Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

AJUSTE DE CURVAS POR COMPUTADORA EN LENGUAJE BASIC

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN SISTEMA INTERACTIVO PARA AJUSTE DE CURVAS

T E S I S

Que para obtener el titulo de:

A C T U A R I O

P r e s e n t a :

Margarita Irma López Carrasco

México, D. F. Mayo, 1982

C O N T E N I D O

INTRODUCCION

La mayoría de las personas dedicadas a la investigación, cuya herramienta de trabajo es el uso de las técnicas estadísticas, están de acuerdo en que debido a la complejidad y escasa información que se tiene acerca del manejo de los paquetes estadísticos instalados en los sistemas de cómputo, muchas veces se ven en la necesidad de elaborar sus propios programas.

Esto ocasiona un alto costo para los centros de procesamiento electrónico de datos debido a un consumo elevado de recursos por la multiplicidad de programas que tienen características similares.

Así tenemos que los paquetes estadísticos de mayor difusión entre el medio académico y de investigación son el SPSS (Statistical Package for the Social Science) y el OSIRIS (Organized Set of Integrated Routines for Investigations with Statistics). Ambos de aplicación principalmente para las Ciencias Sociales. Sin embargo, el uso de estos paquetes requiere mucho tiempo de dedicación para dominar la información referente a su manejo, lo que resulta inoperante para quienes no se dedican a programar y sólo desean saber si existe relación entre dos o más variables; si con la información disponible se pueden hacer proyecciones, etc. Otro limitante de estos paquetes es que no son interactivos; además, todos los mensajes son enviados en inglés, lo que dificulta el análisis de los - resultados en caso de no tener conocimiento suficiente del -- idioma.

La presente tesis tiene la finalidad de exponer la elabora--- ción de un programa por computadora para el análisis funcio-- nal entre dos variables o más; específicamente para el tratamiento de ajuste de curvas a modelos lineales, utilizando la técnica de mínimos cuadrados, que permite, a diferencia de -- los programas que integran los paquetes antes mencionados, -- que el usuario tenga una entrada al sistema más rápida y de - fácil acceso con sólo determinar la opción deseada de acuerdo a un desplegado de pantalla que le indique la acción a tomar, además de ofrecer la posibilidad de verificar inmediatamente la retroalimentación al programa.

La principal característica de este sistema es su aspecto conversacional; es decir, el usuario puede trabajar en forma interactiva por medio de un teletipo o una pantalla de rayos catódicos. Cabe hacer notar que la conversación que se mantiene con el usuario es en español.

La tesis se divide en cuatro capítulos, complementada por un apéndice. En el primero se dan los conceptos básicos para el ajuste de curvas y se mencionan los métodos de ajuste, destacando para el propósito de este trabajo el de mínimos cuadrados; en el segundo se analiza la aplicación de este método para obtener los estimadores de modelos lineales y se menciona el teorema en el que se apoya; incluye además el tratamiento que se da a las funciones no lineales para poder aplicar el método de mínimos cuadrados; en el tercer capítulo se presenta el programa que se propone con detalle, modo de operación y se dan tres ejemplos y tres aplicaciones mostrando resultados; las conclusiones y recomendaciones son presentadas en el cuarto capítulo. Finalmente se incluye un apéndice que contiene un recordatorio de conceptos de computación y características generales sobre la computadora CYBER; así mismo se da un resumen del lenguaje BASIC como complemento al Programa propuesto.

I. TECNICA DE AJUSTE DE CURVAS

1.1. ANTECEDENTES.

Actualmente las áreas de investigación presentan un interés especial por valorar la relación entre dos o más variables de un determinado fenómeno, a través de modelos que representan exactamente o en forma aproximada la realidad. Su propósito es facilitar la comprensión y estudio de dichos fenómenos mediante el examen de los efectos simultáneos de determinadas variables. Tal es el caso del Director de una Empresa interesado en conocer la relación entre la cantidad invertida en publicidad y el correspondiente incremento en las ventas, para decidir cuanto seguirá invirtiendo en el futuro. Otro ejemplo, de alcance mayor, es el del Funcionario Público que desea valorar la economía de su país mediante la captación de una serie de indicadores tales como: la relación entre la población total y la población activa, determinando el nivel de empleo; la relación entre la población y la producción, haciendo hincapié en la participación que tiene la población en el proceso productivo; la relación entre la población y la inversión destinada a obras públicas con el fin de determinar la inversión pública por persona; la relación entre la inflación con el ingreso, oferta monetaria, reservas petrole ras, población, etc. con el propósito de estudiar el proceso inflacionario y obtener las variables relevantes que sirvan para atacar el fenómeno que tanto preocupa al mundo contemporáneo. Estos son algunos de los ejemplos de los muchos que existen en los sistemas económicos y financieros.

Por otra parte, también ciencias como la biología, agronomía, ingeniería, física, etc., aplican la técnica de los modelos para estudiar e inferir resultados.

1.1.1. Objetivo

La técnica de "el ajuste de curvas" consiste precisamente, en obtener un modelo en base a un conjunto de datos, con el propósito de estudiar su comportamiento e inferir nuevos resultados acerca de determinado fenómeno. Lo anterior se lleva a cabo en base al grado de relación entre dos variables o más para saber que tan aproximado es el modelo propuesto.

1.1.2. Diferentes Tipos de Modelos

Es necesario observar que existen varias formas como se presentan estos modelos, V.G. Fotografías, Dibujos, Mapas, "Modelos a Escala" de Aeroplanos y Automóviles, etc., es-- tos modelos, presentan casi las mismas características que los reales, y se conocen con el nombre de icónicos.

Otros modelos son aquellos que utilizan un conjunto de propiedades para representar a otro, por ejemplo un sistema - hidráulico puede utilizarse como un análogo de sistemas -- electrónicos, económicos, o de tráfico. Estos modelos se identifican con el nombre de análogos.

El tipo de modelos que se analizará con mayor profundiad - por la naturaleza de este trabajo son los modelos matemá-- ticos y más específicamente los modelos estadísticos.

1.2. MODELO MATEMATICO.

Un modelo matemático consiste en la abstracción de una - - parte de la realidad para describir las relaciones relevantes de un fenómeno. Su objetivo es facilitar la compren-- sión de determinado fenómeno por medio de un diseño más -- sencillo que la realidad. Estos modelos se utilizan para precedir y explicar fenómenos con un alto grado de preci-- sión. Sin embargo, a pesar de que para ello se requiere de gran número de variables, normalmente basta un número - pequeño de ellas para lograrlo; el arte está en encontrar el número de variables adecuado y su correcta interrelación. 1/

Ejemplo:

El modelo matemático que rige la caída libre de un cuerpo se representa por:

$X = Xo + Vot - 1/2\ gt^2.$

Donde:

X Distancia recorrida al tiempo t

g Constante de aceleración de un cuerpo debida a la gravedad.

t tiempo

Vo Velocidad inicial

Xo Distancia inicial en la cual se empieza a medir la caída.

1.2.1. Modelo Estadístico.

El modelo estadístico forma parte de la clasificación de modelos matemáticos y su objetivo es el estudio de fenómenos aleatorios, su carácter de aleatoriedad se debe básicamente

---

1/ ACKOFF, RUSSELL L. Y MAURICE W. SASIENI. Fundamentos de Investigación de Operaciones. México, Edit. Limusa-Wiley, 1971, pág. 75-78.

a que no se conoce con toda precisión la situación inicial- de un fenómeno que incide de manera definitiva en su estado final. Lo anterior ocasiona que no se puedan predecir resultados a prioridad, por ejemplo, en la fabricación de determinado producto, no es posible determinar el número de artículos defectuosos que se fabricarán, ya que ello está supeditado entre otras, a pequeñas variaciones en la calidad de la materia prima. 2/

Otra característica de los fenómenos aleatorios puede ser la influencia en ellos de la naturaleza misma, por ejemplo: En los tiempos de aterrizaje de aero-naves, se tiene la influencia del clima, lo que dificulta determinar con precisión el tiempo de aterrizaje. 3/

De lo anterior se desprende que utilizando notación matemática; en general se puede representar un modelo estadístico como:

$$y_i = \mu + \varepsilon_i$$

Donde:

y_i Un valor observado del fenómeno en cuestión.

μ Constante que depende de ciertas características comunes y relevantes.

ε_i Error aleatorio.

2/ MENDEZ RAMIREZ, IGNACIO. Introducción a la Metodología Estadística. México, Universidad Autónoma de Chapingo,- 1976. p. 15-17

3/ Ibidem. p.17

"El modelo $y_i = \mu + \varepsilon_i$ puede representar el estudio de cualquier variable observable, que presente variación aleatoria en sus valores; se considera que los valores de la variable provienen de un número teóricamente infinito de valores posibles; sin embargo, todos esos valores se postula que se componen de dos partes: Una primera parte (μ) una constante característica de la variable en estudio y una segunda parte (ε_i) considerada como aleatoria, o sea que no puede de prededirse su valor en un momento dado. Por lo que el modelo que se postula es $y_i = \mu + \varepsilon_i$ desde luego que el modelo será satisfactorio si se ajusta más o menos a la realidad. Sin embargo, al postularlo se considera el fonómeno desde un punto de vista teórico, así al decir que las y_i tenderán a un valor, que se llama el valor verdadero de las y_i (μ), pero que se desvían de ese valor por fluctuaciones aleatorias impredecibles (ε_i), se está tratando de razonar lógicamente y representar con el modelo, los valores observados de la variable". 4/

Por ejemplo: Al estudiar la producción en una Empresa, intervienen un gran número de factores para alcanzar su nivel de producción. Algunos de estos factores son la mano de obra y la materia prima, variables relevantes que manifiestan el valor medio en la producción (μ); sin embargo, existen desviaciones del valor (μ) debido a factores no controlables que se presentan inusitadamente tales como: El estado emocional de un trabajador, materia prima defectuosa, desgaste de las partes de la maquinaria etc., los cuales dificultan predecir el resultado final.

El objetivo del diseño y aplicación de modelos estadísticos es estudiar sus propiedades y hacer predicciones acerca del resultado de pruebas futuras, a través de experimentos repetitivos de ellos.

4/ Ibidem p. 19

Consideremos entonces n veces la ocurrencia del fenómeno aleatorio representado por $y_i = \mu + \varepsilon_i$; de donde observamos que la variable observada y_i se presenta n veces y por lo tanto ε_i también ocurre n veces. Cada valor de ε_i resulta independiente, ya que por su carácter de aleatoriedad la aparición de un ε_i no influye en la aparición de ε_j para i diferente de j. También es importante notar que los valores de ε_i ocurren tanto en sentido positivo como negativo es decir sus valores se encuentran arriba y abajo de μ, de tal manera que al obtener su valor medio de ε_i se tiene cero y el valor medio de las ε_i^2 es σ^2 que en notación probabilística se expresa: 5/

$$^*E(\varepsilon_i) = 0$$

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2$$

N Número de elementos de la población.

Por último, la gráfica de los ε_i contra sus frecuencias, nos describe una curva en forma de campana conocida como función de distribución normal. Así que, se dice que los ε_i se distribuyen normalmente.

---

* $E(X)$ Significa el valor esperado o esperanza matemática de un estadístico. El valor esperado de un estadístico es la suma sobre todos los valores observados por su probabilidad correspondiente, para mayor detalle consulte cualquier libro de probabilidad y/o estadística, en particular puede consultarse el de Probabilidad y Aplicación Estadística, de Meyer.

5/ Ibidem p. 21-23

1.3 ESTIMADORES ESTADISTICOS

Hemos definido un modelo estadístico como $y_i = \mu + \varepsilon_i$, donde y_i proviene teóricamente de un conjunto infinito de valores, de tal suerte que para calcular μ, el valor medio de la variable y, y analizar ε_i nos encontramos imposibilitados; entonces se hace necesario el cálculo sobre un conjunto finito que sea representativo de la población.

POBLACION:

Es el conjunto completo de mediciones posibles o el registro de un razgo cualitativo correspondiente a la colección total de elementos para los cuales se va ha inferir. La población representa el objeto de una investigación; el objetivo de un proceso de colección de datos son las conclusiones obtenidas acerca de la población; por último al subconjunto que representa a una población se le conoce como muestra: 6/

MUESTRA:

Es el conjunto de mediciones, obtenidas en el curso de una investigación y al número de elementos que conforman una muestra corresponde al tamaño de muestra. 7/

Existen diversos métodos de obtención de muestras según el tipo de población a la que se aplique, de los cuales los más conocidos son: muestreo simple aleatorio; muestreo para proporciones y porcentajes; muestreo estratificado aleatorio;

6/ COCHRAN, WILLIAM G. Técnicas de Muestreo. México, Compañía Editorial Continental, 1971.

7/ Ibidem.

muestreo sistemático; muestreo por conglomerado monoetapico y muestreo doble. 8/

Una vez conocida la muestra, es posible estimar los valores que caracterizan a una población, en este caso para la variable $y_i = \mu + \varepsilon_i$, observada n veces, podemos inferir el valor de μ por el valor medio o media aritmética de Y; esto es,

$$\bar{Y} = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{n}\sum y_i \quad *$$

Donde:

$\bar{Y}$	Valor medio o media aritmética
y_i	Valor observado
n	Tamaño de la muestra

En cuanto al comportamiento de los ε_i, su promedio es cero; pero la suma de los errores al cuadrado entre ($n-1$) nos dá un estimador de la variación; que es:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum(\varepsilon_i^2) = \frac{1}{n-1}\sum(y_i - \bar{Y})^2$$

---

* Por simplificación en la notación $\sum_{i=1}^{n} y_i$ sólo escribiremos $\sum y_i$

8/ Ibidem

Observación: la desviación standard de la muestra se define simplemente como la raíz cuadrada de S.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2}$$

Como podemos darnos cuenta el modelo $y_i = \mu + \varepsilon_i$ para i=1,...,n presenta dos estimadores esenciales $(\bar{y}, S^2)$ de los paráme - tros (μ, σ^2). μ es una medida central y σ^2 una medida de dis persión con respecto a μ.

1.3.1. Formas de Estimación Estadística.

El cálculo de $\bar{y}$ y S^2 se conoce como estimación "PUNTUAL" que-consiste en calcular un número en función de los valores ob servados de una variable aleatoria, valor que se aproxima al verdadero. Por ejemplo: Si la proporción de partes defec-tuosas es 10 en un lote de 200 partes, tenemos que la rela-ción $^*\hat{p} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$, nos dá un valor muy cercano al verda-dero p.

Otra forma de estimación es la denominada "POR INTERVALO",-que consiste en determinar dos números en función de los - valores observados, valores que definen un intervalo que con tiene el valor verdadero del parámetro. 9/

---

* ^ Símbolo para identificar un estimador.

9/ HOEL, PAUL G. Introduction to Mathematical Statistics. 3a. Ed., New York, Edit. John Wiley & Sons, 1966.p.56, 57.

Una vez conocida la forma de calcular un estimador estádís tico, nos surge la pregunta, ¿Cómo seleccionar el mejor?.

1.3.2. Propiedades de los Estimadores Estadísticos.

Se considera como un buen estimador aquél que reune las propiedades de insesgamiento, consistencia, eficacia y suficiencia, propiedades que se describen a continuación: 10/

INSESEGADO:

Si al obtener el promedio del estimador $\hat{\theta}$ de varias muestras coincide con el valor verdadero θ, se dice que el estimador $\hat{\theta}$ es insesgado y se expresa matemáticamente:

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

Si un estimador $\hat{\theta}$ es sesgado, entonces es posible cuantificar: $(E(\hat{\theta}) - \theta)$.

CONSISTENTE:

Debido al error de muestra, generalmente un estimador no es idéntico con el parámetro que está siendo comparado, ésto es, se tiene una diferencia de $(E(\hat{\theta}) - \theta)$. Sin embargo, se espera que un estimador este muy cercano al parámetro o - -

---

10/ CHOU, YA-LUN. Statistical Analysis. 2a. Ed., Jamaica - New York, Edit. Holt, Rinehart and Winston, 1975. p. - 240-243.

tener una probabilidad de estar muy cerca de él. En otras palabras, un buen estimador posee la propiedad de consistencia si, la probabilidad del valor absoluto de la diferencia ($E(\hat{\theta}) - \theta$) es mayor que una cantidad ($\xi > 0$) tan pequeña como queramos, tiende a cero al aumentar el número (n) de elementos de la muestra, matemáticamente se expresa por:

$$P(|E(\hat{\theta})-\theta| > \xi) \longrightarrow 0 \quad ; \quad \xi > 0 \ \text{y} \ n \rightarrow \infty$$

Donde:

n tamaño de la muestra.

EFICIENCIA:

Un estimador $\hat{\theta}_1$, se dice más eficiente que $\hat{\theta}_2$ para θ, si el primero tiene una varianza más pequeña que el segundo.- El estimador con varianza más pequeña nos dá una distribución más concentrada alrededor de su propia media, y por lo tanto, es el mejor estimador ya que además, su media es igual a la del parámetro, formalmente tenemos:

$$\text{Varianza}\ (\hat{\theta}_1) < \text{Varianza}(\hat{\theta}_2)$$

Donde: $\hat{\theta}_2$ es cualquier otro estimador de θ

SUFICIENCIA:

Es un concepto más difícil de definir, pero intuitivamente decimos que un estimador es suficiente si contiene toda la información que da la muestra sobre el valor verdadero del parámetro, de tal forma que ninguna otra información pueda agregarse a este último, con cualquier otro estimador; y si el valor es un estadístico suficiente es obtenido, los valores de la muestra por sí mismos no proporcionan más información acerca del parámetro.

Sin embargo, basta con identificar las propiedades de insesgamiento y eficiencia, para considerarlo un buen estimador.

Existen varios métodos para obtener estimadores que reunan una o más de las propiedades antes mencionadas, entre los métodos más usuales están los siguientes:

1. METODO DE MOMENTOS.
2. METODO DE MAXIMA VEROSIMILITUD
3. METODO DE MINIMA χ^2
4. METODO DE MINIMOS CUADRADOS.

El método de los mínimos cuadrados es el que utiliza el programa que se presenta en esta tésis, dado que hasta el momento ha sido el mejor método de ajuste por poderse llevar a cabo en computadora, así como también proporciona los estimadores para los modelos estadísticos con un alto grado de confiabilidad.

II. METODO DE MINIMOS CUADRADOS

En este capítulo se analiza la aplicación de método de míni mos cuadrados para obtener los estimadores de modelos linea les, incluyendo el teorema en el que se apoya.

En primer termino, se menciona el teorema de Gauss-Markoff en que se basa el método de mínimos cuadrados.

En seguida, se explica el modelo de regresión lineal simple, que determina la relación entre dos variables.

En tercer lugar se presenta el modelo de regresión lineal - múltiple, que determina la relación funcional entre más de dos variables.

2.1 TEOREMA (GAUSS-MARKOFF).

"Los mejores (mínima varianza), estimadores lineales e inses gados de funciones lineales, linealmente estimables son los que hacen mínima la suma de los cuadrados de los errores".11/ Entonces, considerando el modelo estadístico $y_i = \mu + \varepsilon_i$, n veces, tenemos que minimizar $\sum \varepsilon_i$

11/ MENDEZ RAMIREZ, IGNACIO. Introducción... Opus Cit p.52

2.2 MODELO DE REGRESION LINEAL SIMPLE.

En todas las Ciencias se presenta con frecuencia el interés por investigar la relación funcional entre dos variables para el planteamiento de hipótesis e inferencia de resultados, por ejemplo; ¿A un aumento en el ingreso por familia, corresponde un aumento proporcional en el consumo?; ¿Por cada peso en inversión pública en áreas urbanas existe una relación directa de inmigrantes?; ¿Será cierto que las personas dedicadas a actividades científicas tienen un coeficiente intelectual mayor que las personas con aptitudes artísticas?, etc., y suponiento que a un conjunto de n observaciones de estos fenómenos es posible ajustarlos a un modelo de línea recta se conoce este como modelo de regresión lineal simple.

2.2.1. Modelo de Línea Recta

El modelo de línea recta se expresa por:

$$y = a + bx \tag{2.1}$$

Donde, a es la ordenada al origen y b la pendiente de la recta, x variable independiente y y variable dependiente de x .

En este modelo los parámetros (a,b), se estiman en base a un conjunto de puntos (x_i , y_i) observados, así que, si μ expresa la relación funcional de y con x para el modelo estadístico, se tiene que:

$$y_i = \mu_{y|x} + \varepsilon_i \qquad (2.2)$$

Donde:

$$\mu_{y|x} = a + bx \qquad (2.3)$$

Sustituyendo entonces (2.3 en 2.2), tenemos:

$$y_i = a + bx + \varepsilon_i \qquad (2.4)$$

Por lo tanto, la obtención de los estimadores $(\hat{a},\hat{b})$, es equivalente a minimizar la suma del cuadrado de las distancias de cada uno de los puntos observados al modelo propuesto, situación que se ilustra graficamente en la Fig. 2.1.

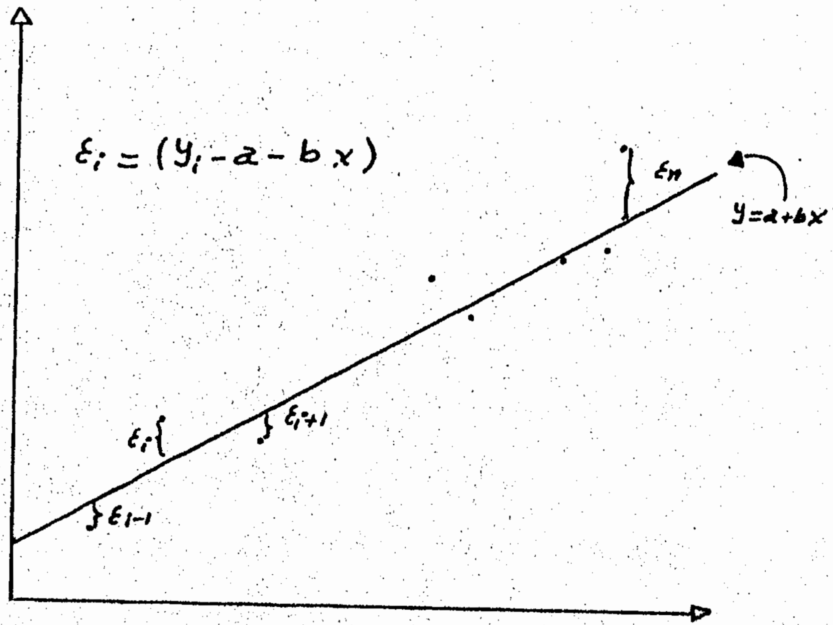


Fig. 2.1 Desviaciones de las Observaciones de una línea.

Como podemos observar, los puntos (x_i , y_i), pueden ser - - graficados en el plano X-Y, conocida esta foma de representación como: diagrama de dispersión de la muestra.

Una vez obtenido el diagrama de dispersión para las parejas (x_1 , y_1), (x_2 , y_2), ..., (x_n , y_n), se hace pasar - una línea "a sentimiento", (en este caso se trata de una -- recta), que se encuentre lo más cerca posible de los puntos, intentando visualmente que la distancia de cada uno de - - ellos a la línea sea la mínima. Este método se utiliza só lo para darnos idea del tipo de modelo que describen nuestras observaciones, como se muestra en la Fig. 2.1.

2.2.2. Obtención de Estimadores para la Recta.

De acuerdo al principio del método de mínimos cuadrados, para obtener los estimadores $(\hat{a},\hat{b})$, del modelo estadístico (2.4), tenemos que minimizar $\sum \varepsilon_i^2$, o sea:

$$\text{SSE} = \sum \varepsilon_i^2 = (y_i - a - bx)^2$$

Aplicando los principios de cálculo, para minimizar SSE obtenemos las derivadas parciales con respecto a a y b, esto es:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum (y_i - a - bx_i)^2 = 2\sum (y_i - a - bx_i)(-1)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum (y_i - a - bx_i)^2 = 2\sum (y_i - a - bx_i)(-x_i)$$

Luego se igualan a cero las dos expresiones anteriores para obtener el mínimo:

$$-2\sum (y_i - a - bx_i) = 0$$

$$-2\sum (y_i - a - bx_i)(x_i) = 0$$

O bien:

$$na + b\sum x_i = \sum y_i \tag{2.5}$$

$$a\sum x_i + b\sum x_i^2 = \sum x_i y_i \tag{2.6}$$

Conocidas las relaciones (2.5) y (2.6), como las ecuaciones normales de los mínimos cuadrados, que se resuelven por los métodos clásicos del algebra con respecto a a y b, obte-- niéndose para:

$$\hat{a} = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \tag{2.7}$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \tag{2.8}$$

Entonces, $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son los estimadores o coeficientes de la - recta

Notación Especial:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i \;; \qquad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i \tag{2.9}$$

$$S_x^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 \tag{2.10}$$

$$S_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2 \tag{2.11}$$

$$S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} \tag{2.12}$$

Utilizando la notación especial tenemos. 12/

$$\hat{a} = \bar{y} - b\bar{x} \tag{2.13}$$

$$\hat{b} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} \tag{2.14}$$

2.2.3. Propiedades de los Estimadores.

Los estimadores $(\hat{a}, \hat{b})$, para la recta $y = a + bx$ obtenidos por el método de mínimos cuadrados presentan las propiedades y distribuciones siguientes: 13/

a) Los estimadores de mínimos cuadrados son insesgados; - ésto es: $E(\hat{a}) = a$; $E(\hat{b}) = b$

b) Varianza $(\hat{a})$ = $\sigma^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_x^2}\right]$

Varianza $(\hat{b})$ = $\frac{\sigma^2}{S_x^2}$

c) Las distribuciones de $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son normales con medias -- a y b, respectivamente; la desviación standard son las raices cuadradas de la relación dada en el inciso (b)-

d) s = SSE/(n-2) es un estimador insesgado de σ^2. También, $(n-2)s^2/\sigma^2$ se distribuye como χ^2 con (n-2)

12/ BHATTACHARYYA, GOURI K. Y RICHARD A JOHNSON. Statistical Concepts an Methods. Ney York, Edit. John Wiley & Sons. 1977. p. 347

13/ Ibidem. p. 350

grados de libertad y es independiente de $\hat{a}$ y $\hat{b}$.

e) Reemplazando σ^2 en (b) con su estimador muestral s y considerando las raices cuadradas de las varianzas, obtenemos los errores standard estimados de $\hat{a}$ y $\hat{b}$.

El error standard estimado de a es:

$$\hat{a} = s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{S_x^2}}$$

El error standard estimado de $\hat{b}$ es:

$$\hat{b} = \frac{s}{S_x}$$

f) $Z_b = \dfrac{S_x(\hat{b} - b)}{s}$ tiene una distribución t con (n-2) grados de libertad.

$Z_a = \dfrac{(\hat{a} - a)}{s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{S_x^2}}}$ tiene una distribucion t con (n-2) grados de libertad.

La demostración de las propiedades y distribuciones aquí -- descritas puede consultarse en SEBER. Linear Regression - Analysis. 14/

14/ SEBER, GEORGE ARTHUR FREDERICK, Linear Regression - - Analysis. New York; Edit. John Wiley & Sons, 1977. P. 350.

2.2.4 Aplicación del Método para el Ajuste a Modelos no Lineales.

Hemos estudiado situaciones donde la relación funcional entre una variable dependiente y y una variable independiente x, puede formularse en términos de una modelo de regresión lineal simple. A continuación se observan algunas relaciones funcionales no lineales más comunes como: potencia, exponencial, logarítmica e hiperbólica, mismas que mediante una transformación a los puntos (x_i, y_i), es posible linearizarlas y así aplicar el método de mínimos cuadrados.

Para ilustrar el método, consideremos la función potencia. $y = ax^b$, a la cual le aplicamos, (a ambos miembros de la ecuación), la función logaritmo natural (Ln):

$$y' = Ln\,y = Ln\,\hat{a} + \hat{b}\,Ln\,x = a' + bx'$$

Con lo que el problema se reduce a encontrar los estimadores de una recta cuyos puntos para el ajuste son - - - - - ($Ln\,x_i$, $Ln\,y_i$).

Y siguiendo el mismo procedimiento que para la línea recta, tenemos como sus ecuaciones normales:

$$\sum(\ln y_i) = \sum \ln a + b\sum \ln x_i \tag{2.15}$$

$$\sum(\ln y_i)(\ln x_i) = \ln a \sum \ln x_i + b\sum(\ln x_i)^2 \tag{2.16}$$

Sea

$$y_i' = \ln y_i \ ; \quad x_i' = \ln x_i \ ; \quad a' = \ln a \ \ y \ \ b' = b$$

Entonces (2.15) y (2.16) queda:

$$na' + b\sum x_i' = \sum y_i'$$

$$(\sum x_i')a' + b\sum x_i'^2 = \sum x_i' y_i'$$

Así que, la solución para a', b' es:

$$a' = \frac{\sum y_i' \sum (x_i')^2 - \sum x_i' y_i' \sum x_i'}{n\sum (x_i')^2 - (\sum x_i')^2} \tag{2.17}$$

$$b' = \frac{n\sum x_i' y_i' - \sum x_i' \sum y_i'}{n\sum (x_i')^2 - (\sum x_i')^2} \tag{2.18}$$

Por lo tanto: $\hat{a} = e^{a'}$.

De la misma forma se aplica el método a las demás funciones. La tabla 1 muestra las transformaciones correspondientes para linearizar las seis funciones no lineales que el programa

"AJUSTE" toma en cuenta para ajustar un conjunto de n datos.

MODELO NO LINEAL	TRANSFORMACION	MODELO TRANSFORMADO $y'=a'+b'x'$
$y=ax^b$	$y'=\ln y$; $x'=\ln x$ $y, x>0$	$a=e^{a'}$; $b=b'$
$y=\frac{1}{a+\frac{b}{1+x}}$	$y'=\frac{1}{y}$; $x'=\frac{1}{1+x}$ $y>0$, $x\neq -1$	$a=a'$; $b=b'$
$y=ae^{bx}$	$y'=\ln y$; $x'=x$ $y>0$	$a=e^{a'}$; $b=b'$
$y=a+be^x$	$y'=y$; $x'=e^x$	$a=a'$; $b=b'$
$y=a+b\ln(x)$	$y'=y$; $x'=\ln x$ $x>0$	$a=a'$ $b=b'$
$y=a+\frac{b}{x}$	$y'=y$; $x'=\frac{1}{x}$ para $x_i\neq 0$	$a=a'$, $b=b'$

TABLA 1. LINEARIZACION DE LAS SEIS FUNCIONES QUE UTILIZA "AJUSTE" PARA EL AJUSTE DE CURVAS.

2.3 MODELO DE REGRESION LINEAL MULTIPLE.

Enfoquemos ahora el problema de la relación existente entre más de dos variables, específicamente al estudio de comportamiento de una de esas variables descritas en términos de las restantes. Este tipo de modelo es conocido como de regresión lineal múltiple.

El planteamiento de mínimos cuadrados para este caso, tomando en consideración el modelo $y_i = \mu + \varepsilon_i$, expresa a μ como la relación funcional de y con k variables x, ésto es:

$$y_i = \mu_{y|x} + \varepsilon_i$$

Donde:

$$\mu_{y|x} = a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + \cdots + a_k x_{ik}$$

Tal que:

$$y_i = a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + \cdots + a_k x_{ik} + \varepsilon_i \qquad (2.19)$$

Por lo tanto el modelo propuesto a ajustar nuestro conjunto de observaciones es:

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \cdots + a_k X_k \qquad (2.20)$$

Expresión en la cual Y, X_1, X_2, ..., X_k son vectores definidos por nuestras observaciones, la expresión anterior también puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 x_{11} + a_2 x_{12} + \cdots + a_k x_{1k} \\ y_2 &= a_1 x_{21} + a_2 x_{22} + \cdots + a_k x_{2k} \\ &\vdots \\ y_n &= a_1 x_{n1} + a_2 x_{n2} + \cdots + a_k x_{nk} \end{aligned} \qquad (2.21)$$

2.3.1. Métodos Matriciales.

En seguida se detalla la aplicación del método de mínimos cuadrados utilizando el algebra de matrices.

Habiéndo expuesto el modelo lineal que deseamos ajustar - procedemos a obtener los estimadores ($a_1, a_2, \cdots a_{k-1}, a_k$) aplicando el método de mínimos cuadrados, que consiste en minimizar.

$$SSE = \sum \varepsilon_i^2 = \sum (y_i - a_1 X_{i1} - a_2 X_{i2} - \cdots - a_k X_{ik})^2 \qquad (2.22)$$

Ahora bien, de la expresion (2.22), haciendo:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & & & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}$$

Vemos que (2.22) puede ser escrita en forma matricial compacta como:

$$(Y - XA)^T (Y - XA)$$

Por tanto, las ecuaciones normales de los mínimos cuadrados están dadas por:

$$(Y-XA)^T X = 0 \qquad (2.23)$$

o bien, resolviendola en forma matricial para A,

$$Y^T X - A^T X^T X = 0$$

Por último, tomando la traspuesta, en ambos lados obtenemos la solución para el vector de los estimadores de nuestro modelo 15/:

$$\hat{A} = (X^T X)^{-1} X^T Y \qquad (2.24)$$

Mencionaremos ahora algunas propiedades de los estimadores de los mínimos cuadrados. Para la demostración se puede -- consultar en cualquier texto de regresión múltiple, en particular puede verse la obra de Hoel -Port-Stone. 16/

Prop. 1) Cualquier solución de las ecuaciones de los mínimos cuadrados minimiza a:

$$(Y-XA)^T \quad (Y-XA)$$

Prop. 2) El estimador dado por la relación (2.24) es un estimador insesgado a A.

Porp. 3) Si $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ son variables aleatorias no

---

15/ HOEL, PAUL G, SIDNEY C. PORT, CHARLES I. STONE. Introduction To Statistical Theory. Boston, Edit Hougtton Niffling, Company, 1971.

16/ Ibiden.

correlacionadas y poseen una varianza comun σ^2. La matriz de covarianza del estimador $\hat{A}$ esta dada por la formula:

$$E(\hat{A}-A)\ (\hat{A}-A)^T = \sigma^2\ (X^TX)^{-1}$$

2.3.2. Aplicación del Método a Polinomios.

El ajuste de funciones polinomiales, es un caso particular de la regresión múltiple usandose para ello la transformación siguiente:

$$X_{ij} = X_i^{j-1}$$

Con lo que el modelo:

$$y_i = b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \cdots + b_K X_{iK}$$

Se transforma en:

$$y_i = b_1 + b_2 X_i^1 + b_3 X_i^2 + \cdots + b_K X_i^{K-1}$$

Y cuya solución para los coeficientes b_j, esta dada por: 17/

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_K \end{bmatrix} = (X^TX)^{-1} X^T Y \qquad (2.25)$$

17/ Ibidem.

2.4. PRECISION DE AJUSTE.

Existen varios modelos de ajuste para un conjunto de datos.

Una forma de determinar el modelo más apropiado es por medio del cálculo del coeficiente de determinación y el análisis de residuales.

2.4.1. Coeficiente de Determinación.

Consideremos la variable observada en términos de modelo lineal ajustado:

$$y_i = (\hat{a} + \hat{b}x_i) + (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)$$

$$\begin{pmatrix} \text{Variable} \\ \text{Observada} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Término} \\ \text{explicado por} \\ \text{la relación} \\ \text{lineal.} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Residual o} \\ \text{desviación de} \\ \text{la relación} \\ \text{lineal.} \end{pmatrix}$$

En una situación ideal donde todos los puntos caen exactamente en una línea, los residuales son todos cero y por lo tanto los valores de y son explicados completamente por la dependencia lineal con X .

Como una medida de la discrepacia o variación de linearidad se considera como un buen indicador a la suma de los cuadrados de los residuos, esto es:

$$SSE = \sum \varepsilon_i^2 = \sum (y_i - \hat{a} - \hat{b} x_i)^2$$

Substituyendo el valor de $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ tenemos:

$$SSE = \sum ((y_i - \bar{y}) - \hat{b}(x_i - \bar{x}))^2$$

Así que:

$$SSE = \sum (y_i - \bar{y})^2 - 2\hat{b} \sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) + \hat{b}^2 \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Utilizando las relaciones de (2.9) a (2.12) obtenemos:

$$SSE = S_y^2 - 2\hat{b} S_{xy} + \hat{b}^2 S_x^2$$

Empleando el valor de $\hat{b} = \dfrac{S_{xy}}{S_x^2}$ tenemos:

$$SSE = S_y^2 - \frac{S_{xy}^2}{S_x^2} = S_y^2 - \hat{b}^2 S_x^2$$

Esto es:

$$SSE = S_y^2 - \hat{b}^2 S_x^2 \qquad (2.26)$$

Por otra parte, la variabilidad total para y es $S_y^2 = (y_i - \bar{Y})^2$ y por la relación (2.26) obtenemos:

$$s_y^2 \quad = \quad b^2\, s_x^2 \quad + \quad SSE$$

$$\begin{pmatrix}\text{Variabilidad}\\ \text{total de y}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{SC explicada}\\ \text{por la relación}\\ \text{lineal.}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{SC de resi-}\\ \text{duales.}\end{pmatrix}$$

El primer término del lado derecho de esta ecuación es llamado la suma de cuadrados (SC) debido a la regresión lineal y en segundo término esta SC de residuales. Si el modelo - de línea recta es considerado para proporcionar un buen -- ajuste para los datos, entonces la SC debido a la regresión lineal es una parte principal de s_y^2 y deja una pequeña parte para SSE. Que en el caso ideal, en el que todos los puntos observados coinciden en el modelo propuesto, SSE es cero, por lo tanto, s_y^2 puede ser explicado en función de X .

Como un indicador del modelo que mejor se ajusta a las ob-- servaciones, se define la proporción r^2 por: 18/

$$r^2 = \frac{\hat{b}^2 s_x^2}{s_y^2} \qquad (2.27)$$

Utilizando las relaciones (2.9) a (2.12) tenemos que:

$$r^2 = \frac{s_{xy}^2}{s_x^2 s_y^2} \qquad (2.28)$$

Substituyendo el valor de la relación (2.26) en (2.27) tenemos otra forma de expresión para r^2, que además es la - usada en el progra "AJUSTE".

18/ BHATTACHARYYA, G.K. Y R.A. JOHNSON. Statistical... Opus Cit. p. 373

$$r^2 = \frac{S_y^2 - SSE}{S_y^2} \qquad (2.29)$$

$$r^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2 - \sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \qquad (2.30)$$

SSE = 0 sucede cuando todos los puntos observados coinciden con el modelo propuesto, entonces el valor máximo para r^2 es 1, y no habrá disyuntiva en la selección del modelo, ya que si el coeficiente es uno, tendrémos el mejor modelo para nuestros datos. En cambio cuando SSE es una cantidad demasiado grande, el valor de r^2 es una cantidad muy pequeña y algunas veces inclusive adquiere valor negativo, en esta situación se tiene un modelo no propio para nuestros datos, el programa "AJUSTE" en estos casos da un valor de r^2 igual a cero. El indicador r^2 es conocido como coeficiente de determinación.

Aplicando la raíz cuadrada a la ecuación (2.26), tenemos -- $r = S_{xy}/S_x S_y$ llamado coeficiente de correlación de la - - muestra entre los valores observados x y y .

2.4.2 Análisis de Residuales.

Otra manera de verificar si el modelo es el apropiado para un conjunto de datos es por medio del examen de los residuales, parte muy importante en un análisis de regresión, por que ayuda a detectar inconsistencia entre los datos y el -modelo postulado.

Ya que al considerar el modelo estadístico $y_i = \mu_{y|x} + \varepsilon_i$;- el comportamiento de ε_i , bajo un número n repetitivo de observaciones debe cumplir con las siguientes propiedades-- (se mencionan en el capítulo I. apartado 2.1):

i) Variable aleatoria

ii) Distribución normal con media cero y varianza desconocida.

iii) Independencia.

El análisis de residuales es usualmente llevado a cabo de -dos maneras: gráfica o analiticamente. Nos referimos sólo al primero.

Para comprobar la normalidad de los errores o residuales -(ε_i = valor observado menos valor estimado) se obtiene un histograma de estos con intervalos de clase apropiados. - -Histograma que debe aproximarse a una normal, si es que el modelo es el correcto.

La gráfica, valores estimados contra los residuales nos ayuda a verificar la varianza constante, si los residuales aparecen en una banda alrededor de los valores estimados como puede observarse en la Fig. 2. No existe evidencia de que el modelo no sea el apropiado. Caso contrario se contradi ce la suposición y podemos rechazar el modelo en cuestión.

Fig. 2 Gráfica de residuales vs. Valores estimados.

Por último para verificar la independencia, se grafica los errores o residuales con respecto al orden de ocurrencia.- En esta gráfica debe observarse aleatoriedad ya que de mos trar cierto patrón de comportamiento, se estará violando - la suposición de independencia. Véase como en la Fig. 3, los residuales se incrementan, luego decrecen y vuelven a incrementarse.

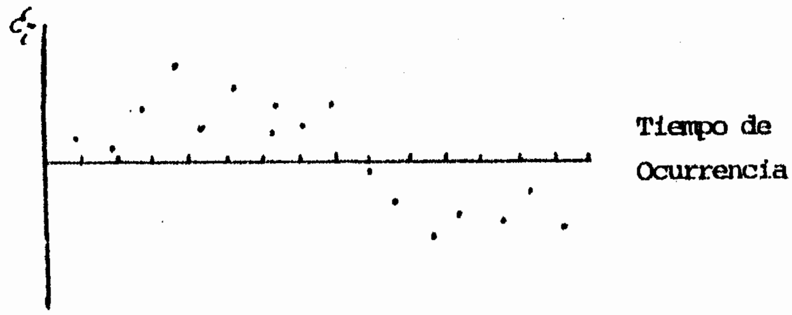


Fig. 3 Gráfica de residuales vs. Tiempo de ocurrencia.

Para mayor referencia de esto, puede consultarse las obras de Bhattacharyya-Johnson 19/ ó la de Draper y Smith. 20/

19/ BHATTACHARYYA, G.K. Y R.A. JOHNSON. Statistical... Opus Cit. p. 372-375.

20/ DRAPER N. Y SMITH H., Applied Regresión Analysis, Edit. John Wiley, 1966.

III PROGRAMA "AJUSTE"

En esta tercera parte de la tesis se describe el desarro - llo y aplicación del programa "AJUSTE". La descripción general del programa se da en primer término, posteriormente se detalla la información referente a la parte o bloque común* del programa, describiendo a continuación las opcio - nes que presenta para el usuario (TRASC, POLIN Y AMBAS).

Con el propósito de proporcionar la información detallada para el usuario se presenta, la lista de variables, los - diagramas de flujo y finalmente se incluyen tres ejemplos y tres aplicaciones, que demuestran que el programa funciona.

3.1 DESCRIPCION GENERAL

La principal característica del programa "AJUSTE" es su diseño conversacional; ésto es, el usuario puede ejecutar el programa en forma interactiva por medio de un teletipo - - (TTY), o pantalla (CRT), que conectados a la computadora - se establece la comunicación entre usuario y programa vía INTERCOM.**

---

* Bloque.- Conjunto de proposiciones en BASIC, que defi - nen una tarea en el programa.

** INTERCOM.- Un lenguaje interactivo propio de las computadoras CYBER.

El programa "AJUSTE" tiene como objetivo ajustar un conjunto de puntos (x_i, y_i) del plano a una curva, por el método de mínimos cuadrados. Para tal propósito se consideran los modelos representados por las funciones siguientes:

MODELO	FUNCION
1) Línea Recta	$Y = a + bx$
2) Potencia	$Y = ax^b$
3) 2 Tipos de Hipérbola	$\begin{cases} Y = \dfrac{1}{a + \dfrac{b}{1+x}} \\ Y = a + \dfrac{b}{x} \end{cases}$
4) 2 Tipos de Exponencial	$\begin{cases} Y = ae^{bx} \\ Y = a + be^{x} \end{cases}$
5) Logarítmica	$Y = a + b\mathrm{Ln}\ (x)$
6) Polinomios	$Y = \sum_{j=1}^{K} b_j X_i^{j-1}$

Para llevar a cabo el programa se seleccionó el Lenguaje de Programación BASIC, Versión 3.1. de CDC instalado en una computadora CYBER por su gran versatibilidad para resolver problemas de esta naturaleza.

El programa "AJUSTE" ofrece tres opciones al usuario para determinar el modelo apropiado para sus datos. La primera opción denominada "TRASC", propone el ajuste a funciones - trascendentes. La segunda opción, identificada como - - - "POLIN", considera el ajuste a polinomios hasta el grado - 25. La tercera opción con el nombre de "AMBAS", se refiere a la combinación de las dos opciones anteriores. Antes de describir más ampliamente las opciones, se detallará la parte general del programa, es decir el bloque común para las opciones consideradas, así como los datos y resultados correspondientes.

3.2 BLOQUE COMUN PARA LAS TRES OPCIONES.

La función del bloque común es leer e imprimir conjunto de datos para ajuste: (x_1, y_1), (x_2, y_2); ......, (x_n, y_n). - En seguida se verifica si todos los datos fueron correctos, posteriormente se lleva a cabo el cálculo de los estadísticos: media de X y Y; desviación standard de X y Y; coeficiente de variación para X y Y y por último se calcula el coeficiente de correlación de Pearson. El paso siguiente-- el el acceso a la opción TRASC, POLIN o AMBAS.

3.2.1. Datos.

La lectura de datos en el bloque común se utiliza en las -

tres opciones que ofrece "AJUSTE" y son:

a) El número N de puntos (x_i , y_i), que debe estar en el rango $3 \leq N \leq 200$

b) El número P de puntos x_k para predicción que cumpla con $N+P \leq 200$

c) P valores de x_k para predicción

d) Cadenas "SI" o "NO" con objeto de responder a la conversación establecida entre computadora y usuario.

e) Nuevos valores (x_i , y_i), para reemplazar errores.

f) Nombre de la opción deseada a saber "TRASC", - - "POLIN" o "AMBAS".

3.2.2. Resultado que Proporciona.

Los resultados que se obtienen en el bloque común son los mismos para las tres opciones:

1) Estadísticos para x y y

Media de x_i - - - - - - - - - - - - $\bar{x} = \frac{1}{n} \Sigma x_i$

Media de y_i - - - - - - - - - - - - $\bar{y} = \frac{1}{n} \Sigma y_i$

Desviación standard x_i - - - - - - $s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2)}$

Desviación standard y_i - - - - - - $s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\Sigma y_i^2 - n\bar{y}^2)}$

Coeficiente de variación
para x_i - - - - - - - - - - $CV_x = \frac{S_x}{\bar{X}}$

Coeficiente de variación
para y_i - - - - - - - - - - $CV_y = \frac{S_y}{\bar{Y}}$

Coeficiente de correla -
ción de Pearson - - - - - - - - R = $\frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n}\sum x_i y_i}{S_x S_y}$

Una vez detallado el bloque común pasaremos a describir las tres opciones.

3.3 OPCION "TRASC".

La opción TRASC tiene como objetivo el ajuste de parejas de datos (x_1 , y_1), (x_2, y_2),......, (x_n , y_n), a siete fun - ciones trascendentes.

Una vez leida la opción, esta parte del programa se encarga de leer el número P puntos para predicción, analizar los da tos (x_i , y_i), para determinar la posibilidad del cálculo - de los estimadores de los parámetros a y b de las funciones correspondientes. Así que, si alguna $y_i \leq 0$ no se podrá- ajustar las siguientes funciones:

$$Y = a\ x^{b}$$

$$Y = a\ e^{bx}$$

Si alguna $x_i \lesssim 0$ no se podrá realizar el ajuste para las - funciones:

$$Y = a\ x^{b}$$

$$Y = a + b\mathrm{Ln}(x)$$

Si alguna $x_i = 0$ no se podrá determinar el ajuste al modelo de función hipérbolica:

$$Y = a + \frac{b}{x}$$

Igualmente para χ=-1 no se pdorá obtener el ajuste para

$$Y = \frac{1}{a + \frac{b}{1 + x}}$$

El siguiente paso es el cálculo de los estimadores $(\hat{a}, \hat{b})$, de cada una de las ecuaciones trascendentes y su coeficiente de determinación. Por último, se calcula la tabla de - residuales para la función solicitada con lo siguiente, suma de los cuadrados de residuos, el cálculo del error - - standard de los mismos y su desviación standard.

3.3.1. Datos Opción "TRASC".

Especificamente el dato que esta opción requiere es:

Dígito que selecciona a una función trascendente para mostrar su tabla de residuales.

3.3.2. Resultados Opción "TRASC".

Para la opción "TRASC" se obtendrán para cada una de las funciones los siguientes resultados:

a) Tipo de función

b) El coeficiente de determinación (r^2), (que en la medida que se aproxime a uno nos indicará una relación funcional aceptable).

$$r^2 = \frac{\sum(y_i-\bar{y})^2 - \sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$

Donde $\hat{y}_i$ valor estimado de y_i.

c) Coeficientes a, b.

d) A petición del usuario, el programa imprimirá una tabla de residuales para la función que el mismo desee y que contendrá:

i) Número de observación.

ii) Valores de los x_i seguidos por los valores para predicción, si es que los hay.

iii) Valores observados de Y

iv) Valores calculados de $\hat{Y}$, seguidos por los valores pronosticados, si es que se pidieron.

v) Valores de los residuales (ε_i = valor observado menos valor estimado).

Al pie de esta tabla se imprimirá la suma de los cuadrados de los residuos (SSE), después el error standard del estimador B, dado por:

$$E.S.\ (B) = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2/(n-2)}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

Y la desviación standard de los residuos:

$$D.S\ (res) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum \varepsilon_i^2 - n\bar{\varepsilon}^2\right)}$$

Si no es posible realizar el ajuste de alguna de las curvas especificadas, aparecerá impreso el aviso "NO FACTIBLE". Este mensaje es consecuencia de algún valor indefinido al aplicar la transformación para linearizar la función.

3.4 OPCION POLIN.

La opción "POLIN" realiza el ajuste a polinomios hasta de grado 25. La obtención de estimadores para el ajuste de polinomios por el método de mínimos cuadrados se auxilia del álgebra matricial. Aprovechando la facilidad que el lenguaje de programación BASIC ofrece por medio de funciones preestablecidas para el manejo de matrices.

La tarea de esta opción dentro del programa, una vez definida el área en disco para almacenar las matrices y leer valores de predicción, es verificar que el grado solicitado para el polinomio sea menor o igual a 25; caso contrario sólo se ajustará a este último. Después se calcula el vector de estimadores: $B = (b_1, b_2, b_3, \ldots, b_k)$

Donde K grado del polinomio.

Finalmente, se calcula el coeficiente de determinación y se pregunta si se desea hacer ajuste a otro polinomio. La respuesta afirmativa inicia proceso que corresponde a opción "POLIN". De otra manera se imprime resultados según el dígito tecleado de la tabla siguiente:

0) Ninguna opción
1) Coeficientes solamente
2) Resumen completo
3) Coeficientes y predicción

El Vector de Coeficientes $B = (b_1, b_2, \ldots, b_k)$ equivalen a los estimadores del modelo de regresión.

En seguida se calcula los valores de predicción y residuales así como la suma de cuadrados de los residuos (SSE) y su desviación standard.

Al terminar la ejecución de una opción sí hay otro conjunto de datos para ajuste, continua el proceso para la opción requerida. Caso contrario se obtiene el mensaje: "FIN DE PROGRAMA".

3.4.1 Datos Opción "POLIN".

Para la opción "POLIN", se determina los siguientes datos:

1) Número de puntos para predicción

2) Dígito que identifica el grado de polinomio que desea.

3) Dígito que selecciona el tipo de resultados según tabla para resultados.

4) "SI" o "NO", responde a la pregunta ¿Desea ajustar otro polinomio? (Refiriéndose al mismo conjunto de datos). Para la respuesta SI, se repite la secuencia de datos a partir de 2.

3.4.2. Resultados Opción "POLIN"

Para la opción "POLIN", se obtendrán los siguientes resultados:

1) Mensaje:

"PARA ESTA SEGUNDA PARTE DEL PROGRAMA, SELECCIONE Y TECLEE:

1) COEFICIENTES SOLAMENTE

2) RESUMEN COMPLETO

3) COEFICIENTES Y PREDICCION

0) NINGUNA OPCION

2) Impresión del número P de puntos para predicción.

3) Grado del polinomio ajustado y su coeficiente de determinación.

4) Según el dígito seleccionado para resultados se tendrá: coeficientes solamente, resumen completo, coeficientes y predicción o ninguna opción.

3.5 OPCION AMBAS

La opción AMBAS engloba a las opciones TRASC y POLIN: o sea que ajusta los datos, tanto a funciones trascendentes como a polinomios.

3.6 LISTA DE VARIABLES.

Se da la lista de variables usadas en el programa y su significado, con el propósito de dar al usuario la facilidad para adentrarse al programa para fines de modificarlo o simplemente de comprenderlo a detalle.

DATOS DE ENTRADA.

VARIABLE		SIGNIFICADO
1) A	-	Indicador de lectura de datos para predicción.
2) N	-	Número de puntos para el ajuste.
3) X	-	Arreglo para almacenar los valores observados así como también los de predicción.
4) Y	-	Arreglo para almacenar los Y_i.
5) Ø$	-	Opción deseada TRASC, POLIN o AMBAS.
6) P	-	Número de puntos para predicción.
7) G1	-	Grado del polinomio deseado.

Variables definidas en el interior del programa sin cambiar su valor durante toda la ejecución.

VARIABLE		SIGNIFICADO
8)	T1	- Arreglo para almacenar las expresiones matemáticas de cada función.
9)	L$	- Contiene la bandera "NO FACTIBLE".
10)	C$	- Arreglo que guarda la bandera L$ dependiendo si hay o no ajuste para cada función.
11)	R	- Almacena el valor de $\sum (y_i - \bar{y})^2$
12)	M1	- Almacena el valor de $\bar{X}$
13)	M2	- Almacena el valor de $\bar{Y}$
14)	M3	- Almacena el valor de $\sum X_i$.
15)	M4	- Almacena el valor de $\sum Y_i$
16)	M5	- Almacena el valor de $\sum X_i Y_i$
17)	S1	- Almacena el valor de S_x
18)	S2	- Almacena el valor de S_y
19)	S3	- Almacena el valor de $\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
20)	S4	- Almacena el valor de $\sum x_i^2$
21)	S5	- Almacena el valor de $\sum y_i^2$
22)	S6	- Almacena el valor de $\sum (x_i - \bar{x})^2$

VARIABLE	SIGNIFICADO
23) V1	- Almacena el valor del coeficiente de variación (CV_x)
24 V2	- Almacena el valor de coeficiente de- variación (CV_y)
25) Y1	- Arreglo que guarda los valores Y_i en una matriz.

Variables definidas en el interior cambiando su valor du - rante la ejecución.

26) T	- Arreglo para almacenar las transfor- maciones de las variables X, Y que - se requieren en ambas partes del pro grama.
27) R$	- Para introducir el dato "SI" o "NO".
28) I9	- Número de función para la que se de- sea tabla de residuos.
29) Z1-Z7	- Almacenar las sumas que son requeri - das para evaluar las expresiones de - las ecuaciones normales.
30) X9	- Error standard del coeficiente B.
31) A1	- Auxiliar.

VARIABLE	SIGNIFICADO
32) B1	- Auxiliar
33) M	- Matriz redimensionada para almacenar el arreglo T hasta la columna $K \lesssim 26$.
34) M6	- Almacena a la matriz transpuesta (M^t).
35) M7	- Almacena el producto de la matriz de observaciones por la matriz Transpuesta.
36) M8	- Almacena a ($M7^{-1}$).
37) M9	- Almacena a M6*Y1
38) X2	- Almacena a M8*M9, es el vector solución del estimador $\hat{B}$
39) R1	- Para opción deseada de tabla de residuos.

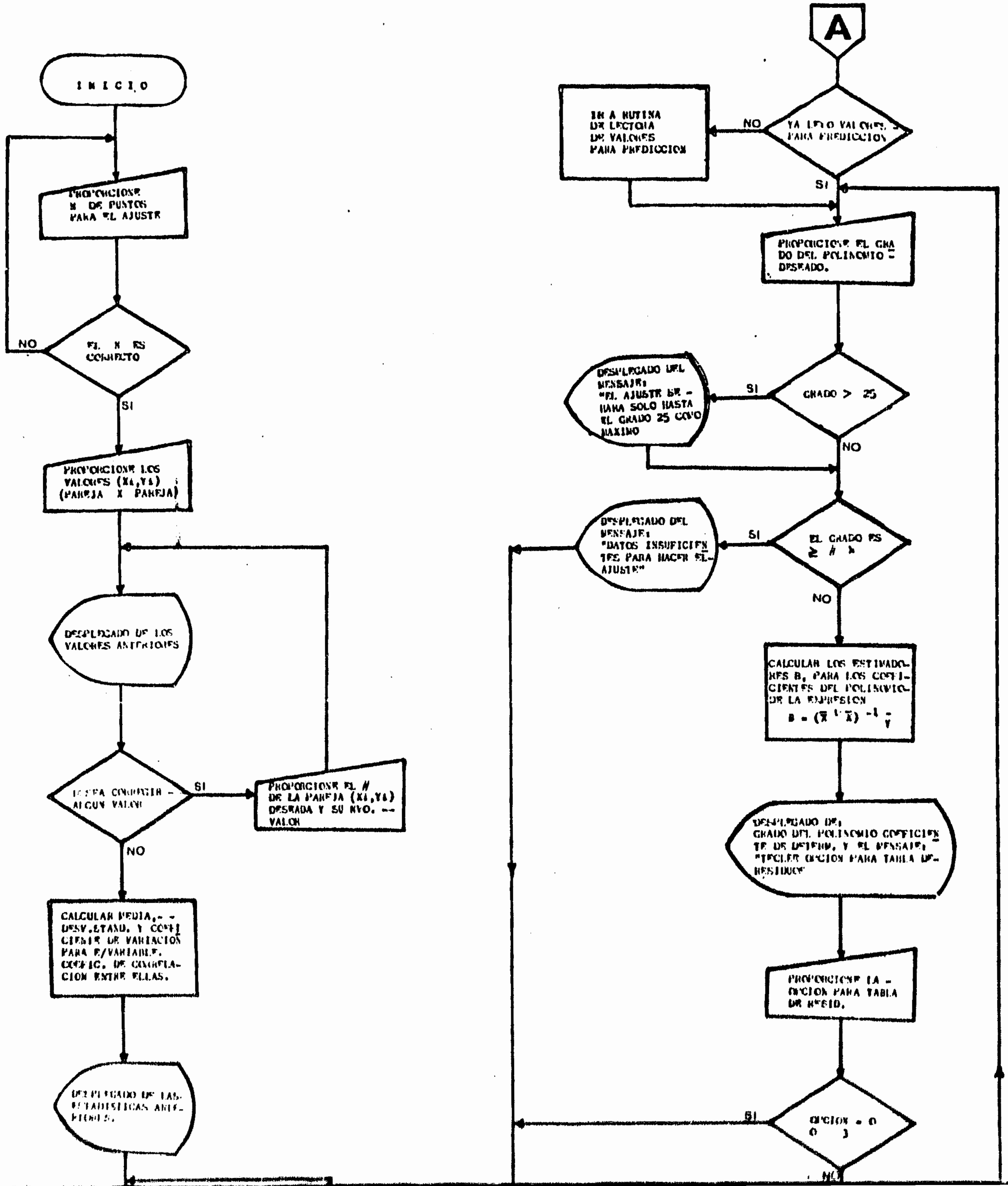
DATOS DE SALIDA.

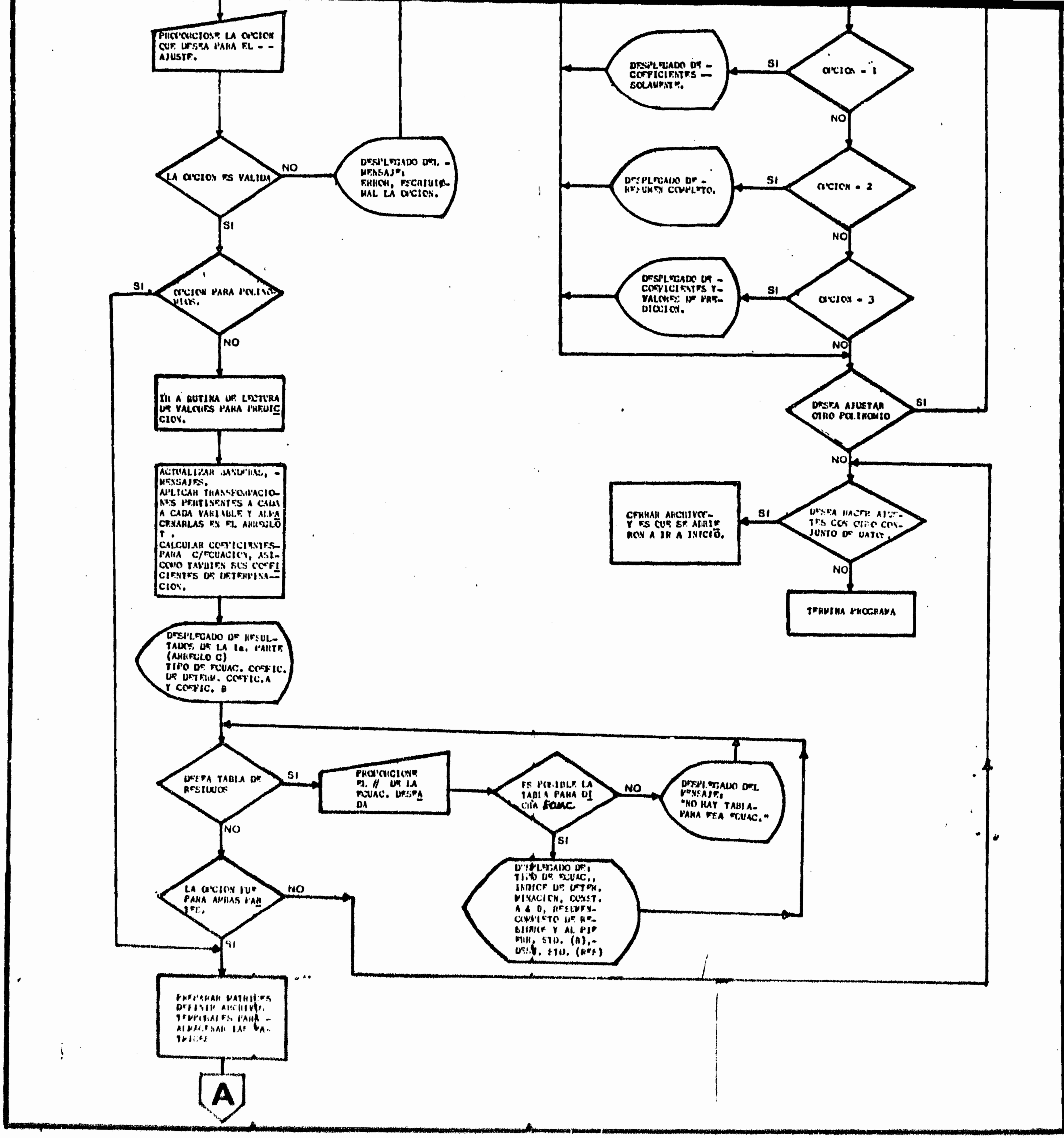
VARIABLE		SIGNIFICADO
M1	-	$\overline{X}$
M2	-	$\overline{Y}$
S1	-	Sx
S2	-	Sy
V1	-	$Sx/\overline{X}$
V2	-	$Sy/\overline{Y}$
C1	-	Coeficiente de correlación de Pearson (R)
C	-	Arreglo para almacenar los resultados de la 1ra. parte del programa.
X9	-	Error standard de b.
A1	-	Desviación standard de los residuos.
X2	-	Coeficientes para polinomios.
C2	-	Coeficientes de determinación para polinomios.
Y9	-	Valores estimados de Y.
D9	-	Valores de los residuos.

3.7 DIAGRAMA DE FLUJO.

El Diagrama de Flujo describe la secuencia gráfica del programa en forma detallada. Se incluye con el propósito de facilitar cambios deseables para el usuario.

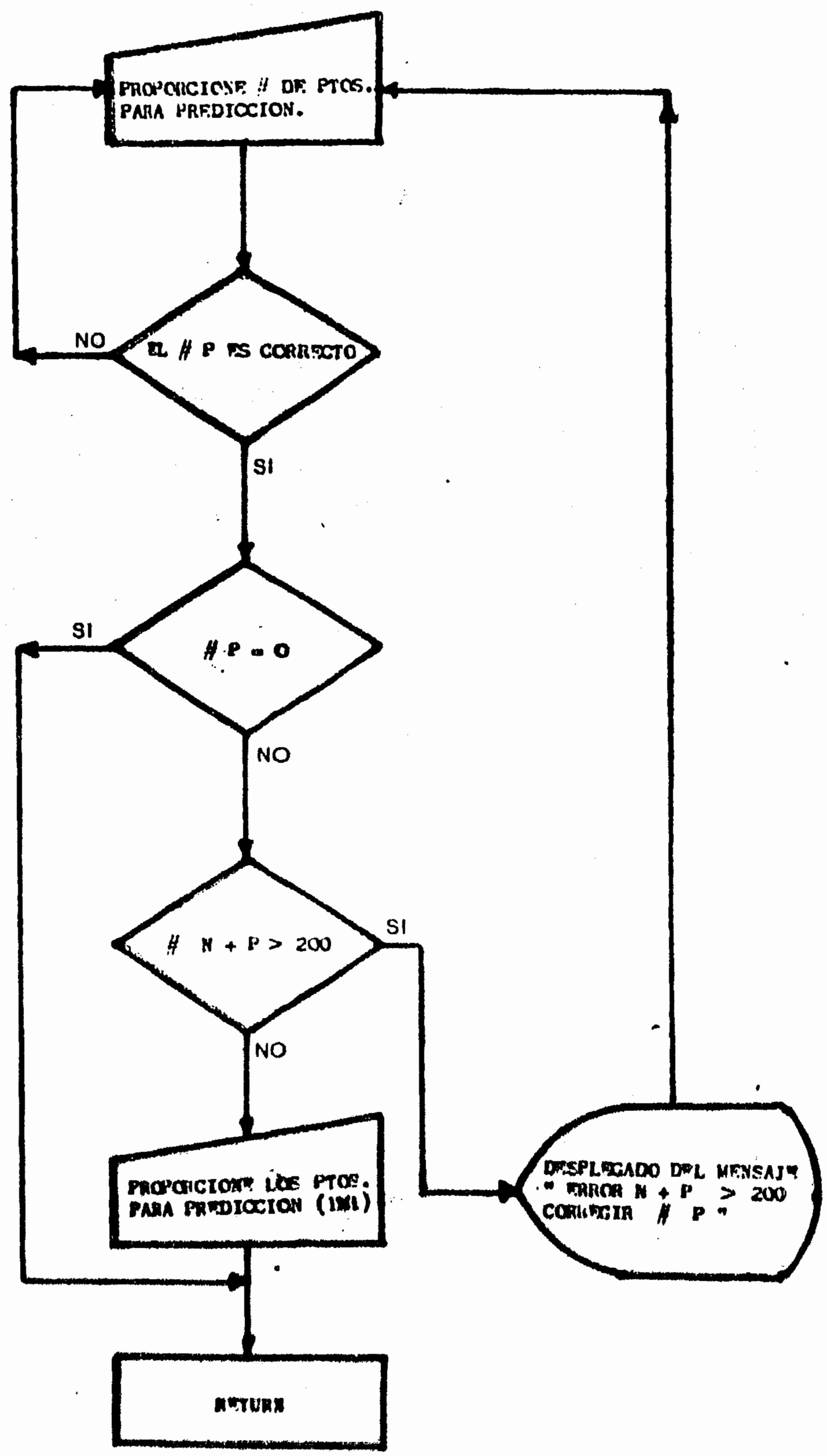
DIAGRAMA DE FLUJO DE PROGRAMA "AJUSTE"





PROPORCIONE LA OPCION QUE DESEA PARA EL AJUSTE.
LA OPCION ES VALIDA
NO
DESPLEGADO DEL MENSAJE: ERROR, ESCRIBIO MAL LA OPCION.
SI
OPCION PARA POLINOMIOS.
SI
NO
IR A RUTINA DE LECTURA DE VALORES PARA PREDICCION.
ACTUALIZAR BANDERAS, MENSAJES.
APLICAR TRANSFORMACIONES PERTINENTES A CADA A CADA VARIABLE Y ALMACENARLAS EN EL ARREGLO T.
CALCULAR COEFICIENTES PARA C/ECUACION, ASI COMO TAMBIEN SUS COEFICIENTES DE DETERMINACION.
DESPLEGADO DE RESULTADOS DE LA 1a. PARTE (ARREGLO C) TIPO DE ECUAC. COEFIC. DE DETERM. COEFIC. A Y COEFIC. B
DESEA TABLA DE RESIDUOS
SI
PROPORCIONE EL # DE LA ECUAC. DESEADA
ES POSIBLE LA TABLA PARA DICHA ECUAC.
NO
DESPLEGADO DEL MENSAJE: "NO HAY TABLA PARA ESA ECUAC."
SI
NO
LA OPCION FUE PARA AMBAS PARTES.
NO
SI
PREPARAR MATRICES DEFINIR ARCHIVOS TEMPORALES PARA ALMACENAR LAS MATRICES
A
DESPLEGADO DE COEFICIENTES SOLAMENTE.
SI
OPCION = 1
NO
DESPLEGADO DE RESUMEN COMPLETO.
SI
OPCION = 2
NO
DESPLEGADO DE COEFICIENTES Y VALORES DE PREDICCION.
SI
OPCION = 3
NO
DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO
SI
NO
CERRAR ARCHIVOS Y ES QUE SE ABRIERON A IR A INICIO.
SI
DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS.
NO
TERMINA PROGRAMA

RUTINA DE LECTURA DE VALORES PARA PREDICCION



3.8 LISTADO DEL PROGRAMA.

```
  20 REM      PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR EL METODO DE MINIMOS
  40 REM      CUADRADOS A UN CONJUNTO DE PUNTOS (XI,YI) DEL PLANO.
  60 REM      LAS CURVAS QUE PUEDE AJUSTAR ESTE PROGRAMA EN SU PRIMERA
  80 REM      PARTE SON DEL TIPO :
 100 REM      1)  RECTA      ------   Y=A+B*X
 120 REM      2)  POTENCIA   ------   Y=A*(X**B)
 140 REM      3)  HIPERBOLA  ------   Y=1/( A+B/(1+X) )
 160 REM      4)  EXPONENTE  ------   Y=A*EXP(B*X)
 180 REM      5)  EXPONENTE  ------   Y=A+B*EXP(X)
 200 REM      6)  LOGARITMO  ------   Y=A+B*LN(X)
 220 REM      7)  HIPERBOLA  ------   Y= A+B/X
 240 REM      EN SU SEGUNDA PARTE, EL PROGRAMA HACE AJUSTE DE POLINOMI-
 260 REM      OS A PARTIR DEL GRADO 1 HASTA EL 25 , QUEDANDO ENTENDIDO
 280 REM      QUE EL AJUSTE SE DETIENE SI EL GRADO DEL POLINOMIO REQUE-
 300 REM      RIDO LLEGA A SER IGUAL AL NUMERO DE PUNTOS DADOS.
 320 REM      LOS DATOS REQUERIDOS POR EL PROGRAMA SON :
 340 REM      N = NUMERO DE PUNTOS PARA EL AJUSTE.
 360 REM      (XI,YI) = I-ESIMA OBSERVACION PARA EL AJUSTE.
 380 REM      C$ = OPCION QUE EL USUARIO DESEA Y QUE SERAN  3:
 400 REM        1)  OB=TRASC    :     2) C$=POLIN    : Y   3) C$=AMBAS.
 420 REM      P = NUMERO DE VALORES DE X PARA PREDECIR  Y.
 440 REM      PJ= J-ESIMO VALOR DE X PARA PREDECIR  Y.
 460 REM
 480 REM      ** RESTRICCION **        N + P   < =  200
 500 REM
 520 PRINT
 550 PRINT
 570 PRINT
 600 PRINT "  ************************************************************"
 610 PRINT "  ****                                                   *****"
 620 PRINT "  ****   PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR             *****"
 640 PRINT "  ****   EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS             *****"
 650 PRINT "  ****                                                   *****"
 655 PRINT "  ************************************************************"
 660 LET A=0
 680 PRINT
 700 PRINT " PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE : "
 720 INPUT N
 740 PRINT "    N= ";N;" EL NUM. ES CORRECTO ?, (TECLEE  SI  O  NO )"
 760 INPUT R$
 780 IF R$ = "NO" THEN 700
 800 DIM X(200),Y(200),T(200,26),C(7,3),C$(7),T1$(7)
 820 PRINT "                                                     "
 840 PRINT " PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO. "
 860 FOR I=1 TO N
 880    INPUT X(I),Y(I)
 900 NEXT I
 920 PRINT "     -I-              -XI-                      -YI-  "
 940 :    ###    ###########.####    ##########.####
 960 PRINT "                                                     "
 980 FOR I=1 TO N
1000    PRINT USING 940,I,X(I),Y(I)
1020 NEXT I
1040 PRINT
1060 PRINT " ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR ?, (TECLEE  SI  O  NO )"
1080 INPUT R$
1100 IF R$ = "NO" THEN 1200
```

```
1120 PRINT "     TECLEE EL NUMERO Y EL NUEVO VALOR DE DICHA PAREJA "
1140 INPUT I,X(I),Y(I)
1160 GOTO 920
1180 REM ****                     CALCULO DE LAS MEDIAS          *****
1200 LET M1=M2=M5=S1=S2=S3=S6=R=0.0
1220 FOR I=1 TO N
1240   M1=M1+X(I)
1260   M2=M2+Y(I)
1280 NEXT I
1300 M3=M1
1320 M4=M2
1340 M1=M1/N
1360 M2=M2/N
1380 REM ****                     CALCULO  DE LAS  DESV. STAND. *****
1400 FOR I=1 TO N
1420   S1=S1+X(I)*X(I)
1440   S2=S2+Y(I)*Y(I)
1460   S3=S3+(X(I)-M1)*(Y(I)-M2)
1480   R=R+(Y(I)-M2)*(Y(I)-M2)
1500   S6=S6+(X(I)-M1)*(X(I)-M1)
1520   M5=M5+X(I)*Y(I)
1540 NEXT I
1560 S4=S1
1580 S5=S2
1600 S1=S1-N*(M1*M1)
1620 S2=S2-N*(M2*M2)
1640 S1=S1/(N-1)
1660 S2=S2/(N-1)
1680 S1=SQR(S1)
1700 S2=SQR(S2)
1720 REM ****                     CALCULO DE LOS COEF. DE VARIAC. ****
1725 IF M1=0 THEN 1750
1740 V1=S1/M1
1750 IF M2=0 THEN 1780
1760 V2=S2/M2
1780 C1=M5-M3*M4/N
1800 C2=(S4-M3*M3/N)*(S5-M4*M4/N)
1820 C1=C1/SQR(C2)
1840 REM ****          IMPRESION  DE LAS ESTADISTICAS ANTERIORES  ****
1860 PRINT
1880 PRINT
1900 PRINT " *** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***  "
1920 PRINT
1940 PRINT " VARIABLE            MEDIA        DESV. STAND.     COEF. DE VARIAC."
1950 IF V1><0 THEN 1960
1955 PRINT USING 2001,"X",M1,S1
1958 GOTO 1970
1960 PRINT USING 2000,"X",M1,S1,V1
1970 IF V2><0 THEN 1980
1975 PRINT USING 2001,"Y",M2,S2
1978 GOTO 2020
1980 PRINT USING 2000,"Y",M2,S2,V2
2000 '      #    ##########.####  ##########.####    ######.####
2001 '      #    ##########.####  ##########.####
2020 PRINT
2040 PRINT USING "    **** COEFIC. DE CORR. DE PEARSON = ##.####",C1
2060 PRINT
```

```
2080 REM ****              SE LEE LA OPCION                 ***
2100 PRINT " CUE OPCION DESEA : TRASC , POLIN  O  AMBAS+ "
2120 INPUT O$
2140 PRINT "      ** OPCION DESEADA  ";O$
2160 PRINT
2170 L1$="  OBS.            X                  Y OBS.             Y EST.      RESID."
2180 IF O$="POLIN" GOTO 7080
2200 IF O$<>"TRASC" AND O$<>"AMBAS" GOTO  19140
2220 GOSUB 9700
2240 LET A=1
2260 REM ****               PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA                *****
2280 REM ****            AJUSTE  DE CURVAS  TRASCENDENTES             *****
2300 REM ****        SIGNIFICADO DE LOS ARREGLOS USADOS EN ESTA PARTE  ***
2320 REM          EL ARREGLO  T  ES PARA ALMACENAR LOS VALORES DE
2340 REM          LAS TRANSFORMACIONES APLICADAS A CADA VARIABLE.
2360 REM          T1$(I) = TIPO DE FUNCION :  C(I,1) = COEF. DE DETERM.
2380 REM          C(I,2) = COEFICIENTE  A  :   C(I,3) = COEFICIENTE  B
2400 FOR I=1 TO 7
2420   READ T1$(I)
2440   LET C$(I)="                 "
2460 NEXT I
2480 RESTORE
2520 LET L$="(NO FACTIBLE)  "
2540 FOR I=1 TO N
2560   IF Y(I)<=0.0 THEN 2620
2580   T(I,1)=LOG(Y(I))
2600   GOTO 2640
2620   LET C$(2)=C$(4)=L$
2640   IF X(I)<=0.0 THEN 2700
2660   T(I,2)=LOG(X(I))
2680   GOTO 2720
2700   LET C$(2)=C$(6)=L$
2720   ON ERROR GOTO 2780
2740   T(I,3)=EXP(X(I))
2760   GOTO 2800
2780   LET C$(5)=L$
2800   IF X(I)=0.0 THEN 2860
2820   T(I,4)=1.0/X(I)
2840   GOTO 2870
2860   LET C$(7)=L$
2870   IF Y(I)=0.  THEN  2900
2880   T(I,5)= 1./Y(I)
2890   GOTO 2910
2900   LET C$(3)=L$
2910   IF X(I)= -1.  THEN  2930
2915   T(I,6)=1./(1.+X(I))
2920   GOTO 2935
2930   LET C$(3)=L$
2935 NEXT I
2938 REM
2940 REM ***                COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  1) ***
2950 REM ***
2960 LET C(1,2)=(M4*S4-M3*M5)/(N*S4-M3*M3)
2980 LET C(1,3)=(N*M5-M3*M4)/(N*S4-M3*M3)
3000 REM ***                COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  2) ***
3020 LET Z1=Z2=Z3=Z4=Z5=Z6=Z7=Z8=Z9=0.0
3040 REM **
```

```
3060 IF C$(2)=L$ THEN 3265
3080 FOR I=1 TO N
3100   Z1=Z1+T(I,1)
3120   Z2=Z2+T(I,2)
3140   Z3=Z3+T(I,1)*T(I,2)
3160   Z4=Z4+T(I,2)*T(I,2)
3180 NEXT I
3200 LET A1=(Z1*Z4-Z3*Z2)/(N*Z4-Z2*Z2)
3220 LET C(2,2)=EXP(A1)
3240 LET C(2,3)=(N*Z3-Z2*Z1)/(N*Z4-Z2*Z2)
3260 REM ***                    COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  3) ***
3265 IF C$(3) = L$  THEN 3340
3270 FOR I=1 TO N
3275   Z5=Z5+T(I,5)
3280   Z6=Z6+T(I,6)
3285   Z7=Z7+T(I,5)*T(I,6)
3290   Z8=Z8+T(I,6)*T(I,6)
3295 NEXT I
3300 LET C(3,2)=(Z5*Z8-Z6*Z7)/(N*Z8-Z6*Z6)
3310 LET C(3,3)=(N*Z7-Z6*Z5)/(N*Z8-Z6*Z6)
3315 REM **
3320 REM ***                    COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  4) ***
3330 REM **
3340 IF C$(4)=L$ THEN  3540
3360 FOR I=1 TO N
3380   Z9=Z9+Y(I)*T(I,1)
3400 NEXT I
3420 LET  A1=(Z1*S4-Z9*M3)/(N*S4-M3*M3)
3440 LET C(4,2)=EXP(A1)
3460 LET C(4,3)=(N*Z9-M3*Z1)/(N*S4-M3*M3)
3480 REM **
3500 REM ***                    COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  5) ***
3520 REM **
3540 IF C$(5)=L$ THEN 3720
3550 LET Z6=Z7=Z8=0.
3560 FOR I=1 TO N
3580   Z6=Z6+T(I,3)*T(I,3)
3600   Z7=Z7+ Y(I)*T(I,3)
3620   Z8=Z8+T(I,3)
3640 NEXT I
3660 LET C(5,2)=(M4*Z6-Z7*Z8)/(N*Z6-Z8*Z8)
3680 LET C(5,3)=(N*Z7-Z8*M4)/(N*Z6-Z8*Z8)
3700 REM ***                    COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  6) ***
3720 IF C$(6)=L$ THEN 3860
3730 LET Z2=Z4=Z9=0.
3740 FOR I=1 TO N
3750   Z2=Z2+T(I,2)
3755   Z4=Z4+T(I,2)*T(I,2)
3760   Z9=Z9+Y(I)*T(I,2)
3780 NEXT I
3800 LET C(6,2)=(M4*Z4-Z9*Z2)/(N*Z4-Z2*Z2)
3820 LET C(6,3)=(N*Z9-Z2*M4)/(N*Z4-Z2*Z2)
3840 REM ***                    COEFICIENTES  PARA LA FUNC. TIPO  7) ***
3860 LET Z1=Z2=Z3=0.0
3880 IF C$(7)=L$  THEN 4160
3900 FOR I=1 TO N
3920   Z1=Z1+Y(I)*T(I,4)
```

```
3940    Z2=Z2+T(I,4)
3960    Z3=Z3+T(I,4)*T(I,4)
3980 NEXT I
4000 LET C(7,2)=(M4*Z3-Z1*Z2)/(N*Z3-Z2*Z2)
4020 LET C(7,3)=(N*Z1-Z2*M4)/(N*Z3-Z2*Z2)
4040 REM ***     SE CALCULAN LOS COEFIC. DE DETERM. PARA C/FUNCION ****
4060 LET Z1=Z2=Z3=Z4=Z5=Z6=Z7=Z8=Z9=0.0
4080 FOR I=1 TO N
4100    A1=Y(I)-C(1,2)-C(1,3)*X(I)
4120    Z1=Z1+A1*A1
4140 NEXT I
4160 C(1,1)=(R-Z1)/R
4180 REM **
4200 IF C$(2)=L$ THEN 4385
4220 FOR I=1 TO N
4240 ON ERROR THEN 4380
4260    A1=Y(I)-C(2,2)*(X(I)**C(2,3))
4280    Z2=Z2+A1*A1
4300 NEXT I
4320 REM
4340 C(2,1)=(R-Z2)/R
4360 IF C(2,1) >= 0.0  THEN 4385
4380 LET C(2,1)=0.0
4385 IF C$(3)=L$  THEN 4570
4400 FOR I=1 TO N
4420 ON ERROR THEN 4560
4440 A1=Y(I)- 1.0/( C(3,2)+C(3,3)/(1.+X(I)) )
4460    Z3=Z3+A1*A1
4480 NEXT I
4500 REM
4520 C(3,1)=(R-Z3)/R
4540 IF C(3,1) >= 0.0  THEN 4570
4560 LET C(3,1)=0.0
4570 IF C$(4)=L$  THEN 4760
4580 FOR I=1 TO N
4600 ON ERROR THEN 4740
4620    A1=Y(I)-C(4,2)*EXP(C(4,3)*X(I))
4640    Z4=Z4+A1*A1
4660 NEXT I
4680 REM
4700 C(4,1)=(R-Z4)/R
4720 IF C(4,1) >= 0.0  THEN 4760
4740 LET C(4,1)=0.0
4760 IF C$(5)=L$ THEN 4960
4780 FOR I=1 TO N
4800 ON ERROR THEN 4940
4820    A1=Y(I)-C(5,2)-C(5,3)*EXP(X(I))
4840    Z5=Z5+A1*A1
4860 NEXT I
4880 REM
4900 C(5,1)=(R-Z5)/R
4920 IF C(5,1) >= 0.0  THEN 4960
4940 LET C(5,1)=0.0
4960 IF C$(6)=L$ THEN 5120
4980 FOR I=1 TO N
5000    A1=Y(I)-C(6,2)-C(6,3)*LOG(X(I))
5020    Z6=Z6+A1*A1
```

```
5040 NEXT I
5060 REM
5080 C(6,1)=(R-Z6)/R
5100 REM
5120 IF C$(7)=L$ THEN 5260
5140 FOR I=1 TO N
5160   A1=Y(I)-C(7,2)-C(7,3)/X(I)
5180   Z7=Z7+A1*A1
5200 NEXT I
5220 REM
5240 C(7,1)=(R-Z7)/R
5260 PRINT "                                              "
5280 PRINT "  *** RESULTADOS PARA ESTA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA ***"
5300 PRINT "  ***              FUNCIONES  TRASCENDENTES           ***"
5320 PRINT "                                                      "
5340 PRINT "  FUNCION TIPO           COEF. DET.      COEFIC. A       COEFIC. B"
5360 PRINT "                                         "
5380 :  ==================   ==.==== ===========.====== ===========.======
5400 FOR I=1 TO 7
5420 IF C$(I)=L$ THEN 5480
5440  PRINT USING 5380,T1$(I),C(I,1),C(I,2),C(I,3)
5460 GOTO 5500
5480  PRINT "  ";T1$(I);"    ";C$(I)
5500 NEXT I
5520 PRINT
5540 PRINT " **** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC."
5560 PRINT "    ** CASO CONTRARIO TECLEE  0 (CERO) "
5580 PRINT
5600 INPUT I9
5620 PRINT "        --------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA :  ";I9
5640 IF I9=0 THEN 7060
5660 IF I9>7 THEN 5700
5680 IF C$(I9) ><L$ THEN 5760
5700 PRINT
5720 PRINT "     ***   NO HAY TABLA PARA ESA FUNCION  ***"
5740 GOTO 5520
5760 PRINT "  FUNCION TIPO  ";T1$(I9);"  COEF. DE DETER.= ";C(I9,1)
5780 PRINT "  COEFICIENTE  A= ";C(I9,2);"    COEFICIENTE  B= ";C(I9,3)
5800 PRINT
5820 PRINT L1$
5840 PRINT
5860 LET X9=X7=0.0
5880 FOR I=1 TO N+P
5900 ON I9 GOTO 5920,5960,6060,6160,6220,6300,6400
5920 Y9=C(1,2)+C(1,3)*X(I)
5940 GOTO 6480
5960 ON ERROR THEN 6460
5980 Y9=C(2,2)*(X(I)**C(2,3))
6000 GOTO 6480
6020 REM
6040 REM
6060 ON ERROR THEN 6460
6080 Y9=1.0/(C(3,2)+C(3,3)/(1.+X(I)))
6100 GOTO 6480
6120 REM
6140 REM
6160 ON ERROR THEN 6460
```

```
6180 Y9=C(4,2)*EXP(C(4,3)*X(I))
6200 GOTO 6480
6220 ON ERROR THEN 6460
6240 REM
6260 Y9=C(5,2)+C(5,3)*EXP(X(I))
6280 GOTO 6480
6300 ON ERROR THEN 6460
6320 Y9=C(6,2)+C(6,3)*LOG(X(I))
6340 GOTO 6480
6360 REM
6380 REM
6400 ON ERROR THEN 6460
6420 Y9=C(7,2)+C(7,3)/X(I)
6440 GOTO 6480
6460 Y9=999999999999.9999
6480 IF I>N THEN 6600
6500 D9=Y(I)-Y9
6520 X7=X7+D9
6540 X9=X9+D9*D9
6560 PRINT USING 6640,I,X(I),Y(I),Y9,D9
6580 GOTO 6620
6600 PRINT USING 6660,I,X(I),Y9
6620 NEXT I
6640 : ### ############.#### ############.#### ############.#### #######.####
6660 : ### ############.####                   ############.####
6680 X7=X7/N
6700 X8=X9
6705 PRINT
6710 PRINT
6715 PRINT "    **** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = ";X9
6720 X9=X9/(N-2)
6740 X9=SQR(X9/S6)
6760 A1=(X8-N*X7*X7)/(N-1)
6780 A1=SQR(A1)
6800 PRINT
6820 PRINT USING "       ***** ERROR STANDART DE E = #######.#####",X9
6840 PRINT
6860 PRINT USING " *** DESV. STAND. DE LOS RESID. = #######.#####",A1
6880 PRINT
6900 PRINT
6920 PRINT "(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)"
6940 PRINT
6960 PRINT
6980 GOTO 5540
7000 REM     ****  SEGUNDA PARTE DEL PROGRAMA, ****
7020 REM     ****    AJUSTE  DE  POLINOMIOS      ****
7040 REM
7060 IF Q$<>"ANEAS" THEN 10200
7080 PRINT
7100 PRINT "     ** OBSERVACION  IMPORTANTE **"
7120 PRINT
7140 PRINT " PARA ESTA SEGUNDA PARTE DEL PROG.,"
7160 PRINT " SELECCIONE Y TECLEE : "
7180 PRINT
7200 PRINT "         1     PARA  COEFICIENTES  SOLAMENTE"
7220 PRINT "         2     PARA  RESUMEN  COMPLETO       "
7240 PRINT "         3     PARA  COEFIC. Y  PREDICCION   "
```

```
7260 PRINT ≠        0     NINGUNA  OPCION                   ≠
7270 PRINT
7280 DIM M(200,26),M6(26,200),Y1(200,1)
7300 DIM M7(26,26),M8(26,26),M9(26,1),X2(26,1)
7320 FILE ≡7=≠MAT7≠
7340 FILE ≡8=≠MAT8≠
7360 FILE ≡9=≠MAT9≠
7380 IF A>0  THEN  7420
7400 GOSUB 9760
7420 LET A=1
7430 LET K=0
7440 PRINT≠                                                  ≠
7460 PRINT ≠ DE EL  GRADO PARA EL  POLINOMIO QUE UD. DESEA ≠
7480 INPUT G1
7500 PRINT ≠                **** RESPUESTA ≠;G1
7520 PRINT
7540 IF G1>25  THEN 7580
7560 GOTO 7640
7580 PRINT ≠*AVISO, EL GRADO MAXIMO A AJUSTAR ES  25. POR LO QUE ≠
7600 PRINT ≠*EL AJUSTE SE HARA SOLO HASTA ESTE ULTIMO GRADO ≠
7620 PRINT
7630 LET G1=25
7640 IF G1 >= N  THEN 9720
7660 IF G1=K THEN 7840
7680 MAT T=ZER
7700 MAT Y1=Y
7720 FOR J=1 TO G1
7740   G=J-1
7760   FOR I=1 TO N
7780     LET T(I,J)=X(I)**G
7800   NEXT I
7820 NEXT J
7840 K=G1+1
7860 FOR L=1 TO N
7880     LET T(L,K)=X(L)**(K-1)
7900 NEXT L
7920 MAT M=T
7940 MAT M6=TRN(M)
7960 MAT M7=ZER(26,26)
7980 MAT M7=M6*M
8000 RESTORE ≡7
8020 FOR I=1 TO K
8040   FOR J=1 TO K
8060   WRITE ≡7,M7(I,J)
8080   NEXT J
8100 NEXT I
8120 RESTORE ≡7
8140 MAT READ ≡7,M7(K,K)
8160 MAT M8=ZER(26,26)
8180 RESTORE ≡8
8200 MAT WRITE ≡8,M8
8220 RESTORE ≡8
8240 MAT READ ≡8,M8(K,K)
8260 MAT M8=INV(M7)
8280 MAT M9=ZER(26,1)
8300 MAT M9=M6*Y1
8320 RESTORE ≡9
```

```
8340 MAT WRITE #9,M9
8360 RESTORE #9
8380 MAT READ #9,M9(K,1)
8400 RESTORE #9
8420 MAT X2=ZER(26,1)
8440 MAT WRITE #9,X2
8460 RESTORE #9
8480 MAT READ #9,X2(K,1)
8500 MAT X2=M6*M9
8510 S2=0.0
8520 FOR I=1 TO N
8540   Y9=0.0
8600   GOSUB 9640
8620   S2=S2+(Y(I)-Y9)*(Y(I)-Y9)
8640 NEXT I
8660 C2 =(R-S2)/R
8670 IF C2 >= 0.0  THEN 8680
8675 LET C2=0.0
8680 PRINT
8700 PRINT USING " POLINOMIO DE GRADO ## ,COEF. DE DETER.=##.####",K-1,C2
8720 PRINT
8740 PRINT "   TECLEE  OPCION  PARA  LA  TABLA       "
8760 INPUT R1
8780 IF R1=0  THEN 9500
8800 PRINT
8820 PRINT
8840   PRINT USING "           (CONSTANTE) = ##########.#####",X2(1,1)
8860 FOR J=2 TO K
8880   PRINT "    COEFICIENTE DE X**";J-1;"=",X2(J,1)
8900 NEXT J
8920 PRINT
8940 PRINT
8960 IF R1><2 THEN 9340
8980 PRINT L1$
8990 PRINT
9000 LET X7=X9=0.0
9020 FOR I=1 TO N+P
9040   Y9=0.0
9060   GOSUB 9640
9080   IF I>N THEN 9200
9100   E9=Y(I)-Y9
9120   X7=X7+E9
9140   X9=X9+E9*E9
9160   PRINT USING 6640,I,X(I),Y(I),Y9,E9
9180   GOTO 9220
9200   PRINT USING 6660,I,X(I),Y9
9220 NEXT I
9225 PRINT
9230 PRINT "    ++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = ";X9
9240 PRINT
9260 X7=X7/N
9280 A1=(X9-N*X7*X7)/(N-1)
9300 A1=SQR(A1)
9320 PRINT "     ++++++ DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = ";A1
9340 IF R1><3 THEN 9500
9360 PRINT "  OBS.          X                           Y ESTIM."
9380 PRINT
```

```
 9400 FOR I=N+1 TC N+P
 9420   Y9=0.0
 9440   GOSUB 9640
 9460   PRINT USING 6660,I-N,X(I),Y9
 9480 NEXT I
 9500 PRINT
 9520 PRINT ≠ DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE  SI  O  NO)≠
 9540 INPUT R$
 9560 IF R$=≠SI≠ THEN 7440
 9580 IF R$=≠NO≠ THEN 10200
 9600 PRINT ≠ ****  TECLEE  SI  O  NO... ≠
 9620 GOTO 9540
 9640   FOR J=1 TC K
 9660     Y9=Y9+Y2(J,1)*(X(I)**(J-1))
 9680   NEXT J
 9700 RETURN
 9720 PRINT
 9740 PRINT ≠ ** DATOS INSUFICIENTES PARA AJUSTAR AL GRADO ≠;G1
 9760 GOTO 9500
 9780 PRINT ≠ DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION  ≠
 9800 INPUT P
 9820 IF N+P>200 THEN 10060
 9840 PRINT ≠    P= ≠;P;≠ EL NUM. ES CORRECTO +, (TECLEE  SI  O  NO )≠
 9860 INPUT R$
 9880 IF R$ = ≠NO≠ THEN 9780
 9900 IF P=0 THEN 10120
 9920 PRINT ≠                                              ≠
 9940 PRINT ≠ DE LOS VALORES DE X PARA PREDICCION , UNO A UN TIEMPO≠
 9960 FOR I=N+1 TC N+P
 9980   INPUT X(I)
10000 NEXT I
10020 REM
10040 GOTO 10120
10060 PRINT≠                                   ≠
10080 PRINT ≠ ** ERROR ** , N+P>200 ,  CORREGIR EL NUMERO  P≠
10100 GOTO 9780
10120 RETURN
10140 PRINT ≠                                  ≠
10160 PRINT ≠ ** ERROR **,  ..ESCRIBIO MAL LA OPCION≠
10180 GOTO 2100
10200 PRINT ≠ **** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS +≠
10220 PRINT ≠ **** (TECLEE  SI  O  NO)≠
10222 IF C$=≠TR/SC≠ THEN 10240
10225 CLOSE =7
10230 CLOSE =8
10235 CLOSE =9
10240 INPUT R$
10260 IF R$=≠SI≠  THEN 520
10280 IF R$=≠NO≠ THEN  10480
10300 PRINT ≠  *****  TECLEE  SI  O  NO ...≠
10320 GOTO 10240
10340 DATA ≠1) Y=A+B*X          ≠
10360 DATA ≠2) Y=A*(X**B)       ≠
10380 DATA ≠3) Y=1/(A+B/(1+X))) ≠
10400 DATA ≠4) Y=A*EXP(B*X)     ≠
10420 DATA ≠5) Y=A+B*EXP(X)     ≠
10440 DATA ≠6) Y=A+B*LN(X)      ≠
```

```
10460 DATA *7) Y=A+B/X          *
10480 PRINT
10500 PRINT * ****************************** *
10520 PRINT * *                            * *
10540 PRINT * *      FIN DEL PROGRAMA      * *
10560 PRINT * *                            * *
10580 PRINT * ****************************** *
10600 END
```

```
***********        ANGFLGE   //// END OF LIST ////
***********        ANGFLGS   //// END OF LIST ////
```

3.9 OPERACION DEL PROGRAMA.

Las instrucciones en cuanto a la operación del programa, -- son para operar en un teletipo conectado a una computadora CYBER series 16 000, 70 y 170. Estas son:

1. El usuario debe entrar en comunicación con el compu-- tador por medio de su LOGIN, esto es, se tecleará:

   LONGIN, username, password [SEND / ETX / RETURN] *

   El sistema responderá con:

   LOGED IN AT HH. MM. SS.
   WITH USER - ID xx
   EQUIP / PORT aa/bb
   COMMAND

2. El usuario ahora podrá accesar el programa y lo ejecu tará con proporcionar los siguientes comandos:

   i) ATTACH, LGO, AJUSTE, ID = E775, MR = 1 [SEND / ETX / RETURN]

   El sistema responderá con:

---

* Se pulsará SEND, ETX o RETURN según el tipo de terminal.

PI   CY = 001

COMMAND -

ii) Instrucción para obtener el mínimo espacio de memoria requerida por el programa.

EFL, 100 000 $\begin{bmatrix}\text{SEND}\\ \text{ETX}\\ \text{RETURN}\end{bmatrix}$

COMMAND -

iii) Instrucción para conectar el archivo INPUT y OUPUT.

CONNECT, INPUT, OUTPUT $\begin{bmatrix}\text{SEND}\\ \text{ETX}\\ \text{RETURN}\end{bmatrix}$

COMMAND -

iv) Instrucción para ejecutar programa Ajuste.

LGO $\begin{bmatrix}\text{SEND}\\ \text{ETX}\\ \text{RETURN}\end{bmatrix}$

Sesión de conversación
con el programa
(Ejecución)

Si por alguna causa el usuario desea abandonar la ejecución del programa, deberá teclear:

% A $\begin{bmatrix} \text{SEND} \\ \text{ETX} \\ \text{RETURN} \end{bmatrix}$

Caso contrario, el programa terminará normalmente con la impresión del mensaje:

*****   FIN DEL PROGRAMA   *****

y en ambos casos el sistema llega a responder con:

COMMAND -

Si el usuario desea efectuar el programa una vez más deberá teclear:

LGO $\begin{bmatrix} \text{SEND} \\ \text{ETX} \\ \text{RETURN} \end{bmatrix}$

Termina la sesión de trabajo, deberá teclear:

LOGOUT $\begin{bmatrix} \text{SEND} \\ \text{EXT} \\ \text{RETURN} \end{bmatrix}$

NOTA: Información más amplia en cuanto a conceptos generales de computación,en especial a los que se refiere a la - computadora CYBER y generalidades sobre el lenguaje -- BASIC,con atención particular a las proposiciones que el programa "AJUSTE" utiliza, se encuentra en el apéndice.

3.10. PRUEBAS DEL PROGRAMA.

A continuación se presentan tres ejemplos del programa con el propósito de mostrar su confiabilidad. Por último se incluyen tres aplicaciones más para mostrar la utilidad de este programa.

3.10.1. Ejemplo 1

El primer ejemplo tiene como finalidad mostrar el diálogo que se establece entre el usuario y la terminal y constatar así la flexibilidad del programa. En este caso se accesa las dos partes del programa por medio de la opción "AMBAS".

Se propone para ajuste, un conjunto de datos (X_i, Y_i) que describen una parábola ($Y=2x^2$) y son:

X_i	Y_i		
0.5	0.50	=	$2(.5)^2$
1.0	2.0	=	$2(1)^2$
3.0	18.0	=	$2(3)^2$
5.0	50.0	=	$2(5)^2$
6.0	72.0	=	$2(6)^2$
9.0	162.0	=	$2(9)^2$

X_p

-50.0

100.0

Entonces, como puede determinarse el número de puntos ob-- servados son N = 6 y puntos para predicción tenemos P = 2.

En seguida se muestra el listado correspondiente del ejemplo 1. Observese que los datos proporcionados por el usuario son los señalados por una (←—), los que se envían de la terminal, a proceso de ejecución, pulsando la tecla - - SEND, ETX o RETURN según el tipo de terminal.

Como una respuesta inmediata del proceso, se muestra el número de puntos para ajuste (N=6) para que el usuario verifique si tecleó bien el valor, de no ser así, hará de inmediato la corrección. Luego se tiene una lista de parejas de puntos observados (X_i, Y_i) para que el usuario rectifique, ya que de existir algún error se corrija antes de pedir el ajuste de estos puntos a una curva. Como resultado subsecuente se muestra los estadísticos elementales como: la media, desviación estándar, coeficiente de variación y coeficiente de correlación de Pearson; tanto de la variable X como Y.

Paso siguiente se da respuesta a la opción deseada "TRASC", "POLIN" o "AMBAS". Nótese que se tecleó TRASS y el programa detecta que la opción está mal escrita y tantas veces - esté mal transmitida, como veces será refutada; una vez -- que ha aceptado la opción se le da el número de puntos para predicción, valor que debe cumplir la condición N + P $\leq$ 200, así que una vez de acuerdo en el número de puntos para predicción; nos muestra la tabla con las siete funciones trascendentes propuestas para ajuste, su coeficiente de determinación y los estimadores o coeficientes de regresión A=a y B=b. Como puede verse a través del coeficiente de determinación, la función 2 como era de esperarse ($Y = a\,x^b$ con a = 2 y b = 2) es el mejor ajuste, dado que el coeficiente de determinación es uno. Otras eproximaciones aceptables, serían con las funciones 1 y 5.

Por ser muy importante en un análisis de regresión el de residuales, se pide la tabla de éstos para la función deseada, que en este caso la de mayor interés es la función 2; pero para mostrar la lógica del programa se muestra la tabla de residuales para las otras funciones.

Empezando por la tabla de residuales para la función 1, tenemos que los resultados no son muy satisfactorios, confirmado por la desviación estándar tan grande que existe (16.802). Para la ecuación 8 no existe tabla de residuales ya que sólo se tienen hasta 7 funciones; pero para la función 2 atinadamente todos los residuales son cero y obviamente la desviación estándar es 0. Resultados parecidos existen para las ecuaciones 5 y 7.

Como la opción para el ajuste fue "AMBAS", ésto corresponde al ajuste de funciones trascendentes y polinomios, el siguiente paso es el ajuste o un polinomio de grado 1 y con el cual los residuales están muy alejados de cero, lo que se confirma con la desviación estándar para los residuales de 16.80 022 valor muy grande para este caso y también el coeficiente de determinación es de 0.9249 por lo que conviene ensayar con otro polinomio de un grado más para ver si se ajusta mejor.

Efectivamente, el ajuste a un polinomio de grado 2 - - - - ($Y=b_o + b_1X^1 + b_2X^2$), nos determina $Y=2X^2$, es decir, $b_o=0$, $b_1=0$ y $b_2=2$ resultando con un coeficiente de determinación de 1 como se esperaba y todos los residuales tendiendo a cero; confirmando ésto por la desviación estándar.

Nótese que el programa proporciona la facilidad de corregir de inmediato los datos introducidos por el usuario de tal manera que en comparación con otros programas de paquetes se ahorra tiempo en función de que no se pierde tiempo en diferentes corridas por la corrección de datos.

3.10.1.1. Listado de Ejemplo 1

```
**************************************************
*****                                        *****
*****   PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR   *****
*****   EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS   *****
*****                                        *****
**************************************************


 PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
 6  <---
    N=  6   EL NUM. ES CORRECTO ?. (TECLEE  SI   O  NO )
SI

 PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
 .5 , .5
 1 , 2
 3 , 18      <---
 5 , 50
 6 , 72
 8 , 128
    -I-               -XI-                 -YI-

     1                 .5000                .5000
     2                1.0000               2.0000
     3                3.0000              18.0000
     4                5.0000              50.0000
     5                6.0000              72.0000
     6                8.0000             128.0000

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR ?. (TECLEE  SI   O   NO )
SI  <---
    TECLEE EL NUMERO Y EL NUEVO VALOR DE DICHA PAREJA
 6 , 9 , 162     <---
    -I-               -XI-                 -YI-

     1                 .5000                .5000
     2                1.0000               2.0000
     3                3.0000              18.0000
     4                5.0000              50.0000
     5                6.0000              72.0000
     6                9.0000             162.0000

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR ?. (TECLEE  SI   O   NO )
NO   <---


 *** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

 VARIABLE          MEDIA        DESV. STAND.      COEF. DE VARIAC.
     X             4.0833          3.2314              .7914
     Y            50.7500         61.3235             1.2087

    **** COEFIC. DE CORR. DE PEARSON =     .9617

 QUE OPCION DESEA :  TRASC , POLIN  O  AMBAS?
TRASS  <---
     ** OPCION DESEADA  TRASS
```

```
** ERROR **, ..ESCRIBIO MAL LA OPCION
QUE OPCION DESEA : TRASC , POLIN O AMBAS+
POLIN ←
   ** OPCION DESEADA  POLIN

** ERROR **, ..ESCRIBIO MAL LA OPCION
QUE OPCION DESEA : TRASC , POLIN O AMBAS+
AMBAS ←
   ** OPCION DESEADA  AMBAS

DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
196 ←

** ERROR ** . N+P>200 . CORREGIR EL NUMERO P
DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
10 ←
   P= 10  EL NUM. ES CORRECTO +, (TECLEE SI O NO )
NO ←
DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
2 ←
   P= 2  EL NUM. ES CORRECTO +, (TECLEE SI O NO )
SI ←

DE LOS VALORES DE X PARA PREDICCION , UNO A UN TIEMPO
-50 } ←
100 }

*** RESULTADOS PARA ESTA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA ***
***            FUNCIONES  TRASCENDENTES              ***
```

FUNC. TIPO	COEF. DET.	COEF. A	COEF. B
1) Y=A+B*X	.9249	-23.776536	18.251397
2) Y=A*(X**B)	1.000	2.000000	2.000000
3) Y=1/(A+B/(1+X))	.0000	-.521852	3.135869
4) Y=A*EXP(B*X)	.0000	1.034855	.651473
5) Y=A+B*EXP(X)	.8247	26.073511	.027059
6) Y=A+B*LN(X)	.6617	6.308562	44.412866
7) Y=A+B/X	.4003	83.859709	-52.126772

```
** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE  0 (CERO)

1 ←
   --------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA :    1
FUNC. TIPO   1) Y=A+B*X          COEF. DE DETER.=  .924928
  COEFIC. A= -23.7765        COEFIC.  B=  18.2514
```

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.5000	.5000	-14.6508	15.1508
2	1.0000	2.0000	-5.5251	7.5251
3	3.0000	18.0000	30.9777	-12.9777
4	5.0000	50.0000	67.4804	-17.4804
5	6.0000	72.0000	85.7318	-13.7318
6	9.0000	162.0000	140.4860	21.5140
7	-50.0000		-936.3464	
8	100.0000		1801.3631	

```
****** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS =  1411.58

   ***** ERROR STANDART DE B =        2.59987

*** DESV. STAND. DE LOS RESID. =       16.80223
```

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

8 ←

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 8

vvv NO HAY TABLA PARA ESA FUNCION vvv

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

2 ←

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 2
FUNC. TIPO 2) Y=A*(X**B) COEF. DE DETER.= 1.
COEFIC. A= 2. COEFIC. B= 2

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.5000	.5000	.5000	.0000
2	1.0000	2.0000	2.0000	.0000
3	3.0000	18.0000	18.0000	.0000
4	5.0000	50.0000	50.0000	.0000
5	6.0000	72.0000	72.0000	.0000
6	9.0000	162.0000	162.0000	.0000
7	-50.0000		5000.0000	
8	100.0000		20000.0000	

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 4.65375E-24

+++++ ERROR STANDART OF B = .00000

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = .00000

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

5 ←

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 5
FUNC. TIPO 5) Y=A+B*EXP(X) COEF. DE DETER.= .824732
COEFIC. A= 26.0735 COEFIC. B= 1.72587E-2

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.5000	.5000	26.1016	-25.6016
2	1.0000	2.0000	26.1199	-24.1199
3	3.0000	18.0000	26.4161	-8.4161
4	5.0000	50.0000	28.6052	21.3948
5	6.0000	72.0000	32.9555	39.0445
6	9.0000	162.0000	164.3016	-2.3016
7	-50.0000		26.0735	
8	100.0000		**EE+41	

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 3295.55

+++++ ERROR STANDART DE B = 3.97250

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = 25.67314

(EL VALCR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

7 ←

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 7

FUNC. TIPO 7) Y=A+B/X COEF. DE DETER.= .40035

COEFIC. A= 83.8597 COEFIC. B= -52.1261

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.5000	.5000	-20.3924	20.8924
2	1.0000	2.0000	31.7336	-29.7336
3	3.0000	18.0000	66.4844	-48.4844
4	5.0000	50.0000	73.4345	-23.4345
5	6.0000	72.0000	75.1723	-3.1723
6	9.0000	162.0000	78.0679	83.9321
7	-50.0000		84.9222	
8	100.0000		83.3784	

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 11275.1

+++++ ERROR STANDART DE B = 7.74787

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = 47.48715

(EL VALCR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

0 ←

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA :

vv OBSERVACION IMPORTANTE vv

PARA ESTA SEGUNDA PARTE DEL PROG.,
SELECCIONE Y TECLEE :

1 PARA COEFICIENTES SOLAMENTE
2 PARA RESUMEN COMPLETO
3 PARA COEFICIENTES Y PREDICCION
0 NINGUNA OPCION

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
1 ←

**** RESPUESTA 1

POLINOMIO DE GRADO 1 ,COEF. DE DETER.= .9249

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2 ←

(CONSTANTE) = -23.77675

COEFICIENTE DE X** 1 = 18.2514

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.5000	.5000	-14.[illegible]	[illegible]
2	1.0000	2.0000	-5.5051	7.5051
3	3.0000	18.0000	37.9777	-19.9777
4	5.0000	50.0000	67.48[illegible]	-17.48[illegible]
5	6.0000	72.0000	86.7318	-14.7318
6	9.0000	162.0000	1[illegible]	21.[illegible]
7	-50.0000		-976.3464	
8	100.0000		1371.3631	

****** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1411.[illegible]

****** DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 18.8722

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE SI O NO)
SY
**** TECLEE SI O NO...
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
26
**** RESPUESTA 26

*AVISO, EL GRADO MAXIMO A AJUSTAR ES 25, POR LO QUE
*EL AJUSTE SE HARA SOLO HASTA ESTE ULTIMO GRADO

** DATOS INSUFICIENTES PARA AJUSTAR AL GRADO 25

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
2
**** RESPUESTA 2

POLINOMIO DE GRADO 2 .COEF. DE DETERM.= 1.[illegible]

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = [illegible]
COEFICIENTE DE X** 1 = -1.818995E-12
COEFICIENTE DE X** 2 = 2.

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.5000	.5000	.5000	[illegible]
2	1.0000	2.0000	2.0000	[illegible]
3	3.0000	18.0000	18.0000	[illegible]
4	5.0000	50.0000	50.0000	[illegible]
5	6.0000	72.0000	72.0000	[illegible]
6	9.0000	162.0000	162.0000	[illegible]
7	-50.0000		5000.0000	
8	100.0000		20000.0000	

****** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.9[illegible]E-21

****** DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 1.29592E-11

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE SI O NO)

3.10.2. Ejemplo 2

En este ejemplo sólo se usa la primera parte del programa y se hace con dos conjuntos de datos diferentes, los que a continuación se enlistan:

PRIMER CONJUNTO

X_i	Y_i
- 8.0	4.3462
- 6.5	3.8414
- 5.0	3.3953
- 3.5	3.0011
- 2.0	2.6525
- 0.5	2.3445
+ 1.0	2.0723
+ 2.5	1.8316
+ 4.0	1.6189
+ 5.5	1.4309
+ 7.0	1.2647
+ 8.5	1.1179
+10.0	0.9880
+11.5	.8733
13.0	.7719
14.5	.6823
16.0	.6030
17.5	.5330
19.0	.4711
20.5	.4164
22.0	.3680
23.5	.3253
25.0	.2875
26.6	.2541

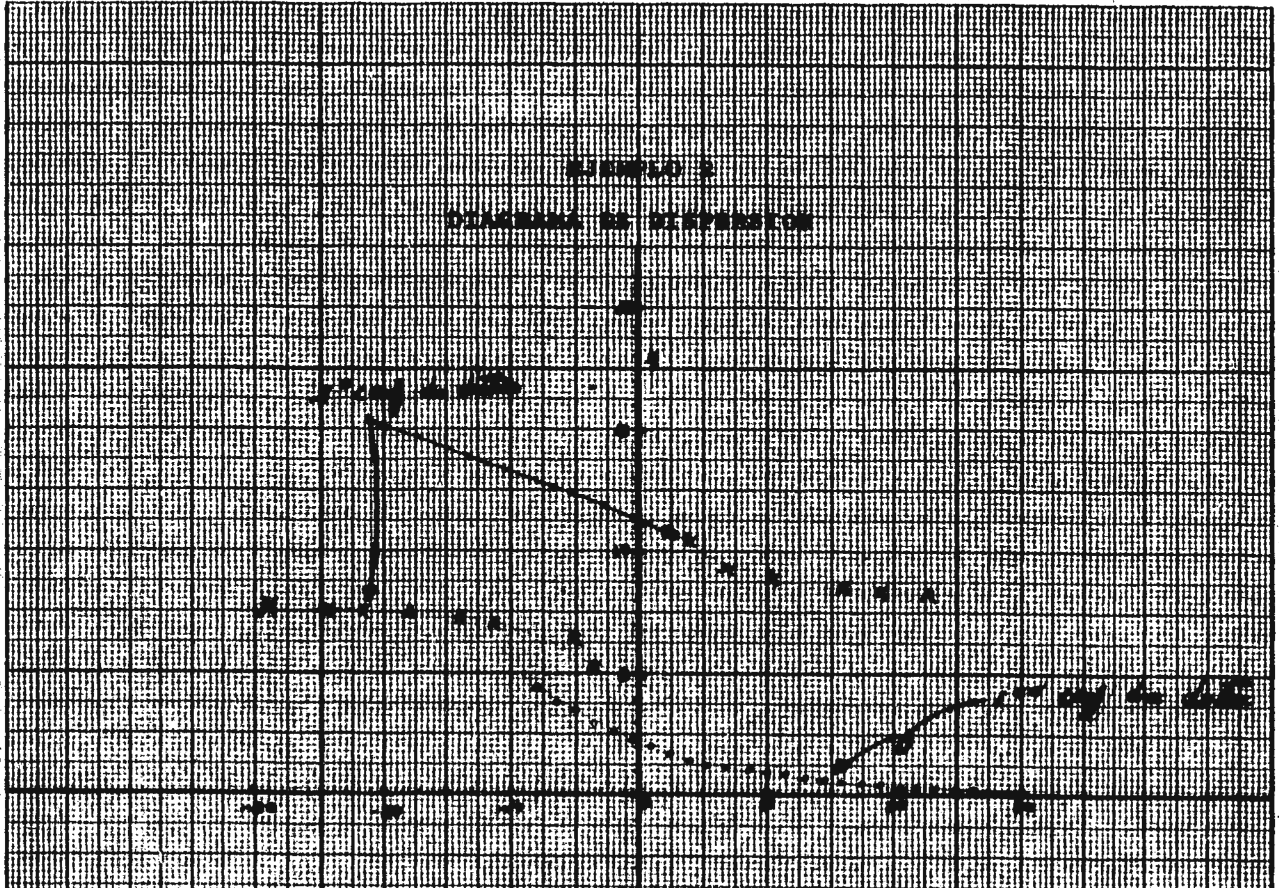
Entonces, número de puntos observados 24 (N=24) con cinco puntos para predicción (P=5).

SEGUNDO CONJUNTO DE DATOS

X_i	Y_i
- 29.0	7.66
- 24.5	7.59
- 21.5	7.53
- 18.5	7.46
- 14.0	7.29
- 11.0	7.09
- 6.5	6.46
- 3.5	5.14
- 0.5	- 12.00
1.0	18.00
4.0	10.50
7.0	9.43
11.5	8.87
16.0	8.63
19.0	8.53
23.5	8.43

Entonces, número de puntos observados 16, (N=16 y 5 puntos para predicción (P=5).

En primer término se obtiene el diagrama de dispersión el cual se muestra en seguida:



Los resultados obtenidos son: lista de los valores observados y sus estadísticas elementales para las variables X y Y. Dentro de éstos estadísticos tenemos un coeficiente de correlación de Pearson de -0.9379 lo que implica que existe relación funcional entre X y Y.

Despúes tenemos la tabla con la lista de funciones trascendentes propuestas para el ajuste, su coeficiente de determinación y los coeficientes de regresión a y b; y observamos que el coeficiente de determinación más cercano a uno es para la función 4 que es:

$$Y = ae^{bx}$$

Entonces, tomando el valor de los coeficientes dados por el programa tenemos:

$$Y = (2.06)\exp(-0.078\ x)$$

A continuación se da la tabla de residuos solicitada para la ecuación No. 4 y como se esperaba la desviación standard de los residuales tiende a cero (.148).

Posteriormente como no se desea otra tabla de residuos para otra función se teclea el dígito cero y se responde a la pregunta de que si hay otro conjunto de datos y los resulta dos de mayor interés son:

Un coeficiente de correlación de Pearson de (0.0901) y coeficiente de determinación de 1 para la 7, con a=8 y b=10. Por lo tanto:

$$Y = 8+\frac{20}{X}$$

Se puede observar que al pedir la tabla de residuos para la función 3 tenemos una desviación standard muy pequeña (1.13653); pero la tabla de residuos para la función 7 nos muestra como la suma de cuadrados de los residuales tiende a cero y obviamente tenemos una desviación standard de los residuos es mínima. Lo que confirma que el modelo más apropiado para este caso es por medio de esta función.

3.10.2.1. Listado de Ejemplo 2

```
NO
 **** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS +
 **** (TECLEE  SI   O  NO)
SI


 **************************************************
 *****                                        *****
 *****    PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR  *****
 *****    EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS  *****
 *****                                        *****
 **************************************************


 PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
 24
    N=  24  EL NUM. ES CORRECTO +. (TECLEE  SI   O  NO )
SI

 PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
-8 , 4.3462
-6.5 , 3.8414
-5 , 3.3953
-3.5 , 3.0011
-2 , 2.6525
-.5 , 2.3445
 1 , 2.0723
 2.5 , 1.8316
 4 , 1.6189
 5.5 , 1.4309
 7 , 1.2647
 8.5 , 1.1179
 10 , .988
 11.5 , .8733
 13 , .7719
 14.5 , .6823
 16 , .603
 17.5 , .533
 19 , .4711
 20.5 , .4164
 22 , .368
 23.5 , .3253
 25 , .2875
 26.5 , .2541
    -I-              -XI-              -YI-

     1             -8.0000            4.3462
     2             -6.5000            3.8414
     3             -5.0000            3.3953
     4             -3.5000            3.0011
     5             -2.0000            2.6525
     6              -.5000            2.3445
     7              1.0000            2.0723
     8              2.5000            1.8316
     9              4.0000            1.6189
    10              5.5000            1.4309
    11              7.0000            1.2647
    12              8.5000            1.1179
    13             10.0000             .9880
    14             11.5000             .8733
    15             13.0000             .7719
    16             14.5000             .6823
    17             16.0000             .6030
    18             17.5000             .5330
```

19	19.0000	.4711
20	20.5000	.4164
21	22.0000	.3680
22	23.5000	.3253
23	25.0000	.2875
24	26.5000	.2541

... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR ?, (TECLEE SI O NO)
NO

*** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

VARIABLE	MEDIA	DESV. STAND.	COEF. DE VARIAC.
X	9.2500	10.6066	1.1467
Y	1.4786	1.2091	.8177

++++ COEFIC. DE CORR. DE PEARSON = -.9379

QUE OPCION DESEA : TRASC , POLIN O AMBAS?
TRASC
** OPCION DESEADA TRASC

DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
5
P= 5 EL NUM. ES CORRECTO ?, (TECLEE SI O NO)
SI

DE LOS VALORES DE X PARA PREDICCION , UNO A UN TIEMPO
60
80
-100
-130
-150

*** RESULTADOS PARA ESTA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA ***
*** FUNCIONES TRASCENDENTES ***

FUNC. TIPO	COEF. DET.	COEF. A	COEF. B
1) Y=A+B*X	.8797	2.467836	-.156923
2) Y=A*(X**B)	(NO FACTIBLE)		
3) Y=1/(A+B/(1+X))	.3000	1.345974	-.081642
4) Y=A*EXP(B*X)	.9753	2.058169	-.078034
5) Y=A+B*EXP(X)	.0739	1.564083	[illegible]
6) Y=A+B*LN(X)	(NO FACTIBLE)		
7) Y=A+B/X	.0744	1.466352	-.060[illegible]

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

4

---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 4
FUNC. TIPO 4) Y=A*EXP(B*X) COEF. DE DETER.= .975279
COEFIC. A= 2.05817 COEFIC. B= -7.80742E-2

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-8.0000	4.3462	3.8424	.5038
2	-6.5000	3.6414	3.4179	.4235
3	-5.0000	3.3953	3.0404	.3549
4	-3.5000	3.0311	2.7346	.2965
5	-2.0000	2.6525	2.4058	.2467
6	-.5000	2.3445	2.1401	.2044
7	1.0000	2.0723	1.9057	.1666
8	2.5000	1.8316	1.6934	.1382

9	4.0000	1.6189	1.5063	.1126
10	5.5000	1.4309	1.3399	.0910
11	7.0000	1.2647	1.1919	.0728
12	8.5000	1.1179	1.0603	.0576
13	10.0000	.9880	.9432	.0448
14	11.5000	.8733	.8390	.0343
15	13.0000	.7719	.7463	.0256
16	14.5000	.6823	.6679	.0184
17	16.0000	.6039	.5935	.0125
18	17.5000	.5330	.5253	.0077
19	19.0000	.4711	.4673	.0038
20	20.5000	.4164	.4157	.0007
21	22.0000	.3680	.3697	-.0017
22	23.5000	.3253	.3289	-.0036
23	25.0000	.2875	.2926	-.0051
24	26.5000	.2541	.2603	-.0062
25	60.0000		.0191	
26	80.0000		.0040	
27	-100.0000		5340.4021	
28	-130.0000		52379.3891	
29	-150.0000		249434.9236	

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = .831297

+++++ ERROR STANDART DE E = .00382

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = .14806

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

0

---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 0
**** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS ?
**** (TECLEE SI O NO)
SI

****

***** *****

***** PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR *****

***** EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS *****

***** *****

****

PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
16
N= 16 EL NUM. ES CORRECTO ?. (TECLEE SI O NO)
SI

PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
-29 , 7.66
-24.5 , 7.59
-21.5 , 7.53
-18.5 , 7.46
-14 , 7.29
-11 , 7.09
-6.5 , 6.46

```
-3.5 , 5.14
-.5 ,-12
 1 , 16
 4 , 10.5
 7 , 9.43
 11.5 , 8.87
 16 , 8.63
 19 , 8.53
 23.5 , 8.43
   -I-              -XI-                -YI-

    1            -29.0000            7.6600
    2            -24.5000            7.5900
    3            -21.5000            7.5300
    4            -18.5000            7.4600
    5            -14.0000            7.2900
    6            -11.0000            7.0900
    7             -6.5000            6.4600
    8             -3.5000            5.1400
    9              -.5000          -12.0000
   10             1.0000            16.0000
   11             4.0000            10.5000
   12             7.0000             9.4300
   13            11.5000             8.8700
   14            16.0000             8.6300
   15            19.0000             8.5300
   16            23.5000             8.4300

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR +, (TECLEE  SI  O  NO )
NO

 *** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

 VARIABLE           MEDIA        DESV. STAND.      COEF. DE VARIAC.
     X             -2.9375           16.0144           -5.4517
     Y              7.2861            5.8565             .8036

   ++++ COEFIC. DE CORR. DE PEARSON =    .0901

 QUE OPCION DESEA :  TRASC , POLIN  O  AMEAS+
TRASC
      ** OPCION DESEADA  TRASC

 DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
 5
    P=  5  EL NUM. ES CORRECTO +, (TECLEE  SI  O  NO )
SI

 DE LOS VALORES DE X PARA PREDICCION , UNO A UN TIEMPO
-3.7
-2.5
-.125
 .5
 10

  *** RESULTADOS PARA ESTA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA ***
  ***             FUNCIONES  TRASCENDENTES               ***

  FUNC.   TIPO            COEF. DET.          COEF. A            COEF. B

  1) Y=A+B*X              .0081            7.384935            .022957
  2) Y=A*(X**B)          (NO FACTIBLE)
  3) Y=1/(A+B/(1+X))      .9635             .126795           -.110820
  4) Y=A*EXP(B*X)        (NO FACTIBLE)
  5) Y=A+B*EXP(X)         .0028            7.210019            .[illegible]
```

```
6) Y=A+B*LN(X)             (NC FACTIBLE)
7) Y=A+B/X                 1.000              8.000829              10.000540

 ** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE  FUNC.
 ** CASO CONTRARIO TECLEE  0 (CERO)

3
    ---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA :    3
 FUNC. TIPO    3) Y=1/(A+B/(1+X))   COEF. DE DETER.=   .960498
   COEFIC. A=  .126795           COEFIC.  B= -.11982
```

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-29.0000	7.6600	7.6480	.0120
2	-24.5000	7.5900	7.6040	-.0140
3	-21.5000	7.5300	7.5643	-.0343
4	-18.5000	7.4600	7.5116	-.0516
5	-14.0000	7.2900	7.3899	-.0999
6	-11.0000	7.0900	7.2529	-.1629
7	-6.5000	6.4600	6.8053	-.3453
8	-3.5000	5.1400	5.8438	-.7038
9	-.5000	-12.0000	-10.5435	-1.4565
10	1.0000	18.0000	14.0086	3.9914
11	4.0000	10.5000	9.5574	.9426
12	7.0000	9.4300	8.8541	.5759
13	11.5000	8.8700	8.4797	.3903
14	16.0000	8.6300	8.3142	.3158
15	19.0000	8.5300	8.2472	.2828
16	23.5000	8.4300	8.1785	.2515
17	-3.7000		5.9581	
18	-2.5000		4.9832	
19	-.1250		6975.6212	
20	.5000		18.8983	
21	10.0000		8.5675	

```
 ++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS =  20.3234

      +++++ ERROR STANDART DE B =         .01943

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. =         1.13653

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

  ** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE  FUNC.
  ** CASO CONTRARIO TECLEE  0 (CERO)

7
    ---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA :    7
 FUNC. TIPO    7) Y=A+B/X            COEF. DE DETER.=  1.
   COEFIC. A=  8.00082           COEFIC.  B=  10.0005
```

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-29.0000	7.6600	7.6560	.0040
2	-24.5000	7.5900	7.5926	-.0026
3	-21.5000	7.5300	7.5357	-.0057
4	-18.5000	7.4600	7.4623	-.0023
5	-14.0000	7.2900	7.2865	.0035
6	-11.0000	7.0900	7.0917	-.0017
7	-6.5000	6.4600	6.4623	-.0023
8	-3.5000	5.1400	5.1435	-.0035
9	-.5000	-12.0000	-12.0033	.0033
10	1.0000	18.0000	18.0114	-.0114

11	4.0000	[illegible]	[illegible]	[illegible]
12	7.0000	9.4300	9.4295	.0005
13	11.5000	8.8700	8.8704	[illegible]
14	16.0000	8.6300	8.6259	[illegible]
15	19.0000	8.5300	8.5272	[illegible]
16	23.5000	8.4300	8.4264	[illegible]
17	-3.7000		5.2980	
18	-2.5000		4.0306	
19	-.1250		-72.0135	
20	.5000		28.0019	
21	10.0000		9.0.09	

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.29823E-4

+++++ ERROR STANDART DE E = .00305

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = .00294

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

0

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 0
**** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS ?
**** (TECLEE SI O NO)
NO

```
*********************************
*                               *
*      FIN DEL PROGRAMA         *
*                               *
*********************************
```

3.10.3. Ejemplo 3

En este ejemplo se utiliza solamente la opción "POLIN", em pezando con el ajuste a un polinomio de grado 1 hasta el - grado para el cual el coeficiente de determinación es 1 ó se aproxima a 1, para el siguiente conjunto de datos:

-XI-	-YI-
- 11.0000	- 2183845.6500
- 9.5000	- 963250.9100
- 8.0000	- 371904.6400
- 6.5000	- 119270.6100
- 5.0000	- 29064.3300
- 3.5000	- 4632.4200
- 2.0000	- 523.9000
- .5000	- 253.3600
1.0000	- 256.1700
2.5000	- 35.5600
4.0000	1498.2800
5.5000	3497.2700
7.0000	- 5547.5600
8.5000	- 62720.9200
10.0000	- 251790.1000
11.5000	- 730503.7300
13.0000	- 1764882.5300
14.5000	- 3764901.9100
16.0000	- 7338366.6400

Entonces el número de puntos observados N=19 con P=0 puntos para predicción.

En primera instancia, se elabora el diagrama de dispersión, véase gráfica correspondiente.

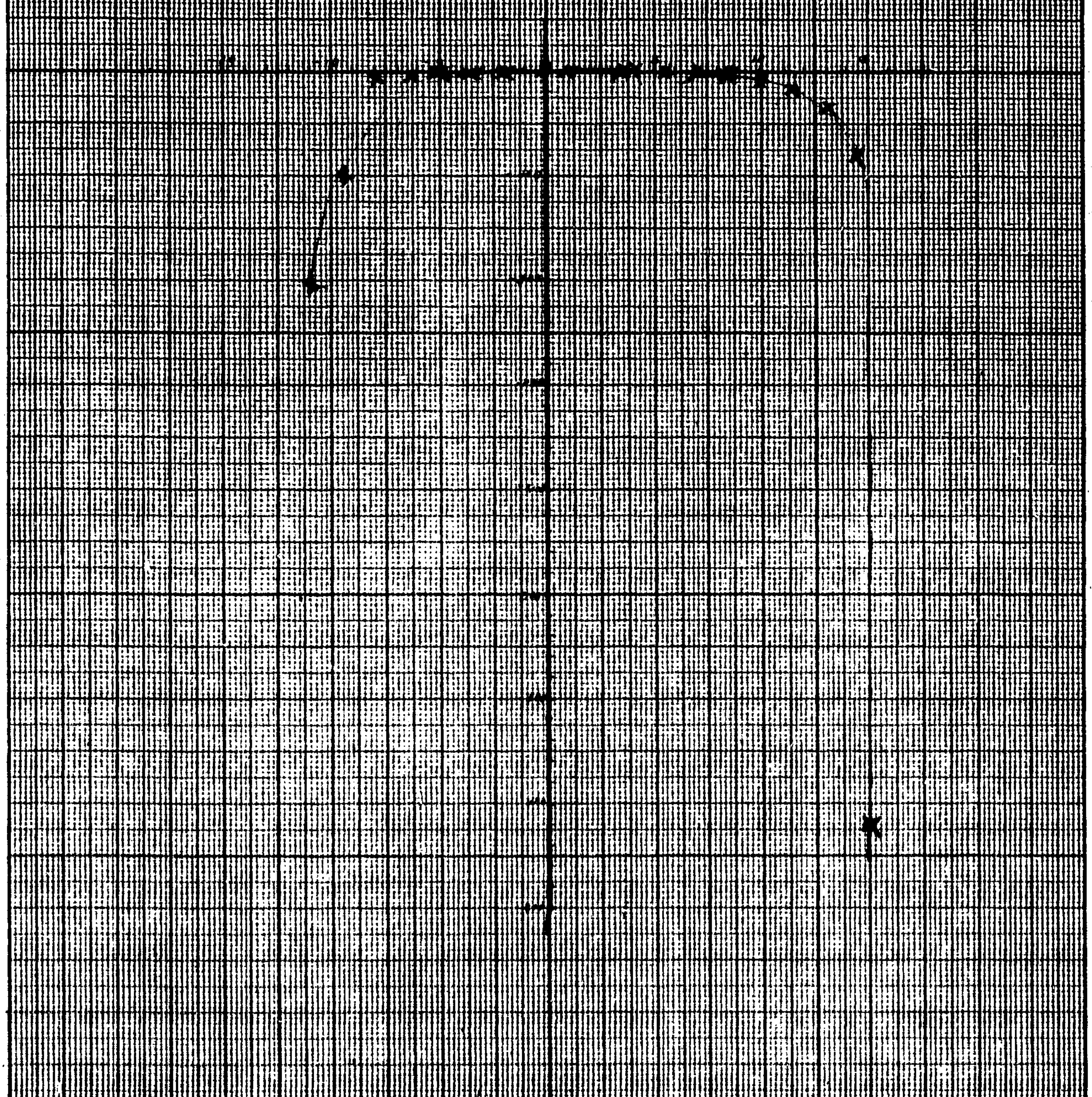
En este ejemplo, esta prueba sólo se trabaja con la parte (2) del programa correspondiente al ajuste de polinomios - para el cual se va ajustando de grado en grado.

Para el primer grado podemos observar un coeficiente de determinación muy pequeño (.1998), coeficiente que al ir probando el ajuste de grado en grado, en este caso hasta 6, - notamos como se aproxima dicho coeficiente a 1, que para - este caso es 1 para un polinomio de grado 6; pero no siempre es posible tal precisión, bastará con una aproximación a 1.

Se tiene la tabla de residuos por medio de la opción 2 - - que presenta el programa y obviamente tenemos una desvia-- ción standard de los residuos muy pequeña (2.29254) E-3), como no existe otro conjunto de datos para ajustar, tene-- mos el fin del programa.

EJEMPLO 3

DIAGRAMA DE DISPERSION



3.10.3.1. Listado de Ejemplo 3

```
************************************************************
*****                                                  *****
*****   PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR             *****
*****   EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS             *****
*****                                                  *****
************************************************************


PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
19
   N=  19  EL NUM. ES CORRECTO +. (TECLEE  SI  O  NO )
SI

PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
-11 ,-2.18385E+6
-9.5 ,-963251.
-8 ,-371905.
-6.5 ,-119271.
-5 ,-29064.3
-3.5 ,-4632.42
-2 ,-523.9
-.5 ,-253.36
 1 ,-256.17
 2.5 ,-35.56
 4 , 1498.28
 5.5 , 3497.27
 7 ,-5547.56
 8.5 ,-62723.9
 10 ,-251790.
 11.5 ,-730504.
 13 ,-1.76408E+6
 14.5 ,-3.76490E+6
 16 ,-7.33837E+6
    -I-              -XI-                -YI-

     1            -11.0000          -2183845.6500
     2             -9.5000           -963250.9100
     3             -8.0000           -371904.6400
     4             -6.5000           -119270.6190
     5             -5.0000            -29064.3300
     6             -3.5000             -4632.4200
     7             -2.0000              -523.9000
     8              -.5000              -253.3600
     9              1.0000              -256.1700
    10              2.5000               -35.5600
    11              4.0000              1498.2800
    12              5.5000              3497.2700
    13              7.0000             -5547.5600
    14              8.5000            -62720.9200
    15             10.0000           -251790.1000
    16             11.5000           -730503.7300
    17             13.0000          -1764082.5300
    18             14.5000          -3764901.9100
    19             16.0000          -7338366.6400

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR +. (TECLEE  SI  O  NO )
NO
```

*** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

VARIABLE	MEDIA	DESV. STAND.	COEF. DE VARIAC.
X	2.5000	8.4410	3.3764
Y	-925576.5995	1845631.4093	-1.9940

++++ COEFIC. DE CORR. DE PEARSON = -.4470

QUE OPCION DESEA : TRASC , POLIN O AMBAS+
POLIN
** OPCION DESEADA POLIN

** OBSERVACION IMPORTANTE **

PARA ESTA SEGUNDA PARTE DEL PROG.,
SELECCIONE Y TECLEE :

1 PARA COEFICIENTES SOLAMENTE
2 PARA RESUMEN COMPLETO
3 PARA COEFICIENTES Y PREDICCION
0 NINGUNA OPCION

DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
0
P= 0 EL NUM. ES CORRECTO +, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
1
**** RESPUESTA 1

POLINOMIO DE GRADO 1 .COEF. DE DETER.= .1998

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = -681224.731111
COEFICIENTE DE X** 1 = -97740.7

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-11.0000	-2133845.6510	393923.4897	*-2577769.1397
2	-9.5000	-963250.9100	247312.3687	*-1210563.2787
3	-8.0000	-371934.6400	10[illegible]7[illegible]1.2476	-4726[illegible]5.8876
4	-6.5000	-119270.6100	-45909.8734	-7336[illegible].7366
5	-5.0000	-29064.3300	-192520.3944	163456.6644
6	-3.5000	-4632.4200	-339132.1154	334499.6954
7	-2.0000	-523.9100	-485743.2364	485219.3264
8	-.5000	-253.3600	-632354.3574	6321[illegible].9974
9	1.0000	-256.1700	-778965.4785	7787[illegible]9.3085
10	2.5000	-35.5600	-925576.5995	925541.0395
11	4.0000	1496.2800	-1072187.7205	1073686.0005
12	5.5000	3497.2700	-1218798.8415	1222296.1115
13	7.0000	-5547.5600	-13654[illegible]9.9625	1359862.4025
14	8.5000	-62720.9800	-1512021.0835	14493[illegible].1635
15	10.0000	-251790.1000	-1658632.2046	1406842.1046
16	11.5000	-7[illegible]0[illegible]3.7300	-1805243.3256	1074739.5956
17	13.0000	-1764082.5300	-1951854.4466	187771.9166
18	14.5000	-3764901.9100	-2098465.5676	*-1666436.3424
19	16.0000	-7330366.6400	-2245076.6866	*-5093289.9514

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 4.9[illegible]6[illegible]4E+13

++++++ DESV. STANC. DE LOS RESIDUOS = 1.65097E+06

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
2

**** RESPUESTA 2

POLINOMIO DE GRADO 2 .COEF. DE DETER.= .7718

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = 702796.312953
COEFICIENTE DE X** 1 = 15240.6
COEFICIENTE DE X** 2 = -22596.3

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-11.0000	-2183845.6500	-2198997.5083	15151.9193
2	-9.5000	-963250.9100	-1481321.6700	518070.7600
3	-8.0000	-371904.6400	-865288.9514	493384.3114
4	-6.5000	-119270.6100	-350959.4096	231688.7996
5	-5.0000	-29364.3300	61686.9525	-91051.2825
6	-3.5000	-4632.4200	372650.1356	-377282.5556
7	-2.0000	-523.9300	581930.1464	-582454.0764
8	-.5000	-253.3600	639526.9662	-639780.3262
9	1.0000	-256.1700	695440.6133	-695696.7833
10	2.5000	-35.5600	599671.0617	-599706.6217
11	4.0000	1498.2300	402218.3713	-400720.1413
12	5.5000	3497.2790	103082.4822	-99585.2022
13	7.0000	-5547.5600	-297736.5857	292189.0257
14	8.5000	-62724.9200	-810238.8323	747513.9123
15	10.0000	-251790.1000	-1404424.2577	1152634.1577
16	11.5000	-730503.7300	-2110292.8618	1379789.1318
17	13.0000	-1764082.5300	-2917844.6447	1153762.1147
18	14.5000	-3764901.9100	-3827079.6063	62177.6963
19	16.0000	-7338366.6400	-4837997.7466	*-2500368.8934

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.39940E+13

++++++ DESV. STANC. DE LOS RESIDUOS = 881731.

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
3

**** RESPUESTA 3

POLINOMIO DE GRADO 3 .COEF. DE DETER.= .8668

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = 332342.093726
COEFICIENTE DE X** 1 = 147287.
COEFICIENTE DE X** 2 = -12916.4
COEFICIENTE DE X** 3 = -1290.78

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.

```
 1      -11.0000    -2183845.6500    -1132554.0983 *-1051291.5517
 2       -9.5000     -963250.9100    -1125820.5133   162569.6033
 3       -8.0000     -371904.6400    -1011663.5443   639758.9043
 4       -6.5000     -119270.6100     -816221.5117   696950.9017
 5       -5.0000      -29064.3300     -565632.7358   536568.4058
 6       -3.5000       -4632.4200     -286035.5368   281403.1168
 7       -2.0000        -523.9000       -3568.2353     3044.3353
 8        -.5000        -253.3600      255630.8485  -255884.2085
 9        1.0000        -256.1700      465423.3943  -465679.5643
10        2.5000         -35.5600      599671.0817  -599706.6417
11        4.0000        1498.2800      632235.5903  -630737.3103
12        5.5000        3497.2700      536978.5999  -533481.3299
13        7.0000       -5547.5600      287761.7900  -293309.3500
14        8.5000      -62720.9200     -141553.1597    78832.2397
15       10.0000     -251790.1000     -777104.5695   525314.4695
16       11.5000     -730503.7300    -1645030.7597   914527.0297
17       13.0000    -1764082.5300    -2771470.0507  1007387.5207
18       14.5000    -3764901.9100    -4182560.7629   417658.8529
19       16.0000    -7338366.6400    -5904441.2166 *-1433925.4234

 ****** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS =  3.16816E+12

   ****** DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS =  673637.

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE  SI  O  NO)
SI

DE EL  GRADO PARA EL  POLINOMIO QUE UD. DESEA
4
              **** RESPUESTA  4

POLINOMIO DE GRADO  4 ,COEF. DE DETER.=  .9914

  TECLEE  OPCION  PARA  LA  TABLA
1

          (CONSTANTE) =        -173150.258434
       COEFICIENTE DE X** 1 = -20575.9
       COEFICIENTE DE X** 2 =  15393.9
       COEFICIENTE DE X** 3 =  814.56
       COEFICIENTE DE X** 4 = -210.534

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE  SI  O  NO)
SI

DE EL  GRADO PARA EL  POLINOMIO QUE UD. DESEA
5
              **** RESPUESTA  5

POLINOMIO DE GRADO  5 ,COEF. DE DETER.=  .9965

  TECLEE  OPCION  PARA  LA  TABLA
3

          (CONSTANTE) =          -48739.447483
       COEFICIENTE DE X** 1 = -64227.[illegible]
       COEFICIENTE DE X** 2 =  6112.12
       COEFICIENTE DE X** 3 =  1794.94
       COEFICIENTE DE X** 4 = -173.747
       COEFICIENTE DE X** 5 = -6.17[illegible]
```

OBS. X Y ESTIM.

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
6
**** RESPUESTA 6

POLINOMIO DE GRADO 6 .COEF. DE DETER.= 1.000

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = -250.001429
COEFICIENTE DE X** 1 = .990362
COEFICIENTE DE X** 2 = -10.4999
COEFICIENTE DE X** 3 = 2.57790E-6
COEFICIENTE DE X** 4 = -1.05
COEFICIENTE DE X** 5 = 5.15
COEFICIENTE DE X** 6 = -.755

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-11.0000	-2183845.6500	-2183845.6498	-.0002
2	-9.5000	-963250.9100	-963250.9098	-.0002
3	-8.0000	-371904.6400	-371904.6428	.0028
4	-6.5000	-119270.6100	-119270.6071	-.0029
5	-5.0000	-29064.3300	-29064.3266	-.0034
6	-3.5000	-4632.4200	-4632.4244	.0044
7	-2.0000	-523.9100	-523.9017	.0017
8	-.5000	-253.3600	-253.3599	-.0001
9	1.0000	-256.1700	-256.1660	-.0040
10	2.5000	-35.5600	-35.5619	.0019
11	4.0000	1498.2800	1498.2816	-.0016
12	5.5000	3497.2730	3497.2689	.0041
13	7.0000	-5547.5630	-5547.5613	.0013
14	8.5000	-62720.9200	-62720.9204	.0004
15	10.0000	-251790.1000	-251790.0977	-.0023
16	11.5000	-730563.7300	-730563.7322	.0022
17	13.0000	-1764082.5300	-1764082.5276	-.0024
18	14.5000	-3764901.9100	-3764901.9116	.0016
19	16.0000	-7338366.6400	-7338366.6395	-.0005

****** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 9.46039E-5

****** DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 2.29254E-3

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ?, (TECLEE SI O NO)
NO
**** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS ?
**** (TECLEE SI O NO)
NO

```
********************************
*                              *
*       FIN DEL PROGRAMA       *
*                              *
********************************
```

*********** ANGELES //// END OF LIST ////

3.10.4. Aplicación 1

Consiste en la solución del ejercicio No. 19 del capítulo 11 del Bhattacharyya, que dice:

Usando el método de mínimos cuadrados, ajustar a un modelo - cuadrático $y = \alpha + \beta_1 x + \beta_2 x^2$, los siguientes datos:

X	Y
- 2	.4
- 1	1.3
0	2.2
1	2.5
2	3.0

Luego entonces, utilizado el programa "AJUSTE" tenemos.

El número de puntos para ajuste es N=5. Dado este dato procedemos a dar los valores de X y los de Y. En seguida como puede verse en el listado, no se necesita hacer correcciones; así que, se tienen los estadísticos elementales para variables X y Y: media, desviación standard, coeficiente de variación y coeficiente de correlación de Pearson.

Como se pide el ajuste a un polinomio de 2ª grado. Entonces la opción que corresponde es "POLIN".

Los resultados que se obtuvieron para un plinomio de grado dos son:

$$Y = 2.08+(0.64)X-(0.1)X^2$$

Con un coeficiente de determinación de 0.9925. La suma de los cuadrados de los residuos es pequeña. La solución para este caso esta de acuerdo con la dada por el Bhattacharyya.

Para el ajuste a un polinomio de grado tres tenemos:

$$Y = 2.08+0.583X-.1X^2+0.0166X^3$$

Con un coeficiente de determinación de 0.9934, como puede verse éste mejoró su valor al agregar otro término más para el polinomio y a su vez la suma del cuadrado de los residuos es menor.

3.10.4.1. Listado de Aplicación 1

```
**************************************************************
*****                                                    *****
*****    PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR              *****
*****    EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS              *****
*****                                                    *****
**************************************************************


 PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
 5
    N=  5  EL NUM. ES CORRECTO +. (TECLEE  SI  O  NO )
SI

 PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
-2 , .4
-1 , 1.3
 0 , 2.2
 1 , 2.5
 2 , 3
    -I-              -XI-               -YI-

     1              -2.0000             .4000
     2              -1.0000            1.3000
     3                .0000            2.2000
     4               1.0000            2.5000
     5               2.0000            3.0000

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR +. (TECLEE  SI  O  NO )
NO


 *** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

 VARIABLE           MEDIA        DESV. STAND.      COEF. DE VARIAC.
     X               .0000            1.5811
     Y              1.8800            1.0330            .5494

   ++++ COEFIC. DE CORR. DE PEARSON =    .9796

 QUE OPCION DESEA :  TRASC , POLIN  O  AMBAS+
POLIN
      ** OPCION DESEADA  POLIN


     ** OBSERVACION  IMPORTANTE **

 PARA ESTA SEGUNDA PARTE DEL PROG..
 SELECCIONE Y TECLEE :

        1     PARA  COEFICIENTES  SOLAMENTE
        2     PARA  RESUMEN  COMPLETO
        3     PARA  COEFICIENTES Y  PREDICCION
        0     NINGUNA  OPCION

 DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
 0
    P=  0  EL NUM. ES CORRECTO +. (TECLEE  SI  O  NO )
SI
```

DE EL GRACO PARA EL FCLINOMIC QUE UD. DESEA
1

**** RESPUESTA 1

POLINOMIC DE GRADO 1 .CCEF. DE DETER.= .9597

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = 1.880[illegible]
COEFICIENTE DE X** 1 = .64

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-2.0000	.4[illegible]	.6[illegible]	-.[illegible]
2	-1.0000	1.3[illegible]	1.240[illegible]	.0[illegible]
3	.0000	2.2000	1.8800	.3200
4	1.0000	2.5000	2.52[illegible]	-.02[illegible]
5	2.0000	3.0[illegible]	3.16[illegible]	-.16[illegible]

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = .172

++++++ DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = .2273[illegible]

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL FCLINOMIC QUE UD. DESEA
2

**** RESPUESTA 2

POLINOMIC DE GRADO 2 .CCEF. DE DETER.= .9925

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = 2.08[illegible]
COEFICIENTE DE X** 1 = .64
COEFICIENTE DE X** 2 = -.1

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	-2.0000	.4[illegible]	.4[illegible]	.00[illegible]
2	-1.0000	1.3000	1.34[illegible]	-.[illegible]
3	.0000	2.2000	2.08[illegible]	.12[illegible]
4	1.0000	2.5000	2.62[illegible]	-.12[illegible]
5	2.0000	3.00[illegible]	2.96[illegible]	.04[illegible]

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = .[illegible]32

++++++ DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 8.94427E-2

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL FCLINOMIC QUE UD. DESEA
3

**** RESPUESTA 3

POLINOMIC DE GRADO 3 .CCEF. DE DETER.= .9934

TECLEE OPCION PARA LA TAELA
2

(CONSTANTE) = 2.080000
COEFICIENTE DE X** 1 = .583333
COEFICIENTE CE X** 2 = -.1
COEFICIENTE DE X** 3 = 1.66667E-2

OBS.	X	Y OES.	Y EST.	RESID.
1	-2.0000	.4000	.3800	.0200
2	-1.0000	1.3000	1.3800	-.0800
3	.0000	2.2000	2.0800	.1200
4	1.0000	2.5000	2.5800	-.0800
5	2.0000	3.0000	2.9800	.0200

++++++ SUMA DE LOS CLADR. DE LOS RESIDUOS = .028

++++++ DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = .083666

DESEA AJUSTAR OTRO POLINCPIO +, (TECLEE SI O NO)
NO
**** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS +
**** (TECLEE SI O NO)
NO

```
********************************
*                              *
*      FIN DEL PROGRAMA        *
*                              *
********************************
```

3.10.5. Aplicación 2

La siguiente aplicación corresponde a otro ejercicio propuesto por el Bhattacharyya (problema No. 14 del capítulo 11) y plantea lo siguiente:

Un sivicultor obtiene información de árboles de azúcar de -- arce y desea determinar si en base al diámetro puede pronosticar altura. Las observaciones que el sivicultor tiene son:

Diámetro X (pulgadas)	.9	1.2	2.9	3.1	3.3	3.9	4.3	6.2	9.6	12.6	16.1	25.8
Altura y (pies)	18	26	32	36	44.5	35.6	40.5	57.5	67.3	84	67	87.5

(a) Graficar el diagrama de dispersión y determinar si - - el módelo de línea recta es el apropiado.

(b) Determinar una linearización apropiada, en particuar, - intentar X'=logX, Y'=logy.

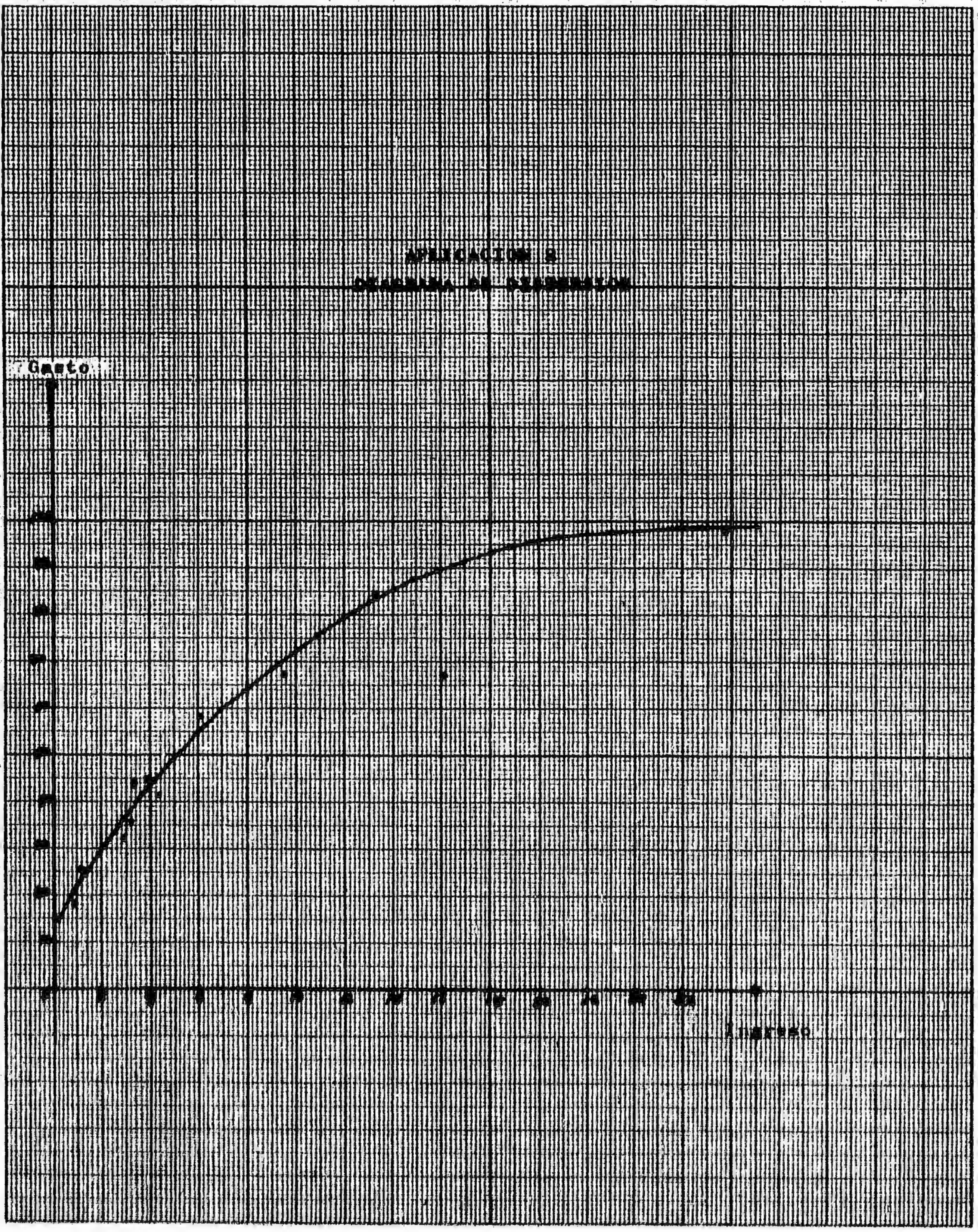
(c) Aplicar un ajuste de línea recta para X' y Y'.

(d) Qué proporción de variabilidad es esplicado porel modelo ajustado?.

Como puede observarse en el diagrama de dispersión, el ajuste a una línea recta no es el adecuado, comprobándose además por los resultados del programa. En cambio el ajuste a la función potencia es aceptable, como puede verificarse en el listado ya que su coeficiente de determinación es 0.8916 -- pero un mejor ajuste como lo indica el coeficiente de determinación igual a 0.9202 es para la hipérbola - - - - - - -

$$Y = \cfrac{1}{0.0079 + \cfrac{0.081275}{1+X}}$$

Por lo tanto, la variabilidad explicada por el modelo (hipérbola $Y = \cfrac{1}{a + \cfrac{b}{1+X}}$) es del 92% como lo indica el coeficiente de determinación.


APLICACION 8
Gasto
Ingreso

3.10.5.1. Listado de Aplicación 2

```
*****************************************************
*****                                           *****
*****   PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR      *****
*****   EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS      *****
*****                                           *****
*****************************************************


 PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
 12
    N=  12  EL NUM. ES CORRECTO ?, (TECLEE  SI  O  NO )
SI

 PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
 .9 , 18
 1.2 , 26
 2.9 , 32
 3.1 , 36
 3.3 , 44.5
 3.9 , 35.6
 4.3 , 40.5
 6.2 , 57.5
 9.6 , 67.3
 12.6 , 84
 16.1 , 67
 25.8 , 87.5
    -I-               -XI-                -YI-

     1               .9000              18.0000
     2              1.2000              26.0000
     3              2.9000              32.0000
     4              3.1000              36.0000
     5              3.3000              44.5000
     6              3.9000              35.6000
     7              4.3000              40.5000
     8              6.2000              57.5000
     9              9.6000              67.3000
    10             12.6000              84.0000
    11             16.1000              67.0000
    12             25.8000              87.5000

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR ?, (TECLEE  SI  O  NO )
NO


 *** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

 VARIABLE            MEDIA        DESV. STAND.     COEF. DE VARIAC.
     X              7.4917             7.4197             .9904
     Y             49.6583            22.6761             .4566

   **** COEFIC. DE CORR. DE PEARSON =    .8888

 QUE OPCION DESEA :  TRASC , POLIN  O  AMBAS?
TRASC
     ** OPCION DESEADA  TRASC

 DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
 8
```

P= 8 EL NUM. ES CORRECTO ?. (TECLEE SI O NO)
SI

*** RESULTADOS PARA ESTA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA ***
*** FUNCIONES TRASCENDENTES ***

FUNC.	TIPO	COEF. DET.	COEF. A	COEF. B
1)	Y=A+B*X	.7900	29.313317	2.715666
2)	Y=A*(X**B)	.8916	21.537697	.464586
3)	Y=1/(A+B/(1+X))	.9202	.007937	.081275
4)	Y=A*EXP(B*X)	.5487	29.958789	.053665
5)	Y=A+B*EXP(X)	.2764	46.217822	.000000
6)	Y=A+B*LN(X)	.9039	15.852395	21.423516
7)	Y=A+B/X	.6215	67.183205	-54.629433

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

2

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 2
FUNC. TIPO 2) Y=A*(X)**B) COEF. DE DETER.= .891562
COEFIC. A= 21.5377 COEFIC. B= .464586

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.9000	18.0000	20.5986	-2.5986
2	1.2000	26.0000	23.4415	2.5585
3	2.9000	32.0000	35.3202	-3.3202
4	3.1000	36.0000	36.4317	-.4317
5	3.3000	44.5000	37.5054	6.9946
6	3.9000	35.6000	40.5321	-4.9321
7	4.3000	40.5000	42.4131	-1.9131
8	6.2000	57.5000	50.2728	7.2272
9	9.6000	67.3000	61.5954	5.7046
10	12.6000	84.0000	69.8901	14.1099
11	16.1000	67.0000	78.3201	-11.3201
12	25.8000	87.5000	97.5629	-10.0629

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 613.027

+++++ ERROR STANDART DE B = .31817

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = 7.46286

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

3

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 3
FUNC. TIPO 3) Y=1/(A+B/(1+X)) COEF. DE DETER.= .920211
COEFIC. A= 7.93708E-3 COEFIC. B= 8.12749E-2

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.9000	18.0000	19.7374	-1.7374
2	1.2000	26.0000	22.2965	3.7035
3	2.9000	32.0000	34.7665	-2.7665
4	3.1000	36.0000	36.0616	-.0616
5	3.3000	44.5000	37.3024	7.1976
6	3.9000	35.6000	40.8267	-5.2267

7	4.3000	40.5000	43.0257	-2.5257
8	6.2000	57.5000	52.0963	5.4037
9	9.6000	67.3000	64.2076	3.0924
10	12.6000	84.0000	72.0298	11.9702
11	16.1000	67.0000	78.9892	-11.9892
12	25.8000	87.5000	91.4102	-3.9102

++++++ SUMA DE LOS CLACR. DE LOS RESIDUOS = 451.066

+++++ ERROR STANCART DE B = .27292

+++ DESV. STANC. DE LOS RESID. = 6.39777

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

6

---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONACA : 6
FUNC. TIPO 6) Y=A+B*LN(X) COEF. DE DETER.= .90392
COEFIC. A= 15.8524 COEFIC. B= 21.4235

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	.9000	18.0000	13.5952	4.4048
2	1.2000	26.0000	19.7584	6.2416
3	2.9000	32.0000	38.6622	-6.6622
4	3.1000	36.0000	40.0910	-4.0910
5	3.3000	44.5000	41.4304	3.0696
6	3.9000	35.6000	45.0093	-9.4093
7	4.3000	40.5000	47.1011	-6.6011
8	6.2000	57.5000	54.9407	2.5593
9	9.6000	67.3000	64.3073	2.9927
10	12.6000	84.0000	70.1331	13.8669
11	16.1000	67.0000	75.3845	-6.3846
12	25.8000	87.5000	85.4869	2.0131

++++++ SUMA DE LOS CLACR. DE LOS RESIDUOS = 543.163

+++++ ERROR STANCART DE B = .29949

+++ DESV. STANC. DE LOS RESID. = 7.02698

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

0

---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONACA : 0
**** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS ?
**** (TECLEE SI O NO)
NO

****
*   *
*   FIN DEL PROGRAMA   *
*   *
****

3.10.6. Aplicación 3.

Con el propósito de mostrar una vez más la utilidad y funcionamiento del programa "AJUSTE". Se analizó la siguiente información:

Ocupación del jefe la familia	Ingreso promedio familiar (pesos mensuales)	Egreso promedio familiar (pesos mensuales)
Trabajadores en labores agropecuarias.	1,972.30	1,727.21
Trabajadores en Servicios Diversos y Conductores de Vehículos	2,834.06	3,341.21
Artesanos, Obreros de Producción Calificados y no Calificados.	3,074.09	3,315.38
Comerciantes, Vendedores y Similares.	3,564.52	3,925.60
Personal Administrativo.	5,389.24	5,339.67
Profesionistas y Técnicos.	8,198.01	7,848.39
Funcionarios Superiores y Personal Directivo Público y Privado.	10,194.74	11,647.02
Sin Trabajo.	2,844.59	3,116.02

Fuente: Estadística Básica para la Planeación Agropecuaria y Forestal. S.R.H. Cuadro 5.5.

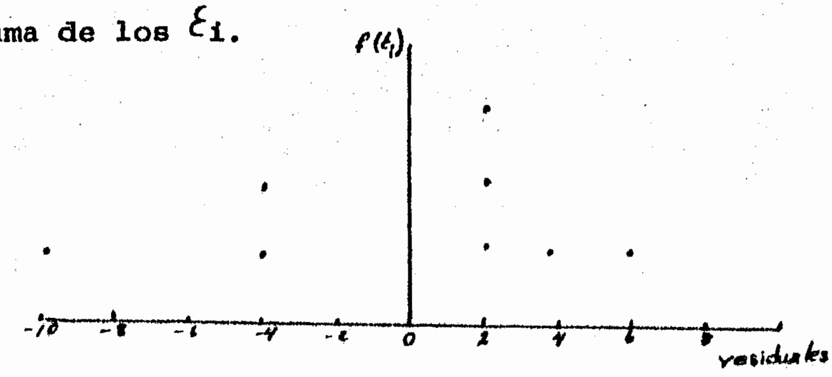
Auxiliados de programa "AJUSTE", se estudió la relación del ingreso y gasto familiar por ocupación de jefe de familia - para el año de 1975.

Oteniéndose los siguientes resultados:

Lista de los valores x, y, considerando el ingreso como variable independiente y el gasto como variable dependiente. En seguida se tienen las estadísticas elementales para cada variable y el ajuste a las funciones trascendentes, que a - través del coeficiente de determinación, la que mejor des-- cribe nuestras observaciones es la función potencia - - - - ($y=a\ x^{b}$) para los estimadores a=0.851882, b=1.024919 y la - desviación stándard de los residuos igual a 501.87.

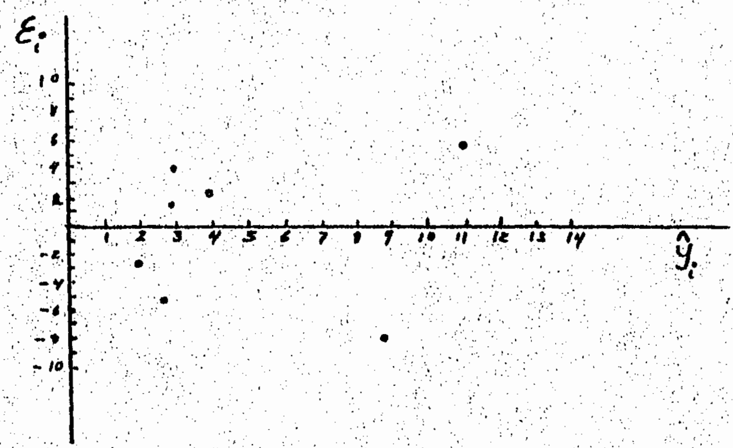
En cuanto al análisis gráfico de los residuales tenemos:

i) Histograma de los ε_i.



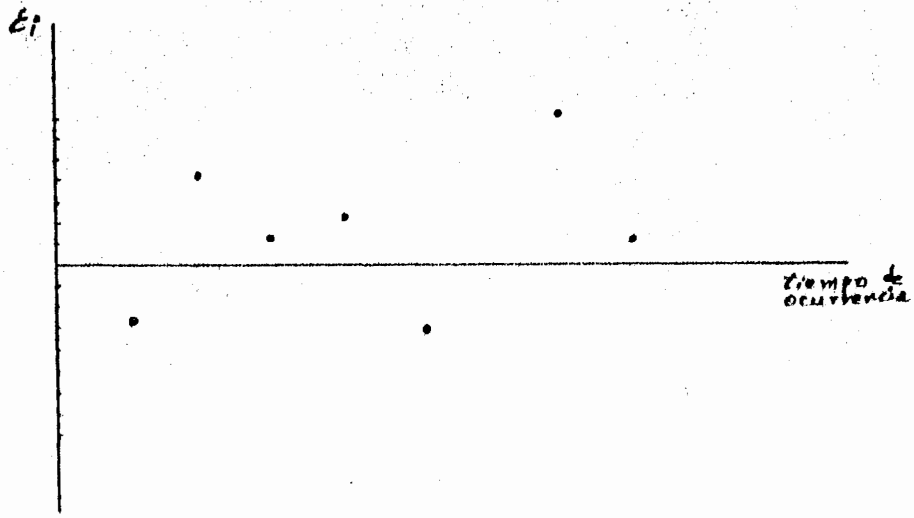
Gráfica que debe describir una normal, sólo que para este caso no se precisa; así que se recomienda obtener otras observaciones.

ii) Gráfica de valores observados $(\hat{y}_i)$ contra los ε_i .



Los puntos forman una banda horizontal alrededor de - cero, excepto para los dos últimos puntos que se dispa ran de este valor.

iii) Gráfica del orden de ocurrencia de los ε_i° contra el - valor correspondiente .



Los puntos se distribuyen aleatoriamente alrededor de cero, la única duda es para los dos últimos puntos que se alejan bastante de cero.

De este análisis se desprende que es importante obtener - - otras observaciones para comprobar que no existe evidencia en contra las suposiciones de los errores o residuales - - ($\mathcal{E}_i$). Entonces de ser así, podemos decir que el gasto familiar es mayor que el ingreso.

3.10.6.1. Listado de Aplicación 3

```
*********************************************************
*****                                              *****
*****    PROGRAMA PARA AJUSTE DE CURVAS POR        *****
*****    EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS        *****
*****                                              *****
*********************************************************

PROPORCIONE EL NUM. DE PUNTOS PARA EL AJUSTE :
8
    N=   8  EL NUM. ES CORRECTO ?. (TECLEE  SI  O  NO )
SI

PROPORCIONE LOS PUNTOS (XI,YI) , UNO A UN TIEMPO.
1972.3 , 1727.21
2834.06 , 3341.21
3074.09 , 3315.38
3564.52 , 3925.6
5389.24 , 5339.67
8198.01 , 7846.39
10194.7 , 11647.
2844.59 , 3116.02
     -I-            -XI-              -YI-

      1          1972.3000          1727.2100
      2          2834.0600          3341.2100
      3          3074.0900          3315.3800
      4          3564.5200          3925.6000
      5          5389.2400          5339.6700
      6          8198.0100          7846.3900
      7         10194.7400         11647.0200
      8          2844.5900          3116.0200

 ... DESEA CORREGIR ALGUN VALOR ?. (TECLEE  SI   O  NO )
NO

 *** ESTADISTICAS ELEMENTALES PARA CADA VARIABLE ***

 VARIABLE          MEDIA       DESV. STAND.     COEF. DE VARIAC.
     X           4758.9437      2956.1805            .6212
     Y           5032.5625      3238.33[illegible]            .6435

   **** COEFIC. DE CORR. DE PEARSON =    .9876

 QUE OPCION DESEA :  TRASC , POLIN  O  AMBAS?
AMBAS
      ** OPCION DESEADA   AMBAS

 DE EL NUM. DE PUNTOS PARA PREDICCION
 0
    P=  0  EL NUM. ES CORRECTO ?. (TECLEE  SI   O  NO )
SI

  *** RESULTADOS PARA ESTA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA ***
  ***          FUNCIONES  TRASCENDENTES               ***

  FUNC.  TIPO            COEF. DET.         COEF. A          COEF. B

  1) Y=A*B**X              .9754          -116.135422        1.[illegible]
  2) Y=A*(X**B)            .9760           .651882          1.0[illegible]91[illegible]
```

062316

3) Y=1/(A+B/(1+X))	.9018	-.000530	1.078590
[illegible]Y=A*EXP(B*X)	.9736	1719.460792	.000193
[illegible]=A+B*EXP(X)	(NO FACTIBLE)		
[illegible]+B*LN(X)	.9216	-46143.846592	5432.095775
[illegible]A+B/X	.7960	10901.811320	-21122992.965030

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

1

---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 1
FUNC. TIPO 1) Y=A+B*X CCEF. DE DETER.= .975424
COEFIC. A= -116.135 COEFIC. B= 1.0919

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	1972.3000	1727.2190	2017.6946	-290.4846
2	2834.6600	3341.2100	2950.0321	391.1779
3	3074.0900	3315.3800	3219.7204	115.6596
4	3564.5200	3925.6000	3740.3163	185.2837
5	5389.2400	5339.6700	5714.4796	-374.8196
6	8198.0100	7848.3900	8753.2859	-904.8959
7	10194.7400	11647.0200	10913.5467	733.4733
8	2844.5900	3116.0200	2961.4245	154.5955

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.80415E+6

+++++ ERROR STANDART DE B = .07011

*** DESV. STAND. DE LOS RESID. = 547.66934

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

2

---------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 2
FUNC. TIPO 2) Y=A*(X**B) CCEF. DE DETER.= .975977
COEFIC. A= .851882 COEFIC. B= 1.02492

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	1972.3000	1727.2100	2029.6327	-302.6227
2	2834.6600	3341.2100	2943.1960	398.0120
3	3074.0900	3315.3800	3198.9456	116.4344
4	3564.5200	3925.6000	3723.0018	202.5982
5	5389.2400	5339.6700	5687.1327	-347.4627
6	8198.0100	7848.3900	8742.0658	-893.6758
7	10194.7400	11647.0200	10930.5199	716.5001
8	2844.5900	3116.0200	2954.4065	161.6135

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.76348E+6

+++++ ERROR STANDART DE B = .08932

*** DESV. STAND. DE LOS RESID. = 541.87433

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 4
FUNC. TIPO 4) Y=A*EXP(B*X) COEF. DE DETER.= .973648
COEFIC. A= 1710.46 COEFIC. B= 1.93108E-4

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	1972.3000	1727.2100	2503.3481	-776.1381
2	2834.0680	3341.2100	2956.6047	384.6053
3	3074.0900	3315.3800	3096.8739	218.5861
4	3564.5200	3925.6000	3404.5031	521.0969
5	5389.2400	5339.6700	4842.6710	496.9990
6	8198.6100	7848.3900	8329.9835	-481.5935
7	10194.7400	11647.0200	12249.0131	-601.9931
8	2844.5900	3116.0200	2962.6228	153.3972

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.93447E+6

+++++ ERROR STANDART DE B = .07260

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = 525.56901

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

6

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 6
FUNC. TIPO 6) Y=A+B*LN(X) COEF. DE DETER.= .921551
COEFIC. A= -40143.6 COEFIC. B= 5432.1

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	1972.3000	1727.2100	1069.2158	657.9942
2	2834.0680	3341.2100	3038.4043	302.8057
3	3074.0900	3315.3800	3480.0261	-164.6461
4	3564.5200	3925.6100	4284.0874	-358.4874
5	5389.2400	5339.6700	6529.5795	-1189.9095
6	8198.6100	7848.3900	8808.2732	-959.8832
7	10194.7400	11647.0210	9992.3638	1654.6562
8	2844.5901	3116.02[illegible]	3058.5499	57.4701

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 5.75872E+6

+++++ ERROR STANDART DE B = .12526

+++ DESV. STAND. DE LOS RESID. = 967.41391

(EL VALOR 999999999999 ES IMPRESO SI UN X NO PUDO SER COMPUTADO)

** SI DESEA TABLA DE RESIDUOS TECLEE EL NUM. DE FUNC.
** CASO CONTRARIO TECLEE 0 (CERO)

0

--------- NUMERO DE FUNC. SELECCIONADA : 0

062314

** OBSERVACION IMPORTANTE **

PARA ESTA SEGUNDA PARTE DEL PROG.,
SELECCIONE Y TECLEE :

1 PARA COEFICIENTES SOLAMENTE
2 PARA RESUMEN COMPLETO
3 PARA COEFICIENTES Y PREDICCION
4 NINGUNA OPCION

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
2

**** RESPUESTA 2

POLINOMIO DE GRADO 2 .COEF. DE DETER.= .9828

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = 1221.455718
COEFICIENTE DE X** 1 = .489972
COEFICIENTE DE X** 2 = [illegible]

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	1972.3[illegible]	1727.21[illegible]	2377.786[illegible]	-65[illegible]
2	2834.[illegible]	[illegible]41.2120	[illegible]2.2870	[illegible]
3	3074.[illegible]	3215.3[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	3564.[illegible]	3925.6[illegible]	3568.4729	[illegible]
5	5349.2430	5339.67[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	8199.[illegible]	78[illegible]8.79[illegible]	[illegible]2.[illegible]937	[illegible]
7	10194.74[illegible]	11647.32[illegible]	11291.9479	[illegible]
8	2844.59[illegible]	3116.[illegible]	[illegible]	[illegible]

****** SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 1.2[illegible]

****** DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 424.233

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO ... (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
3

**** RESPUESTA 3

POLINOMIO DE GRADO 3 .COEF. DE DETER.= .9991

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = -3[illegible]1[illegible].5[illegible]47[illegible]
COEFICIENTE DE X** 1 = 3.4[illegible]647
COEFICIENTE DE X** 2 = -4.9[illegible]37[illegible]-4
COEFICIENTE DE X** 3 = 3.[illegible]946[illegible]

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	19[illegible]2.3[illegible]	1727.21[illegible]	1791.24[illegible]9	-[illegible]
2	2834.[illegible]	3341.21[illegible]	[illegible]116.311[illegible]	224.[illegible]
3	3074.[illegible]91[illegible]	[illegible]	[illegible]	-[illegible]
4	3564.[illegible]	3925.[illegible]	39[illegible]3.[illegible]	-[illegible]797

5	5369.2400	5339.6700	5377.7477	-38.0777
	8198.0100	7848.3900	7818.3626	30.0274
	10194.7400	11647.0200	11657.1196	-10.0996
	2844.5900	3116.0210	3130.1423	-14.0223

SARH

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 68299.8

++++++ DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 98.7781

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE SI O NO)
SI

DE EL GRADO PARA EL POLINOMIO QUE UD. DESEA
4

**** RESPUESTA 4

POLINOMIO DE GRADO 4 .COEF. DE DETER.= .9992

TECLEE OPCION PARA LA TABLA
2

(CONSTANTE) = -4041.900599
COEFICIENTE DE X** 1 = 4.16382
COEFICIENTE DE X** 2 = -7.32477E-4
COEFICIENTE DE X** 3 = 5.88091E-8
COEFICIENTE DE X** 4 = -1.19842E-12

OBS.	X	Y OBS.	Y EST.	RESID.
1	1972.3100	1727.2100	1754.1586	-26.9486
2	2834.0600	3341.2100	3136.8003	204.4097
3	3074.0900	3315.3800	3437.5362	-122.1562
4	3964.5200	3925.6000	3963.4243	-37.8243
5	5389.2400	5339.6700	5318.0936	21.5764
6	8198.0100	7848.3900	7854.1071	-5.7171
7	10194.7400	11647.0200	11645.7122	1.3078
8	2844.5900	3116.0200	3150.6676	-34.6476

++++++ SUMA DE LOS CUADR. DE LOS RESIDUOS = 60562.8

++++++ DESV. STAND. DE LOS RESIDUOS = 93.7152

DESEA AJUSTAR OTRO POLINOMIO +, (TECLEE SI O NO)
NO
**** DESEA HACER AJUSTES CON OTRO CONJUNTO DE DATOS +
**** (TECLEE SI O NO)
NO

```
******************************
*                            *
*     FIN DEL PROGRAMA       *
*                            *
******************************
```

*********** ANGELEE //// END OF LIST ////
*********** ANGELEE //// END OF LIST ////

IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 CONCLUSIONES.

El Programa "AJUSTE" se desarrolló con el propósito de facilitar la aplicación de los métodos estadísticos a modelos lineales, en especial el ajuste de curvas y contribuir al desarrollo de nuestra propia tecnología, las siguientes conclusiones son resultados de este trabajo:

- Que el método de mínimos cuadrados es el más adecuado para obtener los estimadores que identifiquen el modelo apropiado para ajustar un conjunto de datos a una curva.

- Se demostró como obtener los estimadores para modelos estadísticos lineales, aplicando el método de mínimos cuadrados así como la comprobación de como el modelo propuesto es el más adecuado.

- Se comprobó que el lenguaje de Programación BASIC es el más apropiado para el diseño y desarrollo de un sistema interactivo de cómputo.

- Se comprobó la ventaja de acceso que proporciona el sistema interactivo por medio del formato libre de datos; además de que una vez dado el acceso se convierte en una --

guía segura para evitar que el usuario se pierda en - la secuencia del proceso.

- Una ventaja más del programa propuesto es el ajuste - de "n" observaciones a varias curvas simultáneamente; así como el ajuste a polinomios hasta obtener el ópti- mo.

- Se asevera que este programa se puede implementar, -- salvo ligeros cambios en las operaciones de entrada y salida, en cualquier computador que cuente con el compilador BASIC.

- Es necesario mencionar que en la actualidad el alto - costo que implica la renta del "software", resulta incosteable para la mayoría de los centros de computo. Lo anterior es debido a que gran parte de los usua--- rios no aprovechan debidamente estos paquetes científicos. Es por ello que se concluye que este trabajo ofrece una opción más accesible y menos costosa y sobre todo con tecnología propia en la elaboración de - estos paquetes científicos.

- Este tipo de herramienta no existe como procedimiento standard en paquetes que se consideran tan completos como el SPSS.

4.2 RECOMENDACIONES.

- Se propone que en una segunda etapa de desarrollo del Sistema Interativo "AJUSTE", éste, se amplié con nuevas rutinas como por ejemplo: graficado, análisis de varianza, prueba de hipótesis, intervalos de confianza, análisis total de residuales y por último el análisis completo de regresión múltiple. En una tercera etapa se pueden agregar rutinas complementarias como: frecuencias, tabulaciones cruzadas, análisis discriminatorio, análisis factorial; es decir, todos aquellos métodos que conformarían un paquete estadístico tan completo como el SPSS y el OSIRIS.

A P E N D I C E

A. DEFINICIONES AVOCADAS A UNA COMPUTADORA CYBER - 70.

Tratando de no extendernos demasiado, vamos a dar una definición, lo más de acuerdo posible a nuestra idea, de lo que es una computadora.

Computadora.- Es la unión física de 2 conjuntos, los que llamaremos HARDWARE y SOFTWARE y tales que:

HARDWARE = { D | D es un dispositivo electrónico, capaz de recibir, procesar, almacenar y/o emitir información. }

SOFTWARE = { P | P es un procedimiento escrito en un "lenguaje entendible" por algún (os) D HARDWARE y que hace posible la comunicación entre el hombre y la computadora misma. }

DEFINICIONES ADICIONALES.

Las siguientes definiciones describen algunos de los términos que comunmente se utilizan en programación (En algunos casos difieren de los conceptos tradicionales). Se mencionan los términos en Inglés, ya que es la forma en que se encuentran en los manuales de referencia.

REGISTRO (RECORD).

Es un gruó de caracteres. Es una subdivisión lógica de un -- archivo, por ejemplo: una tarjeta perforada, una linea de có digo, o un conjunto de caracteres definidos para ser maneja-- dos como unidad lógica.

REGISTRO FISICO (PHYSICAL-RECORD).

Un registro físico o bloque es definido sólo para cintas magnéticas. Siendo un grupo de caracteres contiguos leídos o grabados como unidad. Los registros físicos son separados físicamente por una porción sin información necesaria para el movimiento de la cinta (RECORD GAP.),

SECCION (SECTION).

Consiste en uno o más registros, generalmente una sección es menor que una partición.

Una sección principia en el primer registro despúes del final de la precedente y termina con un delimitador de sección, o - si ocurre una condición especial.

PARTICION (PARTITION).

Consiste en una o más secciones, generalmente una partición es mayor que una sección o igual.

Una partición se inicia con un primer registro después del delimitador de la anterior y termina con un delimitador de fin de partición.

ARCHIVO (FILE).

Un archivo es un conjunto de información lógicamente conectado. Todos los datos son almacenados entre los límites de principio y fin de iformación (beginning-of information BIO y end of information EOI). Los archivos pueden ser precedidos por etiquetas de indentificación: la cual consiste en un registro que contiene información acerca del archivo. Las etiquetas NO se consideran parte del archivo.

VOLUMEN (VOLUME).

Un volumen es un carrete de cintas magnéticas o un paquete de discos. Un archivo puede estar contenido en más de un volumen y un volumen puede contener más de un archivo.

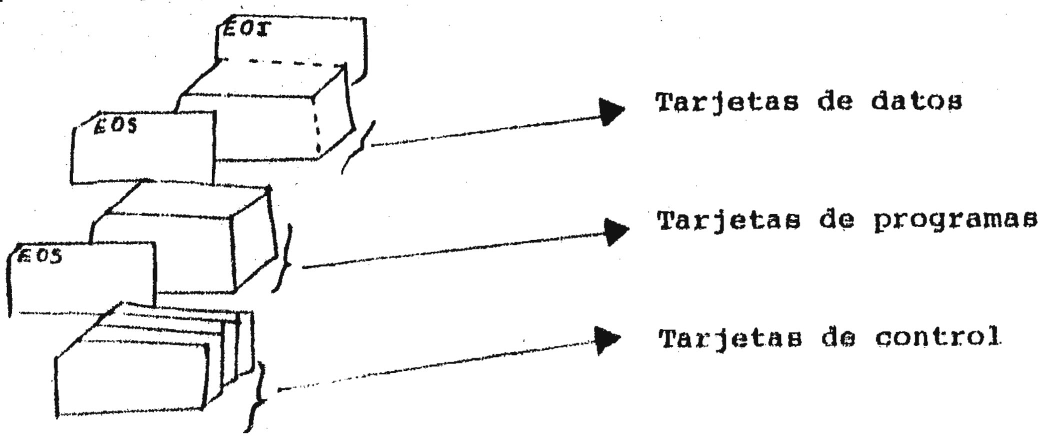
DELIMITADORES.

En las definiciones anteriores se mencionan delimitadores de grupos de información, éstos consisten en caracteres o registros de características especiales para ser identificados como tales por el sistema.

El resultado de un delimitador depende principalmente de la forma en que se utilice. En tarjetas perforadas que es el medio de introducción básico de información existen 2, los cuales son reconocidos como: EOS y EOI.

EOS (End of Section) fin de sección que limita las secciones de un trabajo y es una tarjeta de perforación 7/8/9 (multi-perforado) en la columna 1.

EOI (End of Information) fin de información este delimitador toma varias formas según el medio a que se refiera, en tarjetas es una tarjeta con perforaciones 6/7/8/9 en la columna 1, para NOS/BE, esto indica fin de trabajo.



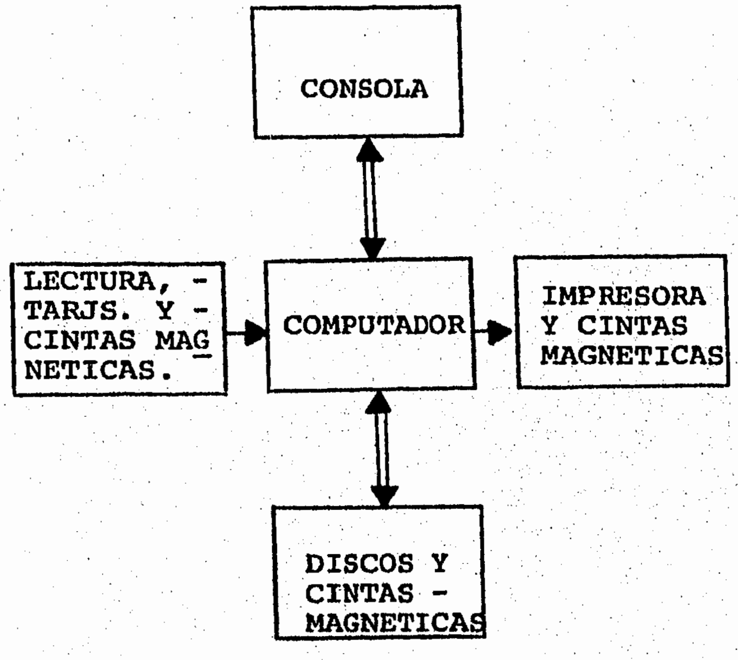
B. CONCEPTO DE HARDWARE.

CARACTERISTICAS DE LOS EQUIPOS SERIE CYBER - 70.

Las computadoras de la serie CYBER - 70 pueden consistir en uno o dos procesadores centrales de alta velocidad y hasta 20 procesadores periféricos; todos los procesadores periféricos (PPU) tienen su propia memoria y pueden ejecutar programas independientemente. Los PPU se utilizan para transferir rápidamente información desde y hacia el sistema. El procesador central maneja el proceso de cómputo sobre la memoria central. Hasta 15 trabajos pueden operar concurrentemente compartiendo los procesadores periféricos y central.

La serie CYBER es sucesora de la serie 6000, donde se incluyen algunas características que aumentan las cualidades, -- permitiendo en máquinas de menor escala la aplicación de -- conceptos de grandes computadoras.

En cuanto a sistema operativo operan ambas series con - - NOS/BE. Este es un sistema operativo con el cual se utiliza más racionalmente el equipo; entre otras funciones -- son las de operar un ambiente de multiprogramación, una -- carga de trabajo de características mixtas, tanto en modo batch como en modo interativo.



Configuración clásica de una computadora.

MEMORIA-CENTRAL.

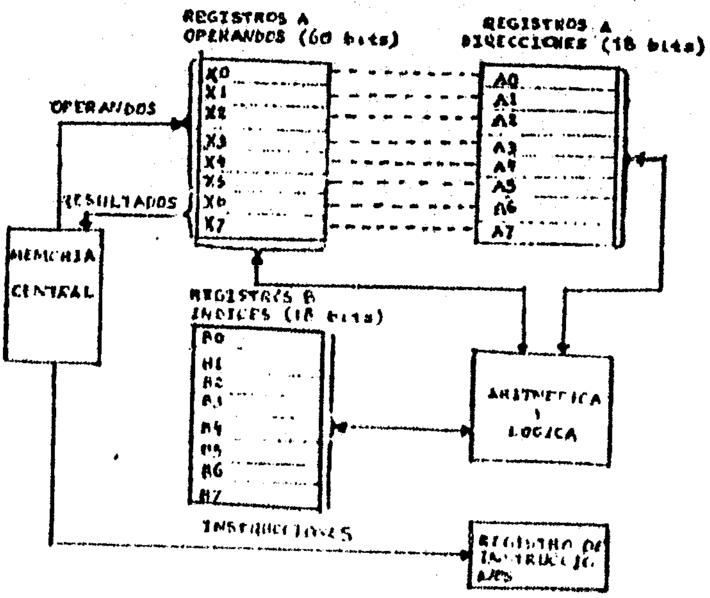
En la memoria central se almacenan las instrucciones activas y los segmentos de datos a utilizar. Esta información es almacenada en palabras de 60 bits. Durante la ejecución de un programa, las instrucciones y datos son leídos de la memoria central. Hasta 15 trabajos del usuario pueden residir en memoria central, compartiendo el uso del procesador central.

A cada uno de estos trabajos le es asignado un "punto de control", que es representado por la dirección que marca el principio de el área reservada para éste en memoria central. Adicionalmente, pueden considerarse más trabajos dentro de la -

computadora, aunque temporalmente almacenados en un dispositivo externo (SWAPPED-OUT) hasta que estén disponibles los recursos solicitados (memoria o equipo periférico).

PROCESADOR CENTRAL.

Cuando alguna operación va a efectuarse con los datos, las palabras requeridas son colocadas en los registros operativos apropiados del procesador central. El Procesador central es responsable de la ejecución de las operaciones aritméticas a alta velocidad; multiplicaciones, divisiones, incrementos, indexación (INDEXING) y ramificación, así como algunas operaciones de sumas y restas lógicas. El procesador central está ligado a la memoria central a través de 24 registros operacionales.



ESQUEMA DE REGISTROS DEL PROCESADOR CENTRAL.

El procesador central es un dispositivo de cómputo extremadamente rápido y consiste funcionalmente de la unidad aritmética y de la unidad de control.

La unidad aritmética contiene la lógica para ejecutar las operaciones aritméticas, instrucciones de manejo de datos y operaciones lógicas, esta unidad está estructurada de varias formas según el modelo de la familia CYBER.

La unidad de control dirige las operaciones aritméticas y provee la interfase entre la unidad aritmética y la memoria central.

A continaución se expresa en el cuadro las características principales de la familia CYBER series 70.

7X - YZ

X = 2,3,4 ó 6 significa modelo de CPU

Y = 1 ó 2 número de procesadores

Z = 3,4,6,8 opción de memoria (módulo de 16 K)

Z	CANTIDAD DE PALABRAS (60 bits)	NUMERO DE BCOS DE 16 K	K
3	49,152	12	49
4	65,536	16	64
6	98,304	24	98
8	131,072	32	131

Velocidades de CPU en MIPS

Modelo	1 CPU	2 CPU
72	0.9	1.5
73	1.2	2.0
74	3.0	3.7
76	15.0	-

MIPS = 1 millón de instrucciones/seg.

PROCESADORES PERIFERICOS.

El procesador central comparte las actividades de proceso a la memoria central con cierto número de procesadores periféricos (10 a 20). Cada uno de estos es un minicomputador individual, con su propia memoria (4096 palabras de 12 bits). Generalmente estos procesadores periféricos (PPU) realizan funciones de entrada y salida entre la memoria y los dispositivos periféricos, como son cintas y discos, con velocidades menores de operación, relevando así al procesador central de funciones lentas para que éste ejecute solamente los cálculos.

CANALES DE DATOS.

Para entrada y salida, cada PPU accesa un dispositivo periférico por medio de un enlace denominado Canal de Datos.

Más de un dispositivo puede conectarse a cada canal; el número de éstos no necesariamente está limitado al número de canales disponibles. Sin embargo un PPU no está exclusivamente asociado con un canal en particular y puede ser conectado a cualquiera disponible con el dispositivo apropiado.

CONSOLA.

La consola consiste en un par de pantallas de rayos catódicos y un telcado. Su función es que el operador tome el control de la computadora en ciertos casos.

Para finalizar con los conceptos principales de HARDWARE tenemos 2 más de importancia como lo es:

SITIO CENTRAL

Este se entiende como la localización de una computadora - - CYBER - 70 ejecutando programas de usuario y comunicándose - con sus terminales por medio del lenguaje interactivo propio de estas computadoras (INTERCOM).

TERMINAL REMOTA:

Puede ser un teletipo (TTY o pantalla de rayos catódicos -- (CRT) conectados al sitio central y que a través de INTERCOM el usuario obtiene la comunicación.

C. CONCEPTO DE SOFTWARE.

La computadora electrónica digital, así como el automóvil y la máquina de escribir, constan de un equipo diseñado y construido para el uso del hombre.

La computadora electrónica, además de los circuitos y de los elementos de metal que forma el equipo, tiene programas elaborados por especialistas para poder manejarla y que haga lo que nosotros queremos. A todo este conjunto de programas se les llama SOFTWARE.

De acuerdo con la definición al principio de este anexo, se especifica que el SOFTWARE se integra de lo siguiente:

RUTINAS PARA CONTROL DE TRABAJOS.

Conjunto de intrucciones en una secuencia propia, para dirigir al computador en la ejecución de una operación o una serie de operaciones.

RUTINAS DE ENSAMBLE.

Son rutinas del computador, las cuales traducen de un progra ma codificado en un lenguaje simbólico a un lenguaje máquina.

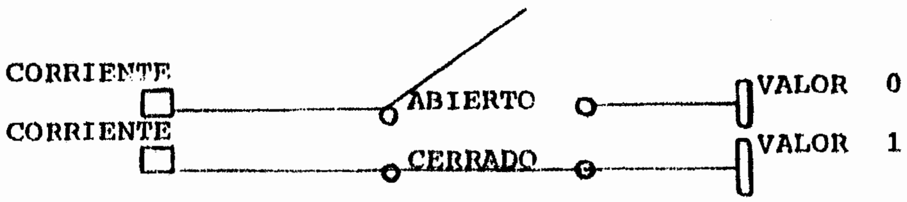
Lenguaje. El programa de instrucciones almacenado en la Unidad Central de Proceso.

Los lenguajes se dividen en: lenguaje de Máquina. Es un código arbitrario (de acuerdo al diseño del computador) conveniente para la máquina en base a unos (1) y ceros (0), pero de uso bastante difícil para el programador.

Lenguaje de Procedimientos. Es un lenguaje que se escribe en palabras o términos convenientes para ser usados por el programador.

LENGUAJE MAQUINA (BINARIO).

El único lenguaje que entiende la computadora es el lenguaje binario, ya que solo consta de 1 y 0 como valores únicos. ¿Por qué el lenguaje binario?, las computadoras están diseñadas o construidas en base a circuitos, hay dos formas únicas de trabajar mediante la ausencia de corriente, representado por el valor 0 y el paso a la presencia de corriente representada por valor 1.



Y ya que solo podemos representar como valores 1 y 0 es muy difícil programar en este lenguaje, a menos que sea un especialista y que haya diseñado el computador.

LENGUAJE ENSAMBLADOR.

A raíz de esta dificultad, nacieron los lenguajes que son -- una serie de instrucciones simbólicas, esas instrucciones se representan dentro del computador en forma binario, en registro o posiciones sucesivas. El paso de las instrucciones -- simbólicas, se realizan por medio de un programa especial -- que recibe el nombre de ENSAMBLADOR. Estos símbolos también conocidos como mnemónicos son abreviaturas de la instrucción a realizar por el computador. Esto facilita en gran medida, la programación de un problema y representa un avance dentro del campo de procesamiento de datos.

Una instrucción de lenguaje ensamblador genera una instrucción de lenguaje máquina.

LENGUAJE COMPILADOR.

Un avance posterior fue el de crear lenguajes más semejantes al humano en la programación; fueron los compiladores o super-lenguajes ya no con símbolos (expresiones mnemónicas) sino con palabras y verbos del lenguaje humano.

También se requiere un programa especial llamado COMPILADOR, que traduzca estos lenguajes a lenguaje de máquina. Varias clases de lenguaje compiladores o super-lenguajes existen - hoy en día.

COBOL
FORTRAN
RPG
PL-1
BASIC

Una instrucción en lenguaje compilador que genere instrucciones del lenguaje máquina se le conoce como MACRO-INSTRUCCION.

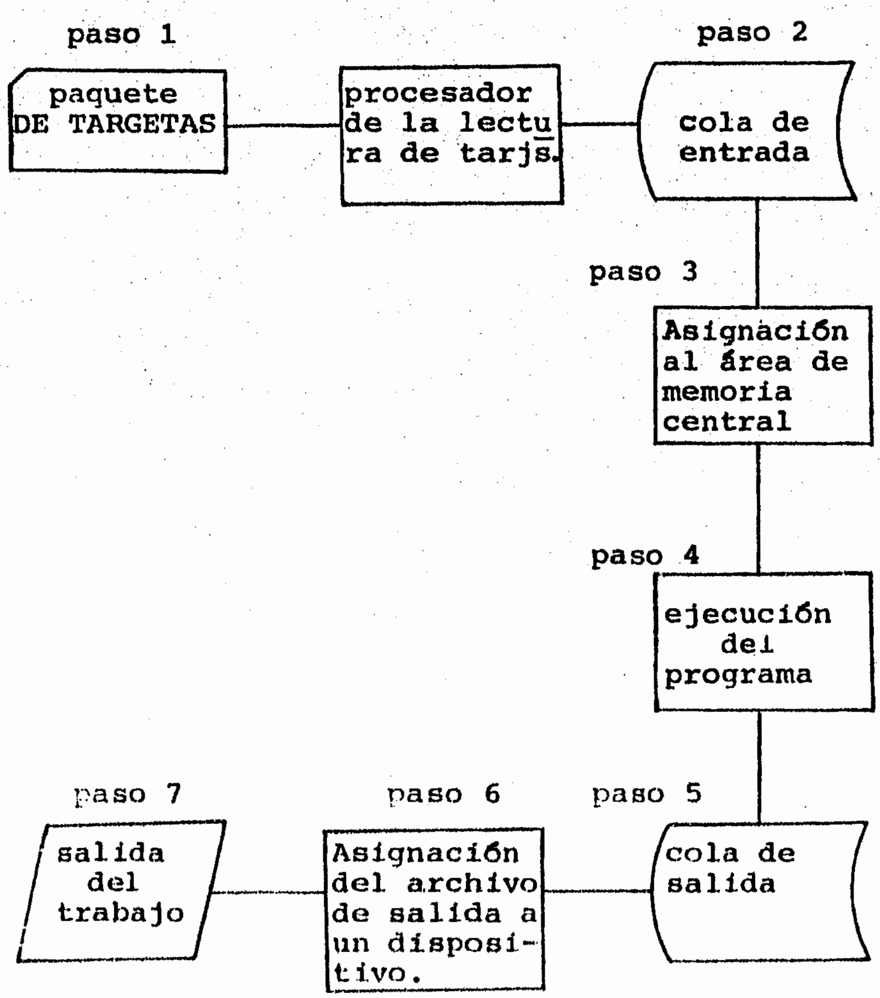
SISTEMAS OPERATIVOS.

Para controlar la entrada, carga-salida de los lenguajes anteriormente mencionados, se desarrollo el Sistema Operativo.

¿QUE ES UN SISTEMA OPERATIVO?

Un Sistema Operativo es un conjunto de programas utilizados como monitor y control de la carga, ejecución y salida de - todos los trabajos que los usuarios dejan bajo la acción de la computadora. También controla la secuencia en la que deba ejecutarse los trabajos, suministra mapas y vaciados de la memoria, detecta errores o imprime mensajes de diagnóstico informativo.

FLUJO DE TRABAJOS A TRAVES DEL SISTEMA.



RELACION DEL SISTEMA OPERATIVO.

CON EL EQUIPO.

El sistema operativo contiene una gran cantidad de rutinas y programas para obtener un mejor aprovechamiento de los recursos, como la asignación dinámica de memoria, el manejo de -- las tablas, apuntadores, la asignación de PPU's, que es una interacción muy fuerte entre el equipo y el sistema operativo.

CON EL TRABAJO.

Las primeras 110_B palabras del programa son exclusivas para comuniciación con el sistema en las que se almacenan los indicativos del estado en que se encuentra la ejecución de ese programa. Esto implica que el programa se encuentra realmente ubicado a partir de la palabra 101_B de la dirección de referencia (RA + 101).

CON EL USUARIO

El sistema mantiene un registro cronológico de las actividades de cada uno de los trabajos y una imagen de estas son escritas al final de cada trabajo. Las actividades son registradas con el objeto de mantener estadísticas e informar de los eventos ocurridos en el transcurso del proceso.

CON EL OPERADOR.

El operador se comunica con el sistema a través de comandos o palabras clave introducidas por el teclado de la consola y el sistema responde a través de las 2 pantallas de rayos catódicos, cada comando refleja alguna situación por ejemplo, el -- estado de las colas de espera, la disponibilidad de recursos, el orden de salida, el estado del registro cronológico - - - (DAY-FILE) etc., así como los necesarios para tomar acción -- por ejemplo, rechazar algún trabajo, suspenderlo, indicarlo - en que unidades de cinta se encuentra la solicitada, etc.

CON EL PROGRAMADOR.

El programador puede comunicarse con el operador indincando en sus programas instrucciones tales como MESSAGE en COMPASS, PAUSE en FORTRAN o STOP en COBOL. El uso de estas instruc-- ciones que requieren acción del operador deberán limitarse - a opciones específicas, ya que las que requieren alternati-- vas complicadas pueden ocasionar suspensión por el operador.

La limitación de comentarios innecesarios al operador es --- obligatoria con el fin de no saturar al operador y en un mo- mento dado posible fuente de error.

RUTINAS PARA OPERACIONES DE ENTRADA/SALIDA.

Son rutinas de soporte en general de la operación de un computador, con sus dispositivos de almacenamiento.

PROGRAMAS DE BIBLIOTECA.

Colección de rutinas y subrutinas para resolver problemas comunes a los centros de cómputo.

El SOFTWARE se ha ido desarrollando a través del tiempo. Por ahora solo analizaremos su crecimiento, partiendo de las bases más simples hasta la integración de los programas de aplicación especial.

ELEMENTOS DE SOFTWARE.

Instrucción. Conjunto de caracteres que indican a la máquina la operación a realizar

Programa. Conjunto de instrucciones, en una secuencia lógica necesaria para resolver un problema dado.

También puede ser un plan de procedimientos para resolver -

un problema. Esto puede involucrar: análisis del problema, estructuración lógica del problema, codificación del problema en instrucciones entendibles para el computador dentro de un sistema.

D. LENGUAJE BASIC.

Mencionaremos ahora, las características que hacen distinto el lenguaje BASIC de los demás, así como también expondremos el formato de algunas de sus proposiciones clásicas y su función, sobre todo aquellas que son usadas en el programa para el ajuste de curvas. Se hace sin embargo la aclaración de que para mayores detalles de lo expuesto aquí, se consulte algún texto sobre este lenguaje o en su defecto el manual de referencia que se menciona en la bibliografía. 21/

El nombre de este "Compilador" proviene de los vocablos "Beginner's All Purpose Symbolic Intruction Code", el cual está considerado como un lenguaje de alto nivel. Fue originalmente desarrollado por los profesores Kemeny y Kurtz en el Colegio Dartmouth.

Normalmente, BASIC es usado para ejecutarse desde una terminal remota en modo interactivo, pero también puede compilar y ejecutar programas en modo batch.

ESTRUCTURA DE PROPOSICIONES.

1. Cada proposición debe comenzar con un número de línea.

21/ CONTROL DATA CORPORATION. Basic, Versión 3.1. Reference Manual. Sunnyvale Calif. 1976.

2. Cada proposición debe ser completada en una sola línea, - no está permitido usar líneas de continuación.

3. Los blancos dentro de las proposiciones BASIC, no tienen- significado.

4. Una proposición BASIC incluyendo blancos puede ser como - máximo de 150 caracteres.

5. Excepto cuando no aparece en una cadena de caracteres, el carácter apóstrofe (') marca el fin de una proposición y- el inicio de un comentario.

CONJUNTO DE CARACTERES BASIC

A - Z	0 - 9
+	blanco
-	,
*	.
/	"
(	^
)	<
$	>
=	?
:	;
'	#

C O N S T A N T E S

CONSTANTES NUMERICAS:

En BASIC hay 3 tipos de constantes numéricas:

- Enteras
- Decimales
- Exponenciales

Las reglas para la definición de éstas, son en general las mismas que las de otros compiladores y un valor de cualquiera de ellas deberá estar en el rango:

$$3.13152 \times 10^{-294} \text{ a } 1.26501 \times 10^{322}$$

CONSTANTES ALFANUMERICAS: (cadenas)

Son todos aquellos textos o colección de caracteres encerrados entre comillas, su longitud varía dependiendo del modo en que se esté operando, NORMAL O ASCII, en NORMAL la longitud máxima es de 78 caracteres. En ASCII la longitud varía entre 39 hasta 78 caracteres.

Una cadena de longitud cero, se llama cadena nula y se representa por (""), también cabe aclarar que los blancos son signi ficativos dentro de una cadena: ejemplos:

" PARTE 25 "

" ESTE ES UN TEXTØ "

" USE "" PARA REPRESENTAR EL CARACTER COMILLA "

VARIABLES.

Sirven para representar valores los cuales no son fijos. Estos valores pueden ser asignados a variables y más tarde cambiar por otras proposiciones o condiciones durante la ejecución del programa BASIC.

Las variables pueden representar datos numéricos o alfanuméricos y pueden ser simples o suscritas.

VARIABLES SIMPLES:

Numéricas.- Representan sólo valores numéricos, los nombres para éstos no deben exceder de 2 caracteres en longitud, los cuales el primero debe ser letra y no ser los dos de igual tipo, ejemplo:

Válidos	A	Z3	C9	E
Inválidos	B23	49	G*	AA

Alfanuméricas.- Para representar sólo textos, los nombres pueden ser hasta de 3 caracteres, los cuales el primero debe ser letra y el último debe ser el signo de dólar ($); ejemplos:

A$ B$ Y$ A1$ B9$ Y3$

VARIABLES SUSCRITAS.

Pueden ser numéricas o alfanuméricas y representan un valor en un arreglo. Las reglas pertinentes para estas variables son las mismas que las descritas para las variables simples, ejemplos:

A(1) B2(3) A(B2(3)) X(1,N+M,A(3)) Variables suscritas numéricas.

B$(4) L$(1,I+3) C$(1,I+3,A(I)) Variables suscritas alfanuméricas.

BASIC permite 1, 2 ó 3 dimensiones para suscribir arreglos, además un índice o suscrito nunca debe ser menor que cero y puede ser cero si la "BASE" es declarada como cero.
(Ver manual).

EXPRESIONES EN BASIC.

Una expresión está formada usualmente por una serie de operan dos y operaciones, sin embargo, una sola constante o variable puede ser también considerada como una expresión, en - - BASIC tenemos tres tipos de expresiones; aritméticas, relacionales y de cadenas.

El valor de las primeras es numérico, verdadero o falso de - las segundas y series de caracter o textos para las terceras.

Sin extendernos demasiado, las reglas para evaluación de ex-- presiones en basic siguen la misma pauta que para otros compiladores.

JERARQUIAS EN EXPRESIONES ARITMETICAS

JERARQUIA	OPERADOR	DEFINICION
1	^ ó * *	Exponenciación
2	* , /	Multiplicación, división
3	+ , -	Unarios
4	+ , -	Suma, resta

OPERADORES EN EXPRESIONES RELACIONALES

OPERADOR	DEFINICION	OPERADOR	DEFINICION
=	Igual a	<	Menor que
<> ó ><	No igual a	>= ó =>	Mayor que o igual a
>	Mayor que	<= ó =<	Menor que o igual a

JERARQUIAS EN OPERADORES LOGICOS

JERARQUIA	OPERADOR	DEFINICION
1.	NOT	Negación lógica
2.	AND	Multiplicación lógica o Intersección lógica
3.	OR	Suma lógica o unión lógica (o inclusive)

Los operadores lógicos están definidos por medio de las siguientes tablas de verdad:

NOT (unario)

P	NOT P
FALSO	VERDADERO
VERDADERO	FALSO

AND

P \ Q	FALSO	VERDADERO
FALSO	FALSO	FALSO
VERDADERO	FALSO	VERDADERO

OR (inclusive)

P \ Q	FALSO	VERDADEO
FALSO	FALSO	VERDADERO
VERDADERO	VERDADERO	VERDADERO

Ejemplos de lo anteriormente dicho:

```
SI  I=8      y     J=4,    sea:
    100      I=J   ØR      J < I            resulta verdadero
    110      2*I= > J**(2-1) AND I > J      resulta falso

Sea  ahora   A=5, B=4, C=2 y D=1,           entonces
     30  NØT  A>B   AND C=D                 falso
     40  NØT (A>B   AND C=D)                verdadero
```

COMENTARIOS EN PROGRAMAS

Proposición REM

La proposición REM es usada para insertar notas explicatorias o comentarios en un programa. REM es una proposición no ejecutable.

Formato:

REM $ch_1,\ldots,ch_n$

$ch_1,\ldots,ch_n$ Cadena de caracteres, que constituyen un comentario o nota explicatoria. Como máximo acepta 150 caracteres para comentario. La necesidad de más comentarios pueden ser continuados con REM adicionales.

Ejemplo:

```
100  REM  ESTE ES UN COMENTARIO BASIC.
```

ARREGLOS.

Proposición DIM

La proposición DIM establece las dimensiones de un arreglo (matriz)

Formato:

DIM $M_1(nc_1, nc_2, nc_3), \ldots, M_n(nc_1, nc_2, nc_3)$

M_1-M_n Identificadores de una matriz numérica o alfanumérica.

$nc-_1nc_3$ De uno a tres enteros, separados por comas, represen - tando el valor máximo de las variables subscritas.

Por default dimensiona arreglos hasta de 10 localidades.

Normalmente se dimensionan los arreglos desde 1 hasta un límite superior, aunque acepta dimensionar desde 0.

La proposición DIM puede ser usada en cualquier lugar en el programa.

Ejemplo:

```
100 DIM M(5,5), PI$(2,3)
```

esta proposición reserva espacio para el arreglo M con - - - (5X5) 25 elementos y para PI$ nos guarda espacio para 2X3=6 - elementos.

ASIGNACION DE VALORES.

Proposición LET

La proposición LET asigna un valor a una variable durante la-ejecución de un programa en BASIC.

Formato:

LET V_1=E ó

LET $V_1=V_2=V_3...=V_n$=E ó

V_1=E

$V_1=V_2=V_3...=V_n$=E

E Expresión numérica o cadena de caracteres alfanuméri - ca.

V_1-V_n Puede ser numérica, o cadena de caracteres alfanuméri- cas, simple o variable subscriptas.

La única restricción es que a una variable de valores alfanu - méricos se asigne cadena de valores alfanuméricos.

Ejemplos:

```
50 LET C=1
60 LET X1$= "SI"
70 S = (B*A)/2
80 LET X (1) = S
```

PRUEBAS LOGICAS Y RAMIFICACIONES

Proposición IF

La proposición IF prueba condiciones y controla la secuencia - de operaciones.

Formato:

```
IF  r  THEN Ln  o  IF  r  GOTO  Ln
```

r   Expresión, relación simple o compuesta

Ln   Número de línea

Si la expresión relacional es TRUE, el programa transfiere el- control o la proposición Ln; si FALSE, la próxima proposición- secuencial es ejecutada.

Ejemplo:

```
120 IF 2*I < J**(2-1) THEN 165
```

Si I=8 y J=4 entonces 16 es comparado con 4, de donde la - próxima proposición a ejecutarse es la señalada por la línea - 165.

Ejemplo 2:

```
120 IF I = J OR NOT  J < I  GOTO  140
```

Nuevamente consideramos

I = 8 ; J = 4 Entonces la relación I = J es falsa y J< I pide que J no menor que I de donde otra vez la expresión es falsa, por lo que la siguiente proposición a ejecutarse es la que está inmediata a la línea 120.

Proposición GOTO

La proposición simple incondicional GOTO transfiere el control de un punto en el programa a otra y se interrumpe la secuencia normal de la ejecución de instrucciones.

Formato:

GOTO	Ln
Ln	Número de Línea

GOTO especifica la próxima instrucción a ejecutarse según el número de línea y a partir de este punto continúa la secuencia. Si en un momento el GOTO hace referencia a una proposición no ejecutable, toma en cuenta la información como es el caso de un DIM y continúa hasta encontrar la primera proposición ejecutable.

Ejemplo:

```
200 GOTO 250
```

Proposición ON GOTO

Formato:

ON ne GOTO Ln_1, Ln_2, Ln_3,...L_n ó

ON ne THEN Ln_2, Ln_2, Ln_3,...L_n

La proposición ON GOTO se utiliza para ramificación condicional dependiendo del valor entero de la expresión (ne), se - - transfiere el control a la línea Ln_1, si ne=1, Ln_2 si ne=2, - etc.

Si el valor de la expresión es negativo, cero o mayor que el- número de líneas en el programa, se genera un error y envía- un mensaje.

Ejemplo:

```
 95 ON SGN (A) + 2 GOTO 100, 110, 120.
100 PRINT "A ES NEGATIVO"
105 GOTO 130
110 PRINT " A ES CERO "
115 GOTO 130
120 PRINT " A ES POSITIVO "
130 LET  B = A + 1
```

SGN () - función intrínseca de BASIC que nos indica si el - -

argumento es negativo, cero o positivo por -1, 0 y 1 en el mismo orden.

Supongamos que A = 2.5 entonces SGN (A) = 1 y SGN (A)+2=3 aquí la proposición a ejecutarse es la correspondiente a la línea 120 y después continúa con la secuencia normal.

CICLOS.

Proposiciones FOR...NEXT

Las proposiciones FOR Y NEXT proporcionan una forma para ejecutar un conjunto de proposiciones en forma iterativa; de tal manera que FOR es la primera proposición en un ciclo y NEXT la última proposición.

Formato:

FOR snv=ne_1 TO ne_2 STEP n_3 ó

For snv=ne_1 TO ne_2

NEXT snv

snv variable numérica simple (llamada variable de control).

ne_1 Cualquier expresión aritmética (llamada valor inicial).

ne_2 Cualquier expresión aritmética (llamada valor final).

Si STEP n_3 es omitida, supone BASIC un incremento de 1 en snv.

Ejemplo:

```
10 FOR J=1 TO 15 STEP 1   ó
10 FOR J=1 TO 15
```

Ejemplo:

```
10 FOR    X = 1  TO  10
20 LET    X = X+1
30 PRINT  X
40 NET    X
50 END
```

Este programa produce

```
2
4
6
8
10
```

TERMINACION DE PROGRAMA

Proposición STOP

Esta proposición puede aparecer en cualquier punto en un programa y corresponde a un fin lógico.

Es equivalente a un GOTO incondicional que especifica un núme ro de línea en la proposición END.

Formato:

Ln STOP

Ln Número de Línea

Proposición END

Esta proposición señala la terminación de un programa BASIC,- el uso de la proposición END es opcional, ya que si no se es- pecifica, BASIC termina el programa al econtrar la última línea y además el END debe ser etiquetado con un número de línea ma yor.

Formato:

Ln END

Ln Número de Línea

SUBPROGRAMAS

Hay dos tipos de subprogramas en BASIC: funciones y subrutinas.

Las funciones se dividen en dos clases:

Predefinidas	{	Funciones matemáticas Funciones del sistema Funciones String
Definidas por el usuario	{	Funciones de proposición única Funciones de multi-línea.

BASIC permite al usuario definir sus propias funciones. Las funciones de proposición única se asocian a una sola línea y las funciones de multi-línea contienen varias líneas. Ambos tipos de funciones definen un procedimiento que, cuando se hace referencia a éste, se ejecuta y regresa un valor basado en los parámetros pasados por la función.

Para escribir una función de proposición única, es usada la preposición DEF. Y para escribir una función de multi-línea la definición empieza con DEF y termina con la proposición FNEND, las proposiciones entre DEF y FNEND son las definidas por BASIC.

Formato:

1. Función única numérica
   DEF FN_a $(SV_1, SV_2, \ldots, SV_{20}) = Ne$

2. Función única cadena
   DEF $FN_a\$$ $(SN_1, SV_2, \ldots, SV_{20}) = SE$

a Cualquier carácter alfabético identificando la función.

NE Expresión numérica.

SE Expresión cadena.

$S_1, S_2, \ldots, S_{20}$ Parámetros formales que pueden ser variables - simples, numericas o cadenas.

Formato:

1. <u>Función numérica de multi-línea</u>

   DEF FN_a (SV_1, SV_2,..., SV_{20})

   FN_a=SE

   FNEND

2. <u>Función alfanumérica de multi-línea</u>

   DEF FN_a \$(SV_1, SV_2,..., SV_{20})

   FN_a\$=SE

   FNEND

   a Cualquier carácter alfabético identificando - la función.

   NE Expresión numérica

   SE Expresión cadena

$SV_1, SV_2, \ldots, SV_{20}$ Parámetros formales, denominados por variables simples, numéricas o cadena.

SUBRUTINAS.

Cuando una parte del programa necesita realizarse más de una vez, es útil un subprograma (subroutines).

El control se transfiere a un subprograma de la rutina principal, cuando el subprograma ha concluido, el control regresa a la rutina principal.

En un programa BASIC, el usuario tiene la facilidad de usar dos tipos de subprogramas: subroutinas BASIC o subroutinas external, a continuación las describiremos.

Subroutinas BASIC (definidas por el usuario).
Se transfiere el control de un programa a una subrutina escrita en BASIC mediante la utilización de las proposiciones GOSUB y RETURN, las siguientes reglas deben ser observadas al usar estas proposiciones.

1. Cualquier número y tipo de proposiciones son permitidas en una subrutina BASIC.

2. Es permitido un anidamiento de GOSUB, hasta un máximo de 40.

3. Se permite la recursividad; esto es, una subroutina puede llamarse a sí misma.

Proposición GOSUB.

Esta proposición presenta dos formas:

1. Proposición GOSUB simple, transfiere el control a la primera línea en una subroutine.

2. Proposición GOSUB computada, transfiere el control a un número de línea, seleccionando un número de línea, según el formato de esta proposición.

Formatos.

1. GOSUB Ln

   Ln- No. de línea de la primera proposición de la subroutina.

2. ON ne GOSUB Ln_1, Ln_2,...,Ln_n

   ne - Expresión aritmética cuyo valor determina un punto de transferencia.

Ln_{1-n} Número de líneas de proposiciones en una subrouti na.

Proposición RETURN

La proposición RETURN debe aparecer después de la última pro posición de una subroutina BASIC, determina el regreso a la- rutina principal para continuar con la proposición después - de la ejecución del GOSUB.

Ejemplo:

```
10 REM"EL USUARIO DEL PROG. LLAMA SUBROUTINE A"
        .
        .
        .
    15 GOSUB 50
    20 Z=A**2
    40 GOTO 510
    45 REM "SUBROUTINE A"
    50 A = 1 + X
        .
        .
        .
   500 RETURN
   510 C=A**2 + B**2
        .
        .
        .
   100  END
```

Subroutinas externas.

Se transfiere el control a una subroutina externa por medio - de la proposición CALL, esta proposición permite al usuario-- ligar programas en otros lenguajes, como por ejemplo: ALGOL,- COBOL, FORTRAN, etc., para mayor información veáse el manual.

ENTRADA / SALIDA EN BASIC

Proposición FILE

La proposición FILE es usada para asociar un número, llamado- el ordinal del archivo, con un nombre de archivo, el ordinal- es usado por todas las operaciones I/O.

Formato:

$$\text{FILE } \#n_1 = Lf_{n1}, \#n_2 = Lfn_2, \ldots, \#n_m = Lfn_m$$

$n_{1,2,\ldots,m}$- El ordinal del archivo; cualquier constante numérica, variable o expresión con un valor entre 1 y $2^{18}-1$.

$Lfn_{1,2,\ldots,m}$- Nombre del archivo; una constante cadena o variable con 7 o menos caracteres alfanuméricos,- el primer caracter debe ser una letra.

Ejemplos:

1. 10 FILE# 1= "OLDM", #11="NEWN"
2. 50 FILE# 48= A5
3. 110 FILE # X = A$
4. 120 FILE # 99 = "INPUT"

En el primer ejemplo los archivos OLDM y NEWN tienen asignado los ordinales 1 y 11, respectivamente. En el 2o. ejemplo, un archivo, cuyo nombre es determinado durante la ejecución del programa y su ordinal asignado es el 48. En el tercer ejemplo, ambos el nombre del archivo y el ordinal son determinados durante la ejecución, si la variable X no es un entero, esta es truncada. En el cuarto ejemplo, el ordinal 99 es asignado al archivo "INPUT", así que todos los datos colocados en el archivo 99 son de entrada para la terminal del usuario o la lectora.

Proposición DATA

La proposición DATA es usada para crear un bloque interno o formato de datos en binario en un programa BASIC; estos datos pueden ser entonces accesados por una proposición READ.

Cualquier número de proposiciones DATA puede aparecer en cualquier lugar del programa. El compilador BASIC considera proposiciones contiguas y coloca el DATA en orden secuencial en un block de datos.

Las proposiciones DATA no son ejecutables y no tienen efecto en los resultados del programa si ello se encuentran en la - secuencia normal de ejecución.

Ejemplo:

```
 5 DATA 5.3,2,3.4,4.5,-0.003E-5
10 DATA 0.00000589,+55,384.6,890
20 DATA "EJEMPLO CADENA"
```

Proposición restore

Un archivo o bloque de datos tiene un apuntador asociado con el cual se indica la posición del archivo. Para una entrada de archivo como es el caso de una lectura, el apuntador se - mueve al inicio del próximo registro de datos a ser leído. - Para una salida de archivo, el apuntador se coloca siempre - al final de registro que ha sido escrito.

La proposición RESTORE posiciona el apuntador al inicio de un archivo.

Formato:

1. RESTORE ó

2. RESTORE # ne

Ne.- Número de variable, constante o expresión.

Si el formato 1 es especificado, la proposición se refiere a un bloque de datos en binario creados a través de la proposición DATA.

Si el formato 2 es utilizado, la expresión ne es evaluada para determinar el ordinal de un archivo; esto es, el número asociado con el nombre de archivo vía proposición FILE.

Ejemplo:

```
210 DATA    5,3,2,
220 READ    A,B,C,
225 RESTORE
230 READ D
240 PRINT   A,B,C,D
250 END
```

Produce los siguientes resultados:

```
5  3  2  5
```

Proposición CLOSE.

La proposición CLOSE es usada para disasociar un archivo del programa BASIC; esto es, cerrar archivo y liberar el espacio que tenia el archivo. El archivo es retenido como archivo - local, y puede ser referenciado otra vez por la proposición- apropiada FILE.

Formato:

```
CLOSE  #  ne
```

ne.- Variable numérica, constante o expresión.

Ejemplo:

```
100 FILE  # 1 = "DTFIL1"
105 CLOSE # 1
120 FILE  # 1 = "DTFIL2"
130 FILE  # 2 = "DTFIL1"
140 CLOSE # 1
150 CLOSE # 2
160 END
```

LECTURA DE DATOS

Proposición INPUT

La proposición INPUT es usada para leer datos codificados de un archivo o permitir al usuario la entrada de datos por terminal.

Formatos:

1. INPUT V_1, V_2, ... , V_n
2. INPUT # ne, V_1, V_2, ... , Vn

V_1-V_n Cadena o variable numérica.

ne Variable numérica, constante o expresión.

Cuando un programa BASIC es corrido interactivamente en una - terminal, la proposición INPUT sin un ordinal (formato 1) lee datos dentro del programa de la terminal. Un registro es leído por cada proposición INPUT.

Cada vez que una proposición INPUT es ejecutada, un signo de- interrogación aparece en la terminal, para que el usuario proporcione los datos requeridos. Los datos deben de corresponder uno a uno con las variables de la proposición INPUT. Los números deben ser leidos por variables numéricas y cadenas en tre comillas deben ser leidas por variables cadena, separadas por comas o blancos.

Ejemplos:

```
10 INPUT  X, Y
20 REM IMPRESION DE LOS VALORES X, Y
30 PRINT  " X = " ; X, "Y=";Y
```

SALIDA

Proposición PRINT

La proposición PRINT es usada para escribir datos en una terminal o archivo.

Formatos:

1. PRINT $e_1de_2...e_nd$
2. PRINT # ne, $e_1de_2d...e_nd$

e Expresión variable, constante (numérica o cadena).

d Delimitador (,o;); la especificación del delimitador, es opcional.

ne Variable numérica, constante o expresión.

Cuando la proposición PRINT es ejecutada, el valor de cada expresión (e) es proporcionado de acuerdo al formato standard.

Según el formato 1 la proposición PRINT escribe por default en un archivo llamado "OUTPUT". Cuando se está corriendo interativamente, el archivo "OUTPUT" es la terminal. Cuando se está en modo batch, el archivo OUTPUT es la impresora. Si quiere cambiarse el nombre por default veáse manual. Utilizando el formato 2 se escribe en un archivo cuyo ordinal es # ne y cuyo nombre lógico ha sido definido por la proposición FILE.

Ejemplo:

```
10 LET A$ = "STRINGI"
20 LET B$ = "STRING2"
30 X = 1
40 FILE # 7 = "FILEX"
41 REM ESCRIBE EN ARCHIVO
50 PRINT # 7, A$; ","; B$
60 PRINT # 7, X, X+X, SIN (X)
65 REM IMPRESION EN TERMINAL
70 PRINT A$; ","; B$
80 PRINT X, X+X, SIN (X)
```

ENTRADA/SALIDA EN BINARIO.

Proposición READ

La proposición READ es usada para leer datos en binario, ésto es, datos creados por las proposiciones WRITE o DATA.

Formatos:

1. READ V_1, V_2, V_3, ... V_n
2. READ #ne, V_1, V_2, V_3, ... V_n

V_1 - V_n Identificador de variable (numérica, cadena o subs- crita).

ne Variable numérica, constante o expresión.

Si el formato 1 es usado los datos en el bloque interno deberán ser especificados por un DATA.

Si el formato 2 es especificado, los datos del archivo cuyo- ordinal es ne son leídos por la proposición READ.

Proposición WRITE.

Formatos:

WRITE # ne, e_1, e_2, e_3, ... e_n

e_1 - e_n Expresión variable o constante (numérica o cadena)-

ne Variable numérica.

Cuando la proposición WRITE es ejecutada, el valor binario - de la expresión (e_i) es escrita en el archivo cuyo ordinal - es ne.

Todos los datos son escritos en un bloque contigüo.

Ejemplo:

```
 95  FILE # 1 = "OLDM"
100  LET  A = B = C = 1
110  WRITE # 1 A, B, C
120  RESTORE # 1
130  READ # 1, D, E, F
140  PRINT D, E, F
150  END
```

DEFINICION DE MATRICES Y OPERACIONES.

Las matrices son ampliamente usadas en programación BASIC, intenta simplificar el uso de matrices y le proporciona al usuario una gran facilidad para manipular grandes cantidades de datos. BASIC ofrece al usuario proposiciones para dimensionamiento automático, sumar, multiplicar, redimensionalmente automático, lectura y escritura y algunas otras proposiciones importantes para manipular matrices.

DEFINICION DE MATRIZ.

Una matríz es una colección de datos, numéricos o cadenas que han sido estructurados de tal manera que nos permite con cier ta facilidad referenciar elementos específicos, así como la - manipulación de datos como una unidad.

REDIMENSIONAMIENTO.

Las matrices pueden ser dinámicamente redimensionadas, ésto - es, el tamaño de las dimensiones pueden ser restaurados por - las proposiciones MAT READ, MAT INPUT o por alguna de las funciones MAT. El valor truncado de expresiones son usadas para restaurar el límite superior del número de elementos en la - matríz. Una matríz no puede ser redimensionada a un valor mayor al inicial o redimensionada para cambiar el número total- de dimensiones.

Ejemplo:

Este ejemplo incluye una redimensión mayor que su dimensión - inicial para la descripción de las proposiciones MAT READ Y - MAT PRINT:

```
100  DIM  M1  (4,4)
110  MAT  READ M1 (2,2)
120  DATA  1,2,3,4,5,6,7,8,9,0,1,2,3,4,5,6,7,8,- -
           9,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,0,
130  MAT PRINT M1
150  MAT READ  M1 (3,5)
```

```
160  MAT PRINT M1
170  MAT READ M1 (5,5)
180  MAT PRINT M1
```

Produce:

```
1    2
3    4
5    6    7    8    9
0    1    2    3    4
5    6    7    8    9

MATRIZ DIMENSION ERROR AT 120
```

La línea 110 redimensiona una matríz de 2x2, la línea 150 redimensiona una matríz de 3x5 y la línea 170 una matríz de 5x5 que obviamente sobrepasa a la dimensionada originalmente de 4x4 = 16 elementos.

ARITMETICA DE MATRICES.

Aunque es posible construir programas para realizar operaciones de matrices con proposiciones ordinarias del lenguaje BASIC, también nos facilita un conjunto de proposiciones explícitas para operación de matrices:

1. Asignación de matríz.

Formato:

$$MAT\ M_1 = M_2$$

2. Adición de Matrices

Formato:

$$MAT\ M_1 = M_2 + M_3$$

3. Substracción de Matrices.

Formato:

$$MAT_1\ M_1 = M_2 - M_3$$

4. Multiplicación por un escalar.

Formato:

$$MAT\ M_1 = (ne) * M_2$$

ne Variable numérica, constante o expresión.

Las siguientes reglas se aplican a todas las operaciones anteriores:

- Las dimensiones de arreglos correspondientes deben ser indénticas.
- El uso de un operando así como el resultado de una operación es legal.

Ejemplo:

$MAT\ M_1 = M_2 - M_1$ ó

$MAT\ M_1 = M_2$

5. Multiplicación de Matrices:

Formato:

$$MAT\ M_1 = M_2 * M_3$$

Las siguientes reglas se aplican a la multiplicación de matrices:

(1) El número de columnas de M_2 debe ser igual al número de renglones de M_3.

(2) El número de renglones de M_1 debe ser igual al número de renglones de M_2 y al número de columnas de M_3.

(3) Ninguno de los operandos debe ser usado como resultado de la multiplicación.

Ejemplo:

$MAT_1 = M_2 * M_1$ es ilegal.

Ejemplo:

```
100 DIM M3 (2,2), M4 (2,2), M5 (2,2), M6 (2,2)
110 MAT READ M1 (2,2), M2 (2,2)
120 MAT M3=M1 + M2
130 MAT M4=M2 - M1
140 MAT M5= M1 * M2
150 MAT M6= (2) * M1
```

160 MAT PRINT M_1; M_2; M_3; M_4; M_5; M_6

170 DATA 2,3,2,4,3,5,4, -2

180 END

Produce.

$$\left.\begin{matrix}2 & 3\\ 2 & 4\end{matrix}\right\} M_1$$

$$\left.\begin{matrix}3 & 5\\ 4 & 2\end{matrix}\right\} M_2$$

$$\left.\begin{matrix}5 & 8\\ 6 & 2\end{matrix}\right\} M_3$$

$$\left.\begin{matrix}1 & 2\\ 2 & 6\end{matrix}\right\} M_4$$

$$\left.\begin{matrix}18 & 4\\ 22 & 2\end{matrix}\right\} M_5$$

$$\left.\begin{matrix}4 & 6\\ 4 & 8\end{matrix}\right\} M_6$$

Nota: Las dos matrices de entrada (M_1 y M_2) son dimensionadas en la proposición READ, mientras que las otras cuatro matrices (M_3, M_4, M_5 y M_6) son dimensionadas con la proposición DIM.

FUNCIONES DE MATRICES.

Las siguientes funciones de matrices son disponibles en lenguaje BASIC. Suponemos que M_1 y M_2 son identificadores de arreglos numéricos, restringidos a arreglos de dimensión uno y dos. Los símbolos [ ] denotan partes opcionales del formato que son usados para redimensionar.

1. Matríz identidad (IDN)

Formato:

$$\text{MAT } M_1 = \text{IDN} \left[\left(ne_1 \left[\quad , \quad ne \right] \right) \right]$$

ne_1, ne_2 Variables numéricas, constantes o expresiones que evalúan las dimensiones deseadas.

IDN genera una matríz identidad, que consiste de unos en la diagonal principal y ceros en cualquier otro lugar, ne_1 y ne_2 deben ser iguales y menores a la dimensión original (por default) de M_1.

2. Una Matríz de unos (CON)

Formato:

$$\text{MAT } M_1 = \text{CON} \left[\left(\quad ne_1 \left[\quad ne_2 \right] \right) \right]$$

ne_1, ne_2.- Variables numéricas, constantes o expresiones que evalúan la dimensión deseada.

CON Genera una matríz de unos.

3. Matríz de Ceros (ZER).

Formato:

$$\text{MAT } M_1 = \text{ZER}\left[(\text{NE}_1\ [ne_2])\right]$$

ne_1, ne_2 .- Variables neméricas, constantes o expresiones que evalúan la dimensión deseada.

ZER Genera una matríz de ceros.

4. Matríz Transpuesta (TRN).

Formato:

$$\text{MAT } M_1 = \text{TRN } (M_2)$$

TRN Realiza la matríz transpuesta en relación a - la diagonal principal.

5. Inversión de una Matríz (INV).

Formato:

$$\text{MAT } M_1 = \text{INV } (M_2)$$

INV calcula la inversa de una matríz M_2 tal que MAT - $I = M_1 * M_2$ Y MAT $I = M_2 * M_1$

Donde: I es la matríz identidad.

- Cualquier intento de invertir una matríz sin gular causa error de programa fatal, a menos que: ON ERROR esté en efecto.

- Las matrices M_1 y M_2 deben ser cuadrados y tener las mismas dimensiones.

- La dimensión máxima para invertir una matríz debe ser de 100 X 100.

6. <u>Determinante (DET).</u>

Formato:

DET

DET calcula el determinante de la última matríz invertida por medio de la función INV, de no haber invocado en algún momento INV y DET regresa un valor de cero.

ON ERROR STATEMENT.

Formato:

1. ON ERROR GOTO Ln
2. ON ERROR THEN Ln
3. ON ERROR

Donde Ln es un número de línea constante.

Los formatos 1 y 2 especifican que el control es transferido a la proposición Ln. En el formato 3 la proposición ON ERROR termina el programa en la línea donde encuentra el error.

Otras proposiciones para detectar y procesar errores son:

JUMP, ESL, ESM, NXL.

Se espera que con este somero repaso sobre proposiciones BASIC, el lector podrá seguir el programa con facilidad.

B I B L I O G R A F I A

1. ACKOFF, RUSSEL L. y MAURICE W. SASIENI.
Fundamentos de Investigación de Operaciones. México, Edit. -- Limusa - Wiley, 1971.

2. BHATTACHARYYA, GOURI K. y RICHARD A. JOHNSON.
Statistical Concepts and Methodos. New York, Edit. John Wiley & Sous, 1977.

3. COCHRAN, WILLIAM G.
Técnicas de Muestreo. México. Compañía Editorial Continen--- tal, 1971.

4. CHOU, YA-LUN.
Statistical Analysis. 2a. Ed., Jamaica New York, Edit. Holt, Rinehart and Winston, 1975. Pág. 240-243

5. CONTROL DATA CORPORATION.
Basic, Versión 3.1, Reference Manual, Sunnyvale, Calif., - - 1979.

6. FORSYTHE, M.A. ALEXANDRA I., THOMAS A. KEENAN, ELLIOTT I. - ORGANICK y WARREN STENBERG.
Programación Basic. México, Edit., Limusa, 1975.

7. HOEL, PAUL G.
Introduction to Mathematical Statistics. 3a. Ed., New York Edit., John Wiley & Sons, 1966.

8. HOEL, PAUL G., SIDNEY C. PORT Y CHARLES I. STONE.
Introduction to Statistical Theory. Boston, Edit., Hougtton - Niffling Company. 1971.

9. MENDEZ RAMIREZ, IGNACIO.
Introducción a la Metodología Estadística. México. Universidad Autónoma de Chapingo. 1976

10. OSTLE, BERNARD.
Estadística Aplicada. México, Edit. Limusa-Wiley. 1970.

11. PADUA, JORGE.
Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales (S.P.S.S.): Oferta y Condiciones para su Utilización e Interpretación e Resultados. México, Colegio de México, Centro de Estu--dios Sociológicos. 1975

12. SEBER, GEORGE ARTHUR FREDERICK.
Linear Regressión Analysis. Ney York, Edit., John Wiley & Sous. 1977.

13. UNIVERSY OF MICHIGAN. OSIRIS III,

System an Program Description Institute for Social Research.

Michigan, the University of Michigan. 1973