(32) 1-ejem.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO DE LAS CARACTERISTICAS DE UN FILTRO DIGITAL PASABAJAS QUE HA SIDO EXTENSAMENTE UTILIZADO EN PROCESAMIENTO DE DATOS SISMICOS.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A:

IRENE ISABEL NAVARRO GONZALEZ

MEXICO, D. F. NOVIEMBRE, 1981.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

I N D I C E

INTRODUCCION

El objetivo de este trabajo es analizar el comportamiento del filtro de Ormsby, ref. 6, particularmente en la vecindad de las discontinuidades de la función de transferencia $H(\omega)$ en la frecuencia de corte $H(\omega_C)$ y de terminación $H(\omega_T)$. Este filtro se utiliza en la corrección rutinaria de acelerogramas en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Los resultados que motivaron el desarrollo de este trabajo se generaron durante el proceso de corrección de los acelerogramas registrados en Acapulco, Oaxaca, Mexicali, Baja California Norte, y los registrados en la Presa El Infiernillo. Se observó entonces que la variación de los parámetros del filtro de Ormsby más allá de lo recomendado por Trifunac, ref. 3 y 4, o por Basili, ref. 14, produjeron mejores resultados en cuanto a que los máximos de los acelerogramas filtrados no se recortaban significativamente, así como también, que disminuía el ruido en los desplazamientos obtenidos a partir de estos acelerogramas.

El filtro también puede interpretarse como un proceso de suavizamiento del acelerograma.

Los procesos de graduación o suavizamiento de información se utilizan desde el siglo pasado. Por ejemplo la fórmula de Spencer de 21 términos basada en diferencias finitas

$$x_0' = 0.171x_0 + 0.163(x_1+x_{-1}) + 0.139(x_2+x_{-2}) +$$
$$+ 0.094(x_3+x_{-3}) + 0.051(x_4+x_{-4}) + 0.017(x_5+x_{-5}) +$$
$$+ 0.006(x_6+x_{-6}) - 0.014(x_7+x_{-7}) - 0.014(x_8+x_{-8}) -$$
$$- 0.009(x_9+x_{-9}) - 0.003(x_{10}+x_{-10})$$

fué utilizado en el suavizamiento de tasas de mortalidad en 1893 - 97.

Actualmente este método puede describirse como la convolución de los datos con la anterior ecuación que es la sucesión respuesta impulso simétrica del filtro.

En la actualidad y en contextos de ingeniería se cuenta con las herramientas y conceptos de filtros digitales usados en el suavizamiento y análisis de contenido frecuencial de las señales temporales.

1. DESCRIPCION Y CARACTERISTICAS DEL SISTEMA DE PROCESAMIENTO DE ACELEROGRAMAS

1.1 INSTRUMENTACION

Descripción de los diferentes tipos de acelerógrafos que utiliza el Instituto de Ingeniería para registrar sismos.

La red de acelerógrafos cuya operación está a cargo del Instituto de Ingeniería de la UNAM, se encuentra distribuída en las principales zonas sísmicas de la República Mexicana, fig. 1

Además de la UNAM, está patrocinada por varios organismos descentralizados (C.F.E., Loteria Nacional, S.I.C.A.R.T.S.A., PEMEX), estatales (D.D.F. y S.A.H.O.P.) y extranjeros como el caso del coproyecto con la Universidad de California en San Diego. Este comprende los acelerógrafos instalados en la zona norte del Estado de Baja California Norte. Los aparatos instalados en el resto del país suman aproximadamente 60. Atendiendo a la forma del registro fotográfico, los acelerógrafos empleados son de dos tipos:

- registro en papel fotográfico de 12 pulgadas, modelo AR-240
- registro en película de 70 mm., modelos RFT-250 y SMA-1.

El acelerógrafo, aparato electromecánico integrado por tres acelerómetros, registra la aceleración del terreno o estructuras en direcciones ortogonales. Al conjunto de estas trazas, dos horizontales y una vertical, se le denomina acelerograma. El acelerógrafo modelo SMA-1 y su correspondiente acelerogra-

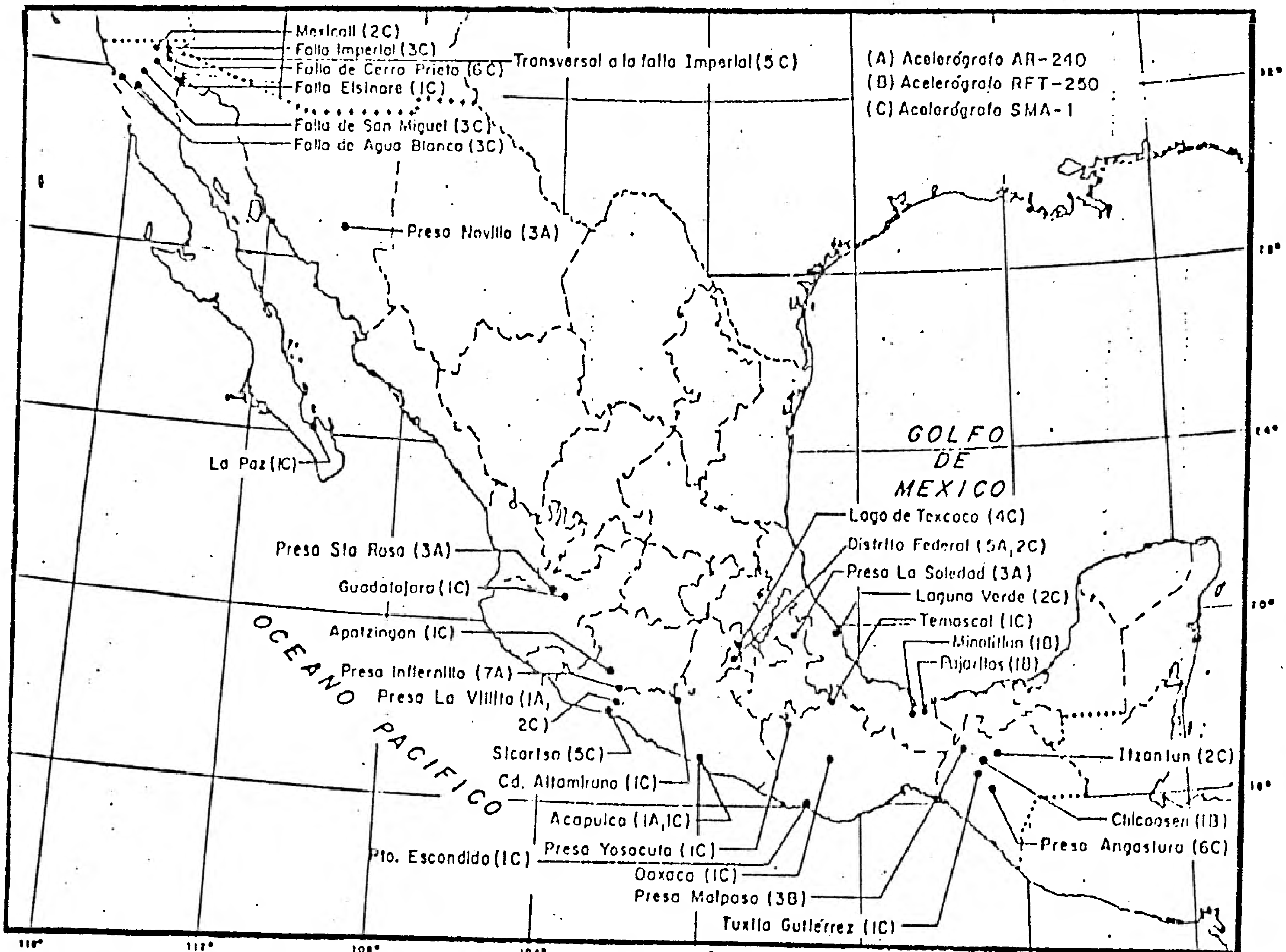


Fig. 1. Localización de acelerógrafos a cargo del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

ma se muestran en las figuras 2 y 3 respectivamente. Simultaneamente a las trazas de aceleración se inscriben las marcas de tiempo cada medio segundo, proporcionadas por un generador interno. Recientemente se han instalado, en algunos acelerógrafos, receptores de la estación W.W.V. transmisora del patrón de tiempo del NATIONAL BUREAU OF STANDARDS (EUA). Para el acelerógrafo modelo AR-240 se inscriben además, tres líneas fijas que se les denomina "línea de referencia".

Los acelerógrafos se calibran externamente cada vez que el indicador de eventos ha sido accionado. De la calibración se obtienen las constantes de amortiguamiento β y frecuencia natural δ_n de cada acelerómetro, las cuales se utilizan posteriormente en el procesamiento de sus respectivas trazas de aceleración, fig. 4 . Los valores típicos o nominales de éstas, junto con otras características de los diferentes tipos de acelerógrafos se encuentran resumidas en la Tabla 1 .

El arrancador o sistema de encendido del acelerógrafo activa automáticamente la fuente de luz y el motor que recorre la película cuando detecta una aceleración no menor de 10 cm/seg^2.

El péndulo del arrancador es sensible al movimiento horizontal o al vertical dependiendo del modelo. La sensibilidad del arrancador es ajustable en los tres modelos de acelerógrafos y el nivel está relacionado directamente con la magnitud de la señal que se quiera registrar. Si este nivel fuese bastan-

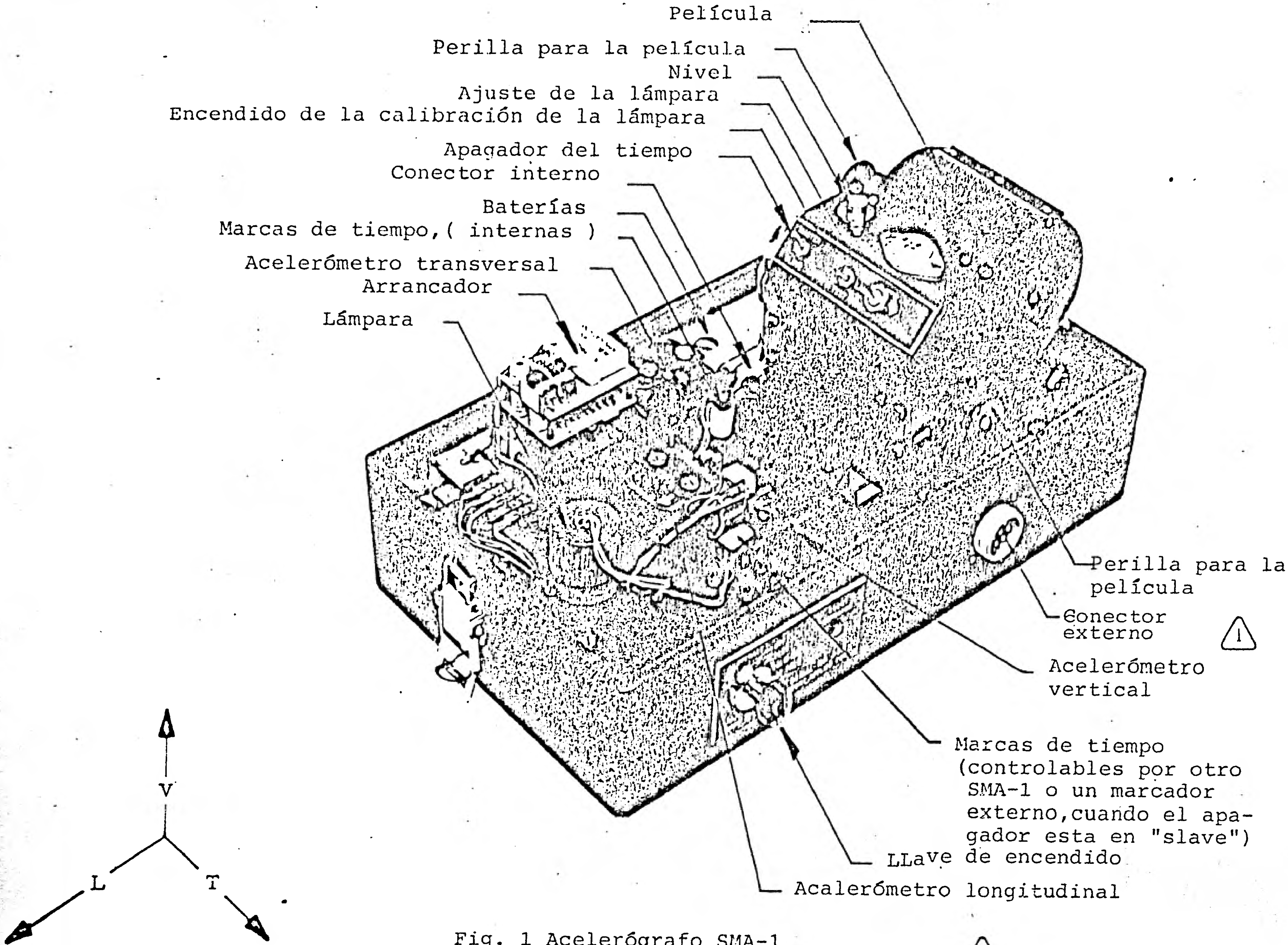


Fig. 1 Acelerógrafo SMA-1.

⚠ Para interconectar SMA-1 y checar baterías.

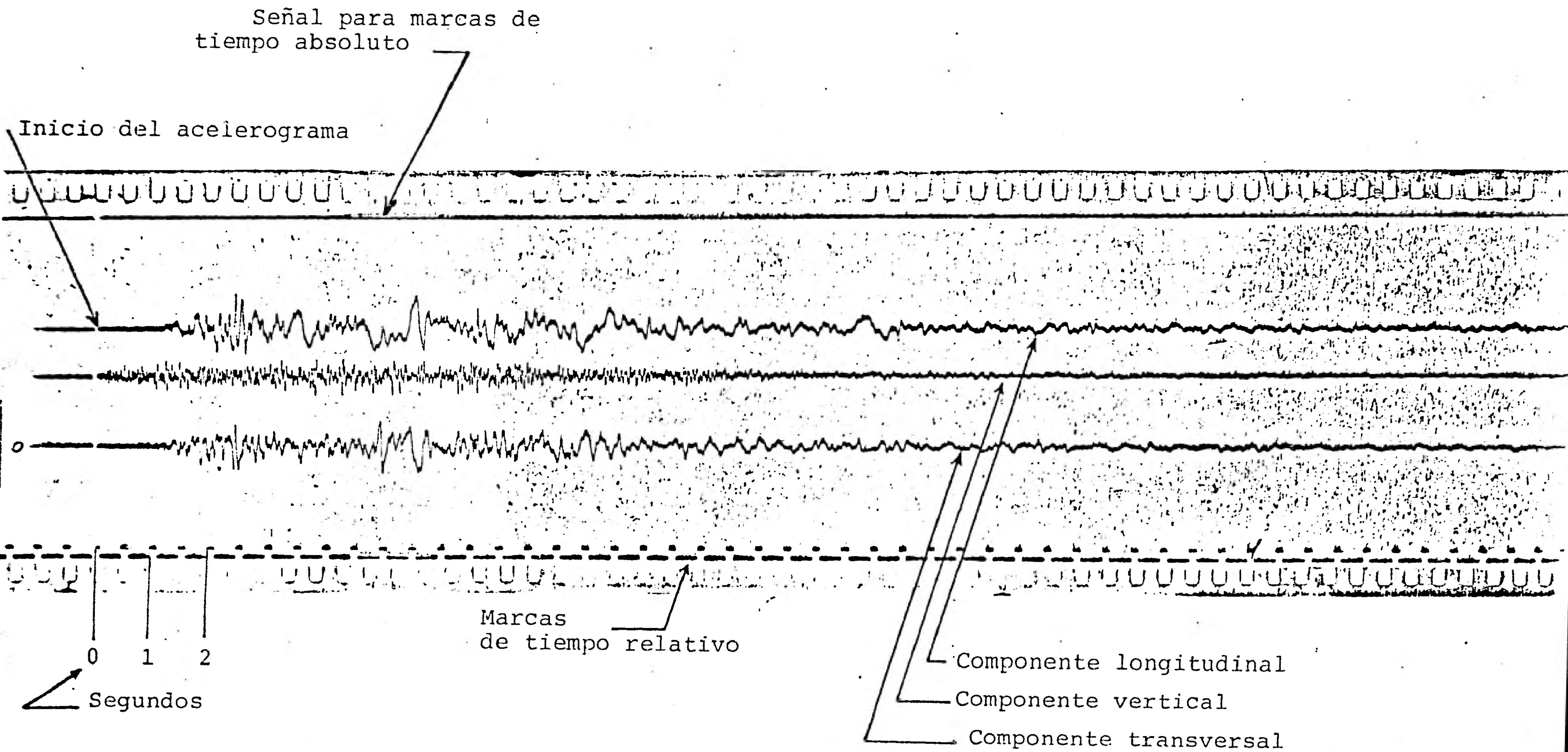


Fig. 3 Acelerograma típico registrado el 15 de octubre de 1979 en la Estación de Mexicali, B.C. N.

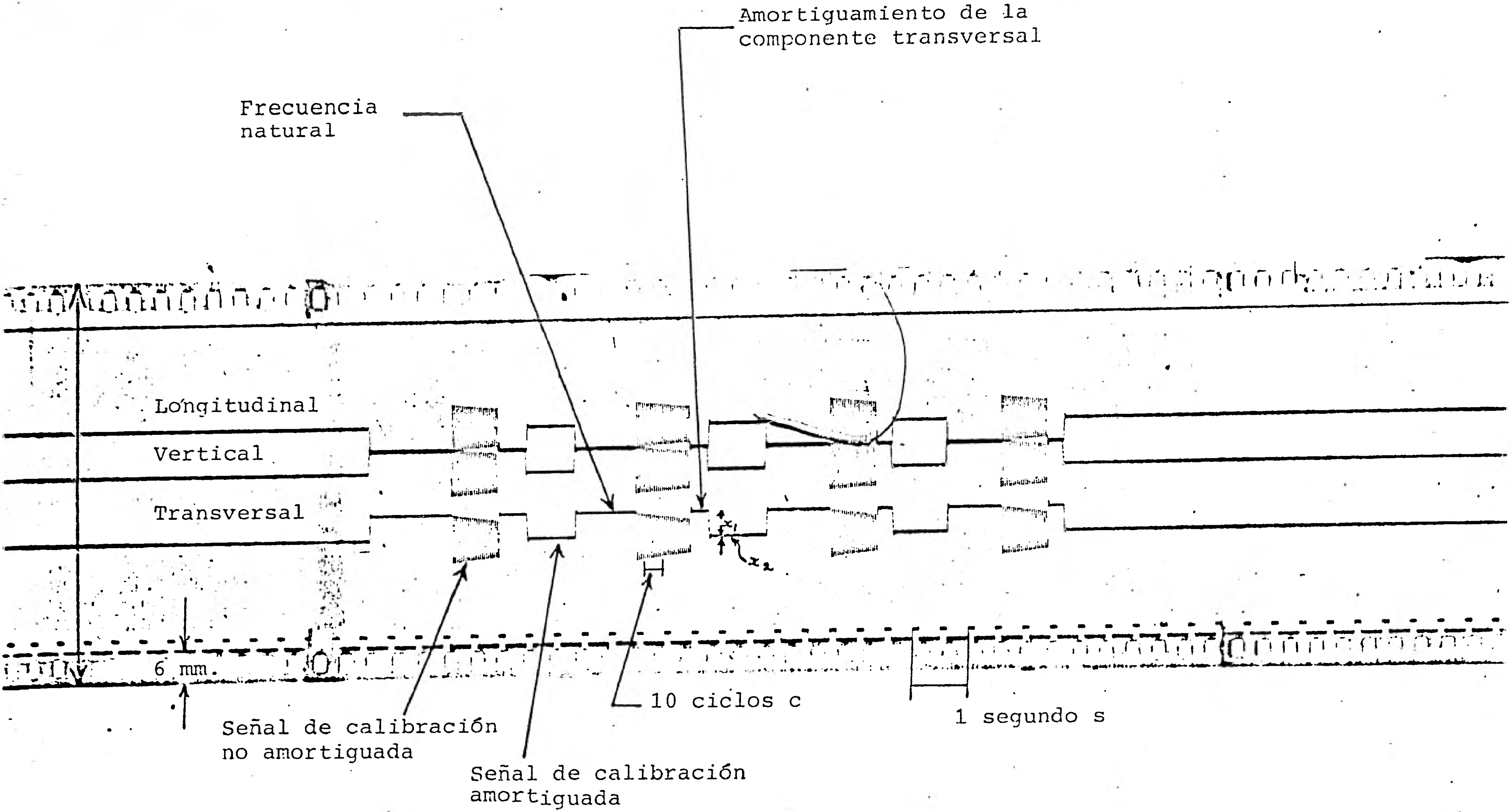


Fig 4 Calibración correspondiente al sismo del 15 de octubre de 1979, registrado en un acelerógrafo SMA-1, en la estación de Mexicali, B.C.N.

TABLA 1. CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS ACELEROGRAFOS A CARGO DEL I. DE I.

DESCRIPCION	AR-240	RFT-250	SMA-1
Medio del registro	Papel fotográfico de 30.5 cm	Película de 70 mm	Película de 70 mm
Velocidad de registro	20 mm/seg	10 mm/seg	10 mm/seg
Trazas registradas	3 componentes, 3 de base y 2 de tiempo	3 componentes,3 de bases y 2 de tiempo	3 componentes y 2 de tiempo-base
Arrancador	Eléctrico,péndulo sensible al movimiento horizontal	Eléctrico,péndulo invertido sensible al movimiento horizontal	Elétrico,sensible al movimiento vertical
Sensibilidad del arrancador	10 gals (ajustable)	10 gals (ajustable)	10 gals (ajustable)
Marcas de tiempo/seg	2	2	2
Tiempo adicional de registro	Hasta 7 segs. después del último contacto eléctrico	Hasta 7 segs. después del último contacto eléctrico	De 6 a 15 segs. después del último contacto eléctrico
Intervalo de trabajo	$\pm$ 1 g	$\pm$ 1 g	$\pm$ 1 g
Sensibilidad típica	12.9 gals/mm	26 gals/mm	52 gals/mm
Frecuencia natural típica	18 Hz	20 Hz	25 Hz
Amortiguamiento (% del crítico)	60 (ajustable)	60 (ajustable)	60 (ajustable)
Tipo de amortiguamiento	Electromagnético	Electromagnético	Electromagnético
Dimensiones	40 X 40 X 35 cm	50 X 22 X 27 cm	20 X 35 X 20 cm

te inferior a los 10 cm/seg^2, quizá se estaría registrando l paso de camiones y no un sismo propiamente dicho.

El acelerógrafo modelo SMA-1 se encuentra totalmente operanc en menos de 50 milisegundos y continúa en este estado mientras el arrancador detecte el sismo, más 10 segundos adicionales que proporcionan suficiente longitud de la película expuesta a fin de enrrollarla completamente en el carrete, de donde se retira posteriormente para ser revelada y amplificada. La alimentación de los aparatos se proporciona mediante pilas secas o con batería de 12v. con objeto de tener un suministro independiente de las interrupciones de la energía eléctrica comercial que son usuales en el caso de temblores.

1.2 DIGITIZACION.

scripción del aparato que se utiliza para discretizar la señal continua del acelerograma registrado fotográficamente.

sistema de digitización que sirve para discretizar los acelerogramas se muestra en la fig. 5 . Basicamente el sistema de digitización está compuesto por las siguientes unidades:

- mesa iluminada semiautomática de digitización, fabricada por HAMILTON INDUSTRIES.
- secuenciador o digitizador modelo D-100, de la BROOMALL INDUSTRIES INC.
- perforadora lectora de tarjetas modelo 8045, fabricada por DECISION DATA COMPUTERS CO.

La copia de contacto de un acelerograma de 12 in. o la amplificación (normalmente tres veces) de un acelerograma de 70 mm se fija sobre la mesa de digitización para que el operador discretice tanto las trazas (3) de aceleración, como las marcas de tiempo y la línea de referencia. El operador sigue la curva de aceleración desplazando manualmente el brazo vertical, fig. 5 , para obtener la absisa y el brazo horizontal (que tiene instalada una retícula con un lente de 4 dioptrias) para registrar la ordenada del punto elegido, accionando el dispositivo de registro.

Esta forma manual de operar la mesa y el ajuste del paralelaje

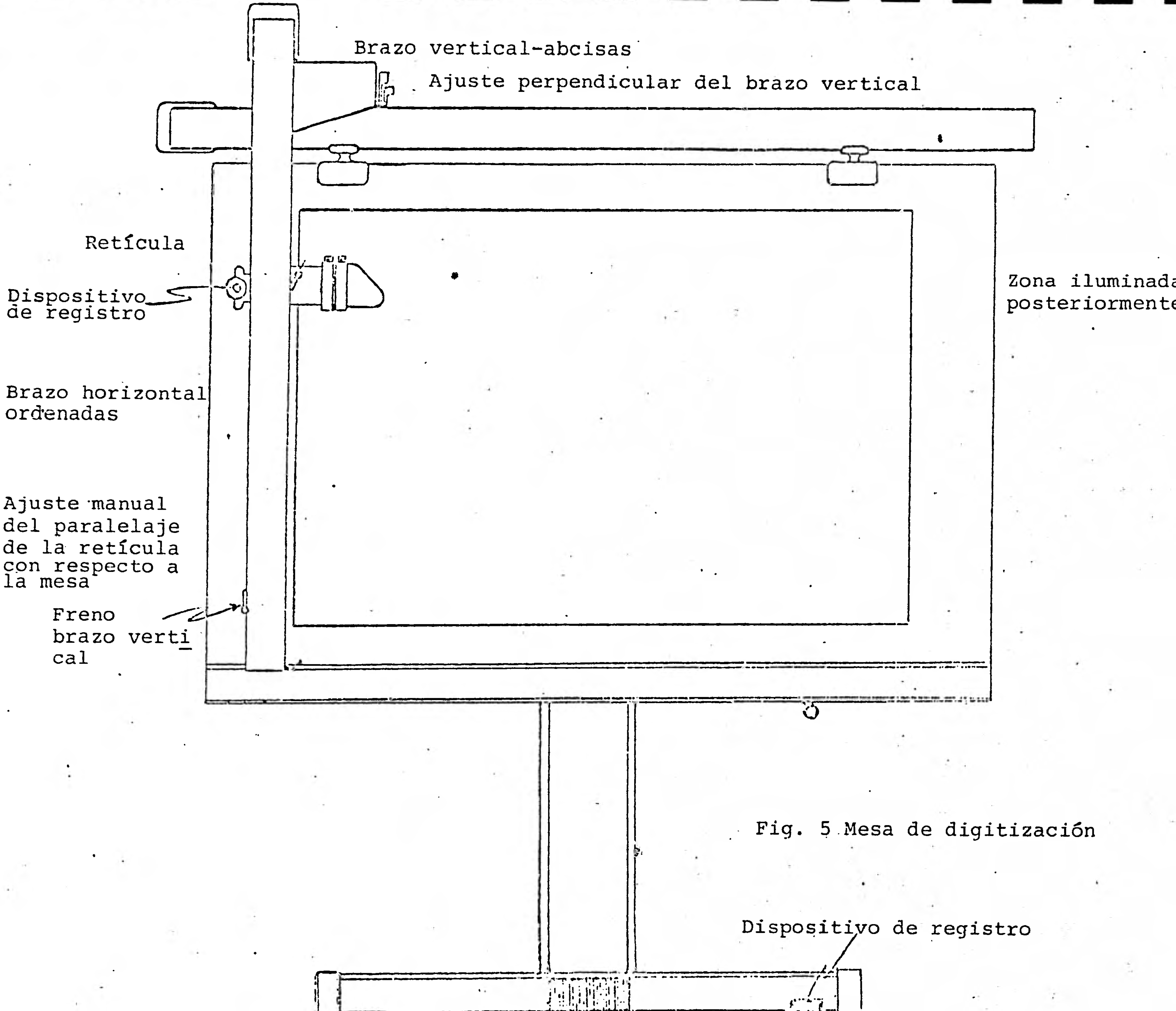


Fig. 5 Mesa de digitización

de la retícula a la mesa de digitización, que se realiza cada vez que se coloca un nuevo acelerograma, son fuentes de errores en la precisión del proceso de digitización. Obsérvese que estos problemas son inherentes al diseño de la misma mesa.

La mesa, durante la digitización, actúa como un transductor de distancias a pulsos eléctricos y en esta forma transmite los puntos muestreados al secuenciador o digitizador; éste registra el número de pulsos recibidos por medio de contadores electrónicos y a su vez los envia bajo un formato determinado a la perforadora de tarjetas, ref. 2.

El paquete de tarjetas del acelerograma muestreado es el producto final del sistema y sirve como información fuente para el paquete de programación del procesamiento estándard de acelerogramas, ref. 1.

La resolución de la mesa es de 1000 unidades de digitización por pulgada y el error máximo probable, ref. 2, debido al funcionamiento mecánico es del orden de cuatro milésimas de pulgada, para una área rectangular de 12 $\times$ 27 pulgadas, localizada hacia la parte superior de la mesa.

1.3 PROCESAMIENTO DE LOS ACELEROGRAMAS.

Descripción de la secuencia de algoritmos utilizados en el paquete de procesamiento estándard para la corrección de acelerogramas, ref. 1.

La explicación que se presenta se refiere al programa original elaborado en CAL-TECH en 1973 y no a la versión utilizada en el Instituto de Ingeniería, que ha sido alterada repetidas veces con respecto a éste.

De acuerdo al procesamiento que efectúan este conjunto de subrutinas se pueden dividir en cuatro bloques:

- transformación de los datos del acelerograma discretizado, de unidades de digitización a parejas de datos de tiempo-aceleración.
- corrección de la respuesta relativa del acelerómetro.
- corrección de la línea base.
- obtención del espectro de respuesta para una estructura de un grado de libertad.

A los datos resultantes de la primera parte del procesamiento se les referirá como acelerogramas no-corregidos y a los de la segunda y tercera como acelerogramas corregidos, conforme a la ref. 3 y ref. 4 de CAL-TECH.

1.3.1 ACELEROGRAMAS NO CORREGIDOS

Como primer paso, las muestras digitizadas de las marcas de tiempo (x_i, y_i), son suavizadas por la función $x = 0.25(x_{i-1} + x_{i+1}) + 0.5x_i$. Por conducto de los parámetros de entrada TMAVE y TMS se da la información con respecto a la forma en que se digitizaron las marcas de tiempo. TMAVE representa el número promedio de unidades de digitización por segundo y TMS la longitud en segundos entre las muestras digitizadas de las marcas de tiempo.

Estos parámetros se utilizan para escalar los datos x_i que están en unidades de digitización, 800 por pulgada, a segundos. Posteriormente estos datos formarán el arreglo de tiempo básico.

Las muestras digitizadas de la traza fija o línea de referencia también son suavizadas antes de restarse a las muestras de los acelerogramas; se efectúa esta diferencia porque en algunos casos la línea de referencia visiblemente difiere de una línea recta a pesar de que el registro óptico de esta traza es producido por un espejo fijo rigidamente detenido a la estructura del acelerógrafo.

Probablemente esta falla es debida a movimientos irregulares o distorsiones del papel fotográfico, esto es notorio en los acelerógrafos AR-240 que registran sobre papel fotográfico de 12 in., ya que la forma en que corre el papel es simplemente desenrrollándose porque carece de muescas laterales para controlar y producir un movimiento uniforme. Afortunadamente, este tipo de acelerógrafos está siendo remplazado paulatinamente por el modelo SMA-1 que registra en película de 70 mm.

A continuación, las absisas de los datos digitizados de la aceleración son escalados con respecto al arreglo de tiempo básico, de tal manera que las absisas de estas muestras están en segundos y las ordenadas en unidades de digitización.

Cuando la ampliación o copia de contacto se coloca sobre la mesa de digitización, el acelerograma se alínea visualmente al eje horizontal de la mesa. Para este propósito se utiliza la traza de aceleración antes de registrar el sismo o bien la línea de referencia cuando se dispone de ella. Cabe señalar que pequeños corrimientos del eje, ya sea de rotación o traslación, se traducen en desviaciones notables de la curva de desplazamiento, ref. 11.

Antes de iniciarse la digitización se escoge el punto de origen de coordenadas cero en la parte inferior izquierda del registro, de tal forma que las coordenadas de las tres trazas de aceleración, las líneas de referencia y las marcas de tiempo sean positivas.

Por lo tanto, dado que se requiere de un criterio lógico para determinar los valores de las ordenadas digitizadas de la traza de aceleración se decidió obtener el valor promedio y restarlo, ref. 1, de esta forma se escoge el eje cero de las ordenadas o la llamada línea base. El último paso del procesamiento a los llamados acelerogramas no-corregidos es cambiar la escala de las ordenadas a unidades de aceleración, multiplicándolas por la constante de sensibilidad de aceleración del acelerógrafo utilizado. Para los acelerógrafos SMA-1 la constante es 1.9 cm/g.

1.3.2 CORRECCION POR APARATO

Se hace una breve explicación de la secuencia de los algoritmos utilizados, proponiendo para más adelante el análisis del filtro utilizado.

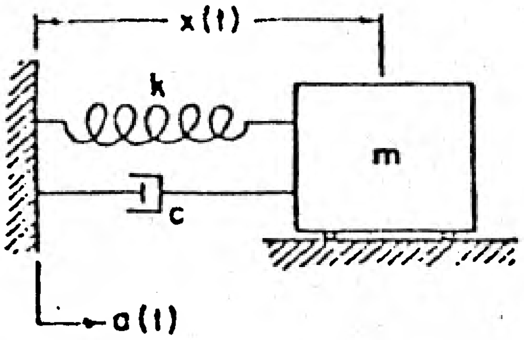
La ecuación que representa el movimiento x, fig. 6, de los acelerómetros comunmente utilizados para registrar la aceleración del terreno a, es la de un sistema de un grado de libertad, viscosamente amortiguado β, (β =60% del crítico), cuya frecuencia natural f_n, se encuentra en un rango de 17 a 27 hz :

$$\ddot{x} + 2\omega_n \beta \dot{x} + \omega_n^2 x = -a \quad \text{(A)}$$

La curva de respuesta del sistema es asíntota a uno para frecuencias menores que la mitad o dos tercios de la frecuencia natural del sistema, o sea que las aceleraciones de la masa y la base son casi las mismas.

Como se puede ver, fig. 6, la respuesta en la frecuencia de los acelerómetros descritos representa razonablemente la aceleración del terreno en un rango de frecuencias de 0 a 20 hz. Nótese que al rededor de los 20 hz. la respuesta del acelerómetro decae a medida que la frecuencia aumenta y a los 25 hz. la amplitud se ha reducido 15% del valor en f =0 hz.

A partir del estudio hecho por Trifunac, ref. 3, se sabe que existe información válida hasta frecuencia de 25 hz., esto es,



$x(t)$ = Respuesta del instrumento

$a(t)$ = Aceleración del terreno

$\omega_n = \sqrt{k/m}$ = Frecuencia natural

$\zeta = c/2m\omega_n$ = Fracción del amortiguamiento crítico

Ecuación del transductor $\quad a(t) = -\ddot{x} - 2\omega_n\zeta\dot{x} - \omega_n^2 x$

Sistema que representa un acelerómetro

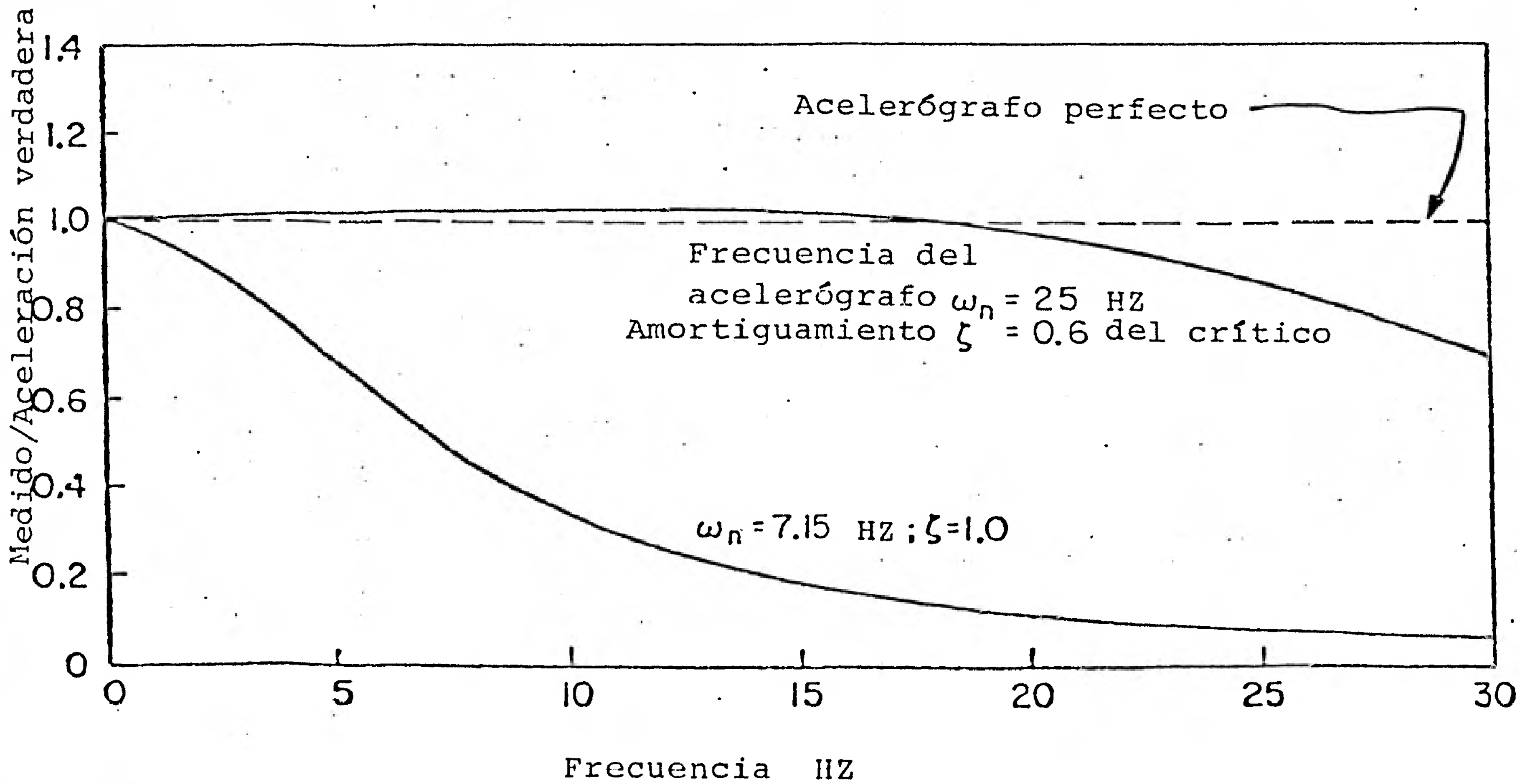


Fig. 6 Curva de respuesta del sistema, caso específico de los acelerómetros empleados en los aparatos SMA-1. Ref. 11.

si se quiere recuperar información en la vecindad de este límite se debe corregir la aceleración medida al valor verdadero.

La corrección por aparato se realiza cuando las constantes frecuencia natural f_n y amortiguamiento β, leídas en la calibración de cada acelerómetro. El diagrama de flujo correspondiente se muestra en la fig. 7, se inicia el proceso interpolando linealmente los acelerogramas no-corregidos -digitizados a intervalos desiguales-, a intervalos constantes $t=0.01$ seg.

Para eliminar los errores de frecuencia alta, ref. 2, introducidos por la digitización semiautomática del registro analógico, dichos datos a intervalos iguales, son filtrados usando el filtro pasa-bajas de Ormsby, ref. 6, con frecuencia de corte de 25 hz. y de terminación de 27 hz. A continuación, los datos filtrados son diezmados considerando uno de cada dos puntos para obtener finalmente un intervalo de muestreo de 50 puntos/seg.

El acelerograma filtrado pasa-bajas puede ser entonces diferenciado para los propósitos de corrección debido a la respuesta relativa del acelerómetro. Se calculan las derivadas $\ddot{x}$ y $\dot{x}$ de la respuesta x del acelerómetro y junto con los parámetros f_n y β se sustituyen en la ecuación A para obtener la aceleración real del terreno.

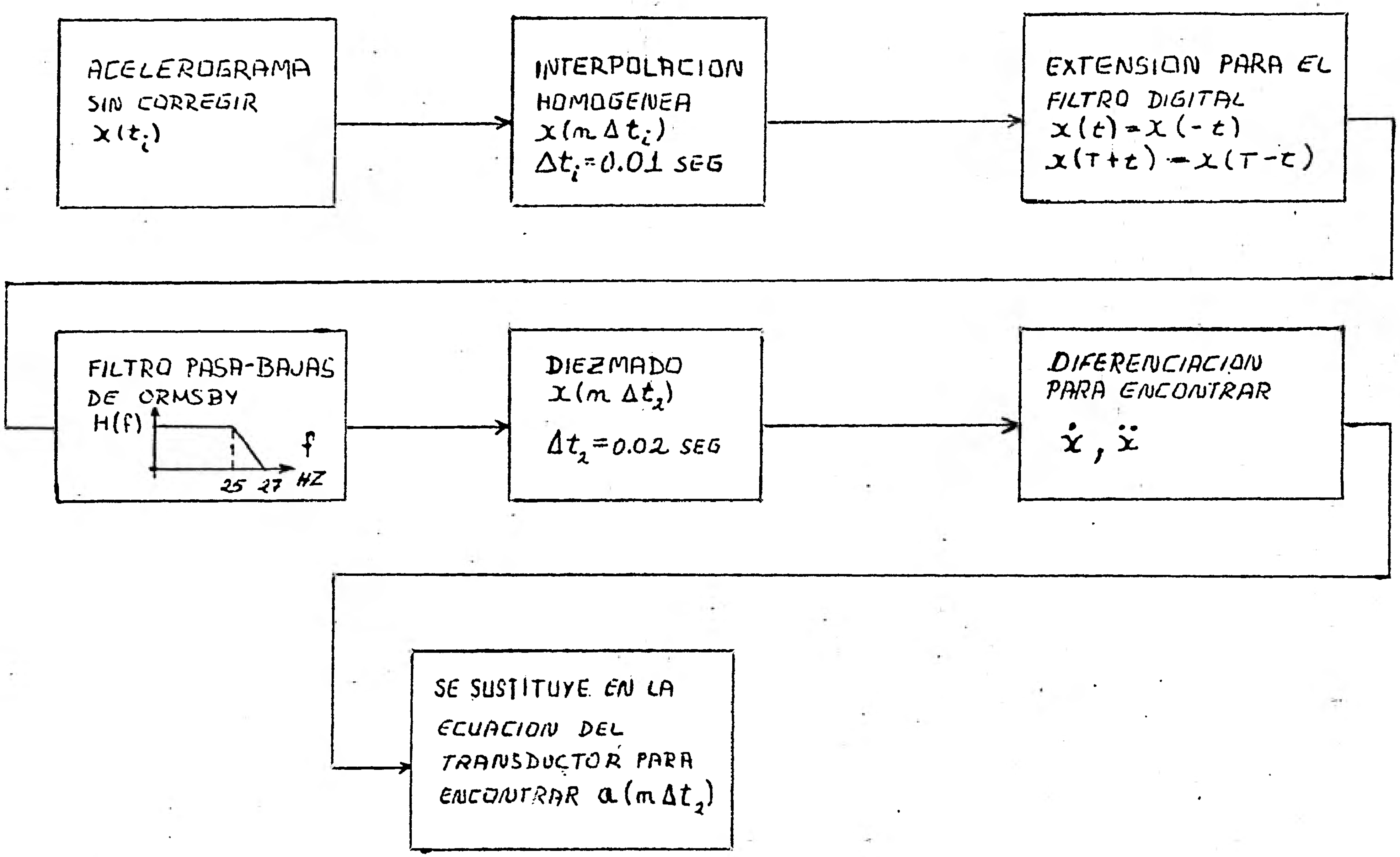


FIG. 7 CORRECCION POR APARATO, REF 11

1.3.3 CORRECCION DE LA LINEA BASE

Al proceso de corrección de línea base corresponde eliminar
el ruido de periodos grandes involucrado en la señal de acele
ración durante la digitización, así como efectuar la integra-
ción de éste para obtener la velocidad y desplazamiento del
terreno.

Se requiere controlar los armónicos producidos por los erro-
res antes mencionados, porque son los que más influyen en la
integración, obteniéndose desplazamientos relativamente gran-
des, ref. 12.

Trifunac, ref. 3, encontró que bajo ciertas condiciones -velo
cidad de registro, sensibilidad de registro, mesa de digitiza
ción, equipo de operadores- es posible establecer un rango vá
lido para las aceleraciones cuya cota superior es un periodo
de 16 seg. a partir del cual se considera que son ruido todos
los periodos mayores que éste.

A continuación se describe la secuencia de los algoritmos uti
lizados en la corrección de la línea base del acelerograma.

A la subrutina BAS que realiza este procedimiento entran las
muestras del acelerograma a un intervalo constante t=0.02.Co
mo se recordará, el acelerograma ha sido interpolado previa-
mente en el proceso de corrección por aparato que realiza la
subrutina ICR. Como puede verse en el diagrama de flujo,fig. 8,
la corrección se inicia ajustando una recta por mínimos cua -

drados al acelerograma. El objetivo de este ajuste es eliminar las distorciones causadas por la amplificación de los acelerogramas de 70 mm., aunque normalmente se convino hacerlo a los diferentes tipos de acelerogramas, ref. 3; pero conforme a HUDSON, ref. 11, es una forma de reducir el tiempo de computo del filtrado.

La diferencia del acelerograma menos la recta obtenida, se integra por el método del trapezoide con velocidad inicial cero. El cálculo del desplazamiento también asume condición inicial nula. De la misma forma que se procedió con la aceleración, se ajusta una recta $x = v_0 + v_1 t$ a la velocidad obtenida $v_0(t)$ para luego restársela $v_1(t) = v_0(t) - x$. La pendiente v_1 de la recta x es restada al acelerograma y también al desplazamiento.

A continuación se realizan dos procedimientos que tienen como fin reducir el número de términos N del filtro de Ormsby, ref. 6, ya que de acuerdo al ancho de banda de la señal de aceleración digitizada 0.07 - 25 hz., el intervalo de muestreo $T = 0.02$ seg. y el intervalo de atenuación en el filtro $D = 0.02$ determinan que el número de términos N sea 2500 para un error $\epsilon = 1.2\%$.

Primero se realiza un filtrado pasa-bajas con función de transferencia

$$H(f) = \frac{sen\ (\pi f t)}{\pi f t}$$

donde t es la longitud de la ventana, y frecuencia de corte $f_C=1/T=2.5$ hz. ; el algoritmo se programó para $N=18$, es decir, $w_i=0.055$

Cabe mencionar que el filtrado en las diferentes etapas de este conjunto de algoritmos se realiza por convolución, en la subrutina SMU. Si la señal resultante $a_4(t)$, ver fig. 8,es diezmada tomando uno de cada diez puntos, o sea $t=0.2$ seg. se garantiza al menos dos muestras por ciclo para la frecuencia más alta igual a 25 hz., ahora presente.

Esto incrementa el parámetro λ de la fórmula de error a $\lambda=0.004$ y por lo tanto reduce el número de pasos $N=250$ junto con el tiempo de cómputo del filtrado.

Los parámetros de función respuesta impulso, fórmula B, que se utilizan normalmente son $f_C=0.05$ hz. y $f_T=0.07$ hz. Obteniéndose la señal $a_7(t)$ que es restada a la señal $a_2(t)$ para efectuar el filtrado pasa-alta.

Por último, se repite nuevamente el proceso antes descrito de integración, ajuste y diferencia de una recta a la aceleración.

Sin embargo, la velocidad y el desplazamiento aquí obtenidos no son los definitivos, ya que sólo sirvieron para hacer el último ajuste al acelerograma.

En la subrutina HYPSVD la velocidad y el desplazamiento también son filtradas usando $\lambda=0.004$.

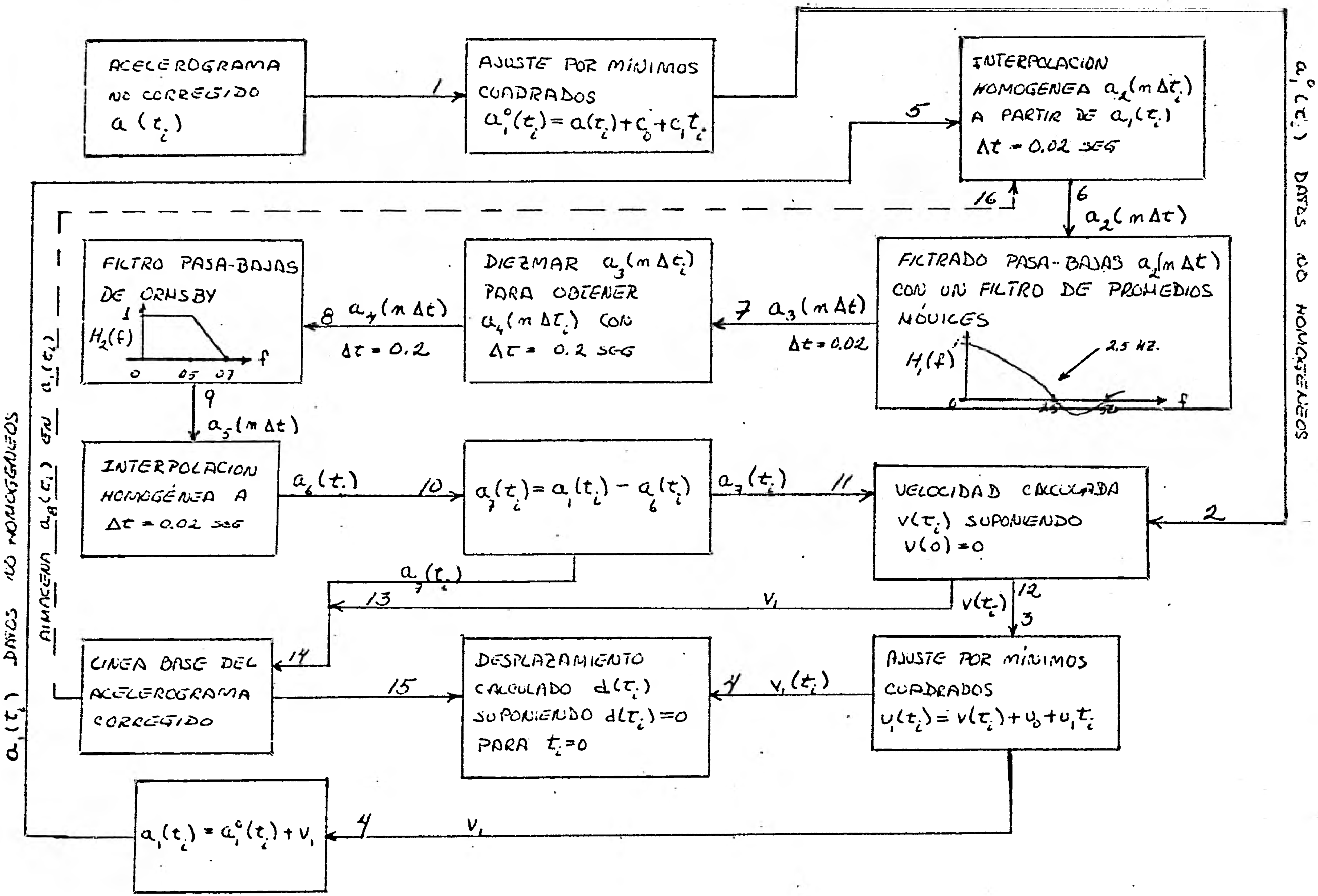


Fig. 8 ESQUEMA DEL PROCESAMIENTO DE CORRECION DE LA LINEA BASE. REF. 3.

1.4 RANGO DE FRECUENCIAS CONFIABLE PARA LAS SEÑALES DE ACELERACION DIGITIZADAS.

Breve descripción del método utilizado para obtener el ancho de banda de las señales de aceleración registradas y digitizadas por CAL-TECH.

Se realizó un estudio, ref. 3, en el Laboratorio de investigación en ingeniería sísmica, CAL-TECH, para checar la operación del sistema de digitización modelo BENSON-LEHNER 099D, así como también el grupo de operadores que realizaban la digitización de los acelerogramas.

Para determinar la precisión del proceso de digitización se digitizó 5 veces una "línea recta", ésta fué generada estirando un alambre de cobre de 0.002 in. de grueso a pocos centímetros de una película donde fué fotografiada.

El negativo de la línea recta se colocó inclinado sobre la mesa de digitización a partir de la esquina inferior izquierda a la superior derecha a fin de que en cada muestra digitizada los ejes vertical y horizontal fueran movidos por el operador y se pudieran considerar las muestras independientes entre sí. Se supuso que esta línea recta era un "acelerograma" digitizado $\ddot{x}_i$, $i=1,...,5$ y se integró hasta obtener el desplazamiento x_i.

Previo a esto, los cinco acelerogramas $\ddot{x}_i$ junto con su promedio $\ddot{\bar{x}}$ fueron ajustados por mínimos cuadrados y rotados hasta una posición horizontal; a continuación los mil puntos digitizados por prueba, fueron interpolados linealmente para obtener 4096 puntos equidistantes.

Bajo la hipótesis de que los errores de digitización están normalmente distribuídos, se concluyó que el promedio de las digitizaciones x representan los errores sistemáticos involucrados por la imperfección mecánica del equipo de digitización.

La diferencia $\ddot{y}_i$ entre cada digitización $\ddot{x}_i$ y el promedio $\ddot{\bar{x}}$ representa los errores aleatorios distribuídos normalmente. De este resultado se tiene que el error involucrado por el operador de un punto, es del mismo orden de magnitud que la capacidad de resolución de la mesa de digitización, 312 puntos/cm., donde 1 punto=0.003 cm.

Básicamente se analizó el espectro de magnitud de Fourier de los cinco desplazamientos y_i y del promedio $\bar{x}$. Cada desplazamiento y_i se obtuvo de integrar dos veces la diferencia $\ddot{y}_i=(\ddot{x}_i-\ddot{\bar{x}})$ entre la i-ésima línea recta digitizada $\ddot{x}_i$ y el promedio $\ddot{\bar{x}}$ de las cinco pruebas. Este "acelerograma" $\ddot{y}_i$ representa el error involucrado por el operador en un sistema mecánico ideal de digitización, dado que se restó el error sistemático $\ddot{\bar{x}}$ del equipo. Para períodos hasta de 16 seg. se obtuvo un error en la amplitud de 3 mm. que se incrementaba a 2 cm.

para periódos de 30 seg. Con base en este análisis se propone filtrar los periódos mayores de 16 seg. de las señales de aceleración digitizadas, es decir, una frecuencia de corte f_c=0.0625 hz.

Para determinar la cota superior del ancho de banda se realizó un estudio, ref. 4, de los errores de frecuencia alta involucrados en la digitización, en el cual se concluye textualmente:

"... los acelerogramas contienen información confiable alrrededor de los 25 hz. Por lo tanto, la frecuencia más alta definida por las muestras equidistantes no debe ser menor que 25 hz., esto es, un intervalo de muestreo de al menos 50 puntos/seg."

2. DESARROLLO TEORICO.

Se construye el marco teórico de este trabajo para sistemas discretos, suponiendo que los datos originales del acelerograma y la función respuesta impulso del filtro de Ormsby son sucesiones $x[n]$ y $h[n]$, donde $n \in Z$ representa las muestras en el tiempo. Se utilizará la notación $x[n]$ en lugar de $x[nT_s]$; donde T_s es el intervalo de muestreo en segundos. Como se verá más adelante, esto se justifica mediante el teorema del muestreo, ya que $h[t]$ es de banda limitada y para la señal física del acelerograma $x[t]$, el ancho de banda viene restringido por el instrumento que registra. Sin embargo, a la sucesión $x[n]$ se le ha sumado ruido de alta frecuencia en el proceso de digitización, ref. 4, lo que invalida utilizar el ancho de banda proporcionado por el aparato. Aunque aquí, en el Instituto de Ingeniería, este valor no se ha determinado, se puede utilizar el de CAL-TECH, ref. 4, para justificar el muestreo de $x[t]$.

Un sistema discreto es una transformación de una sucesión $x[n]$ en una sucesión $y[n]$, donde

$$y[n] = L\{x[n]\}$$

A la sucesión $x[n]$ de números reales o complejos se le denomina señal discreta de entrada o simplemente entrada, y a la sucesión $y[n]$ señal discreta de salida o respuesta del sistema.

Un sistema discreto L es lineal si

$$L\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = aL\{x_1[n]\} + bL\{x_2[n]\}$$

para cualquier a, b, $x_1[n]$ y $x_2[n]$.

Un sistema L es invariante en el tiempo si

$$L\{T\{x[n]\}\} = T\{L\{x[n]\}\} = T\{y[n]\}$$

donde la transformación T es una traslación, es decir, un corrimiento en la entrada produce un corrimiento igual en la salida.

La sucesión Delta $\delta[n]$ que es la versión discreta de la función contínua comunmente conocida como Delta de Dirac se expresa como

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n\neq 0 \end{cases}$$

Para cualquier k se puede trasladar el valor no-cero de la sucesión Delta, es decir

$$\delta[n-k] = \begin{cases} 1 & n=k \\ 0 & n\neq k \end{cases}$$

Se denota $h[n]$ a la respuesta del sistema a la entrada $\delta[n]$:

$$L\{\delta[n]\} = h[n]$$

$$L\{a\delta[n-k]\} = ah[n-k] \qquad a \in C \qquad (1)$$

De esta forma se puede expresar una sucesión arbitraria $x[n]$ como una sumatoria pesada por una sucesión Delta

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\ \delta[n-k] \qquad (2)$$

Un sistema lineal e invariante en el tiempo es causal o realizable si la respuesta impulso $h[n]$ de un sistema es

$$L\{\ \delta[n]\ \} = h[n] = 0 \qquad n<0$$

De forma análoga a los sistemas contínuos, conociendo la respuesta del sistema $h[n]$ a una entrada unitaria $\delta[n]$, se puede expresar la respuesta del sistema $y[n]$ a una entrada arbitraria $x[n]$ en términos de $h[n]$.

La respuesta $y(t)$ de un sistema contínuo se define mediante la convolución de la respuesta impulso $h(t)$ y la entrada al sistema $x(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-s)\ x(s)\ ds$$

Sustituyendo $x(s) = \sum_k x(kT_s)\ \delta(s - kT_s)$ en la convolución, se tiene

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-s) \sum_k x(kT_s)\ \delta(s-kT_s)\ ds$$

$$= \sum_k x(kT_s) \int_{-\infty}^{\infty} h(t-s)\ \delta(s-kT_s)\ ds$$

y por las propiedades de la función delta $\delta(t)$

$$y(t) = \sum_k x(kT_s)\ h(t-kT_s)$$

Si muestreamos con un intervalo T_s entonces

$$y(nT_s) = \sum_k x(kT_s)\ h(nT_s - kT_s)$$

$$\text{o} \qquad y[n] = \sum_k x[k]\ h[n-k] \qquad (3)$$

Esto es, un sistema lineal e invariante en el tiempo se caracteriza completamente por la sucesión $h[n]$.

La ecuación anterior es la convolución discreta de $x[n]$ con $h[n]$ y se denota por $y[n] = x[n] * h[n]$

Supóngase que la entrada a un sistema lineal e invariante en el tiempo es la exponencial compleja

$$x[n] = e^{iwn} \qquad -\infty < n < \infty$$

entonces por la ecuación 3 la salida

$$y[n] = L\{e^{iwn}\}$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{iwk}\ h[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{iw(n-k)}\ h[k]$$

$$y[n] = e^{iwn} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-iwk}\ h[k] \qquad (4)$$

es a su vez la exponencial compleja multiplicada por la función compleja $H(e^{i\omega})$ denominada respuesta en la frecuencia o

$$y[n] = e^{i\omega n} H(e^{i\omega})$$

función del sistema. Independientemente de la señal de entrada $x[n]$, también se puede obtener la función del sistema mediante la transformada de Fourier de la sucesión $h[n]$.

Se define la transformada discreta de Fourier $F[\frac{n}{NT_s}]$ de una sucesión periódica $f[kT_s]$, como

$$F[\frac{n}{NT_s}] = \sum_{k=0}^{N-1} f[kT_s]\, e^{-i2\pi nk/N} \qquad n=0,\ldots,N-1 \qquad (5)$$

Ambas funciones son periódicas, N muestras de $f[kT_s]$, con $k=0,\ldots,N-1$, tomadas a un intervalo constante T_s representan un periodo en el tiempo y N muestras de $F[\frac{n}{NT_s}]$ a intervalos $\frac{1}{NT_s}$ representan un periodo en la frecuencia.

La transformada discreta e inversa de Fourier está dada por

$$f[kT_s] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F[\frac{n}{NT_s}]\, e^{i2\pi nk/N} \qquad k=0,\ldots,N-1 \qquad (6)$$

Se denota

$$f[kT_s] \longleftrightarrow F[\frac{n}{NT_s}]$$

a la pareja transformada de Fourier discreta.

Los resultados anteriores (ecuaciones 5 y 6) se derivan a partir de la teoría de la transformada de Fourier contínua y del teorema del muestreo:

Si una función $f(t)$ $, t \in \mathbb{R}$ es de banda limitada, es decir, si su transformada de Fourier $F(\omega) = 0$ para $|\omega| > \omega_o$, $\omega_o = 2\pi f_o$ entonces $f(t)$ se puede reconstruir por completo mediante sus muestras $f[n]$, tomadas a interválos menores de $\frac{1}{2f_o}$ segundos; esto es porque el muestreo de una función $f(t)$ en el tiempo genera la periodicidad de la función $F(\omega)$ en la frecuencia y si el interválo de muestreo T_s es muy grande entonces su inverso $f_s = \frac{1}{T_s}$ no es suficiente para que $2\pi f_s \geq 2\omega_o$ y se respete el ancho de banda de la señal evitándose el fenómeno de traslapamiento en las orillas.

Al interválo máximo de muestreo $T_s = \frac{1}{2f_o}$ se le denomina interválo de Nyquist y a f_N frecuencia de Nyquist.

$$f_N = f_o$$

Si en la convolución en el tiempo ecuación 3, sustituimos los valores de $x[k]$ y $h[n-k]$ de acuerdo a la ecuación 6, entonces, si $T_s = 1$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \; h[n-k] =$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X\left(\frac{m}{N}\right) e^{i2\pi mk/N} \right] \left[\frac{1}{N} \sum_{\ell=0}^{N-1} \left[H\left(\frac{\ell}{N}\right) e^{-i2\pi \ell k/N} \right] e^{i2\pi \ell n/N} \right]$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{\ell=0}^{N-1} \left[X\left(\frac{m}{N}\right) H\left(\frac{\ell}{N}\right) e^{i2\pi \ell n/N} \right] \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{i2\pi mk/N} \, e^{-i2\pi \ell k/N} \right]$$

por la relación de ortogonalidad

$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{i2\pi mk/N}\, e^{-i2\pi \ell k/N} = \begin{cases} 0 & si \quad m \neq \ell \\ N & si \quad m = \ell \end{cases}$$

se obtiene

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X[\tfrac{m}{N}]\, H[\tfrac{m}{N}]\, e^{i2\pi mn/N}$$

A partir de la ecuación 6 se concluye que

$$Y[m] = X[m] \cdot H[m] \qquad (7)$$

donde

$$x[k] \longleftrightarrow X[m]$$

$$h[k] \longleftrightarrow H[m]$$

$$x[k] * h[k] \longleftrightarrow X[m] \cdot H[m] \qquad (8)$$

son parejas transformadas de Fourier discretas.

De la ecuación 7 tenemos que conociendo la transformada de Fourier discreta $H[m]$, de la respuesta de impulso $h[k]$ del sistema, podemos obtener mediante la transformada inversa de Fourier la respuesta del sistema $y[n]$ a cualquier entrada $x[n]$. Esto es, se puede llegar al mismo punto por diferentes vías.

Diagrama 1:

$$\begin{tikzcd} x[n] \arrow[r, "h[n]"] \arrow[d] & y[n] \\ X[m] \arrow[r, "H[m]"'] & Y[m] \arrow[u] \end{tikzcd}$$

A la función $H[m]$, que es otra forma de caracterizar un sistema discreto se le denomina función de transferencia.

Se tiene ahora que el espectro de una señal de entrada $x[m]$ puede ser modificado en alguna forma deseada escogiendo $H[m]$ apropiadamente.

Particularmente, en el área de procesamiento de señales digitales esta modificación es conocida como filtrado y al sistema discreto se le denomina filtro digital.

Con límites finitos la ecuación 3

$$y[n] = \sum_{k=-L}^{M} x[k]\ h[n-k]$$

representa un filtro no-recursivo debido a que las salidas anteriores $y[\ell]$, $\ell < n$ no están involucradas.

El método presentado para diseñar filtros no-recursivos está basado en la aproximación por medio de un polinomio trigonométrico a la función de transferencia deseada. Esta forma de diseño se hizo popular debido a la facilidad analítica de construir la función de transferencia mediante la aproximación por series de Fourier

$$H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\ e^{i\omega n T_s} \qquad (9)$$

y obtener en forma explícita las muestras de la función respuesta impulso $h(nT_s)$ que son los coeficientes de la serie

$$h[n] = \frac{1}{\omega_s} \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s} H(\omega)\ e^{-in\omega T_s}\ d\omega \qquad (10)$$

La función $H(\omega)$ es periódica en el intervalo $(-\omega_s, \omega_s)$; ω_s representa la frecuencia de muestreo.

La convolución de la sucesión $h[n]$ obtenida y los datos de entrada $x[n]$ producen la salida del filtro $y[n] = h[n]*x[n]$. Dicho método de diseñar un filtro y aplicarlo es utilizado por Ormsby en el artículo objeto de este estudio.

La función de transferencia deseada que se define en el artículo, ref. 6 , es la siguiente:

$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & |\omega| > \omega_T \\ 1 & |\omega| \leq \omega_C \\ \left(\dfrac{1}{\omega_T-\omega_C}\right)^P (\omega+\omega_T)^P & -\omega_T \leq \omega < \omega_C \\ \left(\dfrac{1}{\omega_T-\omega_C}\right)^P (\omega-\omega_T)^P & \omega_C < \omega \leq \omega_T \end{cases} \qquad (11)$$

donde ω_C es la frecuencia de corte, o sea que los armónicos mayores de ω_C serán recortados o atenuados del espectro de la señal de entrada $x[n]$. Al intervalo $(0, \omega_C)$ se le denomina pasa-banda y a la distancia $\omega_T-\omega_C$ se le conoce con el nombre de zona de trancisión o de atenuación; ω_T es la última frecuencia para la cual interviene el filtro o dicho de otra forma los armónicos del intervalo (ω_T, ω_s) del espectro de la entrada $x[n]$ serán eliminados ya que $H(\omega)=0$ para

$|\omega| > \omega_T$.

Por otro lado, se demostrará que utilizando la transformada de Fourier inversa se obtendrá la función $h(t)$, que una vez muestreada $h(nT_s)$, equivale a la ecuación *10* .

Para una función contínua en la frecuencia $H(\omega)$, se define su transformada inversa de Fourier como

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega \qquad t \in \mathbb{R} \qquad (12)$$

es decir, que dada la función de transferencia $H(\omega)$ se puede obtener la función respuesta impulso $h(t)$. Sustituyendo la ecuación 11 en la ecuación 12 para $p=1$ - que es el caso utilizado en el paquete de procesamiento de acelerogramas de CAL-TEC, ref. 1 se tiene

como $H(\omega) \in \mathbb{R}$ y $H(\omega) = H(-\omega)$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cos \omega t \, d\omega \qquad (13)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\omega_T} H(\omega) \cos \omega t \, d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\omega_C} \cos \omega t \, d\omega + \int_{\omega_C}^{\omega_T} \frac{\omega_T - \omega}{\omega_T - \omega_C} \cos \omega t \, d\omega \qquad (14)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{w_C} \cos wt \, dw + \int_{w_C}^{w_T} \frac{w_T}{w_T - w_C} \cos wt \, dw - \int_{w_C}^{w_T} \frac{w}{w_T - w_C} \cos wt \, dw$$

$$= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{sen\ wt}{t} \Big|_0^{w_C} + \frac{w_T}{w_T - w_C} \left(\frac{sen\ wt}{t} \Big|_{w_C}^{w_T} \right) - \frac{1}{w_T - w_C} \left(\frac{w sen\ wt}{t} \Big|_{w_C}^{w_T} - \int_{w_C}^{w_T} \frac{sen\ wt}{t} dw \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{sen\ w_C t}{t} + \frac{w_T}{w_T - w_C} \left(\frac{sen\ w_T t}{t} \right) - \frac{w_T}{w_T - w_C} \left(\frac{sen\ w_C t}{t} \right) - \frac{1}{w_T - w_C} \left(\frac{w_T sen\ w_T t}{t} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{w_T - w_C} \left(\frac{w_C sen\ w_C t}{t} \right) - \frac{1}{w_T - w_C} \left(\frac{\cos w_T t}{t^2} \right) + \frac{1}{w_T - w_C} \left(\frac{\cos w_C t}{t^2} \right) \right\} =$$

$$= \frac{1}{\pi t^2 (w_T - w_C)} \{ (w_T - w_C) t sen\ w_C t + w_T t sen\ w_T t - w_T t sen\ w_C t -$$

$$- w_T t sen\ w_T t + w_C t sen\ w_C t - \cos w_T t + \cos w_C t \}$$

$$h(t) = \frac{1}{\pi t^2 (w_T - w_C)} \{ \cos w_C t - \cos w_T t \} \qquad (15)$$

Como la función $h(t)$ es de banda limitada, es decir $H(w)=0$

para $|\omega| > \omega_T$, entonces utilizando el teorema del muestreo, si $t = nT_s$, donde T_s es el intervalo de muestreo

$$h(t) = \frac{1}{(nT_s^2)(\omega_T - \omega_C)} \{\cos \omega_C (nT_s) - \cos \omega_T (nT_s)\}$$

y por lo tanto

$$h[n] = \frac{\cos \omega_C n t_s - \cos \omega_T n t_s}{\pi n^2 T_s (\omega_T - \omega_C)} \quad , \quad \text{donde} \quad h[n] = h(nT_s) T_s \qquad (16)$$

Aplicando la regla de L'Hopital en la ecuación 15 para obtener el valor en el origen de la función respuesta impulso $h(t)$, se tiene

$$\lim_{t \to 0} h(t) = \frac{D_t(\cos \omega_C t - \cos \omega_T t)}{D_t(\pi t^2 (\omega_T - \omega_C)}$$

$$= \frac{D_t^2 \; (-\omega_C \operatorname{sen} \omega_C t + \omega_T \operatorname{sen} \omega_T t)}{D_t^2 \, (2\pi t (\omega_T - \omega_C))}$$

$$= \left. \frac{-\omega_C^2 \cos \omega_C t + \omega_T^2 \cos \omega_T t}{2\pi (\omega_T - \omega_C)} \right|_{t=0}$$

$$= \frac{-\omega_C^2 + \omega_T^2}{2\pi (\omega_T - \omega_C)} = \frac{\omega_T + \omega_C}{2\pi}$$

De esta forma se ha obtenido la respuesta impulso $h[n]$ del sistema o filtro, que de acuerdo a la ecuación 3 sirve para expresar la respuesta del filtro $y[n]$ a una entrada arbitraria $x[n]$.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\; h[n-k]$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \; \frac{\cos w_s (n-k) T_s - \cos w_T (n-k) T_s}{\pi (n-k)^2 T_s (w_T - w_C)}$$

Esta ecuación nos dice que se está pesando más el elemento n-ésimo.

En la práctica, un filtro no recursivo solamente puede aproximarse por una sumatoria finita. Considerando la ecuación 9 la solución más obvia es simplemente truncar la sucesión $h[n]$ para $|n| > N$ y aproximar la serie compleja de Fourier por

$$H_N(w) = \sum_{n=-N}^{N} h[n]\; e^{i w T_s n} \qquad (17)$$

La función de transferencia resultante $H_N(w)$ es un filtro no recursivo con $M=2N+1$ pesos o términos de la sucesión $h[n]$. Una medida del error introducido al truncar la serie de Fourier es la integral del error al cuadrado.

$$\epsilon_N = \frac{1}{w_s} \int_{-w_s/2}^{w_s/2} |H(w) - H_N(w)|^2 \, dw \qquad (18)$$

en el intervalo $\frac{-\omega_s}{2} \leq \omega \leq \frac{\omega_s}{2}$ y los coeficientes óptimos $h[n]$ están dados por la ecuación 10.

Se puede expresar ahora la ecuación 17 de la siguiente manera

$$H_N(\omega) = \sum_{n=-N}^{N} h[n]\, e^{i\omega T_s n} \qquad (19)$$

$$= \sum_{n=-N}^{-1} h[n]\, e^{i\omega T_s n} + h[0] + \sum_{n=1}^{N} h[n]\, e^{i\omega T_s n}$$

como $h[n] = h[-n]$, para $n = 1, \ldots, N$

$$H_N(\omega) = \sum_{n=1}^{N} h[-n]\, e^{-i\omega T_s n} + h[0] + \sum_{n=1}^{N} h[n]\, e^{i\omega T_s n}$$

$$= h[C] + \sum_{n=1}^{N} h[n]\, (e^{-i\omega T_s n} + e^{i\omega T_s n})$$

$$= h[0] + 2 \sum_{n=1}^{N} h[n] \cos (\omega T_s n) \qquad (20)$$

Siguiendo la referencia 6, se sustituye en la ecuación 19 los coeficientes $h[n]$ - ecuación 10 - donde $\omega = \xi$

$$H_N(\omega) = \sum_{n=-N}^{N} \left[\frac{1}{2\pi f_s} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} H(\xi)\, e^{-i\xi n / f_s}\, d\xi \right] e^{i\omega T_s n}$$

$$= \frac{1}{2\pi f_s} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} H(\xi) \left[\sum_{n=-N}^{N} e^{i(w-\xi)n/f_s} \right] d\xi$$

Normalizando las frecuencias w y ξ en el intervalo $[-\frac{w_s}{2}, \frac{w_s}{2}]$, sean $\lambda = \frac{w}{w_s}$ y $e = \frac{\xi}{w_s}$ en $[-1/2, 1/2]$, entonces

$$H_N(w) = \int_{-1/2}^{1/2} H(e) \left[\sum_{n=-N}^{N} e^{i(\lambda-e)w_s n/f_s} \right] de \qquad (21)$$

Se toma $\mu = 2\pi(\lambda - e)$ y se multiplica la función en el paréntesis por $e^{i\mu} - 1$, esto es

$$(e^{i\mu} - 1) \sum_{n=-N}^{N} e^{i\mu n} = e^{i\mu} \sum_{n=-N}^{N} e^{i\mu n} - \sum_{n=-N}^{N} e^{i\mu n}$$

desarrollando

$$(e^{i\mu} - 1) \sum_{n=-N}^{N} e^{i\mu n} = e^{-i\mu(N-1)} + e^{-i\mu(N-2)} + \ldots +$$

$$+ e^{-i\mu} + 1 + e^{i\mu} + \ldots + e^{i\mu n} + e^{i\mu(N+1)} -$$

$$- e^{-i\mu N} - e^{-i\mu(N-1)} - \ldots - e^{-i\mu} - 1 - e^{i\mu} - \ldots -$$

$$- e^{i\mu(N-1)} - e^{i\mu N} = e^{i\mu(N+1)} - e^{-i\mu N}$$

de esta forma se tiene

$$\sum_{n=-N}^{N} e^{i\mu n} = \frac{e^{i\mu(N+1)} - e^{-i\mu N}}{e^{i\mu} - 1}$$

que multiplicada por $e^{-i\mu/2}$ arriba y abajo .

$$= \frac{e^{\mu(N+1/2)} - e^{-i\mu(N+1/2)}}{e^{i\mu/2} - e^{-i\mu/2}}$$

$$= \frac{sen\ (\mu\ (N+1/2)\ )}{sen\ (\ \mu/2\ )}$$

A la función

$$D_N\ (\mu) = \frac{sen\ (\mu\ (\ N+1/2\ )\ )}{sen\ (\ \mu/2\ )}$$

se le llama núcleo de Dirichlet. Su valor en el origen es

$$D_N\ (\mu=0) = \lim_{\mu \to 0} \frac{sen\ (\ \mu\ (\ N+1/2\ )\ )}{sen\ (\ \mu/2\ )}$$

sustituyendo el valor de μ

$$= \lim_{(\lambda-e)\to 0} \frac{sen\ (\ 2\pi(\lambda-e)\ (N+1/2)\ )}{sen\ (\ \frac{2\pi(\lambda-e)}{2}\ )}$$

$$= \frac{\lim_{(\lambda-e)\to 0}\ sen\ (\pi(\lambda-e)\ (2N+1))}{\lim_{(\lambda-e)\to 0}\ sen\ (\pi(\lambda-e))} \qquad (22)$$

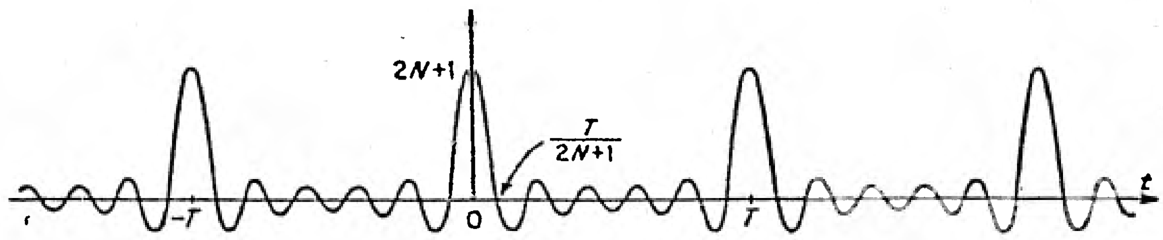
$$= \lim_{(\lambda-e)\to 0} \frac{\pi(2N+1)\ cos\ (\pi(\lambda-e)(2N+1))}{\pi\ cos\ (\pi(\lambda-e))}$$

Entonces $D_N(0) = 2N+1$ y los ceros del núcleo de Dirichlet ocurren cuando $sen(\mu(\ N+1/2\ ))=0$, es decir, cuando

$$\mu\ (\ N+1/2\ )\ =\ \pm k\pi \qquad k \in \mathbb{Z} \quad y \quad k \neq 0$$

$$\mu = \frac{\pm k\pi}{N+1/2} = \frac{\pm 2k\pi}{2N+1}$$

esta función oscila más rápido a medida que $N \to \infty$



Teóricamente el núcleo de Dirichlet $D_n(t)$ se emplea para demostrar la convergencia en t de la sumatoria parcial $S_n(t)$ a la serie de Fourier; en la ref. 6 se emplea en la discusión del error de aproximación que Ormsby lo define en términos de la frecuencia ω y el número de coeficientes N de la serie compleja, esto es

$$\epsilon(\omega, N) = H_N(\omega) - H(\omega)$$

Reescribiendo la sumatoria parcial, ecuación 21

$$H_N(\omega) = \int_{-1/2}^{1/2} H(\rho)\, D_N(\mu)\, d\rho$$

y sustituyéndola en la ecuación anterior junto con la fre - cuencia ω normalizada equivale a la ecuación 10, ref. 6,

$$\varepsilon(\lambda, N) \doteq \int_{-1/2}^{1/2} H(\rho)\, \mathcal{D}_N(\mu)\; d\rho - H(\lambda)$$

Con el propósito de escoger en forma directa un valor mínimo de N para cierta presición deseada ϵ , ref.6 se realizaron en computadora una serie de corridas cuyos resultados condujeron a la fórmula empírica

$$\varepsilon = \frac{a}{\lambda'_R N} \qquad a = 0.012 \tag{23}$$

El valor normalizado λ_R es el ancho de la zona de transición de la función de transferencia $H_N(\omega)$, es decir la diferencia en hz. entre la frecuencia de corte ω_C y la frecuencia de terminación ω_T . Como $H_N(\omega) \to H(\omega)$ cuando $N \to \infty$ entonces λ'_R es el valor real obtenido al calcular la sumatoria parcial $H_N(\omega)$. La ecuación 23 da una forma de obtener el número de términos N de la aproximación $H_N(\omega)$ en función del porcentaje de error de aproximación ε y el ancho de la zona de transición deseado λ_R por una constante, es decir

$$\lambda'_R = c\lambda_R$$

Sustituyendo el valor de λ_R

$$\lambda_R = \frac{(\omega_T - \omega_C)}{\omega_s}$$

$$= \frac{2\pi(f_T - f_C)}{\omega_s}$$

$$= \frac{(\sigma_T - \sigma_C)}{\sigma_s}$$

$$= (\sigma_T - \sigma_C)\, T_s$$

en la ecuación 23

$$\epsilon = \frac{a}{C\lambda_R N}$$

$$\cong \frac{a}{\lambda_R N} \qquad (24)$$

$$= \frac{a}{NT_s(\sigma_T - \sigma_C)} \qquad (25)$$

3. PRECISION DEL FILTRO.

Como se recordará, la ecuación 25

$$\epsilon \cong \frac{0.012}{NT_{\Delta} D_{\delta}} \qquad D_{\delta} = \delta_T - \delta_C$$

proporciona una forma discreta de calcular el número de términos N para aproximar con un error ϵ la serie compleja de Fourier $H_N(\omega)$ a la función de transferencia deseada $H(\omega)$, ecuación 10.

Por consiguiente, se puede calcular en computadora la aproximación $H_N(\omega)$, proporcionando solamente al programa los datos de frecuencia de corte ω_C, de terminación ω_T e intervalo de muestreo T_{Δ} y se determinará en forma automática los N términos de la sucesión $h[n]$ necesarios para un error permitido ϵ.

La precisión del filtro digital se probó bajo las dos hipótesis siguientes: la primera hipótesis fué suponer que si el filtro de Ormsby no daba los resultados deseados al utilizarlo en la corrección de acelerogramas, ref. 3, se debía a que las discontinüidades de la función de transferencia $H_N(\omega)$ en las frecuencias de corte ω_C y terminación ω_T producían errores considerables "ripples" en las zonas de paso y de rechazo. La segunda hipótesis fué suponer que si bien el filtro se comportaba adecuadamente en las vecindades de ω_C y ω_T la longitud NT_{Δ} de la sucesión $h[n]$ no era suficiente para dar una buena aproximación de $H_N(\omega)$.

Se consideró entonces valuar directamente la función $H_N(\omega)$, con el número de pasos calculado según la fórmula empírica de Ormsby, esto es, despejando N de la ecuación 24, y valuándola para el porcentaje de error $\epsilon \leqslant 1.2$ % utilizado en la corrección de acelerogramas, refs. 3 y 4, esto es

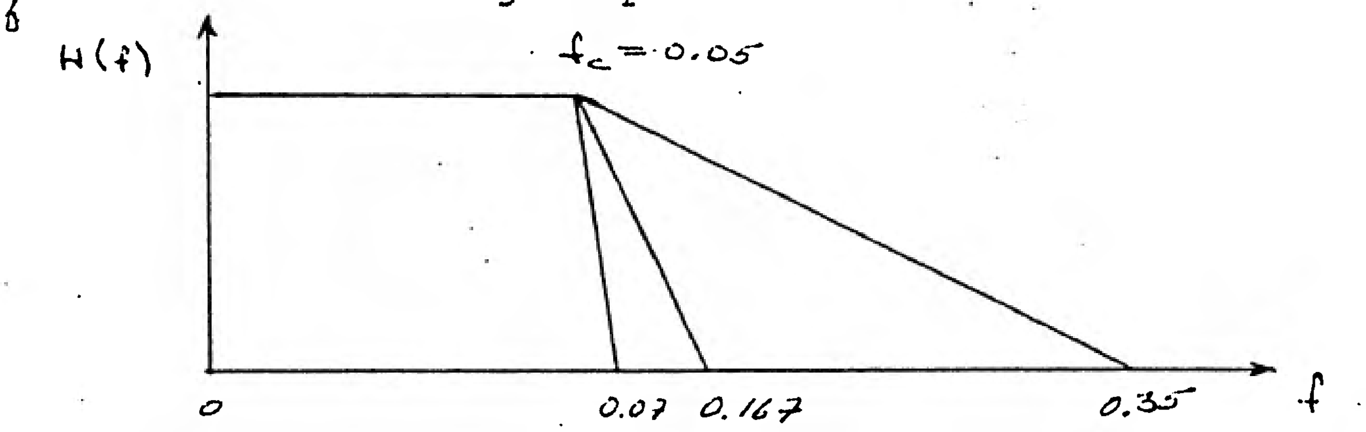
$$N \cong \frac{1}{\lambda_R} = \frac{1}{T_s D_f}$$

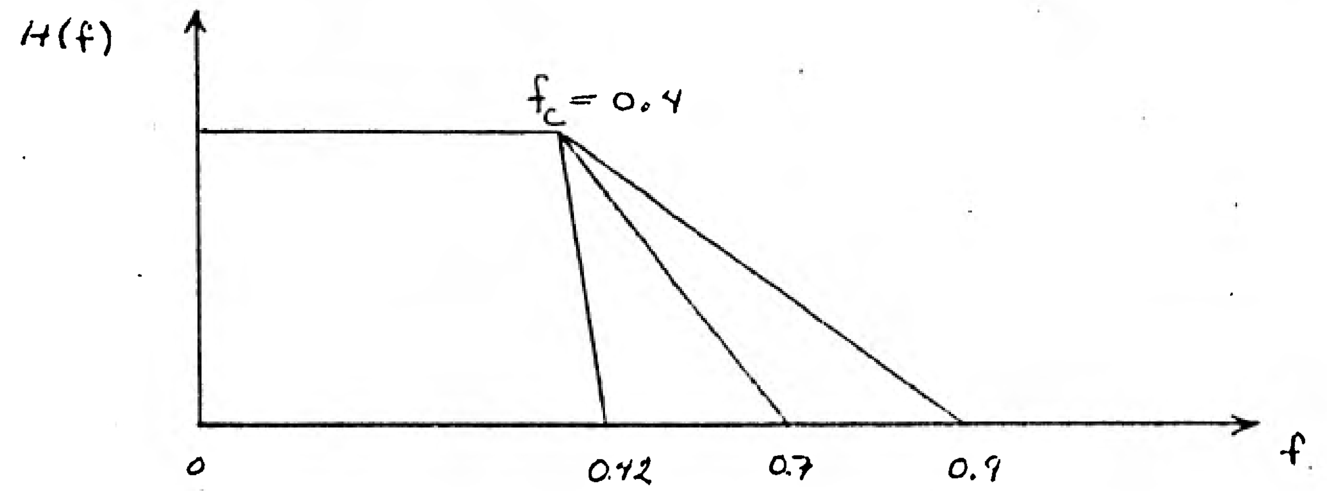
Para $\lambda_R < 1$ el número de términos N aumenta a medida que $\lambda_R \longrightarrow 0$. La ecuación muestra también que el valor de N depende del producto de la frecuencia de muestreo $f_s = \frac{1}{T_s}$ y el inverso del ancho de la zona de transición D_f .

En la mayor parte de las pruebas realizadas, Tabla 2 , se utilizaron dos intervalos de muestreo $T_s = 0.02$ y $T_s = 0.2$ que corresponden, el primero, al muestreo con el cual se desearía filtrar la aceleración, ref. 3, con un filtro pasa-altas donde $\omega_T < 1$ y $D_f < 1$ y el segundo al muestreo que realmente se utiliza, ref. 3, debido a que el primero arroja un número excesivo de pesos N y por lo tanto la convolución de la sucesión $h[n]$ y la aceleración $x[n]$ emplea demasiado tiempo de cómputo. Como explicó anteriormente (Corrección de la Línea Base), este intervalo de muestreo $T_s = 0.2$ se logra diezmando la aceleración $x[n]$.

Los diferentes valores usados en las pruebas de la Tabla 2 , para la zona de transición $D_\delta = \delta_T - \delta_C$, dependieron de los valores δ_T y δ_C utilizados en las siguientes fuentes:

- de las publicaciones de CAL-TECH, referencias 3 y 4, se usaron los parámetros del filtro pasa-bajas en la prueba 4 y los del filtro pasa-altas en la prueba 51.
- del artícilo "LOW FREQUENCY FILTERING AND THE SELECTION OF LIMITS FOR ACCELEROGRAM CORRECTIONS", ref. 9, en las pruebas 12 a 22 y 51.
- las pruebas 40 a 49 se realizaron para el proyecto 9206 , ref. 15, del Instituto de Ingeniería.
- Las pruebas restantes 1 a 11 y 24 a 39 corresponden a la hipótesis de que fijando δ_C y ampliando la zona de transición D_δ se obtiene una mejor aproximación:





El cálculo de la serie compleja finita de Fourier $H_N(\omega)$ involucró la implementación en computadora de los coeficientes $h[n]$ que son las muestras de la función respuesta impulso del filtro de Ormsby; esto es, reescribiendo la ecuación 16

$$h[n] = \frac{\cos \omega_C \nu T_s - \cos \omega_T n T_s}{\pi n^2 T_s (\omega_T - \omega_C)}$$

para $n=1,...,N$ y en el origen

$$h[0] = \delta_T + \delta_C$$

La sucesión $h[n]$ se calcula en la subrutina FUNRI sólo para $N+1$ muestras, dado que es simétrica $h[n] = h[-n]$ para $n=1,...,N$.

Se programó la versión discreta de $H_N(\omega)$ para $2N+1$ muestras $\omega_K = K\Delta\omega$, $K=0,...,2N$ en el intervalo $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_s$; sustituyendo en la ecuación 20 el incremento $\Delta\omega = \dfrac{\omega_s}{2N+1}$ y previendo que $\omega_s \geqslant 2\omega_T$ se obtiene

$$H_N(\omega_K) = h[0] + 2 \sum_{n=1}^{N} h[n] \cos(\omega_K T_s n)$$

$$= h[0] + 2 \sum_{n=1}^{N} h[n] \cos(k \Delta\omega T_s n)$$

$$= h[0] + 2 \sum_{n=1}^{N} h[n] \cos(\frac{k\omega_s}{2n+1} T_s n)$$

$$H_N(k) = h[0] + 2 \sum_{n=1}^{N} h[n] \cos(\frac{2\pi k n}{2N+1})$$

En la subrutina NONS se calcula la aproximación compleja finita y discreta de Fourier $H_N[k]$.

En las gráficas de la función de transferencia $H_N[k]$ de las pruebas 4, 6 y 8 se aprecia que para el número de términos utilizado, el fenómeno de Gibbs produce un ensanchamiento de la zona de transición D_δ en los puntos δ_C y δ_T; suavizándose las esquinas y por consiguiente disminuyéndose la agudeza del filtro, fig. 9.

Sin embargo, no se puede afirmar con respecto a estas tres pruebas que la presición de $H_N[k]$ mejore cuando se expande la zona de transición D_δ, incrementando la frecuencia de terminación δ_T de 0.07 a 0.167 y a 0.35 hz. Esto se pone en evidencia si analizamos por ejemplo, el valor obtenido para δ_C en las tres pruebas; donde el error obtenido es 4.6%, 5.3% y 3.7% para las pruebas 4, 6 y 8 respectivamente, con respecto a la amplitud unitaria deseada. Contrariamente a lo esperado el error de la prueba 6 es mayor al de la prueba 4. Con respecto al error máximo permitido del 1.2 % en la zona de paso, se obtuvo sólo frecuencias menores que 0.04, 0.035 y 0.03 para las pruebas 4, 6 y 8 respectivamente, en lugar de que fuese para las tres pruebas hasta 0.05 hz.

De igual forma sucedió para la zona de rechazo donde en lugar de que se iniciase en $f=0.07$ hz. para la prueba 4, se inicia con el error del 1.2 % a partir de $f=0.08$ hz. Para la prueba 6 de $f=0.167$ hz. se recorre a $f=0.187$ hz.; y para la prueba 8 de una frecuencia de terminación original de 0.35 hz. se recorre a 0.39 hz.

Se incluyen paralelamente las gráficas de las pruebas 24, 29 y 38 que constituyen un ejemplo análogo al anterior. Para este grupo de pruebas, se escogió un valor promedio para la frecuencia de corte f_C, aproximadamente igual al utilizado en el proyecto 8115 cuyo título fué: Procesamiento de acelerogramas registrados en Baja California Norte, véase fig. 10.

Tampoco este grupo de pruebas da validez a la hipótesis de que fijada la frecuencia de corte f_C e incrementando la zona D_f, se obtiene una mejor aproximación.

Esto es claro porque a medida que D_f aumenta, la cantidad N de coeficientes disminuye en la fórmula empírica de Ormsby, ecuación 25 . Además, para este grupo de pruebas se pierde presición en la zona de paso, alrrededor del origen. Véase en la fig. 10 que para $D_f=0.02$ la zona de paso con un error máximo menor o igual al 1.2 % llega hasta $f=0.39$ hz. y para $D_f=0.5$ de la prueba 38 se rebasa el error fijado por CAL-TECH $\epsilon=1.2$ %, primero en el intervalo $0.2 \leqslant f \leqslant 0.27$ y después para $f > 0.84$ en la zona de paso. En todo caso, de estas tres pruebas, 24, 29 y 38, se podría decir que a medida que f_C se aleja del origen, la presición de $H_N[k]$ salvo un suavizamiento de la discontinuidad $H(f_C)$ se debe a la agudeza del filtrado, a lo pequeño que sea D_f. Esto se explica si se recuerda que N representa el número de términos de la sumatoria de la aproximación de Fourier, y disminuyendo D_f, o sea incrementando $N \cong \frac{1}{D_f T_s}$ se mejora la aproximación de la serie, aunque de hecho sean diferentes formas de la función de transferencia.

Para una función de transferencia que tenga los mismos parámetros (frecuencia de corte f_C, de terminación f_T, e intervalo de muestreo T_s) se realizaron varias pruebas incrementando el número de términos según Ormsby N_O para la serie $H_N[k]$.

Se observó que triplicando - aproximadamente - el número N_O en las pruebas 28, 32, 35 y 42 se obtiene un error máximo de 1.7 % en las frecuencias de corte y de terminación, y para las tres primeras, la zona de transición D_f aumentó cerca de 0.02 hz. para $\epsilon=1.2$ %.

Aumentando exageradamente el número de Ormsby $N_O=16$ al multiplicarlo por sí mismo N=256, se obtuvo en la prueba 30 un error menor al 1.7 % tanto en la zona de paso como en la de rechazo. Los otros parámetros de esta prueba son los utilizados en la prueba 29, fig. 10 .

Este ejemplo plantea la disyuntiva de obtener mejor presición en la función de transferencia $H_N[k]$ con $N=256$ o reducir el tiempo de cómputo en la aplicación del filtro (mediante convolución) con $N_0=16$, a expensas del error introducido, fig. 10'.

Con respecto a las pruebas restantes, no se presenta un reporte de los resultados ya que en particular no aportaron nueva información, aunque si permitieron una mejor visualización del comportamiento de $H_{N_0}[k]$.

En términos generales, el patrón obtenido para la serie finita de Fourier $H[k]$ calculada con N coeficientes según la fórmula empírica de Ormsby es el siguiente:

- el error máximo obtenido en f_T fué 9.7 % en la prueba 50, donde la frecuencia de muestreo $f_s=2f_T$ igual a la de Nyquist, $f_N=f_s$.
- el error máximo obtenido en f_C fué 5.6 % que es aproximadamente cinco veces el error prefijado ϵ =1.2 % (prueba 14).
- la máxima disminución C de la zona de paso fué del 43 % con respecto al parámetro $f_C=0.07$ empleado, es decir, la frecuencia de corte obtenida f_C' es igual a $f_C'=f_C - C$

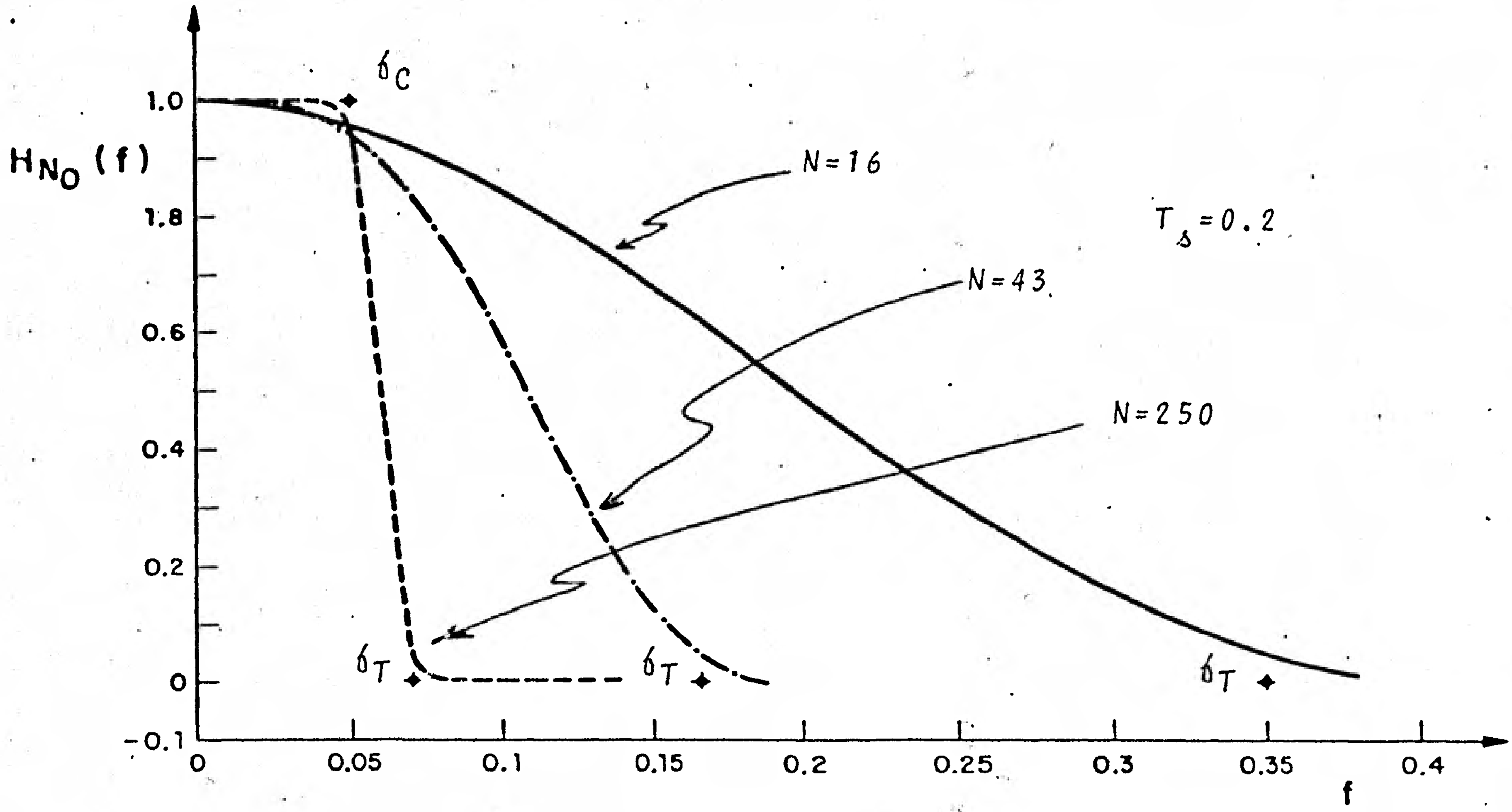


Fig. 9. Gráficas de la función de transferencia $H_N[\cdot k]$ con el parámetro de frecuencias de corte fijo $б_C$=0.05 hz. y tres valores diferentes de la zona de transición $D_б$.

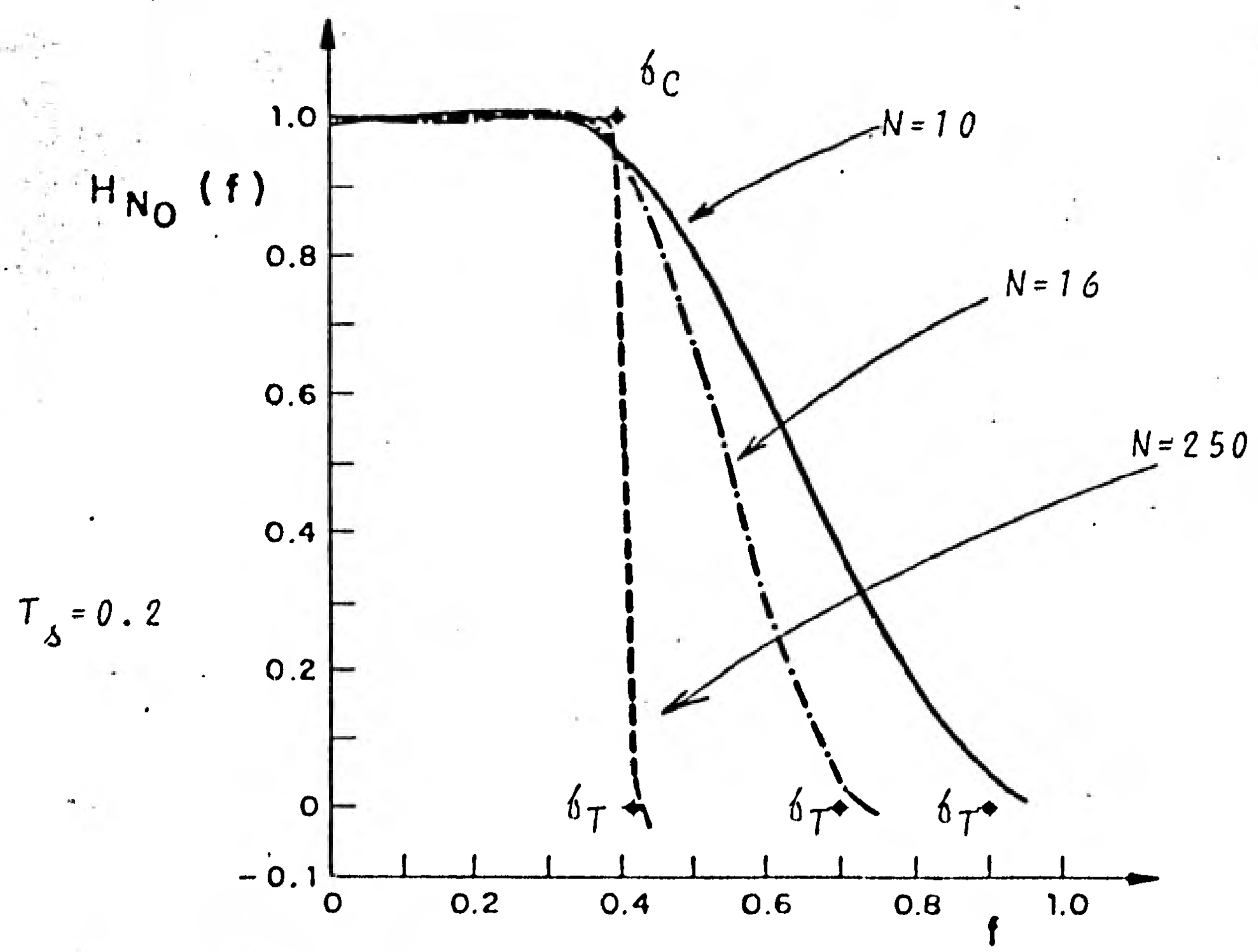


Fig. 10. En las gráficas de $H_N[k]$ que se muestran, tampoco se da validez a la hipótesis de que incrementando la zona de transición $D_б$ se obtiene una mejor aproximación.

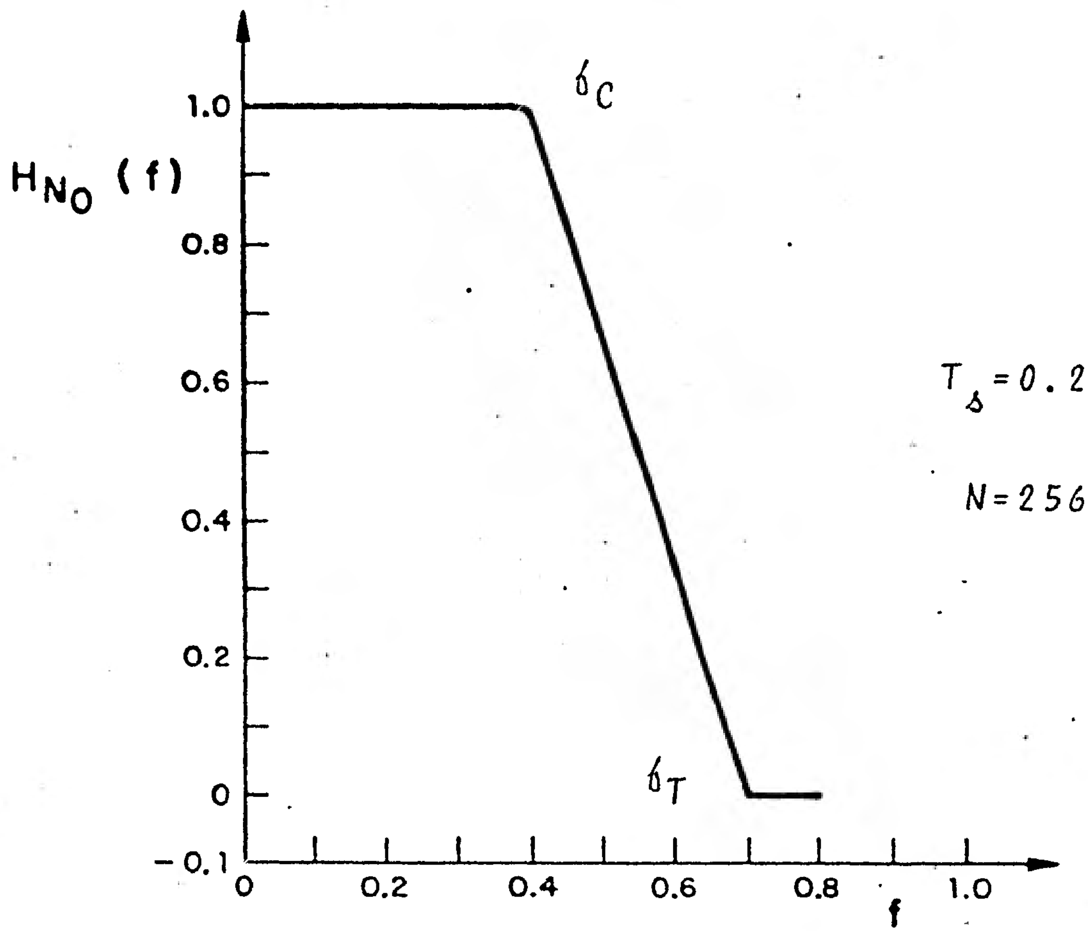


Fig. 10'. Gráfica de la función de transferencia $H_N[k]$ con un error máximo $e = 1.2\%$ en la zona de paso y en la de rechazo, logrado con un número de términos N, que es diez y seis veces el número de Ormsby, $N_0 = 16$.

(prueba 12).

- para la zona de rechazo $f_s/2$ el máximo recorrimiento fué del 8.6 %, $C<1$ siendo la frecuencia de terminación real f'_T igual a $f'_T = f_T + C$ en la prueba 40.

La Tabla 2 muestra los diferentes parámetros utilizados en el cálculo de la función de transferencia finita $H_N[k]$.

Se incluyen todas las pruebas realizadas, a pesar de que gran parte de ellas no arrojó información nueva sobre el comportamiento de $H_N[k]$. El orden y agrupamiento corresponden al motivo o fuente de información que originó las pruebas.

La segunda y tercera columna corresponden a la frecuencia de corte f_C y de terminación f_T de $H_N[k]$. La cuarta columna es el intervalo de muestreo T_s de la sucesión $h[n]$. La quinta columna es el ancho de la zona de transición normalizada λ_R la siguiente columna es el número de muestras N_0 para $h[n]$ de acuerdo a Ormsby. La séptima columna también es el número de muestras N de $h[n]$, pero es el que se empleó para cada prueba.

La penúltima columna es la duración D en segundos de la sucesión $h[n]$, es decir $D=2NT_s$. La última columna es el periodo (en hz.) de la función $H_N[k]$ o la razón de muestreo $f_s = \dfrac{1}{T_s}$.

T A B L A   2

Prueba No.	σ_C hz	σ_T hz	T_s seg	λ_R	N_0	N	D seg	σ_s hz
1	0.05	0.07	0.01	0.0002	5000	128	2.56	100
2			0.02	0.0004	2500	128	5.12	50
3			0.02		2500	512	20.48	
4			0.2	0.004	250	250	100	5
5			0.2	0.004	250	256	102.4	5
6		0.167	0.2	0.0234	43	43	17.2	5
7						64	25.6	5
8		0.35	0.2	0.06	17	16	6.4	5
9		0.07	7.14	0.143	7	7	99.96	0.14
10						128	1828	0.14
11						512	7311	0.14
12	0.07	0.47	0.2	0.08	13	13	5.2	5
13			0.02	0.008	125	128	5.12	50
14	0.08	0.33	0.02	0.005	200	188	7.52	50
15			0.2	0.05	20	19	7.6	5
16	0.1	0.52	0.02	0.0084	119	118	4.72	50
17			0.2	0.084	12	12	4.8	5
18	0.16	0.45	0.02	0.0058	172	195	7.8	50
19			0.2	0.058	17	20	8	5
20	0.2	0.7	0.02	0.01	100	150	6	50
21			0.2	0.1	10	15	6	5

Prueba No.	f_C hz	f_T hz	T_s seg	λ_R	N_0	N	D seg	f_s hz
22	0.43	1.3	0.02	0.0174	58	98	3.9	50
23			0.2	0.124	6	10	4	5
24	0.4	0.42	0.2	0.004	250	250	100	5
25					250	256	102.4	5
26	0.4	0.7	0.02	0.006	167	128	5.14	50
27					167	166	6.66	50
28					167	512	20.5	50
29			0.02	0.06	17	16	6.4	5
30					17	256	102.4	5
31			0.35	0.105	10	10	7	2.86
32					10	32	22.4	2.86
33					10	256	179.2	2.86
34			0.7	0.21	5	5	7	1.43
35						16	22.4	1.43
36						128	179.2	1.43
37						512	716.8	1.43
38		0.9	0.2	0.1	10	10	4	5
39						16	6.4	5
40	2	5	0.03	0.09	11	11	0.66	23.3
41						17	1.02	23.3
42						32	1.92	23.3
43	5	7	0.02	0.04	25	25	1	50

Prueba No.	f_C hz	f_T hz	T_s seg	λ_R	N_0	N	D seg	f_s hz
44						50	2	50
45						64	2.56	50
46	10	12	0.005	0.01	100	100	4	200
47	10	12	0.02	0.04	25	25	1	50
48						50	2	50
49						64	256	50
50	23	25	0.02	0.04	25	25	1	50
51	25	27	0.01	0.02	50	50	1	100
52	25	27	0.02	0.04	25	25	1	50
53	23	25	0.01	0.02	50	50	1	100

4. EJEMPLO REAL DEL FILTRO.

Se utiliza el filtro de Ormsby con una señal de entrada real.

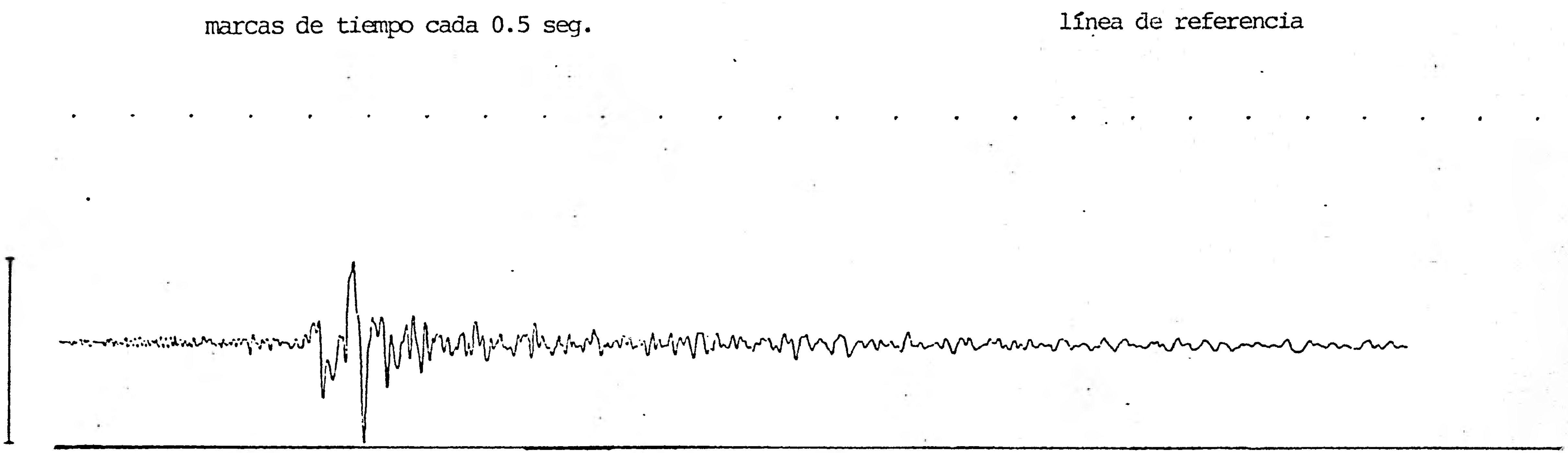
Como este trabajo fué motivado durante el procesamiento de los acelerogramas registrados en Baja California Norte se escogió de éstos un ejemplo típico de los acelerogramas que se registran en sentido horizontal.

El acelerograma con orientación S45W corresponde al sismo del 12 de marzo de 1978 registrado en la estación Victoria. Este acelerograma presenta características generales a todas las trazas horizontales registradas en Baja California Norte y Acapulco; como son un intervalo de tiempo al principio del acelerograma con pequeñas amplitudes, después un intervalo con la más alta frecuencia y máximas amplitudes (llegada de la onda P) del acelerograma y por último, un intervalo mayor a los anteriores con las más bajas frecuencias del acelerograma, fig. 11.

La corrección de este acelerograma no se realizó siguiendo el esquema de procesamiento de Trifunac y Lee, ref. 1, descrito en la primera parte de este trabajo. Se utilizó una versión modificada de este esquema, que es la que actualmente se encuentra implementada en el Instituto de Ingeniería y con la cual se procesó originalmente el acelerograma S45W.

El cálculo del desplazamiento corregido a partir del acelero-

Fig. 11. Gráfica de la digitización de las marcas de tiempo, acelerograma S45W y línea de referencia registrados el 12 de marzo de 1978 en la estación Victoria, Baja California Norte.



grama digitizado se realiza en dos etapas. La primera, denominada "acelerogramas sin corregir", difiere del esquema original, ref. 1. La segunda etapa, "acelerogramas corregidos", interpola el acelerograma a intervalos $T_s = 0.01$ seg., lo filtra pasa-bajas para reducir el ruido producido por la digitización, mediante un algoritmo de convolución modificado con respecto a CAL-TECH, que en los extremos del acelerograma aplica una envolvente exponencial decayente en las extensiones simétricas del acelerograma, esto es

$$x[-n] = x[n]\, e^{-anT_s} \qquad a = 3$$

$$\text{para} \quad -D/2 \leqslant n < 0 \quad \text{y} \quad L_R < n \leqslant L_R + D/2$$

$D = N_0 T_s$ es la duración en segundos de la sucesión $h[n]$ y L_R es la duración del acelerograma. Esta extensión se utiliza en todos los filtrados, aún en los de velocidad y desplazamiento. Estos cambios en la aplicación original del filtro, siguen el procedimiento sugerido por Basili, ref. 9.

A continuación se diezma (una de cada dos) el acelerograma para dar un intervalo final $T_s = 0.02$ seg. y se le aplica la llamada "corrección por aparato". Compárese con la fig. 7.

Con respecto a la "corrección de la línea base", se tienen básicamente dos cambios debidos a Basili, ref. 9, que son la extensión exponencial decayente antes mencionada y la eliminación del diezmado y del filtro de promedios móviles. Todo esto se ejecuta las tres veces que se realiza el filtrado pasa-altas para remover los errores de periodos grandes de la aceleración, velocidad y el desplazamiento. Los filtros pasa-altas se construyen ejecutando un filtrado pasa-bajas que se resta a los datos. Compárese con la fig. 8.

Otra modificación corresponde al algoritmo de integración del cual no existe documento que avale los beneficios o explique los motivos del cambio.

Los parámetros del filtro pasa-altas δ_T y δ_C fueron 0.35 y 0.55 hz. respectivamente.

Dichos parámetros se escogieron empíricamente analizando el espectro de Fourier de Amplitud del acelerograma S45W antes de ser corregido. Se llegó a esta forma de escoger los parámetros después de repetidas pruebas con los criterios de Basili, ref. 9, y además se dedujo experimentalmente, que los periodos mayores de 10 seg. se presentaban debido fundamentalmente a las técnicas de procesamiento de los datos. Hanks, ref. 13, considera estas perturbaciones a partir de periodos de 11 seg. y Arias, ref. 10, a partir de los 8 seg.

La importancia fundamental del filtro de Ormsby radica en que para su uso mediante convolución, establece un número mínimo N_0 de términos $h[n]$ para obtener la presición deseada ϵ ; pero como se demostró anteriormente que está presición $\epsilon = 1.2$ %

sólo se alcanza para el triple de puntos N_0 , entonces se provoca que el tiempo de cómputo de convolución sea excesivo. Además de que la duración $h[n]$ podría ser igual a la del acelerograma, para sismos de poca duración. De acuerdo a esto y con base en el teorema de convolución de señales en el tiempo, la aplicación del filtro al acelerograma S45W se realizó en la frecuencia multiplicando la transformada de Fourier del acelerograma $x[n]$ por la transformada de Fourier de $h[n]$;mediante la transformada inversa de Fourier de dicho producto se obtuvo el acelerograma filtrado. Las transformadas se calcularon utilizando el algoritmo FFT, "Fast Fourier Transform", con 1024 puntos a un intervalo de muestreo inicial $T_s = 0.01$ seg., con este fin se recortó la duración digitizada del acelerograma S45W de 13 seg. a 10.23 seg.

Dado que el producto en la frecuencia implica igual duración de las transformadas $H[k]$ y $x[k]$, entonces se define implícitamente el número $N=1024$ de muestras $h[n]$, $n=0,...,1023$. Sí $h[n] = h[1023 - (n-1)]$ para $n=1,...,511$ se construye la simetría de la sucesión $h[n]$ para $0 \leq nT_s \leq 10.23$ seg.

Del esquema de procesamiento modificado sólo se cambió el algoritmo de convolución por el producto de las transformadas de Fourier.

La fig. 12 muestra la aceleración, velocidad y desplazamientos corregidos con ambos esquemas de procesamiento. Se nota

Fig. 12. Comparación de las gráficas de aceleración, velocidad y desplazamiento obtenidos aplicando el filtro de Ormsby en la frecuencia, con longitud igual a la del acelerograma a) y en la forma usual b), que se realiza por convolución con el número empírico de Ormsby N_0 para determinar la longitud del filtro.

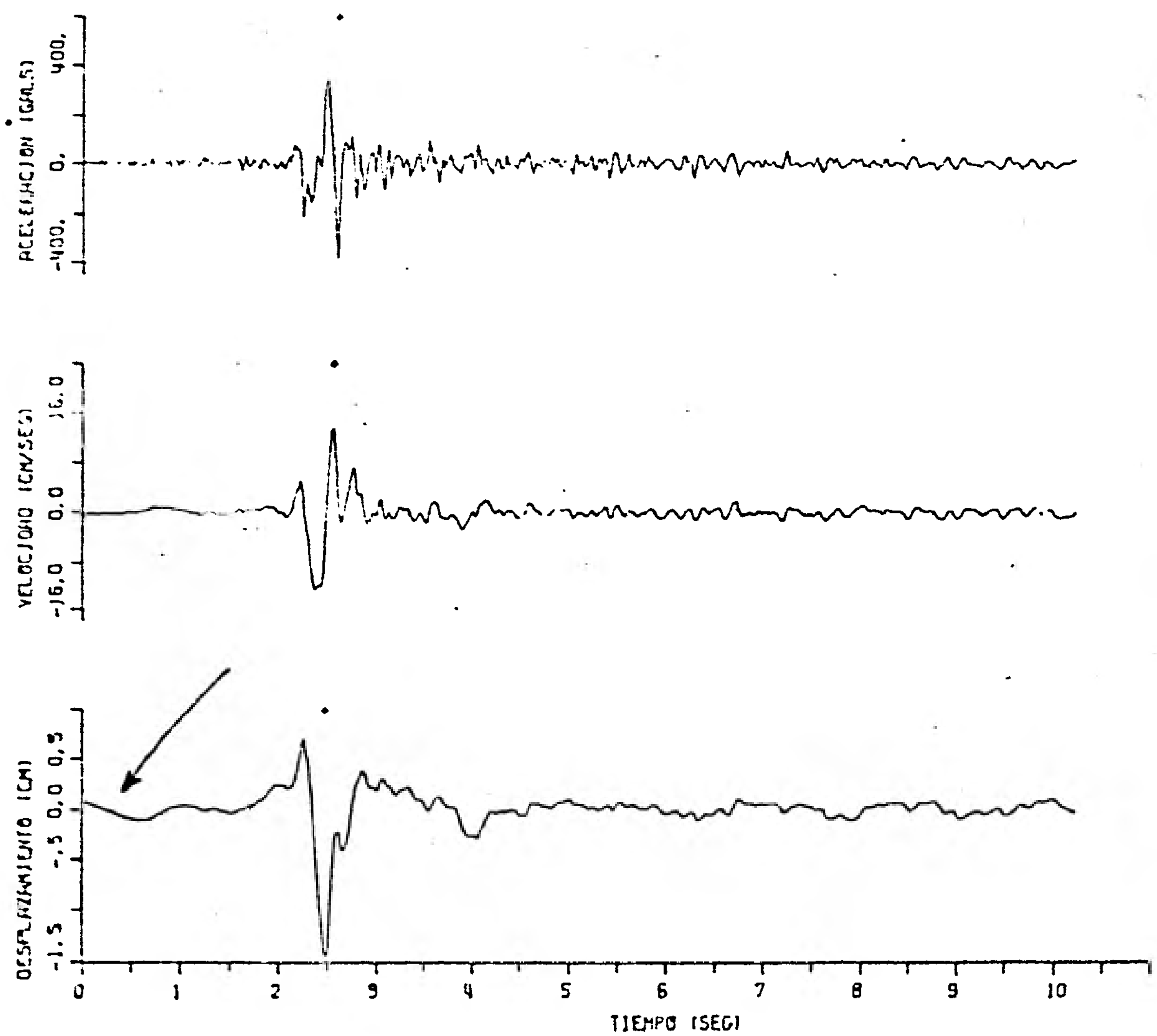


Fig. 12 a)

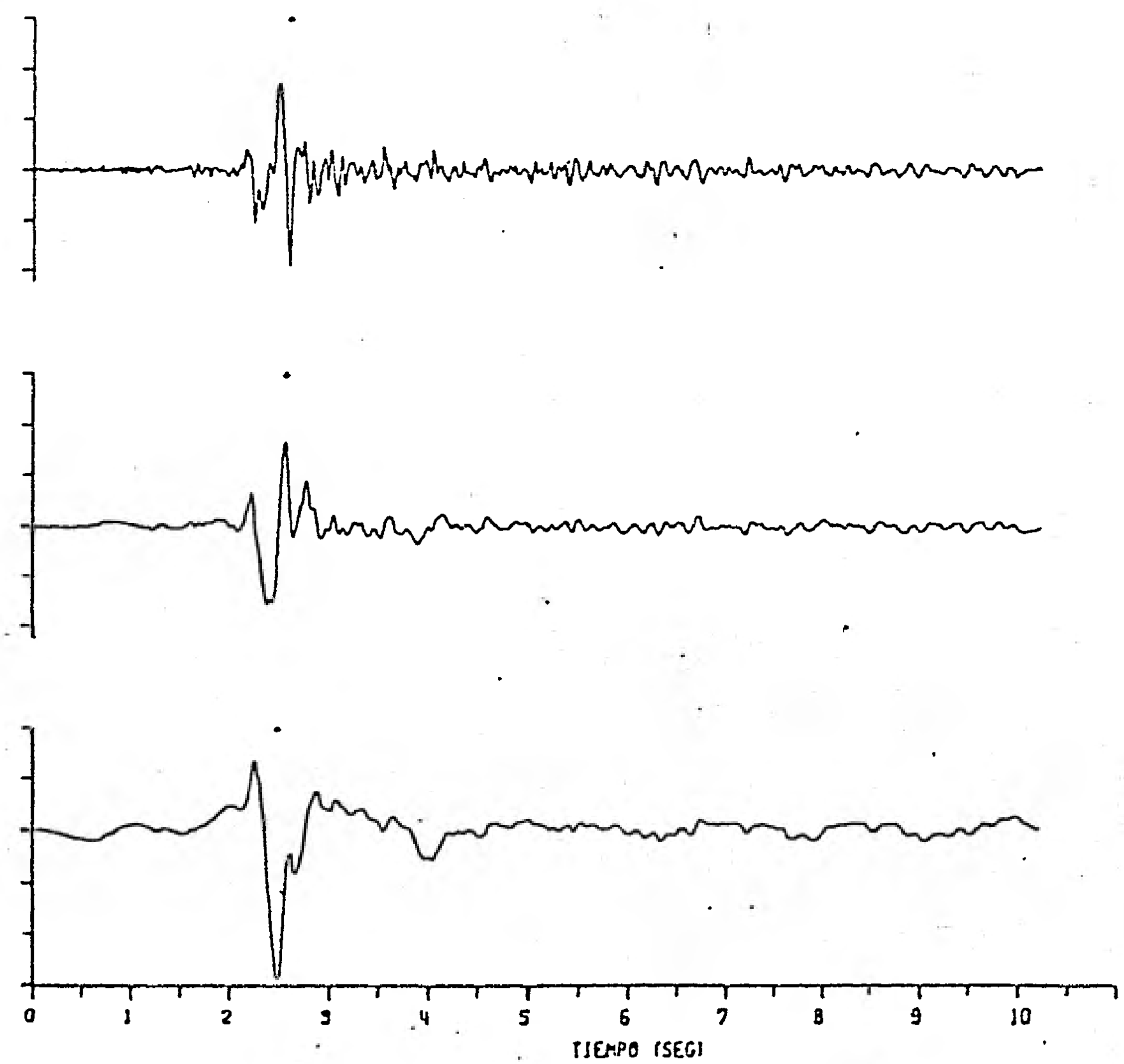


Fig. 12 b)

que la diferencia repercute en los extremos del desplazamiento debido a la exponencial decayente antes mencionada.

La fig. 13 muestra la sucesión respuesta impulso $h[n]$ del filtro pasa-bajas y del filtro pasa-altas utilizadas en la aplicación en la frecuencia.

La fig. 14 muestra en forma logaritmica (decibeles) el error de la función de transferencia $H_{N_0}[k]$ empleado en el esquema modificado. Se define un decibel como 20 $\log_{10}$ de la función de transferencia. Para facilitar el análisis, la gráfica está normalizada a la frecuencia de muestreo. La caída del filtro a una decada $10\lambda_c$ es aproximadamente -97 decibeles.

La fig. 15 muestra el espectro de amplitud de Fourier del "acelerograma corregido" según esquema modificado de Basili de la fig. 12 (b).

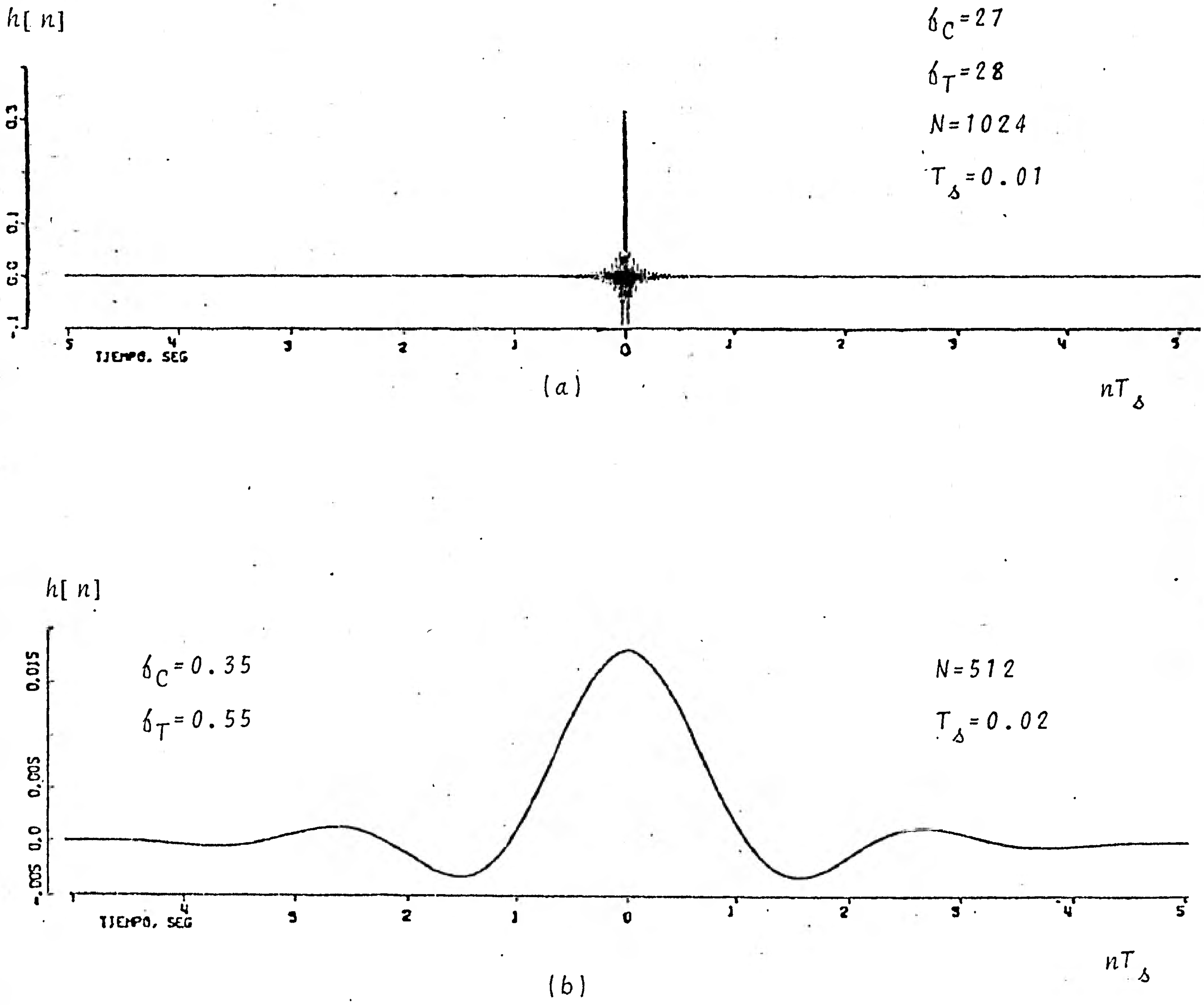


Fig. 13. Función respuesta impulso discreta del filtro pasa-bajas (*a*) y pasa-altas (*b*) de Ormsby utilizado en la corrección del acelerograma S45W de la fig. 12 (*a*).

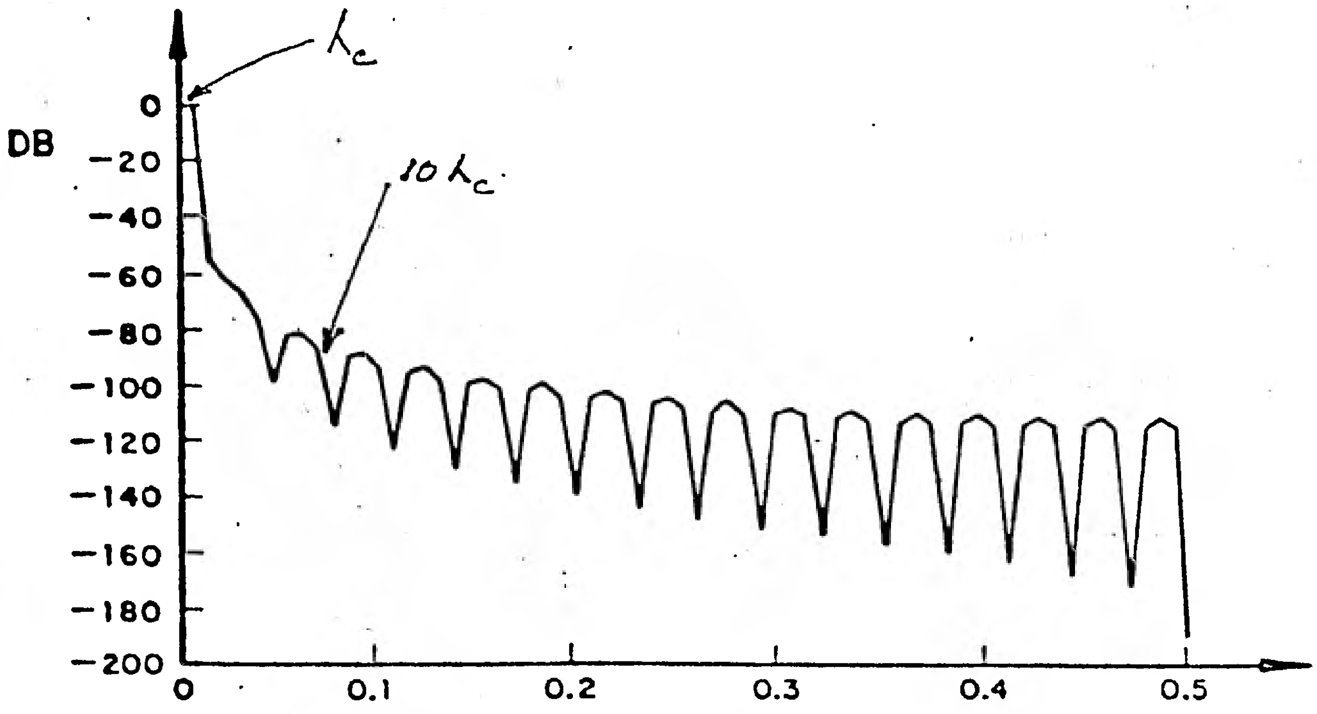


Fig. 14. Gráfica en decibeles de la función de transferencia $H_N[k]$ normalizada, que se usaría en la corrección éstandar del acelerograma S45W.

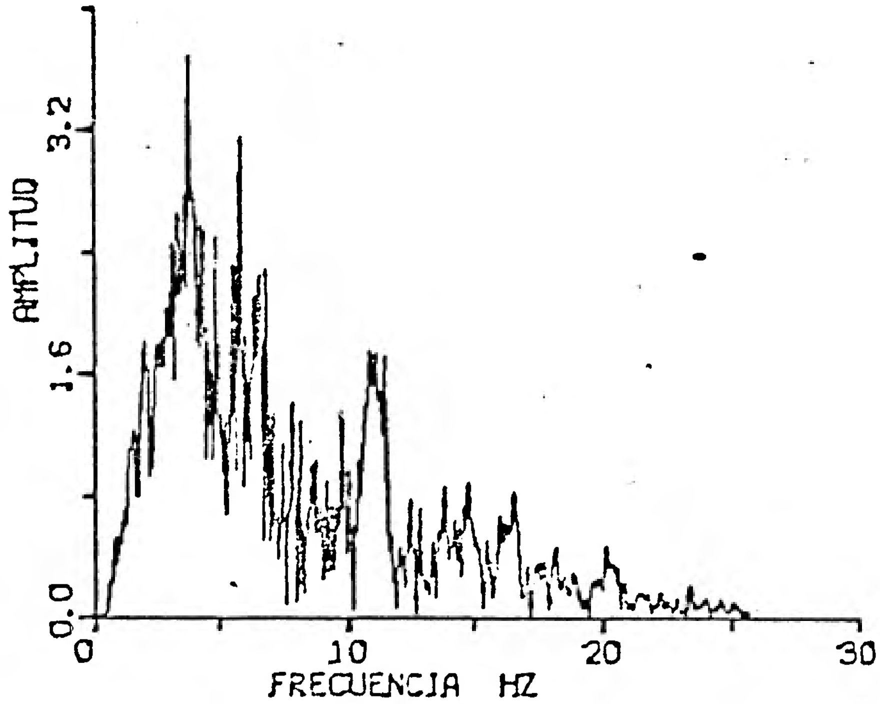


Fig. 15. Espectro de amplitud de Fourier del acelerograma filtrado S45W según el esquema modificado de Basili.

5. CONCLUSIONES Y SÚGERENCIAS

- Los principales alisamientos de frecuencias altas ocurren en la interpolación inicial y en la corrección por aparato.

- El recorte más grande a las aceleraciones máximas se realiza durante la corrección por aparato. Este fué uno de los motivos que originó el presente trabajo. Por ejemplo, para el sismo del 15 de Octubre de 1979 registrado en la estación Aeropuerto de Mexicali, B.C.N., el acelerograma corregido, que se registro verticalmente, presenta una diferencia de 100 cm/seg² (medida de pico a pico) con respecto al acelerograma digitizado. Originalmente se atribuyó este error a un comportamiento inadecuado del filtro en las discontinuidades.

  Para el acelerograma S45W de Baja California Norte, la aceleración máxima después de la interpolación inicial a $T_s = 0.01$ seg. fué -432.9 cm/seg² a los 2.6 seg. Después de la corrección por aparato, para el mismo tiempo se le asocia una aceleración también máxima de -379.4 cm/seg². La aceleración máxima final fué 380 cm/seg².

- Se encontró que la fórmula empírica de Ormsby $N_0 = \frac{a}{CD_\delta T_s \epsilon}$ para el número de muestras de $h[n]$, no es suficiente para obtener un error máximo ϵ en la zona de paso y en la de rechazo, en el caso de ϵ =1.2 %

- Para los acelerogramas que caracteriza la traza S45W, el método de filtrado utilizado en este trabajo disminuye considerablemente el tiempo de cómputo, al grado de que se pueden realizar interactivamente por computadora la corrección de acelerogramas. Aunque se requiere un estudio más exhaustivo sobre un conjunto representativo de acelerogramas, antes de implementarse para su uso sistemático.

- Pese a la diferencia de términos del filtro y los métodos de aplicarlo, se obtuvo que los dos procesamientos produjeron resultados prácticamente equivalentes, de lo que se deduce, primero, que los algoritmos involucrados antes y después del filtrado opacan la falta de presición del filtro y por lo tanto los criterios de Basili y de cierta forma los de Hanks, de ampliar la zona de atenuación D_{δ} para obtener una mejor presición del filtro pierden su eficacia. Esto da validez a la forma en que se escogieron los parámetros utilizados en este trabajo.

- Si bien se puede mejorar la presición del filtro por ventaneo o utilizando otra metodología alternativa para eliminar el ruido de la señal de aceleración, se requiere revisar la metodología profunda y adecuadamente con respecto a los usos finales de la información producida. Ya que los acelerogramas corregidos pueden ser datos fuente de otras investigaciones en Ingeniería Sísmica, o los desplazamientos corregidos de investigaciones en Geofísica y Sismología. Además de esto, si se tiene en cuenta la extensión relativamente grande de la zona sísmica del país y la erogación tan fuerte que se ha realizado para la infraestructura de los acelerogramas; bien justificado estaría el apoyo a una investigación total del método o la creación de una nueva metodología por grupos interdisciplinarios con conocimientos de análisis númerico, procesamiento de sañales digitales, estadística y obviamente ingeniería civil, que actualmente ya puede ser creada en la UNAM.

REFERENCIAS.

1.- "Routina Computer Processing of Strong-Motion Accelerograms". Trifunac, M.D. y Lee, V. EERL 73-03. Pasadena,California. Oct., 1973.

2.- "Sistema de Digitización Sísmica". Ing. Alfredo Navia. Informe de Proyecto, no publicado. Instituto de Ingeniería, UNAM. 1976.

3.- "Low Frequency Digitization Errors and a New Method for Zero Baseline Correction of Strong-Motion Accelerograms". Trifunac, M.D. EERL 70-07. Pasadena, California. Sept. 1970.

4.- "High Frequency Errors and Instrument Corrections of Strong-Motion Accelerograms". Trifunac, M.D. EERL 71-05. Pasadena, California. July. 1971.

5.- "The Fourier Transform, Response Spectra and their Relationship Through the Statistics of Oscillator Response". EERL 73-01. California Institute of Technology, Pasadena. 1973.

6.- "Design of Numerical Filters with Application to Missile Data Processing". Ormsby,J.F.A. Assoc. for Comput. Mach. Jour., 8, 440-446. 1961.

7.- "Operating Instructions for SMA-1 Strong Motion Accelerograph. Kinemetrics, Inc.

8.- "Acelerógrafos a Cargo del Instituto de Ingeniería. Características y algunos Resultados". Mora,I.,Muriá, D. y Frontana, B. V Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica.

9.- "Low Frequency Filtering and the Selection of Limits for Accelerogram Corrections". Basili, M. y Brady, G. Six European Conference on Earthquake Engineering, Dubrovnik, Yugoslavia. Sept. 1978.

10.- "Muestreo e Interpolación de Acelerogramas Obtenidos en Instrumentos de Registro Optico o Mecánico. Arias, A. y Sandoval, S. 416 Instituto de Ingeniería. UNAM. Abril. 1979.

11.- "Reading and Interpreting Strong Motion Accelerograms". Hudson, D.E. Edited by CAL-TECH. 1979.

12.- "Strong Ground Motion of the San Fernando, California, Earthquake: Ground Displacements". Hanks, T.C. Bull. Seism. Soc. Am. 65, Feb. 1975.

13.- "Strong-Motion Accelerograms of the Oroville,California, After Shocks:Data Processing and the Aftershock of 0350 August 6,1975. Fletcher,J.B.,Brady,A.G. and Hanks,T.C. Bulletin of the Seismological Society of America,Feb. 1980.

14.- "Low Frequency Filtering and the Selection of Limits for

Accelerogram Corrections". Basili, M. y Brady, G. VI European Conference on Earthquake Engineering. Yugoslavia. Sept. 1978.

15.- "Proyecto 9206. Estudio de los Acelerogramas del Sismo del 29 de Nov. de 1978 y sus Repeticiones". David Muriá Vila. Instituto de Ingeniería. UNAM. Informe no publicado.