada año y luego en las gráficas 3-11 y 3-12A y B, se agrupan de acuerdo a que su cúspide sea temprana o tardía.

GRAFICA 3-1

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

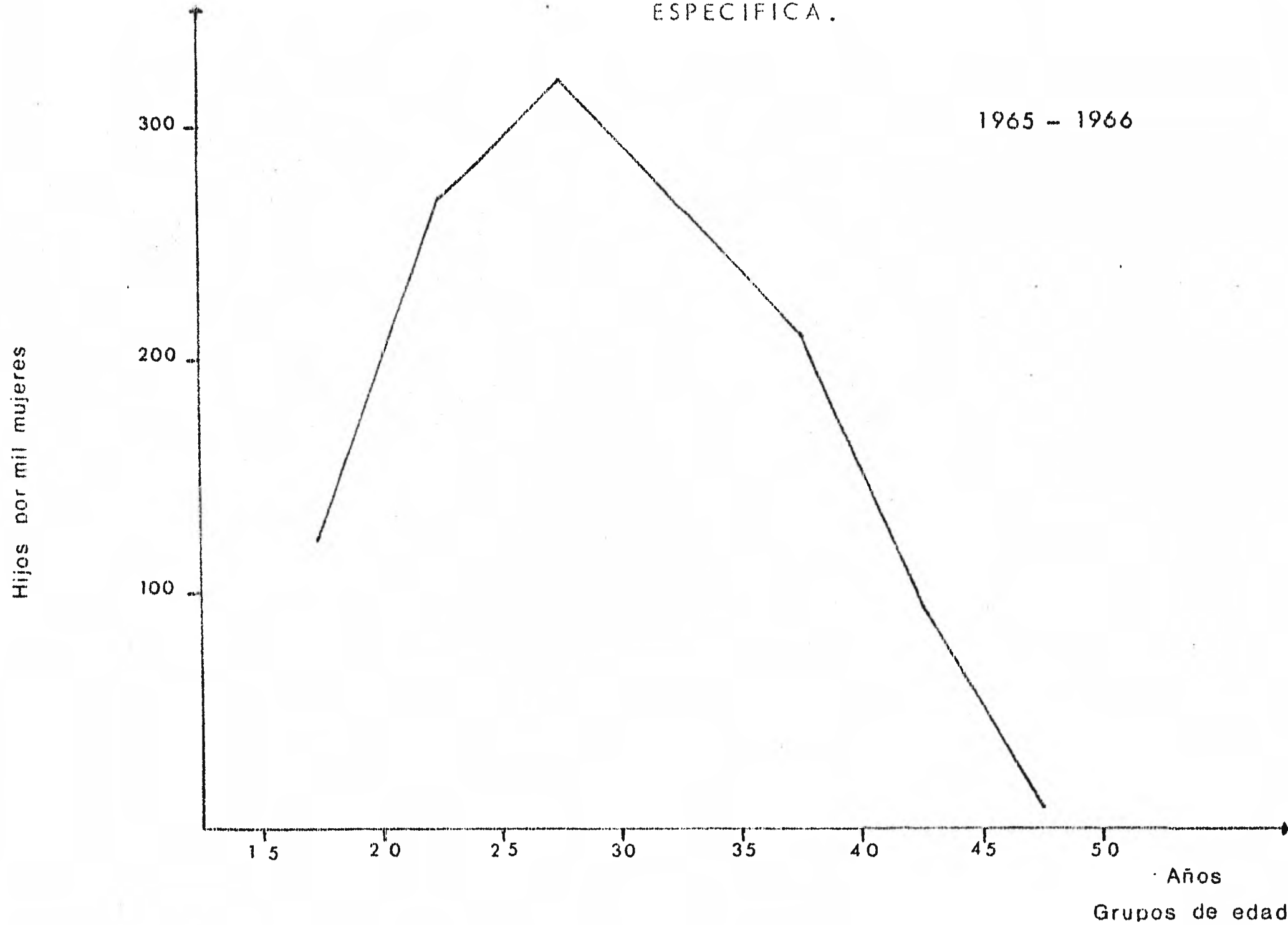


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-2

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

1965 - 1966

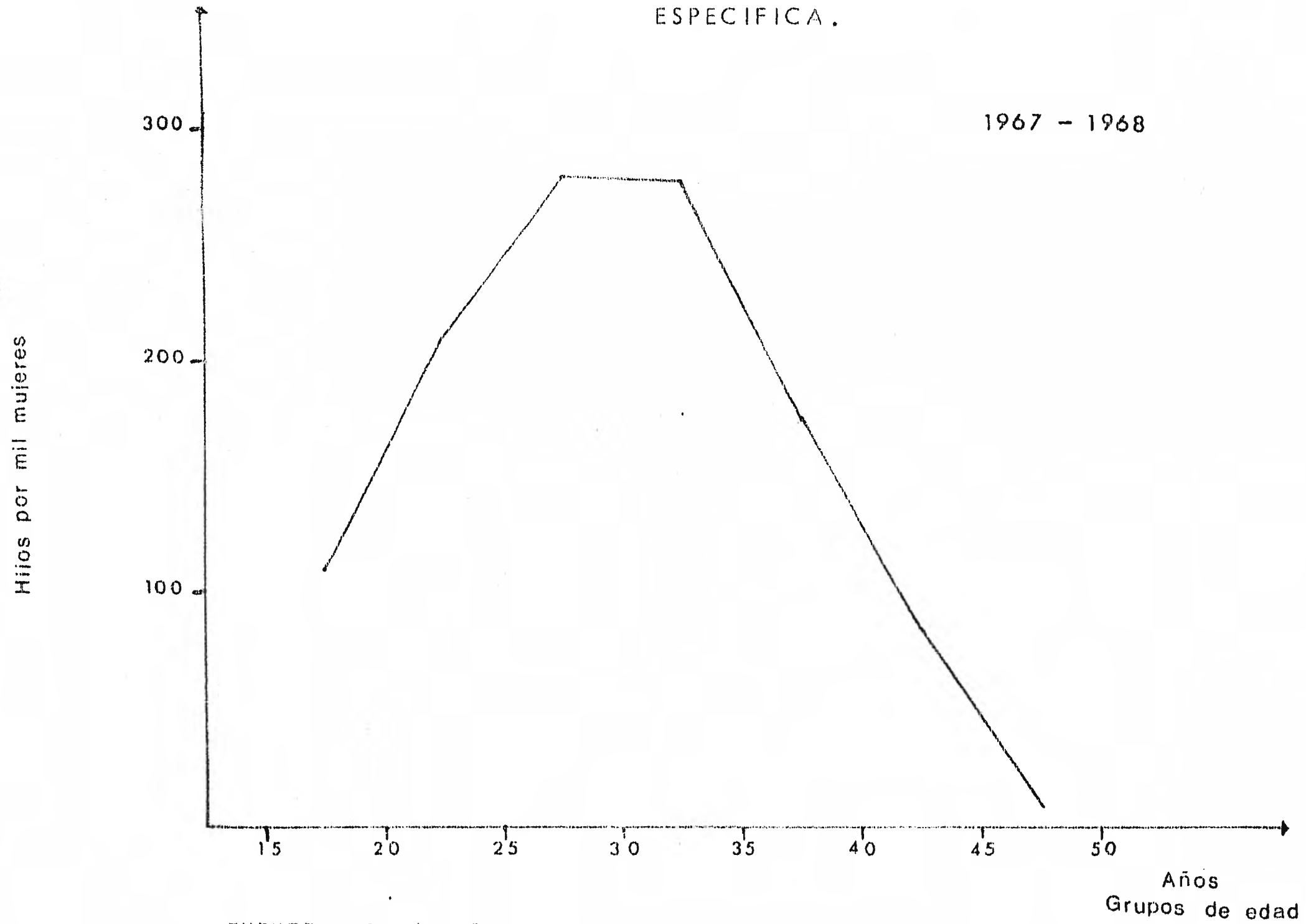


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-3

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD  
ESPECIFICA.

1967 - 1968

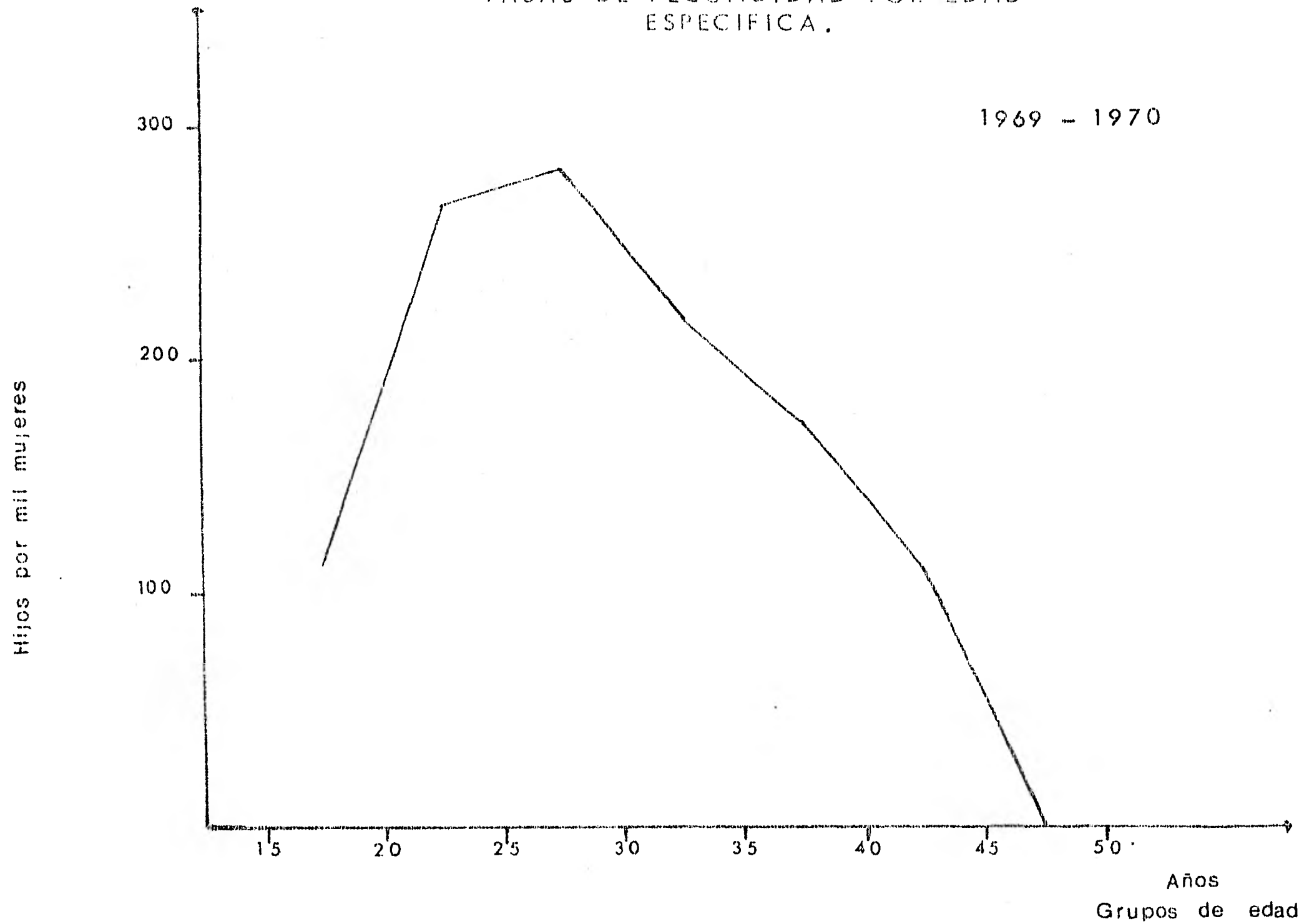


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-4

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

1969 - 1970

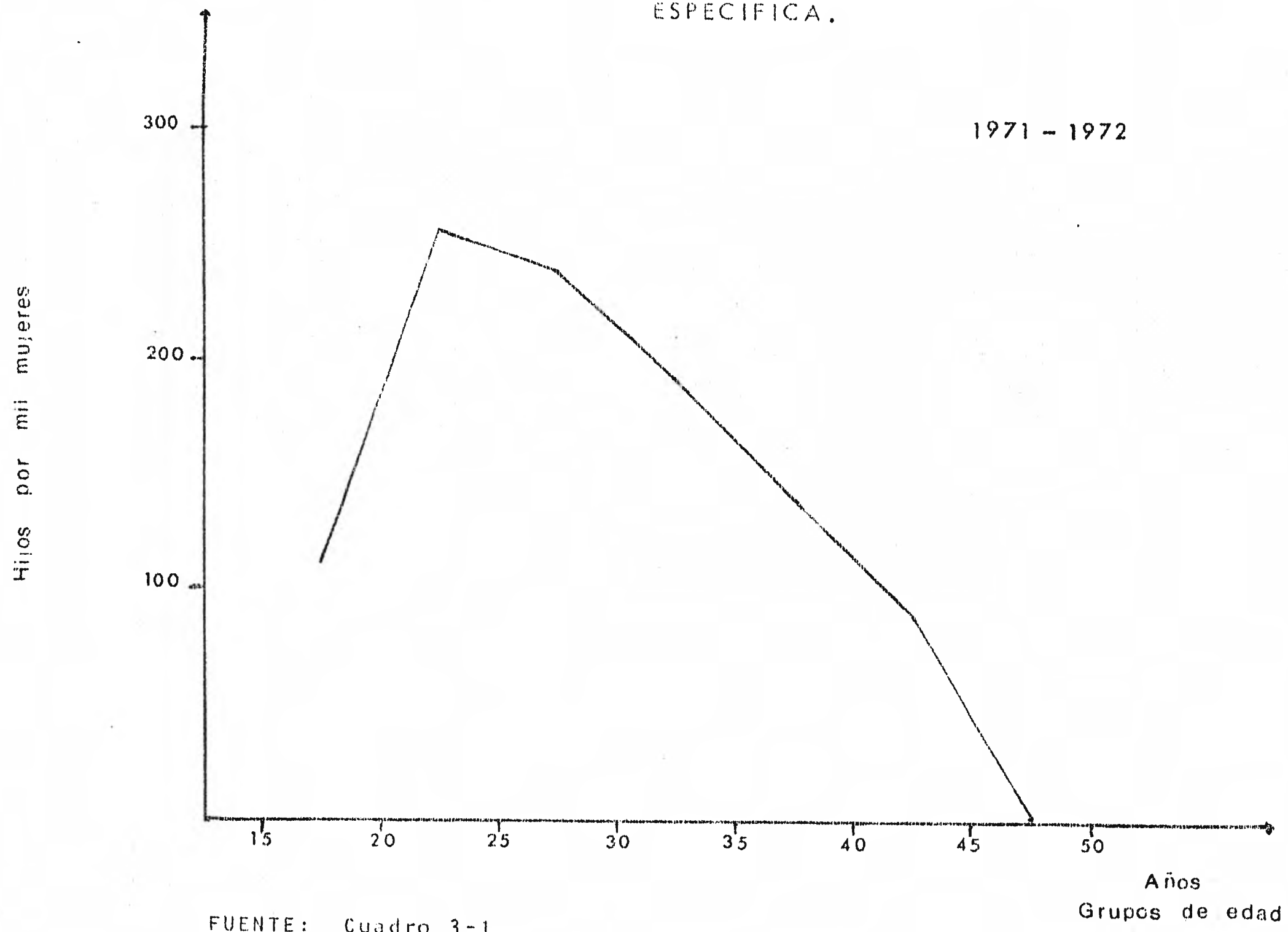


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-5

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

1971 - 1972

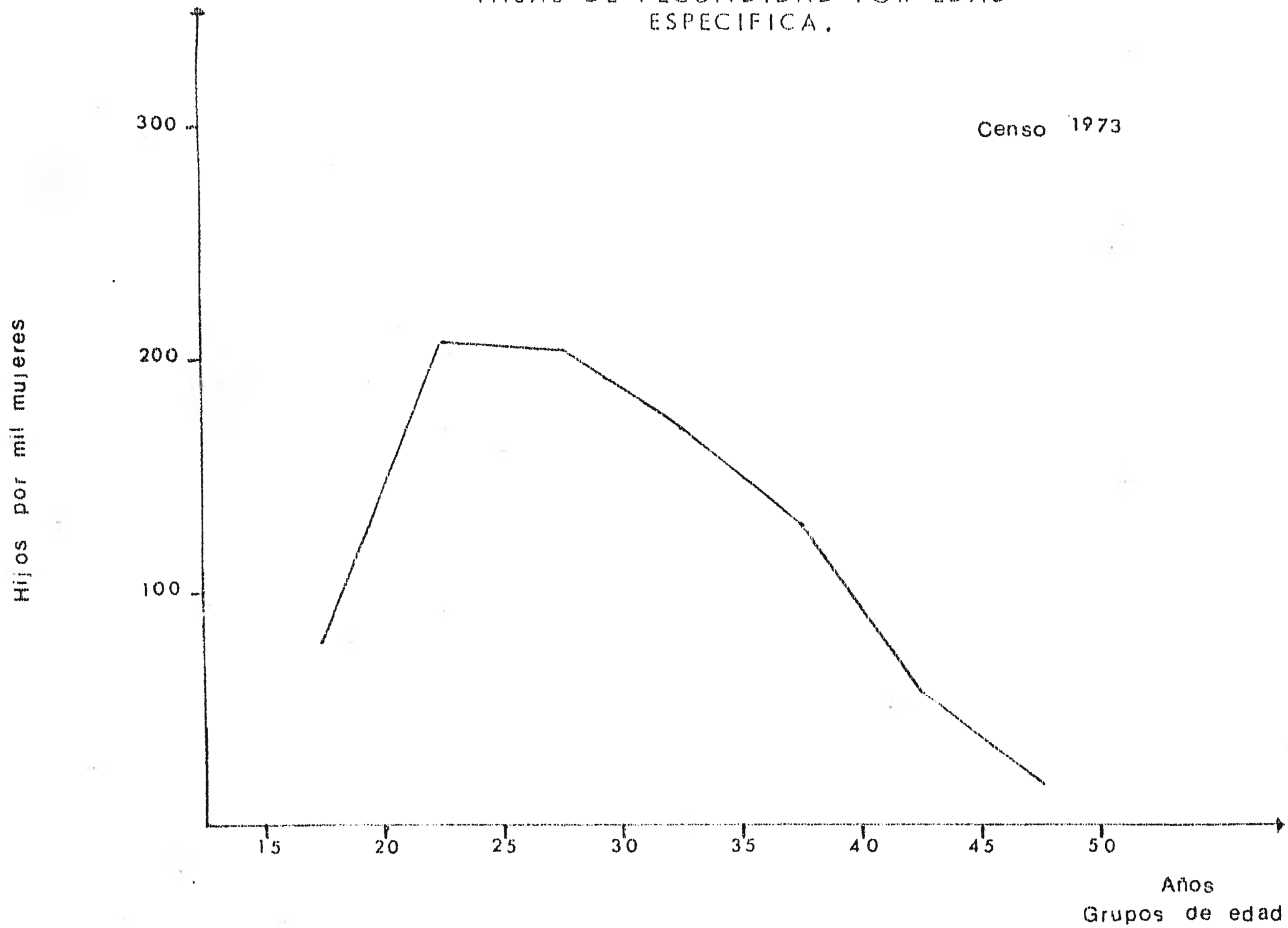


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-6

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

Censo 1973



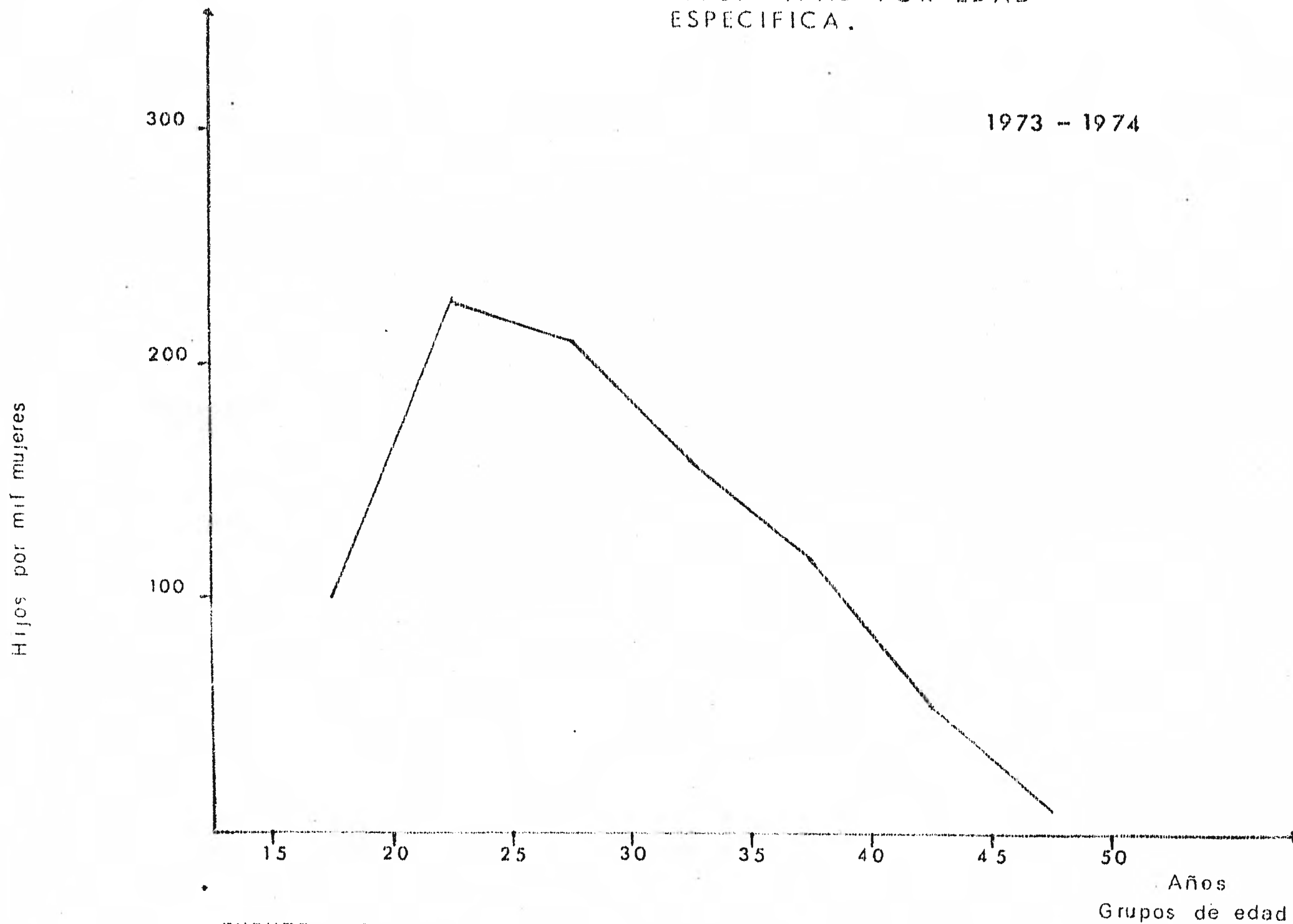
FUENTE: Cuadro 3-1



GRAFICA 3-7

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

1973 - 1974

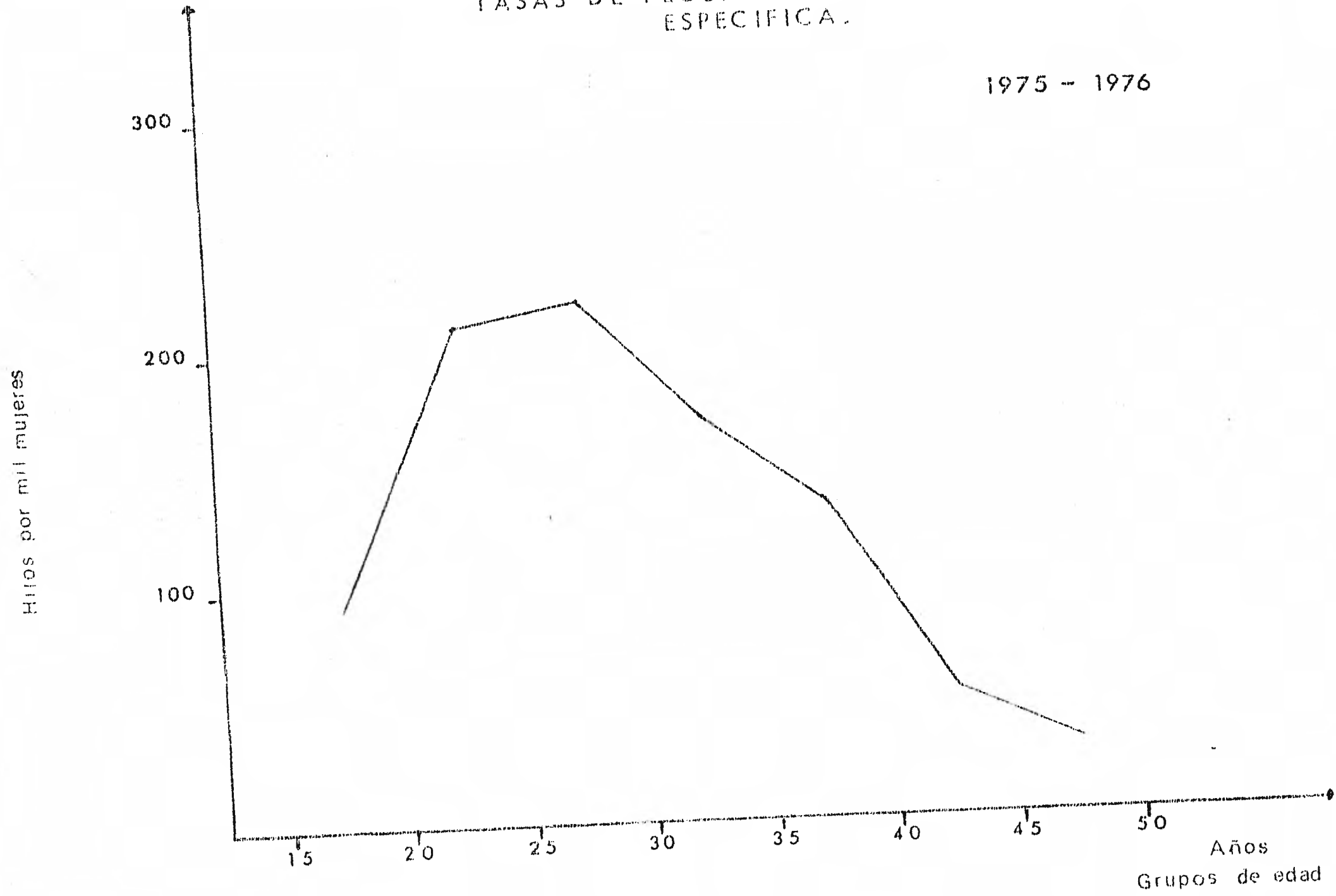


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-8

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.

1975 - 1976

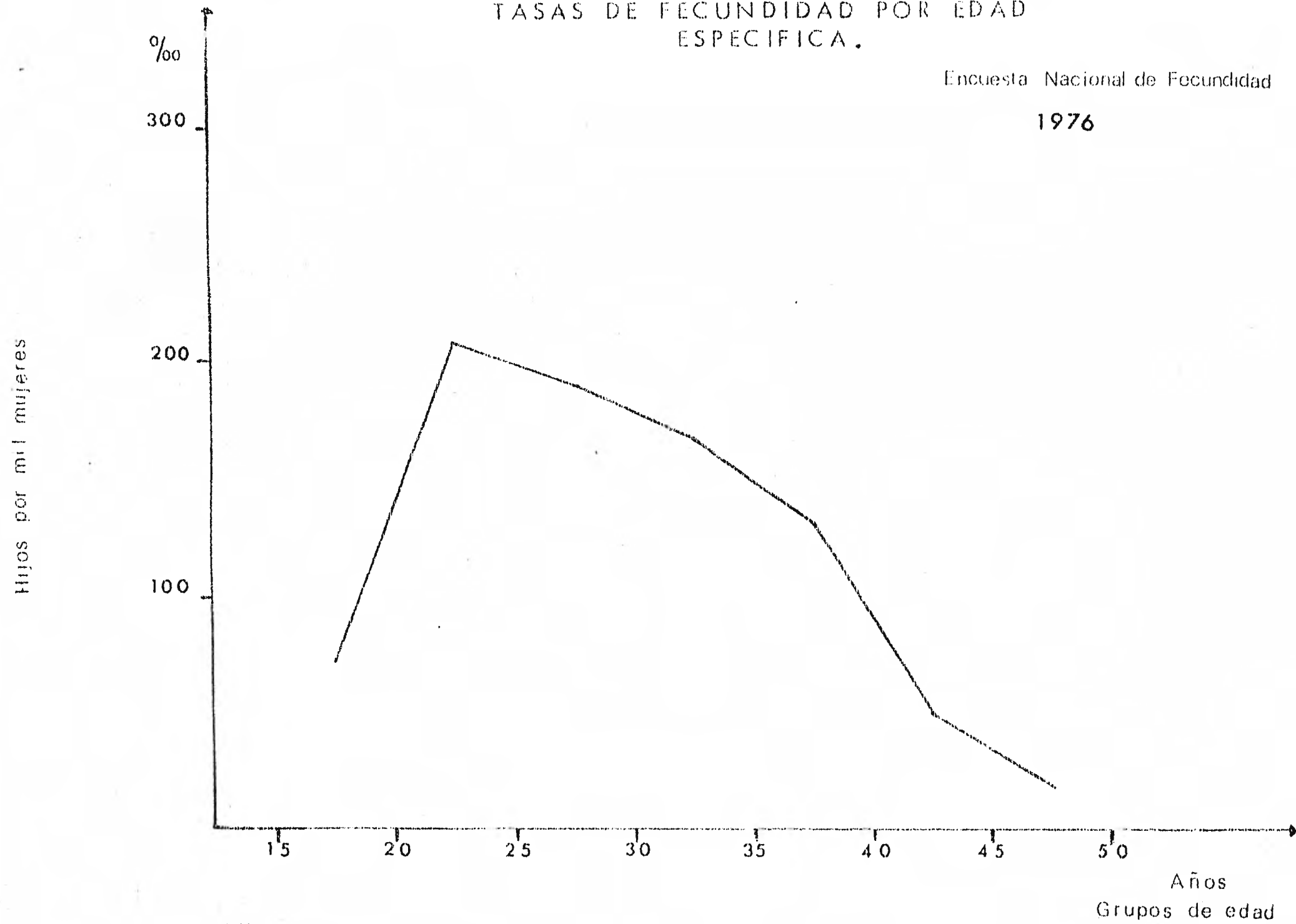


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-9

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD  
ESPECIFICA.

Encuesta Nacional de Fecundidad  
1976

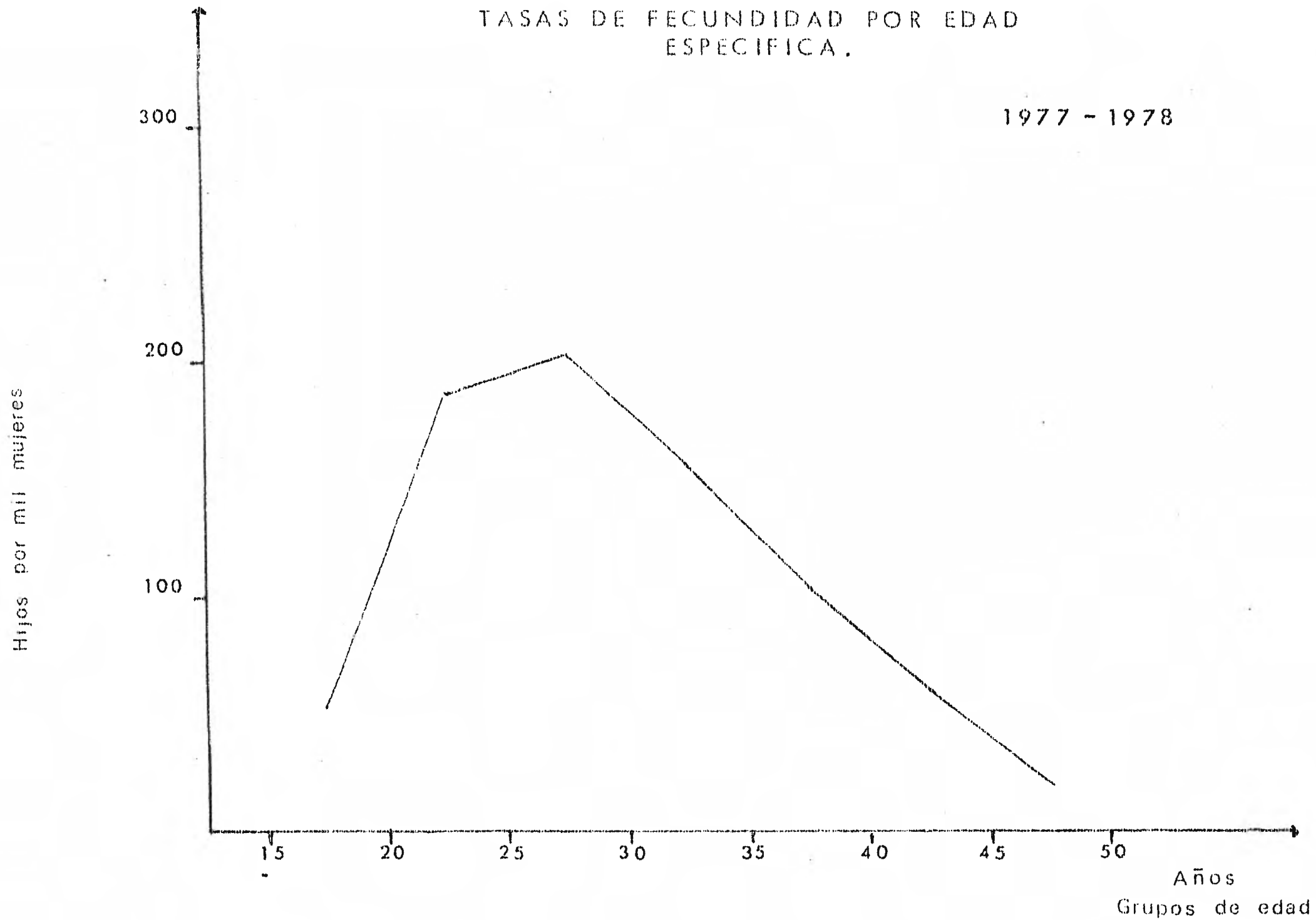


FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-10

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD  
ESPECIFICA.

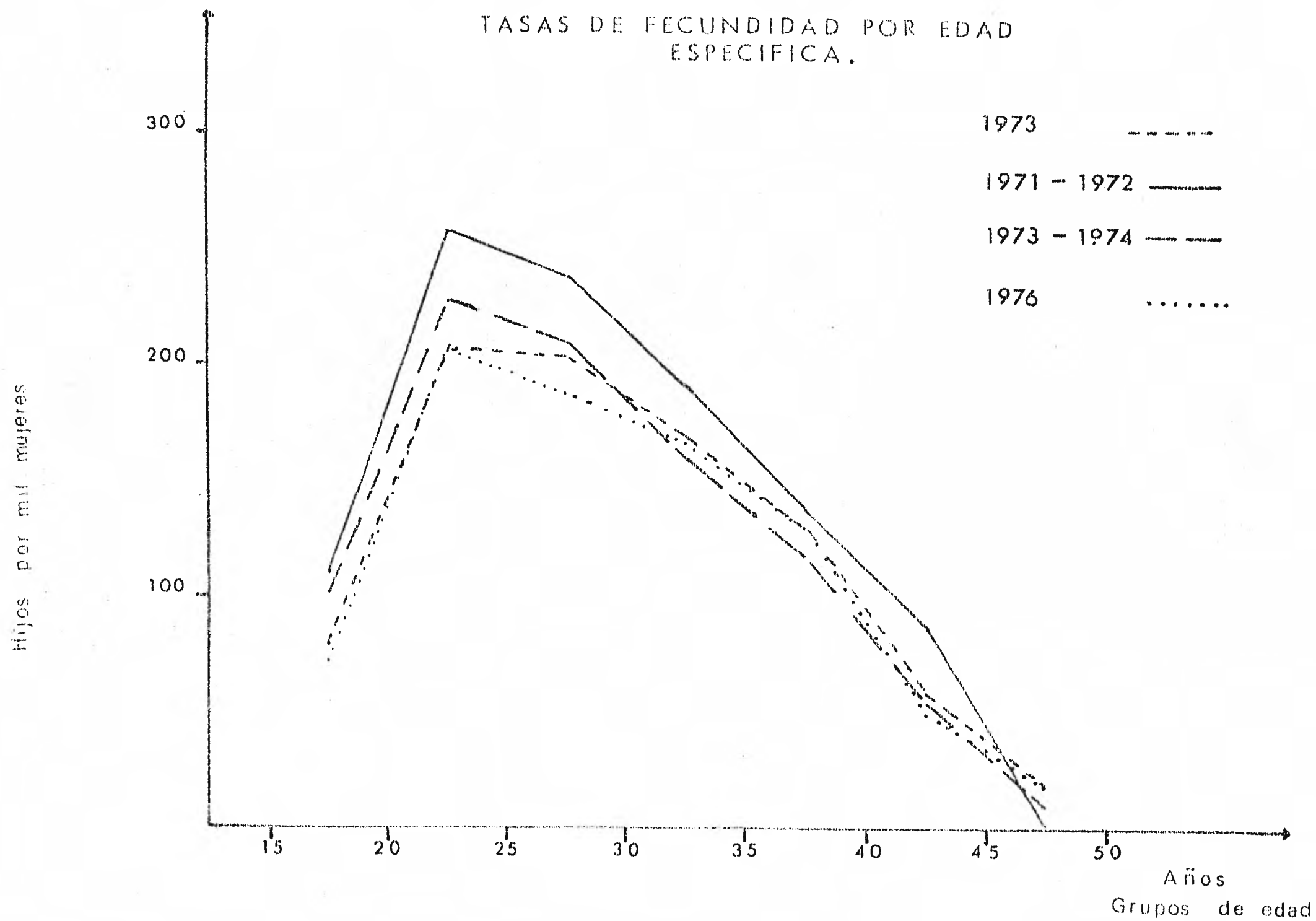
1977 - 1978



FUENTE: Cuadro 3-1

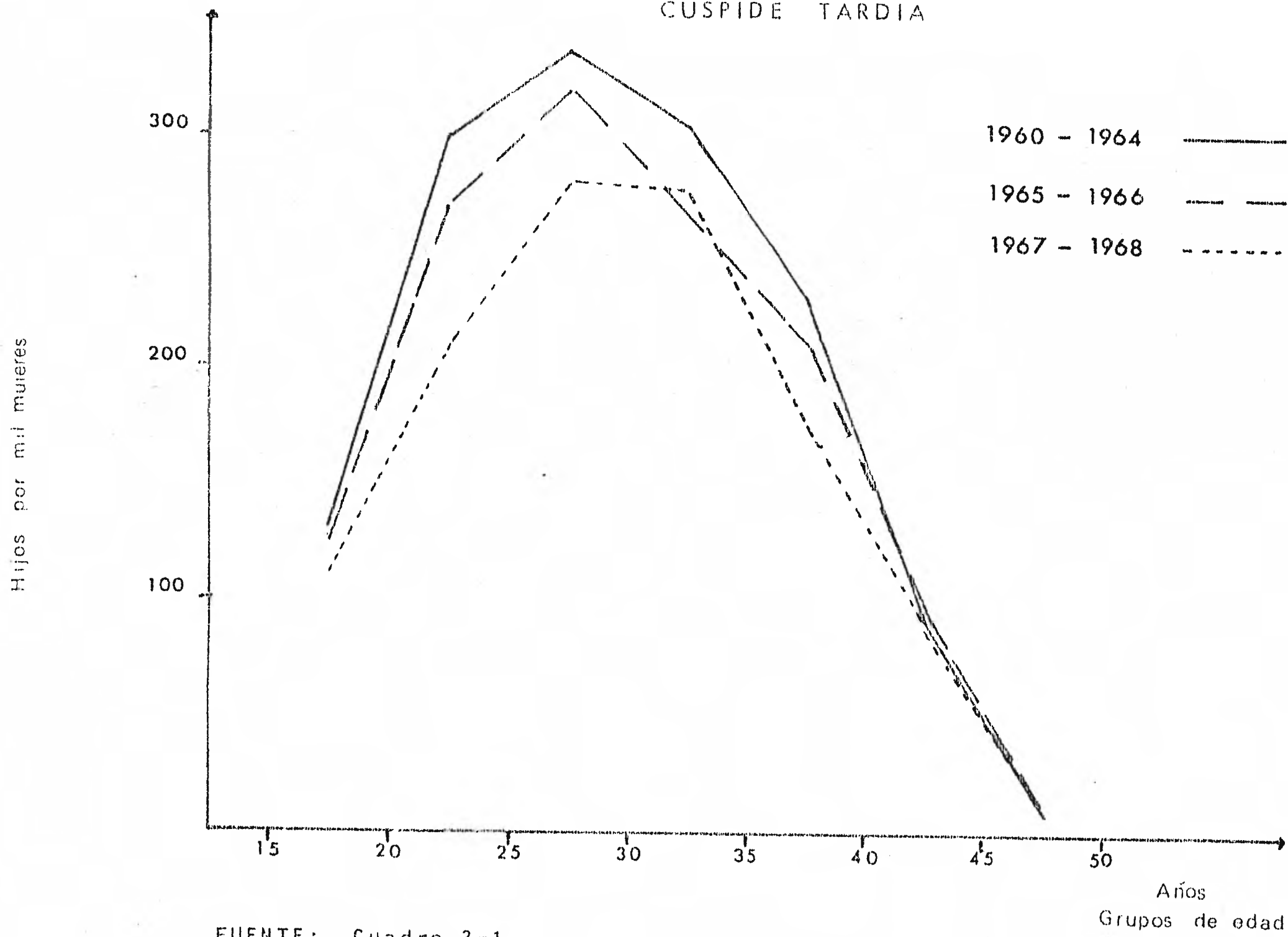
GRAFICA 3-11

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD ESPECIFICA.



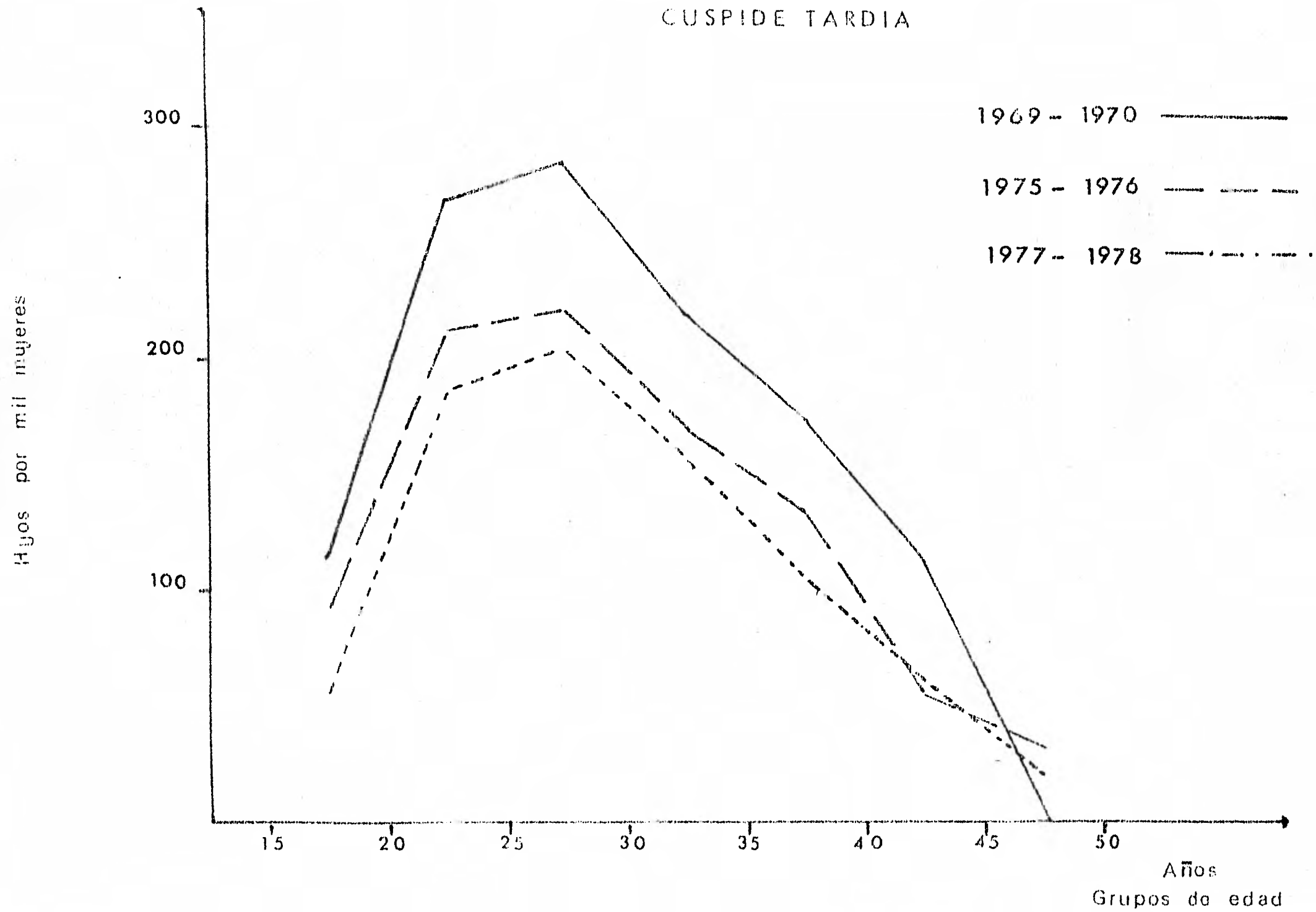
FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-12A  
CUSPIDE TARDIA



FUENTE: Cuadro 3-1

GRAFICA 3-12B  
CUSPIDE TARDIA



FUENTE: Cuadro 3-1

## IV. APLICACION DEL MODELO.-

El modelo ha sido aplicado en el presente trabajo, a datos a partir de 1960. Se tomó como estándar en cada caso el año posterior al que se quería corregir, siempre y cuando tuvieran ambos la cúspide temprana la cúspide tardía<sup>1</sup>. Inicialmente se tomaron los datos de 1972-1978 para corregir los de 1975-1976 y así sucesivamente, de acuerdo con la condición anterior hasta llegar a ajustar los de 1960-1964. Cuando fue del caso se usó la información corregida en el nuevo proceso de ajuste. A continuación se enumeran los casos tratados:

	ESTANDAR	POR CORREGIR
i	1977-1978	1975-1976
ii	1973-1974	1971-1972
iii	ENF*/76	CENSO 1973
iv	1967-1968	1965-1966
v	1965-1966 (corregido)	1960-1964

1. Se tomó como estándar, el año posterior al que se quería corregir, pensando en que mientras más actual sea la información, tiene mejor calidad.



## CASO i

COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA  
ESTRUCTURA DE FECUNDIDAD ACUMULADA

PERIODO 1975-1976

GRUPOS DE EIDADES	$5f_x$	$\frac{F(x)}{TGF}$	$V(x)$
15-19	.09400	.00000	.00000
20-24	.21200	.10273	.82226
25-29	.22100	.33443	.09106
30-34	.17200	.57596	-.59471
35-39	.13200	.76393	-1.31203
40-44	.05300	.90820	-2.34035
45-49	.03100	.96612	-3.36775
TGF = 4.575 $\hat{\alpha} = -.7991$ $\hat{\beta} = .94261$			

PERIODO 1977-1978

GRUPOS DE EIDADES	$5f^s_x$	$\frac{F^s(x)}{(TGF)^3}$	$V^s(x)$
15-19	.05400	.00000	.00000
20-24	.18600	.06897	.98363
25-29	.20200	.30651	.16763
30-34	.15600	.56450	.55893
35-39	.10500	.76373	-1.31103
40-44	.06000	.89783	-2.22770
45-49	.02000	.97446	-3.65449
TGF = 3.91500 $\hat{\alpha} = .000$ $\hat{\beta} = 1.000$			

## CASO i

COLOMBIA: AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE FECUNDIDAD  
POR EDADES. 1975-1976

GRUPOS DE EDADES	ESTRUCTURA OBSERVADA.	$\hat{V}(x)$	$\hat{F}(x)$	ESTRUCTURA AJUSTADA
15-19	.09400	-	-	.08873
20-24	.21200	.84727	.44367	.22161
25-29	.22100	.07810	1.55174	.22015
30-34	.17200	-.60676	2.65247	.16920
35-39	.13200	-1.31570	3.49845	.11749
40-44	.05300	-2.17976	4.08589	.07126
45-49	.03100	-3.52467	4.44218	.02656

$$V(x) = .07991 + .94261 V^s(x)$$

## CASO ii

COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA  
DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO 1971-1972			
GRUPOS DE EDADES	$5f_x$	$\frac{F(x)}{TGF}$	$V(x)$
15-19	.11100	-	-
20-24	.25700	.10745	.80231
25-29	.24100	.35624	.03163
30-34	.19300	.58954	-.63789
35-39	.14100	.77638	-1.37392
40-44	.9000	.91288	-2.39518
45-49	.00001	0.99999	-11.51292

$$TGF = 5.16500 \quad \hat{\alpha} = .02984 \quad \hat{\beta} = 1.83254$$

## CASO ii

## COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO 1973-1974

GRUPOS DE EDADES	$5F^S_x$	$\frac{F^S(x)}{(TGF)^3}$	$V^S(x)$
15-19	.10100	-	-
20-24	.22700	.11438	.77390
25-29	.21100	.37146	-.00974
30-34	.16000	.61042	-.70601
35-39	.11800	.79162	-1.45383
40-44	.09000	.91288	-2.39518
45-49	.00001	0.99999	-11.51292
TGF = 5.16500		$\hat{\alpha} = .02984$	$\hat{\beta} = 1.83254$

## CASO ii

PERIODO 1971-1972

GRUPOS DE EDADES	ESTRUCTURA OBSERVADA	$\hat{V}(x)$	$\hat{F}(x)$	ESTRUCTURA AJUSTADA
15-19	.11100	-	-	.01466
20-24	.25700	1.44804	.07332	.36080
25-29	.24100	.01199	1.87731	.40329
30-34	.19300	-1.26395	3.89374	.18272
35-39	.14100	-2.63436	4.80732	.06173
40-44	.09000	-4.65245	5.11597	.00947
45-49	.00001	-8.02500	5.16331	.00034

$$\hat{V}(x) = .02984 + 1.83254 V^S(x)$$

## CASO iii

## COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO C E N S O 1973

GRUPOS DE EDADES	5fx	$\frac{F(x)}{TGF}$	V(x)
15-19	.07700	-	-
20-24	.20700	.8820	.88712
25-29	.20500	.32531	.11597
30-34	.17200	.56014	-.54546
35-39	.13000	.75716	-1.27948
40-44	.06300	.90607	-2.31630
45-49	.01900	.97824	-3.81651
TGF = 4.36500 $\hat{\alpha} = .00464$ $\hat{\beta} = .98290$			

PERIODO ENF/76

GRUPOS DE EDADES	PERIODO	$\frac{F^s(x)}{(TGF)^s}$	V <sup>s</sup> (x)
15-19	.07300	-	-
20-24	.20900	.08608	.89708
25-29	.19200	.33255	.09619
30-34	.17200	.55896	-.54185
35-39	.13300	.76179	-1.30166
40-44	.05000	.91863	-2.46664
45-49	.01900	.97759	-3.78713
TGF = 4.2400 $\hat{\alpha} = 0.000$ $\hat{\beta} = 1.000$			

## CASO iii

COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO CENSO 1973

GRUPOS DE EDADES	ESTRUCTURA OBSERVADA	$\hat{V}(x)$	$\hat{F}(x)$	ESTRUCTURA AJUSTADA
15-19	.07700	-	-	.07714
20-24	.20700	.88638	.38570	.21222
25-29	.20500	.09919	1.44678	.19466
30-34	.17200	-.52794	2.42008	.17611
35-39	.13000	-1.27475	3.30065	.13858
40-44	.06300	-2.41982	3.99355	.05334
45-49	.01900	-3.71773	4.26026	.02095

$$\hat{V}(x) = .00464 + .98290 V^s(x)$$

## CASO iv

COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO 1965-1966

GRADOS DE EDADES	5fx	$\frac{F(x)}{TGF}$	V(x)
15-19	.09400	-	-
20-24	.21200	.10273	.82226
25-29	.22100	.33443	.09106
30-34	.17200	.57596	-.59471
35-39	.13200	.76393	-1.31203
40-44	.05300	.90820	-2.34035
45-49	.03100	.96612	-3.36775

$$TGF = 4.575$$

$$\hat{\alpha} = .7991$$

$$\hat{\beta} = .94261$$

## CASO iv

## COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

PERIODO 1967-1968

GRUPOS DE EDADES.	$5f^s_x$	$\frac{F^s(x)}{TGF}$	$V^s(x)$
15-19	.05400	-	-
20-24	.18600	.06897	.98363
25-29	.20200	.30651	.16763
30-34	.15600	.56450	-.55893
35-39	.10500	.76373	-1.31103
40-44	.06000	.89783	-2.22770
45-49	.02000	.97446	-3.65449
TGF = 3.915		$\hat{\alpha} = 0.000$	$\hat{\beta} = 1.000$

## COLOMBIA: AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD POR EDADES 1965 - 1966

GRUPOS DE EDADES	ESTRUCTURA OBSERVADA	$\hat{V}(x)$	$\hat{F}(x)$	ESTRUCTURA AJUSTADA
15-19	.09400	-	-	.08873
20-24	.21200	.84727	.44367	.22161
25-29	.22100	.07810	1.55174	.22015
30-34	.17200	-.60676	2.65247	.16920
35-39	.13200	-1.31570	3.49845	.11749
40-44	.05300	-2.17976	4.08589	.07126
45-49	.03100	-3.52467	4.44218	.02656
$\hat{V}(x) = -.07991 + .94261 V^s(x)$				

## CASO v

COLOMBIA: CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA.

## PERIODO 1960-1964

GRUPOS DE EDADES	$5f_x$	$\frac{F(x)}{TGF}$	$V(x)$
15-19	.12500	-	-
20-24	.27000	.09601	.85158
25-29	.32100	.30338	.17628
30-34	.26700	.54992	-.51420
35-39	.21400	.75499	-1.26923
40-44	.09500	.91935	-2.47595
45-49	.01000	.99232	-4.86522

TGF = 6.51

 $\hat{\alpha} = .04962$  $\hat{\beta} = .99619$ 

## PERIODO 1965-1966 (CORREGIDO)

GRUPOS DE EDADES	$5f^s_x$	$\frac{F(x)}{(TGF)^s}$	$V^s(x)$
15-19	.11926	-	-
20-24	.21488	.10407	.81657
25-29	.23649	.29157	.20902
30-34	.20646	.49793	-.36055
35-39	.19397	.67809	-.94552
40-44	.17130	.84735	-1.79791
45-49	.00364	.99682	-5.75044

TGF = 5.73

 $\hat{\alpha} = 0.000$  $\hat{\beta} = 1.000$

## CASO v

COLOMBIA: AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD  
POR EDADES 1960 - 1964

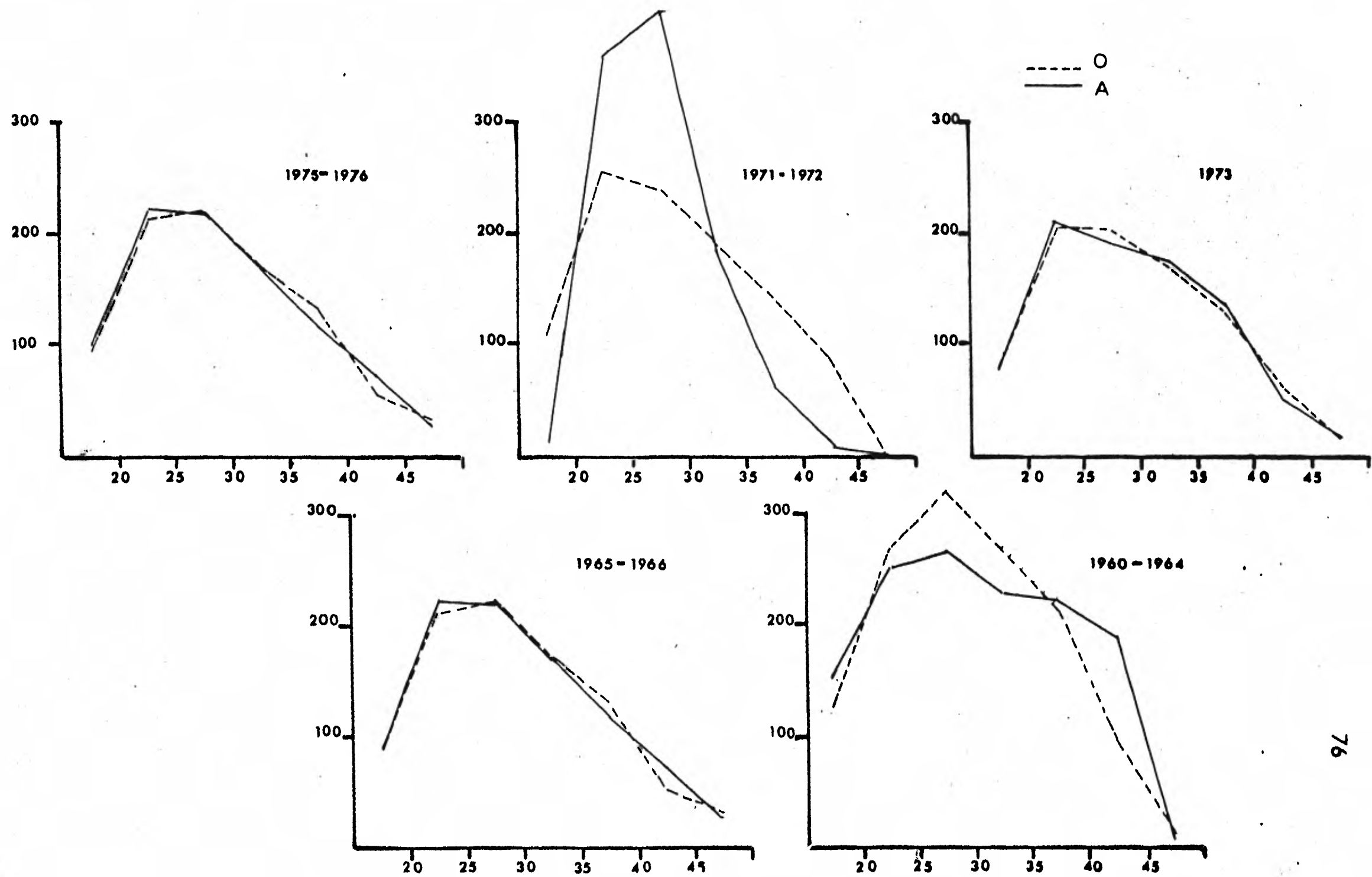
GRUPOS DE EDADES	ESTRUCTURA OBSERVADA	$\hat{V}(x)$	$\hat{F}(x)$	ESTRUCTURA AJUSTADA
15-19	.12500	-	-	.15219
20-24	.27000	.76384	.76096	.25115
25-29	.32100	.15861	2.01670	.26661
30-34	.26700	-.40880	3.34977	.22848
35-39	.21400	-.99154	4.49217	.22149
40-44	.09500	-1.84069	5.55463	.18705
45-49	.01000	-5.77818	6.48989	.00402

$$\hat{V}(x) = -.04962 + .99619 V^s(x)$$



# GRAFICA 4-1

Estructuras de fecundidad observada y ajustada



## V. ALCANCES DEL MODELO BILOGISTICO.-

En el presente trabajo se presentó y sistematizó la técnica del doble logaritmo de la función de Gompertz.

El uso más directo de este modelo es para realizar ajustes de la distribución relativa de la fecundidad por edades observada.

Es común en países como Colombia, cuyas estadísticas son insuficientes obtener las tasas de fecundidad a partir de datos censales o de encuestas específicas. Este tipo de información adolece de varios errores que pueden conducir a irregularidades en muchos casos notorias.

Los errores en la captación de la información obedecen a ciertos motivos como por ejemplo:

- . Siempre se presentan cuestionarios en donde las respuestas relacionadas con el estudio de la fecundidad (número total de hijos nacidos vivos de la empadronada; año de nacimiento de esos hijos, etc.), son omitidas. Las causas de esta omisión pueden ser: falta de comprensión de la

pregunta desconocimiento del dato solicitado, omisión voluntaria o involuntaria del propio empadronador.

Existen tipos de error que pueden presentarse en relación con los datos que si fueron declarados:

- Declaración defectuosa por causas voluntarias de la informante o porque no entendió la pregunta o por olvido de los hijos que murieron cuando eran pequeños o la no inclusión de hijos que en el momento del censo o de la encuesta no viven con la madre.
- Dificultad de la madre para ubicar los nacimientos dentro de un periodo limitado de tiempo.
- Exageración del número de hijos nacidos vivos por la inclusión de hijos nacidos muertos.
- Mala declaración de la edad por parte de las mujeres, afecta la estructura por edad de la fecundidad.

Por todo lo anterior, es necesario realizar una evaluación analítica de los datos obtenidos antes de proce

der a elaborar estimaciones que podrían conducir a conclusiones sesgadas por la presencia de errores en los datos básicos.

De aquí la importancia de modelos como el expuesto en este trabajo.

Entre otras aplicaciones del modelo esta la proyección de la estructura por edad de la fecundidad. Estas proyecciones se fundamentan en la relación que existe entre el nivel y la estructura por edad de la fecundidad: "Aunque para un nivel determinado de fecundidad pueden haber variadas formas de estructura de la fecundidad por edades, es posible establecer algunas ramas generales de comportamiento. En la medida que se consideran niveles de fecundidad más bajos, la estructura se caracteriza por mayor porcentaje a edades tempranas (reduciéndose la edad media de la fecundidad) y, además, por un mayor grado de concentración de la curva en edades de alta fecundidad. Esto se debe al descenso más pronunciado de la fecundidad de mujeres de más edad... Si existe asociación entre el nivel general de la fecundidad y su distribución relativa por edades, es de espe-

rar entonces que también haya cierta relación entre el nivel general y los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , dado que estos definen una estructura por edades de la fecundidad determinada a partir de una estructura estándar".\*

En el caso de Colombia los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  no tienen un comportamiento definido, que permita llevar a cabo una proyección con base en este modelo.

Cabría señalar otro uso importante del modelo biológico, es la Desagregación de la estructura por edad de la fecundidad en edades individuales, la cual se tiene para grupos quinquenales una vez hecho el ajuste de las tasas específicas de fecundidad.

El procedimiento para desagregar la estructura de la fecundidad se ilustra tomando la estructura corregida para el período 1975-1976, la cual se muestra en el cuadro 5-1, que a continuación se detalla:

---

( \* ) Chackiel, Juan.- Estructura de la Fecundidad por Edades: Ajuste y Proyección mediante la función de Gompertz Linealizada. CELADE p. 23  
Notas de población N° 20-1979.

## CUADRO 5-1

COLOMBIA: ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD POR  
EADAES. 1975-1976 (AJUSTADA)

GRUPO DE EDADES	$\hat{V}(x)$	ESTRUCTURA AJUSTADA
15-19	-	.08873
20-24	.84727	.22161
25-29	.07810	.22015
30-34	-.60676	.16920
35-39	-1.31570	.11749
40-44	-2.17976	.07126
45-49	-3.52467	.02656
TGF: 4.575		

En el aparecen los valores de  $\hat{V}(x)$  para  $x = 20, 25, 30, 35, 40$  y  $45$ . Graficando estos valores (ver gráfica 5-1), se observa la tendencia lineal de ellos, la cual era de esperarse debido a que como habíamos visto,

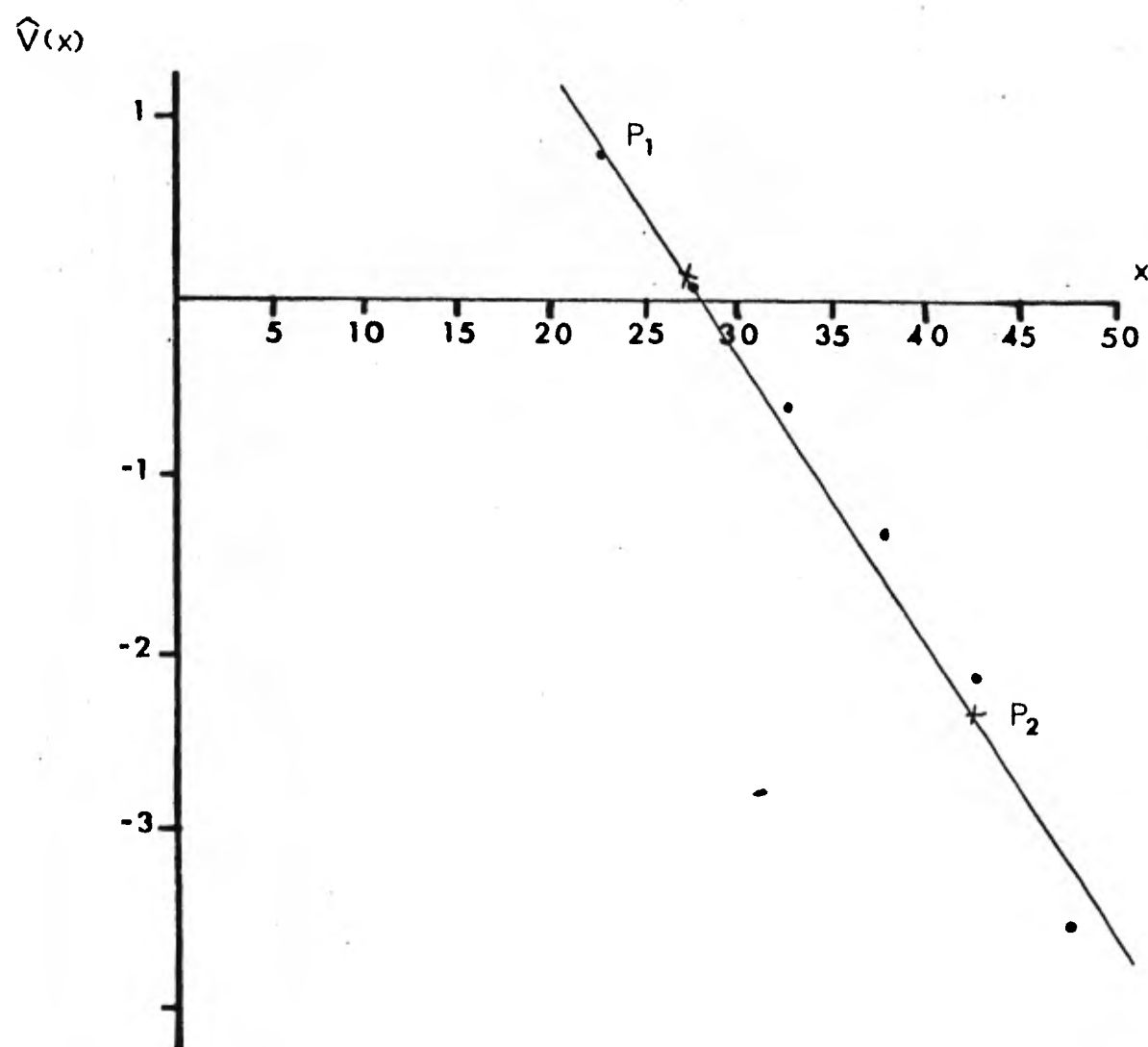
$$\text{Ln} \left[ -\text{Ln} \frac{F(x)}{\text{TGF}} \right] = X \text{Ln} + \text{Ln} (-\text{Ln} A)$$

es una recta de la forma

$$\hat{V}(x) = a_0 + b_0 X$$

## GRAFICA 5-1

Colombia: Distribución de los valores  $V(x)$   
1975 - 1976



Los valores de  $a_0$  y  $b_0$  se obtienen ajustando los 6 puntos  $\hat{V}(x)$  por el método de promedios:

$$\hat{V}_1(x) = a_0 + b_0 \bar{X}_1$$

$$\hat{V}_2(x) = a_0 + b_0 \bar{X}_2$$

donde:

$$\hat{V}_1(x) = \frac{V(20) + V(25) + V(30)}{3}$$

$$\hat{V}_2(x) = \frac{V(35) + V(40) + V(45)}{3}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{20 + 25 + 30}{3} = 25$$

$$\bar{X}_2 = \frac{35 + 40 + 45}{3} = 40$$

para los valores del periodo 1975-1976 se tiene:

$$\hat{V}_1 = .10620 \quad ; \quad \hat{V}_2 = -2.34004$$

Con los dos puntos,  $P_1 = (25, .10620)$  y  $P_2 = (40, -2.34004)$ , se obtienen los valores de  $a_0$  y  $b_0$ , estimando la recta que pasa por ellas, la cual es:

$$\hat{V}(x) - \hat{V}_1 = \frac{\hat{V}_2 - \hat{V}_1}{\bar{X}_2 - \bar{X}_1} = (x - \bar{X}_1)$$



y para los valores correspondientes al periodo considerado se obtiene:

$$\hat{V}(x) = 4.18326 - .16308 X \quad (a)$$

donde

$$a_0 = 4.18326 \quad \text{y} \quad b_0 = -.16308$$

Evaluando la ecuación (a) para  $X = 10, 11, 12, 13, \dots, 50$  se obtienen los valores  $\hat{V}(x)$  para dichas edades y empleando la relación

$$\frac{\hat{F}(x)}{TGF} = e^{-e^{\hat{V}(x)}}$$

se estiman los valores  $\hat{F}(x)/TGF$ . Como la tasa global de Fecundidad para 1975-1976 es 4.575 se calculan los valores  $\hat{F}(x)$  para esas edades. En el cuadro 5-2, se dan los valores obtenidos para el periodo 1975-1976.

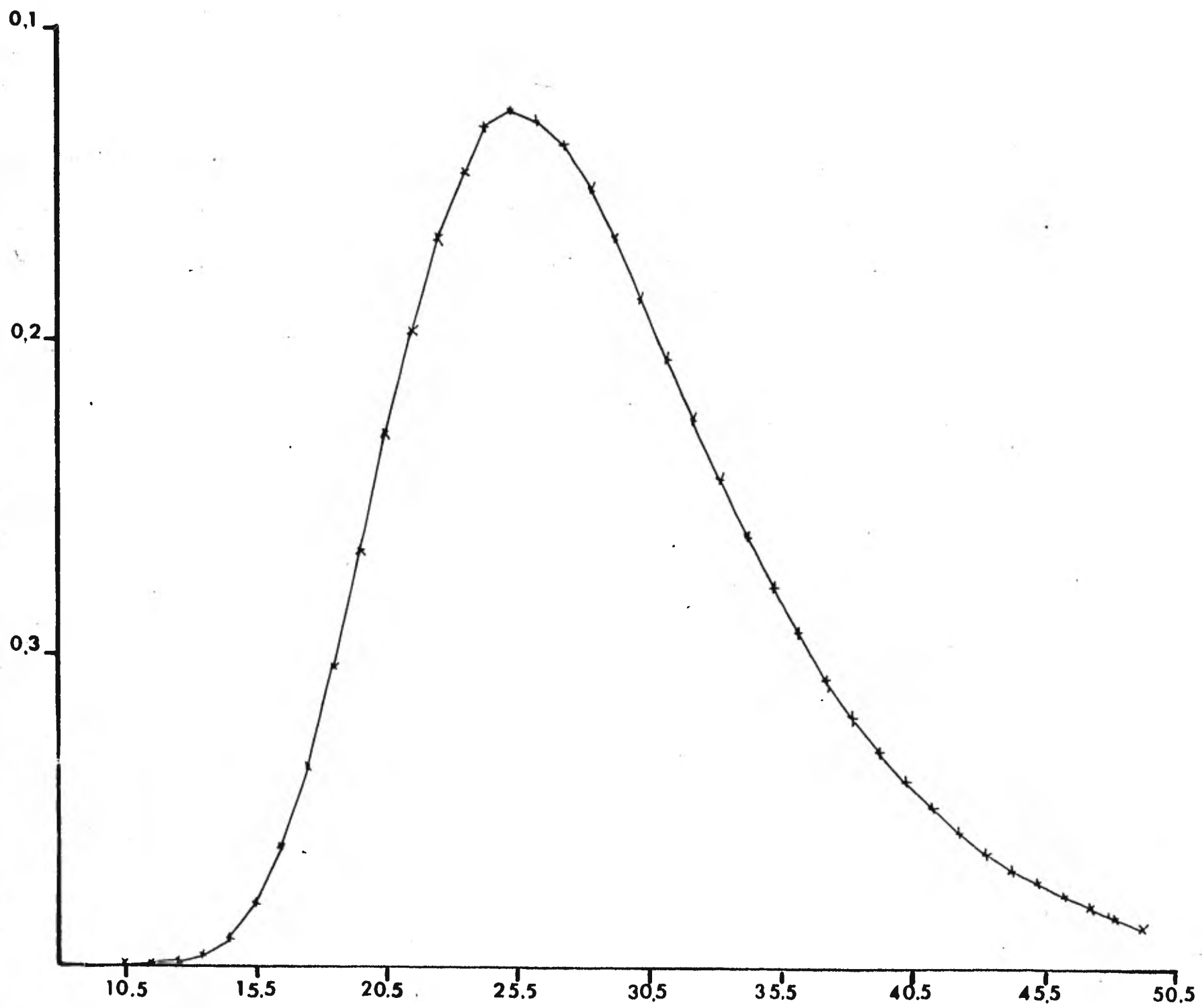
Finalmente, para obtener la estructura por edades individuales, de la fecundidad, se desagrega la función  $\hat{F}(x)$  ya que:

$$\hat{f}(x) = \hat{F}(x+1) - \hat{F}(x)$$

## GRAFICA 5-2

Colombia : Distribución por edades individuales  
de las tasas específicas de fecundidad

1975 - 1976



FUENTE: Cuadro 5-2

## CUADRO 5-2

COLOMBIA: VALORES DE  $\hat{V}(x)$ ,  $\hat{F}(x)/TGF$  y  $\hat{F}(x)$ , POR EDADES INDIVIDUALES, 1975 - 1976

X	$\hat{V}(x)$	$\hat{F}(x) / TGF$	$\hat{F}(x)$
10	2.55246	.0000026	.0000121
11	2.38938	.0000183	.0000839
12	2.22630	.0000946	.0004329
13	2.06322	.0003815	.0017456
14	1.90014	.0012472	.0057060
15	1.73706	.0034114	.0156073
16	1.57398	.0080200	.0366915
17	1.41090	.0165785	.0758466
18	1.24782	.030723	.1405577
19	1.08474	.0518878	.2373866
20	.92166	.0809875	.3705178
21	.75858	.1182159	.5408377
22	.59550	.1630109	.7457748
23	.43224	.2141706	.9798304
24	.26934	.2700629	1.2355377
25	.10626	.328864	1.5045528
26	-.05602	.3887712	1.7786282
27	-.21990	.4481626	2.0503438
28	-.38298	.5056925	2.313543
29	-.54606	.5603311	2.5635146
30	-.70914	.6113613	2.7969779
31	-.87222	.6583474	3.0119393
32	-1.03530	.7010894	3.207484
33	-1.19838	.7395728	3.3835455
34	-1.36146	.7739203	3.5406853
35	-1.52454	.8043497	3.6798998
36	-1.68762	.8311381	3.8024568
37	-1.85070	.8545954	3.9097739
38	-2.01378	.8750422	4.003318
39	-2.17686	.8927961	4.0845421
40	-2.33994	.9081611	4.154837
41	-2.50302	.9214217	4.2155042
42	-2.66610	.9328388	4.2677375
43	-2.82918	.942649	4.3126191
44	-2.99226	.951064	4.3511178
45	-3.15534	.9582717	4.384093
46	-3.31842	.9644378	4.4123029
47	-3.48150	.9697071	4.4364099
48	-3.64458	.9742061	4.4569929
49	-3.80766	.9780446	4.474554
50	-3.97074	.9813173	4.4895266

En el cuadro 5-3 se dan los valores de las tasas específicas de fecundidad, por edad individual, y en la gráfica 5-2 la distribución de dichas tasas.

Como conclusión puede decirse, que el modelo del doble logaritmo de la función de Gompertz sirve para realizar ajustes en la estructura por edad de la fecundidad y que el éxito que se tenga al aplicarlo depende de la adecuada estructura por edad del estándar utilizado.

Otra ventaja del modelo, es la de poder desagregar la estructura de la fecundidad en edades individuales.

Y finalmente, se puede señalar que otro uso es el de proyectar la estructura por edad de la fecundidad, observando las tendencias de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de la relación  $V(x) = \alpha + \beta V^s(x)$ , a través del tiempo.

## CUADRO 5-3

COLOMBIA: TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD  
 POR EDADES INDIVIDUALES 1975-1976

$\tilde{x}$	$f(x)$	$\tilde{x}$	$f(x)$
10	.0000718	30	.2149614
11	.000349	31	.1955447
12	.0013127	32	.1760615
13	.0039604	33	.1571398
14	.0099013	34	.1392145
15	.0210842	35	.122557
16	.0389316	36	.1073171
17	.0647111	37	.0935441
18	.0968289	38	.0812241
19	.1331312	39	.0702949
20	.1703199	40	.0606672
21	.2049371	41	.0522333
22	.2340556	42	.0448816
23	.2557073	43	.0384987
24	.2690151	44	.0329752
25	.2740754	45	.0282099
26	.2717156	46	.0241961
27	.2631992	47	.020583
28	.249603	48	.0175611
29	.2334633	49	.0149726

## A P E N D I C E

A continuación se presenta una copia del programa usado para realizar los cálculos del ajuste:

CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO DE LA ESTRUCTURA DE  
LA FECUNDIDAD

REAL FX(2,7),FUN(x,7),COC(2,7),VX(2,7),VXE(7),COCE(7),  
FUNXE ( 7 ), FXA ( 7 ),ALFAO,ALFAE,BETAO,BETAE,TGF  
( 2 ),VIX( 2 ),V2X( 2 )  
,SUMA,ULTIMO

- C FX : TASA ESPECIFICA DE FECUNDIDAD (QUINQUENAL),  
C FUNX : FECUNDIDAD ACUMULADA.  
C COC : COCIENTE DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA ENTRE LA  
C TASA GLOBAL DE FECUNDIDAD.  
C VX : EL DOBLE LOGARITMO DEL COCIENTE.  
C VXE : EL AJUSTE CON LOS PARAMETROS STANDARD.  
C COCE : COCIENTE CON LOS VALORES AJUSTADOS.  
C FUNXE : LA FECUNDIDAD ACUMULADA AJUSTADA.  
C FXA : TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD AJUSTADAS.  
C ALFA,  
C BETA : PARAMETROS.

```
C TGF      : TASA GLOBAL DE FECUNDIDAD.

WRITE (5,1070)

READ (5,1080)N

C
C DO 9999 NVECE = 1,N

WRITE (5,1090)NVECE

C
C ***** CALCULO DE OBSERVADO Y STANDARD RESPECTIVA-
C MENTE***** DO 99 K=1,2

C
C ***** LECTURA DE DATOS *****

READ(4,1010) (FX(K,I),I=1,7)

C ***** CALCULO DE 'FUNX' *****

SUMA = FX(K,1)

DO 100 I=2,7

FUNX(K,I)=5,0*SUMA

SUMA=SUMA+FX(K,I)

100 CONTINUE

C TGF(K)=5.0*SUMA

C ***** CALCULO DEL COCIENTE (COC) *****

DO 200 I=2,7

COC(K,I)=FUNX(K,I)/TGF(K(

200 CONTINUE

C ***** CALCULO DE LA VX *****

DO 300 I=2,7
```

```

VX(K,I)=ALOG(=ALOG(COC(K,I)))
300 CONTINUE
C
C ***** CALCULO DE LA RECTA PARA EL AJUSTE *****
V1X(K)=( VX(K,2)+VX(K,3) + VX( K,4 ) ) / 3.0
V2X(K)=( VX( K,5 ) + VX( K,6 ) + VX( K,7 ) ) / 3.0
C
C 99 CONTINUE
C
ALFAE=0.0
BETAE=1.0
C
BETA0=( V2X( 1 )-V1X( 1 ) ) / ( V2X( 2 ) -V1X( 2 ) )
ALFA0=V1X( 1 )-BETA0*V1X( 2 )
C
DIFA=ABS(ALFAE-ALFA0)
DIFB=ABS( BETAE-BETA0 )
C
C C
C C C
AQUI DEBERA DE IR LA DECISION DE SI SE AJUSTA O NO
DO 400 I=1,7
VXE ( 1 )=ALFA0+BETA0*VX ( 2,I )
COCE ( I )=EXP( -EXP (VXE( I ) ) )
FUNXE ( I )=TGF ( I )*COCE ( I )
400 CONTINUE
C

```



```
      ULTIMO=TGF ( 1 )
      FUNXE ( 1 )+0.0
      DO 500 I=7,1,-1
      FXA ( 1 )=( ULTIMO-FUNXE ( 1 ) ) /5.0
      ULTIMO=FUNXE ( 1 )
500   CONTINUE
      C
      WRITE ( 5,1100)
      WRITE ( 5,1020)V1X,V2X
      WRITE ( 5,1060)ALFA0,BETA0,TGF ( 1 ),TGF ( 2 )
      WRITE ( 5,1030)
      DO 710 I=1,7
      WRITE ( 5,1020)FX ( 1,I ), FUNX ( 1,I ),COC ( 1,I ),
      VX ( 1,I )
710   CONTINUE
      WRITE ( 5,1040)
      DO 720 I=1,7
      WRITE ( 5,1020)FX ( 2,I ), FUNX( 2,I ),COC ( 2,I ),VX( 2,I )
720   CONTINUE
      WRITE ( 5,1050 )
      DO 730 I=1,7
      WRITE ( 5,1020)VXE ( 1 ),COCE( 1 ),FUNXE( 1 ),FXA( 1 )
730   CONTINUE
      IF(NVECE.GT.3)WRITE(2,1010 ) FXA
      C
```

```
9999      CONTINUE
C
C      ***** FORMATOS *****

1010      FORMAT ( F10,5 )

1020      FORMAT ( 4 ( 2X,F12,5 ),/ )

1030      FORMAT ( 10X, 'CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO',/ )

1040      FORMAT ( 10X, 'CALCULO DEL DOBLE LOGARITMO PARA EL
           STANTARD', / )

1050      FORMAT ( 10X, 'AJUSTE DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDI-
           DAD', / )

1060      FORMAT ( 5X, 'ALFA=', F12.5, 'BETA=', F12.5, 'TGF=', 2F12.5, / )

1070      FORMAT ( 5X, 'DAME EL NUMERO DE CASOS A PROCESAR' )

1080      FORMAT ( I1 )

1090      FORMAT ( //, 10X, '***** CASO', 12, '*****', // )

1100      FORMAT ( /, '          V1X          V2X', / )

          CALL EXIT

          END
```

## B I B L I O G R A F I A

ASOCIACION COLOMBIANA PARA EL ESTUDIO DE LA POBLACION.

ACEP. La Población de Colombia. C.I.C.R.E.D. Series.

Ed. L. Canal y Asociados Ltda. Bogotá, 1975.

BAYONA NUÑEZ, ALBERTO.- Cobertura del Censo de Población, 1973

Pontificia Universidad Javeriana. Serie Investigaciones No. 1

Bogotá, 1977.

BRASS, W.- The Relational Gompertz model of fertility by age of woman

(Inédito).

CAMISA, ZULMA.- Introducción al estudio de la Fecundidad. CELADE,

Serie B, No. 1007, San José, Costa Rica, 1975.

CAMISA, ZULMA.- Las medidas tradicionales de la Fecundidad. CELADE

Serie BS No. 1, 1970.

CENSO NACIONAL DE POBLACION Y VIVIENDA. 1964. COLOMBIA

ENCUESTA NACIONAL DE FECUNDIDAD DE COLOMBIA. 1976.

CHACKIEL, JUAN.- Estructura de la Fecundidad por edades: Ajuste y

Proyección mediante la función de Gompertz Linealizada.

Notas de Población No. 20, Agosto, 1979. CEZADE.

KANDIAH, V.- The use of the relational fertility model parameters in population projections. East-West Center, Honolulu.

MINA V., ALEJANDRO.- Desagregación de la estructura de la población por edades, mediante la función de Gompertz Linealizada.  
Economía y Demografía No. Colegio de México. 1982.