



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**Facultad de Ciencias**

**Desarrollo de un Modelo Paramétrico para Valuación  
Actuarial de Prima de Antigüedad**

**T E S I S**

Que para obtener el título de:

**A C T U A R I O**

**P r e s e n t a :**

**GONZALO ESPINOSA ZARATE**

**México, D. F.**

**1982**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

<u>INTRODUCCION</u>			<u>PAGINA</u>
<u>CAPITULO</u>	<u>I</u>	Prima de Antigüedad Legal y Contractual .....	1
<u>CAPITULO</u>	<u>II</u>	Valuación actuarial de pasivos por concepto de la prima de antigüedad .....	7
	2.1	Necesidad de Valuación .....	7
	2.2	Valuación de pasivos por prima de antigüedad .....	13
	2.3	Necesidad de un modelo paramétrico .....	48
<u>CAPITULO</u>	<u>III</u>	El modelo paramétrico .....	55
	3.1	Desarrollo del modelo .....	56
	3.1.1	Beneficio variable en función de la antigüedad por cada año de servicio .....	56
	3.1.2	Beneficio variable en función de la antigüedad .....	68
	3.1.3	Beneficio de una cierta cantidad - variable en función de la antigüedad.	74
	3.2	Aplicaciones del modelo .....	78
	3.2.1	Beneficio variable en función de la antigüedad por cada año de servicio .....	78
	3.2.2	Beneficio variable en función de la antigüedad .....	90
	3.2.3	Beneficio de una cierta cantidad - variable en función de la antigüedad.	92

CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFIA

## INTRODUCCION

El beneficio de prima de antigüedad, ya sea legal o contractual, genera entre la empresa y sus trabajadores una interrelación que puede enmarcarse dentro de un contexto social, legal y económico.

Dentro del marco social esta prestación es una retribución que viene a compensar en cierta manera los años de servicio prestados por el trabajador a la empresa al momento de la terminación de la relación laboral de trabajo, otorgándose en la práctica por cualquier motivo que origine la separación, aunque condicionada en algunos casos conforme se ha determinado en la Ley Federal del Trabajo o en los contratos colectivos de trabajo correspondientes, así como en las jurisprudencias y criterios tribunales, lo que viene a constituir el marco legal.

La prestación adquiere una dimensión especial en el aspecto económico, puesto que sin el adecuado registro contable así como sin la apropiada determinación del costo del beneficio y la constitución de una reserva, esta podría convertirse en letra muerta. El aspecto contable es analizado por el Instituto Mexicano de Contadores Públicos en tanto que la valoración del costo y del ritmo de financiamiento es una tarea que corresponde al actuario por su especial preparación en el campo de beneficios diferidos de carácter contingente.

La determinación del costo que representa la prestación de prima de -- antigüedad ha originado que el asesor actuarial, ya sea interno o externo a la empresa, desarrolle modelos que le permitan valorarlo dentro de un marco adecuado de confiabilidad, procediendo a reportar las implicaciones de la prestación; pero en el caso de una modificación a las condiciones del beneficio, se ve precisado a realizar los cambios adecuados en su modelo, a efectuar las pruebas que le garanticen la confiabilidad de los resultados habida cuenta de las innovaciones realizadas, siendo este punto donde se debe poner especial énfasis considerando que el factor tiempo influye en una adecuada realización de la labor.

Es nuestro objetivo efectuar un análisis de los cambios mas significativos que se incorporan en los contratos colectivos, mostrar los problemas a que se enfrenta el asesor actuarial para valorar una prestación o efectuar un cambio en su valuación y demostrar que es posible desarrollar un modelo que se adapte practicamente a cualquier beneficio de -- prima de antigüedad o de retiro, enfocando nuestro estudio especificamente al desarrollo actuarial de las fórmulas que valuen la prestación en cualquiera de sus modalidades.

CAPITULO I

PRIMA DE ANTIGUEDAD LEGAL Y CONTRACTUAL

La Prima de Antigüedad, tal y como se contempla actualmente en la Ley Federal del Trabajo, tiene su antecedente en la incorporación de beneficios dentro de los contratos colectivos de trabajo de ciertas empresas, en los que se establecía el pago de una determinada cantidad al trabajador que se separase de la empresa cuando ocurría alguna de las causas estipuladas en el contrato, mencionando, entre otras, la separación voluntaria del trabajador o bien al sobrevenir su fallecimiento.

Este tipo de prestación comenzó a generalizarse en los contratos colectivos de trabajo de diversas ramas de la industria como la automotriz, la textil, la huleira y, citando dentro de la industria siderúrgica los relativos a Aceros Nacionales, S. A., Altos Hornos de México, S. A., Campos Hermanos, S. A. y Fundidora de Fierro y Acero de Monterrey, S. A., con la significativa disparidad en cuanto a beneficios que a los líderes sindicales y abogados pudiese ocurrirseles, tanto en el motivo y condiciones que daban origen al otorgamiento así como al monto a que se hacía merecedor el empleado, sin que, por lo general, mediase un estudio técnico que determinase su profundidad y el costo financiero.

La situación de desigualdad social que el establecimiento de las prestaciones ya señaladas creaba entre los trabajadores privilegiados que gozaban del beneficio y otro sector muy amplio que no tenía acceso a él,



dio origen a un fenómeno social que contribuyo a la formación del derecho, infiriendo lo anterior del texto de la iniciativa presidencial:

"Por otra parte, ahí donde los trabajadores han logrado -- formar sindicatos fuertes, particularmente nacionales, y donde se ha logrado su unión en federaciones y confederaciones, los contratos colectivos han consignado en sus cláusulas beneficios y prestaciones para los trabajadores muy superiores a los que se encuentran contenidos en la Ley Federal del Trabajo, pero estos contratos colectivos, que generalmente se aplican en la gran industria, han -- creado una situación de desigualdad social con los trabajadores de la mediana y de la pequeña industria, la mayoría de las cuales que representa un porcentaje mayoritario de la República, están colocados en condiciones de inferioridad respecto de los trabajadores de la gran industria. Esta condición de desigualdad social no puede perpetuarse, porque la Ley dejaría de cumplir su misión y porque se violaría el espíritu que anima el artículo 123.

Al redactarse el proyecto se tuvieron a la vista los contratos colectivos más importantes del país, se les comparó y se extrajo de ellos aquellas instituciones más generalizadas, estimándose que precisamente por su generalización responden a necesidades apremiantes de los trabajadores. Entre ellas se encuentra el aguinaldo -- anual, los fondos de ahorro y prima de antigüedad, un -- período más largo de vacaciones y la facilitación de habitaciones, sin embargo, el proyecto no se colocó en el -- grado más alto de esos contratos colectivos, pues se consideró que muchos de ellos se relacionan con las empresas o ramas de la industria más prósperas y con mejores utilidades; por lo que no podrían extenderse a otras empresas o ramas de la industria en las que no se den aquellas condiciones óptimas; por el contrario, el proyecto se colocó en un grado más reducido. Dejando en libertad a los trabajadores a fin de que, en la medida en que lo permita el progreso de las empresas o ramas de la industria puedan obtener beneficios superiores a los consignados en la Ley".

Esta iniciativa para incorporar la prestación que se ha denominado con el nombre de prima de antigüedad, después de seguir las bases del proceso legislativo, fue sancionada y publicada en el diario oficial de la federación con vigencia a partir del día 1° de mayo de 1970. Incorporándose a la Ley Federal del Trabajo como el artículo 162, mismo que se transcribe a continuación así como aquellos que tienen relación con este último.

**Artículo 162.** Los trabajadores de planta tienen derecho a una prima de antigüedad, de conformidad con las normas siguientes:

I. La prima de antigüedad consistirá en el importe de doce días de salario, por cada año de servicios;

II. Para determinar el monto del salario, se estará a lo dispuesto en los artículos 485 y 486;

III. La prima de antigüedad se pagará a los trabajadores que se separen voluntariamente de su empleo, siempre que hayan cumplido quince años de servicios, por lo menos. Asimismo se pagará a los que separen por causa justificada y a los que sean separados de su empleo, independientemente de la justificación o injustificación del despido;

IV. Para el pago de la prima en los casos de retiro voluntario de los trabajadores, se observarán las normas siguientes:

a) Si el número de trabajadores que se retire dentro del término de un año no excede del diez por ciento del total de los trabajadores de la empresa o establecimiento, o de los de una categoría determinada, el pago se hará en el momento del retiro.

b) Si el número de trabajadores que se retire excede del diez por ciento, se pagará a los que primeramente se retiren y podrá diferirse para el año siguiente el pago a los trabajadores que excedan de dicho porcentaje.

c) Si el retiro se efectúa al mismo tiempo por un número de trabajadores mayor del porcentaje mencionado, se cubrirá la prima a los que tengan mayor antigüedad y podrá diferirse para el año siguiente el pago de la que corresponda a los restantes trabajadores.

V. En caso de muerte del trabajador, cualquiera que sea su antigüedad, la prima que corresponda se pagará a las personas mencionadas en el artículo 501; y

VI. La prima de antigüedad a que se refiere este artículo se cubrirá a los trabajadores o sus beneficiarios, independientemente de cualquier otra prestación que les corresponda.

Artículo 54. En el caso de la fracción IV del artículo anterior, si la incapacidad proviene de un riesgo no profesional, el trabajador tendrá derecho a que se le pague un mes de salario y doce días por cada año de servicios, de conformidad con lo dispuesto en el artículo 162, o de ser posible, si así lo desea, a que se le proporcionen otro empleo compatible con sus aptitudes, independientemente de las prestaciones que le correspondan de conformidad con las leyes.

Artículo 485. La cantidad que se tome como base para el pago de las indemnizaciones no podrá ser inferior al salario mínimo.

Artículo 486. Para determinar las indemnizaciones a que se refiere este Título, si el salario que percibe el trabajador excede del doble del salario mínimo de la zona económica a la que corresponda el lugar de prestación del trabajo, se considerará esa cantidad como salario máximo. Si el trabajo se presta en lugares de diferentes zonas económicas, el salario máximo será el doble del promedio de los salarios mínimos respectivos.

Si el doble del salario mínimo de la zona económica de que se trata es inferior a cincuenta pesos, se considerará esta cantidad como salario máximo

Como la Ley no está redactada de manera clara y precisa, y no ha podido prever todas las situaciones que se presentan en la práctica resultando en muchos puntos oscuros que han sido resueltos en su mayoría a través de jurisprudencias y criterios tribunales, como es el caso del despido justificado, despido injustificado y separación por causa justificada en cuanto al significado del adverbio asimismo resolviendo la jurisprudencia ( informe 1976, 2a. parte, 4a. sala P-6 ) que el adverbio asimismo no debe interpretarse en el sentido de que en este caso también se requieran 15 años de antigüedad para que proceda el pago -

sino que fue colocado para aclarar que también se tiene derecho al pago.

Considero conveniente resumir el concepto de prima de antigüedad legal en base a las jurisprudencias y criterios tribunales en el entendido de - que toda prestación de esta naturaleza que se contemple en un contrato colectivo de trabajo en sustitución o adición de la estipulada en el artículo 162. Se denominara como prima de antigüedad contractual; por tanto:

La prima de antigüedad es un beneficio a que tienen derecho los empleados de planta consistente en un pago único al momento de terminarse la relación laboral por cualquier causa. El monto del pago será el importe de 12 días del último salario del trabajador por cada año de servicio; el salario que se tomara en cuenta para el computo no será inferior al mínimo vigente en la zona económica donde el trabajador preste sus servicios no excedera el doble de dicho salario mínimo; la antigüedad que debe tomarse en cuenta para el pago es la totalidad de la misma excepción hecha del caso de despido o separación con causa justificada, en cuyo caso solo se tomara la antigüedad del trabajador desde el 1° de mayo de 1970 o su fecha de ingreso si ésta es posterior; por último cuando la separación sea voluntaria sin causa justificada se establece el requisito adicional de haber cumplido 15 años de servicios para que proceda el pago de la prima.

En el caso de invalidez, hasta la fecha, no existe ningún criterio definido, no obstante dado que la invalidez es análoga al fallecimiento en --- tanto que no interviene la voluntad de ninguna de las partes para dar por terminada la relación laboral, es de pensarse que se resuelva en el - mismo sentido que el fallecimiento.

Ahora bien, el carácter contingente de la prestación legal o contractual en los factores que dan origen al pago se traduce en un nuevo pasivo que ira gravando sobre la empresa en la medida en que acumule antigüedad-su personal y por lo que la técnica actuarial es el instrumento adecuado para determinar el valor de este pasivo.

CAPITULO II

VALUACION ACTUARIAL DE PASIVOS POR CONCEPTO DE LA PRIMA DE  
ANTIGUEDAD

## 2.1. NECESIDAD DE VALUACION

El Instituto Mexicano de Contadores aplica los siguientes conceptos en relación al tratamiento contable a seguir respecto de la prima de antigüedad, conforme a lo señalado en el Boletín D-3 " Tratamiento contable de remuneraciones al personal " aplicable a ejercicio cuyo inicio sea posterior al 1° de julio de 1974.

- "-)- Las primas que lleguen a pagarse antes que el trabajador cumpla 15 años de antigüedad deben considerarse como remuneraciones no cuantificables resultantes de la terminación de la relación laboral; por tanto, deben cargarse a los resultados del período en que se hagan exigibles como consecuencia de la terminación de la relación laboral.
- )- Las primas que lleguen a pagarse una vez que el trabajador cumpla 15 años de antigüedad deben considerarse como remuneraciones cuantificables resultantes del trabajo prestado, cuyo pago está inicialmente condicionado al cumplimiento de los 15 años de servicios, consecuentemente, deben cargarse a los resultados de los períodos durante los cuales el trabajador presta sus servicios. "

Ahora bien, al reconocer la antigüedad previa al 1° de mayo de 1970 para el cálculo del beneficio de prima de antigüedad da origen a un pasivo que se interpreta como servicios pasados, y para el cual el referido boletín señala el siguiente criterio:

'El valor actual de ese costo ( el relativo a los servicios pasados que se reconocen ) no puede cargarse a las utilidades acumuladas, sino que debe llevarse en forma sistemática y racional a los resultados de ejercicios futuros. "

Por otra parte, es un principio contable generalmente aceptado el de -- reconocimiento suficiente, que establece que los costos deben recono-- cerse en el momento en que se generan y no cuando se hagan exigibles, es decir, la prima de antigüedad debe reconocerse cuando se devenga - y no cuando se pague, de lo contrario, los estados financieros de la - empresa reflejarán una utilidad mayor a la real y como consecuencia - serán repartidos a los accionistas mayores dividendos a los debidos, a costa de aquellos que se generaran en el futuro debido a los pagos por - prima de antigüedad que se hagan exigibles respecto del personal actual.

Asimismo, en aquellos años en que no se hicieran exigibles muchos pa-- gos por prima de antigüedad sin realizar el reconocimiento adecuado, - las utilidades a repartir a los trabajadores ( art. 117 de la ley federal del trabajo ) serán mayores a las que debiera corresponder a la reali-- dad, recordando que el monto de esta utilidad repartida en excedente - no es recuperable ni aún en el caso de futuros estados de pérdida.

En base a lo anterior, dentro de los estados financieros de una empre-- sa se suele reconocer el costo que la prima de antigüedad representa por medio de los siguientes métodos:



- a) Nota de Balance. - No es en sentido estricto un reconocimiento del costo de la prima de antigüedad, ya que no se altera ninguna cuenta de capital. Su finalidad es informar al lector del balance que no se ha hecho un aprovisionamiento mostrando un panorama sobre la repercusión que podría llegar a tener el referido costo.
- b) Reserva Contable. - En este criterio si se afecta la utilidad neta de la empresa a través del siguiente mecanismo contable:

Se abre una cuenta de pasivo en la que se acumularan las asignaciones anuales que se determinen; en contrapartida se carga una cuenta de gastos, ( resultados ) al efectuar un pago se abonara la cuenta de caja con cargo a la cuenta del pasivo ya señalada.

Con este sistema el monto equivalente al costo de la prima de antigüedad se dispersa en las diferentes partidas del activo, generando en consecuencia intereses conforme a la tasa de rendimiento interno de la empresa; en cuanto al acreditamiento de intereses a la reserva se presentan los siguientes criterios:

- Acreditar intereses a la reserva de acuerdo a la hipótesis de cálculo empleada al finalizar el ejercicio.

Este sistema no reconoce las ventajas fiscales otorgadas a los fondos para cubrir pagos por concepto de prima de antigüedad en la ley del impuesto sobre la renta, mismos beneficios que se obtendrían al efectuar los siguientes cambios en el mecanismo.

Se crean dos cuentas no deducibles, reserva para prima de antigüedad - ( pasivo ) y costo de la prima de antigüedad ( resultados ). Cada ejercicio se carga a la cuenta de capita de costo la mitad de las asignaciones calculadas abonando la misma cantidad en la cuenta de la reserva; cuando se realiza un pago se abona la cuenta de caja por el monto del mismo y se carga la cuenta de pagos por prima de antigüedad ( deducible ); simultáneamente, se carga la cuenta de reserva y se abona la correspondiente al costo de la misma por una cantidad equivalente a la mitad del pago efectuado ( recordando que este movimiento repercute en la mitad de su monto a la utilidad neta de la empresa ) solucionando de este modo el reparto excesivo de utilidades a los accionistas pero dejando abierto el relativo al reparto de utilidades a los empleados.

- c) Reserva Física.- En este sistema se precisa la segregación física de la aportación de los activos de la empresa y que, para ser deducible, deberá apegarse al estipulado en el artículo 28 de la Ley del Impuesto sobre la renta. Es de esta manera como se resuelven los problemas concernientes al reparto excesivo ya sea de dividendos a los accionistas o de utilidades a los empleados.

Para este tipo de reserva la empresa cuenta con instrumentos de financiamiento tales como un contrato de seguro en el que intervienen 3 partes, a saber, contratante, beneficiario y aseguradora, mediante el cual la empresa cede el riesgo, así como las repercusiones que ocasionaría una desviación eventual en las hipótesis de mortalidad e invalidez, garantizando una tasa mínima de rendimiento; o bien, un contrato en fidei

comiso en el que intervienen también 3 partes, fideicomitente, fideicomisario y fiduciario, a efecto de administrar el capital invertido sujetándose a las restricciones legales así como realizar los pagos que por prima de antigüedad procedan las ventajas o desventajas de uno u otro - no serán analizadas aquí.

El nivel de reconocimiento que una empresa debe utilizar estará sujeto a determinados elementos tales como, necesidad de capital de trabajo, nivel de utilidades de la empresa y expectativas a futuro, composición demográfica del personal, entre otros.

El Instituto Mexicano de Contadores Públicos concluye en el mencionado boletín D-3 que la constitución de un fondo es un aspecto puramente financiero y fiscal, por lo que:

- ) El no constituirlo no exime de la obligación de crear reservas en libros.
- ) Cuando se opte por constituirlo, las aportaciones deberán, de acuerdo con la Ley del Impuesto sobre la renta, determinarse conforme a sistemas de cálculo actuarial.
- ) Para determinar si la aportación anual al fondo calculada actuarialmente es aceptable como cargo a los resultados del ejercicio en que se efectuen de acuerdo con principios de contabilidad, debe evaluarse la razonabilidad de las hipótesis utilizadas en el cálculo en el contexto de las circunstancias de la compañía.

En base a lo anterior e independientemente del nivel de reconocimiento que se utilice, la valuación del pasivo generado por concepto de prima de antigüedad es necesaria para su registro contable en los estados financieros de la empresa, así como para que satisfaga los requerimientos de la Ley del Impuesto sobre la renta deberá efectuarse mediante criterios actuariales.

## 2.2. VALUACION DE PASIVOS POR PRIMA DE ANTIGUEDAD

La prima de antigüedad legal o aquella que con este carácter se establezca en un contrato colectivo de trabajo representa para la empresa un pasivo que debe reconocerse en los estados financieros y para lo cual dispone de diferentes medios.

Consecuentemente, la empresa se ve en la necesidad de medir la magnitud de este pasivo que se encuentra sujeto a condiciones de tipo contingente a través de un instrumento que denominaremos "Valuación Actuarial" y que se realiza a una fecha determinada o fecha de valuación.

En el caso de que la prestación sea de tipo contractual y se encuentre en proceso de revisión dentro del contrato colectivo, la valuación actuarial es aún de mayor trascendencia en cuanto que permite conocer el costo de la prestación estipulada o solicitada por el sindicato.

Para lograr esto, el actuario se ve precisado a considerar un conjunto de supuestos o "Hipótesis Actuariales", a efecto de medir contingencias tales como mortalidad o invalidez, separación voluntaria o despido debido a que estos factores dan origen al pago. Asimismo consideran supuestos en cuanto a incrementos futuros en el salario del empleado, definen la tasa de rendimiento del fondo o reserva, etc.

Otro factor importante que determina, dentro de un límite de seguridad, la liquidez de una reserva para efectuar los pagos que se hagan exigibles es el método de financiamiento, que regulará la mayor o menor rapidez de constitución de la reserva mencionando entre otros, los siguientes:

- a) Colectivo
- b) Prima Nivelada Individual
- c) A Edad Alcanzada
- d) A Edad de Ingreso

Una vez hechas las consideraciones anteriores, la valuación del pasivo generado por el beneficio otorgado en el artículo 162 de la Ley Federal del Trabajo se realizaría del siguiente modo:

En virtud de que el beneficio por fallecimiento es el mismo que el de invalidez conforme a criterios señalados en un principio, se sigue el mismo desarrollo.

## CONSIDEREMOS:

$X$ .- Edad a la fecha de valuación

$Y$ .- Edad de ingreso a la empresa

$S_x$ .- Salario a edad  $X$

$S_x MIN$ .- Salario mínimo vigente a edad  $X$

$S_x C$ .- Mínimo  $\{S_x, 2 \cdot S_x MIN\}$

$\omega$ .- Edad de separación máximo  $\{60, x+1\}$

$q_x^2$ .-  $q_x$  por mortalidad e invalidez

$q_x^3$ .-  $q_x$  por separación voluntaria

$q_x^4$ .-  $q_x$  por despido

$i$ .- tasa de interés

$\Delta S_x$ .- Incremento de sueldo a edad  $X$

$V$ .-  $\frac{1}{1+i}$

${}^s D_x$   $(1+\Delta S_x)^x l_x V^x$

${}^s C_x^b$   $(1+\Delta S_x)^x d_x^b V^{x+1}$   $b=2,3,4$

${}^s M_x^b$   $\sum_{t=0}^{\omega-x} {}^s C_{x+t}^b$   $b=2,3,4$

${}^s R_x^b$   $\sum_{t=0}^{\omega-x} {}^s M_{x+t}^b$   $b=2,3,4$

FAILECIMIENTO O INVALIDEZ ( $R^{MeI}$ )

$$R^{MeI} = \frac{1}{30 \ell x} \left[ {}_{12}S_x C(x-y) d x^2 + {}_{12}S_x C(1+\Delta S_x)(x-y+1) d x^2 + 1 V \right. \\ \left. + \dots + {}_{12}S_x C(1+\Delta S_x)^{\omega-x} (\omega-y) d \omega^2 V^{\omega-x} \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+\Delta S_x)^x V^x$  SE TIENE

$$R^{MeI} \cdot \frac{{}_{12}S_x C}{30(1+\Delta S_x)^x V^x \ell x} \left[ (1+\Delta S_x)^x (x-y) V^x d x^2 + (1+\Delta S_x)^{x+1} (x-y+1) V^{x+1} d x^2 + 1 \right. \\ \left. + \dots + (1+\Delta S_x)^\omega (\omega-y) V^\omega d \omega^2 \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+i)$  Y SUBSTITUYENDO  ${}^s D_x$

$$R^{MeI} \cdot \frac{{}_4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (1+\Delta S_x)^x (x-y) V^{x+1} d x^2 + (1+\Delta S_x)^{x+1} (x-y+1) V^{x+2} d x^2 + 1 \right. \\ \left. + \dots + (1+\Delta S_x)^\omega (\omega-y) V^{\omega+1} d \omega^2 \right]$$



SUBSTITUYENDO POR  ${}^s C_x^2$

$$R^{MeI} = \frac{.4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) {}^s C_x^2 + (x-y+1) {}^s C_{x+1}^2 + \dots + (\omega-y) {}^s C_\omega^2 \right]$$

$$R^{MeI} = \frac{.4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) ({}^s C_x^2 + {}^s C_{x+1}^2 + \dots + {}^s C_\omega^2) + ({}^s C_{x+1}^2 + \dots + {}^s C_\omega^2) \right. \\ \left. + \dots + ({}^s C_{\omega-1}^2 + {}^s C_\omega^2) + {}^s C_\omega^2 \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^s M_x^2$

$$R^{MeI} = \frac{.4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) ({}^s M_x^2 - {}^s M_{\omega+1}^2) + ({}^s M_{x+1}^2 - {}^s M_{\omega+1}^2) \right. \\ \left. + \dots + ({}^s M_{\omega-1}^2 - {}^s M_{\omega+1}^2) + ({}^s M_\omega^2 - {}^s M_{\omega+1}^2) \right]$$

$$R^{MeI} = \frac{.4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) ({}^s M_x^2 - {}^s M_{w+1}^2) + ({}^s M_{x+1}^2 + {}^s M_{x+2}^2 + \dots + {}^s M_w^2) - (w-x) {}^s M_{w+1}^2 \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^s R_x^2$

$$R^{MeI} = \frac{.4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) {}^s M_x^2 + {}^s R_{x+1}^2 - {}^s R_{w+1}^2 - (w-x+x-y) {}^s M_{w+1}^2 \right]$$

$$R^{MeI} = \frac{.4 S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) {}^s M_x^2 + {}^s R_{x+1}^2 - {}^s R_{w+1}^2 - (w-y) {}^s M_{w+1}^2 \right]$$

## 2) POR SEPARACION VOLUNTARIA

Para este caso debe considerarse la condición adicional de que el pago -  
procede cuando el empleado tiene 15 años de antigüedad por lo menos, -  
por lo que definimos la variable  $\beta$  como el número de años por trans--  
currir para que el empleado cumpla 15 años de antigüedad.

∴ Sea

$$\beta = \text{MIN} \{ w - x, \text{MAX} [ 15 - x + y, 0 ] \}$$

y por consiguiente la obligación de la empresa por separación volunta--  
ria  $(R^{sv})$  sería:

$$R^{sv} = \frac{1}{\text{sol } x} \left[ 12 S_x C (1 + \Delta S_x)^{\beta} d_{x+\beta}^{\beta} V^{\beta} (x \cdot y + \beta) \right. \\ \left. + 12 S_x C (1 + \Delta S_x)^{\beta+1} d_{x+\beta+1}^{\beta+1} (x \cdot y + \beta + 1) V^{\beta+1} \right. \\ \left. + \dots + 12 S_x C (1 + \Delta S_x)^{w-x} (w \cdot y) d_w^{\beta} V^{w-x} \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x (1+\Delta Sx)^x (1+i)$

$$R^{SV} = \frac{.4 S_x C (1+i)}{{}^s D_x} \left[ (1+\Delta Sx)^{x+\beta} d_{x+\beta}^s V^{x+\beta+1}(x-y+\beta) \right. \\ \left. + (1+\Delta Sx)^{x+\beta+1} d_{x+\beta+1}^s V^{x+\beta+2}(x-y+\beta+1) \right. \\ \left. + \dots + (1+\Delta Sx)^w d_w^s V^{w+1}(w-y) \right]$$

$$R^{SV} = \frac{.4 S_x C (1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y+\beta) {}^s C_{x+\beta}^3 + (x-y+\beta+1) {}^s C_{x+\beta+1}^3 \right. \\ \left. + \dots + (w-y) {}^s C_w^3 \right]$$

$$R^{SV} = \frac{.4 S_x C (1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y+\beta) ({}^s C_{x+\beta}^3 + {}^s C_{x+\beta+1}^3 + \dots + {}^s C_w^3) \right. \\ \left. + ({}^s C_{x+\beta+1}^3 + \dots + {}^s C_w^3) + \dots + {}^s C_w^3 \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^sM_x^3$

$$R^{sv} = \frac{4 S_x C(1+i)}{{}^sD_x} \left[ (x \cdot y + \beta) ({}^sM_{x+\beta}^3 - {}^sM_{\omega+1}^3) + ({}^sM_{x+\beta+1}^3 - {}^sM_{\omega+1}^3) \right. \\ \left. + \dots + ({}^sM_{\omega}^3 - {}^sM_{\omega+1}^3) \right]$$

$$R^{sv} = \frac{4 S_x C(1+i)}{{}^sD_x} \left[ (x \cdot y + \beta) ({}^sM_{x+\beta}^3 - {}^sM_{\omega+1}^3) + ({}^sM_{x+\beta+1}^3 + \dots + {}^sM_{\omega}^3) \right. \\ \left. - (\omega - x - \beta) {}^sM_{\omega+1}^3 \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^sR_x$

$$R^{sv} = \frac{4 S_x C(1+i)}{{}^sD_x} \left[ (x \cdot y + \beta) {}^sM_{x+\beta}^3 + {}^sR_{x+\beta+1}^3 - {}^sR_{\omega+1}^3 - (x \cdot y + \beta + \omega - x - \beta) {}^sM_{\omega+1}^3 \right]$$

$$R^{sv} = \frac{4 S_x C(1+i)}{{}^sD_x} \left[ (x \cdot y + \beta) {}^sM_{x+\beta}^3 + {}^sR_{x+\beta+1}^3 - {}^sR_{\omega+1}^3 - (\omega - y) {}^sM_{\omega+1}^3 \right]$$

## 3) POR DESPIDO

El cómputo de la antigüedad en el caso de que la separación de la empresa sea por despido con o sin causa justificada debe considerarse a partir del día 1° de mayo de 1970 si la fecha de ingreso del empleado es anterior a ella, para lo cual es conveniente calcular 'e' como la edad del trabajador al 1° de mayo de 1970 y por lo tanto, su antigüedad estará dada por la relación

$$A = x - e$$

o bien su antigüedad total si su ingreso es posterior ante lo cual se tendría

$$A = x - y$$

en ambos casos la obligación se evalúa de la siguiente manera:

$$R^D = \frac{1}{30lx} \left[ {}_{12}S_x C A dx^y + {}_{12}S_x C (1 + \Delta S_x) (A + 1) dx^{y+1} V \right. \\ \left. + \dots + {}_{12}S_x C (1 + \Delta S_x)^{w-x} (w-x + A) dw^y V^{w-x} \right]$$

$$R^D = \frac{yS_x C}{I_x} \left[ A d_x^y + (A+1)(1+\Delta S_x) d_{x+1}^y V \right. \\ \left. + \dots + (w-x+A)(1+\Delta S_x)^{w-x} d_w^y V^{w-x} \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x (1+\Delta S_x)^x (1+i)$

$$R^D = \frac{yS_x C (1+i)}{{}^sD_x} \left[ (1+\Delta S_x)^x A d_x^y V^{x+1} + (1+\Delta S_x)^{x+1} (A+1) d_{x+1}^y V^{x+2} \right. \\ \left. + \dots + (1+\Delta S_x)^w (w-x+A) d_w^y V^{w+1} \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^sC_x^y$

$$R^D = \frac{yS_x C (1+i)}{{}^sD_x} \left[ A {}^sC_x^y + (A+1) {}^sC_{x+1}^y + \dots + (A+w-x) {}^sC_w^y \right]$$

$$R^D = \frac{.4S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ A({}^s C_x^y + {}^s C_{x+1}^y + \dots + {}^s C_\omega^y) + ({}^s C_{x+1}^y + \dots + {}^s C_\omega^y) + \dots + {}^s C_\omega^y \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^s M_x^y$

$$R^D = \frac{.4S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ A({}^s M_x^y - {}^s M_{\omega+1}^y) + ({}^s M_{x+1}^y - {}^s M_{\omega+1}^y) + \dots + ({}^s M_\omega^y - {}^s M_{\omega+1}^y) \right]$$

$$R^D = \frac{.4S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ A({}^s M_x^y - {}^s M_{\omega+1}^y) + ({}^s M_{x+1}^y + \dots + {}^s M_\omega^y) - (\omega - x) {}^s M_{\omega+1}^y \right]$$

SUBSTITUYENDO  ${}^s R_x$

$$R^D = \frac{.4S_x C(1+i)}{{}^s D_x} \left[ A({}^s M_x^y - {}^s M_{\omega+1}^y) + {}^s R_{x+1}^y - (\omega - x) {}^s M_{\omega+1}^y \right]$$



Una vez que las fórmulas han sido desarrolladas pueden ser implementadas por medio de un lenguaje ( Fortran, Algol ) en una computadora - a fin de efectuar la valuación correspondiente y permitir el registro -- oportuno del pasivo en los estados financieros de la empresa, con base en el método de financiamiento que se haya elegido; aunque en el presente trabajo se ha considerado solo el desarrollo para el caso de que el método empleado sea el colectivo o el de prima nivelada individual, -- pueden extenderse para abarcar los demás métodos.

Para efectuar la valuación de una prestación contractual se requiere - del mismo modo seguir el desarrollo actuarial de la fórmula e implementarla en un programa, ya sea por modificación al ya existente de prima de antigüedad o realizando uno nuevo.

A fin de mostrar con mas detalle esta circunstancia consideraremos - casos particulares de diversos contratos colectivos de trabajo, transcribiendo fragmentos de las cláusulas respectivas a fin de utilizarlos como ejemplos a lo largo de esta tesis

4) El contrato colectivo de trabajo celebrado entre Teléfonos de México, S.A. y el Sindicato de Telefonistas de la República Mexicana, 1978, establece en su capítulo XXI, pagos por antigüedad lo siguiente:

CLAUSULA 121. - La empresa conviene en poner a disposición de sus trabajadores permanentes, en razón de su antigüedad - cuando se separan o sean separados, una cantidad igual a la - equivalente a 20 días de salario por cada año de servicios no - interrumpidos o ... el monto del pago se computará según el - salario o sueldo que esté percibiendo el trabajador, en el momento de su separación o de su muerte ...

Puede apreciarse que la cláusula estipula el pago por mortalidad, por separación o por despido, que en el caso de separación voluntaria no hace alusión al requisito de un mínimo de años para hacerse merecedor al pago así como en el caso de despido elimina el concepto de antigüedad al 1° de mayo de 1970, es decir, en el primer caso se pagará en el momento que ocurrirá la separación voluntaria y en el segundo caso se cubrirá sobre la antigüedad total del empleado. Asimismo debe notarse que el número de días por cada año de servicio es de 20 en lugar de los 12 días de la prima de antigüedad legal.

El desarrollo de la fórmula actuarial es análogo al del punto "1" una vez efectuados los siguientes cambios:

- ) Número de días: 20 en lugar de 12
- ) Sueldo computable:  $S_x$  en lugar de  $S_x C$

Obteniendo por tanto:

$$R^b = \frac{0.667 S_x (1+i)}{sD_x} \left\{ (x-y) {}^sM_x^b + {}^sR_{x+1}^b - {}^sR_{w+1}^b - (w-y) {}^sM_{w+1}^b \right\}$$

donde se tiene

- $b = 2$  Para mortalidad e invalidez
- $b = 3$  Para separación voluntaria
- $b = 4$  Para despido

Procediendo entonces a modificar el programa actual de prima de antigüedad legal y realizar de esta manera la valuación respectiva.

- 5) "... Cuando algún trabajador habiendo cumplido 14 ó más años de -  
servicio se retire voluntariamente, la empresa le cubrirá una com  
pensación equivalente al importe de 110 días de salario más 20 -  
días de salario por cada año de servicios prestados, en ..."

Si observamos que el beneficio anterior puede ser desglosado en dos -  
partes

- ) 20 días de salario por cada año de servicios
- ) 110 días de salario

Se tiene que en el primer caso el beneficio estipulado es similar al de  
separación voluntaria legal por lo que la obligación de la empresa se  
obtendría de realizar los siguientes cambios:

- $\beta = \text{MIN}\{\omega \cdot x, \text{MAX}[14 - x - y, 0]\}$
- 20 días en lugar de 12
- $S_x$  en substitución de  $S_x C$

POR LO QUE TENDRIAMOS

$$R_1 = \frac{0.667 S_x (1+i)}{S D_x} \left[ (x-y+\beta) {}^s M_{x+\beta}^3 + {}^s R_{x+\beta+1}^3 - {}^s R_{w+1}^3 - (w-y) {}^s M_{w+1}^3 \right]$$

EN TANTO QUE PARA EL SEGUNDO CASO EL DESARROLLO SERIA:

$$R_2 = \frac{1}{30 l x} \left[ (110) S_x dx+\beta (1+\Delta S_x)^\beta V^\beta + (110) S_x dx+\beta+1 (1+\Delta S_x)^{\beta+1} V^{\beta+1} \right. \\ \left. + \dots + (110) S_x dw (1+\Delta S_x)^{w-x} V^{w-x} \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+\Delta S_x)^x V^x (1+i)$

$$R_2 = \frac{(1+i)}{30 l x V^x (1+\Delta S_x)^x} \left[ (110) S_x dx+\beta (1+\Delta S_x)^{x+\beta} V^{x+\beta+1} \right. \\ \left. + (110) S_x dx+\beta+1 (1+\Delta S_x)^{x+\beta+1} V^{x+\beta+2} + \dots + (110) S_x dw (1+\Delta S_x)^w V^{w+1} \right]$$

$$R_2 = \frac{{}_{110}S_x(1+i)}{{}_30^5D_x} \left[ d_{x+\beta}(1+\Delta S_x)^{x+\beta} V^{x+\beta+1} + d_{x+\beta+1}(1+\Delta S_x)^{x+\beta+1} V^{x+\beta+2} \right. \\ \left. \dots + d_{\omega}(1+\Delta S_x)^{\omega} V^{\omega+1} \right]$$

$$R_2 = \frac{{}_{110}S_x(1+i)}{{}_30^5D_x} \left[ {}^3C_{x+\beta} + {}^3C_{x+\beta+1} \dots + {}^3C_{\omega} \right]$$

$$R_2 = \frac{{}_{110}S_x(1+i)}{{}_30^5D_x} \left[ {}^3M_{x+\beta} - {}^3M_{\omega+1} \right]$$

Por lo tanto la obligación total de la compañía ante esta cláusula está -  
 dado por la relación

$$R = R_1 + R_2$$

6) " La compañía pagará las siguientes cantidades por concepto de retiro voluntario:

- ) de 13 años de servicio continuo en adelante, 20 días de salario por cada año de servicios.
- ) de 17 años de servicio continuo en adelante, 25 días de salario por cada año de servicios "

En el presente ejemplo, a diferencia de los casos que hasta el momento se han analizado, se aprecia una práctica muy común en los contratos colectivos de trabajo consistente en incrementar el beneficio ( días de salario por año de servicio ) conforme aumenta la antigüedad del trabajador y que suele ser, por lo general, uno de los puntos a tratar en la revisión del contrato respectivo.

En cuanto al desarrollo de la fórmula actuarial que permite valorar el pasivo que este beneficio representa para la empresa se tendrían que definir las variables 'h' y 'm' que representan el número de años por transcurrir para que el empleado cumpla 13 y 17 años de antigüedad respectivamente.

Esto es:

$$h = \text{MIN} \{ \omega - x, \text{MAX} [ 13 - x + \gamma, 0 ] \}$$

$$m = \text{MIN} \{ \omega - x, \text{MAX} [ 17 - x + \gamma, 0 ] \}$$

y en consecuencia la obligación (A) sería evaluada por:

$$R = \frac{1}{\Delta x} \left[ (20) S_x (1 + \Delta S_x)^h d_{x+h} V^h (x-y+h) \right. \\ \left. + \dots + (20) S_x (1 + \Delta S_x)^{m-1} d_{x+m-1} V^{m-1} (x-y+m-1) \right. \\ \left. + (25) S_x (1 + \Delta S_x)^m d_{x+m} V^m (x-y+m) \right. \\ \left. + \dots + (25) S_x (1 + \Delta S_x)^{w-x} d_w V^{w-x} (w-y) \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x (1 + \Delta S_x)^x$

$$R = \frac{1}{\Delta x V^x (1 + \Delta S_x)^x} \left[ (20) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+h} d_{x+h} V^{x+h} (x-y+h) \right. \\ \left. + \dots + (20) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1} V^{x+m-1} (x-y+m-1) \right. \\ \left. + (25) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+m} d_{x+m} V^{x+m} (x-y+m) \right. \\ \left. + \dots + (25) S_x (1 + \Delta S_x)^w d_w V^w (w-y) \right]$$



MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+i)$

$$R = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} \left[ (20) S_x (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h} V^{x+h+1}(x-y+h) \right. \\ \dots + (20) S_x (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1} V^{x+m}(x-y+m-1) \\ + (25) S_x (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m} V^{x+m+1}(x-y+m) \\ \left. \dots + (25) S_x (1+\Delta S_x)^w d_w V^{w+1}(w-y) \right]$$

FACTORIZANDO  $(20) S_x$  Y  $(25) S_x$

$$R = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} \left\{ (20) S_x \left[ (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h} V^{x+h+1}(x-y+h) \right. \right. \\ \left. \dots + (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1} V^{x+m}(x-y+m-1) \right] \\ + (25) S_x \left[ (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m} V^{x+m+1}(x-y+m) \right. \\ \left. \left. \dots + (1+\Delta S_x)^w d_w V^{w+1}(w-y) \right] \right\}$$

SUBSTITUYENDO  ${}^s C_x^3$

$$R = \frac{(1+i)}{30 {}^s D_x} \left\{ (20) S_x \left[ {}^s C_{x+h}^3 (x-y+h) + \dots + {}^s C_{x+m-1}^3 (x-y+m-1) \right] \right. \\ \left. + (25) S_x \left[ {}^s C_{x+m}^3 (x-y+m) + \dots + {}^s C_{\omega}^3 (\omega-y) \right] \right\}$$

$$R = \frac{(1+i)}{30 {}^s D_x} \left\{ (20) S_x \left[ (x-y) ({}^s C_{x+h}^3 + \dots + {}^s C_{x+m-1}^3) + h ({}^s C_{x+h}^3 + \dots + {}^s C_{x+m-1}^3) \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + ({}^s C_{x+m-2}^3 + {}^s C_{x+m-1}^3) + {}^s C_{x+m-1}^3 \right] \right. \\ \left. + (25) S_x \left[ (x-y) ({}^s C_{x+m}^3 + \dots + {}^s C_{\omega}^3) + m ({}^s C_{x+m}^3 + \dots + {}^s C_{\omega}^3) \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + ({}^s C_{\omega-1}^3 + {}^s C_{\omega}^3) + {}^s C_{\omega}^3 \right] \right\}$$

$$R = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ (20) S_x \left[ (x-y) ({}^s M_{x+h}^3 - {}^s M_{x+m}^3) + h ({}^s M_{x+h}^3 - {}^s M_{x+m}^3) \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + ({}^s M_{x+m-2}^3 - {}^s M_{x+m}^3) + ({}^s M_{x+m-1}^3 - {}^s M_{x+m}^3) \right] \right. \\ \left. + (25) S_x \left[ (x-y) ({}^s M_{x+m}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3) + m ({}^s M_{x+m}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3) \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + ({}^s M_{\omega-1}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3) + ({}^s M_{\omega}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3) \right] \right\}$$

$$R = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ (20) S_x \left[ (x-y+h) ({}^s M_{x+h}^3 - {}^s M_{x+m}^3) + ({}^s M_{x+h+1}^3 + \dots + {}^s M_{x+m-1}^3) \right. \right. \\ \left. \left. - (m-h-1) {}^s M_{x+m}^3 \right] + (25) S_x \left[ (x-y+m) ({}^s M_{x+m}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3) \right. \right. \\ \left. \left. + ({}^s M_{x+m+1}^3 + \dots + {}^s M_{\omega}^3) - (\omega-x-m) {}^s M_{\omega+1}^3 \right] \right\}$$

$$R = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} \left\{ (20) S_x \left[ (x-y+h) ({}^5M_{x+h} - {}^5M_{x+m}) + ({}^5R_{x+h+1} - {}^5R_{x+m}) - (m-h-1) {}^5M_{x+m} \right] \right. \\ \left. + (25) S_x \left[ (x-y+m) ({}^5M_{x+m} - {}^5M_{\omega+1}) + ({}^5R_{x+m+1} - {}^5R_{\omega+1}) - (\omega-x-m) {}^5M_{\omega+1} \right] \right\}$$

$$R = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} \left\{ (20) (S_x) \left[ (x-y+h) {}^5M_{x+h} + {}^5R_{x+h+1} - {}^5R_{x+m} - (x-y+m-1) {}^5M_{x+m} \right] \right. \\ \left. + (25) S_x \left[ (x-y+m) {}^5M_{x+m} + {}^5R_{x+m+1} - {}^5R_{\omega+1} - (\omega-y) {}^5M_{\omega+1} \right] \right\}$$

7) " A los trabajadores que manifiesten su deseo de retirarse, la empresa les otorgará por concepto de prima de antigüedad:

- ) con 10 años de servicios, 80 días de salario tabulado, más 13 días de salario tabulado por cada año de servicios.
- ) con 15 años de servicios, 85 días de salario tabulado, más 15 días de salario tabulado por cada año de servicios.
- ) con 30 años de servicios, 87 días de salario tabulado, más 17 días de salario tabulado por cada año de servicios.

Este caso es muy similar al anterior en cuanto al desarrollo actuarial - se refiere por lo que se definen análogamente las variables 'h', 'm' y 'n' como el número de años por transcurrir para que el empleado cumpla 10, 15 y 30 años de antigüedad respectivamente, y que en símbolos se enunciaría así:

$$h = \text{MIN} \{ \omega - x, \text{MAX} [ 10 - (x - y), 0 ] \}$$

$$m = \text{MIN} \{ \omega - x, \text{MAX} [ 15 - (x - y), 0 ] \}$$

$$n = \text{MIN} \{ \omega - x, \text{MAX} [ 30 - (x - y), 0 ] \}$$

PROCEDIENDO A VALUAR LA OBLIGACION

$$VPO_1^3 = \frac{1}{30 \Delta x} \left[ (13) S_x (1 + \Delta S_x)^h d_{x+h} V^h (x-y+h) t \dots + (13) S_x (1 + \Delta S_x)^{m-1} d_{x+m-1} V^{m-1} (x-y+m-1) \right. \\ \left. + (15) S_x (1 + \Delta S_x)^m d_{x+m} V^m (x-y+m) t \dots + (15) S_x (1 + \Delta S_x)^{n-1} d_{x+n-1} V^{n-1} (x-y+n-1) \right. \\ \left. + (17) S_x (1 + \Delta S_x)^n d_{x+n} V^n (x-y+n) t \dots + (17) S_x (1 + \Delta S_x)^{\omega-x} d_{\omega} V^{\omega-x} (\omega-y) \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x (1 + \Delta S_x)^x$

$$VPO_1^3 = \frac{1}{30 \Delta x V^x (1 + \Delta S_x)^x} \left[ (13) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+h} d_{x+h} V^{x+h} (x-y+h) t \dots + (13) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1} V^{x+m-1} (x-y+m-1) \right. \\ \left. + (15) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+m} d_{x+m} V^{x+m} (x-y+m) t \dots + (15) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1} V^{x+n-1} (x-y+n-1) \right. \\ \left. + (17) S_x (1 + \Delta S_x)^{x+n} d_{x+n} V^{x+n} (x-y+n) t \dots + (17) S_x (1 + \Delta S_x)^{\omega} d_{\omega} V^{\omega} (\omega-y) \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+i)$

$$VPO_1^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left[ (13) S_x (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h} V^{x+h+1} (x-y+h)t \dots + (13) S_x (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1} V^{x+m} (x+y+m-1) \right. \\ \left. + (15) S_x (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m} V^{x+m+1} (x-y+m)t \dots + (15) S_x (1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1} V^{x+n} (x-y+n-1) \right. \\ \left. + (17) S_x (1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n} V^{x+n+1} (x-y+n)t \dots + (17) S_x (1+\Delta S_x)^{\omega} d_{\omega} V^{\omega+1} (\omega-y) \right]$$

FACTORIZANDO  $(13) S_x$ ,  $(15) S_x$  Y  $(17) S_x$

$$VPO_1^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ (13) S_x \left[ (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h} V^{x+h+1} (x-y+h)t \dots + (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1} V^{x+m} (x-y+m-1) \right] \right. \\ \left. + (15) S_x \left[ (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m} V^{x+m+1} (x-y+m)t \dots + (1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1} V^{x+n} (x-y+n-1) \right] \right. \\ \left. + (17) S_x \left[ (1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n} V^{x+n+1} (x-y+n)t \dots + (1+\Delta S_x)^{\omega} d_{\omega} V^{\omega+1} (\omega-y) \right] \right\}$$

SUBSTITUYENDO  ${}^5C_x^3$

$$VPO_1^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ (13) S_x \left[ {}^5C_{x+h}^3 (x-y+h) t \dots + {}^5C_{x+m-1}^3 (x-y+m-1) \right] \right. \\ \left. + (15) S_x \left[ {}^5C_{x+m}^3 (x-y+m) t \dots + {}^5C_{x+n-1}^3 (x-y+n-1) \right] \right. \\ \left. + (17) S_x \left[ {}^5C_{x+n}^3 (x-y+n) t \dots + {}^5C_{\omega}^3 (\omega-y) \right] \right\}$$

$$VPO_1^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ (13) S_x \left[ (x-y) ({}^5C_{x+h}^3 t \dots + {}^5C_{x+m-1}^3) + h ({}^5C_{x+h}^3 t \dots + {}^5C_{x+m-1}^3) \right. \right. \\ \left. \left. t \dots + ({}^5C_{x+m-2}^3 + {}^5C_{x+m-1}^3) + {}^5C_{x+m-1}^3 \right] \right. \\ \left. + (15) S_x \left[ (x-y) ({}^5C_{x+m}^3 t \dots + {}^5C_{x+n-1}^3) + m ({}^5C_{x+m}^3 t \dots + {}^5C_{x+n-1}^3) \right. \right. \\ \left. \left. t \dots + ({}^5C_{x+n-2}^3 + {}^5C_{x+n-1}^3) + {}^5C_{x+n-1}^3 \right] \right. \\ \left. + (17) S_x \left[ (x-y) ({}^5C_{x+n}^3 t \dots + {}^5C_{\omega}^3) + n ({}^5C_{x+n}^3 t \dots + {}^5C_{\omega}^3) \right. \right. \\ \left. \left. t \dots + ({}^5C_{\omega-1}^3 + {}^5C_{\omega}^3) + {}^5C_{\omega}^3 \right] \right\}$$



SUBSTITUYENDO  ${}^5M_x^3$

$$\begin{aligned}
 VPO_1^3 \cdot \frac{(1+i)}{30^5 D_x} & \left\{ (13) S_x \left[ (x-y) ({}^5M_{x+h}^3 - {}^5M_{x+m}^3) + h ({}^5M_{x+h}^3 - {}^5M_{x+m}^3) \right. \right. \\
 & \left. \left. + \dots + ({}^5M_{x+m-2}^3 - {}^5M_{x+m}^3) + ({}^5M_{x+m-1}^3 - {}^5M_{x+m}^3) \right] \right. \\
 & + (15) S_x \left[ (x-y) ({}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n+m}^3) + ({}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n}^3) \right. \\
 & \left. \left. + \dots + ({}^5M_{x+n-2}^3 - {}^5M_{x+n}^3) + ({}^5M_{x+n-1}^3 - {}^5M_{x+n}^3) \right] \right. \\
 & + (17) S_x \left[ (x-y) ({}^5M_{x+n}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3) + n ({}^5M_{x+n}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3) \right. \\
 & \left. \left. + \dots + ({}^5M_{\omega-1}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3) + ({}^5M_{\omega}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VPO_1^3 \cdot \frac{(1+i)}{30^5 D_x} & \left\{ (13) S_x \left[ (x-y+h) ({}^5M_{x+h}^3 - {}^5M_{x+m}^3) + ({}^5M_{x+h+1}^3 + \dots + {}^5M_{x+m-1}^3) \right. \right. \\
 & \left. \left. - (m-h-1) {}^5M_{x+m}^3 \right] + (15) S_x \left[ (x-y+m) ({}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n}^3) + ({}^5M_{x+m+1}^3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + (15) S_x \left[ (x-y+m) ({}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n}^3) + ({}^5M_{x+m+1}^3 + \dots + {}^5M_{x+n-1}^3) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - (n-m-1) {}^5M_{x+n}^3 \right] + (17) S_x \left[ (x-y+n) ({}^5M_{x+n}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3) + ({}^5M_{x+n+1}^3 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \dots + {}^5M_{\omega}^3) - (\omega-x-m) {}^5M_{\omega+1}^3 \right] \right\}
 \end{aligned}$$

SUBSTITUYENDO  ${}^5R_x^3$

$$\begin{aligned}
 VPO_1^3 = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} & \left\{ (13) S_x \left[ (x-y+h) ({}^5M_{x+h}^3 - {}^5M_{x+m}^3) + ({}^5R_{x+h+1}^3 - {}^5R_{x+m}^3) - (m-h-1) {}^5M_{x+m}^3 \right] \right. \\
 & + (15) S_x \left[ (x-y+m) ({}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n}^3) + ({}^5R_{x+m+1}^3 - {}^5R_{x+n}^3) - (n-m-1) {}^5M_{x+n}^3 \right] \\
 & \left. + (17) S_x \left[ (x-y+n) ({}^5M_{x+n}^3 - {}^5M_{w+1}^3) + ({}^5R_{x+n+1}^3 - {}^5R_{w+1}^3) - (w-x-n) {}^5M_{w+1}^3 \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Y FINALMENTE

$$\begin{aligned}
 VPO_1^3 = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} & \left\{ (13) S_x \left[ (x-y+h) {}^5M_{x+h}^3 + {}^5R_{x+h+1}^3 - {}^5R_{x+m}^3 - (x-y+m-1) {}^5M_{x+m}^3 \right] \right. \\
 & + (15) S_x \left[ (x-y+m) {}^5M_{x+m}^3 + {}^5R_{x+m+1}^3 - {}^5R_{x+n}^3 - (x-y+n-1) {}^5M_{x+n}^3 \right] \\
 & \left. + (17) S_x \left[ (x-y+n) {}^5M_{x+n}^3 + {}^5R_{x+n+1}^3 - {}^5R_{w+1}^3 - (w-y) {}^5M_{w+1}^3 \right] \right\}
 \end{aligned}$$

En cuanto a la segunda parte de la obligación se valua de esta manera:

$$VPO_2^3 = \frac{1}{30\beta_x} \left\{ \left[ (80)S_x(1+\Delta S_x)^h d_{x+h}^3 V^h \dots + (80)S_x(1+\Delta S_x)^{m-1} d_{x+m-1}^3 V^{m-1} \right] \right. \\ \left. + \left[ (85)S_x(1+\Delta S_x)^m d_{x+m}^3 V^m \dots + (85)S_x(1+\Delta S_x)^{n-1} d_{x+n-1}^3 V^{n-1} \right] \right. \\ \left. + \left[ (87)S_x(1+\Delta S_x)^n d_{x+n}^3 V^n \dots + (87)S_x(1+\Delta S_x)^{\omega-x} d_{\omega}^3 V^{\omega-x} \right] \right\}$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x(1+\Delta S_x)^x$

$$VPO_2^3 = \frac{1}{(30)\beta_x V^x(1+\Delta S_x)^x} \left\{ \left[ (80)S_x(1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h}^3 V^{x+h} \right. \right. \\ \left. \dots + (80)S_x(1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1}^3 V^{x+m-1} \right] + \left[ (85)S_x(1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m}^3 V^{x+m} \right. \\ \left. \dots + (85)S_x(1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1}^3 V^{x+n-1} \right] + \left[ (87)S_x(1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n}^3 V^{x+n} \right. \\ \left. \dots + (87)S_x(1+\Delta S_x)^{\omega} d_{\omega}^3 V^{\omega} \right] \right\}$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+i)$

$$VPO_2^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ \left[ (80) S_x (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h}^3 V^{x+h+1} \dots + (80) S_x (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1}^3 V^{x+m} \right] \right. \\ \left. + \left[ (85) S_x (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m}^3 V^{x+m+1} \dots + (85) S_x (1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1}^3 V^{x+n} \right] \right. \\ \left. + \left[ (87) S_x (1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n}^3 V^{x+n+1} \dots + (87) S_x (1+\Delta S_x)^{\omega} d_{\omega}^3 V^{\omega+1} \right] \right\}$$

SUBSTITUYENDO  ${}^s C_x^3$

$$VPO_2^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ (80) S_x \left[ {}^s C_{x+h}^3 \dots + {}^s C_{x+m-1}^3 \right] \right. \\ \left. + (85) S_x \left[ {}^s C_{x+m}^3 \dots + {}^s C_{x+n-1}^3 \right] \right. \\ \left. + (87) S_x \left[ {}^s C_{x+n}^3 \dots + {}^s C_{\omega}^3 \right] \right\}$$

SUBSTITUYENDO  ${}^sM_{x+h}^3$

$$VPO_2^3 = \frac{(1+i)}{30 {}^sD_x} \left\{ (90) S_x \left[ {}^sM_{x+h}^3 - {}^sM_{x+m}^3 \right] + (85) S_x \left[ {}^sM_{x+m}^3 - {}^sM_{x+n}^3 \right] \right. \\ \left. + (87) S_x \left[ {}^sM_{x+n}^3 - {}^sM_{\omega+1}^3 \right] \right\}$$

Resultando finalmente la obligación de la empresa igual a:

$$VPO^3 = VPO_1^3 + VPO_2^3$$

8) El contrato colectivo de trabajo entre Eastern Air Lines, S.A. por una parte y el Sindicato Nacional de Trabajadores de Aviación y Similares por otra, establece en su capítulo XII, prevenciones diversas lo siguiente:

CLAUSULA 88. - " En los casos de fallecimiento de algún trabajador, la empresa entregará al familiar registrado ante la misma que presente el acta de defunción, la cantidad de \$20,000.00 ( VEINTE MIL PESOS 00/100 ), como ayuda para los gastos de defunción. A . . . "

Este es un caso muy diferente de prestación con relación a los anteriores puesto que no establece el beneficio en función del salario ni un cierto valor por cada año de servicio, sino que otorga una cantidad fija de dinero al ocurrir la separación.

Nuestro objetivo es valorar la obligación que este tipo de prestación genera para la empresa, procediendo a efectuar su valuación como se indica:

$$VPO^2 = \frac{1}{1+x} \left[ (20,000) d x^2 + \dots + (20,000) d \omega^2 V^{\omega \cdot x} \right]$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $(1+i)V^x$

$$VPO^2 = \frac{(1+i)}{1+iV^x} \left[ (20,000) d_x^2 V^{x+1} + \dots + (20,000) d_{\omega}^2 V^{\omega+1} \right]$$

FACTORIZANDO

$$VPO^2 = \frac{(20,000)(1+i)}{D_x} \left[ d_x^2 V^{x+1} + \dots + d_{\omega}^2 V^{\omega+1} \right]$$

SUBSTITUYENDO  $C_x^2$

$$VPO^2 = \frac{(20,000)(1+i)}{D_x} \left[ C_x^2 + \dots + C_{\omega}^2 \right]$$

SUBSTITUYENDO  $M_x^2$

$$VPO^2 = \frac{(20,000)(1+i)}{D_x} \left[ M_x^2 - M_{\omega+1}^2 \right]$$

### 2.3. NECESIDAD DE UN MODELO PARAMETRICO

El análisis realizado en el inciso anterior de los casos bajo los cuales - se cubre la prima de antigüedad legal así como de diversos ejemplos -- tomados de las cláusulas de algunos contratos colectivos nos ha permitido obtener una fórmula actuarial para valorar el pasivo generado a una - fecha determinada, observando que el desarrollo no es en si mismo complicado, pero en función del beneficio y su complejidad el desenvolvi--- miento de la fórmula puede resultar laborioso e incluso ser una tarea - tediosa para cada caso en particular.

Se ha dicho de la misma manera que la implementación de una determi- nada cláusula es, en general, por modificación a un programa desarro- llado por el consultor actuarial para dar asesoría a diferentes empresas y que raras veces es implementado para una empresa en particular, -- requiriendo por consiguiente la participación de un analista o un progr- mador para que lleve a cabo el mantenimiento de los programas respec- tivos.

Es generalmente aceptado que el programador promedio puede producir 10 ó 15 líneas de código depuradas por día; para grandes sistemas, de 2 a 3 líneas depuradas por día. Lo importante es que estas cifras han permanecido invariables durante un gran período de tiempo. IBM las -



observó en 1950 siendo posteriormente confirmadas en la década de -  
(1)  
1960; siendo recientemente ratificadas.

Estas estadísticas son interesantes en virtud de que han permanecido -  
constantes en el tiempo, independientemente de la computadora emplea  
da ( IBM 360 ó 370, UNIVAC, BURROUGHS, HONEYWELL, CDC, etc.)  
así como del lenguaje de programación ( COBOL, FORTRAN, PL/1, -  
ASSEMBLER ).

Algunos programadores pueden codificar, diseñar y probar un progra -  
ma 25 veces más rápido que otros y obtener un producto 10 veces mas  
(2)  
eficiente y de mejor calidad según revela el informe Sackman y don -  
de la variación entre la alta y la baja productividad es asombrosa. De  
igual modo, el informe demuestra que no existe correlación entre los -  
años de experiencia y el alto rendimiento en programación así como -  
entre este último y los test de aptitud.

(1) Brooks, Fred, The Mythical Man-Month.

(2) Sackman, Erickson y Grant, Exploratory experimental studies -  
comparing unline and offline programming performance.

En una organización típica un programador pasa una parte substancial de su tiempo en juntas, llenando reporte, caminando al cuarto de computadoras para recoger listados, o discutiendo problemas con sus colegas. De hecho, el programador promedio pasa sólo el 27% de su tiempo programando <sup>(1)</sup> y aceptándose que aproximadamente 1/3 parte del tiempo, energía y dinero se emplea en la fase de diseño; a grosso modo, 1/6 se ocupa en codificación y la otra mitad <sup>(2)</sup> en tratar de hacer trabajar el sistema.

Con relación a las pruebas en muchos proyectos se encuentran los siguientes problemas:

- i) Ley del 90-10. - Cuando se dice que el 90% del proyecto esta terminado, el 10% restante consume otro 90%.
- ii) Los errores triviales se encuentran facilmente, los de interface, que son los peores, se encuentran al final.
- iii) Nunca se cumplen las fechas de entrega ya que "nada -- trabaja hasta que todo trabaja", es decir, se prueba <sup>(3)</sup> todo el sistema en conjunto.

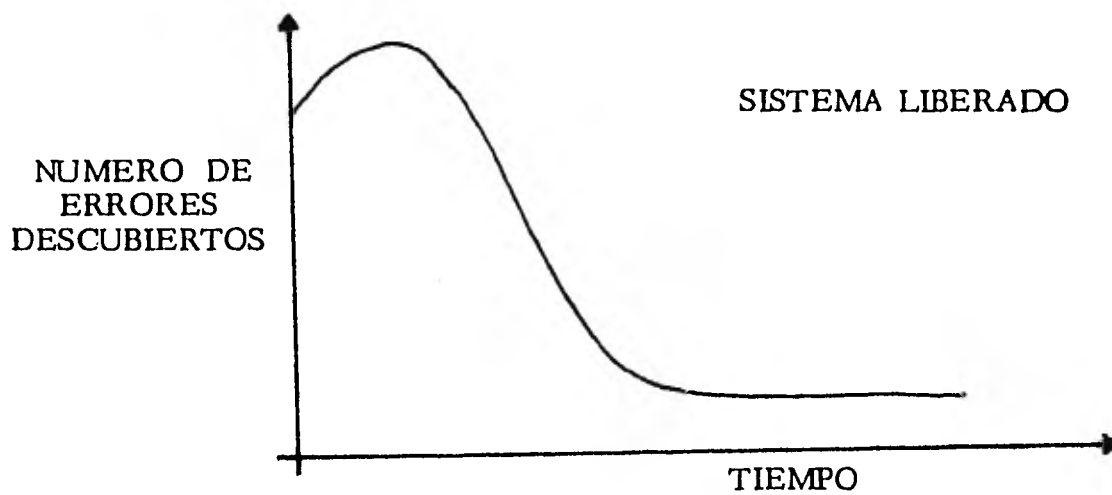
(1) Weinwurn, G., On the Management of Computer Programming.

(2) Metzger, P., Programming Project Management.

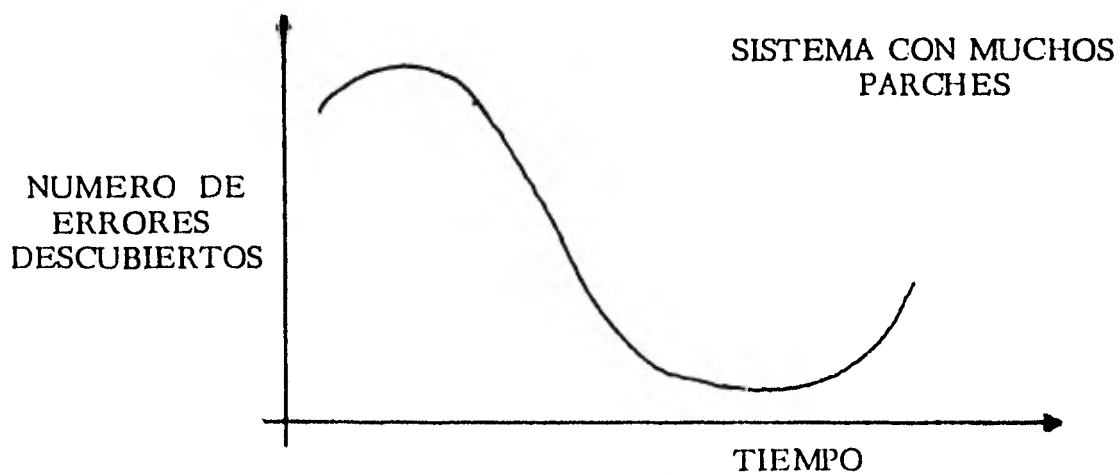
(3) Yourdon, E., How to manage Structured Programming.

otra estadística interesante realizada en los últimos años por un ingeniero de IBM enfatiza que cada liberación ( release ) del sistema operativo de la 360 tenía 1,000 errores que nunca fueron corregidos. <sup>(1)</sup> En lo que constituye un fenómeno no solo ligado con sistemas operativos - ni exclusivo de IBM, es decir, los sistemas tendrán errores que nunca serán eliminados ya sea que se trate de una nómina, un compilador, - un sistema de reservaciones en línea o incluso el tema que nos ocupa, mostrando un comportamiento similar en cuanto a que en los primeros meses de producción serán corregidos más errores debido a que los usuarios van ganando experiencia en el sistema hasta que la curva se nivela y que se representaría gráficamente del siguiente modo:

(1) Buxton, J.M., P. Naur y B. Randell, Software Engineering: Concepts and Techniques.



En otro estudio se demostró que el número de errores descubiertos se incrementa de nuevo en los sistemas viejos que han sido parchados y - modificados tan frecuentemente que ya nadie los entiende



Por último, un programador tiene un 50% de probabilidades de corregir exitosamente un error en el primer intento, siempre y cuando se modifiquen de 10 a 15 líneas de código; si se rectifican arriba de 15 líneas, entonces la probabilidad se reduce a 20%<sup>(1)</sup>, lo que podría significar un mantenimiento de programas muy costoso maxime si la mayoría de las organizaciones de procesamiento de datos emplean el 50% de su presupuesto en este renglón pudiendo elevarse esta relación en otras empresas a un 75% o un 80%.

Todas estas consideraciones apuntan a que deberíamos de introducir nuevas técnicas de diseño, análisis, programación y documentación que reduzcan estos problemas y aumenten nuestra productividad y que es donde radica el espíritu fundamental del presente trabajo.

El efectuar el desarrollo de un modelo paramétrico para valuación de pasivos por concepto de prima de antigüedad nos permite obtener las siguientes ventajas con relación al sistema tradicional de valuación (mantenimiento del programa) ya que reduce el impacto mostrado en la segunda gráfica, elimina la posibilidad de un error algebraico en el desarrollo de la fórmula actuarial y suprime los problemas técnicos

(1) Boehm, B. W., "Software and Its Impact: A quantitative study"

que implica la implementación de la fórmula en el programa cada vez - que se requiera ( primer gráfica ); proporcionando la confiabilidad que la valuación requiere al proveer los parámetros respectivos y una significativa disminución de costos.

Para realizar el modelo se requiere hacer un estudio del tipo de prestaciones contractuales y legales por concepto de prima de antigüedad que engloban el mayor número de casos posible, y de esta manera permitir que el modelo cumpla con el objetivo para el que es realizado, pudiendo concluir del análisis de los ejemplos presentados que ciertos beneficios otorgados son la unión de otros más sencillo, esto es, pueden separarse las mencionadas prestaciones en ciertas " categorías básicas ", de las cuales se desarrollaran en la presente tesis las siguientes:

- i) Beneficio variable en función de la antigüedad por cada año de servicio.
- ii) Beneficio variable en función de la antigüedad
- iii) Beneficio de una cierta cantidad variable en función de antigüedad.

y llevar de esta manera a la práctica el citado modelo paramétrico.

CAPITULO III  
EL MODELO PARAMETRICO

Uno de los factores más importantes que debe de considerarse en el planteamiento de un modelo paramétrico es precisamente el definir que variables o elementos del sistema serán de tipo constante y cuales serán implementados como parámetros, así como aclarar el significado de cada uno de ellos dentro de un contexto práctico para su mejor comprensión.

Para lograr lo anterior el estudio de las tres "Categorías Básicas" mencionadas al final del capítulo precedente se presentará como una analogía de una cierta prestación laboral concluyendo su análisis con una aplicación referida a los ejemplos previamente apuntados.



### 3.1 Desarrollo del modelo.

#### 3.1.1 Beneficio Variable en función de la Antigüedad por cada año de servicio.

El tipo de prestación establecido en un contrato colectivo que podría ser clasificada dentro de esta categoría para efectuar su valuación se redactaría de una forma similar a la siguiente:

Cláusula n. - Los trabajadores recibirán, según el caso, por concepto de prima de antigüedad en substitución de la señalada en el artículo 162 de la Ley Federal del Trabajo una cantidad determinada conforme a:

- ) Con ' $a_1$ ' años de antigüedad tendrán derecho a  $f_1^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio.
- ) Con ' $a_2$ ' años de antigüedad tendrán derecho a  $f_2^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio.
- ) Con ' $a_3$ ' años de antigüedad tendrán derecho a  $f_3^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio.
- ) Con ' $a_4$ ' años de antigüedad tendrán derecho a  $f_4^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio.
- ) Con ' $a_5$ ' años de antigüedad tendrán derecho a  $f_5^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio.
- ) Con ' $a_6$ ' años de antigüedad tendrán derecho a  $f_6^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio.

y así sucesivamente.

La obligación de la empresa en la cláusula anterior es otorgar al empleado que habiendo cumplido ' $a_j$ ' años de servicio se separe ya sea por fallecimiento o invalidez ( $D=2$ ) o separación voluntaria ( $b=3$ ),  $f_j^b(x-y)$  días de salario por cada año de servicio; el desarrollo del presente modelo se hará considerando seis niveles de beneficios.

En base a lo anterior, para efectuar el desarrollo actuarial se requiere definir las siguientes variables ( parámetros ).

- ) h.- Número de años por transcurrir para que el empleado cumpla 'a<sub>1</sub>' años de servicio.

En símbolos:

$$h = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [a_1 - (x - y), 0] \right\}$$

- ) k.- Número de años por transcurrir para que el empleado cumpla 'a<sub>2</sub>' años de servicio.

En símbolos:

$$k = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [a_2 - (x - y), 0] \right\}$$

- ) j.- Número de años por transcurrir para que el empleado cumpla 'a<sub>3</sub>' años de servicio

En símbolos:

$$j = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [a_3 - (x - y), 0] \right\}$$

- ) m.- Número de años por transcurrir para que el empleado cumpla 'a<sub>4</sub>' años de servicio

En símbolos:

$$m = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [a_4 - (x - y), 0] \right\}$$

- )  $n$ .- Número de años por transcurrir para que el empleado cumpla ' $a_5$ ' años de servicio.

En símbolos:

$$n = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [a_5 - (x - y), 0] \right\}$$

- )  $t$ .- Número de años por transcurrir para que el empleado cumpla ' $a_6$ ' años de servicio

En símbolos:

$$t = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [a_6 - (x - y), 0] \right\}$$

Es conveniente recordar que el artículo 486 de la Ley Federal del Trabajo establece como cota superior del sueldo computable el doble del salario mínimo vigente y que, por lo general, no se considera en los contratos colectivos de trabajo, por lo cual se define la variable

$SV_x$  (Sueldo de Valuación a edad  $x$ ) de la siguiente manera:

$$SV_x = \begin{cases} \text{MIN}(S_{x,2} \cdot S_x \text{ MIN}) & \text{si el sueldo es acotado} \\ S_x & \text{si el sueldo no es acotado} \end{cases}$$

y que paramétricamente se representará por medio de la regla:

$$SV_x = \begin{cases} 0 & \text{si el sueldo es acotado} \\ 1 & \text{si el sueldo no es acotado} \end{cases}$$

procediendo, por tanto, a realizar el desarrollo actuarial.

$$\begin{aligned}
VPO^b = & \frac{1}{30 \ln x} \left[ \left[ f_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^h dx^b + h V^h (x-y+h) \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + f_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{k-1} dx^{b+k-1} V^{k-1} (x-y+k-1) \right] \right. \\
& \left. + \left[ f_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^k dx^{b+k} V^k (x-y+k) \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + f_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{j-1} dx^{b+j-1} V^{j-1} (x-y+j-1) \right] \right. \\
& \left. + \left[ f_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^j dx^{b+j} V^j (x-y+j) \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + f_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{m-1} dx^{b+m-1} V^{m-1} (x-y+m-1) \right] \right. \\
& \left. + \left[ f_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^m dx^{b+m} V^m (x-y+m) \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + f_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{n-1} dx^{b+n-1} V^{n-1} (x-y+n-1) \right] \right. \\
& \left. + \left[ f_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^n dx^{b+n} V^n (x-y+n) \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + f_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{t-1} dx^{b+t-1} V^{t-1} (x-y+t-1) \right] \right. \\
& \left. + \left[ f_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^t dx^{b+t} V^t (x-y+t) \right. \right. \\
& \left. \left. \dots + f_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{\omega-x} d\omega V^{\omega-x} (\omega-y) \right] \right]
\end{aligned}$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x (1 + \Delta S_x)^x$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{1}{30 \Delta x V^x (1 + \Delta S_x)^x} & \left[ \left[ f_1^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+h} d_{x+h}^b V^{x+h}(x-y+h) \right. \right. \\
 & \left. \dots + f_1^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+k-1} d_{x+k-1}^b V^{x+k-1}(x-y+k-1) \right] \\
 & + \left[ f_2^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+k} d_{x+k}^b V^{x+k}(x-y+k) \right. \\
 & \left. \dots + f_2^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+j-1} d_{x+j-1}^b V^{x+j-1}(x-y+j-1) \right] \\
 & + \left[ f_3^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+j} d_{x+j}^b V^{x+j}(x-y+j) \right. \\
 & \left. \dots + f_3^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1}^b V^{x+m-1}(x-y+m-1) \right] \\
 & + \left[ f_4^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+m} d_{x+m}^b V^{x+m}(x-y+m) \right. \\
 & \left. \dots + f_4^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1}^b V^{x+n-1}(x-y+n-1) \right] \\
 & + \left[ f_5^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+n} d_{x+n}^b V^{x+n}(x-y+n) \right. \\
 & \left. \dots + f_5^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+t-1} d_{x+t-1}^b V^{x+t-1}(x-y+t-1) \right] \\
 & + \left[ f_6^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^{x+t} d_{x+t}^b V^{x+t}(x-y+t) \right. \\
 & \left. \dots + f_6^b(x-y) SV_x (1 + \Delta S_x)^w d_w^b V^w(w-y) \right] \left. \right]
 \end{aligned}$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO  $(1+i)$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} & \left[ \left[ f_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h}^b V^{x+h+1}(x-y+h) \right. \right. \\
 & \dots + f_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+k-1} d_{x+k-1}^b V^{x+k}(x-y+k-1) \left. \right] \\
 & + \left[ f_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+k} d_{x+k}^b V^{x+k+1}(x-y+k) \right. \\
 & \dots + f_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+j-1} d_{x+j-1}^b V^{x+j}(x-y+j-1) \left. \right] \\
 & + \left[ f_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+j} d_{x+j}^b V^{x+j+1}(x-y+j) \right. \\
 & \dots + f_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1}^b V^{x+m}(x-y+m-1) \left. \right] \\
 & + \left[ f_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m}^b V^{x+m+1}(x-y+m) \right. \\
 & \dots + f_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1}^b V^{x+n}(x-y+n-1) \left. \right] \\
 & + \left[ f_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n}^b V^{x+n+1}(x-y+n) \right. \\
 & \dots + f_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+t-1} d_{x+t-1}^b V^{x+t}(x-y+t-1) \left. \right] \\
 & + \left[ f_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+t} d_{x+t}^b V^{x+t+1}(x-y+t) \right. \\
 & \left. \dots + f_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^w d_w^b V^{w+1}(w-y) \right] \left. \right]
 \end{aligned}$$

FACTORIZANDO  $f_j^b(x-y)SV_x$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{(1+j)}{30^s D_x} & \left[ f_1^b(x-y)SV_x \left[ (x-y+h)^s C_{x+h}^b \dots + (x-y+k-1)^s C_{x+k-1}^b \right] \right. \\
 & + f_2^b(x-y)SV_x \left[ (x-y+k)^s C_{x+k}^b \dots + (x-y+j-1)^s C_{x+j-1}^b \right] \\
 & + f_3^b(x-y)SV_x \left[ (x-y+j)^s C_{x+j}^b \dots + (x-y+m-1)^s C_{x+m-1}^b \right] \\
 & + f_4^b(x-y)SV_x \left[ (x-y+m)^s C_{x+m}^b \dots + (x-y+n-1)^s C_{x+n-1}^b \right] \\
 & + f_5^b(x-y)SV_x \left[ (x-y+n)^s C_{x+n}^b \dots + (x-y+t-1)^s C_{x+t-1}^b \right] \\
 & \left. + f_6^b(x-y)SV_x \left[ (x-y+t)^s C_{x+t}^b \dots + (\omega-y)^s C_{\omega}^b \right] \right]
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
VPO^b = \frac{(1+i)}{30^S D_x} & \left[ f_1^b(x-y) SV_x[(x-y) \left[ {}^s C_{x+h}^b \dots + {}^s C_{x+k-1}^b \right] + h \left[ {}^s C_{x+h}^b \dots + {}^s C_{x+k-1}^b \right] \right. \\
& \left. \dots + \left[ {}^s C_{x+k-2}^b + {}^s C_{x+k-1}^b \right] + {}^s C_{x+k-1}^b \right] \\
& + f_2^b(x-y) SV_x[(x-y) \left[ {}^s C_{x+k}^b \dots + {}^s C_{x+j-1}^b \right] + k \left[ {}^s C_{x+k}^b \dots + {}^s C_{x+j-1}^b \right] \\
& \left. \dots + \left[ {}^s C_{x+j-2}^b + {}^s C_{x+j-1}^b \right] + {}^s C_{x+j-1}^b \right] \\
& + f_3^b(x-y) SV_x[(x-y) \left[ {}^s C_{x+j}^b \dots + {}^s C_{x+m-1}^b \right] + j \left[ {}^s C_{x+j}^b \dots + {}^s C_{x+m-1}^b \right] \\
& \left. \dots + \left[ {}^s C_{x+m-2}^b + {}^s C_{x+m-1}^b \right] + {}^s C_{x+m-1}^b \right] \\
& + f_4^b(x-y) SV_x[(x-y) \left[ {}^s C_{x+m}^b \dots + {}^s C_{x+n-1}^b \right] + m \left[ {}^s C_{x+m}^b \dots + {}^s C_{x+n-1}^b \right] \\
& \left. \dots + \left[ {}^s C_{x+n-2}^b + {}^s C_{x+n-1}^b \right] + {}^s C_{x+n-1}^b \right] \\
& + f_5^b(x-y) SV_x[(x-y) \left[ {}^s C_{x+n}^b \dots + {}^s C_{x+t-1}^b \right] + n \left[ {}^s C_{x+n}^b \dots + {}^s C_{x+t-1}^b \right] \\
& \left. \dots + \left[ {}^s C_{x+t-2}^b + {}^s C_{x+t-1}^b \right] + {}^s C_{x+t-1}^b \right] \\
& + f_6^b(x-y) SV_x[(x-y) \left[ {}^s C_{x+t}^b \dots + {}^s C_{\omega}^b \right] + t \left[ {}^s C_{x+t}^b \dots + {}^s C_{\omega}^b \right] \\
& \left. \dots + \left[ {}^s C_{\omega-1}^b + {}^s C_{\omega}^b \right] + {}^s C_{\omega}^b \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VPO^b = \frac{(1+i)}{30^s D_x} & \left[ f_1^b(x-y) SV_x[(x-y) [ {}^sM_{x+h}^b - {}^sM_{x+k}^b ] + h [ {}^sM_{x+h}^b - {}^sM_{x+k}^b ] \right. \\
& \left. + \dots + [ {}^sM_{x+k-2}^b - {}^sM_{x+k}^b ] + [ {}^sM_{x+k-1}^b - {}^sM_{x+k}^b ] \right] \\
& + f_2^b(x-y) SV_x[(x-y) [ {}^sM_{x+k}^b - {}^sM_{x+j}^b ] + k [ {}^sM_{x+k}^b - {}^sM_{x+j}^b ] \\
& \left. + \dots + [ {}^sM_{x+j-2}^b - {}^sM_{x+j}^b ] + [ {}^sM_{x+j-1}^b - {}^sM_{x+j}^b ] \right] \\
& + f_3^b(x-y) SV_x[(x-y) [ {}^sM_{x+j}^b - {}^sM_{x+m}^b ] + j [ {}^sM_{x+j}^b - {}^sM_{x+m}^b ] \\
& \left. + \dots + [ {}^sM_{x+m-2}^b - {}^sM_{x+m}^b ] + [ {}^sM_{x+m-1}^b - {}^sM_{x+m}^b ] \right] \\
& + f_4^b(x-y) SV_x[(x-y) [ {}^sM_{x+m}^b - {}^sM_{x+n}^b ] + m [ {}^sM_{x+m}^b - {}^sM_{x+n}^b ] \\
& \left. + \dots + [ {}^sM_{x+n-2}^b - {}^sM_{x+n}^b ] + [ {}^sM_{x+n-1}^b - {}^sM_{x+n}^b ] \right] \\
& + f_5^b(x-y) SV_x[(x-y) [ {}^sM_{x+n}^b - {}^sM_{x+t}^b ] + n [ {}^sM_{x+n}^b - {}^sM_{x+t}^b ] \\
& \left. + \dots + [ {}^sM_{x+t-2}^b - {}^sM_{x+t}^b ] + [ {}^sM_{x+t-1}^b - {}^sM_{x+t}^b ] \right] \\
& + f_6^b(x-y) SV_x[(x-y) [ {}^sM_{x+t}^b - {}^sM_{w+1}^b ] + t [ {}^sM_{x+t}^b - {}^sM_{w+1}^b ] \\
& \left. + \dots + [ {}^sM_{w+1}^b - {}^sM_{w+1}^b ] + [ {}^sM_w^b - {}^sM_{w+1}^b ] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VPO^b = & \frac{(1+i)}{30^s D_x} \left[ f_1^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+h) \left[ {}^sM_{x+h}^b - {}^sM_{x+k}^b \right] + \left[ {}^sM_{x+h+1}^b \dots + {}^sM_{x+k-1}^b \right] \right. \right. \\
& \left. \left. - (k-h-1) {}^sM_{x+k}^b \right] \right. \\
& + f_2^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+k) \left[ {}^sM_{x+k}^b - {}^sM_{x+j}^b \right] + \left[ {}^sM_{x+k+1}^b \dots + {}^sM_{x+j-1}^b \right] \right. \\
& \left. \left. - (j-k-1) {}^sM_{x+j}^b \right] \right. \\
& + f_3^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+j) \left[ {}^sM_{x+j}^b - {}^sM_{x+m}^b \right] + \left[ {}^sM_{x+j+1}^b \dots + {}^sM_{x+m-1}^b \right] \right. \\
& \left. \left. - (m-j-1) {}^sM_{x+m}^b \right] \right. \\
& + f_4^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+m) \left[ {}^sM_{x+m}^b - {}^sM_{x+n}^b \right] + \left[ {}^sM_{x+m+1}^b \dots + {}^sM_{x+n-1}^b \right] \right. \\
& \left. \left. - (n-m-1) {}^sM_{x+n}^b \right] \right. \\
& + f_5^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+n) \left[ {}^sM_{x+n}^b - {}^sM_{x+t}^b \right] + \left[ {}^sM_{x+n+1}^b \dots + {}^sM_{x+t-1}^b \right] \right. \\
& \left. \left. - (t-n-1) {}^sM_{x+t}^b \right] \right. \\
& + f_6^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+t) \left[ {}^sM_{x+t}^b - {}^sM_{w+1}^b \right] + \left[ {}^sM_{x+t+1}^b \dots + {}^sM_w^b \right] \right. \\
& \left. \left. - (w-x-t) {}^sM_{w+1}^b \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VPO^b = & \frac{(1+i)}{30^b D_x} \left[ f_1^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+h) \left[ {}^s M_{x+h}^b - {}^s M_{x+n}^b \right] + \left[ {}^s R_{x+h+1}^b - {}^s R_{x+n}^b \right] - (k-h-1) {}^s M_{x+n}^b \right] \right. \\
& + f_2^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+k) \left[ {}^s M_{x+k}^b - {}^s M_{x+j}^b \right] + \left[ {}^s R_{x+k+1}^b - {}^s R_{x+j}^b \right] - (j-k-1) {}^s M_{x+j}^b \right] \\
& + f_3^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+j) \left[ {}^s M_{x+j}^b - {}^s M_{x+m}^b \right] + \left[ {}^s R_{x+j+1}^b - {}^s R_{x+m}^b \right] - (m-j-1) {}^s M_{x+m}^b \right] \\
& + f_4^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+m) \left[ {}^s M_{x+m}^b - {}^s M_{x+n}^b \right] + \left[ {}^s R_{x+m+1}^b - {}^s R_{x+n}^b \right] - (n-m-1) {}^s M_{x+n}^b \right] \\
& + f_5^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+n) \left[ {}^s M_{x+n}^b - {}^s M_{x+t}^b \right] + \left[ {}^s R_{x+n+1}^b - {}^s R_{x+t}^b \right] - (t-n-1) {}^s M_{x+t}^b \right] \\
& \left. + f_6^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+t) \left[ {}^s M_{x+t}^b - {}^s M_{\omega+1}^b \right] + \left[ {}^s R_{x+t+1}^b - {}^s R_{\omega+1}^b \right] - (\omega-x-t) {}^s M_{\omega+1}^b \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
VPO^b = & \frac{(1+i)}{30^b D_x} \left[ f_1^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+h) {}^s M_{x+h}^b + \left[ {}^s R_{x+h+1}^b - {}^s R_{x+n}^b \right] - (x-y+k-1) {}^s M_{x+n}^b \right] \right. \\
& + f_2^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+k) {}^s M_{x+k}^b + \left[ {}^s R_{x+k+1}^b - {}^s R_{x+j}^b \right] - (x-y+j-1) {}^s M_{x+j}^b \right] \\
& + f_3^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+j) {}^s M_{x+j}^b + \left[ {}^s R_{x+j+1}^b - {}^s R_{x+m}^b \right] - (x-y+m-1) {}^s M_{x+m}^b \right] \\
& + f_4^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+m) {}^s M_{x+m}^b + \left[ {}^s R_{x+m+1}^b - {}^s R_{x+n}^b \right] - (x-y+n-1) {}^s M_{x+n}^b \right] \\
& + f_5^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+n) {}^s M_{x+n}^b + \left[ {}^s R_{x+n+1}^b - {}^s R_{x+t}^b \right] - (x-y+t-1) {}^s M_{x+t}^b \right] \\
& \left. + f_6^b(x-y) SV_x \left[ (x-y+t) {}^s M_{x+t}^b + \left[ {}^s R_{x+t+1}^b - {}^s R_{\omega+1}^b \right] - (\omega-y) {}^s M_{\omega+1}^b \right] \right]
\end{aligned}$$

### 3.1.2 Beneficio variable en función de la antigüedad.

En esta segunda categoría se analiza aquel tipo de prestación que otorga una compensación al trabajador en caso de su separación, generalmente por mortalidad o invalidez, expresada en término de un cierto número - de días de salario al momento del retiro y cuyo valor puede variar conforme aumenta la antigüedad.

Expresaremos en forma análoga a la anterior categoría la prestación -- como sigue:

Cláusula m. - Los trabajadores recibirán por concepto de prima de antigüedad en substitución de la señalada en el artículo 162 -- de la Ley Federal del Trabajo una compensación determinada - por la regla:

- ) con  $a_1$  años de servicio se les otorgaran  $g_1^b(x-y)$  días de salario.
- ) con  $a_2$  años de servicio se les otorgaran  $g_2^b(x-y)$  días de salario.
- ) con  $a_3$  años de servicio se les otorgaran  $g_3^b(x-y)$  días de salario.
- ) con  $a_4$  años de servicio se les otorgaran  $g_4^b(x-y)$  días de salario.

- ) con ' $a_5$ ' años de servicio se les otorgaran  $g_5^b(x-y)$  días de salario
- ) con ' $a_6$ ' años de servicio se les otorgaran  $g_6^b(x-y)$  días de salario

En este caso la empresa se compromete a cubrir al empleado que cumpla ' $a_j$ ' años de antigüedad la cantidad de  $g_j^b(x-y)$  días de salario, lo que genera un pasivo a través del tiempo que se determinará de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
VPO^b = \frac{1}{dx} & \left\{ \left[ g_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^h dx+h^b V_{t..}^h + g_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{k-1} dx+k-1^b V^{k-1} \right] \right. \\
& + \left[ g_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^k dx+k^b V_{t..}^k + g_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{j-1} dx+j-1^b V^{j-1} \right] \\
& + \left[ g_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^j dx+j^b V_{t..}^j + g_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{m-1} dx+m-1^b V^{m-1} \right] \\
& + \left[ g_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^m dx+m^b V_{t..}^m + g_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{n-1} dx+n-1^b V^{n-1} \right] \\
& + \left[ g_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^n dx+n^b V_{t..}^n + g_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{t-1} dx+t-1^b V^{t-1} \right] \\
& \left. + \left[ g_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^t dx+t^b V_{t..}^t + g_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{w-x} dx^b V^{w-x} \right] \right\}
\end{aligned}$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR  $V^x (1+\Delta S_x)^x$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{1}{l_x V^x (1+\Delta S_x)^x} & \left[ \left[ g_1^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h}^b V^{x+h} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \dots + g_1^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+k-1} d_{x+k-1}^b V^{x+k-1} \right] \right. \\
 & + \left[ g_2^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+k} d_{x+k}^b V^{x+k} \right. \\
 & \left. + \dots + g_2^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+j-1} d_{x+j-1}^b V^{x+j-1} \right] \\
 & + \left[ g_3^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+j} d_{x+j}^b V^{x+j} \right. \\
 & \left. + \dots + g_3^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1}^b V^{x+m-1} \right] \\
 & + \left[ g_4^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m}^b V^{x+m} \right. \\
 & \left. + \dots + g_4^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1}^b V^{x+n-1} \right] \\
 & + \left[ g_5^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n}^b V^{x+n} \right. \\
 & \left. + \dots + g_5^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+t-1} d_{x+t-1}^b V^{x+t-1} \right] \\
 & + \left[ g_6^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{x+t} d_{x+t}^b V^{x+t} \right. \\
 & \left. + \dots + g_6^b (x-y) S V_x (1+\Delta S_x)^{\omega} d_{\omega}^b V^{\omega} \right] \left. \right]
 \end{aligned}$$



MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO  $(1+i)$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{(1+i)}{sD_x} & \left[ \left[ g_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+h} d_{x+h}^b V^{x+h+1} \right. \right. \\
 & \dots + g_1^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+k-1} d_{x+k-1}^b V^{x+k} \left. \right] \\
 & + \left[ g_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+k} d_{x+k}^b V^{x+k-1} \right. \\
 & \dots + g_2^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+j-1} d_{x+j-1}^b V^{x+j} \left. \right] \\
 & + \left[ g_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+j} d_{x+j}^b V^{x+j+1} \right. \\
 & \dots + g_3^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+m-1} d_{x+m-1}^b V^{x+m} \left. \right] \\
 & + \left[ g_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+m} d_{x+m}^b V^{x+m+1} \right. \\
 & \dots + g_4^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+n-1} d_{x+n-1}^b V^{x+n} \left. \right] \\
 & + \left[ g_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+n} d_{x+n}^b V^{x+n+1} \right. \\
 & \dots + g_5^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+t-1} d_{x+t-1}^b V^{x+t} \left. \right] \\
 & + \left[ g_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^{x+t} d_{x+t}^b V^{x+t+1} \right. \\
 & \left. \dots + g_6^b(x-y) SV_x (1+\Delta S_x)^w d_w^b V^{w+1} \right] \left. \right]
 \end{aligned}$$

FACTORIZANDO  $g_1^b (x-y) SV_x$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{(1+i)}{sD_x} & \left[ g_1^b (x-y) SV_x \left[ {}^sC_{x+h}^b + \dots + {}^sC_{x+k-1}^b \right] \right. \\
 & + g_2^b (x-y) SV_x \left[ {}^sC_{x+k}^b + \dots + {}^sC_{x+j-1}^b \right] \\
 & + g_3^b (x-y) SV_x \left[ {}^sC_{x+j}^b + \dots + {}^sC_{x+m-1}^b \right] \\
 & + g_4^b (x-y) SV_x \left[ {}^sC_{x+m}^b + \dots + {}^sC_{x+n-1}^b \right] \\
 & + g_5^b (x-y) SV_x \left[ {}^sC_{x+n}^b + \dots + {}^sC_{x+t-1}^b \right] \\
 & \left. + g_6^b (x-y) SV_x \left[ {}^sC_{x+t}^b + \dots + {}^sC_{\omega}^b \right] \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{(1+i)}{sD_x} & \left[ g_1^b (x-y) SV_x \left[ {}^sM_{x+h}^b - {}^sM_{x+k}^b \right] \right. \\
 & + g_2^b (x-y) SV_x \left[ {}^sM_{x+k}^b - {}^sM_{x+j}^b \right] \\
 & + g_3^b (x-y) SV_x \left[ {}^sM_{x+j}^b - {}^sM_{x+m}^b \right] \\
 & + g_4^b (x-y) SV_x \left[ {}^sM_{x+m}^b - {}^sM_{x+n}^b \right] \\
 & + g_5^b (x-y) SV_x \left[ {}^sM_{x+n}^b - {}^sM_{x+t}^b \right] \\
 & \left. + g_6^b (x-y) SV_x \left[ {}^sM_{x+t}^b - {}^sM_{\omega+1}^b \right] \right]
 \end{aligned}$$

### 3.1.3 Beneficio de una cierta cantidad variable en función de la antigüedad

En esta categoría se clasifican aquellas prestaciones que otorgan una cantidad fija, sin ser referida al salario ni a los años de servicio, aunque - puede variar el monto conforme aumenta la antigüedad.

Este tipo de prestación se acostumbra dar generalmente como una ayuda para gastos de defunción del trabajador y, suele ser por su propia naturaleza adicional a la prima de antigüedad legal.

Podríamos redactar esta prestación en un contrato colectivo como sigue:

Cláusula n. - En los casos de separación de algún trabajador, la empresa entregará al familiar registrado ante la misma como - ayuda para los gastos de defunción una cantidad determinada con forme a:

- ) con ' $a_1$ ' años de antigüedad serán  $r_1^b(x-y)$
- ) con ' $a_2$ ' años de antigüedad serán  $r_2^b(x-y)$
- ) con ' $a_3$ ' años de antigüedad serán  $r_3^b(x-y)$
- ) con ' $a_4$ ' años de antigüedad serán  $r_4^b(x-y)$
- ) con ' $a_5$ ' años de antigüedad serán  $r_5^b(x-y)$
- ) con ' $a_6$ ' años de antigüedad serán  $r_6^b(x-y)$

Esto es, la empresa se obliga a cubrir al trabajador que habiendo cumplido  $a_j$  años de servicio se separe de la empresa por la causa estipulada la cantidad de  $r_j^b(x-y)$  ( $j = 1, 6$ )

El desarrollo actuarial es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 VPO^b = \frac{1}{lx} & \left[ \left[ r_1^b(x-y) d_{x+h}^b V_{t..}^h + r_1^b(x-y) d_{x+k-1}^b V^{k-1} \right] \right. \\
 & + \left[ r_2^b(x-y) d_{x+k}^b V_{t..}^k + r_2^b(x-y) d_{x+j-1}^b V^{j-1} \right] \\
 & + \left[ r_3^b(x-y) d_{x+j}^b V_{t..}^j + r_3^b(x-y) d_{x+m-1}^b V^{m-1} \right] \\
 & + \left[ r_4^b(x-y) d_{x+m}^b V_{t..}^m + r_4^b(x-y) d_{x+n-1}^b V^{n-1} \right] \\
 & + \left[ r_5^b(x-y) d_{x+n}^b V_{t..}^n + r_5^b(x-y) d_{x+t-1}^b V^{t-1} \right] \\
 & \left. + \left[ r_6^b(x-y) d_{x+t}^b V_{t..}^t + r_6^b(x-y) d_{\omega}^b V^{\omega-x} \right] \right]
 \end{aligned}$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO  $V^x (1+i)$

$$\begin{aligned}
 VPO^b &= \frac{(1+i)}{Dx} \left[ r_1^b (x-y) \left[ d_{x+h}^b V^{x+h+1} + \dots + d_{x+k-1}^b V^{x+k} \right] \right. \\
 &\quad + r_2^b (x-y) \left[ d_{x+k}^b V^{x+k+1} + \dots + d_{x+j-1}^b V^{x+j} \right] \\
 &\quad + r_3^b (x-y) \left[ d_{x+j}^b V^{x+j+1} + \dots + d_{x+m-1}^b V^{x+m} \right] \\
 &\quad + r_4^b (x-y) \left[ d_{x+m}^b V^{x+m+1} + \dots + d_{x+n-1}^b V^{x+n} \right] \\
 &\quad + r_5^b (x-y) \left[ d_{x+n}^b V^{x+n+1} + \dots + d_{x+t-1}^b V^{x+t} \right] \\
 &\quad \left. + r_6^b (x-y) \left[ d_{x+t}^b V^{x+t+1} + \dots + d_w^b V^{w+1} \right] \right]
 \end{aligned}$$

$$VPO^b = \frac{(1+i)}{Dx} \left[ r_1^b (x-y) [C_{x+h}^b + \dots + C_{x+k-1}^b] \right.$$

$$+ r_2^b (x-y) [C_{x+k}^b + \dots + C_{x+j-1}^b]$$

$$+ r_3^b (x-y) [C_{x+j}^b + \dots + C_{x+m-1}^b]$$

$$+ r_4^b (x-y) [C_{x+m}^b + \dots + C_{x+n-1}^b]$$

$$+ r_5^b (x-y) [C_{x+n}^b + \dots + C_{x+t-1}^b]$$

$$+ r_6^b (x-y) [C_{x+t}^b + \dots + C_{\omega}^b]]$$

$$VPO^b = \frac{(1+i)}{Dx} \left[ r_1^b (x-y) [M_{x+h}^b - M_{x+k}^b] + r_2^b (x-y) [M_{x+k}^b - M_{x+j}^b] \right.$$

$$+ r_3^b (x-y) [M_{x+j}^b - M_{x+m}^b] + r_4^b (x-y) [M_{x+m}^b - M_{x+n}^b]$$

$$+ r_5^b (x-y) [M_{x+n}^b - M_{x+t}^b] + r_6^b (x-y) [M_{x+t}^b - M_{\omega+1}^b]]$$

### 3.2 Aplicaciones del modelo.

#### 3.2.1 Beneficio Variable en función de la Antigüedad por cada año de servicio.

A continuación se procede a la aplicación del modelo paramétrico recurriendo a los ejemplos analizados que caen dentro de esta primer categoría.

1) El caso de fallecimiento e invalidez legal puede resumirse del siguiente modo:

- ) 12 días de salario por año de servicio
- ) sin restricción de antigüedad
- ) sueldo acotado al doble del salario mínimo

Definiendo, por tanto, los siguientes parámetros:

$$a_1 = 0 \quad f_1^2(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad f_2^2(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad f_3^2(x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad f_4^2(x-y) = 0$$

$$a_5 = 0 \quad f_5^2(x-y) = 0$$

$$a_6 = 0 \quad f_6^2(x-y) = 12$$

finalmente

$$SV_x = 0$$

Substituyendo estos valores en el modelo se obtiene

$$h = \text{MIN} \{ \omega - x, \text{MAX} [ 0 - (x - y), 0 ] \}$$

$$h = \text{MIN} \{ \omega - x, 0 \}$$

$$h = 0$$

y análogamente

$$k = j = m = n = t = 0$$

del mismo modo

$$SV_x = \text{MIN} [ S_x, \lambda \cdot S_x \text{MIN} ] = S_x C$$

de donde

$$VPO^2 = \frac{(1+i)}{30^2 D_x} \left\{ 12 S_x C \left[ (x-y) {}^5M_x^2 + {}^5R_{x+1}^2 - {}^5R_{\omega+1}^2 - (\omega-y) {}^5M_{\omega+1}^2 \right] \right\}$$

$$VPO^2 = \frac{0.4(1+i) S_x C}{{}^2D_x} \left[ (x-y) {}^5M_x^2 + {}^5R_{x+1}^2 - {}^5R_{\omega+1}^2 - (\omega-y) {}^5M_{\omega+1}^2 \right]$$

y el cual coincide con el resultado anteriormente apuntado.



2) El caso de separación voluntaria legal se resume así:

- ) 12 días de salario por año de servicio
- ) 15 años de antigüedad como mínimo
- ) sueldo acotado al doble del salario mínimo

Requiriendo de los siguientes parámetros

$$a_1 = 0 \quad f_1^3(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad f_2^3(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad f_3^3(x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad f_4^3(x-y) = 0$$

$$a_5 = 0 \quad f_5^3(x-y) = 0$$

$$a_6 = 15 \quad f_6^3(x-y) = 12$$

y

$$SV_x = 0$$

Resultando dentro del modelo

$$h = k = j = m = n = 0$$

y

$$t = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [15 - (x-y), 0] \right\}$$

Teniendo por tanto:

$$VPO^3 = \frac{(1+i)}{30^3 D_x} \left\{ 12 S_x C \left[ (x-y+t) {}^5M_{x+t}^3 + {}^5R_{x+t+1}^3 - {}^5R_{w+1}^3 - (w-y) {}^5M_{w+1}^3 \right] \right\}$$

$$VPO^3 = \frac{0.4 S_x C (1+i)}{3^3 D_x} \left[ (x-y+t) {}^5M_{x+t}^3 + {}^5R_{x+t+1}^3 - {}^5R_{w+1}^3 - (w-y) {}^5M_{w+1}^3 \right]$$

y siendo de nueva cuenta el desarrollo deseado.

3) La Cláusula 121 del contrato colectivo de Teléfonos de México, S.A. se resume de la siguiente manera:

- 20 días de salario por año de servicio
- sin restricción de antigüedad
- salario real del empleado
- por fallecimiento e invalidez, separación voluntaria o despido

Los parámetros adecuados son:

$$a_1 = 0 \quad f_1^b(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad f_2^b(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad f_3^b(x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad f_4^b(x-y) = 0$$

$$a_5 = 0 \quad f_5^b(x-y) = 0$$

$$a_6 = 0 \quad f_6^b(x-y) = 20$$

con

$$SV_x = 1$$

y

$$h = k = j = m = n = t = 0$$

Substituyendo en el modelo se tiene

$$VPO^b = \frac{(1+i)}{30^s D_x} \left\{ 20 S_x \left[ (x-y) {}^s M_x^b + {}^s R_{x+1}^b \cdot {}^s R_{w+1}^b - (w-y) {}^s M_{w+1}^b \right] \right\}$$

$$VPO^b = \frac{0.467 S_x (1+i)}{{}^s D_x} \left[ (x-y) {}^s M_x^b + {}^s R_{x+1}^b \cdot {}^s R_{w+1}^b - (w-y) {}^s M_{w+1}^b \right]$$

que es el resultado esperado.

4) El primer inciso del ejemplo 5) del capítulo anterior es el que -  
puede valuarse a través de esta categoría y que podemos abreviar  
del siguiente modo:

- 20 días de salario por cada año de servicio
- 
- 14 años de antigüedad requeridos
- 
- sueldo real del trabajador

Proporcionando al modelo los siguientes parámetros

$$a_1 = 0 \quad f_7^3(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad f_2^3(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad f_3^3(x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad f_4^3(x-y) = 0$$

$$a_5 = 0 \quad f_5^3(x-y) = 0$$

$$a_6 = 14 \quad f_6^3(x-y) = 20$$

y para el sueldo

$$SV_x = 1$$

resultando

$$h = k = j = m = n = 0$$

con

$$t = \text{MIN} \left\{ w-x, \text{MAX} [14 - (x-y), 0] \right\}$$

que al ser substituidos en el modelo resulta

$$VPO^3 = \frac{(1+i)}{{}^3D_x} \left\{ 20S_x \left[ (x-y+t) {}^5M_{x+t}^3 + {}^5R_{x+t+1}^3 - {}^5R_{w+1}^3 \cdot (w-y) {}^5M_{w+1}^3 \right] \right\}$$

teniéndose en consecuencia

$$VPO^3 = \frac{0.667 S_x (1+i)}{{}^3D_x} \left\{ (x-y+t) {}^5M_{x+t}^3 + {}^5R_{x+t+1}^3 - {}^5R_{w+1}^3 \cdot (w-y) {}^5M_{w+1}^3 \right\}$$

de la misma manera que en el desarrollo efectuado en el capítulo II

5) Las condiciones de la cláusula del ejemplo 6) del capítulo anterior se apuntan a continuación:

- 20 días de salario con 13 años de servicio
- 25 días de salario con 17 años de servicio
- salario real del empleado

Para la que se suministran los siguientes parámetros a fin de obtener el desarrollo actuarial correspondiente

$$a_1 = 0 \quad f_1^3(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad f_2^3(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad f_3^3(x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad f_4^3(x-y) = 0$$

$$a_5 = 13 \quad f_5^3(x-y) = 20$$

$$a_6 = 17 \quad f_6^3(x-y) = 25$$

con

$$SV_x = 1$$

y que al reemplazar en el modelo se tiene

$$h = k = j = m = 0$$

con

$$n = \text{MIN} \{ \omega \cdot x, \text{MAX} [13 - (x - y), 0] \}$$

$$t = \text{MIN} \{ \omega \cdot x, \text{MAX} [17 - (x - y), 0] \}$$

consecuentemente

$$VPO^3 = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} \left\{ 20 S_x \left[ (x \cdot y + n) {}^5M_{x+n}^3 + {}^5R_{x+n+1}^3 \cdot {}^5R_{x+t}^3 - (x \cdot y + t \cdot 7) {}^5M_{x+t}^3 \right] \right. \\ \left. + 25 S_x \left[ (x \cdot y + t) {}^5M_{x+t}^3 + {}^5R_{x+t+1}^3 \cdot {}^5R_{\omega+1}^3 - (\omega \cdot y) {}^5M_{\omega+1}^3 \right] \right\}$$

que es la fórmula presentada en el capítulo II para este ejemplo.



6) Podemos resumir las bases del ejemplo 7) del capítulo anterior - como sigue:

- ) 13 días de salario con 10 años de antigüedad
- ) 15 días de salario con 15 años de antigüedad
- ) 17 días de salario con 30 años de antigüedad
- ) salario real del empleado

Definiendo los parámetros adecuados

$$a_1 = 0 \quad f_1^3(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad f_2^3(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad f_3^3(x-y) = 0$$

$$a_4 = 10 \quad f_4^3(x-y) = 13$$

$$a_5 = 15 \quad f_5^3(x-y) = 15$$

$$a_6 = 30 \quad f_6^3(x-y) = 17$$

con

$$SV_x = 1$$

y que al ser substituidos en el modelo se tiene

$$h = k = j = 0$$

con

$$m = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [10 - (x - y), 0] \right\}$$

$$n = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [15 - (x - y), 0] \right\}$$

$$t = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [17 - (x - y), 0] \right\}$$

y por lo tanto

$$\begin{aligned} VPO^3 = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} & \left\{ (13) S_x \left[ (x-y+m) {}^5M_{x+m}^3 + {}^5R_{x+m+1}^3 - {}^5R_{x+n}^3 \cdot (x-y+n-1) {}^5M_{x+n}^3 \right] \right. \\ & + (15) S_x \left[ (x-y+n) {}^5M_{x+n}^3 + {}^5R_{x+n+1}^3 - {}^5R_{x+t}^3 \cdot (x-y+t-1) {}^5M_{x+t}^3 \right] \\ & \left. + (17) S_x \left[ (x-y+t) {}^5M_{x+t}^3 + {}^5R_{x+t+1}^3 - {}^5R_{\omega+1}^3 \cdot (\omega-y) {}^5M_{\omega+1}^3 \right] \right\} \end{aligned}$$

y que, una vez hecho el correspondiente cambio de variable represento la fórmula buscada.

### 3.2.2 Beneficio variable en función de la antigüedad.

Una vez obtenida la relación con la cual valuamos el valor presente de los beneficios por concepto de prima de antigüedad, en forma paramétrica la aplicaremos en los siguientes ejemplos:

- 7) El segundo inciso del caso 5) presentado en el capítulo anterior - otorga 110 días de salario cuando el empleado que habiendo cumplido más de 14 años de antigüedad se retire del servicio, obteniendo la relación correspondiente al aplicar los siguientes parámetros al modelo

$$a_1 = 0 \quad g_1^3(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad g_2^3(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad g_3^3(x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad g_4^3(x-y) = 0$$

$$a_5 = 0 \quad g_5^3(x-y) = 0$$

$$a_6 = 14 \quad g_6^3(x-y) = 110$$

con

$$SV_x = 1$$

De donde

$$h = k = j = m = n = 0$$

y

$$t = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [14 - (x - y), 0] \right\}$$

por lo tanto

$$VPO^3 = \frac{(1+i)}{30^s D_x} \left[ (110) S_x ({}^s M_{x+t}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3) \right]$$

finalmente

$$VPO^3 = \frac{(110) S_x (1+i)}{30^s D_x} \left[ {}^s M_{x+t}^3 - {}^s M_{\omega+1}^3 \right]$$

como se apunto anteriormente.

### 3.2.3 Beneficio de una cierta cantidad variable en función de la antigüedad.

Una aplicación a esta categoría la encontramos en el ejemplo 8) del capítulo precedente y que podemos resumir como sigue:

- \$20,000 al ocurrir el fallecimiento
- sin restricción de antigüedad
- salario del trabajador irrelevante para el modelo.

Por lo que se definirían los parámetros

$$a_1 = 0 \quad r_1^2 (x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad r_2^2 (x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad r_3^2 (x-y) = 0$$

$$a_4 = 0 \quad r_4^2 (x-y) = 0$$

$$a_5 = 0 \quad r_5^2 (x-y) = 0$$

$$a_6 = 0 \quad r_6^2 (x-y) = 20,000$$

con  $SV_x = 1$  o  $SV_x = 0$

obteniendo

$$h = m = n = j = k = t = 0$$

8) El ejemplo 7) del capítulo anterior puede resumirse como sigue:

- ) 80 días de salario con 10 años de servicio
- ) 85 días de salario con 15 años de servicio
- ) 87 días de salario con 30 años de servicio
- ) salario tabulado del trabajador

Los parámetros correspondientes son:

$$a_1 = 0 \quad g_1^3(x-y) = 0$$

$$a_2 = 0 \quad g_2^3(x-y) = 0$$

$$a_3 = 0 \quad g_3^3(x-y) = 0$$

$$a_4 = 10 \quad g_4^3(x-y) = 80$$

$$a_5 = 15 \quad g_5^3(x-y) = 85$$

$$a_6 = 30 \quad g_6^3(x-y) = 87$$

con  $SV_x = 1$

De donde

$$h = k = j = 0$$

$$m = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [10 - (x - y), 0] \right\}$$

$$n = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [15 - (x - y), 0] \right\}$$

$$t = \text{MIN} \left\{ \omega - x, \text{MAX} [30 - (x - y), 0] \right\}$$

y

$$VPO^3 = \frac{(1+i)}{30^5 D_x} \left\{ (80) S_x \left[ {}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n}^3 \right] + (85) S_x \left[ {}^5M_{x+n}^3 - {}^5M_{x+t}^3 \right] \right. \\ \left. + (87) S_x \left[ {}^5M_{x+t}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3 \right] \right\}$$

Factorizando  $S_x$  se concluye

$$VPO^3 = \frac{S_x(1+i)}{30^5 D_x} \left\{ (80) \left[ {}^5M_{x+m}^3 - {}^5M_{x+n}^3 \right] + (85) \left[ {}^5M_{x+n}^3 - {}^5M_{x+t}^3 \right] \right. \\ \left. + (87) \left[ {}^5M_{x+t}^3 - {}^5M_{\omega+1}^3 \right] \right\}$$

Y por lo tanto

$$VPO^2 = \frac{(1+i)}{D_x} \left[ (20,000) (M_x^2 - M_{\omega+1}^2) \right]$$

finalmente

$$VPO^2 = \frac{(20,000) (1+i)}{D_x} \left[ M_x^2 - M_{\omega+1}^2 \right]$$

como se deseaba



## CONCLUSIONES

Los cambios en los contratos colectivos de trabajo ya sea por una revisión a la cláusula respectiva o por una modificación en ella, origina que el asesor actuarial actualice su modelo de valuación para poder efectuar los cambios convenientes con la mayor rapidez y efectividad.

El desarrollo de un modelo paramétrico que cubra las diferentes modalidades de la prima de antigüedad legal o contractual y prevea los cambios que ésta pueda sufrir es factible, como se demostró en este trabajo.

Consecuentemente, el contar con un modelo de estas características le permitira al actuario enfocar sus actividades hacia problemas mas complejos, incrementando su productividad y al mismo tiempo sin descuidar la importancia que una valuación actuarial por prima de antigüedad requiere, ya que solo se han eliminado las funciones que podríamos llamar rutinarias de implementación de cambios y realización de pruebas con la consiguiente disminución de costos en material y equipo humano.

Finalmente, si se requiere la ratificación de la autorización de la Secretaría de Hacienda en un Plan que cuenta con la aprobación para hacer deducibles las aportaciones al efectuar un cambio en la Nota Técnica, el contar con un modelo como el propuesto facilitará la revisión corres-

pondiente puesto que el cambio ya habfa sido previsto con anterioridad.

## BIBLIOGRAFIA

1. - Boehm, B.W.,  
"Software and It's Impact: A quantitative Study ",  
Datamation, 1973.
2. - Brooks, Fred,  
The Mythical Man-Month,  
Addison-Wesley, 1975.
3. - Buxton, S.M., P. Naur y B. Randell,  
Software Enginnering: Concepts and Techniques,  
Petrocelli/Charter, 1976.
4. - Instituto Mexicano de Contadores Públicos,  
Boletfn Informativo, D-3
5. - Jordan, C. W.,  
Life Contingencies,  
Society of Actuaries, 1975.
6. - Ley del Impuesto Sobre la Renta,  
Editorial Porrúa, S. A., 1982
7. - Lloyd, L. Smail,  
Mathematics of Finance,  
McGraw - Hill Book Company, 1953.
8. - Metzger, P.,  
Programing Project Management,  
Prentice - Hall, 1975.
9. - Nueva Ley Federal del Trabajo,  
Editorial Porrúa, S. A., 1982.
10. - Ramfrez Fonseca, Francisco,  
La Prima de Antigüedad,  
Librerfa Font, S. A., 1976.
11. - Raudon Uribe, L. Ignacio,  
La Prima escalonada en el Financiamiento de la Prima de Antigüedad,  
Tesis Profesional, 1979.

12. - Sackman, Erickson y Grant.,  
Exploratory Experimental Studies Comparing online and offline  
Programming Performance,  
Comm. of the ALM, 1978.
13. - Weinwurn, G.,  
On the management of Computer Programming,  
Averbach, 1970.
14. - Yourdon, E.,  
How to manage Structured Programming,  
Yourdon-Press, 1976.